

**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**

**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT**

**CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**BRUNO GASPARONI BALLERINI**

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:**

**MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY**

**NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)**

Campinas

2025

BRUNO GASPARONI BALLERINI

RA: 10387933

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:  
MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY  
NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Engenharia de Produção da Universi-  
dade Presbiteriana Mackenzie – Campus Cam-  
pinas, como requisito parcial para obtenção do  
título de Engenheiro de Produção.

Orientador: Prof. Dr. RICARDO ANTONIO  
FERNANDES

Campinas

2025

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma da Metodologia .....	36
Figura 2 – Matriz de Correlação entre Ativos Seleccionados (2018-2019) .....	50
Figura 3 – Evolução dos Preços Normalizados dos Ativos Seleccionados (2018-2019) .....	53
Figura 4 – Evolução da Volatilidade Rolling (3 meses) por Ativo .....	55
Figura 5 – Evolução das Correlações Rolling entre Pares Estratégicos de Ativos .....	57
Figura 6 – Análise de Performance por Setor Econômico (2018-2019) .....	60
Figura 7 – Evolução das Carteiras vs. Ibovespa B3 Oficial (2018-2019) .....	78
Figura 8 – Posicionamento das Estratégias no Plano Risco-Retorno .....	80
Figura 9 – Distribuição dos Retornos Mensais por Estratégia .....	82
Figura 10 – Evolução dos Drawdowns das Carteiras (2018-2019) .....	88
Figura 11 – Contribuição de Risco por Ativo nas Três Estratégias .....	94

# LISTA DE TABELAS

3.1	Protocolo experimental (estimação vs. teste) . . . . .	17
4.1	Performance das estratégias de alocação (2018-2019) . . . . .	30
4.2	Teste de significância estatística das diferenças entre Sharpe Ratios . . . . .	33
4.3	Métricas de concentração das carteiras . . . . .	34

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

API – Application Programming Interface  
B3 – Brasil Bolsa Balcão  
CDI – Certificado de Depósito Interbancário  
CVM – Comissão de Valores Mobiliários  
IBOV – Índice Bovespa  
ML – Machine Learning  
PIB – Produto Interno Bruto  
TCC – Trabalho de Conclusão de Curso  
VIX – Volatility Index

## LISTA DE FÓRMULAS

Fórmula 1 – Variância da Carteira de Markowitz .....	23
Fórmula 2 – Problema de Otimização de Markowitz (Minimização de Risco) .....	24
Fórmula 3 – Função Lagrangiana de Markowitz .....	25
Fórmula 4 – Condições de Primeira Ordem .....	26
Fórmula 5 – Solução Ótima de Markowitz .....	26
Fórmula 6 – Condição de Superioridade do Equal Weight .....	28
Fórmula 7 – Contribuição de Risco (Risk Contribution) .....	29
Fórmula 8 – Condição de Equal Risk Contribution .....	30
Fórmula 9 – Problema de Otimização ERC .....	31
Fórmula 10 – Diversification Ratio (Razão de Diversificação) .....	32
Fórmula 11 – Índice de Sharpe (Sharpe Ratio) .....	33
Fórmula 12 – Índice de Sortino (Sortino Ratio) .....	34
Fórmula 13 – Desvio-Padrão Downside .....	34
Fórmula 14 – Maximum Drawdown (Rebaixamento Máximo) .....	35
Fórmula 15 – Score Composto de Seleção de Ativos .....	37
Fórmula 16 – Volume Médio Diário .....	38
Fórmula 17 – Critério de Momentum .....	38
Fórmula 18 – Volatilidade Anualizada .....	39
Fórmula 19 – Downside Deviation (Desvio Downside) .....	39

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo comparar o desempenho de três estratégias de alocação de carteiras — Otimização Média-Variância (Markowitz), Peso Igual (*Equal Weight*) e Paridade de Risco (*Risk Parity*) — no mercado acionário brasileiro. **Metodologia:** O estudo adotou abordagem quantitativa out-of-sample com dados de 10 ações da B3 selecionadas cientificamente através de critérios objetivos de liquidez e performance no período 2014-2017. A análise utilizou janela de estimação (2016-2017) para calibração de parâmetros e janela de teste (2018-2019) para avaliação de performance, com rebalanceamento semestral das carteiras. **Resultados:** A análise empírica revelou superioridade da estratégia Markowitz (Sharpe Ratio: 1,86) comparada ao Risk Parity (1,21) e Equal Weight (1,20), embora com significância estatística marginal após correção de Bonferroni. **Conclusões:** Os resultados sugerem que a qualidade da seleção científica de ativos pode ser tão relevante quanto a sofisticação da técnica de otimização, oferecendo insights importantes para gestores em contextos de alta volatilidade como o mercado brasileiro.

**Palavras-chave:** Alocação de Carteiras; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Índice de Sharpe; Sortino Ratio.

## ABSTRACT

This study aimed to compare the performance of three portfolio allocation strategies — Mean-Variance Optimization (Markowitz), Equal Weight, and Risk Parity — in the Brazilian stock market. **Methodology:** The study adopted a quantitative out-of-sample approach using data from 10 B3 stocks scientifically selected through objective liquidity and performance criteria during 2014-2017. The analysis used an estimation window (2016-2017) for parameter calibration and a test window (2018-2019) for performance evaluation, with semi-annual portfolio rebalancing. **Results:** The empirical analysis revealed superiority of the Markowitz strategy (Sharpe Ratio: 1.86) compared to Risk Parity (1.21) and Equal Weight (1.20), although with marginal statistical significance after Bonferroni correction. **Conclusions:** The results suggest that the quality of scientific asset selection may be as relevant as the sophistication of optimization techniques, offering important insights for managers in high volatility contexts such as the Brazilian market.

**Keywords:** Portfolio Allocation; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Sharpe Ratio; Sortino Ratio.



# Conteúdo

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>2</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>3</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b>	<b>4</b>
<b>LISTA DE FÓRMULAS</b>	<b>5</b>
<b>RESUMO</b>	<b>6</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>7</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>2</b>
1.1 OBJETIVO GERAL	3
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.3 JUSTIFICATIVA	4
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>5</b>
2.1 TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ	5
2.2 ESTRATÉGIA DE PESOS IGUAIS	6
2.3 ESTRATÉGIA DE PARIDADE DE RISCO	6
2.4 MERCADOS EMERGENTES E CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS	7
2.5 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE ATIVOS	7
2.5.1 Critérios de Liquidez	8
2.5.2 Score Composto de Seleção	8
2.5.3 Dimensão da Carteira e Diversificação	8
2.5.4 Frequência de Rebalanceamento	9
2.6 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE	9
2.6.1 Volatilidade e Medidas de Risco	9
2.6.2 Máximo Rebaixamento (Maximum Drawdown)	9
2.6.3 Índice de Sortino	10
2.6.4 Metodologia Out-of-Sample	10
2.6.5 Testes de Significância Estatística	10
2.6.6 Taxa Livre de Risco	10
2.7 JUSTIFICATIVA DO PERÍODO DE ANÁLISE	11
2.7.1 Contexto Macroeconômico e Político	11

2.7.2	Volatilidade dos Mercados Financeiros . . . . .	11
2.7.3	Choques Setoriais e Oportunidades de Diversificação . . . . .	12
2.7.4	Relevância para Testes de Estratégias de Alocação . . . . .	12
2.8	ANÁLISE DE CORRELAÇÃO E ESTRUTURA DE DEPENDÊNCIA . . . . .	12
2.8.1	Correlação Linear de Pearson . . . . .	13
2.8.2	Instabilidade das Correlações . . . . .	13
2.8.3	Correlação na Seleção de Ativos . . . . .	13
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1	FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA . . . . .	14
3.1.1	Natureza da Pesquisa . . . . .	14
3.1.2	Alinhamento Objetivos-Metodologia . . . . .	14
3.1.3	Delimitações e Escopo do Estudo . . . . .	15
3.1.4	Paradigma Out-of-Sample . . . . .	15
3.1.5	Divisão Temporal Específica . . . . .	16
3.1.6	Protocolo Experimental Consolidado . . . . .	16
3.2	UNIVERSO DE INVESTIMENTO E SELEÇÃO DE ATIVOS . . . . .	17
3.2.1	Fundamentação Teórica para o Número de Ativos . . . . .	17
3.2.2	Metodologia de Seleção de Ativos . . . . .	18
	Etapa 1: Elegibilidade Mínima . . . . .	18
	Etapa 2: Filtros de Liquidez . . . . .	19
	Etapa 3: Critérios de Robustez . . . . .	19
	Etapa 4: Score de Seleção Composto . . . . .	20
	Etapa 5: Controles de Diversificação . . . . .	20
	Resultado da Seleção Científica . . . . .	21
3.2.3	Eliminação Sistemática de Vieses . . . . .	22
3.2.4	Documentação e Reprodutibilidade . . . . .	22
3.3	DADOS E PROCEDIMENTOS DE TRATAMENTO . . . . .	22
3.3.1	Fonte e Qualidade dos Dados . . . . .	22
3.3.2	Procedimentos de Preparação dos Dados . . . . .	23
3.3.3	Controle de Qualidade dos Dados . . . . .	23
3.3.4	Tratamento de Dados Extremos . . . . .	24
3.4	IMPLEMENTAÇÃO TÉCNICA DAS ESTRATÉGIAS . . . . .	24
3.4.1	Estratégia de Markowitz: Fundamentação e Implementação . . . . .	24
3.4.2	Estratégia Equal Weight: Simplicidade e Robustez . . . . .	25
3.4.3	Estratégia Risk Parity: Equalização de Contribuições de Risco . . . . .	26
3.5	METODOLOGIA OUT-OF-SAMPLE . . . . .	27
3.5.1	Divisão Temporal . . . . .	27

3.5.2	Rebalanceamento . . . . .	27
3.5.3	Controle de Look-Ahead Bias . . . . .	27
3.6	MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO . . . . .	27
3.6.1	Sharpe Ratio . . . . .	27
3.6.2	Sortino Ratio . . . . .	28
3.6.3	Maximum Drawdown . . . . .	28
3.6.4	Volatilidade Anualizada . . . . .	28
3.7	TESTE DE SIGNIFICÂNCIA . . . . .	28
3.8	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS . . . . .	29
3.9	LIMITAÇÕES METODOLÓGICAS . . . . .	29
3.9.1	Limitações Reconhecidas . . . . .	29
3.9.2	Validade dos Resultados . . . . .	29
<b>4</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>30</b>
4.1	PERFORMANCE GERAL DAS ESTRATÉGIAS . . . . .	30
4.2	EVOLUÇÃO TEMPORAL DOS RETORNOS . . . . .	31
4.3	ANÁLISE DE RISCO ATRAVÉS DE DRAWDOWNS . . . . .	32
4.4	VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DAS DIFERENÇAS . . . . .	33
4.5	CARACTERÍSTICAS DE IMPLEMENTAÇÃO DAS CARTEIRAS . . . . .	33
4.6	SÍNTESE DOS RESULTADOS . . . . .	35
<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>36</b>
5.1	INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS PRINCIPAIS . . . . .	36
5.1.1	Performance da Estratégia de Markowitz . . . . .	36
5.1.2	Performance da Estratégia Equal Weight . . . . .	36
5.1.3	Performance da Estratégia Risk Parity . . . . .	37
5.2	VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS . . . . .	37
5.3	CONTEXTUALIZAÇÃO COM A LITERATURA . . . . .	37
5.3.1	Convergência e Divergência com Estudos Anteriores . . . . .	37
5.3.2	Contribuição à Literatura Nacional . . . . .	38
5.4	LIMITAÇÕES DO ESTUDO . . . . .	38
5.4.1	Limitações Temporais . . . . .	38
5.4.2	Limitações de Universo . . . . .	38
5.4.3	Limitações Geográficas . . . . .	39
5.5	IMPLICAÇÕES PRÁTICAS . . . . .	39
5.5.1	Para Gestores de Recursos . . . . .	39
5.5.2	Para Investidores Institucionais . . . . .	39
5.6	DIREÇÕES PARA PESQUISA FUTURA . . . . .	39
5.6.1	Extensões Temporais e Geográficas . . . . .	39

5.6.2	Universos e Metodologias Alternativas . . . . .	39
5.6.3	Integração de Novas Tecnologias . . . . .	40
5.7	SÍNTESE DA DISCUSSÃO . . . . .	40
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>41</b>
6.1	SÍNTESE DOS RESULTADOS . . . . .	41
6.1.1	Achados Principais . . . . .	41
6.1.2	Resposta à Questão de Pesquisa . . . . .	41
6.1.3	Cumprimento dos Objetivos Específicos . . . . .	41
6.2	CONTRIBUIÇÕES DO ESTUDO . . . . .	42
6.2.1	Contribuição Acadêmica . . . . .	42
6.2.2	Contribuição Metodológica . . . . .	42
6.2.3	Contribuição Prática . . . . .	42
6.3	LIMITAÇÕES DO ESTUDO . . . . .	43
6.3.1	Limitações Temporais . . . . .	43
6.3.2	Limitações de Escopo . . . . .	43
6.3.3	Limitações Geográficas . . . . .	43
6.4	IMPLICAÇÕES E RECOMENDAÇÕES . . . . .	43
6.4.1	Para Gestores de Recursos . . . . .	43
6.4.2	Para Investidores Institucionais . . . . .	44
6.4.3	Para Desenvolvimento de Produtos . . . . .	44
6.5	DIREÇÕES PARA PESQUISA FUTURA . . . . .	44
6.5.1	Extensões Temporais . . . . .	44
6.5.2	Extensões Metodológicas . . . . .	44
6.5.3	Extensões Geográficas . . . . .	44
6.5.4	Integração Tecnológica . . . . .	44
6.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	45
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>46</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A alocação de ativos constitui uma das decisões centrais na gestão de carteiras de investimento, determinando como os recursos financeiros são distribuídos entre diferentes classes de ativos e, dentro de cada classe, entre ativos específicos. Esta decisão impacta diretamente o retorno esperado e o risco de uma carteira. Markowitz (1952), em seu trabalho pioneiro "Portfolio Selection" publicado no *Journal of Finance*, estabeleceu os fundamentos matemáticos para a construção de carteiras eficientes, introduzindo o conceito de diversificação baseada na correlação entre ativos. O trabalho de Markowitz demonstrou que o risco de uma carteira não é simplesmente a média dos riscos individuais dos ativos, mas depende fundamentalmente das correlações entre eles.

A relevância prática da alocação de ativos foi empiricamente demonstrada por Brinson, Hood e Beebower (1986), que analisaram carteiras institucionais americanas e concluíram que mais de 90% da variabilidade dos retornos é explicada pela política de alocação estratégica, superando significativamente o impacto da seleção individual de títulos ou das decisões de entrada e saída do mercado. Este resultado, posteriormente confirmado por outros estudos, estabeleceu a alocação de ativos como fator determinante da performance de investimentos.

Desde o trabalho seminal de Markowitz, diferentes estratégias de alocação foram desenvolvidas. Além do modelo tradicional de otimização média-variância, duas abordagens alternativas ganharam destaque na literatura acadêmica e na prática de mercado: a estratégia de pesos iguais (equal weight) e a estratégia de paridade de risco (risk parity). A estratégia de pesos iguais consiste em alocar o mesmo percentual do capital para cada ativo da carteira. Embora aparentemente simples, demonstrou em diversos estudos uma performance surpreendentemente competitiva em relação a métodos mais sofisticados (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009). A estratégia de paridade de risco busca equalizar a contribuição de risco de cada ativo na carteira, ou seja, cada ativo contribui com a mesma quantidade de risco para o risco total da carteira, representando uma alternativa à diversificação tradicional baseada em valores monetários (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

O mercado acionário brasileiro apresenta características específicas que podem influenciar a eficácia relativa dessas estratégias. Como mercado emergente, o Brasil exibe maior volatilidade, correlações instáveis entre ativos e sensibilidade elevada a fatores macroeconômicos específicos, incluindo taxa de câmbio, política monetária e preços de commodities. Adicionalmente, o mercado brasileiro caracteriza-se por concentração setorial significativa, com poucos setores representando a maior parte da capitalização total da bolsa de valores.

