Physique générale : Électricité

Chapitres 1 à 4

CHAPITRE

0

CONSEILS GÉNÉRAUX

Ce document à pour but de rappeler et résumer les conseils, arguments et astuces qui ont pu être vues et énoncées durant les TDs. Il ne remplace ni les séances en elles-mêmes, où votre participation active est nécessaire (c'est en se trompant qu'on sait comment ne pas faire, et donc comment bien faire), ni les CM de votre professeur-e. J'espère néanmoins qu'il saura vous être utile.

La première partie comporte quelques éléments généraux sur l'électricité. D'autres conseils et éléments importants sont mis en valeur quand ils sont pertinents : le code couleur reste le même, dans le but d'avoir une structure facilement navigable. Les bases de réflexion, données ou définitions, sont en vert. Les résultats importants, propriétés ou résultats à trouver, sont en rouge. Les points pivots de réflexion, démonstration ou outils à choisir judicieusement, sont en bleu. Les côtés pratiques, exemples et applications, sont en gris.

Les premiers exercice du chapitre 1 sont intégralement corrigés, et certains mots importants (comme « divergent ») ont une note de fin du chapitre 1 avec une brève définition. Ces exercices représentent la base de comment construire sa réflexion face à un exercice de physique (d'optique particulièrement), mais ils ne sont pas tous corrigés ainsi. Ainsi, vous verrez qu'après quelques exemples, je vous renvoie aux corrigés que vous avez à disposition sur *Claroline*. Les schémas y sont clairs et j'espère que ma retranscription écrite du raisonnement derrière ces schémas suffiront à vous guider.

Bonne lecture,

Nora Nicolas – n.nicolas@ip2i.in2p3.fr

Principe des exercices de physique

Tout exercice de physique suit le schéma suivant :

1) Lecture de l'énoncé en français et relevé des données ;
2) Traduction des données en schéma si pertinent, et en expression mathématique si pertinent ;
3) Compréhension de la réponse attendue ;
4) Traduction de la réponse attendue en schéma si pertinent, et en expression mathématique si pertinent ;
5) Détermination d'un ou de plusieurs outils (relation mathématique, règle de construction...) du cours faisant le lien entre les données et la réponse : répéter si besoin d'une réponse intermédiaire ;
6) Application.

Un exemple est donné partie .

Conseils

Avant d'encadrer un résultat :

1) Vérifer la cohérence mathématique avec la ligne précédente : les signes devant les grandeurs, le nombre de grandeurs, ne pas oublier les fonctions inverses... ;

2) Vérifier l'homogénéité de part et d'autre de l'équation pour les résultats littéraux ;

3) Vérifier la cohérence physique de la valeur numérique, notamment à l'aide d'un schéma

Important

L'erreur la plus simple mais la plus grave à faire est de se tromper sur une grandeur algébrique.

Toujours vérifier le sens des grandeurs algébriques

CHAPITRE

1

GRANDEURS ÉLECTRIQUES

Exercices d'application

Exercice 1) Ordres de grandeur

Cet exercice se concentre sur la notion d'intensité en électricité.

Données

1) « Un générateur délivre une intensité $I = 3{,}0\,\mathrm{A}$ » : $I = 3{,}0\,\mathrm{A}$;
2) « 1000 électrons » : $N = 1000$;
3) « faire circuler 1×10^{20} électrons chaque seconde » : $N = 1 \times 10^{20}$, $t = 1\,\mathrm{s}$.

Résultats attendus

Les trois questions de l'exercice donnent une grandeur électrique et attendent de vous le calcul d'une grandeur inconnue. Il va donc falloir utiliser les formules précédentes pour exprimer la grandeur inconnue en fonction des données du problème.

Outil du cours : intensité électrique

L'intensité électrique est une grandeur physique décrivant la quantité de charges électriques (exprimées en Coulomb, C) passant par un point d'un circuit à chaque unité de temps (exprimé en seconde, s) :

$$I = \frac{Q}{t} \tag{1.1}$$

L'intensité est ainsi exprimée en Coulomb par seconde, unité que l'on nomme l'Ampère (A). Si les charges sont des électrons se déplaçant dans un fil, le nombre de charges est :

$$Q = N \times e \tag{1.2}$$

où $e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ est la charge de l'électron (en valeur absolue).

Nous voyons donc que le temps, l'intensité et le nombre de charges sont reliées par les formules 1.1 et 1.2.

Application

1) Le nombre d'électrons émis chaque seconde est donné par :

$$N = \frac{I \times t}{e} \tag{1.3}$$

Avec les données du problème, nous avons :

$$N = \frac{3.0 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.9 \times 10^{19} \tag{1.4}$$

2) Le temps pour émettre 1000 électrons est donné par :

$$t = \frac{N \times e}{I} = \frac{1000 \times 1.6 \times 10^{-19}}{3.0}\,\text{s} = 5{,}3 \times 10^{-17}\,\text{s} \tag{1.5}$$

3) L'intensité correspondante est :

$$I = \frac{N \times e}{t} = \frac{1.0 \times 10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1}\,\text{A} = 16\,\text{A} \tag{1.6}$$

Important 1.1.1 : Important

Dans cet exercice, nous avons dû faire des applications numériques. Il faut alors faire attention à deux choses :

– l'unité : dès que vous remplacez les grandeurs littérales par des valeurs numériques, votre calcul acquiert une unité, qui doit apparaître ;

– les chiffres significatifs : le résultat final doit comporter un nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision des données utilisées. Par exemple, l'intensité $I = 3{,}0\,\text{A}$ a deux chiffres significatifs, ce qui va limiter la précision avec laquelle on va utiliser la charge de l'électron à deux chiffres : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$. Autre cas, quand on vous dit « par seconde », le temps t a alors la valeur $t = 1\,\text{s}$, avec une précision arbitraire, qui sera limitée par la précision des autres données. Il en va de même pour le nombre $N = 1000$ électrons.

Exercice 2) Potentiels, tensions et courants

Définition 1.2.1 : Potentiel et tension électrique

Dans cet exercice, nous allons appliquer les notions de potentiel et de tension électrique, ainsi que celle de sens « conventionnel » du courant.

1) Le potentiel électrique peut être vu comme un équivalent de l'altitude en mécanique : si vous êtes en altitude, vous avez le « potentiel » de tomber et de fournir de l'énergie, emmagasinée pendant la chute, en arrivant au sol. Chaque point d'un circuit est ainsi à une certaine « altitude ». Si on considère une particule de charge positive, alors cette particule a le comportement intuitif et « tombe » des potentiels les plus élevés vers les plus bas (le + repousse le +). Si cette particule est chargée négativement, comme l'électron, elle « remonte » des bas potentiels vers les plus élevés (le + attire le −).

2) La tension électrique est la différence de potentiel entre deux points d'un circuit. Sa notation est intuitive : U_{AB} est la différence de potentiel entre A et B, $V_{\text{A}} - V_{\text{B}}$. On la représente par contre comme une flèche allant de B vers A : la flèche suit les potentiels croissants.

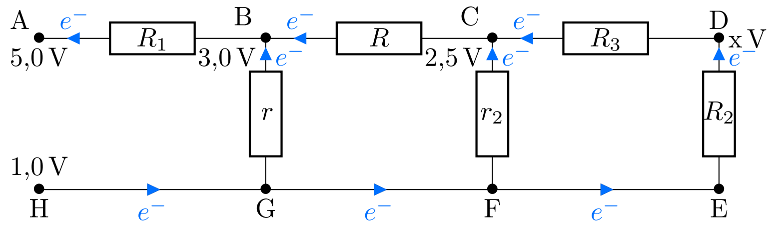
3) Le sens conventionnel du courant positif est alors l'inverse du sens de circulation des électrons, car ils sont chargés négativement.

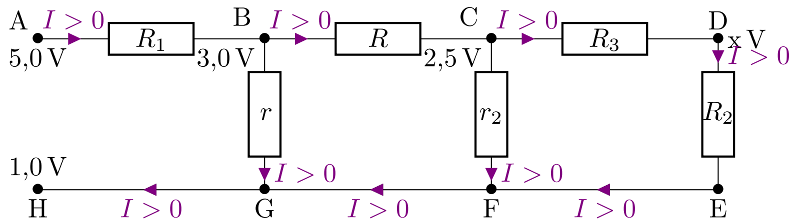
2) 1-

Sur le circuit ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation des électrons, donc des potentiels les plus bas vers les plus hauts.

2) 2-

Sur le circuit suivant, on a indiqué le sens conventionnel du courant positif, donc des hauts potentiels vers les bas.



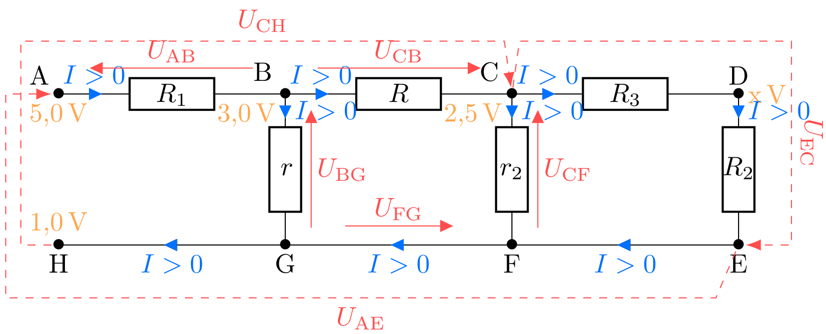


2) 3-

L'analogie de l'altitude pour les potentiels électriques nous donne une intuition pour la valeur du potentiel au point D : ce potentiel doit être compris « entre » ceux des points C et E, car aucune source extérieure ne peut permettre de relever ou d'abaisser artificiellement le point D. Par exemple, $x = 2{,}0\,\mathrm{V}$.

