

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT

CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

BRUNO GASPARONI BALLERINI

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:

MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY

NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)

Campinas

2025

BRUNO GASPARONI BALLERINI

RA: 10387933

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:
MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY
NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia de Produção da Universi-
dade Presbiteriana Mackenzie – Campus Cam-
pinas, como requisito parcial para obtenção do
título de Engenheiro de Produção.

Orientador: Prof. Dr. RICARDO ANTONIO
FERNANDES

Campinas

2025

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma da Metodologia	36
Figura 2 – Matriz de Correlação entre Ativos Seleccionados (2018-2019)	50
Figura 3 – Evolução dos Preços Normalizados dos Ativos Seleccionados (2018-2019)	53
Figura 4 – Evolução da Volatilidade Rolling (3 meses) por Ativo	55
Figura 5 – Evolução das Correlações Rolling entre Pares Estratégicos de Ativos	57
Figura 6 – Análise de Performance por Setor Econômico (2018-2019)	60
Figura 7 – Evolução das Carteiras vs. Ibovespa B3 Oficial (2018-2019)	78
Figura 8 – Posicionamento das Estratégias no Plano Risco-Retorno	80
Figura 9 – Distribuição dos Retornos Mensais por Estratégia	82
Figura 10 – Evolução dos Drawdowns das Carteiras (2018-2019)	88
Figura 11 – Contribuição de Risco por Ativo nas Três Estratégias	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estudos Correlatos (Parte 1)	18
Tabela 2 – Estudos Correlatos (Parte 2)	20
Tabela 3 – Estudos Correlatos (Parte 3)	22
Tabela 4 – Ativos Seleccionados para Análise	26
Tabela 5 – Estrutura de Rebalanceamento Out-of-Sample	32
Tabela 6 – Etapas da Pesquisa e Ferramentas Utilizadas	35
Tabela 7 – Cronograma de Atividades do TCC I (6 meses)	38
Tabela 8 – Ativos Seleccionados para Análise - Características e Performance	44
Tabela 9 – Evolução dos Pesos das Carteiras por Período de Rebalanceamento	66
Tabela 10 – Performance Consolidada das Carteiras (2018-2019)	70
Tabela 11 – Retornos Mensais das Carteiras (%)	72
Tabela 12 – Performance por Períodos Semestrais	84
Tabela 13 – Métricas Avançadas de Risco das Carteiras	90
Tabela 14 – Performance Durante Períodos de Estresse	92

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API – Application Programming Interface
B3 – Brasil Bolsa Balcão
CDI – Certificado de Depósito Interbancário
CVM – Comissão de Valores Mobiliários
IBOV – Índice Bovespa
ML – Machine Learning
PIB – Produto Interno Bruto
TCC – Trabalho de Conclusão de Curso
VIX – Volatility Index

LISTA DE FÓRMULAS

Fórmula 1 – Cálculo do peso no modelo Risk Parity	175
Fórmula 2 – Índice de Sharpe	176
Fórmula 3 – Sortino Ratio	177

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo comparar o desempenho de três métodos de alocação de carteiras — Markowitz, Equal Weight e Risk Parity — utilizando dados de ativos da B3 no período de 2018 a 2019. Para a avaliação das carteiras, foram empregados o Índice de Sharpe, que mede o retorno ajustado ao risco total, e o Sortino Ratio, que considera apenas a volatilidade negativa, focando nos riscos de perda. O estudo adota uma abordagem quantitativa, descritiva e comparativa, utilizando ferramentas computacionais para otimização e análise. Os resultados pretendem oferecer insights relevantes para investidores em contextos de elevada volatilidade e incerteza, como o mercado brasileiro.

Palavras-chave: Alocação de Carteiras; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Índice de Sharpe; Sortino Ratio.

ABSTRACT

This study aims to compare the performance of three portfolio allocation methods — Markowitz, Equal Weight, and Risk Parity — using B3 asset data from 2018 to 2019. Portfolio evaluation employed the Sharpe Ratio, which measures return adjusted for total risk, and the Sortino Ratio, focusing specifically on downside risk. The study adopts a quantitative, descriptive, and comparative approach, utilizing computational tools for portfolio optimization and performance analysis. The results aim to provide relevant insights for investors operating in high volatility markets such as Brazil.

Keywords: Portfolio Allocation; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Sharpe Ratio; Sortino Ratio.

Conteúdo

1 INTRODUÇÃO

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

A alocação estratégica de ativos representa uma das decisões mais fundamentais na gestão de carteiras de investimento, influenciando significativamente tanto o retorno esperado quanto o risco de uma carteira. A importância desta decisão foi formalmente estabelecida por Markowitz (1952) em seu trabalho seminal sobre seleção de portfólio, que introduziu o conceito de diversificação eficiente e lançou as bases da Moderna Teoria de Portfólio. Posteriormente, Brinson, Hood e Beebower (1986) demonstraram empiricamente que a alocação estratégica de ativos explica mais de 90% da variabilidade dos retornos de carteiras institucionais, superando significativamente o impacto da seleção individual de ativos ou das decisões de timing de mercado.

Esta evidência estabelece a alocação de ativos como o principal driver de performance em investimentos, tornando crucial a identificação de metodologias eficazes para sua implementação. No entanto, a literatura acadêmica revela que a superioridade de diferentes estratégias de alocação varia significativamente em função das características específicas dos mercados analisados, dos períodos estudados e das condições macroeconômicas prevalecentes.

1.1.1 Características Específicas dos Mercados Emergentes

Os mercados emergentes, categoria na qual o Brasil se insere, apresentam características estruturais distintas dos mercados desenvolvidos que afetam diretamente a eficácia das estratégias de alocação de ativos. Harvey (1995), em estudo seminal sobre mercados emergentes, identificou propriedades específicas destes mercados que desafiam as premissas tradicionais da teoria de portfólio: (i) maior volatilidade dos retornos, frequentemente duas a três vezes superior à observada em mercados desenvolvidos; (ii) presença de higher moments significativos, incluindo assimetria e curtose elevada, violando premissas de normalidade; (iii) correlações instáveis entre ativos e com mercados internacionais, especialmente durante períodos de estresse; e (iv) maior sensibilidade a choques políticos e econômicos locais.

Bekaert e Harvey (2003) expandem esta análise demonstrando que mercados emergentes são caracterizados por regimes de volatilidade mais frequentes e extremos, com períodos de baixa volatilidade seguidos por episódios de volatilidade extremamente elevada. Esta característica, conhecida como volatility clustering, tem implicações diretas para estratégias de alocação, uma vez que estimativas baseadas em dados históricos podem se tornar rapidamente obsoletas durante mudanças de regime.

No contexto brasileiro específico, estudos recentes evidenciam características adicionais que afetam a construção de carteiras. Da Silva, Santos e Almeida (2019) demonstram que o mercado acionário brasileiro apresenta concentração setorial elevada, com apenas cinco setores

(financeiro, commodities, energia elétrica, petróleo e siderurgia) representando historicamente mais de 70% da capitalização total da B3. Esta concentração implica correlações inter-setoriais mais elevadas durante períodos de estresse, limitando os benefícios de diversificação tradicional.

Adicionalmente, o mercado brasileiro apresenta sensibilidade elevada a variáveis macroeconômicas específicas, incluindo taxa de câmbio, taxa SELIC, risco-país (EMBI+) e preços de commodities. Costa, Lima e Assunção (2018) documentam que choques em qualquer uma destas variáveis podem alterar significativamente correlações entre ativos domésticos, afetando a eficácia de estratégias de alocação baseadas em dados históricos.

1.1.2 O Período 2018-2019: Um Laboratório Natural

O período compreendido entre 2018 e 2019 no mercado brasileiro oferece um contexto particularmente relevante para análise de estratégias de alocação devido à conjunção de diversos fatores que amplificaram a volatilidade e incerteza do mercado. Este período foi caracterizado por: (i) processo eleitoral presidencial em 2018, com alta polarização política; (ii) greve dos caminhoneiros em maio de 2018, que paralisou a economia; (iii) incertezas sobre política econômica e reformas estruturais; (iv) volatilidade elevada nos preços de commodities; e (v) mudanças na política monetária e fiscal.

Durante este período, o índice Ibovespa apresentou volatilidade anualizada média de 26,7%, significativamente superior à média histórica de longo prazo de aproximadamente 20%. Mais importante, o mercado experimentou episódios de volatilidade extrema, com volatilidade realizada ultrapassando 40% em alguns meses de 2018, especialmente durante os períodos pré e pós-eleitorais.

Carnahan e Saiegh (2020) demonstram que eleições em mercados emergentes tendem a amplificar volatilidades e alterar correlações entre ativos, especialmente quando há incerteza sobre políticas econômicas futuras. No caso brasileiro de 2018, a incerteza foi particularmente elevada devido à natureza polarizada da disputa eleitoral e às propostas econômicas divergentes dos candidatos principais.

A greve dos caminhoneiros de maio de 2018 representa um choque idiossincrático particularmente interessante para análise de estratégias de alocação. Este evento, que durou 10 dias, causou impactos diferenciados entre setores da economia, com empresas de logística, varejo e alimentos sendo mais afetadas que empresas financeiras ou de telecomunicações. Tal diferenciação setorial oferece uma oportunidade única para avaliar como diferentes estratégias de alocação respondem a choques assimétricos.

1.1.3 Gap na Literatura Acadêmica

A revisão da literatura acadêmica revela uma lacuna significativa na avaliação comparativa de estratégias de alocação em mercados emergentes durante períodos de extrema vo-

latilidade. A maioria dos estudos sobre eficácia de estratégias de alocação concentra-se em mercados desenvolvidos, particularmente Estados Unidos e Europa, com períodos de análise que frequentemente excluem episódios de volatilidade extrema.

DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), em estudo amplamente citado, comparam 14 estratégias de alocação usando dados de mercados desenvolvidos e concluem que a estratégia naïve 1/N (equal weight) frequentemente supera estratégias otimizadas fora da amostra. No entanto, este resultado é baseado principalmente em dados de mercados desenvolvidos com características de volatilidade e correlação distintas dos mercados emergentes.

Estudos específicos sobre o mercado brasileiro são ainda mais raros. Rochman e Eid Jr. (2006) analisam estratégias de alocação no Brasil, mas focam apenas no período 1995-2005, não contemplando desenvolvimentos metodológicos recentes nem períodos de volatilidade extrema como 2018-2019. Silva e Famá (2011) comparam estratégias de Markowitz e equal weight no mercado brasileiro, mas utilizam amostras pequenas e não incluem metodologias de risk parity.

Esta lacuna é particularmente relevante considerando que as características específicas dos mercados emergentes podem alterar significativamente a eficácia relativa das diferentes estratégias. Por exemplo, a presença de higher moments pode favorecer estratégias que não dependem de premissas de normalidade, enquanto correlações instáveis podem beneficiar abordagens menos dependentes de estimativas de correlação.

1.1.4 Evolução das Estratégias de Alocação: Da Teoria à Prática

O desenvolvimento de estratégias de alocação de ativos evoluiu significativamente desde o trabalho pioneiro de Markowitz (1952). Esta evolução pode ser compreendida através de três principais ondas de inovação, cada uma respondendo a limitações identificadas em abordagens anteriores.

A primeira onda, iniciada com Markowitz, estabeleceu a fundamentação matemática para otimização de carteiras baseada na relação média-variância. Esta abordagem assume que investidores são aversos ao risco e que retornos seguem distribuição normal multivariada. Sharpe (1964) expandiu este framework com o desenvolvimento do CAPM, fornecendo uma estrutura teórica para estimação de retornos esperados. No entanto, evidências empíricas subsequentes revelaram limitações práticas significativas desta abordagem, particularmente relacionadas à instabilidade das estimativas e à sensibilidade extrema a pequenas mudanças nos parâmetros de entrada (MICHAUD, 1989).

A segunda onda emerge da crítica às limitações práticas da otimização tradicional. Estudos como os de Best e Grauer (1991) e Chopra e Ziemba (1993) demonstram que erros nas estimativas de retorno esperado têm impacto muito maior na performance de carteiras otimizadas que erros nas estimativas de risco. Esta descoberta motivou o desenvolvimento de abordagens mais robustas, incluindo técnicas de shrinkage (LEDOIT; WOLF, 2003), otimização robusta (GOLDFARB; IYENGAR, 2003) e, paradoxalmente, o renewed interest na estratégia equal weight.

A terceira onda, iniciada nos anos 2000, focou na gestão de risco como objetivo primário da alocação. Esta perspectiva reconhece que, em ambientes de alta incerteza, controlar o risco pode ser mais importante que maximizar o retorno esperado. A estratégia de Risk Parity, popularizada inicialmente por Ray Dalio na Bridgewater Associates, representa o exemplo mais proeminente desta abordagem. Maillard, Roncalli e Teiletche (2010) formalizaram matematicamente esta estratégia através do conceito de Equal Risk Contribution (ERC).

1.1.5 Desafios Metodológicos em Avaliação de Estratégias

A avaliação empírica de estratégias de alocação enfrenta desafios metodológicos significativos que podem comprometer a validade dos resultados. O principal desafio é o look-ahead bias, que ocorre quando informações futuras são inadvertidamente utilizadas na construção de carteiras. Este problema é particularmente prevalente em estudos que utilizam todo o período histórico disponível para otimização e subsequente avaliação de performance.

Para evitar este bias, a literatura acadêmica desenvolveu metodologias out-of-sample rigorosas. Estas metodologias dividem os dados em períodos de estimação (in-sample) e teste (out-of-sample), utilizando apenas informações do período de estimação para construção de carteiras que são subsequentemente avaliadas no período de teste. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) estabeleceram o padrão metodológico para este tipo de análise, utilizando janelas móveis de estimação e rebalanceamento periódico.

Outro desafio metodológico refere-se à seleção de métricas de avaliação. Embora o Índice de Sharpe seja amplamente utilizado, sua adequação em contextos de distribuições não-normais é questionável. Sortino e Price (1994) propuseram o Sortino Ratio como alternativa que considera apenas volatilidade negativa, sendo mais apropriado para investidores que se preocupam principalmente com perdas. Mais recentemente, métricas baseadas em Value-at-Risk e Expected Shortfall ganharam popularidade por capturar melhor tail risks.

1.1.6 Questão de Pesquisa e Contribuições Esperadas

Diante do contexto apresentado, este estudo busca responder à seguinte questão central: **Qual das três principais estratégias de alocação de ativos (Mean-Variance Optimization, Equal Weight, e Risk Parity) apresenta superior performance ajustada ao risco no mercado acionário brasileiro durante o período de alta volatilidade de 2018-2019, utilizando metodologia out-of-sample rigorosa e métricas de avaliação adequadas para mercados emergentes?**

Esta questão desdobra-se em questões subsidiárias específicas: (i) Como características específicas do mercado brasileiro durante 2018-2019 afetaram a performance relativa das diferentes estratégias? (ii) Quais fatores macroeconômicos e microestruturais explicam as diferenças de performance observadas? (iii) Os resultados são estatisticamente significativos e robustos a diferentes especificações metodológicas? (iv) Que implicações práticas podem ser

derivadas para gestores de recursos operando em mercados similares?

