

# CHAPITRE

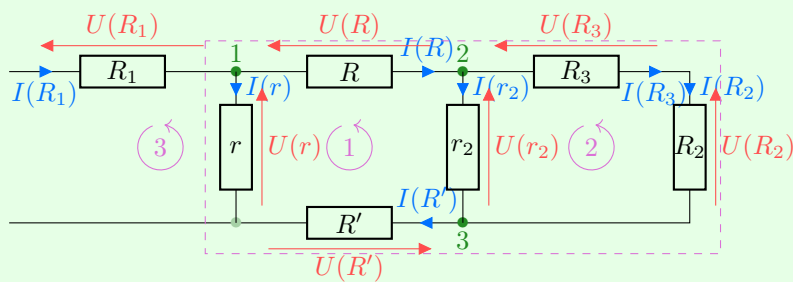
1

## LOIS DE KIRCHHOFF

### Exercices d'application

#### Exercice 1) Tensions et courants

##### Schéma



##### Rappel

- *Nœud* : jonction entre au moins 3 câbles ;
- *Branche* : section entre 2 nœuds ;
- *Maille* : ensemble de branches fermées.

##### Liens entre courants

On établit les liens entre les différents courants avec la loi des nœuds ou avec l'unicité de l'intensité dans une branche. Ici, on a :

- $I(R_2) = I(R_3)$  par unicité à droite ;
- $I(R_1) = I(R) + I(r)$  par LdN 1 ;
- $I(R) = I(R_3) + I(r_2)$  par LdN 2 ;
- $I(R_2) + I(r_2) = I(R')$  par LdN 3.

Le dernier nœud, non numéroté, donne une relation redondante avec les autres.

##### Liens entre tensions

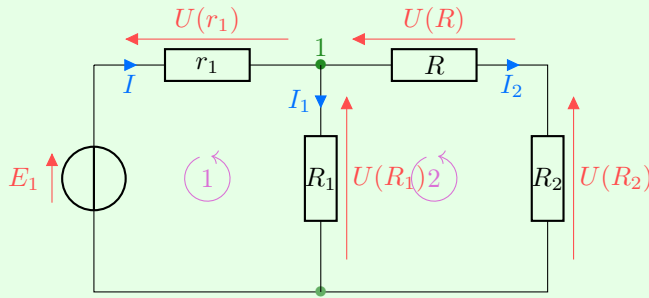
Avec les lois des mailles, on a :

- $U(R') + U(r_2) + U(R) = U(r)$  par LdM 1 ;
- $U(R_2) + U(R_3) = U(r_2)$  par LdM 2 ;

La LdM 3 donne une relation redondante avec les deux premières :  $U(R') + U(R_2) + U(R_3) + U(R) = U(r)$  est la somme des deux.

## Exercice 2) Calcul d'intensité

## Schéma



## Résultat attendu

On cherche à exprimer  $I_2$ .

## LdN, LdM

- $I = I_1 + I_2$  (1) (LdN) ;
- $I_1 R_1 + I r_1 = E_1$  (2) (LdM 1) ;
- $I_2 (R + R_2) = I_1 R_1$  (3) (LdM 2).

## Conseil

À partir de cet exercice, la résolution des devient assez mathématique et devient de la résolution de systèmes d'équations. Il y a de bonnes pratiques à cet égard : numéroté les équations qu'on veut réutiliser en premier lieu, à l'aide des (1) par exemple, savoir qu'un système de 3 équations (indépendantes) à 3 inconnues est résoluble ensuite, et comprendre comment s'y prendre enfin. Cette dernière partie est bien sûr la vraie étape difficile et passe par la pratique, mais elle s'apprend. Je donne quelques outils dans l'encadré suivant.