2) 4-

Sur le circuit ci-dessous, nous avons fléché les tensions en question. Ces tensions se calculent par différence de potentiel :



- $U_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}} = 2{,}0\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{FG}} = 0\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{BG}} = 2{,}0\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{CB}} = -0{,}5\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{CF}} = 1{,}5\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{EC}} = -1{,}5\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{CH}} = 1{,}5\,\mathrm{V}$;
- $U_{\mathrm{AE}} = 4{,}0\,\mathrm{V}$.

2) 5-

Outils du cours

Une tension peut être difficile à calculer au premier coup d'œil. Dans ces cas-là, il peut être utile d'utiliser des points intermédiaires dont on connaît le potentiel, c'est une forme de composition des vecteurs. Par exemple, la tension U_{AB} entre B et A peut être décomposée à l'aide d'un point tiers, C, par la formule $U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{AC}} + U_{\mathrm{CB}}$. On peut le démontrer facilement en remplaçant les tensions par des différences de potentiel.

Application

- $U_{\mathrm{AG}} = U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BG}}$
- $U_{\mathrm{AD}} = U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BD}}$

2) 6-

Les points E, F, G et H sont reliés par des fils, sans dipôles intermédiaires. Ils sont donc au même potentiel ; on appelle de tels points des points equipotentiels.

Important 1.2.1 : Potentiel dans un circuit

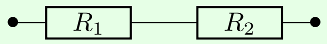
Dans un circuit, tous les points reliés par des fils sans dipôles intermédiaires sont au même potentiel. Ils sont en fait considérés comme un seul point dans un circuit. Il peut être utile de se servir de cette propriété pour redessiner un circuit sous une forme plus simple.

Exercice 3) Schématisation

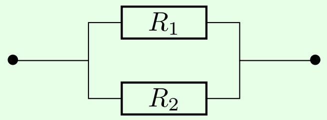
Définition 1.3.1 : Résistances équivalentes et associations de résistances

Très souvent, un circuit électrique contient de nombreuses résistances. Ces résistances peuvent être :

– en série : elles sont sur une même branche, aucune branche tierce ne part du point qui les séparent



– en dérivation : elles sont situées sur deux branches connectées à leurs extrémités



On note symboliquement que deux résistances sont en série par $R_1 + R_2$, elles sont alors équivalentes à une seule résistance de valeur :

$$R_{\text{série}} = R_1 + R_2 \tag{1.7}$$

On note symboliquement que deux résistances sont en dérivation par $R_1 /\!/ R_2$, elles sont alors équivalentes à une seule résistance de valeur :

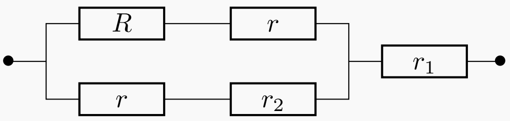
$$R_{\text{dérivation}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.8}$$

Conseils

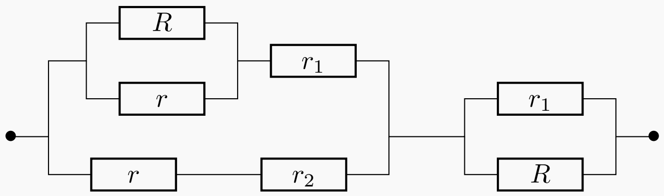
Lors de la transformation d'une formule symbolique d'une association de résistances en schéma, il est conseillé de commencer par les parenthèses les plus intérieures, puis d'ajouter les éléments en allant vers l'extérieur des parenthèses. Comme pour la multiplication $\times$ et l'addition $+$, le symbole $/\!/$ est prioritaire devant le symbole $+$. N'oubliez pas les branches de sortie afin de définir explicitement quel est le dipôle final.

Application

– $[(R + r) /\!/ (r + r_2)] + r_1$:



– $\{[(R /\!/ r) + r_1] /\!/ (r + r_2)\} + (r_1 /\!/ R)$:



Exercice 4) Association de résistances

Conseils

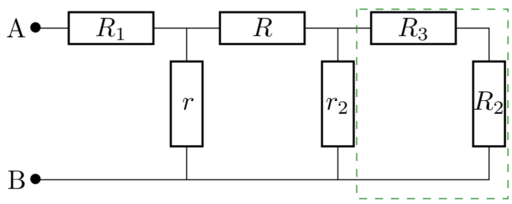
Dans cet exercice, on va exprimer la résistance équivalente d'un circuit, symboliquement, à l'aide des signes $/\!/$ et $+$. Le plus simple est de procéder par étapes afin d'identifier les couples de résistances en série et en dérivation, et de les remplacer par leur résistance équivalente. Pour ce faire, on se rappelle que d'après la définition 1.2.6, on peut déplacer les points le long de fils tant qu'on ne traverse pas de dipôle.

4) 1-

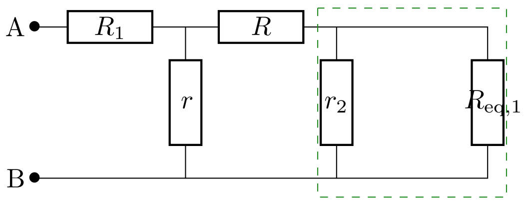
- Dans le schéma 1, R_1 et R ne sont ni en série ni en dérivation, il y a un nœud entre les deux, qui part sur une autre branche. r et r_2 ne sont pas en parallèle, il y a une résistance (R) sur la branche transverse. R_2 et R : aucun. R_3 et r_2 : aucun. R_3 et R_2 sont en série.
- Dans le schéma 2, R_1 et R : aucun. r et r_2 : aucun. R_3 et r_2 sont en parallèle, ce qui est bien visible si on déplace le point B en bas à gauche du schéma.
- Dans le schéma 3, R_1 et R sont en série. R_2 et R : aucun. r et r' sont en parallèle, si on prend les deux résistances en bas à gauche du schéma.

4) 2- Schéma 1

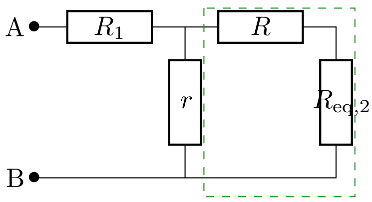
On va faire en détails le cas du schéma 1.



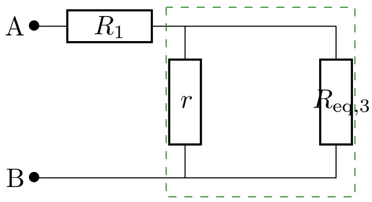
Sur ce circuit, R_3 et R_2 sont en série. Nous les remplaçons par une résistance équivalente $R_{\text{eq},1} = R_3 + R_2$. Le nouveau schéma est :



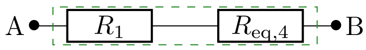
Maintenant, on voit que r_2 et $R_{\text{eq},1}$ sont en parallèle. On les remplace par la résistance équivalente $R_{\text{eq},2} = r_2 /\!/ R_{\text{eq},1}$. Le nouveau schéma est :



R et $R_{\text{eq},2}$ sont en série, on les remplace par la résistance équivalente $R_{\text{eq},3} = R + R_{\text{eq},2}$:



r et $R_{\text{eq},3}$ sont en parallèle, on les remplace par $R_{\text{eq},4} = r /\!/ R_{\text{eq},3}$:



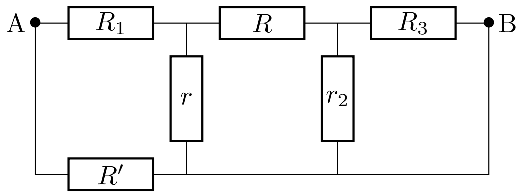
R_1 et $R_{\text{eq},4}$ sont en série. La résistance totale entre A et B est :

$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= R_1 + R_{\text{eq},4} \\ &= R_1 + (r /\!/ R_{\text{eq},3}) \\ &= R_1 + (r /\!/ [R + R_{\text{eq},2}]) \\ &= R_1 + (r /\!/ [R + \{r_2 /\!/ R_{\text{eq},1}\}]) \\ &= R_1 + (r /\!/ [R + \{r_2 /\!/ (R_3 + R_2)\}]) \end{aligned} \tag{1.9}$$

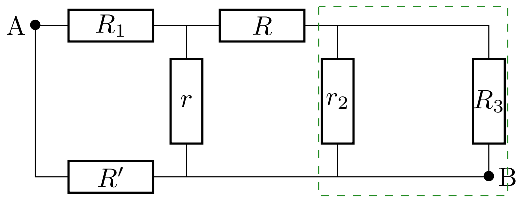
Une fois ce calcul terminé, on peut vérifier par le chemin inverse que la schématisation de la résistance équivalente 1.9 donne bien le schéma de départ.