A contribuição esperada deste estudo é multifacetada. Do ponto de vista acadêmico, o trabalho adiciona evidência empírica específica para mercados emergentes, área com literatura ainda limitada. A análise do período 2018-2019 no Brasil oferece insights únicos sobre o comportamento de estratégias de alocação em ambiente de volatilidade política e econômica extrema.

Do ponto de vista prático, os resultados podem informar decisões de alocação de gestores de recursos, family offices e investidores institucionais que operam no mercado brasileiro. A identificação da estratégia mais eficaz em condições de alta volatilidade pode contribuir para melhoria da relação risco-retorno de carteiras domésticas.

Metodologicamente, este estudo contribui através da implementação rigorosa de técnicas out-of-sample e uso de testes de significância estatística apropriados para comparação de estratégias de investimento. A atenção específica a características de mercados emergentes, incluindo higher moments e correlações instáveis, adiciona rigor à análise.

1.2 OBJETIVO GERAL

Avaliar comparativamente o desempenho de três estratégias fundamentais de alocação de ativos - Mean-Variance Optimization de Markowitz, Equal Weight e Risk Parity (Equal Risk Contribution) - no mercado acionário brasileiro durante o período de alta volatilidade de 2018-2019, utilizando metodologia out-of-sample rigorosa com dados de estimação de 2016-2017 e avaliação baseada em métricas de performance ajustadas ao risco apropriadas para mercados emergentes, com o objetivo de identificar a estratégia mais eficaz para investidores operando em ambientes de elevada incerteza e instabilidade.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar processo científico de seleção de ativos baseado em critérios objetivos de liquidez, completude de dados e diversificação setorial, utilizando metodologia que elimine survivorship bias e look-ahead bias através da aplicação de filtros baseados exclusivamente em informações disponíveis no período pré-teste (2014-2017).
- Desenvolver e implementar as três estratégias de alocação utilizando algoritmos computacionais robustos: (a) otimização mean-variance com restrições práticas; (b) equal weight com rebalanceamento periódico; (c) Equal Risk Contribution com algoritmo de convergência rigoroso.
- Estabelecer metodologia out-of-sample rigorosa com janelas de estimação móveis, rebalanceamento semestral e eliminação completa de look-ahead bias, seguindo melhores práticas estabelecidas na literatura acadêmica.

- Calcular e comparar métricas de performance apropriadas para mercados emergentes, incluindo Sharpe Ratio, Sortino Ratio, Maximum Drawdown e medidas de tail risk, com aplicação de testes de significância estatística adequados para comparação de estratégias de investimento.
- Analisar a robustez dos resultados através de testes de sensibilidade, incluindo diferentes janelas de estimação, frequências de rebalanceamento e tratamento de outliers, para verificar a estabilidade das conclusões.
- Contextualizar os resultados dentro do ambiente macroeconômico específico do período 2018-2019, identificando como eventos específicos (eleições, greve dos caminhoneiros, mudanças de política econômica) afetaram a performance relativa das estratégias.
- Derivar implicações práticas para gestores de recursos e investidores institucionais, incluindo recomendações sobre implementação, custos de transação e considerações específicas para mercados emergentes.

1.4 JUSTIFICATIVA

1.4.1 Relevância Acadêmica

A literatura acadêmica sobre alocação estratégica de ativos apresenta concentração significativa em mercados desenvolvidos, particularmente Estados Unidos e Europa Ocidental. Uma busca sistemática nas principais bases de dados acadêmicas (Web of Science, Scopus, JSTOR) revela que aproximadamente 80% dos estudos sobre estratégias de alocação de ativos utilizam dados de mercados desenvolvidos, deixando uma lacuna substancial no entendimento de como essas estratégias performam em mercados emergentes.

Esta concentração geográfica é problemática por várias razões. Primeiro, mercados emergentes representam parcela crescente do PIB global e dos investimentos institucionais, tornando crucial o entendimento de estratégias de alocação nestes contextos. Segundo, as características estruturais distintas destes mercados (maior volatilidade, correlações instáveis, higher moments) podem alterar significativamente a eficácia relativa das diferentes estratégias.

Especificamente para o mercado brasileiro, a literatura é ainda mais limitada. Dos poucos estudos existentes, a maioria utiliza períodos anteriores a 2010, não contemplando desenvolvimentos metodológicos recentes na área de risk parity nem períodos de volatilidade extrema como 2018-2019. Esta lacuna é particularmente relevante considerando que o Brasil representa o maior mercado de capitais da América Latina e um dos principais destinos de investimento em mercados emergentes.

Do ponto de vista metodológico, este estudo contribui através da implementação rigorosa de técnicas out-of-sample com atenção específica a características de mercados emergentes. A maioria dos estudos existentes sobre o mercado brasileiro utiliza metodologias in-sample ou

períodos de teste insuficientemente longos, comprometendo a validade estatística dos resultados.

1.4.2 Relevância Prática

O mercado de gestão de recursos no Brasil movimenta atualmente aproximadamente R\$ 4,5 trilhões em patrimônio líquido (dados ANBIMA 2023), tornando extremamente relevantes melhorias incrementais em estratégias de alocação. Uma melhoria de apenas 50 basis points anuais na relação risco-retorno representaria valor agregado de bilhões de reais para investidores.

Gestores de recursos, family offices e investidores institucionais (fundos de pensão, seguradoras, endowments) enfrentam constantemente decisões sobre metodologias de alocação de ativos. A falta de evidência empírica específica para o mercado brasileiro força esses profissionais a extrapolar resultados de mercados desenvolvidos, processo que pode ser inadequado dado as diferenças estruturais discutidas anteriormente.

Adicionalmente, o período 2018-2019 oferece lições importantes sobre gestão de carteiras durante períodos de elevada incerteza política e econômica. Tais períodos são recorrentes em mercados emergentes, tornando as conclusões deste estudo aplicáveis a situações futuras similares.

Do ponto de vista regulatório, órgãos como CVM e PREVIC estabelecem diretrizes para alocação de recursos de investidores institucionais. Evidência empírica sobre eficácia de diferentes estratégias pode informar futuras atualizações dessas diretrizes, beneficiando milhões de participantes de fundos de pensão e seguros.

1.4.3 Originalidade e Ineditismo

Este estudo apresenta combinação inédita de elementos que garantem sua originalidade: (i) foco específico no mercado brasileiro durante período de volatilidade extrema; (ii) comparação rigorosa das três principais estratégias de alocação usando metodologia out-of-sample; (iii) implementação específica de Equal Risk Contribution, ainda pouco estudada no contexto brasileiro; (iv) atenção específica a características de mercados emergentes na análise de resultados.

A análise do período 2018-2019 é particularmente original devido à conjunção única de fatores que afetaram o mercado brasileiro neste período. A combinação de incerteza eleitoral, choques econômicos específicos (greve dos caminhoneiros), volatilidade em commodities e mudanças de política econômica criou um ambiente natural de teste para estratégias de alocação raramente observado em outros mercados ou períodos.

Do ponto de vista metodológico, a implementação rigorosa de técnicas científicas de seleção de ativos, com eliminação explícita de survivorship bias e look-ahead bias, representa contribuição metodológica significativa para literatura nacional. A aplicação de testes de significância estatística específicos para comparação de estratégias de investimento (Jobson-Korkie,

Ledoit-Wolf) é ainda rara na literatura brasileira.

A contextualização dos resultados dentro do ambiente macroeconômico específico do período adiciona dimensão analítica frequentemente ausente em estudos similares, oferecendo insights não apenas sobre performance relativa das estratégias, mas sobre os mecanismos econômicos que explicam essas diferenças.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA TEORIA DE PORTFÓLIO

2.1.1 Contexto Pré-Markowitz

Antes do desenvolvimento da Moderna Teoria de Portfólio por Harry Markowitz em 1952, as decisões de investimento eram baseadas predominantemente em intuição, análise fundamentalista individual de empresas e regras empíricas transmitidas entre gerações de investidores. O conceito de diversificação existia de forma rudimentar, expresso no ditado popular "não colocar todos os ovos numa cesta", mas carecia de fundamentação matemática rigorosa.

Durante as primeiras décadas do século XX, investidores sofisticados já compreendiam intuitivamente que distribuir investimentos entre diferentes ativos poderia reduzir riscos. No entanto, esta compreensão permanecia qualitativa, sem ferramentas quantitativas para determinar a composição ótima de carteiras ou para mensurar precisamente os trade-offs entre risco e retorno.

A ausência de uma teoria formal levava a práticas de investimento inconsistentes e frequentemente subótimas. Gestores de fundos baseavam-se em regras simplistas, como alocar percentuais fixos em diferentes classes de ativos, sem considerar as inter-relações entre eles ou otimizar sistematicamente a relação risco-retorno.

2.1.2 A Revolução de Markowitz (1952)

Harry Markowitz revolucionou o campo de investimentos com sua dissertação de doutorado na Universidade de Chicago, posteriormente publicada como "Portfolio Selection" no Journal of Finance em 1952. Pela primeira vez na história, Markowitz forneceu uma base matemática rigorosa para a construção de carteiras eficientes, estabelecendo os fundamentos da moderna gestão de investimentos.

A contribuição fundamental de Markowitz foi reconhecer que o risco de uma carteira não é simplesmente a média ponderada dos riscos individuais dos ativos, mas depende crucialmente das correlações entre eles. Esta descoberta pode ser expressa matematicamente através da fórmula da variância da carteira:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2.1)$$

onde: - σ_p^2 é a variância da carteira - w_i são os pesos dos ativos na carteira - σ_i^2 são as variâncias individuais dos ativos - σ_{ij} são as covariâncias entre os ativos i e j

O primeiro termo da equação representa a contribuição das volatilidades individuais, enquanto o segundo termo captura o efeito das correlações. Quando as correlações são menores

que +1, o segundo termo reduz a variância total da carteira, demonstrando matematicamente o benefício da diversificação.

2.1.3 Desenvolvimento da Fronteira Eficiente

Markowitz introduziu o conceito de "fronteira eficiente- o conjunto de carteiras que oferece o máximo retorno esperado para cada nível de risco, ou alternativamente, o mínimo risco para cada nível de retorno esperado. Esta fronteira é obtida através da solução de um problema de otimização quadrática sujeito a restrições lineares.

O problema de otimização de Markowitz pode ser formulado de duas maneiras equivalentes:

****Minimização de Risco para Retorno Dado:****

$$\min_w \quad \frac{1}{2} w^T \Sigma w \quad (2.2)$$

$$\text{s.t.} \quad w^T \mu = \mu_{\text{target}} \quad (2.3)$$

$$w^T \mathbf{1} = 1 \quad (2.4)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (2.5)$$

****Maximização de Retorno para Risco Dado:****

$$\max_w \quad w^T \mu \quad (2.6)$$

$$\text{s.t.} \quad w^T \Sigma w = \sigma_{\text{target}}^2 \quad (2.7)$$

$$w^T \mathbf{1} = 1 \quad (2.8)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (2.9)$$

onde w é o vetor de pesos, Σ é a matriz de covariância, μ é o vetor de retornos esperados, e $\mathbf{1}$ é um vetor de uns.

A fronteira eficiente resultante possui propriedades matemáticas elegantes. Em espaços de média-variância, ela forma uma hipérbole convexa, e qualquer carteira localizada abaixo desta fronteira é dominada - existe sempre uma carteira na fronteira que oferece maior retorno para o mesmo risco ou menor risco para o mesmo retorno.

2.2 MODERNA TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ

2.2.1 Fundamentos Teóricos e Premissas

A Moderna Teoria de Portfólio baseia-se em um conjunto de premissas específicas que, embora restritivas, permitiram o desenvolvimento de uma estrutura analítica poderosa para seleção de carteiras:

Racionalidade dos Investidores: Assume-se que investidores são racionais e aversos ao risco, preferindo sempre maior retorno para o mesmo nível de risco, ou menor risco para o mesmo retorno. Esta premissa implica que investidores maximizam utilidade esperada e que suas funções de utilidade apresentam derivada primeira positiva (mais retorno é melhor) e derivada segunda negativa (aversão ao risco).

Distribuição Normal dos Retornos: A teoria assume que retornos dos ativos seguem distribuição normal multivariada. Esta premissa é crucial porque permite que toda a distribuição seja caracterizada pelos dois primeiros momentos (média e variância), simplificando enormemente o problema de otimização. No entanto, evidências empíricas em mercados emergentes frequentemente violam esta premissa, apresentando assimetria negativa e curtose elevada.

Período Único de Investimento: O modelo original considera um horizonte de investimento de período único, ignorando aspectos dinâmicos e oportunidades de rebalanceamento. Esta simplificação, embora limitante, permite focalizar-se nos aspectos fundamentais da diversificação sem a complexidade adicional de decisões inter-temporais.

Informação Perfeita e Homogênea: Todos os investidores possuem acesso às mesmas informações e formam expectativas idênticas sobre retornos esperados, variâncias e correlações. Esta premissa heroica é claramente violada na realidade, onde diferenças informacionais são fonte importante de oportunidades de investimento.

Ausência de Custos de Transação: O modelo assume mercados perfeitamente líquidos sem custos de transação, permitindo rebalanceamento instantâneo e sem custos. Na prática, custos de transação podem ser significativos e alterar substancialmente as alocações ótimas.

2.2.2 Desenvolvimento Matemático da Otimização

O problema de otimização de Markowitz pode ser resolvido utilizando técnicas de programação quadrática. A solução analítica envolve o uso de multiplicadores de Lagrange para incorporar as restrições ao problema de otimização.

Definindo a função Lagrangeana:

$$L = \frac{1}{2} w^T \Sigma w - \lambda_1 (w^T \mu - \mu_{\text{target}}) - \lambda_2 (w^T \mathbf{1} - 1) \quad (2.10)$$

As condições de primeira ordem fornecem:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \Sigma w - \lambda_1 \mu - \lambda_2 \mathbf{1} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = w^T \mu - \mu_{\text{target}} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = w^T \mathbf{1} - 1 = 0 \quad (2.13)$$

Resolvendo este sistema, obtém-se a solução para os pesos ótimos:

$$w^* = \frac{A\Sigma^{-1}\mathbf{1} - B\Sigma^{-1}\mu}{D} + \frac{C\Sigma^{-1}\mu - B\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{D}\mu_{\text{target}} \quad (2.14)$$

onde:

$$A = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mu \quad (2.15)$$

$$B = \mu^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} \quad (2.16)$$

$$C = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} \quad (2.17)$$

$$D = BC - A^2 \quad (2.18)$$

Esta solução permite construir toda a fronteira eficiente variando μ_{target} e calculando os correspondentes pesos ótimos e níveis de risco.

2.2.3 Interpretação Econômica dos Resultados

A interpretação econômica da solução de Markowitz revela insights profundos sobre a natureza da diversificação ótima. Os pesos ótimos dependem não apenas das características individuais dos ativos (retorno esperado e variância), mas também de suas covariâncias com todos os outros ativos da carteira.

Um ativo com retorno esperado baixo pode receber peso significativo se apresentar correlação negativa ou baixa com outros ativos, contribuindo para redução do risco total da carteira. Conversely, um ativo com retorno esperado alto pode receber peso pequeno se for altamente correlacionado com outros ativos já presentes na carteira.

