Physique générale : Électricité Chapitres 1 à 4

0	Conseils généraux
1	Grandeurs électriques
	1.1 Ordres de grandeur
	1.2 Potentiels, tensions et courants
	1.3 Schématisation
	1.4 Association de résistances
	1.5 Problème : puissance et énergie
2	Dipôles et associations
	2.1 Circuit simple
	2.2 Résistances équivalentes
	2.3 Association de générateurs
	2.4 Calculs de résistances équivalentes
	2.5 Conventions

CHAPITRE

CONSEILS GÉNÉRAUX

Ce document à pour but de rappeler et résumer les conseils, arguments et astuces qui ont pu être vues et énoncées durant les TDs. Il ne remplace ni les séances en elles-mêmes, où votre participation active est nécessaire (c'est en se trompant qu'on sait comment ne pas faire, et donc comment bien faire), ni les CM de votre professeur-e. J'espère néanmoins qu'il saura vous être utile.

La première partie comporte quelques éléments généraux sur l'électricité. D'autres conseils et éléments importants sont mis en valeur quand ils sont pertinents : le code couleur reste le même, dans le but d'avoir une structure facilement navigable. Les bases de réflexion, données ou définitions, sont en vert. Les résultats importants, propriétés ou résultats à trouver, sont en rouge. Les points pivots de réflexion, démonstration ou outils à choisir judicieusement, sont en bleu. Les côtés pratiques, exemples et applications, sont en gris.

Les premiers exercice du chapitre 1 sont intégralement corrigés, et certains mots importants (comme « divergent ») ont une note de fin du chapitre 1 avec une brève définition. Ces exercices représentent la base de comment construire sa réflexion face à un exercice de physique (d'optique particulièrement), mais ils ne sont pas tous corrigés ainsi. Ainsi, vous verrez qu'après quelques exemples, je vous renvoie aux corrigés que vous avez à disposition sur *Claroline*. Les schémas y sont clairs et j'espère que ma retranscription écrite du raisonnement derrière ces schémas suffiront à vous guider.

Bonne lecture,

Nora NICOLAS – n.nicolas@ip2i.in2p3.fr Jérémy Auffinger – j.auffinger@ip2i.in2p3.fr

Principe des exercices de physique

Tout exercice de physique suit le schéma suivant :

- 1) Lecture de l'énoncé en français et relevé des données;
- 2) Traduction des données en schéma si pertinent, et en expression mathématique si pertinent;
- 3) Compréhension de la réponse attendue;
- 4) Traduction de la réponse attendue en schéma si pertinent, et en expression mathématique si pertinent;
- 5) Détermination d'un ou de plusieurs outils (relation mathématique, règle de construction...) du cours faisant le lien entre les données et la réponse : répéter si besoin d'une réponse intermédiaire ;
- 6) Application.

Un exemple est donné partie .

Conseils

Avant d'encadrer un résultat :

- 1) Vérifer la cohérence mathématique avec la ligne précédente : les signes devant les grandeurs, le nombre de grandeurs, ne pas oublier les fonctions inverses...;
- 2) Vérifier l'homogénéité de part et d'autre de l'équation pour les résultats littéraux ;
- 3) Vérifier la cohérence physique de la valeur numérique, notamment à l'aide d'un schéma

Important

L'erreur la plus simple mais la plus grave à faire est de se tromper sur une grandeur algébrique.

Toujours vérifier le sens des grandeurs algébriques

CHAPITRE

1

GRANDEURS ÉLECTRIQUES

Exercices d'application

Exercice 1) Ordres de grandeur

Cet exercice se concentre sur la notion d'intensité en électricité.

Données

- 1) « Un générateur délivre une intensité $I = 3.0 \,\mathrm{A}$ » : $I = 3.0 \,\mathrm{A}$;
- 2) « 1000 électrons » : N = 1000 ;
- 3) « faire circuler 1×10^{20} électrons chaque seconde » : $N=1\times 10^{20},\,t=1\,\mathrm{s}.$

Résultats attendus

Les trois questions de l'exercice donnent une grandeur électrique et attendent de vous le calcul d'une grandeur inconnue. Il va donc falloir utiliser les formules précédentes pour exprimer la grandeur inconnue en fonction des données du problème.