4) 2- Schéma 2

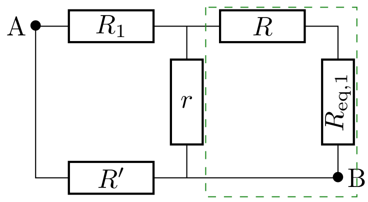
On part du schéma suivant :



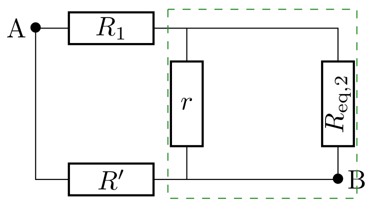
Comme on l'a vu, en déplaçant le point B en bas à droite du schéma (ce qu'on peut faire parce que c'est le même fil, ils sont équipotentiels), on fait apparaître que R_3 et r_2 sont en parallèle :



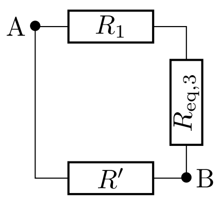
On peut donc les remplacer par la résistance équivalente $R_{\text{eq},1}$ telle que $R_{\text{eq},1} = r_2 /\!/ R_3$:



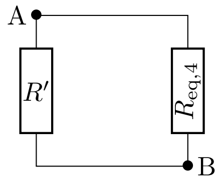
Pendant ce procédé, on fait bien attention à conserver le point B. On a alors un schéma où R et $R_{eq,1}$ sont en série, et on peut les remplacer par $R_{eq,2} = R + R_{eq,1}$:



On a encore une fois un association en parallèle, et on définit $R_{\text{eq},3} = r /\!/ R_{eq,2}$:



C'est à partir de là que l'on voit l'importance de conserver le point B sur le schéma. En effet, l'énoncé nous demande de déterminer la résistance équivalente entre les points A et B ; si l'on faisait la mesure avec un Ohmmètre, on mettrait bien un fil de A à B, sans pouvoir faire disparaître l'un des deux points à l'intérieur d'une résistance équivalente. En l'occurrence, bien que techniquement R' et $R_{\text{eq},3}$ soient en série, la présence du point B *quand on calcule la résistance équivalente* revient à ce que B soit un nœud (duquel partirait un câble qui va à un Ohmmètre). On ne peut donc que simplifier le schéma pour faire apparaître $R_{\text{eq},4} = R_1 + R_{\text{eq},3}$:



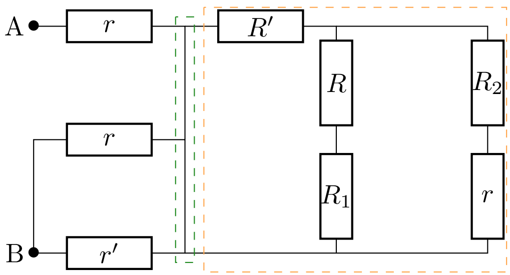
On a ainsi déterminé que la dernière association à faire est celle de R' avec $R_{eq,4}$ pour obtenir la résistance équivalente finale R_{eq} :

On a alors

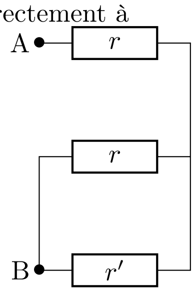
$$\begin{aligned}
R_{eq} &= R' /\!/ R_{\text{eq},4} \\
&= R' /\!/ (R_1 + R_{\text{eq},3}) \\
&= R' /\!/ (R_1 + [r /\!/ R_{\text{eq},2}]) \\
&= R' /\!/ (R_1 + [r /\!/ \{R + R_{\text{eq},1}\}]) \\
&= R' /\!/ (R_1 + [r /\!/ \{R + (r_2 /\!/ R_3)\}])
\end{aligned}$$

4) 2- Schéma 3

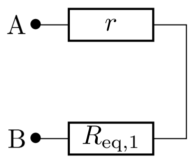
On part du schéma suivant :



Or, la partie encadrée en tirets oranges est court-circuitée par la partie encadrée en tirets vert : le schéma équivalent se réduit directement à



On remarque qu'on peut faire l'association en parallèle de r et r' :



Et on obtient donc

avec $R_{\text{eq}} = r + (r /\!/ r')$

Exercice 5) Problème : puissance et énergie

La philosophie de la résolution de problème, c'est de soi-même établir la réflexion « Données/Résultats attendus/Outils » pour la résolution d'un exercice de physique. On commence par paramétrer le problème. En l'occurrence, on étudie le fonctionnement d'un ascenseur dans un immeuble : on peut naturellement faire un schéma. Il faut ensuite déterminer les données pertinentes du sujet, en l'occurrence la puissance du système électrique qui doit faire fonctionner l'ascenseur doit permettre de soulever à la fois des êtres humains et la cabine en elle-même sur plusieurs étages. « Puissance » voulant dire « énergie par unité de temps », les données pertinentes vont être l'énergie totale à dépenser pour son fonctionnement, et le temps total de fonctionnement.

Pour la partie énergie, on considère donc la masse totale du système à déplacer. C'est là que vient la partie résolution de problème : il faut faire une proposition. Il n'y a pas de réponse unique à un problème. On peut avoir un grand ascenseur qui peut accueillir 6 personnes et qui a donc une cabine plus lourde, ou avoir un petit ascenseur avec 2 personnes mais une cage légère. Ce qui est important c'est la pertinence de la réflexion établie.
Dans l'exemple corrigé sur Claroline, on a considéré un ascenseur qui déplace deux personnes, de poids de 75 kg, ainsi que la cabine qui a été estimée à 150 kg. Ça paraît faible, mais peu importe, la réflexion est établie ; si on veut une mesure plus réaliste, on peut chercher un cahier des charges ou des valeurs classiques en ligne.
Ensuite, l'énergie à dépenser dépend de la hauteur sur laquelle on veut déplacer cette masse totale. Là il est bon de savoir que dans un immeuble classique, un étage fait 3 mètres de haut. Si on veut se déplacer de 4 étages, on va compter 12 mètres. Dans la formule de l'EPP, la constante est en effet fixe, mais c'est nous qui la fixons. Par exemple, je peux dire qu'au rez-de-chaussé, je suis à une altitude nulle, et que j'ai une énergie potentielle nulle, donc la constante sera 0 tout au long de l'expérience. Au 4ème étage, on aura une EPP de

$$\mathrm{EPP}_{4\mathrm{me}} = mgh_{\mathrm{immeuble}} + 0$$

avec $m = 300\,\mathrm{kg}$, $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-}2}$ (ou 10.0 si on fait une approximation) et $h_{\mathrm{immeuble}} = 12\,\mathrm{m}$. On aurait pu définir l'EPP au rez-de-chaussé en considérant que comme nous ne sommes pas au niveau de la mer, on n'a pas une énergie potentielle nulle. À Lyon on a une altitude moyenne par rapport à la mer de 237 m : on peut considérer qu'au rez-de-chaussé, même si on considère l'altitude nulle, on a déjà une EPP de mgh_{mer}. Si c'est le cas, au 4ème étage on aura une EPP de

$$\mathrm{EPP}_{4\mathrm{me}} = mgh_{\mathrm{immeuble}} + mgh_{\mathrm{mer}}$$

On se permet cela parce que ce qui nous intéresse, c'est la différence d'énergie potentielle : dans les deux cas, la différence d'EPP fait bien mgh_{immeuble}. La constante ne sert que de point de référence.
Il reste à déterminer le temps de fonctionnement t_{monte} : pour cela, on peut chronométrer soi-même le temps de montée dans un ascenseur. Pour 4 étages, on trouve environ 16 secondes. On se dit que 4 secondes pour un étage n'est pas aberrant, compte tenu du temps de démarrage et de décélération, mais encore une fois on peut avoir un ascenseur plus rapide ou plus lent. L'important c'est d'oser proposer une valeur plausible.
Ainsi, au minimum, la puissance électrique fournie par le système doit être capable de fournir exactement la puissance nécessaire à déplacer cette masse pendant ce laps de temps, soit

$$P_{\mathrm{elec}} \geq P_{\mathrm{meca}} = \frac{mgh_{\mathrm{immeuble}}}{t_{\mathrm{monte}}}$$

En réalité, il y a toujours des pertes dans les câbles, la dissipation, le rendement, et globalement un système électrique (moteur) ne débite mécaniquement que 30% de sa puissance. Autrement dit, si P_{elec} est la puissance électrique totale de mon système, il n'y a que $0.30 \times P_{\mathrm{elec}}$ qui est convertie en énergie mécanique. Encore une fois, ce 30% est assez classique, mais pour le raisonnement on aurait pu dire 80% (ça n'arrive jamais mais on ne peut pas vous en vouloir de ne pas connaître le rendement d'un moteur en L1), ou 50%. En tout cas, c'est cette portion de la puissance électrique qui doit permettre de soulever le système, c'est-à-dire P_{meca}. On corrige donc l'équation précédente et on a

$$0.30 \times P_{\mathrm{elec}} = P_{\mathrm{meca}}$$

Soit, pour conclure,

$$P_{\mathrm{elec}} = P_{\mathrm{meca}}/0.30 = \frac{mgh_{\mathrm{immeuble}}}{0.30 \times t_{\mathrm{monte}}}$$

Il ne reste plus qu'à faire l'application numérique :

$$\boxed{Pelec = 2300\,\mathrm{W}}$$

La source de toute la réflexion est partie de notre capacité à déterminer à la fois les données et le résultat attendu. En l'occurrence, c'est la question que vous m'avez posée : « comment est on censé trouver une puissance à partir de l'énergie potentielle de pesanteur ». La réponse se trouve dans la traduction en « maths » du mot français « puissance » : une puissance c'est une énergie divisée par un temps. L'intensité électrique est quelque part une puissance : c'est une énergie électrique (en coulomb, qui ne sont pas des joules) divisée par un temps.