A matriz de covariância Σ desempenha papel central na determinação dos pesos ótimos. Sua inversa, Σ^{-1} , pondera a importância relativa de cada ativo considerando não apenas sua própria volatilidade, mas também suas inter-relações com todos os demais ativos. Esta é a essência matemática do benefício da diversificação.

2.2.4 Limitações Práticas da Teoria de Markowitz

Apesar de sua elegância teórica, a implementação prática da teoria de Markowitz enfrenta desafios significativos que frequentemente comprometem sua eficácia:

Sensibilidade a Erros de Estimação: Michaud (1989) identificou o "enigma da otimização- carteiras teoricamente ótimas frequentemente apresentam performance decepcionante fora da amostra devido à instabilidade das estimativas paramétricas. Pequenas mudanças nas estimativas de retorno esperado, em particular, podem resultar em alocações drasticamente diferentes.

Chopra e Ziemba (1993) quantificaram esta sensibilidade, demonstrando que erros nas estimativas de retorno esperado têm impacto na performance da carteira 11 vezes maior que

erros equivalentes nas estimativas de variância, e 2 vezes maior que erros nas estimativas de covariância. Esta descoberta sugere que a qualidade das estimativas de retorno esperado é crítica para o sucesso da implementação.

Instabilidade Temporal: Parâmetros estatísticos raramente permanecem constantes ao longo do tempo. Mudanças no ambiente econômico, na estrutura industrial ou nas condições de mercado podem alterar substancialmente retornos esperados, volatilidades e correlações, tornando otimizações baseadas em dados históricos rapidamente obsoletas.

Concentração Extrema: O algoritmo de otimização frequentemente produz carteiras com concentrações extremas, alocando pesos muito altos a poucos ativos e próximos a zero para outros. Esta concentração contraria intuições sobre diversificação e pode resultar em exposições a riscos específicos não capturados pelo modelo.

Turnover Excessivo: Reotimizações periódicas podem resultar em turnover excessivo, gerando custos de transação elevados que erodem os benefícios teóricos da otimização. O trade-off entre capturar oportunidades de otimização e controlar custos de implementação torna-se central na aplicação prática.

2.3 ESTRATÉGIA EQUAL WEIGHT: SIMPLICIDADE E ROBUSTEZ

2.3.1 Fundamentação Teórica da Diversificação Naïve

A estratégia Equal Weight, também conhecida como diversificação naïve ou estratégia 1/N, representa o extremo oposto da sofisticação da otimização de Markowitz. Cada ativo na carteira recebe peso idêntico de 1/N, onde N é o número total de ativos, independentemente de suas características individuais de risco, retorno ou correlação.

Esta aparente simplicidade esconde fundamentação teórica robusta baseada no trade-off entre bias e variância na teoria estatística. Enquanto a otimização de Markowitz busca a solução teoricamente ótima (bias zero quando suas premissas são satisfeitas), ela pode apresentar alta variância devido à sensibilidade a erros de estimação. A estratégia Equal Weight aceita potencial bias (por ignorar informações sobre risco e retorno) em troca de variância muito baixa (por não depender de estimações paramétricas).

2.3.2 Condições de Superioridade do Equal Weight

DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) forneceram análise rigorosa das condições sob as quais Equal Weight supera estratégias otimizadas. Seu trabalho seminal "Optimal versus Naive Diversification: A Comparison of Portfolio Selection Rules" estabeleceu critérios específicos para a superioridade da estratégia naïve.

A condição fundamental para superioridade do Equal Weight é:

$$T < \frac{N(N+2)}{4(\text{Sharpe Ratio})^2} \quad (2.19)$$

onde T é o número de observações históricas disponíveis para estimação, N é o número de ativos, e Sharpe Ratio refere-se ao índice da carteira ótima de Markowitz.

Esta condição revela que Equal Weight é favorecido quando: - O histórico de dados é limitado (T pequeno) - O número de ativos é grande (N grande) - A melhoria potencial da otimização é pequena (Sharpe Ratio baixo)

Para carteiras típicas de 10-20 ativos com dados mensais de 2-5 anos, esta condição é frequentemente satisfeita, explicando a robustez empírica observada do Equal Weight em diversos estudos.

2.3.3 Análise Teórica dos Benefícios

Eliminação de Estimation Risk: Equal Weight elimina completamente o risco de estimação paramétrica. Não requer estimativas de retornos esperados, variâncias ou correlações, removendo uma fonte significativa de erro que afeta estratégias otimizadas.

Diversificação Automática: A estratégia garante diversificação automática entre todos os ativos disponíveis, evitando concentrações extremas que podem emergir de processos de otimização. Esta diversificação forçada oferece proteção contra riscos específicos não modelados.

Transparência e Simplicidade: A simplicidade operacional facilita implementação, comunicação e auditoria. Investidores podem compreender completamente a estratégia sem necessidade de conhecimento técnico avançado, aumentando confiança e aderência.

Custos Operacionais Reduzidos: Equal Weight requer rebalanceamento menos frequente comparado a estratégias que dependem de reotimização contínua. Os custos de transação são tipicamente menores, melhorando a performance líquida.

Robustez a Regimes de Mercado: A estratégia não depende de premissas sobre distribuições de retornos ou estabilidade de parâmetros, tornando-a robusta a mudanças de regime e quebras estruturais.

2.3.4 Limitações e Contextos de Ineficiência

Apesar de suas vantagens, Equal Weight apresenta limitações em contextos específicos:

Heterogeneidade de Volatilidade: Quando ativos possuem volatilidades muito diferentes, Equal Weight pode concentrar risco nos ativos mais voláteis. Um ativo com volatilidade duas vezes maior contribui aproximadamente quatro vezes mais para o risco da carteira, violando princípios de diversificação de risco.

Informação Desperdiçada: Equal Weight ignora completamente informações disponíveis sobre retornos esperados, volatilidades e correlações. Em contextos onde estas informações são relativamente precisas, esta ineficiência pode ser significativa.

Exposições Setoriais: A estratégia pode resultar em exposições setoriais não-intencionais se a seleção inicial de ativos não for balanceada. Concentração em determinados setores ou regiões geográficas pode amplificar riscos sistemáticos.

Escalabilidade: À medida que o número de ativos cresce, manter pesos exatamente iguais torna-se mais custoso, e pequenos desvios podem acumular ao longo do tempo.

2.3.5 Evidência Empírica Internacional

Estudos empíricos em diversos mercados confirmaram a robustez da estratégia Equal Weight:

Mercados Desenvolvidos: Nos Estados Unidos e Europa, Equal Weight consistentemente demonstrou performance competitiva com estratégias otimizadas, especialmente em períodos de alta volatilidade e incerteza.

Mercados Emergentes: A superioridade é ainda mais pronunciada em mercados emergentes, onde instabilidade paramétrica e quality dos dados são maiores problemas.

Diferentes Classes de Ativos: A robustez se estende além de ações, incluindo renda fixa, commodities e ativos alternativos, sugerindo princípios universais subjacentes.

2.4 ESTRATÉGIA RISK PARITY: EQUALIZAÇÃO DE CONTRIBUIÇÕES DE RISCO

2.4.1 Gênese e Desenvolvimento Histórico

A estratégia Risk Parity surgiu da observação prática de que carteiras tradicionais, sejam cap-weighted ou otimizadas por Markowitz, frequentemente concentram risco em poucos ativos. Ray Dalio, fundador da Bridgewater Associates, pioneirou esta abordagem nos anos 1990, observando que carteiras típicas institucional derivam 70-80

A intuição fundamental é realocar capital de forma que cada ativo contribua igualmente para o risco total da carteira, ao invés de receber alocações iguais de capital. Esta distinção é crucial: enquanto Equal Weight equaliza capital, Risk Parity equaliza risco.

2.4.2 Fundamentação Matemática do Equal Risk Contribution

A implementação mais rigorosa de Risk Parity é o Equal Risk Contribution (ERC), que busca equalizar as contribuições marginais de risco de cada ativo. A contribuição de risco do ativo i é definida como:

$$RC_i = w_i \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \quad (2.20)$$

onde $(\Sigma w)_i$ é o i -ésimo elemento do vetor resultante da multiplicação da matriz de covariância pelo vetor de pesos.

O objetivo do ERC é encontrar pesos w tais que:

$$RC_i = \frac{\sigma_p}{N} \quad \forall i \quad (2.21)$$

Esta condição garante que cada ativo contribua com exatamente $1/N$ do risco total da carteira.

2.4.3 Problema de Otimização e Solução Numérica

O problema ERC não possui solução analítica fechada, requerendo métodos numéricos. A formulação mais comum minimiza a soma dos quadrados das diferenças entre contribuições de risco:

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left(RC_i - \frac{\sigma_p}{N} \right)^2 \quad (2.22)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (2.23)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (2.24)$$

Alternativamente, pode-se minimizar a soma dos quadrados das diferenças relativas:

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left(\frac{RC_i}{RC_j} - 1 \right)^2 \quad \forall i, j \quad (2.25)$$

2.4.4 Algoritmos de Implementação

Método do Gradiente: Utiliza-se o gradiente da função objetivo para iterativamente ajustar os pesos na direção de maior redução da função:

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} - \alpha \nabla f(w^{(k)}) \quad (2.26)$$

onde α é o passo de aprendizado e ∇f é o gradiente da função objetivo.

Método de Newton: Incorpora informação de segunda ordem (Hessiana) para convergência mais rápida:

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} - H^{-1}(w^{(k)}) \nabla f(w^{(k)}) \quad (2.27)$$

onde H é a matriz Hessiana da função objetivo.

Algoritmos Especializados: Spinu (2013) desenvolveu algoritmo específico para ERC baseado em coordinate descent, que aproveita a estrutura particular do problema para maior eficiência computacional.

2.4.5 Propriedades Teóricas Importantes

Invariância a Escala: A solução ERC é invariante a transformações lineares dos retornos dos ativos. Multiplicar os retornos de um ativo por uma constante não altera a solução, propriedade desejável em contextos práticos.

Diversificação Máxima: Maillard, Roncalli e Teiletche (2010) demonstraram que ERC maximiza o índice de diversificação de Choueifaty:

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \sigma_i}{\sigma_p} \quad (2.28)$$

Este resultado conecta Risk Parity a teorias formais de diversificação, fornecendo justificativa teórica adicional.

Convergência para Equal Weight: Quando todos os ativos possuem volatilidade idêntica e correlações zero, a solução ERC converge para Equal Weight, demonstrando consistency entre as estratégias em casos especiais.

2.4.6 Vantagens Práticas da Estratégia

Controle Explícito de Risco: Risk Parity oferece controle direto sobre distribuição de risco, permitindo evitar concentrações não-intencionais que emergem em outras estratégias.

Robustez Intermediária: A estratégia utiliza informações de second moments (volatilidades e correlações) sem depender de estimativas de retornos esperados, que são tipicamente menos estáveis e mais difíceis de estimar.

Adaptação Automática: Em períodos de alta volatilidade, Risk Parity automaticamente reduz pesos de ativos mais voláteis, proporcionando estabilização dinâmica da carteira.

Fundamentação Institucional: A estratégia alinha-se com práticas de risk budgeting utilizadas por investidores institucionais, facilitando integração com frameworks existentes de gestão de risco.

2.4.7 Limitações e Considerações Práticas

Dependência de Estimativas de Risco: Embora menos dependente que Markowitz, Risk Parity ainda requer estimativas precisas de volatilidades e correlações. Instabilidade nestes parâmetros pode comprometer a eficácia da estratégia.

Complexidade Computacional: A ausência de solução analítica requer implementação de algoritmos iterativos, aumentando complexidade computacional e potencial para erros de implementação.

Bias Conservador: A tendência de concentrar-se em ativos menos voláteis pode resultar em bias toward setores defensivos, potencialmente sacrificando oportunidades de crescimento.

Sensibilidade a Outliers: Ativos com volatilidade extremamente baixa podem receber pesos excessivamente altos, criando concentrações não-intencionais.

2.5 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE

2.5.1 Evolução Histórica das Métricas Financeiras

O desenvolvimento de métricas de performance acompanhou a evolução da teoria financeira, respondendo a necessidades crescentes de quantificar e comparar performance ajustada ao risco.

Período Pré-Sharpe

Antes do desenvolvimento do Sharpe Ratio, investidores avaliavam performance principalmente através de retornos absolutos ou comparações simples com índices de mercado. Esta abordagem ignorava diferenças de risco, levando a comparações inadequadas entre estratégias com perfis de risco distintos.

Métricas primitivas incluíam retorno total, retorno médio, e maximum gain, mas nenhuma incorporava adequadamente a dimensão de risco. Esta limitation frequentemente favorecia estratégias de alto risco que ocasionalmente produziram retornos elevados, ignorando sua maior probabilidade de perdas significativas.

2.5.2 Índice de Sharpe: Fundação e Desenvolvimento

Desenvolvimento Original

William Sharpe introduziu seu índice em 1966 como parte do desenvolvimento da Capital Asset Pricing Model (CAPM). O conceito fundamental era criar uma medida que normalizasse retornos excedentes pelo risco assumido:

$$Sharpe = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (2.29)$$

onde: - R_p é o retorno médio da carteira no período analisado - R_f é a taxa livre de risco correspondente ao período - σ_p é o desvio-padrão dos retornos da carteira

A intuição é medir quantas unidades de retorno excedente (acima da taxa livre de risco) são obtidas para cada unidade de risco total assumido.

Interpretação Estatística

O Sharpe Ratio pode ser interpretado como t-statistic para a hipótese nula de que o retorno excedente médio é zero. Sob premissas de normalidade e independência dos retornos:

$$t = \frac{\bar{R} - R_f}{s/\sqrt{T}} = \sqrt{T} \times SR \quad (2.30)$$

onde \bar{R} é o retorno médio amostral, s é o desvio-padrão amostral, T é o número de

observações, e SR é o Sharpe Ratio.

Esta interpretação conecta o Sharpe Ratio à teoria de testes de hipóteses, permitindo avaliar significância estatística da performance.

Limitações e Críticas

Premissa de Normalidade: O Sharpe Ratio assume que retornos são normalmente distribuídos. Violações desta premissa, comuns em mercados emergentes, podem distorcer interpretações. Distribuições com assimetria negativa ou curtose elevada podem ter Sharpe Ratios enganosos.

Penalização de Volatilidade Positiva: O índice penaliza toda volatilidade igualmente, incluindo variações positivas. Para investidores que se preocupam apenas com downside risk, esta penalização é inapropriada.

Instabilidade Temporal: Sharpe Ratios podem variar significativamente entre períodos, limitando sua utilidade para comparações de longo prazo ou previsões futuras.

Manipulation através de Não-Linearidades: Estratégias com payoffs não-lineares (como venda de opções) podem apresentar Sharpe Ratios artificialmente elevados, escondendo tail risks significativos.

2.5.3 Sortino Ratio: Refinamento do Conceito de Risco

Desenvolvimento e Motivação

Frank Sortino e Robert Price desenvolveram o Sortino Ratio em 1994 para endereçar limitações do Sharpe Ratio relacionadas à definição de risco. Argumentaram que investidores se preocupam principalmente com downside risk - volatilidade de retornos abaixo de um threshold aceitável.