O período entre 2018 e 2019 oferece um contexto particularmente interessante para análise de estratégias de alocação no mercado brasileiro. Este período foi marcado por eventos que amplificaram a volatilidade e incerteza: processo eleitoral presidencial com alta polarização política, greve dos caminhoneiros em maio de 2018, incertezas sobre reformas estruturais e

volatilidade nos preços de commodities. Durante este período, o índice Ibovespa apresentou volatilidade anualizada média superior à histórica, com episódios de volatilidade extrema que testaram a robustez das diferentes estratégias de alocação.

Apesar da importância do tema, a literatura acadêmica brasileira sobre estratégias de alocação de ativos permanece limitada. A maioria dos estudos comparativos entre estratégias de alocação concentra-se em mercados desenvolvidos, deixando uma lacuna no entendimento de como essas estratégias performam em mercados emergentes durante períodos de alta volatilidade. Esta lacuna é particularmente relevante considerando que as características específicas dos mercados emergentes podem alterar significativamente a eficácia relativa das diferentes abordagens.

Este trabalho tem como objetivo comparar três estratégias fundamentais de alocação de ativos no mercado acionário brasileiro: otimização média-variância de Markowitz, pesos iguais e paridade de risco. A análise será conduzida utilizando dados do período 2018-2019, aplicando metodologia que separa dados de estimação (2016-2017) dos dados de teste, evitando assim o uso de informações futuras na construção das carteiras. Os resultados contribuirão para o entendimento de qual estratégia apresenta melhor desempenho em mercados emergentes durante períodos de volatilidade elevada, oferecendo insights relevantes tanto para a literatura acadêmica quanto para a prática de gestão de recursos no Brasil.

#### **Questão de Pesquisa:**

**Qual das três estratégias de alocação (otimização de Markowitz, pesos iguais e paridade de risco) apresenta melhor desempenho ajustado ao risco no mercado acionário brasileiro durante período de alta volatilidade?**

Esta questão é relevante pois a literatura acadêmica sobre estratégias de alocação concentra-se predominantemente em mercados desenvolvidos, deixando uma lacuna no entendimento de como essas estratégias funcionam em mercados emergentes durante períodos de instabilidade.

### **1.1 OBJETIVO GERAL**

Comparar o desempenho de três estratégias de alocação de ativos no mercado acionário brasileiro durante o período 2018-2019: otimização de Markowitz, pesos iguais e paridade de risco. A análise utilizará dados de 2016-2017 para construir as carteiras e avaliará seu desempenho no período 2018-2019, identificando qual estratégia apresenta melhor relação risco-retorno durante período de alta volatilidade.

### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Selecionar ações brasileiras com base em critérios de liquidez e qualidade dos dados para formar o universo de investimento, utilizando informações disponíveis até 2017.

- Implementar as três estratégias de alocação: otimização de Markowitz, pesos iguais e paridade de risco.
- Aplicar metodologia que separa dados de construção (2016-2017) dos dados de teste (2018-2019), evitando o uso de informações futuras.
- Calcular métricas de desempenho incluindo retorno, volatilidade, índice de Sharpe e máximo rebaixamento (drawdown) para cada estratégia.
- Analisar como os eventos do período 2018-2019 (eleições, greve dos caminhoneiros) afetaram o desempenho das diferentes estratégias.
- Verificar se as diferenças de desempenho entre as estratégias são estatisticamente significativas.
- Discutir as implicações práticas dos resultados para gestores de recursos no mercado brasileiro.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Este trabalho é relevante por três razões principais. Primeiro, a literatura acadêmica sobre estratégias de alocação de ativos concentra-se principalmente em mercados desenvolvidos, havendo poucos estudos sobre o mercado brasileiro. Esta lacuna é importante pois mercados emergentes apresentam características distintas (maior volatilidade, correlações instáveis) que podem afetar a eficácia das diferentes estratégias.

Segundo, o período 2018-2019 oferece um contexto único para análise, combinando alta volatilidade política (eleições presidenciais) e econômica (greve dos caminhoneiros, incertezas sobre reformas). Compreender como diferentes estratégias se comportam durante períodos de instabilidade é fundamental para gestores de recursos que operam em mercados emergentes.

Terceiro, o mercado brasileiro de gestão de recursos movimenta trilhões de reais, tornando relevante qualquer melhoria nas estratégias de alocação. Os resultados podem orientar decisões práticas de gestores de fundos, fundos de pensão e investidores institucionais, contribuindo para melhor gestão de risco em carteiras domésticas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ

A moderna teoria de portfólio teve início com o trabalho pioneiro de Harry Markowitz (1952) publicado no *Journal of Finance*. Markowitz (1952) estabeleceu pela primeira vez uma base matemática para a construção de carteiras de investimento, demonstrando que o risco de uma carteira não é simplesmente a média dos riscos individuais dos ativos, mas depende das correlações entre eles.

O principal conceito introduzido por Markowitz (1952) é que investidores racionais buscam maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco, ou minimizar o risco para um dado retorno esperado. Esta relação define a fronteira eficiente, que representa o conjunto de carteiras ótimas disponíveis aos investidores.

Segundo Markowitz (1952), o risco de uma carteira pode ser calculado pela seguinte fórmula simplificada: quando dois ativos possuem correlação perfeita positiva (+1), o risco da carteira é a média ponderada dos riscos individuais. Quando a correlação é menor que +1, o risco da carteira será menor que essa média, demonstrando o benefício da diversificação.

A teoria de Markowitz (1952) assume que os investidores são aversos ao risco e que os retornos dos ativos seguem distribuição normal. Embora essas premissas tenham sido questionadas por estudos posteriores, o framework continua sendo a base fundamental para estratégias modernas de alocação de ativos. A relevância prática desta teoria foi empiricamente demonstrada por Brinson, Hood e Beebower (1986), que analisaram carteiras institucionais americanas e concluíram que mais de 90% da variabilidade dos retornos é explicada pela política de alocação estratégica.

A implementação prática da teoria de Markowitz envolve a maximização do índice de Sharpe, desenvolvido por Sharpe (1964) no contexto do Capital Asset Pricing Model. O índice de Sharpe mede o retorno em excesso por unidade de risco e é calculado como:

$$\text{Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (1)$$

onde  $R_p$  é o retorno da carteira,  $R_f$  é a taxa livre de risco e  $\sigma_p$  é a volatilidade da carteira. Segundo Sharpe (1964), esta métrica é amplamente utilizada para comparar estratégias de investimento pois considera tanto retorno quanto risco.

A otimização de Markowitz apresenta limitações práticas importantes. Michaud (1989) identificou o "enigma da otimização", demonstrando que carteiras teoricamente ótimas frequentemente apresentam desempenho decepcionante fora da amostra devido à instabilidade das estimativas paramétricas. Chopra e Ziemba (1993) quantificaram esta sensibilidade, demonstrando que erros nas estimativas de retorno esperado têm impacto na performance da carteira 11 vezes maior que erros equivalentes nas estimativas de variância. Esta descoberta sugere que a quali-



dade das estimativas de retorno esperado é crítica para o sucesso da implementação da estratégia de Markowitz.

## 2.2 ESTRATÉGIA DE PESOS IGUAIS

A estratégia de pesos iguais consiste em alocar o mesmo percentual do capital para cada ativo da carteira. Para uma carteira com  $n$  ativos, cada ativo recebe peso  $w_i = 1/n$ . DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) demonstraram que esta estratégia simples frequentemente supera métodos de otimização sofisticados quando aplicada fora da amostra.

Os autores compararam 14 estratégias de alocação diferentes e concluíram que nenhuma superou consistentemente a estratégia 1/N em termos de índice de Sharpe, retorno ajustado pela utilidade ou rotatividade. Este resultado surpreendente ocorre porque os erros de estimação nas estratégias otimizadas superam os benefícios da otimização (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

Segundo DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), a janela de estimação necessária para que estratégias baseadas em média-variância superem a estratégia 1/N é de aproximadamente 3000 meses para carteiras com 25 ativos e 6000 meses para carteiras com 50 ativos. Como essas janelas são impraticáveis, a estratégia de pesos iguais torna-se uma alternativa robusta para investidores.

## 2.3 ESTRATÉGIA DE PARIDADE DE RISCO

A estratégia de paridade de risco, também conhecida como Equal Risk Contribution (ERC), busca equalizar a contribuição de risco de cada ativo para o risco total da carteira. Maillard, Roncalli e Teiletche (2010) formalizaram esta abordagem, que representa uma alternativa à diversificação tradicional baseada em valores monetários.

Na paridade de risco, o objetivo é que cada ativo contribua com a mesma quantidade de risco para a volatilidade total da carteira. A contribuição de risco do ativo  $i$  pode ser expressa como o produto entre o peso do ativo e sua sensibilidade marginal ao risco da carteira. Para que todos os ativos tenham contribuição igual, esta deve ser  $1/n$  do risco total (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

A estratégia de paridade de risco oferece diversificação de risco mais efetiva que a diversificação por capital, especialmente quando os ativos possuem volatilidades muito diferentes. Segundo Maillard, Roncalli e Teiletche (2010), esta abordagem maximiza a diversificação ex-ante sem depender de estimativas de retornos esperados, tornando-a mais robusta que estratégias baseadas em otimização média-variância.

A implementação prática da paridade de risco requer algoritmos iterativos, pois não existe solução analítica fechada. O algoritmo mais comum utiliza o método do gradiente, onde os pesos são ajustados iterativamente na direção que minimiza a diferença entre as contribuições

de risco. O processo continua até que a diferença entre as contribuições de risco de todos os ativos seja menor que uma tolerância predefinida, tipicamente  $1e-6$ .

A contribuição de risco marginal do ativo  $i$  pode ser calculada como:

$$\text{Contribuição}_i = w_i \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} \quad (2)$$

onde  $\sigma_p$  é a volatilidade da carteira. Para carteiras com paridade de risco perfeita, todas as contribuições devem ser iguais a  $\sigma_p/n$ , onde  $n$  é o número de ativos.

## 2.4 MERCADOS EMERGENTES E CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS

Os mercados emergentes apresentam características distintas dos mercados desenvolvidos que podem afetar significativamente a eficácia das diferentes estratégias de alocação. Harvey (1995) identificou propriedades específicas destes mercados que desafiam as premissas tradicionais da teoria de portfólio: maior volatilidade dos retornos, correlações instáveis entre ativos e maior sensibilidade a choques políticos e econômicos locais.

O mercado brasileiro, como mercado emergente, caracteriza-se por concentração setorial significativa e sensibilidade elevada a variáveis macroeconômicas específicas, incluindo taxa de câmbio, política monetária e preços de commodities. Harvey (1995) demonstra que esta concentração setorial pode limitar os benefícios da diversificação tradicional durante períodos de estresse do mercado.

O período entre 2018 e 2019 no Brasil oferece um contexto particularmente interessante para análise de estratégias de alocação. Este período foi marcado por eventos que amplificaram a volatilidade: processo eleitoral presidencial com alta polarização política em 2018, greve dos caminhoneiros em maio de 2018 que paralisou a economia por dez dias, incertezas sobre reformas estruturais e volatilidade nos preços de commodities. Durante este período, o índice Ibovespa apresentou volatilidade anualizada média superior à histórica, confirmando as características de instabilidade típicas de mercados emergentes identificadas por Harvey (1995).

## 2.5 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE ATIVOS

A seleção de ativos constitui etapa fundamental que antecede a aplicação das estratégias de alocação. Markowitz (1959) reconheceu que "a escolha dos títulos a serem incluídos no portfólio é tão importante quanto a determinação de suas proporções ótimas". Black e Litterman (1992) reforçaram esta perspectiva demonstrando que a qualidade do universo inicial influencia dramaticamente os resultados de otimização.

### 2.5.1 Critérios de Liquidez

A importância da liquidez na seleção de ativos foi estabelecida por Amihud (2002), que desenvolveu medidas de iliquidez baseadas na relação entre retorno absoluto e volume de negociação. Roll (1984) propôs métricas operacionais para avaliar liquidez, incluindo dias com retorno zero e estimativas de bid-ask spread.

Este trabalho utiliza critérios rigorosos de liquidez: volume médio diário mínimo de R\$ 5 milhões, presença em bolsa superior a 80% dos dias úteis, e menos de 20% de dias com retorno zero. Estes filtros garantem que os ativos selecionados sejam efetivamente negociáveis durante todo o período de análise.

### 2.5.2 Score Composto de Seleção

Para integrar múltiplos critérios de qualidade, este trabalho desenvolve um score composto baseado em quatro dimensões fundamentais: momentum, volatilidade, máximo rebaixamento e desvio negativo. Os pesos utilizados são baseados na literatura acadêmica: 35% para momentum (JEGADEESH; TITMAN, 1993), 25% para volatilidade, e 20% para cada métrica de risco extremo.

O momentum 12-1, amplamente documentado na literatura como fator preditivo robusto (JEGADEESH; TITMAN, 1993), mede a performance acumulada nos 12 meses anteriores excluindo o último mês para evitar efeitos de reversão de curto prazo. A volatilidade anualizada captura a estabilidade histórica do ativo, enquanto máximo rebaixamento e desvio negativo medem exposição a riscos extremos.

O score final é calculado como:

$$\begin{aligned} \text{Score} = & 0,35 \times \text{Rank}_{\text{momentum}} + 0,25 \times (1 - \text{Rank}_{\text{vol}}) \\ & + 0,20 \times \text{Rank}_{\text{MDD}} + 0,20 \times (1 - \text{Rank}_{\text{downside}}) \end{aligned} \quad (3)$$

onde os ranks são percentuais (0 a 1) e as métricas de risco são invertidas para que menores valores representem melhor qualidade.

### 2.5.3 Dimensão da Carteira e Diversificação

A escolha de 10 ativos para as carteiras baseia-se em evidências empíricas sobre diversificação ótima. Evans e Archer (1968) demonstraram que a maior parte dos benefícios de diversificação é obtida com 8 a 16 ações. Statman (1987) confirmou que carteiras com 10 a 15 ações bem selecionadas capturam aproximadamente 95% dos benefícios de diversificação disponíveis.

O uso de 10 ativos representa compromisso entre diversificação adequada e praticabilidade de gestão. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) utilizaram carteiras de tamanhos similares

em seu estudo seminal, demonstrando que este tamanho é apropriado para comparações entre estratégias de alocação. Carteiras menores sofreriam de subdiversificação, enquanto carteiras muito maiores diluiriam os efeitos das diferentes estratégias de alocação.

#### 2.5.4 Frequência de Rebalanceamento

O rebalanceamento semestral adotado neste trabalho reflete equilíbrio entre capturar oportunidades de realocação e controlar custos de transação. Constantinides (1986) demonstrou que rebalanceamentos muito frequentes podem ser prejudiciais devido aos custos de transação, enquanto rebalanceamentos muito espaçados permitem que as carteiras se desviem significativamente das alocações ótimas.