CHAPITRE

2

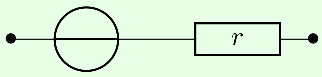
DIPÔLES ET ASSOCIATIONS

Exercices d'application

Exercice 1) Circuit simple

Données

Générateur réel (E, r) de tension :

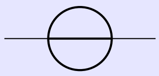


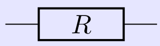
1) 1-

Résultat attendu

On demande un schéma normalisé, autrement dit avec les conventions de schémas *européennes*.

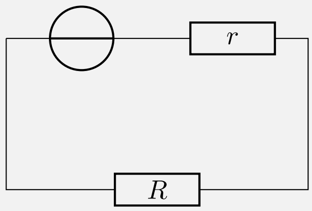
Outils

Générateur : 

Résistance : 

Application

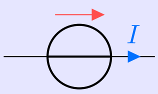
On obtient :



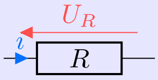
1) 2-

Outils

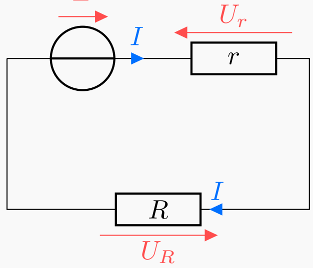
Générateur convention générateur :



Résistance convention récepteur :



Application



1) 3-

Résultat attendu

À partir d'un circuit où on considère E, r et R comme des grandeurs connues, on cherche l'intensité I qui parcourt la maille que l'on vient de tracer.

Remarque

Il y a deux outils qui seront utiles pour déterminer des grandeurs dans des circuits : la **loi des mailles** et la **loi des nœuds**. À cela se rajoute la **loi d'Ohm** qui relie tension et intensité dans une résistance. Ces notions seront vues dans le chapitre suivant et donc décrites ultérieurement, on va ici utiliser la compositon des tensions.

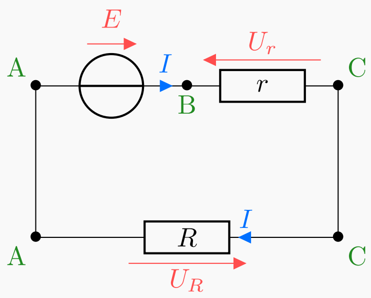
Outil

En nommant des points d'intérêt du circuit, ce qui est souvent conseillé, on va pouvoir utiliser la composition $U_{\mathrm{AC}} = U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BC}}$ en respectant le sens des tensions pour obtenir une information supplémentaire sur le circuit.

On rappelle que deux points sur un fil sont au même potentiel, et on peut donc les nommer de la même manière.

Application

Schéma



Calcul

Ici on peut écrire

$$U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BC}} + U_{\mathrm{CA}} = U_{\mathrm{AA}}$$
$$\Leftrightarrow -E + U_r + U_R = 0$$

et avec la **loi d'Ohm**, i.e. $U_r = rI$ et $U_R = RI$:

$$(r + R)I = E$$

soit

$$\boxed{I = \frac{E}{r + R}}$$

1) 4-

Outil

Pour un récepteur de tension U traversé par l'intensité I en convention récepteur, la puissance absorbée est $\boxed{P = UI}$.

Application

Ici, la tension aux bornes de R est $U_R = RI$, avec I l'intensité la traversant. On a donc

$$\boxed{P_R = RI^2 = \frac{RE^2}{(r + R)^2}}$$

1) 5-

Résultat attendu

On cherche à faire une étude de la fonction P de variable R, comme on ferait l'étude de $f(x)$ en mathématiques.

Outils

Bon sens pour l'allure de la courbe, procédés de dérivation pour le maximum. D'une manière générale, on a besoin de :

– Dérivation d'un produit :

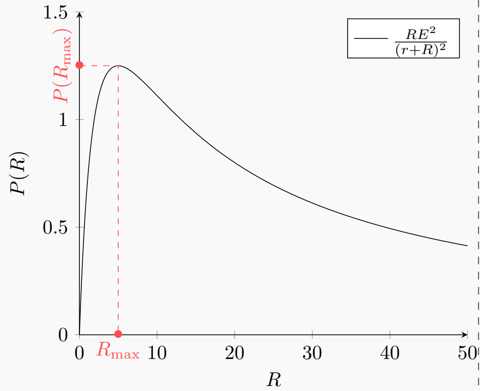
$$\boxed{D[uv] = u'v + v'u}$$

– Dérivation d'une fonction u élevée à une puissance α :

$$\boxed{D[u^{\alpha}] = \alpha u' u^{\alpha - 1}}$$

Application

Tracé



Calcul

Soit

– $\begin{cases} v : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & R \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v' : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & 1 \end{cases}$

– $\begin{cases} u : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & r+R \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u' : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & 1 \end{cases}$

Ainsi

– $\begin{cases} u^{-2} : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & \frac{1}{(r+R)^2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} D[u^{-2}] : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^- \\ R & \mapsto & \frac{-2\times 1}{(r+R)^3} \end{cases}$

Et donc,

$$P'(R) = \frac{-2}{(r+R)^3} \times R + 1 \times \frac{1}{(r+R)^2}$$
$$P'(R) = \frac{-2R}{(r+R)^3} + \frac{r+R}{(r+R)^3}$$

Ainsi

$$\boxed{P'(R) = \frac{r-R}{(r+R)^3}}$$

Et donc

$$P'(R_{\max}) = 0 \Longrightarrow \boxed{R_{\max} = r}$$

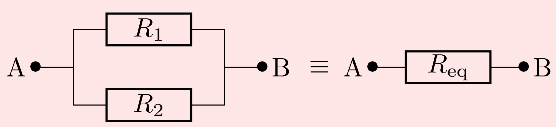
Avec

$$\boxed{P(R_{\max}) = \frac{E^2}{4r}}$$

Exercice 2) Résistances équivalentes

2) 1-

Résultat attendu



Outil

L'association en parallèle de deux résistances R_1 et R_2 donne une résistance équivalente R_{eq} telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Attention !

Faites particulièrement attention à bien écrire $\dfrac{1}{R_{\text{eq}}}$ et non pas simplement R_{eq}, même après 5 lignes de calcul quand c'est nécessaire. Pensez toujours à vérifier l'homogénéité d'un résultat littéral avant de l'encadrer. Cette erreur est une des plus communes.

Application

En mettant les deux termes sur même dénominateur :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} \times \frac{R_2}{R_2} + \frac{1}{R_2} \times \frac{R_1}{R_1}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$
$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

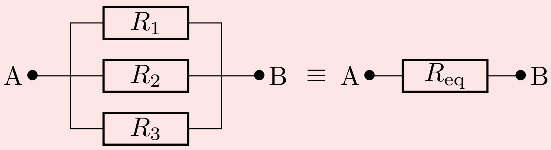
2) 2-

Application

$$R_1 = R_2 = R \Longrightarrow \boxed{R_{\mathrm{eq}} = \frac{R}{2}}$$

2) 3-

Résultat attendu



Outil

L'association en parallèle de trois résistances R_1, R_2 et R_3 donne une résistance équivalente R_{eq} telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Application

De la même manière que précédemment, la mise sous même dénominateur donne :

$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{R_2R_3}{R_1R_2R_3} + \frac{R_1R_3}{R_1R_2R_3} + \frac{R_1R_2}{R_1R_2R_3}$$
$$\Leftrightarrow R_{\mathrm{eq}} = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

qui est bien homogène à une résistance étant de la forme $\frac{R^{\cancel{3}}}{\cancel{R^{2}}} = R$.

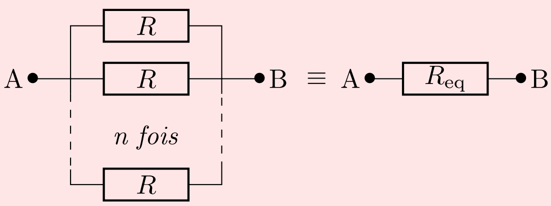
2) 4-

Application

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \Longrightarrow R_{\mathrm{eq}} = \frac{R^3}{3R^2} \Leftrightarrow \boxed{R_{\mathrm{eq}} = \frac{R}{3}}$$

2) 5-

Résultat attendu



Application

Il n'y a toujours qu'une seule formule attendue, et elle s'écrit :

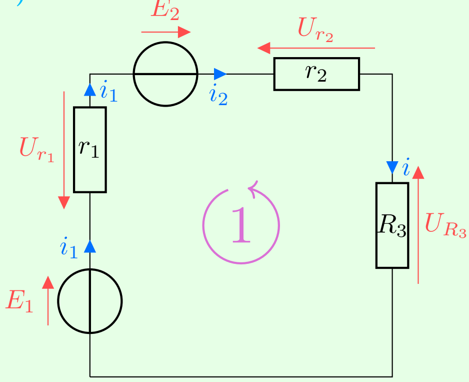
$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \underbrace{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \cdots + \frac{1}{R}}_{n \text{ fois}} \Leftrightarrow \boxed{R_{\mathrm{eq}} = \frac{R}{n}}$$

Exercice 3) Association de générateurs

3) A- Générateurs en série

Schéma

3) A- 1.