Outil du cours : intensité électrique

L'intensité électrique est une grandeur physique décrivant la quantité de charges électriques (exprimées en Coulomb, C) passant par un point d'un circuit à chaque unité de temps (exprimé en seconde, s):

$$I = \frac{Q}{t} \tag{1.1}$$

L'intensité est ainsi exprimée en Coulomb par seconde, unité que l'on nomme l'Ampère (A). Si les charges sont des électrons se déplaçant dans un fil, le nombre de charges est :

$$Q = N \times e \tag{1.2}$$

où $e = 1,602 \times 10^{-19} \,\mathrm{C}$ est la charge de l'électron (en valeur absolue).

Nous voyons donc que le temps, l'intensité et le nombre de charges sont reliées par les formules 1.1 et 1.2.

Application

1) Le nombre d'électrons émis chaque seconde est donné par :

$$N = \frac{I \times t}{e} \tag{1.3}$$

Avec les données du problème, nous avons :

$$N = \frac{3.0 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.9 \times 10^{19} \tag{1.4}$$

2) Le temps pour émettre 1000 électrons est donné par :

$$t = \frac{N \times e}{I} = \frac{1000 \times 1.6 \times 10^{-19}}{3.0} \text{ s} = 5.3 \times 10^{-17} \text{ s}$$
 (1.5)

3) L'intensité correspondante est :

$$I = \frac{N \times e}{t} = \frac{1.0 \times 10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1} \,\text{A} = 16 \,\text{A}$$
 (1.6)

Important 1.1.1: Important

Dans cet exercice, nous avons dû faire des applications numériques. Il faut alors faire attention à deux choses :

- <u>l'unité</u> : dès que vous remplacez les grandeurs littérales par des valeurs numériques, votre calcul acquiert une unité, qui doit apparaître ;
- les chiffres significatifs : le résultat final doit comporter un nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision des données utilisées. Par exemple, l'intensité I=3,0 A a deux chiffres significatifs, ce qui va limiter la précision avec laquelle on va utiliser la charge de l'électron à deux chiffres : $e=1,6\times 10^{-19}$ C. Autre cas, quand on vous dit « par seconde », le temps t a alors la valeur t=1 s, avec une précision arbitraire, qui sera limitée par la précision des autres données. Il en va de même pour le nombre N=1000 électrons.

Exercice 2) Potentiels, tensions et courants

Définition 1.2.1 : Potentiel et tension électrique

Dans cet exercice, nous allons appliquer les notions de potentiel et de tension électrique, ainsi que celle de sens « conventionnel » du courant.

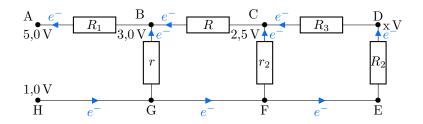
- 1) Le potentiel électrique peut être vu comme un équivalent de l'altitude en mécanique : si vous êtes en altitude, vous avez le « potentiel » de tomber et de fournir de l'énergie, emmagasinée pendant la chute, en arrivant au sol. Chaque point d'un circuit est ainsi à une certaine « altitude ». Si on considère une particule de charge positive, alors cette particule a le comportement intuitif et « tombe » des potentiels les plus élevés vers les plus bas (le + repousse le +). Si cette particule est chargée négativement, comme l'électron, elle « remonte » des bas potentiels vers les plus élevés (le + attire le –).
- 2) La tension électrique est la différence de potentiel entre deux points d'un circuit. Sa notation est intuitive : U_{AB} est la différence de potentiel entre A et B, $V_A V_B$. On la représente par contre comme une flèche allant de B vers A: la flèche suit les potentiels croissants.
- 3) Le sens conventionnel du courant positif est alors l'inverse du sens de circulation des électrons, car ils sont chargés négativement.