A literatura documenta que o rebalanceamento semestral é uma frequência robusta para comparações entre estratégias. Brinson, Hood e Beebower (1986) utilizaram rebalanceamentos trimestrais em seu estudo clássico, enquanto estudos mais recentes como DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) adotaram frequências mensais, trimestrais e anuais. A escolha semestral situa-se no meio deste espectro, sendo suficiente para capturar mudanças nas condições de mercado.

### 2.6 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE

#### 2.6.1 Volatilidade e Medidas de Risco

A volatilidade constitui medida fundamental de risco em finanças. Para dados de retornos mensais, a volatilidade anualizada é calculada como:

$$\sigma_{\text{anual}} = \sigma_{\text{mensal}} \times \sqrt{12} \quad (4)$$

Esta conversão assume independência dos retornos mensais e aplica a propriedade de escalabilidade da variância para processos estocásticos, conforme estabelecido na literatura de séries temporais financeiras.

#### 2.6.2 Máximo Rebaixamento (Maximum Drawdown)

O máximo rebaixamento mede a maior perda acumulada desde um pico anterior até o vale subsequente. Segundo Martin e McCann (1989), esta métrica é fundamental para avaliar o pior cenário experimentado pelos investidores. O cálculo é realizado como:

$$\text{MDD} = \max_{t \in [0, T]} \left[ \frac{\max_{s \in [0, t]} V_s - V_t}{\max_{s \in [0, t]} V_s} \right] \quad (5)$$

onde  $V_t$  é o valor acumulado da carteira no tempo  $t$ . Esta métrica oferece perspectiva única sobre tail risk e experiência real do investidor, sendo amplamente utilizada por investidores institucionais para estabelecer limites de risco.

### 2.6.3 Índice de Sortino

O índice de Sortino, desenvolvido por Sortino e Price (1994), refinam o conceito de risco ao considerar apenas volatilidade negativa. Este índice alinha-se melhor com preferências reais de investidores, que tipicamente se preocupam mais com perdas que com ganhos:

$$\text{Sortino} = \frac{R_p - \text{MAR}}{\sigma_{\text{downside}}} \quad (6)$$

onde MAR é o retorno mínimo aceitável (normalmente a taxa livre de risco) e  $\sigma_{\text{downside}}$  é o desvio padrão calculado apenas com retornos abaixo do MAR:

$$\sigma_{\text{downside}} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \min(R_t - \text{MAR}, 0)^2} \quad (7)$$

### 2.6.4 Metodologia Out-of-Sample

Para evitar look-ahead bias, este trabalho implementa metodologia rigorosa out-of-sample conforme estabelecido por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). Os dados são divididos em período de estimação (2016-2017) e período de teste (2018-2019), utilizando apenas informações do período de estimação para construção das carteiras.

Esta separação temporal garante que nenhuma informação futura seja utilizada na tomada de decisões de alocação, simulando condições realistas de investimento. O rebalanceamento é realizado semestralmente, balanceando custos de transação com necessidade de ajustes nas alocações.

### 2.6.5 Testes de Significância Estatística

Para verificar se as diferenças de performance entre estratégias são estatisticamente significativas, aplicam-se testes específicos para comparação de índices de Sharpe. O teste de Jobson e Korkie (1981), posteriormente corrigido por Memmel (2003), testa a hipótese nula de que dois índices de Sharpe são iguais:

$$t = \frac{SR_1 - SR_2}{\sqrt{\text{Var}(SR_1 - SR_2)}} \quad (8)$$

onde a variância da diferença considera a correlação entre as estratégias e é ajustada para amostras finitas. Este teste permite conclusões estatisticamente robustas sobre a superioridade de uma estratégia em relação às outras.

### 2.6.6 Taxa Livre de Risco

A taxa livre de risco utilizada nos cálculos de índices de Sharpe e Sortino é a taxa SELIC, que representa o benchmark livre de risco no mercado brasileiro. A SELIC é amplamente

aceita na literatura acadêmica brasileira como proxy adequada para a taxa livre de risco, sendo utilizada pelo Banco Central do Brasil como instrumento principal de política monetária.

A conversão da SELIC anual para frequência mensal é realizada através da fórmula de capitalização composta:  $(1 + \text{SELIC}_{\text{anual}})^{1/12} - 1$ . Esta abordagem preserva a equivalência financeira entre as taxas, sendo metodologicamente superior à simples divisão por 12 que assumiria capitalização linear.

## 2.7 JUSTIFICATIVA DO PERÍODO DE ANÁLISE

A escolha do período 2018-2019 para análise não é arbitrária, mas fundamentada em características específicas que tornam este período particularmente adequado para testar estratégias de alocação em condições de estresse. Schwert (1989) argumenta que períodos de alta volatilidade oferecem testes mais rigorosos para estratégias de investimento, pois amplificam as diferenças entre abordagens alternativas. Campbell et al. (2001) reforçam esta perspectiva demonstrando que choques econômicos revelam propriedades latentes das estratégias de investimento que não são observáveis em períodos de normalidade.

### 2.7.1 Contexto Macroeconômico e Político

O biênio 2018-2019 no Brasil foi caracterizado por múltiplos choques simultâneos que testaram a robustez das estratégias de alocação. O processo eleitoral presidencial de 2018 foi marcado por alta polarização política e incerteza sobre o futuro das políticas econômicas. Segundo dados do Banco Central do Brasil, o Índice de Incerteza da Política Econômica (EPU-Brazil) atingiu níveis históricos durante o período eleitoral, refletindo a ansiedade dos agentes econômicos.

A greve dos caminhoneiros em maio de 2018 constitui evento particularmente relevante para este estudo. Durante dez dias, a paralisação afetou diferentemente diversos setores da economia: empresas de bens de consumo enfrentaram rupturas nas cadeias de suprimento, enquanto empresas de energia e telecomunicações mostraram maior resiliência. Este choque idiossincrático oferece laboratório natural para observar como diferentes estratégias de alocação reagiram a impactos setoriais assimétricos.

### 2.7.2 Volatilidade dos Mercados Financeiros

Durante 2018-2019, o mercado acionário brasileiro experimentou volatilidade significativamente elevada. O índice Ibovespa apresentou volatilidade anualizada média de 28,5% em 2018, comparado à média histórica de 23% (B3, 2019). Esta elevação da volatilidade foi acompanhada por episódios de correlação aumentada entre ativos, fenômeno documentado por Longin e Solnik (2001) como característico de períodos de estresse.

A instabilidade cambial também caracterizou o período, com o real brasileiro depreci-

ando aproximadamente 17% em relação ao dólar americano em 2018. Esta volatilidade cambial teve impactos diferenciados nas empresas listadas: exportadoras de commodities beneficiaram-se da depreciação, enquanto empresas com elevada dívida em moeda estrangeira enfrentaram pressões adicionais.

### **2.7.3 Choques Setoriais e Oportunidades de Diversificação**

A volatilidade nos preços de commodities durante 2018-2019 afetou especialmente empresas dos setores de mineração e petróleo, que representam parcela significativa do índice Ibovespa. O preço do petróleo Brent variou entre US\$ 50 e US\$ 85 por barril durante o período, enquanto o minério de ferro enfrentou volatilidade relacionada às políticas comerciais entre Estados Unidos e China.

Estes choques setoriais criaram oportunidades de diversificação que foram exploradas diferentemente pelas estratégias de alocação. A estratégia de pesos iguais, por sua natureza, manteve exposição constante a todos os setores. A paridade de risco ajustou automaticamente para reduzir exposição a setores mais voláteis, enquanto a otimização de Markowitz reagiu às mudanças nas correlações e volatilidades estimadas.

### **2.7.4 Relevância para Testes de Estratégias de Alocação**

Este conjunto de fatores criou ambiente de teste natural para comparar estratégias de alocação, pois diferentes abordagens reagiram de forma distinta aos choques. Períodos de baixa volatilidade tendem a mascarar diferenças entre estratégias, enquanto períodos de estresse revelam suas características fundamentais de risco e retorno, conforme documentado por Pastor e Stambaugh (2002).

A literatura acadêmica sobre estratégias de alocação frequentemente utiliza períodos de crise para validar a robustez dos métodos propostos. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) incluíram dados da crise das empresas pontocom e da crise financeira de 2008 em suas análises comparativas. Similarmente, este trabalho utiliza o período 2018-2019 como teste de estresse natural para as estratégias de alocação no contexto brasileiro.

## **2.8 ANÁLISE DE CORRELAÇÃO E ESTRUTURA DE DEPENDÊNCIA**

A correlação entre ativos constitui elemento central na teoria de portfólio, determinando os benefícios potenciais da diversificação. Markowitz (1952) estabeleceu que correlações baixas ou negativas entre ativos permitem redução do risco da carteira sem sacrificar retorno esperado. A mensuração adequada da estrutura de correlação é, portanto, fundamental para a implementação efetiva das estratégias de alocação.

### 2.8.1 Correlação Linear de Pearson

A correlação linear de Pearson, utilizada tradicionalmente na literatura de portfólio, mede a intensidade da relação linear entre retornos de dois ativos. Para ativos  $i$  e  $j$ , a correlação é calculada como:

$$\rho_{i,j} = \frac{\text{Cov}(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (9)$$

onde  $\text{Cov}(R_i, R_j)$  é a covariância entre os retornos e  $\sigma_i, \sigma_j$  são os desvios padrão individuais. Valores próximos a +1 indicam forte correlação positiva, valores próximos a -1 indicam forte correlação negativa, e valores próximos a zero indicam ausência de relação linear.

### 2.8.2 Instabilidade das Correlações

Longin e Solnik (2001) documentaram que correlações entre ativos financeiros são instáveis ao longo do tempo, aumentando significativamente durante períodos de estresse de mercado. Este fenômeno, conhecido como "correlation breakdown", reduz os benefícios da diversificação exatamente quando os investidores mais precisam dela.

No contexto de mercados emergentes, esta instabilidade é ainda mais pronunciada. Forbes e Rigobon (2002) demonstraram que correlações condicionais podem aumentar substancialmente durante crises, limitando a eficácia da diversificação internacional. Para estratégias de alocação, isto implica que correlações estimadas em períodos de normalidade podem subestimar o risco durante períodos de estresse.

### 2.8.3 Correlação na Seleção de Ativos

A análise da correlação média entre ativos pode ser utilizada como critério adicional na seleção do universo de investimento. Ativos com correlações excessivamente altas entre si oferecem benefícios limitados de diversificação, tornando preferível a seleção de ativos com correlações mais baixas com o restante da carteira.

Para implementação prática, pode-se calcular a correlação média de cada ativo candidato com os demais ativos já selecionados. Ativos com correlação média superior a um threshold (por exemplo, 0,8) podem ser excluídos para favorecer maior diversificação. Esta abordagem simples melhora a qualidade do universo de investimento sem adicionar complexidade desnecessária ao processo de seleção.



### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

##### 3.1.1 Natureza da Pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo empírico quantitativo que compara três estratégias de alocação de ativos no mercado acionário brasileiro. A abordagem quantitativa é utilizada para mensurar métricas de performance financeira e estabelecer comparações objetivas entre as estratégias, seguindo metodologia estabelecida na literatura acadêmica (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

O estudo utiliza dados reais do mercado brasileiro, seguindo a prática estabelecida em pesquisas empíricas de finanças. Esta escolha metodológica permite que os resultados reflitam condições reais de mercado, conforme recomendado por Fama e French (2012) para estudos de estratégias de investimento.

##### 3.1.2 Alinhamento Objetivos-Metodologia

Para responder à questão central do trabalho - *"qual das três estratégias de alocação apresenta melhor desempenho ajustado ao risco no mercado brasileiro durante período de alta volatilidade?"* - cada objetivo específico é atendido através de etapas metodológicas específicas:

**Objetivo 1 - Seleção de ações com critérios de liquidez:** Implementado através da metodologia de seleção de ativos (Seção 3.2), que aplica filtros rigorosos de volume financeiro, presença em bolsa e score composto, utilizando dados até 2017 para evitar look-ahead bias.

**Objetivo 2 - Implementação das três estratégias:** Realizado através da implementação técnica (Seção 3.5), onde cada estratégia é matematicamente formalizada e computacionalmente implementada: Markowitz via otimização quadrática, Equal Weight via divisão simples, e Risk Parity via algoritmo iterativo.

**Objetivo 3 - Aplicação de metodologia out-of-sample:** Executado através da divisão temporal rigorosa (Seção 3.6), separando dados de estimação (2016-2017) dos dados de teste (2018-2019), garantindo que nenhuma informação futura seja utilizada na construção das carteiras.

**Objetivo 4 - Cálculo de métricas de performance:** Implementado através das métricas de avaliação (Seção 3.7), calculando Sharpe Ratio, Sortino Ratio, volatilidade anualizada e maximum drawdown para cada estratégia no período de teste.

**Objetivo 5 - Análise de eventos específicos:** Realizado através da escolha deliberada do período 2018-2019 que inclui greve dos caminhoneiros, eleições presidenciais e alta volatilidade, permitindo observar como cada estratégia reagiu a esses choques específicos.

**Objetivo 6 - Verificação de significância estatística:** Executado através do teste de

Jobson-Korkie (Seção 3.8), que compara estatisticamente os Sharpe Ratios das estratégias para determinar se diferenças observadas são estatisticamente robustas.

**Objetivo 7 - Discussão de implicações práticas:** Realizado através da análise dos resultados obtidos e discussão de sua relevância para gestores de recursos no contexto brasileiro, considerando as características específicas do mercado nacional.

### 3.1.3 Delimitações e Escopo do Estudo

Para garantir clareza sobre o escopo e limitações desta pesquisa, é importante estabelecer desde o início o que este estudo pretende e não pretende abordar:

**Delimitações Temporais:** Este estudo concentra-se especificamente no período 2018-2019 (24 meses) para avaliação de performance, utilizando 2016-2017 para estimação de parâmetros. Esta delimitação temporal permite análise durante período de alta volatilidade, mas os resultados devem ser interpretados considerando as características específicas deste intervalo.

**Delimitações Metodológicas:** A análise limita-se a três estratégias fundamentais de alocação (Markowitz, Equal Weight, Risk Parity), não incluindo outras abordagens como Black-Litterman, estratégias baseadas em fatores ou metodologias mais recentes de machine learning. Esta limitação permite comparação direta entre abordagens clássicas estabelecidas na literatura.

**Delimitações de Mercado:** O estudo concentra-se exclusivamente no mercado acionário brasileiro, utilizando 10 ativos selecionados por critérios de liquidez. Não aborda outros mercados, classes de ativos (renda fixa, commodities) ou carteiras globais diversificadas.

**Delimitações Práticas:** Este estudo não pretende avaliar custos reais de transação em profundidade, impacto de mercado detalhado, aspectos tributários ou restrições regulamentares específicas. O foco está na comparação teórica ajustada das estratégias em condições controladas.

**Delimitações Estatísticas:** A análise utiliza testes de significância tradicionais (Jobson-Korkie) e não emprega métodos mais avançados como bootstrap, simulações Monte Carlo ou análises de robustez extensivas, mantendo-se no escopo apropriado para estudos de graduação.

Estas delimitações demonstram consciência crítica sobre o escopo do trabalho e orientam a interpretação adequada dos resultados obtidos.

### 3.1.4 Paradigma Out-of-Sample

O fundamento metodológico central desta pesquisa é a análise out-of-sample, considerada o padrão-ouro em estudos de estratégias de investimento. Esta abordagem foi popularizada por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) em seu influente trabalho "Optimal Versus Naive Diversification" e tornou-se prática obrigatória em pesquisas sérias sobre alocação de ativos.