## Exemple

En ayant simplement utilisé les lois de Kirchhoff dont on dispose,  $I_2$  apparaît dans l'équation (3), mais s'exprime en fonction de  $I_1$  que l'on ne connaît pas non plus. On doit donc commencer par trouver une expression de  $I_1$  qui puisse nous faire avancer.  $I_1$  fait partie de l'équation (2) qui, elle, dépend de  $I$  mais en utilisant (1) on peut facilement changer (2) en une nouvelle équation reliant  $I_1$  à  $I_2$  et qui n'est pas (3) et qu'on appellera brillamment (4). Ainsi, en réinjectant (4) dans (3), on aura une expression de  $I_2$  en fonction uniquement des paramètres du circuit ( $E, R$ ).

## Application

Injecter (1) dans (2) donne :

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + (I_1 - I_2) r_1 &= E_1 \\ I_1 (R_1 + r_1) &= E_1 - I_2 r_1 \\ I_1 &= \frac{E_1 - I_2 r_1}{R_1 + r_1} \quad (4) \end{aligned}$$

Ainsi, il suffit de réinjecter (4) dans (3) pour avoir :

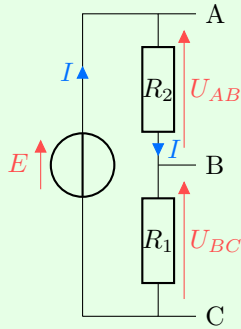
$$\begin{aligned} I_2 (R_2 + R) &= \frac{E_1 - I_2 r_1}{R_1 + r_1} \times R_1 \\ I_2 (R_2 + R) \times (R_1 + r_1) &= (E_1 - I_2 r_1) \times R_1 \\ I_2 [(R_2 + R)(R_1 + r_1) + r_1 R_1] &= E_1 R_1 \end{aligned}$$

et finalement

$$I_2 = \frac{E_1 R_1}{[(R_2 + R)(R_1 + r_1) + r_1 R_1]}$$

## Exercice 3) Diviseur de tension

## Schéma



## Résultat attendu

On cherche  $I$  puis  $U_{BC}$ .

## Outils

- Loi des mailles pour  $I$  ;
- Loi d'Ohm pour  $U_{BC}$ .

## Application

Il suffit d'une loi des mailles pour trouver

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Puis trivialement

$$U_{BC} = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E$$

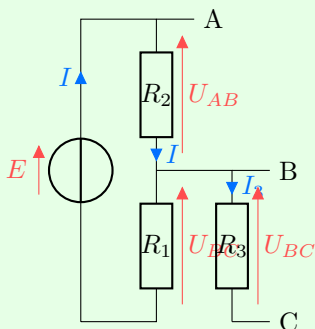
## Remarque

On remarque donc que deux dipôles de résistances  $R_1$  et  $R_2$  se partageant une tension totale  $E$  vont se la répartir en respectant la fraction de résistance à laquelle chaque diôle participe. C'est également une simple moyenne pondérée.

## Important

Ce résultat est bien plus général que pour deux dipôles et fonctionne avec  $n$  dipôles **en série** sur une branche. Il faut pouvoir se ramener à ce schéma précis pour appliquer la formule du pont diviseur de tension – que vous pouvez maintenant utiliser sans loi des mailles :  $U_x = E \times \frac{R_x}{R_{\text{tot}}}$

## Schéma



## Résultat attendu

On cherche  $I$  puis  $U_{BC}$ .

## Outils

- Loi des mailles pour  $I$  ;
- Loi d'Ohm pour  $U_{BC}$ .

## Application

Il suffit d'une loi des mailles pour trouver

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Puis trivialement

$$U_{BC} = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E$$

## Remarque

On remarque donc que deux dipôles de résistances  $R_1$  et  $R_2$  se partageant une tension totale  $E$  vont se la répartir en respectant la fraction de résistance à laquelle chaque diôle participe. C'est également une simple moyenne pondérée.

## Important

Ce résultat est bien plus général que pour deux dipôles et fonctionne avec  $n$  dipôles **en série** sur une branche. Il faut pouvoir se ramener à ce schéma précis pour appliquer la formule du pont diviseur de tension – que vous pouvez maintenant utiliser sans loi des mailles :  $U_x = E \times \frac{R_x}{R_{\text{tot}}}$