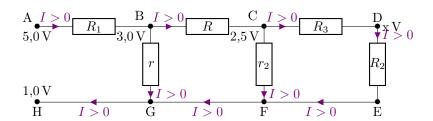
2) 1-

Sur le circuit ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation des électrons, donc des potentiels les plus bas vers les plus hauts.

2) 2-

Sur le circuit suivant, on a indiqué le sens conventionnel du courant positif, donc des hauts potentiels vers les bas.



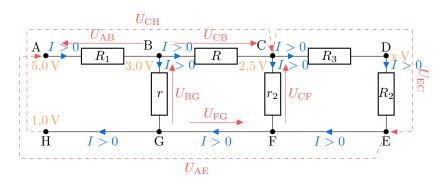


2) 3-

L'analogie de l'altitude pour les potentiels électriques nous donne une intuition pour la valeur du potentiel au point D : ce potentiel doit être compris « entre » ceux des points C et E, car aucune source extérieure ne peut permettre de relever ou d'abaisser artificiellement le point D. Par exemple, $x = 2.0 \,\mathrm{V}$.

2) 4-

Sur le circuit ci-dessous, nous avons fléché les tensions en question. Ces tensions se calculent par différence de potentiel :



- $$\begin{split} &-U_{\rm AB} = V_{\rm A} V_{\rm B} = 2.0\,{\rm V}\,; & -U_{\rm CF} = 1.5\,{\rm V}\,; \\ &-U_{\rm FG} = 0\,{\rm V}\,; & -U_{\rm EC} = -1.5\,{\rm V}\,; \\ &-U_{\rm BG} = 2.0\,{\rm V}\,; & -U_{\rm CH} = 1.5\,{\rm V}\,; \\ &-U_{\rm CB} = -0.5\,{\rm V}\,; & -U_{\rm AE} = 4.0\,{\rm V}. \end{split}$$
- 2) 5-

Outils du cours

Une tension peut être difficile à calculer au premier coup d'œil. Dans ces cas-là, il peut être utile d'utiliser des points intermédiaires dont on connaît le potentiel, c'est une forme de composition des vecteurs. Par exemple, la tension U_{AB} entre B et A peut être décomposée à l'aide d'un point tiers, C, par la formule $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$. On peut le démontrer facilement en remplaçant les tensions par des différences de potentiel.

Application

- $U_{AG} = U_{AB} + U_{BG}$
- $U_{AD} = U_{AB} + U_{BD}$

2) 6-

Les points E, F, G et H sont reliés par des fils, sans dipôles intermédiaires. Ils sont donc au même potentiel; on appelle de tels points des points equipotentiels.

Important 1.2.1: Potentiel dans un circuit

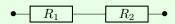
Dans un circuit, tous les points reliés par des fils sans dipôles intermédiaires sont au même potentiel. Ils sont en fait considérés comme un seul point dans un circuit. Il peut être utile de se servir de cette propriété pour redessiner un circuit sous une forme plus simple.

Exercice 3) Schématisation

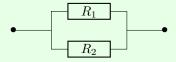
Définition 1.3.1 : Résistances équivalentes et associations de résistances

Très souvent, un circuit électrique contient de nombreuses résistances. Ces résistances peuvent être :

- en série : elles sont sur une même branche, aucune branche tierce ne part du point qui les séparent



- en dérivation : elles sont situées sur deux branches connectées à leurs extrémités



On note symboliquement que deux résistances sont en série par $R_1 + R_2$, elles sont alors équivalentes à une seule résistance de valeur :

$$R_{\text{série}} = R_1 + R_2 \tag{1.7}$$

On note symboliquement que deux résistances sont en dérivation par $R_1/\!\!/R_2$, elles sont alors équivalentes à une seule résistance de valeur :

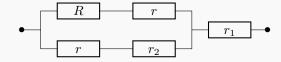
$$R_{\text{dérivation}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.8}$$

Conseils

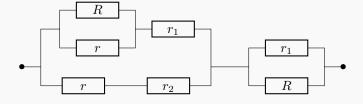
Lors de la transformation d'une formule symbolique d'une association de résistances en schéma, il est conseillé de commencer par les parenthèses les plus intérieures, puis d'ajouter les éléments en allant vers l'extérieur des parenthèses. Comme pour la multiplication \times et l'addition +, le symbole # est prioritaire devant le symbole +. N'oubliez pas les branches de sortie afin de définir explicitement quel est le dipôle final.