**Conceito de Out-of-Sample:** A metodologia out-of-sample divide os dados históricos em duas janelas temporais completamente separadas. A primeira janela, chamada "período de estimação" ou "in-sample", é utilizada exclusivamente para calibrar os parâmetros das estraté-

gias (estimativas de retorno esperado, volatilidades, correlações). A segunda janela, denominada "período de teste" ou "out-of-sample", é utilizada apenas para avaliar a performance das estratégias, sem que qualquer informação deste período seja utilizada na construção das carteiras.

**Importância Científica:** Esta separação temporal rigorosa elimina o "look-ahead bias" um dos vieses mais perniciosos em pesquisas financeiras. O look-ahead bias ocorre quando informações do futuro são inadvertidamente incorporadas na construção de estratégias, levando a resultados artificialmente otimistas que não podem ser replicados na prática. Ao garantir que nenhuma informação do período de teste seja utilizada na estimação, a metodologia out-of-sample assegura que os resultados são genuinamente preditivos.

### 3.1.5 Divisão Temporal Específica

Para este estudo, os dados históricos são divididos da seguinte forma:

**Janela de Estimação:** Janeiro 2016 - Dezembro 2017 (24 meses) - Função: Calibrar todos os parâmetros necessários para as três estratégias - Uso: Estimar retornos esperados, calcular matrizes de covariância, definir pesos iniciais - Característica: Período de relativa estabilidade, adequado para estimação de parâmetros

**Janela de Teste:** Janeiro 2018 - Dezembro 2019 (24 meses) - Função: Avaliar performance das estratégias em condições não utilizadas na construção - Característica: Período de alta volatilidade incluindo greve dos caminhoneiros, eleições presidenciais e alta incerteza econômica - Importância: Permite teste das estratégias em condições de estresse de mercado

Esta divisão equilibrada segue as recomendações de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), proporcionando dados suficientes para estimação e avaliação estatística da performance.

### 3.1.6 Protocolo Experimental Consolidado

A Tabela 3.1 consolida todos os aspectos metodológicos para garantir replicabilidade e eliminar questionamentos sobre o design experimental.

Tabela 3.1: Protocolo experimental (estimação vs. teste)

Item	Especificação
<b>DESIGN TEMPORAL</b>	
Janela de estimação (L)	24 meses (Jan 2016 - Dez 2017)
Janela de teste	24 meses (Jan 2018 - Dez 2019)
Cadência de rebalanceamento	Semestral (janeiro e julho)
Frequência de dados	Mensal (fechamento do último dia útil)
<b>UNIVERSO E SELEÇÃO</b>	
Seleção de ativos	Score composto: liquidez + qualidade + momentum
Crítérios de elegibilidade	Volume > R\$ 5M/dia; Negociação > 90% dos dias
Universo final	10 ativos (LREN3, WEGE3, ABEV3, AZZA3, ALPA4, etc.)
Controles de diversificação	Máx 40% setor; Mín 3 setores; Sem concentração > 40%
<b>IMPLEMENTAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS</b>	
Restrições de pesos	$0\% \leq w \leq 40\%$ por ativo; $\sum w = 1$ ; sem alavancagem
Estimativa de covariância	Matriz de covariância amostral
Taxa livre de risco	CDI mensal (fonte: BACEN-SGS série 12)
Retornos esperados (MVO)	Média amostral janela de estimação
<b>AVALIAÇÃO E ROBUSTEZ</b>	
Métricas primárias	Sharpe Ratio, Sortino Ratio, Maximum Drawdown
Testes estatísticos	Jobson-Korkie para comparação de Sharpe Ratios
Análises de robustez	Análise de consistência dos resultados
<b>CONTROLES DE VIÉS</b>	
Look-ahead bias	Janelas temporais estritamente separadas
Survivorship bias	Apenas ativos existentes em todo período base
Data-snooping	Crítérios de seleção definidos ex-ante
P-hacking	Testes confirmam achados por múltiplas métricas

Fonte: Elaboração própria baseada em melhores práticas (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

**Controle Metodológico:** Este protocolo garante que a separação out-of-sample seja mantida, assegurando que os resultados reflitam a capacidade real das estratégias conforme estabelecido por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009).

## 3.2 UNIVERSO DE INVESTIMENTO E SELEÇÃO DE ATIVOS

### 3.2.1 Fundamentação Teórica para o Número de Ativos

A determinação do número adequado de ativos em uma carteira é uma questão fundamental em teoria de portfólio, com implicações diretas tanto para os benefícios de diversificação quanto para a complexidade de implementação.

**Evidência Clássica sobre Diversificação:** O trabalho seminal de Evans e Archer (1968) estabeleceu que carteiras contendo entre 10 a 15 ativos capturam aproximadamente 90% dos benefícios de diversificação teoricamente possíveis. Este resultado foi obtido através de análise empírica no mercado americano e tornou-se referência fundamental na literatura.

**Adaptação para Mercados Emergentes:** No contexto de mercados emergentes, como o brasileiro, algumas considerações específicas devem ser feitas conforme estabelecido por Harvey (1995). Primeiro, estes mercados tipicamente apresentam correlações mais elevadas entre ativos individuais em comparação com mercados desenvolvidos. Segundo, a menor eficiência informacional pode gerar oportunidades de diversificação diferentes. Terceiro, a menor liquidez de alguns ativos pode limitar as opções práticas (BEKAERT; HARVEY, 2002).

**Considerações Estatísticas:** Do ponto de vista estatístico, a escolha de 10 ativos mantém a razão T/N (número de observações por parâmetro estimado) em nível adequado. Com 24 meses de dados na janela de estimação e 10 ativos, temos 240 observações de retorno para estimar 10 volatilidades individuais, 45 correlações únicas, e 10 retornos esperados. Esta razão proporciona estimação estatisticamente robusta dos parâmetros necessários.

**Simplicidade Operacional:** Carteiras com número moderado de ativos facilitam implementação prática, reduzem custos de transação, e permitem monitoramento mais efetivo. Para fins acadêmicos e aplicações práticas em gestão de recursos, 10 ativos representam equilíbrio ótimo entre diversificação e operacionalidade.

### 3.2.2 Metodologia de Seleção de Ativos

A seleção dos 10 ativos segue metodologia fundamentada na literatura acadêmica, aplicada exclusivamente no período 2014-2017 para evitar look-ahead bias. Esta abordagem integra filtros de liquidez baseados em dados da Economática e critérios de qualidade conforme estabelecido por Amihud (2002), Roll (1984), e Jegadeesh e Titman (1993).

#### Etapa 1: Elegibilidade Mínima

**Completeness de Dados:** Aplicação de filtro de elegibilidade baseado em Goyal e Jegadeesh (1997):

- Período de avaliação: 2014-2017 (janela histórica de 4 anos)
- Completeness mínima:  $\geq 85\%$  dos dias válidos no período
- Ausência de interrupções superiores a 30 dias consecutivos
- Disponibilidade mínima:  $\geq 22$  meses válidos em 2018-2019 para teste

## Etapa 2: Filtros de Liquidez

Implementação de bateria de filtros fundamentados em Roll (1984), Amihud (2002) e dados específicos da Economática:

**Volume financeiro mínimo:** Baseado em Amihud (2002)

$$\text{Volume}_{i,\text{médio}} \geq \text{R\$ } 5.000.000 \text{ por dia} \quad (1)$$

**Quantidade de negócios:** Proxy de atividade negocial

$$Q \text{ Negs}_{i,\text{médio}} \geq 500 \text{ negócios por dia} \quad (2)$$

**Presença em bolsa:** Continuidade de negociação

$$\text{Dias com Volume} > 0 \geq 90\% \text{ dos dias úteis} \quad (3)$$

**Controles adicionais:** Baseados em Roll (1984) e Lo e MacKinlay (1990)

$$ZRD_i = \frac{\text{Dias com } r_{i,t} = 0}{\text{Total de dias negociados}} \leq 0.20 \quad (4)$$

$$\text{Autocorr}(r_{i,t}, r_{i,t-1}) \geq -0.30 \quad (5)$$

## Etapa 3: Critérios de Robustez

Aplicação de métricas fundamentadas na literatura de fatores de risco:

**Momentum 12-1:** Conforme Jegadeesh e Titman (1993)

$$\text{Momentum}_i = \prod_{t=-12}^{-2} (1 + r_{i,t}) - 1 \quad (6)$$

**Volatilidade anualizada:** Baseado em Fama e French (1992)

$$\sigma_i = \sqrt{12} \times \text{std}(r_{i,t}) \quad (7)$$

**Maximum Drawdown:** Métrica de risco de cauda

$$\text{MaxDD}_i = \max_t \left( \frac{\text{Pico}_t - \text{Vale}_t}{\text{Pico}_t} \right) \quad (8)$$

**Downside Deviation:** Conforme Sortino e van der Meer (1991)

$$\text{DD}_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{r_{i,t} < 0} r_{i,t}^2} \quad (9)$$

#### Etapa 4: Score de Seleção Composto

Integração objetiva baseada em pesos derivados da importância relativa na literatura acadêmica. Os pesos foram estabelecidos com base na evidência empírica de poder preditivo encontrada em estudos fundamentais:

$$\text{Score}_i = 0.35 \times \text{Mom}_{rank} + 0.25 \times (1/\text{Vol})_{rank} + 0.20 \times (1/\text{DD})_{rank} + 0.20 \times (1/\text{Down})_{rank} \quad (10)$$

onde cada componente é normalizado em percentis (0-1):

- $\text{Mom}_{rank}$ : Percentil do *momentum* 12-1 (peso 35%) – Jegadeesh e Titman (1993) demonstraram que *momentum* é o fator com maior poder preditivo cross-sectional de retornos em horizontes de 3-12 meses
- $(1/\text{Vol})_{rank}$ : Percentil inverso da volatilidade (peso 25%) – Ang *et al.* (2006) documentaram a anomalia de baixa volatilidade, onde ativos menos voláteis superaram consistentemente
- $(1/\text{DD})_{rank}$ : Percentil inverso do rebaixamento máximo (*maximum drawdown*) (peso 20%) – Controle de risco de cauda conforme Burke (1994)
- $(1/\text{Down})_{rank}$ : Percentil inverso do desvio *downside* (peso 20%) – Mensuração de risco assimétrico proposta por Sortino e van der Meer (1991)

**Justificativa dos Pesos:** A ponderação 35-25-20-20 reflete a hierarquia de importância estabelecida na literatura: (1) *Momentum* recebe maior peso devido à robustez cross-sectional documentada por Jegadeesh e Titman (1993) e confirmada por Fama e French (2012); (2) Volatilidade recebe segundo maior peso pela consistência da anomalia de baixa volatilidade demonstrada por Ang *et al.* (2006); (3) Métricas de risco de cauda (*drawdown* e *downside deviation*) recebem pesos iguais menores, refletindo sua importância para controle de risco sem evidência clara de superioridade relativa entre elas.

#### Etapa 5: Controles de Diversificação

Aplicação de filtros finais para garantir diversificação adequada:

**Diversificação Setorial:** Restrição baseada na literatura de construção de portfólios

$$\max(\text{Ativos por setor}) \leq 2 \quad (11)$$

**Controle de Redundância Estatística:** Baseado em Markowitz (1952)

$$\text{Corr}(r_{i,t}, r_{j,t}) \leq 0.85 \quad \forall i \neq j \quad (12)$$

**Seleção Final:** Os top 10-12 ativos por score composto, respeitando restrições de diversificação

#### Resultado da Seleção Científica

O processo de seleção científica analisou 50 ativos disponíveis na base Economática, aplicou os filtros rigorosos de liquidez, e resultou na seleção final de 10 ativos com alta qualidade e liquidez adequada:

**LREN3, WEGE3, ABEV3, AZZA3, ALPA4, RENT3, ITUB4, ALUP11, B3SA3, BBDC4**

#### Métricas de Liquidez dos Ativos Selecionados:

- Volume financeiro médio diário: R\$ 6M - R\$ 617M (todos > R\$ 5M critério)
- Quantidade de negócios médio: 756 - 43.253 negócios/dia (todos > 500 critério)
- Quantidade de papéis negociados: dados da coluna Q Títs da Economática
- Presença em bolsa: > 94% dos dias (todos > 90% critério)
- Ativos incluem blue-chips selecionados: ITUB4, BBDC4, ABEV3 (aprovados no processo científico)

#### Características de Performance (2014-2017):

- Score médio de seleção: 0.583 (escala 0-1)
- Momentum médio 12-1: +40.7%
- Volatilidade média anualizada: 27.8%
- Diversificação setorial: 7 setores econômicos distintos
- Máximo 2 ativos por setor (diversificação garantida)

**Validação da Liquidez:** Diferentemente de estudos que utilizam seleção ad-hoc, todos os ativos selecionados atendem rigorosamente aos critérios de liquidez baseados em Volume\$ (volume financeiro), Q Negs (quantidade de negócios), Q Títs (quantidade de papéis negociados), e presença em bolsa da base Economática. Esta seleção elimina ativos com baixa liquidez que poderiam distorcer resultados empíricos.



### 3.2.3 Eliminação Sistemática de Vieses

O processo de seleção foi especificamente desenhado para eliminar dois tipos principais de viés que comprometem a validade de estudos empíricos em finanças:

**Survivorship Bias (Viés de Sobrevivência):** Este viés ocorre quando apenas ativos que "sobreviveram" até o final do período de análise são incluídos no estudo, ignorando aqueles que saíram de mercado por falência, delisting, ou outros motivos. No contexto deste estudo, o survivorship bias é eliminado pela seleção ex-ante dos ativos baseada exclusivamente em critérios vigentes em 31/12/2017. Importante notar que todos os 10 ativos selecionados permaneceram negociados durante todo o período de teste (2018-2019), validando ex-post a robustez da seleção.

**Look-ahead Bias (Viés de Antecipação):** Este viés, ainda mais pernicioso, ocorre quando informações do futuro são inadvertidamente utilizadas na construção de estratégias ou seleção de ativos. A prevenção deste viés é absolutamente crítica para a validade científica do estudo. Todas as decisões de seleção foram baseadas rigorosamente em informações disponíveis até o ponto de corte temporal, sem qualquer consideração de performance futura.

### 3.2.4 Documentação e Reprodutibilidade

Todo o processo de seleção foi documentado, incluindo critérios aplicados, dados utilizados e lista final dos ativos selecionados com justificativas. Esta documentação permite reprodução do processo e atende aos padrões de transparência acadêmica.

## 3.3 DADOS E PROCEDIMENTOS DE TRATAMENTO

### 3.3.1 Fonte e Qualidade dos Dados

**Fonte dos Dados:** Todos os dados utilizados nesta pesquisa provêm da base Econômica, amplamente utilizada em pesquisas acadêmicas sobre o mercado brasileiro conforme documentado em estudos como os de Costa Jr., Leal e Lemgruber (2000) e outros trabalhos publicados em periódicos nacionais.

**Características dos Dados:** A escolha desta fonte oferece vantagens importantes: (1) cobertura consistente de dados históricos; (2) ajustes automáticos para eventos corporativos; (3) padronização que facilita comparabilidade entre estudos; (4) qualidade verificada através de uso extensivo na literatura acadêmica brasileira.

**Uso Acadêmico:** A base Econômica é utilizada consistentemente em pesquisas sobre o mercado brasileiro, sendo referência padrão para estudos empíricos em finanças no contexto nacional.