O Sortino Ratio é definido como:

$$Sortino = \frac{R_p - MAR}{\sigma_{down}} \quad (2.31)$$

onde: - MAR é o Minimum Acceptable Return (frequentemente a taxa livre de risco) - σ_{down} é o desvio-padrão downside, calculado apenas com retornos abaixo do MAR

Cálculo do Desvio-Padrão Downside

O desvio-padrão downside é calculado como:

$$\sigma_{down} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \min(R_t - MAR, 0)^2} \quad (2.32)$$

Esta fórmula considera apenas os períodos onde retornos ficaram abaixo do threshold,

ignorando completamente variações positivas.

Vantagens Teóricas

Alinhamento com Preferências: O Sortino Ratio alinha-se melhor com preferências reais de investidores, que tipicamente se preocupam mais com perdas que com ganhos.

Distingue Fontes de Volatilidade: A métrica distingue entre volatilidade "boa"(upside) e "ruim"(downside), oferecendo discriminação mais refinada entre estratégias.

Robustez a Assimetria: Em distribuições assimétricas, Sortino Ratio oferece avaliação mais precisa que Sharpe Ratio, especialmente relevante para mercados emergentes.

Limitações Práticas

Sensibilidade ao Threshold: Resultados podem variar significativamente dependendo da escolha do MAR, introduzindo elemento de subjetividade.

Menor Comparabilidade: A literatura utiliza diferentes definições de MAR, reduzindo comparabilidade entre estudos.

Estimação em Amostras Pequenas: Em amostras pequenas, estimativas de σ_{down} podem ser imprecisas, especialmente se poucos retornos ficaram abaixo do threshold.

2.5.4 Maximum Drawdown: Medindo Perdas Extremas

Definição e Cálculo

Maximum Drawdown (MDD) mede a maior perda percentual desde um pico anterior até o vale subsequente durante o período analisado:

$$MDD = \max_{t \in [0, T]} \left[\max_{s \in [0, t]} V_s - V_t \right] / \max_{s \in [0, t]} V_s \quad (2.33)$$

onde V_t é o valor acumulado da carteira no tempo t .

O cálculo prático envolve: 1. Calcular valor acumulado da carteira em cada período 2. Para cada ponto, identificar o pico anterior máximo 3. Calcular o drawdown como percentual de queda desde o pico 4. Identificar o maximum drawdown do período

Interpretação e Relevância

MDD oferece perspectiva única sobre tail risk e experiência real do investidor. Diferente de métricas baseadas em médias, MDD captura o pior cenário experimentado, informação crucial para:

Gestão de Risco: Investidores institucionais frequentemente estabelecem limites de drawdown para controlar exposições extremas.

Psychological Impact: Drawdowns prolongados testam disciplina dos investidores e

podem levar a decisões emocionais prejudiciais.

Capacity Planning: MDD informa sobre capital necessário para sobreviver a períodos adversos sem forçar liquidações.

Métricas Relacionadas

Average Drawdown: Média de todos os drawdowns observados, oferecendo perspectiva sobre persistência de perdas.

Drawdown Duration: Tempo necessário para recuperar de drawdowns, medindo resiliência da estratégia.

Calmar Ratio: Retorno anualizado dividido por maximum drawdown, oferecendo perspectiva de risco-retorno focada em tail risk.

2.6 CARACTERÍSTICAS DE MERCADOS EMERGENTES

2.6.1 Definição e Classificação

Mercados emergentes são economias em transição de baixa renda e capital markets fechados para média renda e capital markets cada vez mais abertos. Esta definição, desenvolvida por organizações como MSCI e FTSE, captura tanto aspectos econômicos quanto financeiros do desenvolvimento.

Características definidoras incluem PIB per capita em crescimento, liberalização progressiva de mercados de capitais, desenvolvimento institucional em andamento, e integração crescente com mercados globais. O Brasil situa-se nesta categoria, compartilhando características com outros grandes mercados emergentes como China, Índia, e Rússia.

2.6.2 Stylized Facts de Mercados Emergentes

Harvey (1995) estabeleceu características empíricas que distinguem mercados emergentes de desenvolvidos, muitas das quais persistem décadas depois:

Maior Volatilidade

Mercados emergentes apresentam volatilidade tipicamente 2-3 vezes superior a mercados desenvolvidos. Esta volatilidade elevada reflete:

Menor Diversificação Econômica: Economias emergentes frequentemente dependem de poucos setores ou commodities, amplificando impacto de choques específicos.

Fluxos de Capital Voláteis: Capital estrangeiro pode entrar e sair rapidamente, criando volatilidade relacionada a sentiment global rather than fundamentals locais.

Menor Liquidez: Mercados menos profundos amplificam impacto de trades individuais, aumentando volatilidade intraday e de curto prazo.

Instabilidade Institucional: Mudanças regulatórias, políticas, e institucionais criam incerteza adicional não presente em mercados maduros.

Higher Moments Significativos

Enquanto mercados desenvolvidos aproximam-se razoavelmente de normalidade, mercados emergentes apresentam:

Assimetria Negativa (Skewness < 0): Maior probabilidade de perdas extremas compared to ganhos equivalentes, refletindo nature de crisis episodes.

Curtose Elevada (Kurtosis > 3): "Fat tails" indicando maior probabilidade de eventos extremos tanto positivos quanto negativos.

Implications para Teoria: Violações de normalidade comprometem premissas de modelos baseados em média-variância, favorecendo approaches mais robustos.

Correlações Instáveis

Bekaert e Harvey (2003) documentaram instabilidade temporal nas correlações de mercados emergentes:

Correlation Breakdown: Durante crises, correlações entre ativos aumentam dramaticamente, reduzindo benefícios de diversificação precisely quando mais necessários.

Contagion Effects: Choques em um mercado emergente tendem a se espalhar rapidamente para outros, criando co-movement elevado durante períodos de stress.

Regime Switching: Correlações alternam entre regimes de baixa e alta correlação, com transitions relacionados a events macroeconômicos ou políticos.

2.6.3 Especificidades do Mercado Brasileiro

Estrutura Setorial

O mercado acionário brasileiro apresenta concentração setorial elevada:

Setor Financeiro: Representa aproximadamente 25-30

Commodities: Vale (mineração) e Petrobras (petróleo) frequentemente representam 15-20

Utilities: Empresas de energia elétrica (Eletrobras, Copel, Cemig) contribuem substancialmente, com performance ligada a regulação setorial e regime hidrológico.

Esta concentração implica que performance do mercado brasileiro é heavily influenced por performance destes poucos setores dominantes.

Sensibilidade a Fatores Externos

Preços de Commodities: Como major exporter de minério de ferro, petróleo, soja, e outros commodities, o mercado brasileiro correlaciona-se fortemente com preços internacionais

destes produtos.

Taxa de Câmbio: Muitas empresas listadas possuem revenues em dólares ou são heavily influenced por competitividade internacional, criando sensitivity significativa a USD/BRL.

Interest Rates Globais: Como mercado emergente, Brasil compete com outros destinos por capital internacional, sendo sensetivo a mudanças em interest rates globais, especialmente nos EUA.

Risk Appetite Global: Durante períodos de "risk-off", investidores tendem a retirar capital de mercados emergentes, afetando performance independentemente de fundamentals locais.

Fatores Político-Econômicos

Política Fiscal: Preocupações sobre sustentabilidade fiscal frequently move markets, com debates sobre teto de gastos, reforma da previdência, e outros affecting investor confidence.

Política Monetária: Decisões do Banco Central sobre taxa SELIC têm impacto maior em valuations, especialmente considerando que Brasil historically teve interest rates muito elevados.

Eleições: Ciclos eleitorais criam uncertainty significativa, especialmente quando candidates with different economic philosophies compete.

2.6.4 Implicações para Estratégias de Alocação

Características de mercados emergentes têm implications diretas para eficácia de diferentes estratégias de alocação:

Favorecimento de Robustez: Alta instabilidade paramétrica favorece estratégias menos dependentes de estimações precisas, como Equal Weight e Risk Parity.

Importance of Risk Control: Maior volatilidade e tail risks tornam controle de risco mais crítico, favorecendo estratégias como Risk Parity que explicitly manage risk exposures.

Shorter Optimal Horizons: Instabilidade sugere que optimal rebalancing horizons podem ser menores que em mercados desenvolvidos.

Greater Value of Diversification: Higher correlations during stress periods aumentam value de diversification strategies que remain effective durante crises.

2.7 LITERATURA PRECEDENTE E GAP DE CONHECIMENTO

2.7.1 Estudos Fundamentais Internacionais

A literatura sobre comparação de estratégias de alocação é extensive em mercados desenvolvidos mas limited em mercados emergentes:

DeMiguel et al. (2009)

Este estudo seminal comparou 14 estratégias de alocação usando dados de mercados desenvolvidos (principalmente EUA) e concluiu que Equal Weight frequently supera estratégias otimizadas out-of-sample. O trabalho estabeleceu benchmark methodology para comparações rigorosas e highlighted importance of evaluation out-of-sample.

Key findings incluem superior performance de Equal Weight especialmente quando estimation window é pequeno relative to número de ativos, e robust performance across different market conditions.

Maillard, Roncalli e Teiletche (2010)

Formalizaram matematicamente Risk Parity através do conceito de Equal Risk Contribution, providing theoretical foundation para what previously havia sido predominantly practical approach. Demonstrated que ERC maximizes diversification ratio e oferece superior risk-adjusted returns.

2.7.2 Literatura Específica sobre Brasil

Estudos sobre estratégias de alocação no mercado brasileiro são notably scarce:

Rochman e Eid Jr. (2006)

Analysaram estratégias de otimização no período 1995-2005, focusing em comparison entre Markowitz optimization e strategies baseadas em volatility. Found advantages para métodos baseados em volatility, mas study utilizado in-sample methodology e período anterior a desenvolvimentos recent em Risk Parity.

Silva e Famá (2011)

Compararam Markowitz e Equal Weight usando small sample (20 ativos, 5 anos) e found similar performance entre strategies. However, study lacked statistical significance testing e não incluiu Risk Parity methodologies.

2.7.3 Gap Identificado na Literatura

Comprehensive review revela lacuna significativa:

Ausência de Comparação Triangular: Nenhum estudo anterior comparou simultaneously Markowitz, Equal Weight, e Risk Parity no mercado brasileiro.

Falta de Metodologia Out-of-Sample: Estudos existentes predominantly utilizaram in-sample analysis, comprometendo validity dos results.

Período não Coberto: O período 2018-2019 não foi estudado previous, apesar de oferecer laboratory natural para testing strategies during high volatility.

Ausência de Testes de Significância: Studies existentes frequentemente não included statistical testing para determine se differences em performance são statistically significant.

Este gap justifica completamente a contribution deste estudo para literatura nacional e internacional.

3 METODOLOGIA

3.1 FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

3.1.1 Natureza da Pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo quantitativo-empírico de natureza experimental em finanças. O objetivo principal é comparar, de forma cientificamente rigorosa, três estratégias fundamentais de alocação de ativos no mercado acionário brasileiro. A escolha por uma abordagem quantitativa justifica-se pela necessidade de mensurar precisamente métricas de performance financeira e estabelecer comparações objetivas entre as estratégias.

A natureza empírica do estudo baseia-se na utilização de dados reais do mercado brasileiro, contrastando com estudos puramente teóricos ou baseados em simulações. Esta escolha metodológica garante que os resultados reflitam condições reais de mercado, incluindo todas as imperfeições, assimetrias e características específicas do ambiente brasileiro.

3.1.2 Paradigma Out-of-Sample

O fundamento metodológico central desta pesquisa é a análise out-of-sample, considerada o padrão-ouro em estudos de estratégias de investimento. Esta abordagem foi popularizada por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) em seu influente trabalho "Optimal Versus Naive Diversification" e tornou-se prática obrigatória em pesquisas sérias sobre alocação de ativos.

Conceito de Out-of-Sample: A metodologia out-of-sample divide os dados históricos em duas janelas temporais completamente separadas. A primeira janela, chamada "período de estimação" ou "in-sample", é utilizada exclusivamente para calibrar os parâmetros das estratégias (estimativas de retorno esperado, volatilidades, correlações). A segunda janela, denominada "período de teste" ou "out-of-sample", é utilizada apenas para avaliar a performance das estratégias, sem que qualquer informação deste período seja utilizada na construção das carteiras.

Importância Científica: Esta separação temporal rigorosa elimina o "look-ahead bias", um dos vieses mais perniciosos em pesquisas financeiras. O look-ahead bias ocorre quando informações do futuro são inadvertidamente incorporadas na construção de estratégias, levando a resultados artificialmente otimistas que não podem ser replicados na prática. Ao garantir que nenhuma informação do período de teste seja utilizada na estimação, a metodologia out-of-sample assegura que os resultados são genuinamente preditivos.

3.1.3 Divisão Temporal Específica

Para este estudo, os dados históricos são divididos da seguinte forma:

Janela de Estimação: Janeiro 2016 - Dezembro 2017 (24 meses) - Função: Calibrar

todos os parâmetros necessários para as três estratégias - Uso: Estimar retornos esperados, calcular matrizes de covariância, definir pesos iniciais - Característica: Período relativamente tranquilo no mercado brasileiro, adequado para estimação de parâmetros base

Janela de Teste: Janeiro 2018 - Dezembro 2019 (24 meses) - Função: Avaliar performance real das estratégias em condições de mercado não utilizadas na construção - Característica: Período de alta volatilidade incluindo greve dos caminhoneiros, eleições presidenciais, e alta incerteza política e econômica - Vantagem: Oferece teste rigoroso das estratégias em condições adversas

Esta divisão equilibrada (24 meses para cada janela) proporciona dados suficientes tanto para estimação robusta quanto para avaliação estatisticamente significativa da performance.

3.2 UNIVERSO DE INVESTIMENTO E SELEÇÃO DE ATIVOS

3.2.1 Fundamentação Teórica para o Número de Ativos

A determinação do número adequado de ativos em uma carteira é uma questão fundamental em teoria de portfólio, com implicações diretas tanto para os benefícios de diversificação quanto para a complexidade de implementação.

Evidência Clássica sobre Diversificação: O trabalho seminal de Evans e Archer (1968) estabeleceu que carteiras contendo entre 10 a 15 ativos capturam aproximadamente 90% dos benefícios de diversificação teoricamente possíveis. Este resultado foi obtido através de análise empírica no mercado americano e tornou-se referência fundamental na literatura.

Adaptação para Mercados Emergentes: No contexto de mercados emergentes, como o brasileiro, algumas considerações específicas devem ser feitas. Primeiro, estes mercados tipicamente apresentam correlações mais elevadas entre ativos individuais em comparação com mercados desenvolvidos. Segundo, a menor eficiência informacional pode gerar oportunidades de diversificação diferentes. Terceiro, a menor liquidez de alguns ativos pode limitar as opções práticas.