Application

- $[(R+r)/(r+r_2)] + r_1$:



- $\{[(R//r) + r_1]//(r + r_2)\} + (r_1//R)$:



Exercice 4) Association de résistances

Conseils

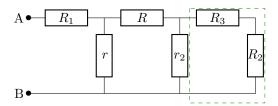
Dans cet exercice, on va exprimer la résistance équivalente d'un circuit, symboliquement, à l'aide des signes # et +. Le plus simple est de procéder par étapes afin d'identifier les couples de résistances en série et en dérivation, et de les remplacer par leur résistance équivalente. Pour ce faire, on se rappelle que d'après la définition 1.2.6, on peut déplacer les points le long de fils tant qu'on ne traverse pas de dipôle.

4) 1-

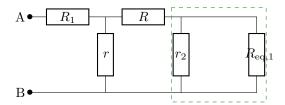
- Dans le schéma 1, R_1 et R ne sont ni en série ni en dérivation, il y a un nœud entre les deux, qui part sur une autre branche. r et r_2 ne sont pas en parallèle, il y a une résistance (R) sur la branche transverse. R_2 et R: aucun. R_3 et R_2 : aucun. R_3 et R_2 sont en série.
- Dans le schéma 2, R_1 et R: aucun. r et r_2 : aucun. R_3 et r_2 sont en parallèle, ce qui est bien visible si on déplace le point B en bas à gauche du schéma.
- Dans le schéma 3, R_1 et R sont en série. R_2 et R: aucun. r et r' sont en parallèle, si on prend les deux résistances en bas à gauche du schéma.

4) 2- Schéma 1

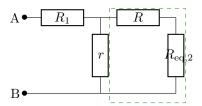
On va faire en détails le cas du schéma 1.



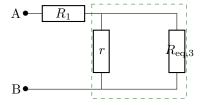
Sur ce circuit, R_3 et R_2 sont en série. Nous les remplaçons par une résistance équivalente $R_{eq,1} = R_3 + R_2$. Le nouveau schéma est :



Maintenant, on voit que r_2 et $R_{\text{eq},1}$ sont en parallèle. On les remplace par la résistance équivalente $R_{\text{eq},2} = r_2 /\!\!/ R_{\text{eq},1}$. Le nouveau schéma est :



R et $R_{\rm eq,2}$ sont en série, on les remplace par la résistance équivalente $R_{\rm eq,3}=R+R_{\rm eq,2}$:



r et $R_{\rm eq,3}$ sont en parallèle, on les remplace par $R_{\rm eq,4} = r /\!\!/ R_{\rm eq,3}$:

$$A \bullet R_1 R_{eq,4} B$$

 R_1 et $R_{\rm eq,4}$ sont en série. La résistance totale entre A et B est :

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{\text{eq},4}$$

$$= R_1 + (r /\!\!/ R_{\text{eq},3})$$

$$= R_1 + (r /\!\!/ [R + R_{\text{eq},2}])$$

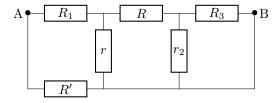
$$= R_1 + (r /\!\!/ [R + \{r_2 /\!\!/ R_{\text{eq},1}\}])$$

$$= R_1 + (r /\!\!/ [R + \{r_2 /\!\!/ (R_3 + R_2)\}])$$
(1.9)

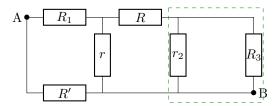
Une fois ce calcul terminé, on peut vérifier par le chemin inverse que la schématisation de la résistance équivalente 1.9 donne bien le schéma de départ.