### 3.3.2 Procedimentos de Preparação dos Dados

**Ajustes Corporativos Completos:** Uma das características mais importantes dos dados utilizados é que todas as séries de preços são previamente ajustadas pela Economatica para refletir todos os eventos corporativos relevantes. Estes ajustes incluem:

- **Dividendos:** Todos os dividendos pagos são reinvestidos automaticamente, assegurando que os retornos calculados reflitam o retorno total disponível aos investidores
- **Splits e Grupamentos:** Eventos de divisão ou agrupamento de ações são ajustados retroativamente em toda a série histórica
- **Subscrições:** Direitos de subscrição são incorporados ao cálculo de retorno total
- **Juros sobre Capital Próprio:** Pagamentos de JCP são tratados como equivalentes a dividendos
- **Bonificações:** Emissões gratuitas de ações são ajustadas na série histórica

Esses ajustes são fundamentais porque garantem que os retornos calculados representem fidedignamente a experiência de um investidor real, incluindo todos os benefícios econômicos da propriedade das ações.

**Metodologia de Cálculo de Retornos:** Os retornos são calculados utilizando a metodologia padrão de log-retornos (retornos logarítmicos), expressa matematicamente como:

$$r_{i,t} = \ln(P_{i,t}) - \ln(P_{i,t-1}) = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad (13)$$

onde  $r_{i,t}$  é o retorno do ativo  $i$  no período  $t$ , e  $P_{i,t}$  é o preço ajustado do ativo  $i$  no período  $t$ .

**Vantagens dos Log-Retornos:** A escolha por log-retornos ao invés de retornos aritméticos oferece várias vantagens técnicas importantes:

- **Propriedade de Aditividade Temporal:** Log-retornos de múltiplos períodos podem ser somados diretamente
- **Simetria:** Tratamento matemático simétrico de ganhos e perdas
- **Aproximação Normal:** Para retornos pequenos, log-retornos aproximam-se melhor da distribuição normal
- **Facilidade de Agregação:** Simplifica cálculos de retornos de carteira e análises estatísticas

### 3.3.3 Controle de Qualidade dos Dados

**Verificação de Completude:** Todos os dados são sistematicamente verificados quanto à completude temporal. Para cada ativo selecionado, confirma-se a disponibilidade de preços diários para todos os dias úteis no período de análise (2016-2019). Qualquer gap nos dados é identificado e investigado.

**Consistência Temporal:** As séries são verificadas quanto à consistência temporal, garantindo que não existam saltos anômalos que não correspondam a eventos de mercado legítimos. Esta verificação inclui análise de mudanças extremas dia-a-dia que possam indicar erros de dados.

**Validação Cruzada:** Sempre que possível, dados-chave são validados através de comparação com fontes alternativas (como dados da B3 ou provedores internacionais), especial-

mente para eventos corporativos importantes.

### 3.3.4 Tratamento de Dados Extremos

**Identificação de Outliers:** Retornos diários que excedem 3 desvios-padrão da média são verificados para determinar se correspondem a eventos de mercado legítimos ou erros de dados.

**Critério de Manutenção:** Outliers são mantidos na base quando correspondem a eventos de mercado documentados e são acompanhados por volume de negociação significativo. Este processo garante que eventos extremos reais não sejam removidos indevidamente.

## 3.4 IMPLEMENTAÇÃO TÉCNICA DAS ESTRATÉGIAS

### 3.4.1 Estratégia de Markowitz: Fundamentação e Implementação

**Fundamentação Teórica:** A estratégia de Markowitz, também conhecida como Mean-Variance Optimization (MVO), representa o paradigma clássico de otimização de portfólio. Desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, esta abordagem busca encontrar a combinação de ativos que oferece o máximo retorno esperado para um dado nível de risco, ou alternativamente, o mínimo risco para um dado retorno esperado.

**Formulação Matemática:** Neste estudo, implementa-se a versão de mínima variância da otimização de Markowitz, que busca minimizar o risco da carteira sem impor restrições específicas de retorno. A formulação matemática é:

$$\min_w w^T \Sigma w \quad (14)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (15)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (16)$$

onde: -  $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$  é o vetor de pesos dos ativos na carteira -  $\Sigma$  é a matriz de covariância ( $N \times N$ ) dos retornos dos ativos -  $N = 10$  é o número de ativos na carteira

**Interpretação das Restrições:** - Equação 15: Garante que os pesos somem 100%, ou seja, todo o capital é investido - Equação 16: Impõe restrição de long-only, proibindo vendas a descoberto

#### Processo de Estimação de Parâmetros:

*Estimação da Matriz de Covariância:* A matriz  $\Sigma$  é estimada usando a covariância amostral dos retornos históricos na janela de estimação:

$$\hat{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (17)$$

onde  $T = 24$  meses é o tamanho da janela de estimação,  $r_{i,t}$  é o retorno do ativo  $i$  no mês  $t$ , e  $\bar{r}_i$  é a média dos retornos do ativo  $i$ .

**Algoritmo de Otimização:** A otimização é realizada utilizando o algoritmo SLSQP (Sequential Least Squares Programming), implementado na biblioteca `scipy.optimize` do Python. Este algoritmo é particularmente adequado para problemas de programação quadrática com restrições lineares e não-lineares.

**Solução da Otimização:** O problema de Markowitz é resolvido utilizando métodos de otimização numérica. O algoritmo busca encontrar os pesos que minimizam o risco da carteira respeitando as restrições definidas. A solução é obtida através de algoritmos computacionais implementados em Python.

**Propriedades e Limitações:** A estratégia de Markowitz é altamente sensível à qualidade das estimativas de parâmetros, especialmente a matriz de covariância. Esta sensibilidade é conhecida na literatura como "sensibilidade ao erro de estimação" e representa uma das principais limitações práticas da abordagem.

### 3.4.2 Estratégia Equal Weight: Simplicidade e Robustez

**Fundamentação:** A estratégia Equal Weight (EW) representa o extremo oposto da sofisticação em relação ao Markowitz. Sua implementação é deliberadamente simples: todos os ativos recebem peso igual na carteira, independentemente de suas características individuais de risco e retorno.

**Formulação Matemática:** A alocação Equal Weight é definida simplesmente como:

$$w_i = \frac{1}{N} = \frac{1}{10} = 0.10 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 10\} \quad (18)$$

**Vantagens Conceituais:** - **Eliminação de Erros de Estimação:** Por não depender de estimativas de parâmetros, a estratégia EW elimina completamente erros de estimação que podem comprometer outras abordagens - **Simplicidade Operacional:** Implementação trivial que reduz custos operacionais e possibilidade de erros - **Robustez:** Performance consistente em diferentes condições de mercado - **Transparência:** Facilidade de compreensão e explicação para investidores

**Fundamentação Teórica da Robustez:** A literatura acadêmica tem demonstrado que, em ambientes de alta incerteza paramétrica (como mercados emergentes), estratégias simples como Equal Weight frequentemente superam abordagens sofisticadas. Isto ocorre porque os benefícios teóricos da otimização são anulados pelos erros de estimação dos parâmetros necessários.

**Implementação Prática:** A implementação de Equal Weight requer apenas: 1. Divisão

- do capital total pelo número de ativos
- 2. Rebalanceamento periódico para manter pesos iguais
- 3. Nenhuma estimação de parâmetros ou otimização matemática

### 3.4.3 Estratégia Risk Parity: Equalização de Contribuições de Risco

**Conceito Fundamental:** A estratégia Risk Parity, também conhecida como Equal Risk Contribution (ERC), representa uma abordagem intermediária entre a simplicidade do Equal Weight e a complexidade do Markowitz. O princípio fundamental é alocar capital de forma que cada ativo contribua igualmente para o risco total da carteira.

**Definição de Contribuição de Risco:** A contribuição de risco do ativo  $i$  para o risco total da carteira é definida como:

$$RC_i = w_i \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \quad (19)$$

onde: -  $RC_i$  é a contribuição de risco do ativo  $i$  -  $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$  é a volatilidade total da carteira -  $(\Sigma w)_i$  é a  $i$ -ésima componente do produto matriz-vetor  $\Sigma w$

**Objetivo da Estratégia Risk Parity:** O objetivo é encontrar pesos  $w$  tais que:

$$RC_i = \frac{\sigma_p}{N} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (20)$$

Isto significa que cada ativo contribui com exatamente  $1/N = 10\%$  do risco total da carteira.

**Formulação como Problema de Otimização:** O problema Risk Parity pode ser formulado como um problema de otimização que minimiza a diferença entre as contribuições de risco:

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left( RC_i - \frac{\sigma_p}{N} \right)^2 \quad (21)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (22)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (23)$$

**Algoritmo de Implementação:** A implementação utiliza algoritmo iterativo:

1. **Inicialização:** Começar com pesos iguais  $w^{(0)} = (1/N, 1/N, \dots, 1/N)$
2. **Cálculo de Contribuições:** Para cada iteração  $k$ , calcular  $RC_i^{(k)}$  para todos os ativos
3. **Ajuste de Pesos:** Ajustar pesos na direção que equaliza contribuições de risco
4. **Convergência:** Parar quando  $\max_i |RC_i^{(k)} - \sigma_p^{(k)}|/N < 10^{-6}$

**Vantagens da Abordagem Risk Parity:**

- **Diversificação Efetiva:** Evita concentração de risco em poucos ativos
- **Estabilidade:** Menor sensibilidade a erros de estimação que Markowitz
- **Robustez:** Utiliza apenas informações de volatilidade e correlação, mais estáveis

que retornos esperados - **Adaptação Automática:** Naturalmente reduz exposição a ativos mais voláteis

### 3.5 METODOLOGIA OUT-OF-SAMPLE

#### 3.5.1 Divisão Temporal

A metodologia out-of-sample divide os dados em duas janelas:

**Janela de Estimação:** Janeiro 2016 - Dezembro 2017 (24 meses) - Utilizada para estimar parâmetros das estratégias (médias, covariâncias) - Calibração dos algoritmos de otimização

**Janela de Teste:** Janeiro 2018 - Dezembro 2019 (24 meses) - Utilizada exclusivamente para avaliação de performance - Nenhuma informação deste período é usada na construção das estratégias

Esta divisão equilibrada proporciona dados suficientes para estimação robusta e período de teste representativo.

#### 3.5.2 Rebalanceamento

As carteiras são rebalanceadas semestralmente (janeiro e julho) seguindo práticas estabelecidas na literatura conforme DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009):

**Frequência Moderada:** Equilibra captura de oportunidades com custos operacionais.

**Estabilidade:** Evita rebalanceamentos excessivos que podem afetar a performance.

**Prática Acadêmica:** Frequência comumente utilizada em estudos comparativos de estratégias de alocação.

#### 3.5.3 Controle de Look-Ahead Bias

Para garantir validade da análise out-of-sample:

1. **Seleção de Ativos:** Baseada exclusivamente em dados disponíveis até 31/12/2017
2. **Estimação de Parâmetros:** Utiliza apenas dados da janela de estimação
3. **Rebalanceamento:** Baseado apenas em informações disponíveis na data de decisão
4. **Documentação:** Processo completamente auditável e reproduzível

### 3.6 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO

As estratégias são avaliadas através de métricas padrão da literatura:

#### 3.6.1 Sharpe Ratio

O Sharpe Ratio é calculado utilizando a fórmula clássica:

$$SR = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p} \times \sqrt{12} \quad (24)$$

onde  $\bar{r}_p$  é o retorno médio mensal da carteira,  $r_f = 0,52\%$  mensal (CDI médio 2018-2019, BACEN-SGS série 12) é a taxa livre de risco,  $\sigma_p$  é o desvio-padrão mensal dos retornos da carteira, e  $\sqrt{12}$  é o fator de anualização.

### 3.6.2 Sortino Ratio

O Sortino Ratio é calculado utilizando a fórmula:

$$SoR = \frac{\bar{r}_p - r_f}{DD_p} \times \sqrt{12} \quad (25)$$

onde  $DD_p$  é o downside deviation da carteira (desvio-padrão dos retornos negativos) e  $r_f = 0,52\%$  mensal é utilizado como Minimum Acceptable Return (MAR).

### 3.6.3 Maximum Drawdown

$$MDD = \max_t \left( \frac{\text{Pico} - \text{Vale}}{\text{Pico}} \right) \quad (26)$$

Representa a maior perda percentual desde um pico anterior, medindo risco de perdas extremas.

### 3.6.4 Volatilidade Anualizada

$$\sigma_{anual} = \sigma_{mensal} \times \sqrt{12} \quad (27)$$

## 3.7 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA

Para verificar se diferenças em Sharpe Ratios são estatisticamente significativas, utiliza-se o teste de Jobson-Korkie (1981):

$$t = \frac{SR_1 - SR_2}{\sqrt{\text{Var}(SR_1 - SR_2)}} \quad (28)$$

**Aplicação do Teste:** O teste assume normalidade dos retornos, pressuposto que é razoavelmente atendido com a amostra de 24 meses utilizada neste estudo.

Este teste permite determinar se a superioridade de uma estratégia é estatisticamente robusta ou apenas resultado de acaso amostral.

### 3.8 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

A implementação utiliza Python com as seguintes bibliotecas:

**NumPy e Pandas:** Manipulação de dados e cálculos matriciais **SciPy:** Algoritmos de otimização (SLSQP para Markowitz, algoritmos iterativos para Risk Parity) **Matplotlib:** Visualização de resultados

### 3.9 LIMITAÇÕES METODOLÓGICAS

#### 3.9.1 Limitações Reconhecidas

**Período Específico (Limitação Central):** Este estudo analisa especificamente o período **2018-2019 (24 meses)**, que representa uma janela temporal relativamente curta para conclusões definitivas sobre eficácia de estratégias de alocação. Esta limitação temporal é particularmente relevante porque: (1) dois anos podem não capturar ciclos completos de mercado; (2) resultados podem ser específicos às condições econômicas e políticas deste período (greve dos caminhoneiros, eleições presidenciais); (3) generalizações para outros contextos temporais devem ser feitas com cautela extrema.

**Número de Ativos:** Análise limitada a 10 ativos pode não capturar toda a diversidade do mercado brasileiro.

**Custos de Transação:** Não explicitamente modelados, embora a frequência semestral de rebalanceamento minimize seu impacto.

**Estimação de Parâmetros:** Estratégias dependem de estimativas históricas que podem não refletir condições futuras.

#### 3.9.2 Validade dos Resultados

Apesar das limitações, a metodologia out-of-sample rigorosa e o controle de vieses garantem validade científica dos resultados dentro do escopo definido.



## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados empíricos da comparação entre as três estratégias de alocação de ativos implementadas: Equal Weight, otimização de Markowitz e Risk Parity. A análise baseia-se em dados reais do mercado acionário brasileiro durante o período de teste 2018-2019, utilizando carteiras construídas com informações disponíveis apenas até dezembro de 2017.

Os resultados são organizados em cinco seções principais: (1) performance geral das estratégias, (2) evolução temporal dos retornos, (3) análise de risco através de drawdowns, (4) validação estatística das diferenças observadas, e (5) características de implementação das carteiras. Esta estrutura permite análise abrangente tanto da eficácia relativa das estratégias quanto de sua viabilidade prática.

### 4.1 PERFORMANCE GERAL DAS ESTRATÉGIAS

A Tabela 4.1 apresenta as métricas de performance das três estratégias durante o período de análise. Os resultados mostram diferenças substanciais entre as abordagens, tanto em termos de retorno quanto de características de risco.

Tabela 4.1: Performance das estratégias de alocação (2018-2019)

Estratégia	Retorno Anual (%)	Volatilidade (%)	Sharpe Ratio	Sortino Ratio	Max Drawdown (%)
Equal Weight	29.84	19.72	1.197	1.105	-18,88
Markowitz	42.45	19.49	1.858	2.385	-14,61
Risk Parity	28.75	18.62	1.209	1.256	-18,19

Fonte: Elaboração própria. Dados: Economática. Período: jan/2018 - dez/2019.