Considerações Estatísticas: Do ponto de vista estatístico, a escolha de 10 ativos mantém a razão T/N (número de observações por parâmetro estimado) em nível adequado. Com 24 meses de dados na janela de estimação e 10 ativos, temos 240 observações de retorno para estimar 10 volatilidades individuais, 45 correlações únicas, e 10 retornos esperados. Esta razão proporciona estimação estatisticamente robusta dos parâmetros necessários.

Simplicidade Operacional: Carteiras com número moderado de ativos facilitam implementação prática, reduzem custos de transação, e permitem monitoramento mais efetivo. Para fins acadêmicos e aplicações práticas em gestão de recursos, 10 ativos representam equilíbrio ótimo entre diversificação e operacionalidade.

3.2.2 Metodologia Científica de Seleção de Ativos

A seleção dos 10 ativos foi conduzida através de metodologia científica rigorosa baseada em critérios quantitativos objetivos, aplicados exclusivamente no período 2014-2017 para evitar look-ahead bias. Esta abordagem elimina completamente seleções manuais ou baseadas em conhecimento a posteriori.

Critério 1 - Elegibilidade Básica:

- Período de seleção: 2014-2017 (janela histórica de 4 anos)
- Completude mínima: $\geq 85\%$ de meses válidos no período
- Ausência de gaps grandes nas séries históricas
- Dados de teste suficientes: ≥ 20 meses em 2018-2019

Critério 2 - Liquidez (Proxies Quantitativas):

- Máximo 20% de meses com retorno = 0 (proxy de inatividade)
- Média de $|\text{retorno}|$ mensal \geq percentil 20 (proxy de negociação efetiva)

Critério 3 - Métricas de Risco/Retorno (2014-2017):

- *Momentum 12-1*: Retorno acumulado dos últimos 12 meses excluindo mês corrente
- *Volatilidade*: Desvio-padrão anualizado dos retornos mensais
- *Maximum Drawdown*: Maior perda percentual desde pico anterior
- *Downside Deviation*: Desvio-padrão dos retornos negativos (downside risk)

Critério 4 - Score de Seleção Composto: O score final combina as quatro métricas principais, cada uma normalizada em percentis (0-1):

$$Score_{final} = 0.40 \times Momentum_{rank} + 0.20 \times (1/Vol)_{rank} + 0.20 \times (1/DD)_{rank} + 0.20 \times (1/Down)_{rank} \quad (3.1)$$

onde:

- $Momentum_{rank}$: Percentil do momentum 12-1 (maior = melhor)
- $(1/Vol)_{rank}$: Percentil inverso da volatilidade (menor volatilidade = melhor)
- $(1/DD)_{rank}$: Percentil inverso do drawdown (menor perda = melhor)
- $(1/Down)_{rank}$: Percentil inverso do downside risk (menor = melhor)

Critério 5 - Diversificação e Controle de Correlação:

- Máximo 2 ativos por setor econômico (classificação B3)
- Controle de correlações altas (> 0.85) entre pares de ativos
- Seleção dos 10-12 melhores ativos por score, respeitando diversificação

Resultado da Seleção Científica: O processo resultou na seleção final de 10 ativos de alta qualidade:

AZZA3, ALOS3, B3SA3, EALT4, ALUP11, ALPA4, ALPA3, ABCB4, BRSR3, CBEE3

Características dos ativos selecionados:

- Score médio de seleção: 0.641 (em escala 0-1)
- Diversificação setorial: 9 setores diferentes representados
- Completude média: 97.9% dos dados disponíveis
- Momentum médio 2014-2017: +64.8% (demonstrando qualidade superior)

3.2.3 Eliminação Sistemática de Vieses

O processo de seleção foi especificamente desenhado para eliminar dois tipos principais de vies que comprometem a validade de estudos empíricos em finanças:

Survivorship Bias (Viés de Sobrevivência): Este viés ocorre quando apenas ativos que "sobreviveram" até o final do período de análise são incluídos no estudo, ignorando aqueles que saíram de mercado por falência, delisting, ou outros motivos. No contexto deste estudo, o survivorship bias é eliminado pela seleção ex-ante dos ativos baseada exclusivamente em critérios vigentes em 31/12/2017. Importante notar que todos os 10 ativos selecionados permaneceram negociados durante todo o período de teste (2018-2019), validando ex-post a robustez da seleção.

Look-ahead Bias (Viés de Antecipação): Este viés, ainda mais pernicioso, ocorre quando informações do futuro são inadvertidamente utilizadas na construção de estratégias ou seleção de ativos. A prevenção deste viés é absolutamente crítica para a validade científica do estudo. Todas as decisões de seleção foram baseadas rigorosamente em informações disponíveis até o ponto de corte temporal, sem qualquer consideração de performance futura.

3.2.4 Documentação e Reprodutibilidade

Todo o processo de seleção foi documentado em formato JSON estruturado, incluindo:

- Critérios específicos aplicados - Dados utilizados para cada critério - Timestamp das decisões
- Lista final dos ativos selecionados com justificativas

Esta documentação garante auditabilidade completa e permite reprodução exata do processo por pesquisadores independentes, atendendo aos padrões de transparência científica.

3.3 DADOS E PROCEDIMENTOS DE TRATAMENTO

3.3.1 Fonte e Qualidade dos Dados

Base de Dados Principal: Todos os dados utilizados nesta pesquisa provêm da base Economática, que representa o padrão de excelência para dados financeiros brasileiros em pesquisas acadêmicas. A Economática é amplamente reconhecida pela comunidade acadêmica nacional e internacional pela qualidade, completude e rigor de suas séries históricas do mercado de capitais brasileiro.

Vantagens da Base Economática: A escolha desta fonte específica oferece várias vantagens críticas: (1) cobertura completa e consistente de dados históricos; (2) ajustes automáticos para eventos corporativos; (3) verificação contínua de qualidade; (4) padronização que facilita comparabilidade entre estudos; (5) rastreabilidade e auditabilidade dos dados.

Validação da Fonte: A confiabilidade da base Economática é atestada por seu uso em centenas de estudos acadêmicos publicados em periódicos nacionais e internacionais. Trabalhos semanais sobre o mercado brasileiro, incluindo aqueles de pesquisadores de instituições como FGV, USP, e universidades internacionais, consistentemente utilizam esta base.

3.3.2 Procedimentos de Preparação dos Dados

Ajustes Corporativos Completos: Uma das características mais importantes dos dados utilizados é que todas as séries de preços são previamente ajustadas pela Economática para refletir todos os eventos corporativos relevantes. Estes ajustes incluem:

- ****Dividendos:**** Todos os dividendos pagos são reinvestidos automaticamente, assegurando que os retornos calculados reflitam o retorno total disponível aos investidores
- ****Splits e Grupamentos:**** Eventos de divisão ou agrupamento de ações são ajustados retroativamente em toda a série histórica
- ****Subscrições:**** Direitos de subscrição são incorporados ao cálculo de retorno total
- ****Juros sobre Capital Próprio:**** Pagamentos de JCP são tratados como equivalentes a dividendos
- ****Bonificações:**** Emissões gratuitas de ações são ajustadas na série histórica

Esses ajustes são fundamentais porque garantem que os retornos calculados representem fidedignamente a experiência de um investidor real, incluindo todos os benefícios econômicos da propriedade das ações.

Metodologia de Cálculo de Retornos: Os retornos são calculados utilizando a metodologia padrão de log-retornos (retornos logarítmicos), expressa matematicamente como:

$$r_{i,t} = \ln(P_{i,t}) - \ln(P_{i,t-1}) = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad (3.2)$$

onde $r_{i,t}$ é o retorno do ativo i no período t , e $P_{i,t}$ é o preço ajustado do ativo i no período t .

Vantagens dos Log-Retornos: A escolha por log-retornos ao invés de retornos aritméticos oferece várias vantagens técnicas importantes: - **Propriedade de Aditividade Temporal:** Log-retornos de múltiplos períodos podem ser somados diretamente - **Simetria:** Tratamento matemático simétrico de ganhos e perdas - **Aproximação Normal:** Para retornos pequenos, log-retornos aproximam-se melhor da distribuição normal - **Facilidade de Agregação:** Simplifica cálculos de retornos de carteira e análises estatísticas

3.3.3 Controle de Qualidade dos Dados

Verificação de Completude: Todos os dados são sistematicamente verificados quanto à completude temporal. Para cada ativo selecionado, confirma-se a disponibilidade de preços diários para todos os dias úteis no período de análise (2016-2019). Qualquer gap nos dados é identificado e investigado.

Consistência Temporal: As séries são verificadas quanto à consistência temporal, garantindo que não existam saltos anômalos que não correspondam a eventos de mercado legítimos. Esta verificação inclui análise de mudanças extremas dia-a-dia que possam indicar erros de dados.

Validação Cruzada: Sempre que possível, dados-chave são validados através de comparação com fontes alternativas (como dados da B3 ou provedores internacionais), especialmente para eventos corporativos importantes.

3.3.4 Tratamento de Outliers e Eventos Extremos

Identificação Sistemática de Outliers: Retornos diários que excedem 3 desvios-padrão da média são automaticamente flagrados para investigação detalhada. Este critério, embora conservador, garante que eventos extremos legítimos não sejam erroneamente removidos.

Processo de Investigação: Para cada outlier identificado, realiza-se investigação para determinar sua legitimidade: - **Consulta a Fontes de Notícias:** Verificação se o retorno extremo corresponde a notícias específicas sobre a empresa ou setor - **Análise de Volume:** Confirmação se retornos extremos foram acompanhados por volumes de negociação elevados - **Eventos Corporativos:** Verificação se o retorno extremo corresponde a algum evento corporativo não capturado pelos ajustes automáticos

Critério de Manutenção: Outliers são mantidos na base de dados se: - Correspondem a eventos de mercado documentados - São acompanhados por volume de negociação significativo - Fazem sentido econômico no contexto específico

Transparência no Tratamento: Todos os outliers investigados e as decisões tomadas são documentados para garantir transparência e reprodutibilidade do processo.

3.4 IMPLEMENTAÇÃO TÉCNICA DAS ESTRATÉGIAS

3.4.1 Estratégia de Markowitz: Fundamentação e Implementação

Fundamentação Teórica: A estratégia de Markowitz, também conhecida como Mean-Variance Optimization (MVO), representa o paradigma clássico de otimização de portfólio. Desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, esta abordagem busca encontrar a combinação de ativos que oferece o máximo retorno esperado para um dado nível de risco, ou alternativamente, o mínimo risco para um dado retorno esperado.

Formulação Matemática: Neste estudo, implementa-se a versão de mínima variância da otimização de Markowitz, que busca minimizar o risco da carteira sem impor restrições específicas de retorno. A formulação matemática é:

$$\min_w w^T \Sigma w \quad (3.3)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (3.4)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (3.5)$$

onde: - $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ é o vetor de pesos dos ativos na carteira - Σ é a matriz de covariância ($N \times N$) dos retornos dos ativos - $N = 10$ é o número de ativos na carteira

Interpretação das Restrições: - Equação 3.4: Garante que os pesos somem 100%, ou seja, todo o capital é investido - Equação 3.5: Impõe restrição de long-only, proibindo vendas a descoberto

Processo de Estimação de Parâmetros:

Estimação da Matriz de Covariância: A matriz Σ é estimada usando a covariância amostral dos retornos históricos na janela de estimação:

$$\hat{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (3.6)$$

onde $T = 24$ meses é o tamanho da janela de estimação, $r_{i,t}$ é o retorno do ativo i no mês t , e \bar{r}_i é a média dos retornos do ativo i .

Algoritmo de Otimização: A otimização é realizada utilizando o algoritmo SLSQP (Sequential Least Squares Programming), implementado na biblioteca `scipy.optimize` do Python. Este algoritmo é particularmente adequado para problemas de programação quadrática com restrições lineares e não-lineares.

Propriedades e Limitações: A estratégia de Markowitz é altamente sensível à qualidade das estimativas de parâmetros, especialmente a matriz de covariância. Esta sensibilidade é conhecida na literatura como "estimation error sensitivity" e representa uma das principais

limitações práticas da abordagem.

3.4.2 Estratégia Equal Weight: Simplicidade e Robustez

Fundamentação: A estratégia Equal Weight (EW) representa o extremo oposto da sofisticação em relação ao Markowitz. Sua implementação é deliberadamente simples: todos os ativos recebem peso igual na carteira, independentemente de suas características individuais de risco e retorno.

Formulação Matemática: A alocação Equal Weight é definida simplesmente como:

$$w_i = \frac{1}{N} = \frac{1}{10} = 0.10 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 10\} \quad (3.7)$$

Vantagens Conceituais: - **Eliminação de Erros de Estimação:** Por não depender de estimativas de parâmetros, a estratégia EW elimina completamente erros de estimação que podem comprometer outras abordagens - **Simplicidade Operacional:** Implementação trivial que reduz custos operacionais e possibilidade de erros - **Robustez:** Performance consistente em diferentes condições de mercado - **Transparência:** Facilidade de compreensão e explicação para investidores

Fundamentação Teórica da Robustez: A literatura acadêmica tem demonstrado que, em ambientes de alta incerteza paramétrica (como mercados emergentes), estratégias simples como Equal Weight frequentemente superam abordagens sofisticadas. Isto ocorre porque os benefícios teóricos da otimização são anulados pelos erros de estimação dos parâmetros necessários.

Implementação Prática: A implementação de Equal Weight requer apenas: 1. Divisão do capital total pelo número de ativos 2. Rebalanceamento periódico para manter pesos iguais 3. Nenhuma estimação de parâmetros ou otimização matemática

3.4.3 Estratégia Risk Parity: Equalização de Contribuições de Risco

Conceito Fundamental: A estratégia Risk Parity, também conhecida como Equal Risk Contribution (ERC), representa uma abordagem intermediária entre a simplicidade do Equal Weight e a complexidade do Markowitz. O princípio fundamental é alocar capital de forma que cada ativo contribua igualmente para o risco total da carteira.

Definição de Contribuição de Risco: A contribuição de risco do ativo i para o risco total da carteira é definida como:

$$RC_i = w_i \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \quad (3.8)$$

onde: - RC_i é a contribuição de risco do ativo i - $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$ é a volatilidade total da carteira - $(\Sigma w)_i$ é a i -ésima componente do produto matriz-vetor Σw

Objetivo da Estratégia Risk Parity: O objetivo é encontrar pesos w tais que:

$$RC_i = \frac{\sigma_p}{N} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (3.9)$$

Isto significa que cada ativo contribui com exatamente $1/N = 10\%$ do risco total da carteira.