4) 2- Schéma 2

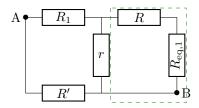
On part du schéma suivant :



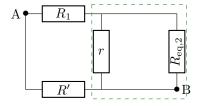
Comme on l'a vu, en déplaçant le point B en bas à droite du schéma (ce qu'on peut faire parce que c'est le même fil, ils sont équipotentiels), on fait apparaître que R_3 et r_2 sont en parallèle :



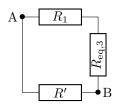
On peut donc les remplacer par la résistance équivalente $R_{\text{eq},1}$ telle que $R_{\text{eq},1} = r_2 /\!\!/ R_3$:



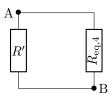
Pendant ce procédé, on fait bien attention à conserver le point B. On a alors un schéma où R et $R_{eq,1}$ sont en série, et on peut les remplacer par $R_{eq,2} = R + R_{eq,1}$:



On a encore une fois un association en parallèle, et on définit $R_{eq,3} = r /\!\!/ R_{eq,2}$:



C'est à partir de là que l'on voit l'importance de conserver le point B sur le schéma. En effet, l'énoncé nous demande de déterminer la résistance équivalente entre les points A et B; si l'on faisait la mesure avec un Ohmmètre, on mettrait bien un fil de A à B, sans pouvoir faire disparaître l'un des deux points à l'intérieur d'une résistance équivalente. En l'occurrence, bien que techniquement R' et $R_{\rm eq,3}$ soient en série, la présence du point B quand on calcule la résistance équivalente revient à ce que B soit un nœud (duquel partirait un câble qui va à un Ohmmètre). On ne peut donc que simplifier le schéma pour faire apparaître $R_{\rm eq,4} = R_1 + R_{\rm eq,3}$:



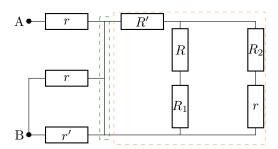
On a ainsi déterminé que la dernière association à faire est celle de R' avec $R_{eq,4}$ pour obtenir la résistance équivalente

finale
$$R_{eq}$$
: A \bullet Req \bullet B On a alors

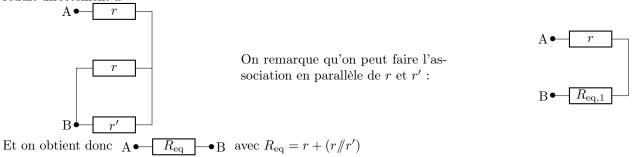
$$\begin{split} R_{eq} &= R' /\!\!/ R_{\text{eq},4} \\ &= R' /\!\!/ (R_1 + R_{\text{eq},3}) \\ &= R' /\!\!/ (R_1 + [r /\!\!/ R_{\text{eq},2}]) \\ &= R' /\!\!/ (R_1 + [r /\!\!/ \{R + R_{\text{eq},1}\}]) \\ &= R' /\!\!/ (R_1 + [r /\!\!/ \{R + (r_2 /\!\!/ R_3)\}]) \end{split}$$

4) 2- Schéma 3

On part du schéma suivant :



Or, la partie encadrée en tirets oranges est court-circuitée par la partie encadrée en tirets vert : le schéma équivalent se réduit directement à



Exercice 5) Problème : puissance et énergie

La philosophie de la résolution de problème, c'est de soi-même établir la réflexion « Données/Résultats attendus/Outils » pour la résolution d'un exercice de physique. On commence par paramétrer le problème. En l'occurrence, on étudie le fonctionnement d'un ascenseur dans un immeuble : on peut naturellement faire un schéma. Il faut ensuite déterminer les données pertinentes du sujet, en l'occurrence la puissance du système électrique qui doit faire fonctionner l'ascenseur doit permettre de soulever à la fois des êtres humains et la cabine en elle-même sur plusieurs étages. « Puissance » voulant dire « énergie par unité de temps », les données pertinentes vont être l'énergie totale à dépenser pour son fonctionnement, et le temps total de fonctionnement.