Outil

3) A- 2.

Loi des mailles : la somme algébrique des tensions d'une maille est nulle (cf. exercice 2.1). Pour l'appliquer, on se donne un sens de lecture d'une maille, ici dans le sens direct mais peu importe, puis on peut :

- Écrire les tensions traversées dans le même sens que leur flèche d'un côté du signe égal, les autres de l'autre côté ;
- Écrire les tensions traversées dans le même sens avec un « + » et les autres avec un « - », le tout devant « = 0 ».

Application

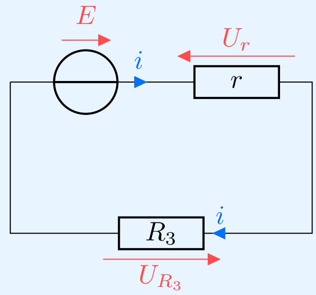
Étant donné qu'il n'y a qu'une maille, il ne peut y avoir qu'une seule intensité dans le circuit. On pose donc $i_1 = i_2 = i$, et en applicant la loi des mailles on a

$$U_{R_3} + U_{r_2} - E_2 + U_{r_1} - E_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow R_3 i + r_2 i + r_1 i = E_1 + E_2 \qquad \textbf{Loi d'Ohm}$$
$$\Leftrightarrow i\,(r_1 + r_2 + R_3) = E_1 + E_2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{i = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_3}}$$

Schéma simplifié

3) A- 3.

L'expression que l'on a trouvée est en tout point similaire à celle du premier exercice si on considère qu'on a un générateur de force électromagnétique $E = E_1 + E_2$ et de résistance interne $r = r_1 + r_2$; on peut donc dessiner :



Situation particulière

3) A- 4.

Quand r_1 et r_2 sont nulles, on se retrouve avec un générateur de résistance interne $r = 0$: c'est donc un générateur idéal.

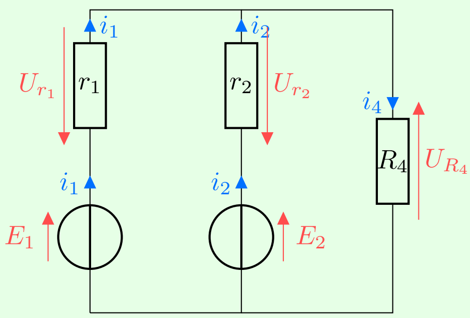
Conclusion

L'étude théorique précédente ne présente aucune incohérence ou impossibilité de pratique peu importe la situation, si tant est que les générateurs sont branchés dans le même sens ; si ça n'est pas le cas l'un considère l'autre comme un récepteur et le fait surchauffer.

3) B- Générateurs en parallèle

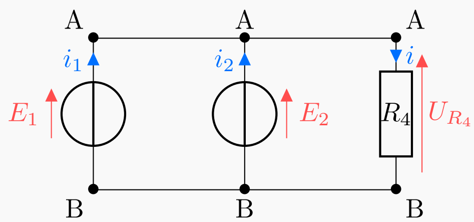
Schéma

3) B- 1.



Générateurs idéaux

3) B- 2.



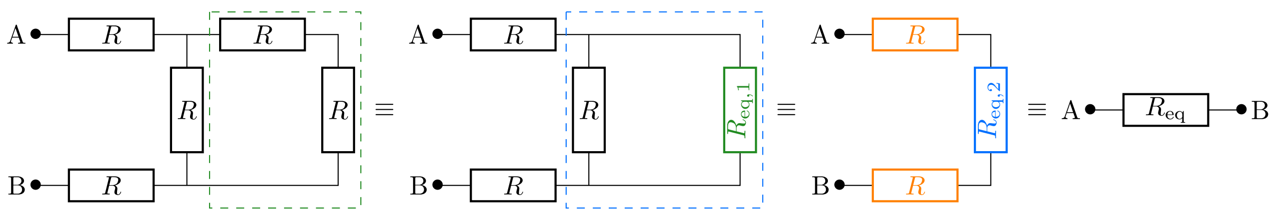
On doit trouver (avec l'unicité de la tension entre deux points, ici par exemple A et B) que $U_{R_4} = E_2 = E_1$.

> **Conclusion**
>
> On ne peut brancher des générateurs idéaux de tension en parallèle que si leurs tensions sont les mêmes ; les générateurs réels peuvent l'être et ce sont les intensités qui vont s'adapter pour suivre la loi des mailles.

Exercice 4) Calculs de résistances équivalentes

On retrouve la forme de l'exercice 1.4. On va donc procéder de la même manière en trouvant les résistances équivalentes que l'on peut déterminer (soit en série, soit en dérivation), en faisant le schéma correspondant, puis en déterminant les nouvelles relations qui en découlent.

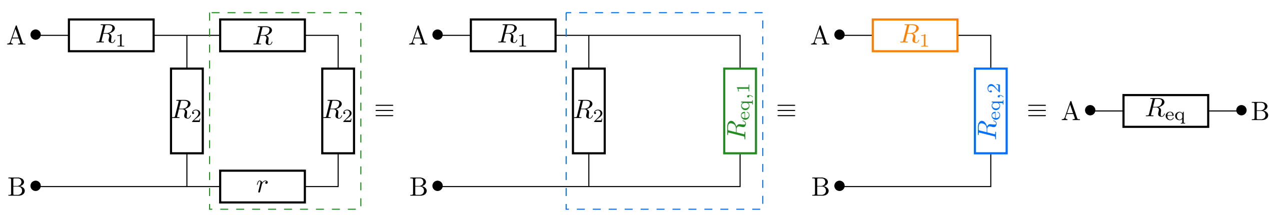
4) 1- Schéma 1



La suite de schémas équivalents précédents donne :

$$\begin{aligned}
&R_{eq} = R + R + R_{eq,2}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = 2R + \frac{R \times R_{eq,1}}{R + R_{eq,1}}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = 2R + \frac{R \times 2R}{R + 2R}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = 2R + \frac{2R^{\cancel{2}}}{3\cancel{R}}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = \frac{8R}{3}
\end{aligned}$$

4) 2-

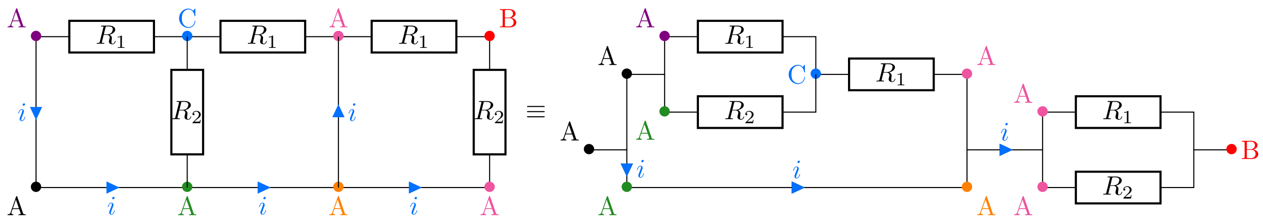


Et cette fois :

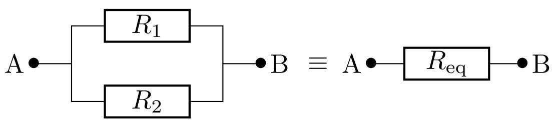
$$\begin{aligned}
&R_{eq} = R_1 + R_{eq,2}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 \times R_{eq,1}}{R_2 + R_{eq,1}}\\
\Leftrightarrow\ &R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 \times (r + R + R_2)}{r + R + 2R_2}
\end{aligned}$$

4) 3-

Ce schéma est un peu plus compliqué, mais la bonne pratique de nommer des points de potentiel sur un schéma aide à ne pas se perdre. En effet, étant donné que l'on nous demande de déterminer la résistance équivalente entre A et B, toute simplification du circuit est à faire. On a travaillé sur les associations de résistances mais il ne faut pas oublier, et donc savoir reconnaître, les potentiels court-circuits. Ici, en reportant le point A sur chaque point d'intérêt où il peut être reporté (c'est-à-dire s'il n'y a pas de dipôle entre les deux), on voit qu'un courant qui partirait de A pour aller à B (ce que fait un Ohmmètre) éviterait complètement les trois premières résistances. On peut redessiner le schéma différemment pour faire apparaître le court-circuit de manière plus explicite :



Ainsi, le circuit se simplifie en :



Soit

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Exercice 5) Conventions

Rappel

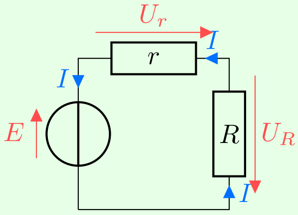
Dans une maille d'un circuit, les puissances fournies et reçues s'équilibrent, ce qui se traduit par $\sum P_{\text{fournies}} = \sum P_{\text{reçues}}$, avec les conventions :

	Dipôle récepteur	Dipôle générateur
Convention récepteur $P_{\text{reçue}}$	U, i ; $P_{\text{reçue}} > 0$	U, i ; $P_{\text{reçue}} < 0$
Convention générateur P_{fournie}	U, i ; $P_{\text{fournie}} < 0$	U, i ; $P_{\text{fournie}} > 0$

5) 1- Tout récepteur

Schéma

5) 1- a.