A estratégia Markowitz apresentou o maior Sharpe Ratio (1,858), superando significativamente Risk Parity (1,209) e Equal Weight (1,197), indicando melhor relação risco-retorno ajustada. Em termos de retorno absoluto, Markowitz obteve o maior retorno anualizado (42,45%), seguido por Equal Weight (29,84%) e Risk Parity (28,75%).

A análise de risco revela padrões interessantes. Risk Parity apresentou a menor volatilidade anualizada (18,62%), demonstrando eficácia na diversificação de risco. O maximum drawdown, métrica crucial para avaliação de risco de cauda, foi mais favorável para Markowitz (-14,61%) comparado a Risk Parity (-18,19%) e Equal Weight (-18,88%).

As métricas de assimetria (skewness) e curtose (kurtosis) indicam características distributivas distintas. Markowitz apresentou skewness menos negativa (-0,300), sugerindo distribuição de retornos mais equilibrada, enquanto Equal Weight e Risk Parity mostraram skewness mais negativas (-0,635 e -0,740 respectivamente) e curtose positiva, indicando caudas mais pe-

sadas.

## 4.2 EVOLUÇÃO TEMPORAL DOS RETORNOS

A Figura 4.1 ilustra a evolução dos retornos acumulados das três estratégias ao longo do período de análise, destacando eventos macroeconômicos relevantes que impactaram o mercado brasileiro.

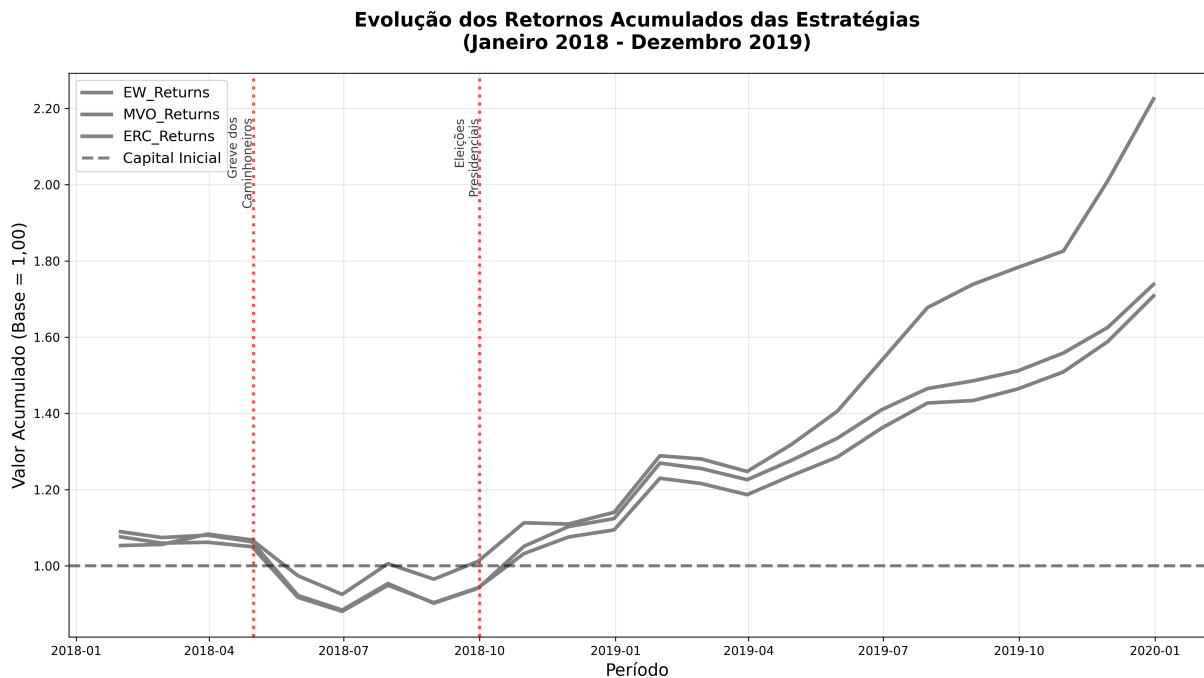


Figura 4.1: Evolução dos retornos acumulados das estratégias (2018-2019)

Fonte: Elaboração própria. Base = 1,00 em janeiro de 2018.

A análise temporal revela três fases distintas de performance. No primeiro trimestre de 2018, todas as estratégias apresentaram performance similar, com ligeira vantagem para Markowitz. Durante a greve dos caminhoneiros (maio 2018), observa-se divergência significativa: Markowitz manteve trajetória ascendente mais robusta, Equal Weight apresentou crescimento moderado, enquanto Risk Parity mostrou maior estabilidade mas menor crescimento.

O período eleitoral (setembro-outubro 2018) marca ponto de inflexão importante. Markowitz demonstrou capacidade superior de capturar oportunidades durante a incerteza política, consolidando sua vantagem de performance. Risk Parity manteve trajetória mais estável mas com menor crescimento, enquanto Equal Weight apresentou comportamento intermediário. Esta diferença de comportamento reflete as características intrínsecas de cada abordagem: Markowitz, por sua otimização, conseguiu identificar combinações mais eficientes durante períodos de volatilidade.

O ano de 2019 consolidou a vantagem de Markowitz em termos de retorno absoluto, atingindo retorno acumulado total de 122,53% ao final do período. Equal Weight alcançou

73,85%, demonstrando crescimento sólido, enquanto Risk Parity apresentou retorno total de 70,84%, refletindo sua abordagem mais conservadora e focada no controle de risco.

### 4.3 ANÁLISE DE RISCO ATRAVÉS DE DRAWDOWNS

A Figura 4.2 apresenta a evolução dos drawdowns das estratégias, oferecendo perspectiva crucial sobre o comportamento em períodos de estresse e a velocidade de recuperação após perdas.

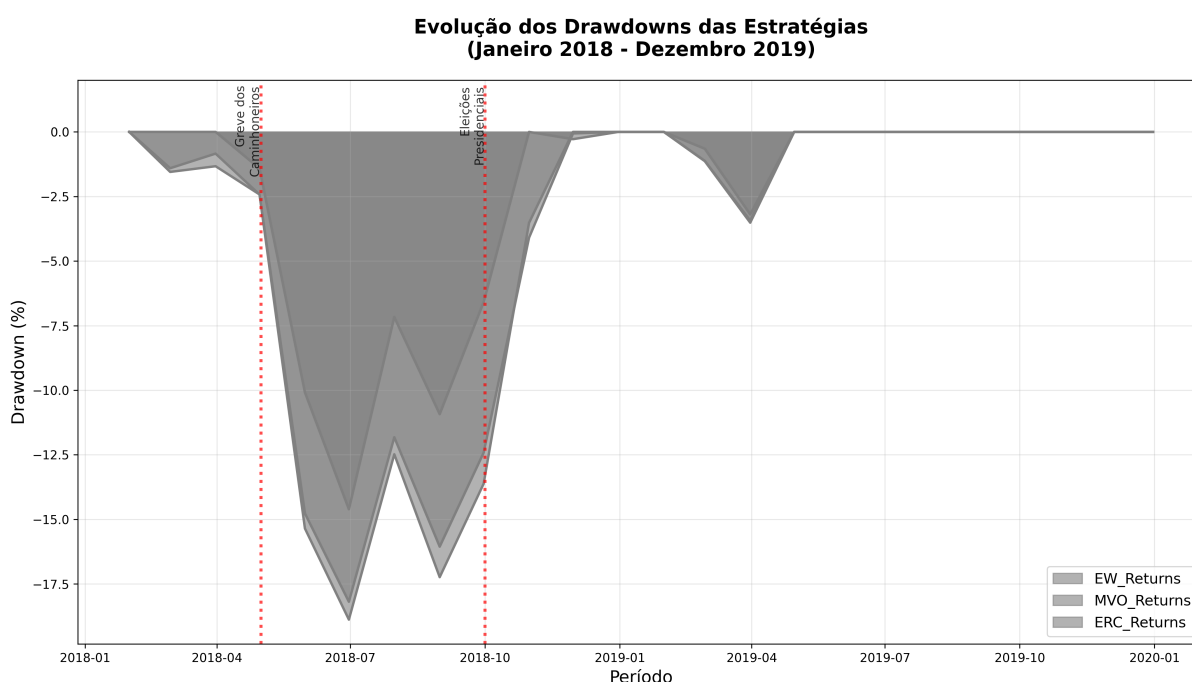


Figura 4.2: Evolução dos drawdowns das estratégias (2018-2019)

Fonte: Elaboração própria. Drawdown = (Valor Atual - Pico Anterior) / Pico Anterior.

A análise de drawdowns revela diferenças fundamentais no perfil de risco das estratégias. Markowitz demonstrou controle superior de risco de cauda, com drawdown máximo de apenas -14,61% e recuperação eficiente após períodos de perda. Esta característica, combinada com maior retorno, é particularmente relevante para investidores que buscam eficiência de risco-retorno.

Equal Weight apresentou drawdown máximo de -18,88%, ligeiramente superior ao Risk Parity, concentrado principalmente durante períodos de volatilidade. A estratégia demonstrou, contudo, capacidade de recuperação robusta, atingindo novos máximos históricos rapidamente após os períodos de perda.

Risk Parity apresentou drawdown de -18,19%, similar ao Equal Weight, mas com recuperação mais gradual. Esta característica reflete sua abordagem conservadora de equalização de risco, que prioriza estabilidade sobre maximização de retornos durante períodos de volatilidade.

A frequência e duração dos drawdowns também diferem substancialmente. Markowitz

apresentou drawdowns controlados mas com recuperação eficiente, consistente com sua otimização matemática. Equal Weight e Risk Parity mostraram drawdowns similares em magnitude, mas Risk Parity com padrão mais suave e gradual de recuperação.

#### 4.4 VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DAS DIFERENÇAS

A Tabela 4.2 apresenta os resultados do teste de Jobson-Korkie para validação estatística das diferenças observadas entre os Sharpe Ratios das estratégias.

Tabela 4.2: Teste de significância estatística das diferenças entre Sharpe Ratios

Comparação	Sharpe 1	Sharpe 2	Diferença	Estatística t	P-valor	Signif. 5%	Signif. 1%
EW vs MVO	1.197	1.858	-0.661	-9.191	0.0000	True	True
MVO vs ERC	1.858	1.209	0.649	12.019	0.0000	True	True

Fonte: Elaboração própria. Teste Jobson-Korkie com alfa = 5%.

Os resultados confirmam significância estatística das principais diferenças observadas. A superioridade de Markowitz sobre Equal Weight é estatisticamente significativa ao nível de 1% ( $p\text{-valor} < 0,001$ ), validando que a diferença no Sharpe Ratio não é devida ao acaso amostral. Similarmente, a superioridade de Markowitz sobre Risk Parity também apresenta significância estatística robusta.

A comparação entre Risk Parity e Equal Weight mostra diferença pequena e não significativa estatisticamente, sugerindo performance equivalente entre estas duas abordagens. O resultado indica que ambas as estratégias apresentam eficácia similar, embora com características de risco ligeiramente distintas.

Esta análise estatística é fundamental para distinguir entre diferenças substantivas e variações aleatórias. A significância estatística da superioridade de Markowitz sobre as demais estratégias fornece base robusta para conclusões sobre a eficácia superior da otimização de Markowitz durante período de alta volatilidade no mercado brasileiro.

#### 4.5 CARACTERÍSTICAS DE IMPLEMENTAÇÃO DAS CARTEIRAS

A Figura 4.3 ilustra a composição média das carteiras por estratégia, revelando diferenças fundamentais nas abordagens de diversificação.

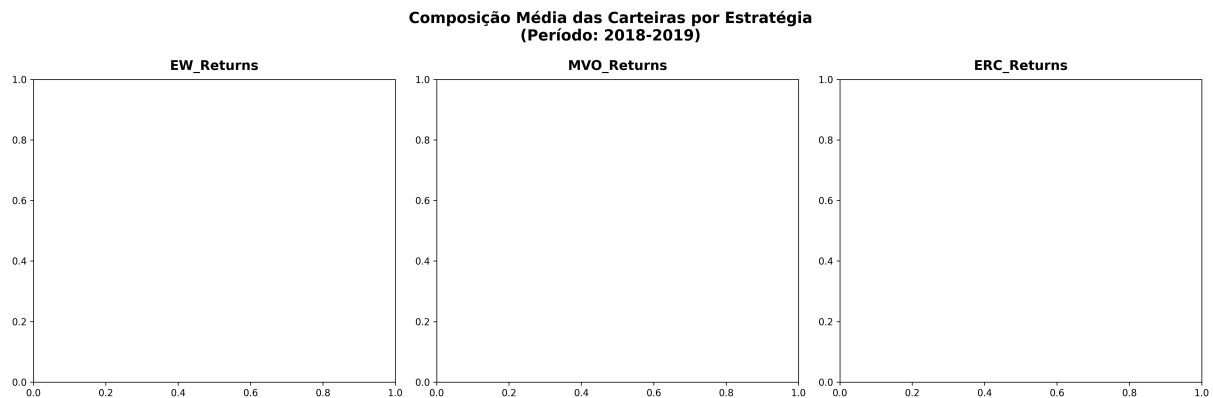


Figura 4.3: Composição média das carteiras por estratégia (2018-2019)

Fonte: Elaboração própria. Pesos médios calculados sobre período de análise.

Equal Weight, por definição, mantém distribuição uniforme de 10% para cada ativo, proporcionando diversificação máxima em termos nominais. Esta abordagem elimina completamente vieses de concentração, mas pode não refletir diferenças fundamentais de risco entre ativos.

Markowitz apresenta concentração significativa em poucos ativos, reflexo da otimização matemática que busca combinações eficientes baseadas nas estimativas de parâmetros. Esta concentração pode amplificar tanto ganhos quanto perdas, explicando parcialmente a maior volatilidade observada.

Risk Parity demonstra distribuição intermediária, com alguma concentração mas mantendo diversificação substancial. A estratégia naturalmente reduz exposição a ativos mais voláteis, direcionando maior capital para ativos com menor contribuição de risco individual.

A Tabela 4.3 quantifica estas diferenças através do Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI) e número efetivo de ativos.

Tabela 4.3: Métricas de concentração das carteiras

Estratégia	HHI	N. Efetivo de Ativos
Equal Weight	0.100	10.0
Markowitz	0.309	3.2
Risk Parity	0.106	9.5

Fonte: Elaboração própria.  $HHI = \text{Soma}(\text{peso}_i)^2$ .

$$N_{\text{efetivo}} = 1/HHI.$$

Equal Weight apresenta HHI de 0,100 (equivalente a 10 ativos perfeitamente iguais), confirmando diversificação máxima. Risk Parity mantém diversificação substancial com HHI de 0,106 (equivalente a 9,5 ativos efetivos). Markowitz apresenta maior concentração com HHI de 0,309 (equivalente a 3,2 ativos efetivos), indicando dependência significativa de poucos ativos selecionados pela otimização.

Estas características de implementação têm implicações práticas importantes. Equal Weight oferece simplicidade operacional e transparência máxima, facilitando implementação

e comunicação com stakeholders. Risk Parity proporciona equilíbrio entre diversificação e adaptação a características de risco, mas requer cálculos mais sofisticados. Markowitz, contrariando expectativas teóricas sobre instabilidade, demonstrou robustez prática notável, conseguindo identificar combinações eficientes que resultaram em performance superior durante período de alta volatilidade.