Pour la partie énergie, on considère donc la masse totale du système à déplacer. C'est là que vient la partie résolution de problème : il faut faire une proposition. Il n'y a pas de réponse unique à un problème. On peut avoir un grand ascenseur qui peut accueillir 6 personnes et qui a donc une cabine plus lourde, ou avoir un petit ascenseur avec 2 personnes mais une cage légère. Ce qui est important c'est la pertinence de la réflexion établie.

Dans l'exemple corrigé sur Claroline, on a considéré un ascenseur qui déplace deux personnes, de poids de 75 kg, ainsi que la cabine qui a été estimée à 150 kg. Ça paraît faible, mais peu importe, la réflexion est établie; si on veut une mesure plus réaliste, on peut chercher un cahier des charges ou des valeurs classiques en ligne.

Ensuite, l'énergie à dépenser dépend de la hauteur sur laquelle on veut déplacer cette masse totale. Là il est bon de savoir que dans un immeuble classique, un étage fait 3 mètres de haut. Si on veut se déplacer de 4 étages, on va compter 12 mètres. Dans la formule de l'EPP, la constante est en effet fixe, mais c'est nous qui la fixons. Par exemple, je peux dire qu'au rez-de-chaussé, je suis à une altitude nulle, et que j'ai une énergie potentielle nulle, donc la constante sera 0 tout au long de l'expérience. Au 4ème étage, on aura une EPP de

$$EPP_{4me} = mgh_{immeuble} + 0$$

avec $m=300\,\mathrm{kg},\,g=9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ (ou 10.0 si on fait une approximation) et $h_\mathrm{immeuble}=12\,\mathrm{m}$. On aurait pu définir l'EPP au rez-de-chaussé en considérant que comme nous ne sommes pas au niveau de la mer, on n'a pas une énergie potentielle nulle. À Lyon on a une altitude moyenne par rapport à la mer de 237 m : on peut considérer qu'au rez-de-chaussé, même si on considère l'altitude nulle, on a déjà une EPP de mgh_mer . Si c'est le cas, au 4ème étage on aura une EPP de

$$EPP_{4me} = mgh_{immeuble} + mgh_{mer}$$

On se permet ce la parce que ce qui nous intéresse, c'est la différence d'énergie potentielle : dans les deux cas, la différence d'EPP fait bien mgh_{immeuble} . La constante ne sert que de point de référence.

Il reste à déterminer le temps de fonctionnement $t_{\rm monte}$: pour cela, on peut chronométrer soi-même le temps de montée dans un ascenseur. Pour 4 étages, on trouve environ 16 secondes. On se dit que 4 secondes pour un étage n'est pas aberrant, compte tenu du temps de démarrage et de décélération, mais encore une fois on peut avoir un ascenseur plus rapide ou plus lent. L'important c'est d'oser proposer une valeur plausible.

Ainsi, au minimum, la puissance électrique fournie par le système doit être capable de fournir exactement la puissance nécessaire à déplacer cette masse pendant ce laps de temps, soit

$$P_{
m elec} \ge P_{
m meca} = rac{mgh_{
m immeuble}}{t_{
m monte}}$$

En réalité, il y a toujours des pertes dans les câbles, la dissipation, le rendement, et globalement un système électrique (moteur) ne débite mécaniquement que 30% de sa puissance. Autrement dit, si $P_{\rm elec}$ est la puissance électrique totale de mon système, il n'y a que $0.30 \times P_{\rm elec}$ qui est convertie en énergie mécanique. Encore une fois, ce 30% est assez classique, mais pour le raisonnement on aurait pu dire 80% (ça n'arrive jamais mais on ne peut pas vous en vouloir de ne pas connaître le rendement d'un moteur en L1), ou 50%. En tout cas, c'est cette portion de la puissance électrique qui doit permettre de soulever le système, c'est-à-dire $P_{\rm meca}$. On corrige donc l'équation précédente et on a

$$0.30 \times P_{\rm elec} = P_{\rm meca}$$

Soit, pour conclure,

$$P_{\rm elec} = P_{\rm meca}/0.30 = \frac{mgh_{\rm immeuble}}{0.30 \times t_{\rm monte}}$$