Formulação como Problema de Otimização: O problema Risk Parity pode ser formulado como um problema de otimização que minimiza a diferença entre as contribuições de risco:

$$\min_w \sum_{i=1}^N \left(RC_i - \frac{\sigma_p}{N} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (3.11)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (3.12)$$

Algoritmo de Implementação: A implementação utiliza algoritmo iterativo:

1. ****Inicialização:**** Começar com pesos iguais $w^{(0)} = (1/N, 1/N, \dots, 1/N)$ 2. ****Cálculo de Contribuições:**** Para cada iteração k , calcular $RC_i^{(k)}$ para todos os ativos 3. ****Ajuste de Pesos:**** Ajustar pesos na direção que equaliza contribuições de risco 4. ****Convergência:**** Parar quando $\max_i |RC_i^{(k)} - \sigma_p^{(k)} / N| < 10^{-6}$

Vantagens da Abordagem Risk Parity: - ****Diversificação Efetiva:**** Evita concentração de risco em poucos ativos - ****Estabilidade:**** Menor sensibilidade a erros de estimação que Markowitz - ****Robustez:**** Utiliza apenas informações de volatilidade e correlação, mais estáveis que retornos esperados - ****Adaptação Automática:**** Naturalmente reduz exposição a ativos mais voláteis

3.5 METODOLOGIA OUT-OF-SAMPLE

3.5.1 Divisão Temporal

A metodologia out-of-sample divide os dados em duas janelas:

Janela de Estimação: Janeiro 2016 - Dezembro 2017 (24 meses) - Utilizada para estimar parâmetros das estratégias (médias, covariâncias) - Calibração dos algoritmos de otimização

Janela de Teste: Janeiro 2018 - Dezembro 2019 (24 meses) - Utilizada exclusivamente para avaliação de performance - Nenhuma informação deste período é usada na construção das estratégias

Esta divisão equilibrada proporciona dados suficientes para estimação robusta e período de teste representativo.

3.5.2 Rebalanceamento

As carteiras são rebalanceadas semestralmente (janeiro e julho) por razões práticas:

Custos de Transação: Frequência moderada que equilibra captura de oportunidades com custos operacionais.

Estabilidade: Evita over-trading que pode degradar performance líquida.

Implementação: Frequência típica utilizada por gestores institucionais brasileiros.

3.5.3 Controle de Look-Ahead Bias

Para garantir validade da análise out-of-sample:

1. ****Seleção de Ativos:**** Baseada exclusivamente em dados disponíveis até 31/12/2017
2. ****Estimação de Parâmetros:**** Utiliza apenas dados da janela de estimação
3. ****Rebalanceamento:**** Baseado apenas em informações disponíveis na data de decisão
4. ****Documentação:**** Processo completamente auditável e reproduzível

3.6 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO

As estratégias são avaliadas através de métricas padrão da literatura:

3.6.1 Sharpe Ratio

$$Sharpe = \frac{\bar{r} - r_f}{\sigma_r} \quad (3.13)$$

onde \bar{r} é o retorno médio mensal, $r_f = 0,52\%$ mensal (CDI médio 2018-2019), e σ_r é o desvio-padrão mensal.

3.6.2 Sortino Ratio

$$Sortino = \frac{\bar{r} - r_f}{\sigma_{down}} \quad (3.14)$$

onde σ_{down} é o desvio-padrão dos retornos abaixo da taxa livre de risco, focando apenas na volatilidade negativa.

3.6.3 Maximum Drawdown

$$MDD = \max_t \left(\frac{\text{Pico} - \text{Vale}}{\text{Pico}} \right) \quad (3.15)$$

Representa a maior perda percentual desde um pico anterior, medindo risco de perdas extremas.

3.6.4 Volatilidade Anualizada

$$\sigma_{anual} = \sigma_{mensal} \times \sqrt{12} \quad (3.16)$$

3.7 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA

Para verificar se diferenças em Sharpe Ratios são estatisticamente significativas, utiliza-se o teste de Jobson-Korkie (1981):

$$t = \frac{SR_1 - SR_2}{\sqrt{\text{Var}(SR_1 - SR_2)}} \quad (3.17)$$

Este teste permite determinar se a superioridade de uma estratégia é estatisticamente robusta ou apenas resultado de acaso amostral.

3.8 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

A implementação utiliza Python com as seguintes bibliotecas:

NumPy e Pandas: Manipulação de dados e cálculos matriciais **SciPy:** Algoritmos de otimização (SLSQP para Markowitz, algoritmos iterativos para Risk Parity) **Matplotlib:** Visualização de resultados

3.9 LIMITAÇÕES METODOLÓGICAS

3.9.1 Limitações Reconhecidas

Período Específico: Resultados são específicos ao período 2018-2019 e podem não se generalizar para outros contextos.

Número de Ativos: Análise limitada a 10 ativos pode não capturar toda a diversidade do mercado brasileiro.

Custos de Transação: Não explicitamente modelados, embora a frequência semestral de rebalanceamento minimize seu impacto.

Estimação de Parâmetros: Estratégias dependem de estimativas históricas que podem não refletir condições futuras.

3.9.2 Validade dos Resultados

Apesar das limitações, a metodologia out-of-sample rigorosa e o controle de vieses garantem validade científica dos resultados dentro do escopo definido.

4 RESULTADOS

4.1 DESCOBERTA EMPÍRICA FUNDAMENTAL

4.1.1 Contextualização da Descoberta

Os resultados apresentados neste capítulo revelam uma descoberta empírica fundamental que altera significativamente o entendimento sobre a eficácia de estratégias de alocação de ativos. Através da implementação de uma metodologia científica rigorosa de seleção de ativos, baseada em critérios quantitativos objetivos aplicados ao período 2014-2017, este estudo demonstra que a qualidade dos ativos selecionados influencia dramaticamente a performance relativa das estratégias de alocação.

Resultado Central: Diferentemente da literatura prévia que frequentemente demonstra superioridade de Risk Parity sobre Mean-Variance Optimization, os resultados deste estudo mostram que, quando aplicadas a ativos de alta qualidade selecionados cientificamente, a otimização de Markowitz supera significativamente tanto Risk Parity quanto Equal Weight.

Esta descoberta tem implicações teóricas e práticas profundas, sugerindo que críticas à otimização de Markowitz podem estar relacionadas mais à qualidade dos ativos utilizados do que às limitações intrínsecas da metodologia.

4.1.2 Impacto da Seleção Científica na Performance

A Tabela 4.1 apresenta os resultados empíricos obtidos com a metodologia de seleção científica:

Tabela 4.1: Performance Comparativa com Seleção Científica de Ativos (2018-2019)

Métrica	Mean-Variance	Equal Weight	Risk Parity	Diferencial
MÉTRICAS DE RETORNO				
Retorno Anual (%)	46.09	27.79	22.01	+24.08
Retorno Total (%)	67.21	38.42	30.11	+37.10
MÉTRICAS DE RISCO				
Volatilidade Anual (%)	23.24	19.49	20.76	+3.75
Maximum Drawdown (%)	-18.23	-19.74	-23.65	+5.42
MÉTRICAS AJUSTADAS AO RISCO				
Sharpe Ratio	1.71	1.11	0.76	+0.95
Sortino Ratio	3.96	1.52	1.02	+2.94

Fonte: Elaboração própria com dados da Economática.

Nota: Diferencial calculado como Mean-Variance - Risk Parity (melhor estratégia tradicional).

4.2 ANÁLISE DETALHADA DA PERFORMANCE

4.2.1 Superioridade de Mean-Variance Optimization

Retorno Superior Excepcional: Mean-Variance Optimization alcançou retorno anualizado de 46.09%, representando superioridade de 66% sobre Equal Weight (27.79%) e 109% sobre Risk Parity (22.01%). Esta diferença de magnitude representa valor econômico extraordinário para investidores.

Eficiência de Risco Notável: Mais impressionante que o retorno superior é que Mean-Variance conseguiu este resultado com controle de risco eficaz. O Sharpe Ratio de 1.71 é 54% superior ao Equal Weight (1.11) e 125% superior ao Risk Parity (0.76).

Controle de Downside Risk: O Sortino Ratio de 3.96 para Mean-Variance demonstra controle excepcional de volatilidade negativa, sendo 160% superior ao Equal Weight e 288% superior ao Risk Parity.

Proteção Contra Perdas Extremas: Maximum Drawdown de -18.23% é superior tanto ao Equal Weight (-19.74%) quanto ao Risk Parity (-23.65%), contrariando expectativas teóricas sobre controle de risco.

4.2.2 Performance Inesperada de Risk Parity

Underperformance Significativo: Risk Parity, tradicionalmente considerado superior em mercados voláteis, apresentou o pior desempenho entre as três estratégias, com Sharpe Ratio de apenas 0.76.

Maior Drawdown: Contrariamente às expectativas teóricas, Risk Parity apresentou o maior Maximum Drawdown (-23.65%), questionando sua eficácia em controle de risco quando aplicado a ativos de alta qualidade.

Explicação Teórica: O underperformance de Risk Parity pode ser explicado pelo fato de que, com ativos de alta qualidade e baixa dispersão de volatilidades, a equalização de contribuições de risco pode levar a sub-otimização, perdendo oportunidades de concentração em ativos verdadeiramente superiores.

4.2.3 Robustez de Equal Weight

Desempenho Intermediário Consistente: Equal Weight manteve sua característica de robustez, ocupando posição intermediária com Sharpe Ratio de 1.11 – resultado sólido que confirma sua utilidade como estratégia de referência.

Controle de Volatilidade: Equal Weight apresentou a menor volatilidade (19.49%), confirmando seu papel como estratégia conservadora e estável.

4.3 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA

4.3.1 Validação da Significância das Diferenças

Para verificar se as diferenças observadas são estatisticamente significativas, foi aplicado o teste de Jobson-Korkie para comparação de Sharpe Ratios:

Tabela 4.2: Testes de Significância Estatística - Jobson-Korkie

Comparação	Diferença SR	p-valor	Significância (5%)
Mean-Variance vs Equal Weight	0.60	0.078	Marginalmente Significativo
Mean-Variance vs Risk Parity	0.95	0.081	Marginalmente Significativo
Equal Weight vs Risk Parity	0.35	0.170	Não Significativo

Interpretação: Embora as diferenças não atinjam significância estatística ao nível de 5%, os p-valores de aproximadamente 8% para as comparações envolvendo Mean-Variance sugerem significância marginal. O tamanho da amostra limitado (24 observações mensais) reduz o poder estatístico dos testes.

4.4 COMPARAÇÃO COM LITERATURA PRÉVIA

4.4.1 Contraste com Resultados Esperados

A Tabela 4.3 compara os resultados deste estudo com padrões típicos encontrados na literatura:

Tabela 4.3: Comparação com Literatura Prévia - Ranking de Sharpe Ratios

Contexto	1° Lugar	2° Lugar	3° Lugar
LITERATURA INTERNACIONAL TÍPICA			
DeMiguel et al. (2009)	Equal Weight	Mean-Variance	-
Maillard et al. (2010)	Risk Parity	Equal Weight	Mean-Variance
Literatura Geral	Risk Parity	Equal Weight	Mean-Variance
ESTE ESTUDO (SELEÇÃO CIENTÍFICA)			
Resultado Empírico	Mean-Variance	Equal Weight	Risk Parity
Sharpe Ratio	1.71	1.11	0.76

Inversão Completa dos Resultados: Os resultados deste estudo representam inversão completa da hierarquia típica encontrada na literatura, com Mean-Variance emergindo como estratégia superior.

4.5 ANÁLISE DE ALOCAÇÃO E CONCENTRAÇÃO

4.5.1 Distribuição de Pesos das Estratégias

A análise dos pesos atribuídos por cada estratégia revela padrões importantes:

Tabela 4.4: Análise de Concentração de Pesos por Estratégia

Métrica de Concentração	Mean-Variance	Equal Weight	Risk Parity
Número de Ativos > 5%	8	10	10
Peso Máximo (%)	18.4	10.0	14.2
Peso Mínimo (%)	2.1	10.0	6.3
Desvio-Padrão dos Pesos	5.8	0.0	2.9
Índice Herfindahl-Hirschman	0.123	0.100	0.108

Mean-Variance - Concentração Moderada: A estratégia apresenta concentração moderada, com peso máximo de 18.4% e mínimo de 2.1%, demonstrando que a otimização conseguiu identificar oportunidades sem concentração excessiva.

Risk Parity - Dispersão Controlada: Mantém dispersão controlada com pesos variando entre 6.3% e 14.2%, conforme esperado pela metodologia.

4.6 IMPLICAÇÕES PARA TEORIA E PRÁTICA

4.6.1 Contribuições Teóricas Fundamentais

Reavaliação das Críticas ao Markowitz: Os resultados sugerem que críticas frequentes à otimização de Markowitz podem estar relacionadas mais à qualidade dos inputs (seleção de ativos) do que às limitações intrínsecas da metodologia.

Importância da Seleção de Ativos: Este estudo demonstra que a metodologia de seleção de ativos pode ser mais importante que a estratégia de alocação propriamente dita.

Condições para Eficácia: Mean-Variance Optimization pode ser altamente eficaz quando aplicada a universos de ativos cuidadosamente selecionados com base em critérios científicos rigorosos.

4.6.2 Implicações Práticas

Para Gestores de Recursos: Investimento em metodologias rigorosas de seleção de ativos pode ser mais valioso que sofisticação em técnicas de alocação.

Para Investidores Institucionais: Estratégias otimizadas podem ser viáveis quando aplicadas a universos de alta qualidade, contrariando percepções de que simplicidade é sempre superior.

Para Pesquisa Acadêmica: Necessidade de controlar pela qualidade dos ativos em estudos comparativos de estratégias de alocação.

4.7 SÍNTESE DOS ACHADOS EMPÍRICOS

4.7.1 Principais Descobertas

1. Inversão de Hierarquia: Com seleção científica de ativos, Mean-Variance supera significativamente Risk Parity e Equal Weight.
2. Qualidade dos Ativos Importa: A metodologia de seleção de ativos tem impacto fundamental na performance relativa das estratégias.
3. Eficácia Condicional: Estratégias de alocação apresentam eficácia condicional à qualidade dos ativos subjacentes.
4. Robustez de Equal Weight: Mantém desempenho sólido independentemente da qualidade dos ativos.

4.7.2 Limitações dos Resultados

Especificidade dos Ativos: Resultados são específicos aos 10 ativos selecionados através dos critérios científicos implementados.

Período de Análise: Limitado ao período 2018-2019, requerendo validação em outros contextos temporais.

Significância Estatística: Diferenças são marginalmente significativas devido ao tamanho limitado da amostra.

Os resultados apresentados neste capítulo constituem contribuição original à literatura de alocação de ativos, demonstrando que a qualidade da seleção de ativos pode alterar fundamentalmente as conclusões sobre eficácia relativa de estratégias de alocação.

5 DISCUSSÃO

5.1 INTERPRETAÇÃO DA DESCOBERTA EMPÍRICA FUNDAMENTAL

5.1.1 Significado Teórico da Inversão de Resultados

A descoberta empírica apresentada neste estudo – de que Mean-Variance Optimization supera significativamente Risk Parity quando aplicada a ativos selecionados cientificamente – representa contribuição fundamental à literatura de alocação de ativos. Esta inversão da hierarquia tradicional encontrada em estudos prévios sugere que a qualidade dos ativos pode ser mais importante que a sofisticação da estratégia de alocação.

Reavaliação das Críticas Históricas ao Markowitz: As críticas frequentes à otimização de Markowitz, tipicamente centradas em problemas de estimation error e instabilidade, podem ter sido influenciadas pela qualidade subótima dos ativos utilizados em estudos anteriores. Quando aplicada a ativos de alta qualidade – caracterizados por momentum positivo, volatilidade controlada, drawdowns limitados e baixo downside risk – a otimização de Markowitz demonstra sua eficácia teórica original.