Calcul préliminaire

5) 1- b.

- $P_{\text{reçue}}(E) = -EI$
- $P_{\text{reçue}}(r) = rI^2$
- $P_{\text{reçue}}(R) = RI^2$

Application

5) 1- c.

On a $\sum P_{\text{fournies}} = \sum P_{\text{reçues}}$: en convention récepteur, il n'y a pas de puissances fournies, donc d'après la question précédente :

$$0 = -EI + rI^2 + RI^2$$

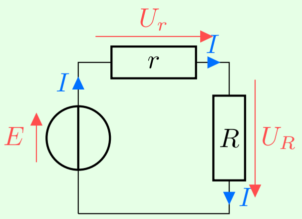
$$I(r+R) = E$$

$$\boxed{I = \frac{E}{r+R}}$$

5) 2- Tout générateur

Schéma

5) 2- a.



Calcul préliminaire

5) 2- b.

- $P_{\text{fournie}}(E) = EI$
- $P_{\text{fournie}}(r) = -rI^2$
- $P_{\text{fournie}}(R) = -RI^2$

Application

5) 2- c.

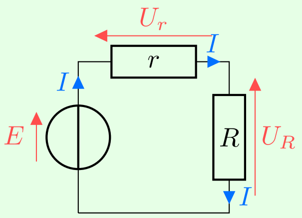
On a $\sum P_{\text{fournies}} = \sum P_{\text{reçues}}$: en convention générateur, il n'y a pas de puissances reçues, donc d'après la question précédente :

$$EI - rI^2 - RI^2 = 0$$
$$I(r+R) = E$$
$$\boxed{I = \frac{E}{r+R}}$$

5) 3- Conventions combinées

Schéma

5) 3- a.



Calcul préliminaire

5) 3- b.

- $P_{\text{fournie}}(E) = EI$
- $P_{\text{reçue}}(r) = rI^2$
- $P_{\text{reçue}}(R) = RI^2$

Application

5) 3- c.

On a $\sum P_{\text{fournies}} = \sum P_{\text{reçues}}$: avec les conventions adaptées à chaque dipôle, on a :

$$EI = rI^2 + RI^2$$
$$I(r+R) = E$$
$$\boxed{I = \frac{E}{r+R}}$$

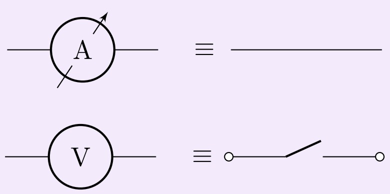
5) 3- d.

Conclusion

On trouve bien toujours la même valeur de l'intensité dans le circuit, ce qui montre bien que les conventions ne sont que des conventions et ne changent pas la manière dont la physique fonctionne ensuite. Il faut noter cependant que le I du premier schéma n'est pas le I des schémas 2 et 3, étant donné que le sens n'est pas le même : les intensitées sont opposées.

Exercice 6) Mesures de tensions et intensités

Rappel



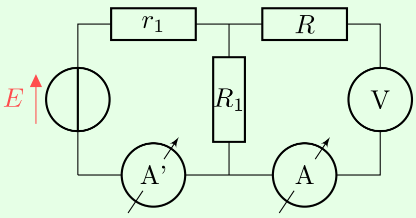
Données

- $E = 5{,}0\,\text{V}$
- $r_1 = 10\,\Omega$
- $R = 20\,\Omega$

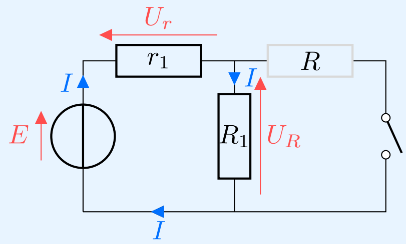
- $R_1 = 30\,\Omega$
- $R_2 = 40\,\Omega$

6) 1- Schéma 1

Schéma



Simplification

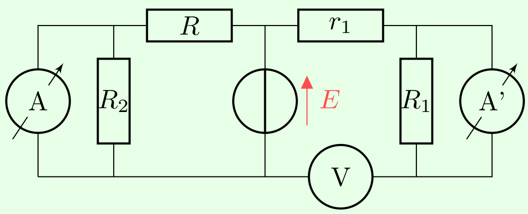


Application

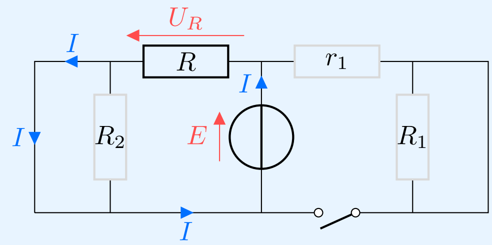
V ouvre le circuit, donc aucun courant ne passe dans la boucle de droite : A mesure 0 A. Comme précédemment, on trouve I dans la maille de gauche avec la loi des mailles et on trouve $I = \dfrac{E}{r_1 + R_1}$, et donc A' mesure 0,17 A. Pour V, le potentiel au point gauche est 0 V et au point droit est aussi 0 V, puisqu'il est relié à la masse du générateur : V = 0 V.

6) 2- Schéma 2

Schéma



Simplification

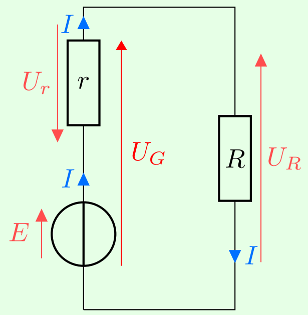


Application

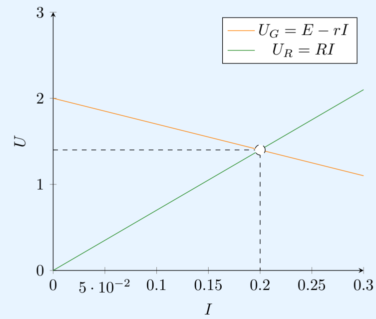
Cette fois c'est la partie de droite qui est ouverte, et donc pas parcourue par un courant : A mesure 0 V. L'ampèremètre de gauche court-circuite quant à lui la réssitance R_2, ainsi toute l'intensité se trouve dans la boucle où on a tracé I ; une rapide loi des mailles donne $I = \dfrac{E}{R} = 0{,}25\,\text{A}$. V ne mesure pas de différence de potentiel.

Exercice 7) Point de fonctionnement

Schéma



Graphiques



Application

Quand le circuit est à l'équilibre, $\boxed{U_G = U_R}$. Cela revient à faire une loi des mailles ; graphiquement, on trouve cette position quand les fonctions sont égales, donc à l'intersection des deux courbes. On trouve comme d'habitude $\boxed{I = \dfrac{E}{r + R} = 0{,}2\,\text{A}}$

Exercice 8) Association de piles

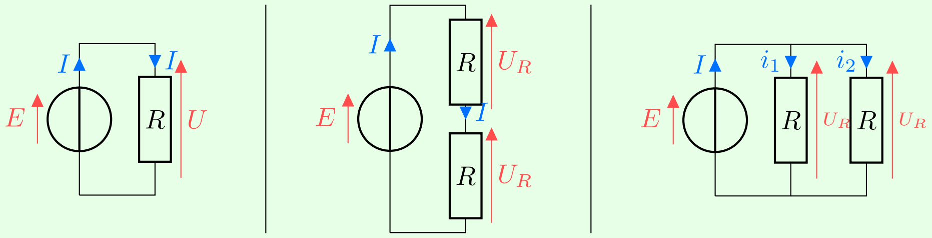
L'additivité des tensions suit la première partie de l'exercice 2.3, et on trouve un générateur équivalent de tension $\boxed{E = e_1 + e_2}$ et de résistance interne $\boxed{r = r_1 + r_2}$.

Exercice 9) Circuit d'allumage des phares d'une voiture

Schémas

9) 1-

Il y a en effet 3 schémas possibles : 1 seule ampoule, 2 ampoules en série ou 2 ampoultes en parallèle. Ainsi :



Outil

9) 2-

Pour déterminer la puissance lumineuse émise, étant donné qu'elle vaut 2% de la puissance électrique émise, il suffit de déterminer I du générateur, qui est le seul émetteur, pour avoir $P_{\text{émise}} = EI$

Application

- $I = \dfrac{E}{R}$
- $P = \dfrac{E^2}{R}$

- $I = \dfrac{E}{2R}$
- $P = \dfrac{E^2}{2R}$

- $I = \dfrac{E}{R/2}$

  (attention à calculer la résistance équivalente pour n'avoir qu'une intensité dans la maille)
- $P = 2\dfrac{E^2}{R}$

Conclusion

La plus grande puissance émise est donc la situation 3.

9) 3-

Le reste de la puissance est transformée en chaleur.

9) 4-

L'allumage des phares se fait par une commande à gauche du volant.