Il ne reste plus qu'à faire l'application numérique :

$$Pelec = 2300 \,\mathrm{W}$$

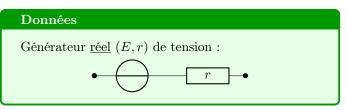
La source de toute la réflexion est partie de notre capacité à déterminer à la fois les données et le résultat attendu. En l'occurrence, c'est la question que vous m'avez posée : « comment est on censé trouver une puissance à partir de l'énergie potentielle de pesanteur ». La réponse se trouve dans la traduction en « maths » du mot français « puissance » : une puissance c'est une énergie divisée par un temps. L'intensité électrique est quelque part une puissance : c'est une énergie électrique (en coulomb, qui ne sont pas des joules) divisée par un temps.

CHAPITRE

DIPÔLES ET ASSOCIATIONS

Exercices d'application

Exercice 1) Circuit simple



1) 1-

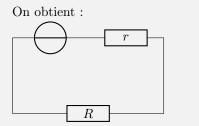
Résultat attendu

On demande un schéma normalisé, autrement dit avec les conventions de schémas européennes.

Outils

Générateur : Résistance : -

Application On obtient:



1) 2-

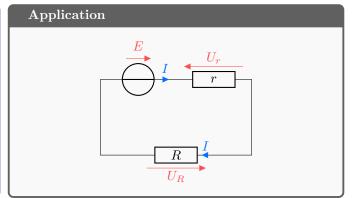
Outils

Générateur convention générateur :



Résistance convention récepteur :





1) 3-

Résultat attendu

À partir d'un circuit où on considère E, r et R comme des grandeurs connues, on cherche l'intensité I qui parcourt la maille que l'on vient de tracer.

Remarque

Il y a deux outils qui seront utiles pour déterminer des grandeurs dans des circuits : la loi des mailles et la loi des nœuds. À cela se rajoute la loi d'Ohm qui relie tension et intensité dans une résistance. Ces notions seront vues dans le chapitre suivant et donc décrites ultérieurement, on va ici utiliser la compositon des tensions.

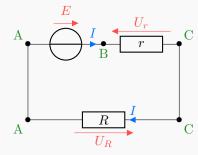
Outil

En nommant des points d'intérêt du circuit, ce qui est souvent conseillé, on va pouvoir utiliser la composition $U_{\rm AC}=U_{\rm AB}+U_{\rm BC}$ en respectant le sens des tensions pour obtenir une information supplémentaire sur le circuit.

On rappelle que deux points sur un fil sont au même potentiel, et on peut donc les nommer de la même manière.

Application

Schéma



Calcul

Ici on peut écrire

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = U_{AA}$$

 $\Leftrightarrow -E + U_r + U_R = 0$

et avec la **loi d'Ohm**, i.e. $U_r = rI$ et $U_R = RI$:

$$(r+R)I=E$$

soit

$$I = \frac{E}{r + R}$$

1) 4-

Outil

Pour un récepteur de tension U traversé par l'intensité I en convention récepteur, la puissance absorbée est P = UI.

Application

Ici, la tension aux bornes de R est $U_R = RI$, avec I l'intensité la traversant. On a donc

$$P_R = RI^2 = \frac{RE^2}{(r+R)^2}$$

1) 5-

Résultat attendu

On cherche à faire une étude de la fonction P de variable R, comme on ferait l'étude de f(x) en mathématiques.