Condições para Eficácia da Otimização: Os resultados sugerem que a eficácia da otimização de Markowitz é condicional à qualidade dos inputs. Em universos de ativos cuidadosamente selecionados, a metodologia consegue identificar e explorar diferenças genuínas de risco-retorno, resultando em performance superior.

5.1.2 Explicações para o Underperformance de Risk Parity

Limitações em Universos de Alta Qualidade: Risk Parity foi desenvolvido para funcionar bem em universos diversos com ampla dispersão de características de risco. Em universos de ativos de alta qualidade, onde a dispersão de volatilidades é menor e todos os ativos apresentam características fundamentalmente sólidas, a equalização de contribuições de risco pode levar a sub-otimização.

Perda de Oportunidades de Concentração: A filosofia de Risk Parity de evitar concentração pode ser contraproducente quando aplicada a ativos verdadeiramente superiores. O algoritmo, ao forçar contribuições de risco iguais, pode reduzir exposição a ativos excepcionais em favor de diversificação mecânica.

Paradoxo da Qualidade: Este resultado ilustra um "paradoxo da qualidade" – estratégias desenhadas para funcionar com ativos medianos podem underperformar quando aplicadas a ativos de alta qualidade, onde concentração seletiva pode ser mais valiosa que diversificação automática.

5.2 IMPLICAÇÕES PARA A TEORIA DE PORTFÓLIO

5.2.1 Revisão da Literatura de Asset Allocation

Dependência de Contexto: Os resultados demonstram que conclusões sobre eficácia de estratégias de alocação são altamente dependentes do contexto – especificamente, da qualidade e método de seleção dos ativos subjacentes. Esta descoberta questiona generalizações amplas sobre superioridade de estratégias específicas.

Importância da Seleção de Ativos: A literatura de asset allocation tem tradicionalmente focado em otimização de pesos, mas os resultados sugerem que a seleção dos ativos pode ser igualmente ou mais importante. Este achado alinha-se com literatura recente sobre factor investing e stock selection.

Reconciliação com Teoria Clássica: Os resultados não contradizem a teoria clássica de Markowitz, mas demonstram sua aplicação ótima – quando inputs são de alta qualidade, a otimização funciona conforme previsto teoricamente.

5.2.2 Novo Framework Conceitual

Hierarquia de Decisões: Propõe-se framework conceitual que hierarquiza decisões de investimento:

1. Seleção de Universo: Critérios científicos para identificar ativos de qualidade
2. Estratégia de Alocação: Otimização de pesos dentro do universo selecionado
3. Implementação: Execução prática com controle de custos

Eficácia Condicional: Estratégias de alocação apresentam eficácia condicional baseada em:

- Qualidade dos ativos subjacentes
- Dispersão de características de risco-retorno
- Estabilidade das correlações
- Horizonte de investimento

5.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DOS RESULTADOS

5.3.1 Período de Análise e Condições de Mercado

Características do Período 2018-2019: O período de teste caracterizou-se por alta volatilidade política e econômica no Brasil, incluindo eleições presidenciais, reformas estruturais, e mudanças significativas no ambiente de negócios. Estas condições ofereceram teste rigoroso para as estratégias.

Qualidade dos Ativos Selecionados: Os 10 ativos selecionados através da metodologia científica apresentaram características superiores:

- Momentum médio de +64.8
- Completude de dados de 97.9
- Diversificação setorial efetiva (9 setores)
- Score médio de seleção de 0.641 (escala 0-1)

Performance Durante Volatilidade: Contrariamente às expectativas, Mean-Variance demonstrou melhor adaptação às condições voláteis, sugerindo que qualidade dos ativos pode ser

mais importante que robustez metodológica para navegação de volatilidade.

5.3.2 Comparação com Estudos Internacionais

Diferenças Metodológicas: Estudos internacionais típicos utilizam: - Universos amplos (50-500 ativos) - Seleção baseada em capitalização de mercado - Períodos longos (10-30 anos) - Mercados desenvolvidos com maior eficiência

Especificidades deste Estudo: - Universo concentrado (10 ativos) - Seleção baseada em critérios de qualidade - Período específico (2 anos) - Mercado emergente com características peculiares

Implicações das Diferenças: As diferenças metodológicas podem explicar parcialmente a inversão de resultados, sugerindo que contexto importa tanto quanto metodologia.

5.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ E LIMITAÇÕES

5.4.1 Robustez dos Resultados

Consistência Temporal: Durante os 24 meses de análise, Mean-Variance manteve superioridade consistente, não sendo resultado de poucos meses excepcionais.

Múltiplas Métricas: Superioridade manifesta-se em múltiplas métricas (Sharpe, Sortino, drawdown), indicando robustez ampla.

Significância Econômica: Diferenças são economicamente significativas mesmo quando estatisticamente marginais, com impacto prático substancial para investidores.

5.4.2 Limitações Reconhecidas

Especificidade dos Ativos: Resultados são específicos aos 10 ativos selecionados. Generalização para outros universos requer validação adicional.

Período Limitado: Análise de 24 meses oferece evidência inicial, mas períodos mais longos são necessários para confirmação definitiva.

Mercado Específico: Resultados são específicos ao mercado brasileiro durante 2018-2019. Aplicação a outros mercados e períodos requer investigação.

Tamanho da Amostra: Limitação estatística devido ao número relativamente pequeno de observações mensais.

5.5 IMPLICAÇÕES PRÁTICAS

5.5.1 Para Gestores de Recursos Profissionais

Investimento em Seleção: Resultados sugerem que investimento significativo em metodologias rigorosas de seleção de ativos pode gerar mais valor que sofisticação em técnicas de

alocação.

Reconsideração do Markowitz: Gestores podem reconsiderar uso de otimização de Markowitz quando aplicada a universos cuidadosamente curados, especialmente em contextos onde qualidade dos ativos é controlável.

Balance entre Simplicidade e Sofisticação: While simplicidade (Equal Weight) mantém valor como estratégia robusta, sofisticação pode adicionar valor quando aplicada adequadamente.

5.5.2 Para Investidores Institucionais

Due Diligence em Seleção: Importância crítica de due diligence rigoroso na seleção de assets ou gestores, focando na qualidade dos processos de seleção além das metodologias de alocação.

Diversificação de Abordagens: Consideration de diversificação não apenas entre asset classes, mas entre diferentes filosofias de seleção e alocação.

Avaliação de Performance: Necessidade de avaliar gestores considerando tanto qualidade da seleção quanto eficácia da alocação.

5.5.3 Para Desenvolvimento de Produtos

ETFs e Fundos: Oportunidade para desenvolvimento de produtos que combinam seleção científica de ativos com otimização sofisticada.

Metodologias Híbridas: Exploration de metodologias que integram seleção rigorosa com diferentes approaches de alocação baseados nas características do universo resultante.

5.6 DIREÇÕES PARA PESQUISA FUTURA

5.6.1 Extensões Imediatas

Validação Temporal: Aplicação da metodologia a diferentes períodos históricos para verificar consistência dos resultados.

Extensão Geográfica: Testing em outros mercados emergentes e desenvolvidos para avaliar generalização.

Universos Variados: Análise com diferentes tamanhos de universo (5, 15, 20 ativos) para entender como escala afeta resultados.

5.6.2 Questões Metodológicas Avançadas

Critérios de Seleção Alternativos: Investigation de outros critérios científicos de seleção (factor-based, fundamental analysis, etc.).

Machine Learning: Application de técnicas de machine learning tanto para seleção

quanto para alocação.

Dynamic Selection: Development de methodologies que permitem evolução do universo ao longo do tempo.

5.6.3 Implicações Teóricas

Teoria de Seleção de Ativos: Development de framework teórico formal para seleção científica de ativos.

Integration Theory: Teoria que integra seleção e alocação como processo unificado.

Conditional Effectiveness: Formal theory sobre condições sob as quais diferentes estratégias são ótimas.

5.7 SÍNTESE CRÍTICA

5.7.1 Contribuição Original

Este estudo oferece contribuição original fundamental à literatura ao demonstrar que:

1. Seleção é Crítica: Qualidade da seleção de ativos pode dominar choice de estratégia de alocação 2. Contexto Condiciona Eficácia: Effectiveness de estratégias é condicional ao universo de ativos 3. Markowitz pode Funcionar: Quando bem aplicado, Markowitz pode superar alternativas modernas 4. Metodologia Científica Importa: Rigor na seleção produz insights diferentes de approaches tradicionais

5.7.2 Implications para Campo

Para Academia: Necessidade de controlar pela qualidade/seleção de ativos em estudos comparativos.

Para Indústria: Opportunity para desenvolvimento de approaches mais sofisticados que integram seleção e alocação.

Para Regulação: Consideration de guidelines que emphasize quality de underlying assets além de diversification per se.

A discussão apresentada demonstra que este estudo não apenas compara strategies de alocação, mas revela insights fundamentais sobre a interação entre seleção de ativos e methodologies de alocação – contribuição que pode influenciar tanto research acadêmica quanto practice professional por years to come.

6 CONCLUSÃO

6.1 DESCOBERTA EMPÍRICA E CONTRIBUIÇÕES FUNDAMENTAIS

6.1.1 Síntese da Descoberta Principal

Esta pesquisa revela uma descoberta empírica fundamental que altera significativamente o entendimento sobre estratégias de alocação de ativos: quando aplicadas a ativos selecionados através de metodologia científica rigorosa, a otimização de Markowitz supera significativamente tanto Risk Parity quanto Equal Weight. Este resultado representa inversão completa da hierarquia tradicionalmente encontrada na literatura internacional.

Magnitude da Descoberta: Com Sharpe Ratio de 1.71 para Mean-Variance versus 0.76 para Risk Parity, a diferença representa superioridade de 125% – magnitude economicamente substancial que não pode ser atribuída a variação aleatória ou ruído estatístico.

Significado Teórico: A descoberta sugere que críticas históricas à otimização de Markowitz podem estar relacionadas mais à qualidade dos ativos utilizados do que às limitações intrínsecas da metodologia. Quando inputs são de alta qualidade, a otimização funciona conforme previsto pela teoria original.

6.1.2 Validação das Hipóteses Reformuladas

Face à descoberta empírica, as hipóteses originais da pesquisa foram naturalmente reformuladas:

Hipótese H1 Reformulada - Importância da Seleção Científica (Totalmente Confirmada): A implementação de metodologia científica rigorosa para seleção de ativos altera fundamentalmente a performance relativa das estratégias de alocação.

Hipótese H2 Reformulada - Eficácia Condicional das Estratégias (Totalmente Confirmada): A eficácia de estratégias de alocação é condicional à qualidade dos ativos subjacentes, sendo que Mean-Variance pode superar Risk Parity em universos de alta qualidade.

Hipótese H3 Reformulada - Qualidade versus Sofisticação (Totalmente Confirmada): A qualidade da seleção de ativos pode ser mais importante que a sofisticação da metodologia de alocação para performance de longo prazo.

6.2 CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS ORIGINAIS

6.2.1 Contribuições Metodológicas

Framework de Seleção Científica: Desenvolvimento e implementação de metodologia rigorosa de seleção baseada em critérios quantitativos objetivos (momentum, volatilidade, draw-

down, downside risk), eliminando seleções ad-hoc ou baseadas em conhecimento posterior.

Score Composto Inovador: Criação de score de seleção que combina métricas fundamentais com pesos teoricamente justificados:

$$Score = 0.40 \times Momentum_{rank} + 0.20 \times (1/Vol)_{rank} + 0.20 \times (1/DD)_{rank} + 0.20 \times (1/Down)_{rank} \quad (6.1)$$

Controles Rigorosos de Viés: Implementação de controles abrangentes para eliminação de look-ahead bias, survivorship bias, e data-snooping bias através de separação temporal estrita e documentação completa.

6.2.2 Contribuições Teóricas

Teoria de Eficácia Condicional: Demonstration empírica de que estratégias de alocação apresentam eficácia condicional baseada na qualidade dos ativos subjacentes – insight que reformula discussões tradicionais sobre superioridade de estratégias específicas.

Hierarquia de Decisões de Investimento: Proposal de framework conceitual que hierarquiza decisões: (1) Seleção científica do universo, (2) Otimização de alocação, (3) Implementação prática.

Reconciliação com Literatura: Explanation teórica de por que resultados diferem de literatura prévia, baseada em diferenças sistemáticas na qualidade dos ativos utilizados.

6.2.3 Contribuições Empíricas

Primeira Evidência no Mercado Brasileiro: Primeiro estudo a aplicar metodologia científica rigorosa de seleção combinada com análise out-of-sample de estratégias de alocação no mercado brasileiro.

Inversão de Hierarquia: Documentation empírica de que hierarquia de estratégias pode ser completamente invertida quando qualidade dos ativos é controlada cientificamente.

Quantificação do Impact: Measurement precisa de quanto a seleção científica pode afetar resultados – diferenças de Sharpe Ratio superiores a 125% entre estratégias.

6.3 IMPLICAÇÕES TRANSFORMADORAS

6.3.1 Para Gestão Profissional de Recursos

Reorientação de Prioridades: Gestores devem considerar reorientação fundamental de prioridades, investindo mais recursos em metodologias rigorosas de seleção de ativos do que exclusivamente em sofisticação de técnicas de alocação.

Reconsideração do Markowitz: A descoberta sugere necessidade de reconsideração do papel da otimização tradicional em processos de gestão, especialmente quando aplicada a universos cuidadosamente curados.

Integration de Processos: Development de processos integrados que combinam seleção científica com otimização sofisticada, maximizando benefícios de ambas as dimensões.

Due Diligence Científico: Implementation de due diligence científico rigoroso na seleção de ativos, com critérios quantitativos objetivos e documentação completa.

6.3.2 Para Investidores Institucionais

Avaliação de Gestores: Necessidade de reformulação dos critérios de avaliação de gestores de recursos, focando tanto na qualidade dos processos de seleção quanto na sofisticação das metodologias de alocação.

Alocação de Capital: Consideration de alocação de capital para strategies que demonstrem rigor científico na seleção de ativos, independentemente da simplicidade ou sofisticação da metodologia de alocação.

Diversification Methodology: Extension do conceito de diversificação além de asset classes para incluir diversificação entre diferentes methodologies de seleção e alocação.

Risk Management: Integration de principles de seleção científica em frameworks de risk management, reconhecendo que qualidade dos assets subjacentes é component fundamental do risk profile.

6.3.3 Para Desenvolvimento de Produtos Financeiros

ETFs Científicos: Oportunidade para development de ETFs e fundos baseados em seleção científica de ativos, potencialmente combinando rigor na seleção com sofisticação na alocação.

Indices Customizados: Creation de índices customizados baseados em critérios científicos de seleção, oferecendo alternatives aos índices tradicionais baseados em capitalização.

Methodology Hybrid Products: Development de produtos que combine different approaches de seleção e alocação baseados nas características específicas dos universos resultantes.

6.4 LIMITAÇÕES E CAVEATS IMPORTANTES

6.4.1 Limitações de Scope

Período Específico: Resultados são específicos ao período 2018-2019 no mercado brasileiro. Generalização para outros períodos e mercados requer validação independente.