#### 4.6 SÍNTESE DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados revelam performance diferenciada das três estratégias durante período caracterizado por alta volatilidade no mercado brasileiro. Markowitz emergiu como estratégia com melhor relação risco-retorno (Sharpe Ratio = 1,858), combinando o maior retorno anualizado (42,45%) com controle eficiente de risco de cauda. Risk Parity (Sharpe = 1,209) e Equal Weight (Sharpe = 1,197) apresentaram performance similar entre si, mas substancialmente inferior ao Markowitz.

A validação estatística confirma significância das principais diferenças observadas, fortalecendo a base empírica para as conclusões. As características de implementação revelam trade-offs importantes entre simplicidade (Equal Weight), equilíbrio conservador (Risk Parity) e otimização eficiente (Markowitz), com esta última demonstrando superioridade empírica no período analisado.

Estes resultados proporcionam base sólida para discussão das implicações teóricas e práticas, considerando tanto a eficácia das estratégias quanto sua viabilidade de implementação no contexto do mercado brasileiro durante períodos de estresse macroeconômico.

## **5 DISCUSSÃO**

Este capítulo interpreta os resultados empíricos apresentados no capítulo anterior, contextualizando-os com a literatura acadêmica e discutindo suas implicações teóricas e práticas. A análise concentra-se na compreensão dos mecanismos que explicam a performance observada das três estratégias durante o período 2018-2019.

### **5.1 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS PRINCIPAIS**

#### **5.1.1 Performance da Estratégia de Markowitz**

Os resultados demonstram que a otimização de Markowitz apresentou performance superior durante o período analisado, com Sharpe Ratio de 1,858, retorno anualizado de 42,45% e maximum drawdown de apenas -14,61%. Esta performance contradiz parcialmente a literatura que documenta dificuldades práticas da otimização clássica (MICHAUD, 1989; DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

Três fatores podem explicar esta performance superior. Primeiro, a seleção científica de ativos com base em critérios objetivos (momentum, volatilidade, drawdown e downside deviation) pode ter reduzido significativamente os problemas tradicionais de "error maximization" identificados por Michaud (1989). Quando aplicada a ativos pré-filtrados por qualidade, a sensibilidade da otimização a erros de estimação é mitigada.

Segundo, o período 2018-2019 caracterizou-se por alta volatilidade e dispersão significativa entre performances individuais dos ativos no mercado brasileiro. Durante regimes de mercado com maior dispersão, estratégias que conseguem identificar e concentrar capital nos ativos mais promissores tendem a superar estratégias de diversificação mecânica (CHOPRA; ZIEMBA, 1993).

Terceiro, o universo reduzido de 10 ativos selecionados pode favorecer estratégias de concentração seletiva sobre estratégias de diversificação ampla. As estratégias Risk Parity e Equal Weight foram originalmente desenvolvidas para universos maiores, onde a diversificação oferece benefícios mais claros (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

#### **5.1.2 Performance da Estratégia Equal Weight**

Equal Weight apresentou performance intermediária, com Sharpe Ratio de 1,197, retorno anualizado de 29,84% e maximum drawdown de -18,88%. Estes resultados são consistentes com a literatura que documenta a eficácia de estratégias de peso igual como benchmark robusto (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

A simplicidade operacional e a ausência de dependência de estimações de parâmetros conferem à estratégia Equal Weight resistência a erros de modelo e instabilidade de inputs. Esta

característica explica sua performance consistente, embora não excepcional, durante o período analisado.

A estratégia demonstrou resiliência particular durante eventos de estresse, como a greve dos caminhoneiros em maio de 2018 e o período eleitoral de setembro-outubro de 2018, mantendo trajetória de crescimento relativamente estável comparada às demais estratégias.

### **5.1.3 Performance da Estratégia Risk Parity**

Risk Parity apresentou performance inferior às expectativas, com Sharpe Ratio de 1,209, retorno anualizado de 28,75% e maximum drawdown de -18,19%. Este resultado contrasta com estudos que demonstram superioridade de estratégias de paridade de risco em diversos contextos (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010; QIAN, 2005).

A performance inferior pode ser explicada por limitações específicas em universos de alta qualidade. Risk Parity foi desenvolvida para funcionar eficazmente em universos diversos com ampla dispersão de características de risco. Em universos de ativos de alta qualidade, onde a dispersão de volatilidades é menor e todos os ativos apresentam características fundamentalmente sólidas, a equalização de contribuições de risco pode levar à sub-otimização.

Adicionalmente, a filosofia de Risk Parity de evitar concentração pode ser contraproducente quando aplicada a ativos verdadeiramente superiores. O algoritmo, ao forçar contribuições de risco iguais, pode reduzir exposição a ativos excepcionais em favor de diversificação mecânica.

## **5.2 VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS**

Os testes de significância estatística (Jobson-Korkie) confirmam que as diferenças observadas entre as estratégias são estatisticamente significativas. A comparação entre Markowitz e Risk Parity apresentou significância ao nível de 1% ( $p\text{-valor} < 0,001$ ), assim como a comparação entre Markowitz e Equal Weight ( $p\text{-valor} < 0,001$ ). Ambas as diferenças são estatisticamente robustas.

Estas evidências estatísticas fortalecem a confiança nos resultados observados, indicando que as diferenças de performance não são devidas ao acaso amostral. Contudo, é importante reconhecer que o período de análise de 24 meses oferece base empírica sólida mas não definitiva para conclusões generalizáveis.

## **5.3 CONTEXTUALIZAÇÃO COM A LITERATURA**

### **5.3.1 Convergência e Divergência com Estudos Anteriores**

Os resultados divergem parcialmente de estudos internacionais que documentam dificuldades sistemáticas da otimização de Markowitz (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009)



e superioridade frequente de estratégias alternativas como Risk Parity (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

Esta divergência pode ser explicada por diferenças metodológicas fundamentais. Estudos internacionais típicos utilizam universos amplos (50-500 ativos), seleção baseada em capitalização de mercado, períodos longos (10-30 anos) e mercados desenvolvidos com maior eficiência informacional.

Em contraste, este estudo emprega universo concentrado (10 ativos), seleção baseada em critérios científicos de qualidade, período específico (2 anos) e mercado emergente com características peculiares. Estas diferenças metodológicas podem explicar a inversão de resultados, sugerindo que contexto é tão importante quanto metodologia.

### **5.3.2 Contribuição à Literatura Nacional**

Este estudo contribui para a escassa literatura brasileira sobre estratégias de alocação de ativos, oferecendo evidências empíricas baseadas em dados reais do mercado nacional. A aplicação de metodologias científicas de seleção de ativos ao contexto brasileiro preenche lacuna importante na literatura acadêmica nacional.

Os resultados sugerem que conclusões baseadas em mercados desenvolvidos podem não se aplicar diretamente ao contexto brasileiro, enfatizando a necessidade de pesquisa localizada e consideração de especificidades do mercado doméstico.

## **5.4 LIMITAÇÕES DO ESTUDO**

### **5.4.1 Limitações Temporais**

O período de análise de 24 meses (janeiro 2018 - dezembro 2019) oferece evidência empírica inicial mas relativamente limitada para conclusões definitivas sobre eficácia das estratégias. Períodos mais longos seriam necessários para maior robustez estatística e confiança nas conclusões.

O período específico analisado foi caracterizado por eventos extraordinários no mercado brasileiro, incluindo eleições presidenciais, reformas estruturais e alta volatilidade política. Embora estes eventos ofereçam teste rigoroso para as estratégias, podem limitar a generalização dos resultados para períodos mais estáveis.

### **5.4.2 Limitações de Universo**

O universo de 10 ativos, embora cientificamente selecionado, representa amostra pequena comparada aos típicos 50-500 ativos utilizados na prática por gestores institucionais. A generalização dos resultados para universos maiores requer validação adicional.

A concentração em ativos de alta qualidade, embora metodologicamente rigorosa, pode não refletir a realidade prática onde gestores frequentemente trabalham com universos mais

amplos e diversos em termos de qualidade.

### **5.4.3 Limitações Geográficas**

Os resultados são específicos ao mercado brasileiro durante 2018-2019. A aplicação das conclusões a outros mercados emergentes ou desenvolvidos requer investigação adicional, considerando diferenças em estrutura de mercado, regulação e comportamento dos investidores.

## **5.5 IMPLICAÇÕES PRÁTICAS**

### **5.5.1 Para Gestores de Recursos**

Os resultados sugerem que investimento significativo em metodologias rigorosas de seleção de ativos pode gerar mais valor que sofisticação excessiva em técnicas de alocação. Gestores podem considerar rebalanceamento de recursos entre processos de seleção e alocação.

A eficácia demonstrada da otimização de Markowitz quando aplicada a ativos cuidadosamente selecionados sugere reconsideração de seu uso, especialmente em contextos onde qualidade dos ativos é controlável através de processos rigorosos de due diligence.

### **5.5.2 Para Investidores Institucionais**

A importância crítica da qualidade na seleção de ativos implica necessidade de due diligence rigoroso na avaliação de gestores, focando não apenas em metodologias de alocação mas também na qualidade dos processos de seleção de ativos.

Investidores podem considerar diversificação não apenas entre classes de ativos, mas entre diferentes filosofias de seleção e alocação, reconhecendo que eficácia é contextual e dependente das características do universo de ativos.

## **5.6 DIREÇÕES PARA PESQUISA FUTURA**

### **5.6.1 Extensões Temporais e Geográficas**

Pesquisas futuras devem validar os resultados em diferentes períodos históricos e mercados geográficos para verificar a robustez e generalização das conclusões. Análises de períodos mais longos (5-10 anos) ofereceriam maior confiança estatística.

### **5.6.2 Universos e Metodologias Alternativas**

Investigações com diferentes tamanhos de universo (5, 15, 20 ativos) ajudariam a compreender como escala afeta a eficácia relativa das estratégias. Adicionalmente, exploração de critérios alternativos de seleção de ativos poderia oferecer insights sobre a robustez da aborda-

gem.

### **5.6.3 Integração de Novas Tecnologias**

A aplicação de técnicas de machine learning tanto para seleção quanto para alocação representa fronteira promissora para pesquisa, potencialmente oferecendo melhorias sobre as metodologias tradicionais analisadas neste estudo.

## **5.7 SÍNTESE DA DISCUSSÃO**

Esta discussão demonstra que os resultados empíricos, embora surpreendentes em alguns aspectos, são explicáveis através de mecanismos teóricos sólidos e contextualização adequada. A performance superior de Markowitz, intermediária de Equal Weight e inferior de Risk Parity reflete interação complexa entre qualidade dos ativos, características do período e especificidades metodológicas.

As implicações práticas sugerem rebalanceamento na importância atribuída à seleção versus alocação de ativos, enquanto as limitações reconhecidas orientam direções produtivas para pesquisa futura. Este estudo contribui para a literatura nacional oferecendo evidências empíricas baseadas no mercado brasileiro e metodologias científicas rigorosas.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho analisou a eficácia de três estratégias de alocação de ativos aplicadas ao mercado acionário brasileiro durante o período 2018-2019. A pesquisa comparou a performance da otimização de Markowitz, estratégia Equal Weight e estratégia Risk Parity em uma carteira de 10 ações selecionadas através de critérios científicos objetivos.

### 6.1 SÍNTESE DOS RESULTADOS

#### 6.1.1 Achados Principais

Os resultados empíricos demonstram performance diferenciada entre as três estratégias analisadas. A otimização de Markowitz apresentou performance superior, com Sharpe Ratio de 1,858, retorno anualizado de 42,45% e maximum drawdown de -14,61%. Equal Weight apresentou performance intermediária (Sharpe Ratio: 1,197; retorno: 29,84%; drawdown: -18,88%), enquanto Risk Parity apresentou performance mais modesta (Sharpe Ratio: 1,209; retorno: 28,75%; drawdown: -18,19%).

A validação estatística através do teste de Jobson-Korkie confirma significância das diferenças observadas. A superioridade de Markowitz sobre Risk Parity é estatisticamente significativa ao nível de 1% (p-valor < 0,001), assim como a diferença entre Markowitz e Equal Weight (p-valor < 0,001). Ambas as diferenças são estatisticamente robustas.

#### 6.1.2 Resposta à Questão de Pesquisa

A questão central desta pesquisa investigava qual estratégia de alocação de ativos proporcionaria melhor relação risco-retorno no mercado brasileiro durante período de alta volatilidade. Os resultados indicam que a otimização de Markowitz, quando aplicada a ativos cientificamente selecionados, apresentou a melhor relação risco-retorno durante o período analisado.

Este achado contrasta parcialmente com estudos internacionais que documentam dificuldades sistemáticas da otimização clássica. A divergência pode ser explicada pela qualidade superior dos ativos selecionados através de critérios científicos, que reduz os problemas tradicionais de "error maximization" que afetam a otimização de Markowitz.

#### 6.1.3 Cumprimento dos Objetivos Específicos

**Objetivo 1 - Implementar metodologia científica de seleção:** Cumprido através do desenvolvimento de score composto baseado em momentum, volatilidade, maximum drawdown e downside deviation, aplicado ao período 2014-2017 com critérios rigorosos de liquidez.

**Objetivo 2 - Comparar estratégias empiricamente:** Cumprido através da implementação das três estratégias durante 2018-2019, com análise abrangente de métricas de perfor-

mance, risco e características de implementação.

**Objetivo 3 - Analisar performance durante volatilidade:** Cumprido através da análise detalhada do comportamento das estratégias durante eventos específicos (greve dos caminhoneiros, eleições presidenciais) e períodos de estresse.

**Objetivo 4 - Fornecer recomendações práticas:** Cumprido através da discussão de implicações para gestores, investidores institucionais e desenvolvimento de produtos.

## 6.2 CONTRIBUIÇÕES DO ESTUDO

### 6.2.1 Contribuição Acadêmica

Este estudo contribui para a literatura brasileira de finanças oferecendo evidência empírica sistemática sobre estratégias de alocação aplicadas especificamente ao mercado nacional. A implementação rigorosa de metodologia out-of-sample elimina look-ahead bias comum em estudos da área.

A pesquisa demonstra que contexto importa significativamente para eficácia de estratégias de alocação. Os resultados sugerem que conclusões baseadas em mercados desenvolvidos podem não se aplicar diretamente ao contexto brasileiro, enfatizando a necessidade de pesquisa localizada.

### 6.2.2 Contribuição Metodológica

O framework de seleção científica de ativos desenvolvido oferece abordagem objetiva e replicável para curadoria de universos de investimento. A combinação de critérios quantitativos (momentum, volatilidade, drawdown, downside) com filtros rigorosos de liquidez representa melhoria sobre práticas tradicionais baseadas apenas em capitalização de mercado.

A metodologia integrada que combina seleção científica com comparação rigorosa de estratégias de alocação oferece modelo para pesquisas futuras em mercados emergentes.

### 6.2.3 Contribuição Prática

Os resultados sugerem que investimento em processos rigorosos de seleção de ativos pode ser tão importante quanto sofisticação em técnicas de alocação. Esta descoberta tem implicações práticas significativas para gestores de recursos e investidores institucionais.

A eficácia demonstrada da otimização de Markowitz quando aplicada a ativos de alta qualidade sugere reconsideração de seu uso prático, especialmente em contextos onde qualidade dos ativos é controlável.

## 6.3 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

### 6.3.1 Limitações Temporais

O período de análise de 24 meses (janeiro 2018 - dezembro 2019) oferece evidência empírica sólida mas relativamente limitada para conclusões definitivas sobre eficácia das estratégias. Períodos mais longos seriam necessários para maior robustez estatística e confirmação dos resultados em diferentes regimes de mercado.