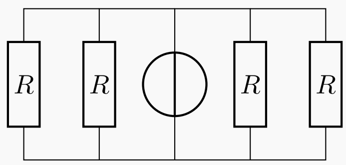
Implication

9) 5-

Si les phares sont branchés en série, dès que l'un brûle et cause un circuit ouvert, l'autre ne sera plus alimenté. Ils sont donc branchés en parallèle.

Application

9) 6-



Exercice 10) Calcul de résistance

Bla

CHAPITRE

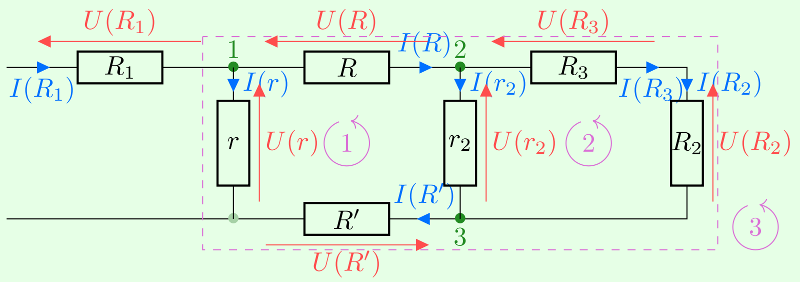
3

LOIS DE KIRCHHOFF

Exercices d'application

Exercice 1) Tensions et courants

Schéma



Rappel

- *Nœud* : jonction entre au moins 3 câbles ;
- *Branche* : section entre 2 nœuds ;
- *Maille* : ensemble de branches fermées.

Liens entre courants

On établit les liens entre les différents courants avec la loi des nœuds ou avec l'unicité de l'intensité dans une branche. Ici, on a :

- $I(R_2) = I(R_3)$ par unicité à droite ;
- $I(R_1) = I(R) + I(r)$ par LdN 1 ;
- $I(R) = I(R_3) + I(r_2)$ par LdN 2 ;
- $I(R_2) + I(r_2) = I(R')$ par LdN 3.

Le dernier nœud, non numéroté, donne une relation redondante avec les autres.

Liens entre tensions

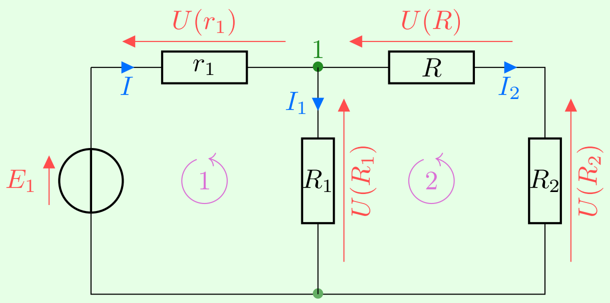
Avec les lois des mailles, on a :

- $U(R') + U(r_2) + U(R) = U(r)$ par LdM 1 ;
- $U(R_2) + U(R_3) = U(r_2)$ par LdM 2 ;

La LdM 3 donne une relation redondante avec les deux premières : $U(R') + U(R_2) + U(R_3) + U(R) = U(r)$ est la somme des deux.

Exercice 2) Calcul d'intensité

Schéma



Résultat attendu

On cherche à exprimer I_2.

LdN, LdM

- $I = I_1 + I_2$(1) (LdN) ;
- $I_1R_1 + Ir_1 = E_1$(2) (LdM 1) ;
- $I_2(R + R_2) = I_1R_1$(3) (LdM 2).

Conseil

À partir de cet exercice, la résolution des devient assez mathématique et devient de la résolution de systèmes d'équations. Il y a de bonnes pratiques à cet égard : numéroter les équations qu'on veut réutiliser en premier lieu, à l'aide des (1) par exemple, savoir qu'un système de 3 équations (indépendantes) à 3 inconnues est résolvable ensuite, et comprendre comment s'y prendre enfin. Cette dernière partie est bien sûr la vraie étape difficile et passe par la pratique, mais elle s'apprend. Je donne quelques outils dans l'encadré suivant.

Exemple

En ayant simplement utilisé les lois de Kirchhoff dont on dispose, I_2 apparaît dans l'équation (3), mais s'exprime en fonction de I_1 que l'on ne connaît pas non plus. On doit donc commencer par trouver une expression de I_1 qui puisse nous faire avancer. I_1 fait partie de l'équation (2) qui, elle, dépend de I mais en utilisant (1) on peut facilement changer (2) en une nouvelle équation reliant I_1 à I_2 et qui n'est pas (3) et qu'on appellera brillamment (4). Ainsi, en réinjectant (4) dans (3), on aura une expression de I_2 en fonction uniquement des paramètres du circuit (E, R).

Application

Injecter (1) dans (2) donne :

$$\begin{aligned} I_1R_1 + (I_1 - I_2)r_1 &= E_1 \\ I_1(R_1 + r_1) &= E_1 - I_2r_1 \\ I_1 &= \frac{E_1 - I_2r_1}{R_1 + r_1} \qquad (4) \end{aligned}$$

Ainsi, il suffit de réinjecter (4) dans (3) pour avoir :

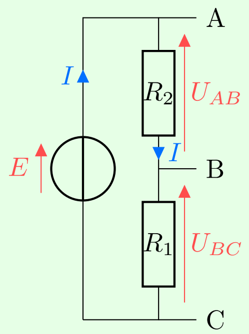
$$\begin{aligned} I_2(R_2 + R) &= \frac{E_1 - I_2r_1}{R_1 + r_1} \times R_1 \\ I_2(R_2 + R) \times (R_1 + r) &= (E_1 - I_2r) \times R_1 \\ I_2\left[(R_2 + R)(R_1 + r_1) + r_1R_1\right] &= E_1R_1 \end{aligned}$$

et finalement

$$\boxed{I_2 = \frac{E_1R_1}{[(R_2 + R)(R_1 + r_1) + r_1R_1]}}$$

Exercice 3) Diviseur de tension

Schéma



Résultat attendu

On cherche I puis U_{BC}.

Outils

- Loi des mailles pour I ;
- Loi d'Ohm pour U_{BC}.

Application

Il suffit d'une loi des mailles pour trouver

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Puis trivialement

$$U_{BC} = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E$$

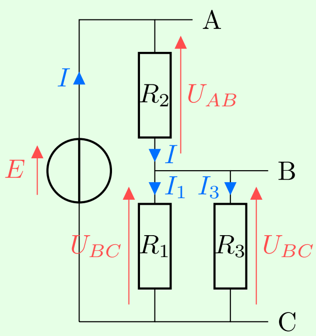
Remarque

On remarque donc que deux dipôles de résistances R_1 et R_2 se partageant une tension totale E vont se la répartir en respectant la fraction de résistance à laquelle chaque diôle participe. C'est également une simple moyenne pondérée.

Important

Ce résultat est bien plus général que pour deux dipôles et fonctionne avec n dipôles ***en série*** sur une branche. Il faut pouvoir se ramener à ce schéma précis pour appliquer la formule du pont diviseur de tension – que vous pouvez maintenant utiliser sans loi des mailles : $U_x = E \times \dfrac{R_x}{R_{\text{tot}}}$

Schéma



Réponse

Oui, elle va changer puisqu'on a branché un nouveau dipôle.

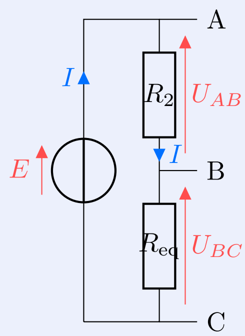
Résultat attendu

On cherche I et U_{BC}.

Outils

- Loi des mailles pour I ;
- Loi d'Ohm pour U_{BC}.

Schéma simplifié



Application

On peut envisager ce calcul de deux manières :

- D'une part, $U_{BC} = R_1 I_1$ par exemple. Il nous faudrait déterminer I_1 en fonction de I avec la loi des nœuds pour ça. Or, la meilleure manière de déterminer I c'est de se ramener à une seule maille en calculant la résistance équivalente comme on vient de faire, et dans ce cas :
- On voit immédiatement que $U_{BC} = R_{\text{eq}} I$. Autant ne pas se compliquer la tâche et partir là-dessus.

On obtient ainsi

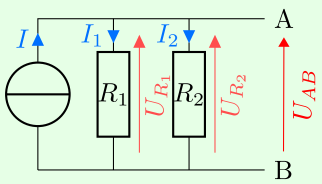
$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \quad \text{et} \quad I = \frac{E}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}$$

d'où après calcul

$$\boxed{U_{BC} = \frac{E R_1 R_3}{R_2(R_1 + R_3 t) + R_1 R_3}} \quad \text{ou} \quad \boxed{U_{BC} = \frac{E}{\frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1} + 1}}$$

Exercice 4) Diviseur de courant

Schéma



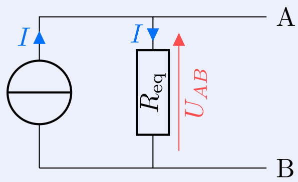
Résultat attendu

On cherche U_{R_1} et U_{R_2}.

Outils

- Unicité de la tension en parallèle ;
- Expression résistance //.