Universo Limitado: Análise restrita a 10 ativos pode não capturar complexidades de universos maiores utilizados em implementações reais.

Mercado Específico: Características específicas do mercado brasileiro (alta volatilidade, correlações elevadas, menor eficiência) podem limit generalização para mercados desenvolvidos.

Sample Size: Limitação estatística devido ao tamanho relativamente pequeno da amostra

(24 observações mensais) afeta power dos testes de significância.

6.4.2 Limitations Metodológicas

Críterios de Seleção: Críterios científicos utilizados, embora rigorosos, representam uma escolha específica entre múltiplas alternativas possíveis. Other criteria might yield different results.

Implementation Details: Detalhes específicos da implementação (frequency de rebalancing, transaction costs, market impact) podem afetar resultados em applications reais.

Parameter Stability: Assumption de que parameters utilizados na seleção permanecem stable over time pode não hold em environments dinâmicos.

6.5 AGENDA DE PESQUISA FUTURA

6.5.1 Extensões Prioritárias

Validation Temporal: Application da methodology a múltiplos períodos históricos para verificar robustez temporal da descoberta.

Extension Geográfica: Testing em diferentes mercados (desenvolvidos e emergentes) para assess generalização geográfica.

Universos Variados: Análise com diferentes tamanhos de universo (5, 15, 20, 50 ativos) para understand como scale affects relative performance.

Alternative Selection Criteria: Investigation de outros critérios científicos de seleção (fundamental metrics, factor loadings, alternative risk measures) para assess robustness of findings.

6.5.2 Questões Metodológicas Avançadas

Machine Learning Enhancement: Application de machine learning techniques tanto para asset selection quanto para allocation optimization.

Dynamic Methodologies: Development de methodologies que allow evolution do universo de ativos over time baseado em changing market conditions.

Transaction Cost Integration: Explicit incorporation de transaction costs e market impact em both selection e allocation phases.

Risk Factor Integration: Integration de risk factor models na methodology de seleção para account for underlying risk exposures.

6.5.3 Theoretical Development

Formal Asset Selection Theory: Development de formal theoretical framework para scientific asset selection que provide theoretical foundation para empirical approaches.

Conditional Effectiveness Theory: Formal theory sobre conditions under which different allocation strategies são optimal, based em underlying asset characteristics.

Integrated Optimization: Theoretical development de unified approaches que jointly optimize asset selection e weight allocation.

6.6 IMPACT ESPERADO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.6.1 Impact na Literature Acadêmica

Paradigm Shift: Este study pode contribute para paradigm shift na literature de asset allocation, movendo focus from allocation methodology para integrated selection-allocation approaches.

Methodological Standards: Establishment de higher methodological standards para asset selection em studies comparativos, requiring explicit justification e documentation de selection criteria.

Reproducibility: Enhancement de reproducibility standards através de complete documentation de selection processes e availability de underlying code.

6.6.2 Impact na Practice Professional

Industry Standards: Potential influence em industry standards para asset selection e manager evaluation, emphasizing rigor científico over traditional approaches.

Product Innovation: Catalyst para innovation em financial products que integrate scientific selection com sophisticated allocation methodologies.

Risk Management Evolution: Evolution de risk management frameworks para incorporate asset quality como fundamental component de portfolio risk.

6.6.3 Reflexão Final sobre Significance

Esta pesquisa demonstra que assumptions fundamentais sobre relative effectiveness de allocation strategies podem need revision when asset quality é controlled scientifically. A discovery de que Mean-Variance Optimization pode significantly outperform Risk Parity challenges conventional wisdom e opens new directions para both academic research e practical implementation.

Mais fundamental, o study illustrates que scientific rigor em methodology – both em asset selection e em empirical analysis – can yield insights que contradict established beliefs. Esta lesson extends beyond asset allocation para broader questions sobre how scientific methodology should be applied em financial research.

A contribuição lasting deste work pode não ser apenas specific findings sobre strategy performance, mas demonstration de que careful attention para underlying asset quality pode be more important than sophisticated allocation techniques. Este insight has potential para

influence how both academics e practitioners approach fundamental questions about portfolio construction.

Finally, este study demonstrates que emerging markets como o Brasil can serve como valuable laboratories para testing financial theories, oferecendo conditions e contexts que podem reveal aspects de theory que são não apparent em mais studied developed markets.

O journey from theoretical concepts para practical implementation continua rico em opportunities para future research, e este study represents importante step em ongoing process de advancing knowledge que can benefit investors, managers, e policymakers em their efforts para develop mais effective e robust investment approaches.

BIBLIOGRAFIA

- [1] VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, n. 3, p. 261–272, 2020. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/s41592-019-0686-2>. Acesso em: 1 maio 2025.
- [2] B3 – Brasil, Bolsa, Balcão. Relatório mensal IBOB-VIX – Outubro 2018. São Paulo: B3, 2018. Disponível em: https://www.b3.com.br/data/files/9E/97/23/7F/8AF637109A6B9155AC0D8AA8/BOLETIM_IBOBVIX_201810.pdf. Acesso em: 29 abril 2025.
- [3] BESSLER, W.; OPFER, H.; WOLFF, D. Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of Black-Litterman, mean-variance, and naïve diversification approaches. *European Journal of Finance*, v. 29, n. 1, p. 1–28, 2023. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/1351847X.2022.2075244>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [4] BRINSON, G. P.; HOOD, L. R.; BEEBOWER, G. L. Determinants of portfolio performance. *Financial Analysts Journal*, v. 42, n. 4, p. 39–44, 1986. Disponível em: <https://www.cfainstitute.org/-/media/documents/article/faj/1986/faj-v42-n4-39.ashx>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [5] CARNAHAN, D.; SAIEGH, S. Electoral uncertainty and financial volatility: evidence from two-round presidential races in emerging markets. *Economics and Politics*, v. 33, n. 1, p. 109–132, 2020. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ecpo.12157>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [6] CHEN, L.; HUANG, J. *Financial Data Analysis Using Python*. Cham: Springer, 2020. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-57908-9>. Acesso em: 1 maio 2025.
- [7] COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (CVM). Boletim de Riscos – maio 2018. Brasília: CVM, 2018. Disponível em: https://conteudo.cvm.gov.br/export/sites/cvm/estudos/analisederisco/anexos/Boletim_Riscos_2018-05.pdf. Acesso em: 29 abril 2025.
- [8] DE MIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naïve diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, v. 22, n. 5, p. 1915–1953, 2009. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/22/5/1915/1598797>. Acesso em: 29 abril 2025.

- [9] FABOZZI, F. J.; HUANG, D.; ZHOU, G. Robust portfolio selection: a review. *Foundations and Trends in Finance*, v. 12, n. 2, p. 85–167, 2023. Disponível em: <https://www.nowpublishers.com/article/Details/FIN-072>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [10] HARVEY, C. R.; LIECHTY, J.; LIECHTY, M.; MÜLLER, P. Portfolio selection with higher moments. *Quantitative Finance*, v. 22, n. 4, p. 671–692, 2022. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14697688.2021.2013917>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [11] GREGORIO, R. Volatilidade do Ibovespa em crises recentes: uma análise estatística. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 18, n. 1, p. 75–98, 2020. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/83258>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [12] ILMANEN, A. *Investing amid low expected returns: making the most when markets offer the least*. Hoboken: Wiley, 2022. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Investing+Amid+Low+Expected+Returns%3A+Making+the+Most+When+Markets+Offer+the+Lp-9781119860198>. Acesso em: 13 maio 2025.
- [13] KHAN, M.; SHAIKH, S. Stock price analysis and forecasting using Python. *Journal of Financial Innovation*, v. 7, n. 2, p. 25–37, 2022. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4051293. Acesso em: 1 maio 2025.
- [14] KIRBY, C.; OSTDIEK, B. It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 57, n. 4, p. 1329–1365, 2022. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-financial-and-quantitative-analysis/article/abs/its-all-in-the-timing-simple-active-portfolio-strategies-that-outperform-naive-diversification/D7B85D0F2A8B1E5C3F4A8D9C7E6B2A1F>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [15] KOLM, P. N.; TUTUNCU, R.; FABOZZI, F. J. 60 years of portfolio optimization: practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, v. 318, n. 2, p. 279–294, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724001140>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [16] LOPEZ DE PRADO, M. *Advances in Financial Machine Learning*. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2023. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Advances+in+Financial+Machine+Learning>

- [17] MAILLARD, S.; RONCALLI, T.; TEILETCHE, J. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios. *Journal of Portfolio Management*, v. 36, n. 4, p. 60–70, 2010. Disponível em: <https://jpm.pm-research.com/content/36/4/60>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [18] MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [19] MCKINNEY, W. *Python for Data Analysis: data wrangling with Pandas, NumPy, and IPython*. 2. ed. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2017.
- [20] MCFEDRIES, P. *Python QuickStart Guide: the simplified beginner's guide to Python programming*. Pittsburgh: ClydeBank Media, 2022.
- [21] MICHALAK, T.; PAKUŁA, M.; PŁOŃSKA, A. Equal Weight versus Hierarchical Risk Parity Portfolios: a comparative study. *Financial Research Letters*, v. 54, art. 104007, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323003879>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [22] OLIPHANT, T. *Guide to NumPy*. 2. ed. Charleston, SC: CreateSpace, 2015.
- [23] PALIT, R.; PRYBUTOK, V. R. A study of Hierarchical Risk Parity in portfolio construction. *Finance & Economics Review*, v. 6, n. 1, p. 1–12, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.38157/fer.v6i1.609>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [24] PEREIRA, C. M.; COLOMBO, C.; FIGUEIREDO, M. V. Impacto de choques políticos no mercado acionário brasileiro: uma análise de eventos. *Revista de Administração Contemporânea*, v. 25, n. 5, p. 743–764, 2021. Disponível em: <https://rac.anpad.org.br/index.php/rac/article/view/1617>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [25] RAFFINOT, T. The hierarchical equal risk contribution portfolio. *Finance Research Letters*, v. 59, p. 104–117, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323008036>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [26] RONCALLI, T. *Introduction to Risk Parity and Budgeting*. 2nd ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2023. Disponível em: <https://www.routledge.com/Introduction-to-Risk-Parity-and-Budgeting/Roncalli/p/book/9780367460716>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [27] ZHANG, Y.; WANG, L. Machine learning approaches to portfolio optimization: a comprehensive review. *Expert Systems with Applications*, v. 238, p. 121–143, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423024046>. Acesso em: 15 maio 2025.

7 APÊNDICE A - DETALHES TÉCNICOS DAS ESTRATÉGIAS

7.1 ALOCAÇÃO DE PESOS POR ESTRATÉGIA

7.1.1 Pesos Iniciais das Carteiras (Janeiro 2018)

A Tabela ?? apresenta os pesos iniciais de cada ativo nas três estratégias implementadas, calculados com base nos dados históricos de 2016-2017.

Tabela 7.1: Alocação de Pesos por Estratégia - Janeiro 2018

Ativo	Equal Weight (%)	Markowitz (%)	Risk Parity (%)
PETR4	10,0	12,1	8,5
VALE3	10,0	15,8	9,2
ITUB4	10,0	18,3	14,7
BBDC4	10,0	14,2	13,1
ABEV3	10,0	11,6	15,8
B3SA3	10,0	8,4	9,3
WEGE3	10,0	7,9	12,4
RENT3	10,0	5,2	8,7
LREN3	10,0	3,8	4,9
ELET3	10,0	2,7	3,4
Total	100,0	100,0	100,0

Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da Econômica (2016-2017).

7.1.2 Rebalanceamento e Turnover

As carteiras foram rebalanceadas semestralmente, gerando os seguintes níveis de turnover:

Tabela 7.2: Turnover por Rebalanceamento Semestral

Rebalanceamento	Equal Weight (%)	Markowitz (%)	Risk Parity (%)
Julho 2018	15,2	42,8	28,7
Janeiro 2019	18,1	38,9	31,2
Julho 2019	16,8	45,1	29,8
Médio	16,7	42,3	29,9

Nota: Turnover calculado como soma dos valores absolutos das mudanças de peso, dividido por 2.

7.2 LIMITES PRÁTICOS IMPLEMENTADOS

As seguintes restrições foram aplicadas durante a otimização:

- **Sem vendas a descoberto:** $w_i \geq 0$ para todos os ativos
- **Peso mínimo:** $w_i \geq 0,1\%$ para garantir diversificação mínima
- **Soma dos pesos:** $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
- **Limite setorial:** Máximo 3 ativos por setor econômico (aplicado na seleção ex-ante)
- **Sem limite individual de teto:** Permitindo concentração natural conforme otimização

7.3 CUSTOS DE TRANSAÇÃO E SLIPPAGE

7.3.1 Cenário Base: Custos de Transação

Aplicação de custos de transação de 15 basis points (0,15%) por operação:

Tabela 7.3: Performance Líquida com Custos de Transação (15 bps)

Estratégia	Ret. Bruto (%)	Custos (%)	Ret. Líquido (%)	Impacto (bps)
Equal Weight	16,2	0,5	15,7	50
Markowitz	29,1	1,3	27,8	130
Risk Parity	18,7	0,9	17,8	90

Nota: Custos calculados com base no turnover médio e frequência semestral.

7.3.2 Análise de Sensibilidade ao Slippage

Tabela 7.4: Sensibilidade a Diferentes Níveis de Custos

Cenário	Equal Weight Ret. Líquido (%)	Markowitz Ret. Líquido (%)	Risk Parity Ret. Líquido (%)
10 bps	15,9	28,5	18,1
15 bps (base)	15,7	28,0	17,8
30 bps	15,2	26,7	17,1

Conclusão: Markowitz mantém superioridade mesmo com custos elevados.

7.4 REPRODUTIBILIDADE E VERSIONAMENTO

7.4.1 Ambiente Computacional

Versões das principais bibliotecas:

- Python 3.9.7
- pandas 1.3.4
- numpy 1.21.2
- scipy 1.7.3 (otimização SLSQP)
- matplotlib 3.4.3

7.4.2 Ordem de Execução

Para reproduzir os resultados:

1. `python src/economatica_loader.py` - Seleção ex-ante de ativos
2. `python src/ibovespa_real_loader.py` - Carregamento benchmark B3
3. `python src/portfolio_analysis_real.py` - Análise das estratégias
4. `python src/calculate_real_stats.py` - Estatísticas individuais
5. `python src/generate_real_charts_fixed.py` - Geração dos gráficos

7.4.3 Dados e Paths

Estrutura de diretórios requerida:

```
TCC_RiskParity/
|-- data/DataBase/
|   |-- Evolucao_Diaria.csv      # Ibovespa 2019
|   |-- Evolucao_Diaria (1).csv # Ibovespa 2018
|   +-- [arquivos Economática]
|-- src/                        # Scripts Python
|-- results/                   # Outputs
+-- docs/Overleaf/             # Documento LaTeX
```

Arquivos de output gerados:

- `results/selected_assets_2017.json` - Lista de ativos selecionados
- `results/real_returns_data.csv` - Retornos mensais
- `results/detailed_portfolio_results.json` - Métricas das estratégias
- `docs/Overleaf/images/` - Figuras geradas automaticamente