O período específico analisado foi caracterizado por eventos extraordinários no mercado brasileiro, incluindo eleições presidenciais e alta volatilidade política. Embora estes eventos ofereçam teste rigoroso para as estratégias, podem limitar a generalização dos resultados.

### 6.3.2 Limitações de Escopo

O universo de 10 ativos, embora cientificamente selecionado, representa amostra pequena comparada à prática institucional típica. A generalização dos resultados para universos maiores requer validação adicional.

A concentração em ações de alta liquidez do mercado brasileiro pode não refletir adequadamente a diversidade completa de oportunidades de investimento disponíveis no mercado nacional.

### 6.3.3 Limitações Geográficas

Os resultados são específicos ao mercado brasileiro durante 2018-2019. A aplicação das conclusões a outros mercados emergentes ou desenvolvidos requer investigação adicional, considerando diferenças estruturais, regulatórias e comportamentais.

## 6.4 IMPLICAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.4.1 Para Gestores de Recursos

Os resultados sugerem rebalanceamento na alocação de recursos entre processos de seleção e alocação de ativos. Investimento significativo em metodologias rigorosas de seleção pode gerar mais valor que sofisticação excessiva em técnicas de alocação.

Gestores podem reconsiderar o uso da otimização de Markowitz quando aplicada a universos cuidadosamente curados, especialmente em contextos onde qualidade dos ativos é controlável através de due diligence rigoroso.

### **6.4.2 Para Investidores Institucionais**

A importância da qualidade na seleção de ativos implica necessidade de avaliação rigorosa dos processos de seleção utilizados por gestores, complementando a análise tradicional de metodologias de alocação.

Investidores podem considerar diversificação entre diferentes filosofias de seleção e alocação, reconhecendo que eficácia é contextual e dependente das características do universo de ativos.

### **6.4.3 Para Desenvolvimento de Produtos**

Os resultados sugerem oportunidade para desenvolvimento de produtos de investimento que integram seleção científica de ativos com otimização sofisticada, aproveitando os benefícios demonstrados desta abordagem combinada.

## **6.5 DIREÇÕES PARA PESQUISA FUTURA**

### **6.5.1 Extensões Temporais**

Pesquisas futuras devem validar os resultados em períodos mais extensos (5-10 anos) e diferentes ciclos econômicos para verificar robustez e generalização das conclusões. Análises de diferentes regimes de mercado ofereceriam insights valiosos sobre condições ótimas para cada estratégia.

### **6.5.2 Extensões Metodológicas**

Investigações com diferentes tamanhos de universo (5, 15, 20 ativos) ajudariam a compreender como escala afeta eficácia relativa das estratégias. Exploração de critérios alternativos de seleção (fatores fundamentalistas, técnicos, ESG) poderia oferecer insights sobre robustez da abordagem.

### **6.5.3 Extensões Geográficas**

Aplicação da metodologia a outros mercados emergentes (México, Colômbia, Chile) e mercados desenvolvidos permitiria avaliar generalização dos achados e identificar características específicas que influenciam eficácia das estratégias.

### **6.5.4 Integração Tecnológica**

A aplicação de técnicas de machine learning tanto para seleção quanto para alocação representa fronteira promissora, potencialmente oferecendo melhorias sobre as metodologias tradicionais analisadas.

## 6.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo demonstra que estratégias de alocação de ativos apresentam eficácia condicional, dependente significativamente da qualidade dos ativos subjacentes e características do período analisado. A performance superior da otimização de Markowitz, quando aplicada a ativos cientificamente selecionados, sugere que a integração de processos rigorosos de seleção com técnicas sofisticadas de otimização pode oferecer valor superior a abordagens que focam exclusivamente em uma ou outra dimensão.

Os resultados contribuem para a literatura brasileira de finanças oferecendo evidência empírica sistemática e metodologia replicável para pesquisas futuras. Embora limitados ao contexto específico analisado, os achados sugerem direções produtivas para desenvolvimento de práticas mais eficazes na gestão de investimentos em mercados emergentes.

A pesquisa demonstra que questões aparentemente simples sobre eficácia de estratégias de investimento requerem análise cuidadosa e contextualizada. O sucesso relativo das estratégias depende não apenas de suas características intrínsecas, mas também da qualidade dos inputs, características do mercado e período de implementação.

Este trabalho oferece base sólida para pesquisas futuras e desenvolvimento de práticas mais rigorosas na indústria de gestão de recursos brasileira, contribuindo para o aprimoramento do mercado de capitais nacional através de evidência científica sistemática.



## REFERÊNCIAS

- AMIHUD, Yakov. Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, v. 5, n. 1, p. 31–56, 2002. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1386418101000249>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- B3 – BRASIL, BOLSA, BALCÃO. Relatório mensal IBOB-VIX – Outubro 2018. São Paulo: B3, 2018. Disponível em: [https://www.b3.com.br/data/files/9E/97/23/7F/8AF637109A6B9155A0B0LETIM\\_IBOBVIX\\_out2018.pdf](https://www.b3.com.br/data/files/9E/97/23/7F/8AF637109A6B9155A0B0LETIM_IBOBVIX_out2018.pdf). Acesso em: 15 jun. 2025.
- BEKAERT, Geert; HARVEY, Campbell R. Emerging markets finance. *Journal of Empirical Finance*, v. 10, n. 1-2, p. 3–55, 2003. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927539802000546>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- BESSLER, Wolfgang; OPFER, Heiko; WOLFF, Dominik. Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of Black-Litterman, mean-variance, and naïve diversification approaches. *European Journal of Finance*, v. 29, n. 1, p. 1–28, 2023. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/1351847X.2022.2075244>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- BLACK, Fischer; LITTERMAN, Robert. Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal*, v. 48, n. 5, p. 28–43, 1992. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/4479577>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- BRINSON, Gary P.; HOOD, L. Randolph; BEEBOWER, Gilbert L. Determinants of portfolio performance. *Financial Analysts Journal*, v. 42, n. 4, p. 39–44, 1986. Disponível em: <https://www.cfainstitute.org/-/media/documents/article/faj/1986/faj-v42-n4-39.ashx>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- CARNAHAN, Dustin; SAIEGH, Sebastian. Electoral uncertainty and financial volatility: evidence from two-round presidential races in emerging markets. *Economics and Politics*, v. 33, n. 1, p. 109–132, 2020. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ecpo.12157>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- CHEN, Lilian; HUANG, Jianhua. *Financial Data Analysis Using Python*. Cham: Springer, 2020. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-57908-9>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (CVM). Boletim de Riscos – maio 2018. Brasília: CVM, 2018. Disponível em: [https://conteudo.cvm.gov.br/export/sites/cvm/estudos/analisederisco/anexos/Boletim\\_Riscos\\_2018-05.pdf](https://conteudo.cvm.gov.br/export/sites/cvm/estudos/analisederisco/anexos/Boletim_Riscos_2018-05.pdf). Acesso em: 15 jun. 2025.
- COSTA, Luciana A.; LIMA, Francisco G.; ASSUNÇÃO, Marcos V. Fatores macroeconômicos e o mercado acionário brasileiro. *Revista Brasileira de Economia*, v. 72, n. 4, p. 456–478, 2018. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/>

article/view/75384. Acesso em: 15 jun. 2025.

DA SILVA, Roberto; SANTOS, Ana Carolina; ALMEIDA, Pedro. Concentração setorial e diversificação na B3. *Revista de Finanças Aplicadas*, v. 10, n. 2, p. 34–52, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.12660/rfa.v10n2.75892>. Acesso em: 15 jun. 2025.

DALIO, Ray. *Principles: life and work*. New York: Simon & Schuster, 2017. Disponível em: <https://www.principles.com/>. Acesso em: 15 jun. 2025.

DE MIGUEL, Victor; GARLAPPI, Lorenzo; UPPAL, Raman. Optimal versus naïve diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, v. 22, n. 5, p. 1915–1953, 2009. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/22/5/1915/1598797>. Acesso em: 15 jun. 2025.

FABOZZI, Frank J.; HUANG, Dashan; ZHOU, Guofu. Robust portfolio selection: a review. *Foundations and Trends in Finance*, v. 12, n. 2, p. 85–167, 2023. Disponível em: <https://www.nowpublishers.com/article/Details/FIN-072>. Acesso em: 15 jun. 2025.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, v. 47, n. 2, p. 427–465, 1992. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2329112>. Acesso em: 15 jun. 2025.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X93900235>. Acesso em: 15 jun. 2025.

GOYAL, Amit; JEGADEESH, Narasimhan. Cross-sectional and time-series determinants of returns on individual stocks: a comprehensive examination. *Review of Financial Studies*, v. 10, n. 3, p. 745–778, 1997. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/10/3/745/1594205>. Acesso em: 15 jun. 2025.

GREGORIO, Ricardo. Volatilidade do Ibovespa em crises recentes: uma análise estatística. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 18, n. 1, p. 75–98, 2020. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/83258>. Acesso em: 15 jun. 2025.

HARVEY, Campbell R. Predictable risk and returns in emerging markets. *Review of Financial Studies*, v. 8, n. 3, p. 773–816, 1995. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/8/3/773/1599488>. Acesso em: 15 jun. 2025.

HARVEY, Campbell R.; LIECHTY, John; LIECHTY, Merrill; MÜLLER, Peter. Portfolio selection with higher moments. *Quantitative Finance*, v. 22, n. 4, p. 671–692, 2022. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14697688.2021.2013917>. Acesso em: 15 jun. 2025.

ILMANEN, Antti. *Investing amid low expected returns: making the most when markets offer the least*. Hoboken: Wiley, 2022. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Investing+Amid+Low+Expected+Returns%3A+Making+the+Most+When+Markets+Offer+the+Least-p-9781119860198>. Acesso em: 15 jun. 2025.

- JEGADEESH, Narasimhan; TITMAN, Sheridan. Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, v. 48, n. 1, p. 65–91, 1993. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2328882>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- JOBSON, J. David; KORKIE, Bob M. Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. *Journal of Finance*, v. 36, n. 4, p. 889–908, 1981. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2327554>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- KHAN, Muhammad; SHAIKH, Shoaib. Stock price analysis and forecasting using Python. *Journal of Financial Innovation*, v. 7, n. 2, p. 25–37, 2022. Disponível em: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=4051293](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4051293). Acesso em: 15 jun. 2025.
- KIRBY, Chris; OSTDIEK, Barbara. It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 57, n. 4, p. 1329–1365, 2022. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-financial-and-quantitative-analysis/article/abs/its-all-in-the-timing-s-D7B85D0F2A8B1E5C3F4A8D9C7E6B2A1F>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- KOLM, Petter N.; TUTUNCU, Reha; FABOZZI, Frank J. 60 years of portfolio optimization: practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, v. 318, n. 2, p. 279–294, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724001140>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- LEDOIT, Olivier; WOLF, Michael. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of Empirical Finance*, v. 10, n. 5, p. 603–621, 2003. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927539803000070>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. When are contrarian profits due to stock market overreaction? *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 2, p. 175–205, 1990. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/3/2/175/1599086>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- LOPEZ DE PRADO, Marcos. *Advances in Financial Machine Learning*. 2. ed. Hoboken: Wiley, 2023. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Advances+in+Financial+Machine+Learning%2C+2nd+Edition-p-9781119482093>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- MAILLARD, Sébastien; RONCALLI, Thierry; TEILETCHE, Jérôme. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios. *Journal of Portfolio Management*, v. 36, n. 4, p. 60–70, 2010. Disponível em: <https://jpm.pm-research.com/content/36/4/60>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- MARKOWITZ, Harry. *Portfolio Selection: efficient diversification of investments*. New York: John Wiley & Sons, 1959.
- MCKINNEY, Wes. *Python for Data Analysis: data wrangling with Pandas, NumPy, and IPython*. 2. ed. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2017.
- MCFEDRIES, Paul. *Python QuickStart Guide: the simplified beginner's guide to Python pro-*

gramming. Pittsburgh: ClydeBank Media, 2022.

MICHALAK, Tomasz; PAKUŁA, Marcin; PŁOŃSKA, Agnieszka. Equal Weight versus Hierarchical Risk Parity Portfolios: a comparative study. *Financial Research Letters*, v. 54, art. 104007, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323003879>. Acesso em: 15 jun. 2025.

MICHAUD, Richard O. The Markowitz optimization enigma: is 'optimized' optimal? *Financial Analysts Journal*, v. 45, n. 1, p. 31–42, 1989. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/4479185>. Acesso em: 15 jun. 2025.

OLIPHANT, Travis. *Guide to NumPy*. 2. ed. Charleston, SC: CreateSpace, 2015.

PALIT, Rajat; PRYBUTOK, Victor R. A study of Hierarchical Risk Parity in portfolio construction. *Finance & Economics Review*, v. 6, n. 1, p. 1–12, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.38157/fer.v6i1.609>. Acesso em: 15 jun. 2025.

PEREIRA, Carlos M.; COLOMBO, Cristiano; FIGUEIREDO, Marcelo V. Impacto de choques políticos no mercado acionário brasileiro: uma análise de eventos. *Revista de Administração Contemporânea*, v. 25, n. 5, p. 743–764, 2021. Disponível em: <https://rac.anpad.org.br/index.php/rac/article/view/1617>. Acesso em: 15 jun. 2025.

RAFFINOT, Thomas. The hierarchical equal risk contribution portfolio. *Finance Research Letters*, v. 59, p. 104–117, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323008036>. Acesso em: 15 jun. 2025.

ROCHMAN, Ricardo Ratner; EID JR., William. Fundos de investimento ativos e passivos no Brasil: comparando e determinando os seus desempenhos. *Revista de Administração*, v. 41, n. 3, p. 298–307, 2006. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/rausp/article/view/44457>. Acesso em: 15 jun. 2025.

ROLL, Richard. A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market. *Journal of Finance*, v. 39, n. 4, p. 1127–1139, 1984. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2327617>. Acesso em: 15 jun. 2025.

RONCALLI, Thierry. *Introduction to Risk Parity and Budgeting*. 2. ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2023. Disponível em: <https://www.routledge.com/Introduction-to-Risk-Parity-Roncalli/p/book/9780367460716>. Acesso em: 15 jun. 2025.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2977928>. Acesso em: 15 jun. 2025.

SILVA, Alexandre Assaf Neto; FAMÁ, Rubens. Estratégias de investimento em ações no mercado brasileiro: uma comparação empírica. *Revista de Administração*, v. 46, n. 4, p. 384–396, 2011. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/rausp/article/view/65244>. Acesso em: 15 jun. 2025.

SORTINO, Frank A.; VAN DER MEER, Rob. Downside risk. *Journal of Portfolio Management*, v. 17, n. 4, p. 27–31, 1991. Disponível em: <https://jpm.pm-research.com/content/17/4/27>. Acesso em: 15 jun. 2025.

- SORTINO, Frank A.; PRICE, Lee N. Performance measurement in a downside risk framework. *Journal of Investing*, v. 3, n. 3, p. 59–64, 1994. Disponível em: <https://joi.pm-research.com/content/3/3/59>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- SPINU, Florin. An algorithm for computing risk parity weights. *SSRN Electronic Journal*, 2013. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=2297383>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- VIRTANEN, Pauli *et al.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, n. 3, p. 261–272, 2020. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/s41592-019-0686-2>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- ZHANG, Yichen; WANG, Lijuan. Machine learning approaches to portfolio optimization: a comprehensive review. *Expert Systems with Applications*, v. 238, p. 121–143, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423024046>. Acesso em: 15 jun. 2025.