Schéma simplifié



Application

On a certes $U_{R_1} = I_1 R_1$ et $U_{R_2} = I_2 R_2$, mais comme on a $U_{R_1} = U_{R_2} = U_{AB}$, le plus simple est de déterminer U_{AB}. Une résistance équivalente $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$ avec l'intensité I qui est connue (car imposée par le générateur de courant) donne facilement

$$U_{R_1} = U_{R_2} = R_{\text{eq}} I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

Important

Ce résultat est la base de la réflexion menant à l'expression du diviseur de courant qui donne l'expression de I_x : on voit directement apparaître que $I_x = I \times \frac{R_{\text{eq}}}{R_x}$ de par l'unicité de la tension. Souvenez-vous de cette simplicité.

Résultat attendu

On cherche I_2 en fonction de I, R_1, R_2 **à partir de la loi des mailles**.

Outils

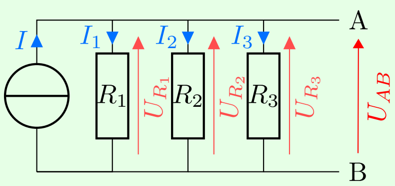
– LdM : $I_1 R_1 = I_2 R_2$ (1) ;
– LdN : $I = I_1 + I_2$ (2).

Application

En utilisant (2) dans (1), on a $I_2 R_2 = (I - I_2) R_1$, donc en isolant I_2 on obtient facilement

$$\boxed{I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Schéma



Résultat attendu

Évidemment, I_2 va changer puisqu'on branche un nouveau dipôle en parallèle. Une rivière qui se divise en 3 plutôt qu'en 2 va avoir des débits différents dans les deux situations. Donc on cherche I_2 en fonction de I, R_1, R_2, R_3 **sans méthode imposée**.

Application

Avec la réflexion de la question 1 ou la relation du pont diviseur de courant qui est maintenant utilisable à volonté, on a facilement $I_2 = I \times \frac{R_{\text{eq}}}{R_2}$. Avec $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$, on a finalement

$$\boxed{I_2 = I \times \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}$$

Remarque

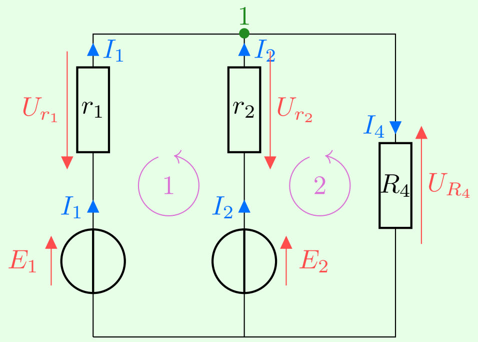
L'intensité I ne va pas changer, puisque c'est celle que l'on fixe avec le générateur.

Important

Bien que la loi des mailles soit l'origine de nombreuses relations, ici c'est la simple unicité de la tension qui amène au diviseur de courant.

Exercice 5) Association de générateurs

Schéma



Résultat attendu

On cherche I_4 puis $U_4 = R_4 I_4$.

Outils

- LdM 1 : $I_4 R_4 + I_1 r_1 = E_1$ (1) ;
- LdM 2 : $I_4 R_4 + I_2 r_2 = E_2$ (2) ;
- LdN 1 : $I_1 + I_2 = I_4$ (3).

Approche méthodique

Notre but est de trouver une équation contenant I_4 et des valeurs connues, c'est-à-dire tout sauf I_1, I_2.

L'équation (1) peut nous aider ; on peut la transformer en remplaçant I_1 par $I_4 - I_2$ grâce à (3) pour avoir une équation (4) avec I_4 et I_2.

Mais comme (2) nous permet d'isoler I_2 et de l'exprimer en fonction de I_4, en injectant cette expression dans (4) on obtient une équation entre I_4 et les éléments du circuit. Question résolue !

Application

Avec (3) dans (1) :

$$I_4 R_4 + (I_4 - I_2) r_1 = E_1 \quad (4)$$

En réexprimant (2) :

$$I_2 = (E_2 - I_4 R_4)/r_2$$

En injectant (2) dans (4) :

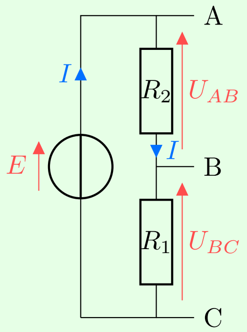
$$I_4(R_4 + r_1) - (E_2 - I_4 R_4)\frac{r_1}{r_2} = E_1$$
$$\Leftrightarrow I_4(R_4 + r_1) r_2 - (E_2 - I_4 R_4) r_1 = E_1 r_2$$
$$\Leftrightarrow I_4(r_1 r_2 + r_1 R_4 + r_2 R_4) = E_1 r_2 + E_2 r_1$$

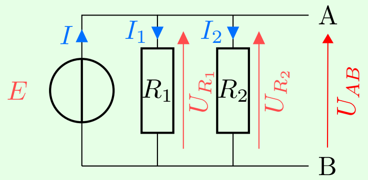
Soit

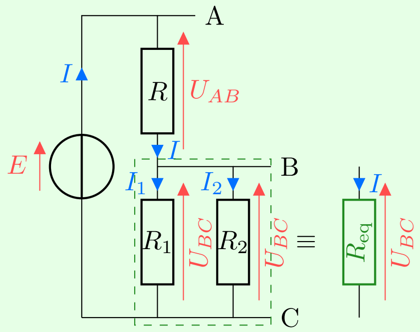
$$\boxed{I_4 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + r_1 R_4 + r_2 R_4}} \quad \text{et} \quad \boxed{U_{R_4} = R_4 \times I_4}$$

Exercice 6) Diviseurs de tension vus en TP

Schémas







Application

1) Avec le diviseur de tension :

$$\boxed{\begin{aligned} U_{AB} &= E \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U_{BC} &= E \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}}$$

2) Avec une loi des mailles simple :

$$\boxed{I = \frac{E}{R_1 + R_2}}$$

---

1) On a directement $\boxed{U_{AB} = E}$.

2) Avec le diviseur de courant :

$$I_1 = I \times \frac{R_{\text{eq}}}{R_1} = \boxed{I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

---

1) Diviseur de tension :

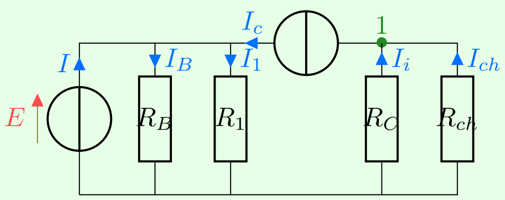
$$\begin{aligned} U_{AB} &= E \frac{R}{R + R_{\text{eq}}} \\ &= \boxed{E \frac{R}{R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}} \\ U_{BC} &= E \frac{R_{\text{eq}}}{R + R_{\text{eq}}} \\ &= \boxed{E \frac{R_1 R_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}} \end{aligned}$$

2) Diviseur de courant :

$$I_1 = I \frac{R_{\text{eq}}}{R_1} = \boxed{I \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Exercice 8) Transistor base commune

Schéma



Ici, on note les intensités comme bon nous semble ; mais pour être cohérent-e avec les lois des nœuds et les intensités générées, on posera I_B et I_1 dans le même sens vers le bas, alors que I_i et I_{ch} se rejoignent en 1 pour donner I_c.

Application

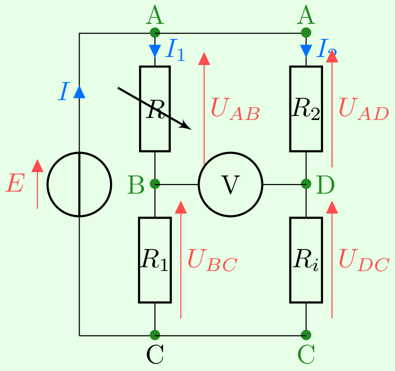
Avec une loi des nœuds en 1, $I_i + I_{ch} = I$, d'où avec la relation du diviseur de courant :

$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= \frac{R_C R_{ch}}{R_C + R_{ch}} \\ I_{ch} &= I \frac{R_{\text{eq}}}{R_C + R_{ch}} \\ \Leftrightarrow \; & \boxed{I_{ch} = I \frac{R_C}{R_C + R_{ch}}} \end{aligned}$$

Et évidemment, $\boxed{U(R_{ch}) = I_C \times \frac{R_{ch} R_C}{R_C + R_{ch}}}$

Exercice 9) Pont de Wheatstone

Schéma



Résultat attendu

On cherche R_i, ou U_{DC} quand « le pont est équilibré ».

Outil

D'après l'énoncé, le pont est équilibré quand $V = 0$, soit quand $V_B = V_D$.

Application

Si le pont est équilibré, alors $U_{AB} = U_{AD}$ et $U_{BC} = U_{DC}$. Or, avec le pont diviseur de tension, on a à la fois

$$U_{BC} = E\frac{R_1}{R_1 + R}$$
$$U_{DC} = E\frac{R_i}{R_i + R_2}$$

Donc

$$U_{BC} = U_{DC}$$
$$\Leftrightarrow \cancel{E}\frac{R_1}{R_1 + R} = \cancel{E}\frac{R_i}{R_i + R_2}$$
$$\Leftrightarrow R_1(\cancel{R_i} + R_2) = R_i(\cancel{R_1} + R)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{R_i = \frac{R_1 R_2}{R}}$$