Outils

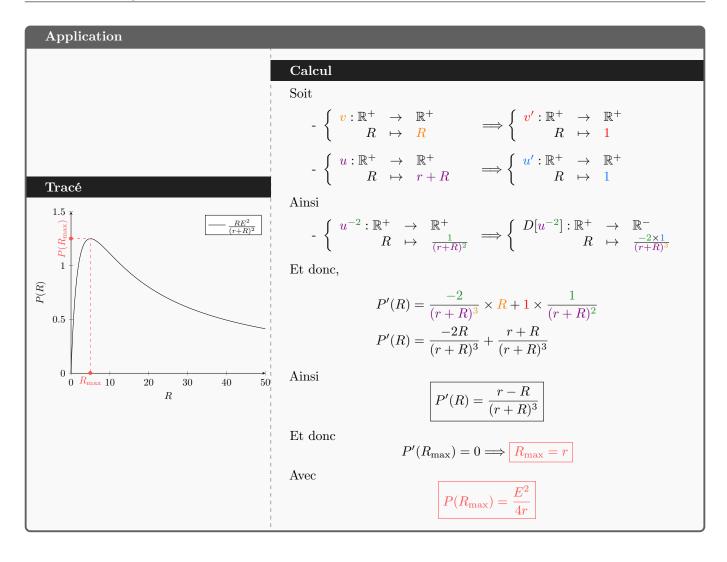
Bon sens pour l'allure de la courbe, procédés de dérivation pour le maximum. D'une manière générale, on a besoin de :

- Dérivation d'un produit :

$$D[uv] = u'v + v'u$$

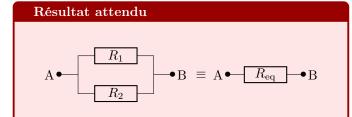
- Dérivation d'une fonction u élevée à une puissance α :

$$D[u^{\alpha}] = \alpha u' u^{\alpha - 1}$$



Exercice 2) Résistances équivalentes

2) 1-



Attention!

Faites particulièrement attention à bien écrire $\frac{1}{R_{\rm eq}}$ et non pas simplement $R_{\rm eq}$, même après 5 lignes de calcul quand c'est nécessaire. Pensez toujours à vérifier l'homogénéité d'un résultat littéral avant de l'encadrer. Cette erreur est une des plus communes.

Outil

L'association en parallèle de deux résistances R_1 et R_2 donne une résistance équivalente $R_{\rm eq}$ telle que :

$$\frac{1}{R_{\rm eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Application

En mettant les deux termes sur même dénominateur :

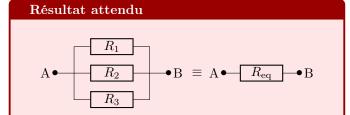
$$\begin{split} \frac{1}{R_{\rm eq}} &= \frac{1}{R_1} \times \frac{R_2}{R_2} + \frac{1}{R_2} \times \frac{R_1}{R_1} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{R_{\rm eq}} &= \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \\ \Leftrightarrow R_{\rm eq} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{split}$$

2) 2-

Application

$$R_1 = R_2 = R \Longrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R}{2}$$

2) 3-



Outil

L'association en parallèle de trois résistances R_1 , R_2 et R_3 donne une résistance équivalente $R_{\rm eq}$ telle que :

$$\frac{1}{R_{\rm eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Application

De la même manière que précédemment, la mise sous même dénominateur donne :

$$\begin{split} \frac{1}{R_{\rm eq}} &= \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 R_3} + \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 R_3} + \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3} \\ \Leftrightarrow R_{\rm eq} &= \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \end{split}$$

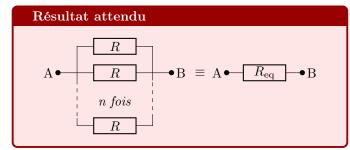
qui est bien homogène à une résistance étant de la forme $\frac{R^{\frac{1}{p}}}{R^2}=R.$

2) 4-

Application

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \Longrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R^3}{3R^2} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{3}}$$

2) 5-



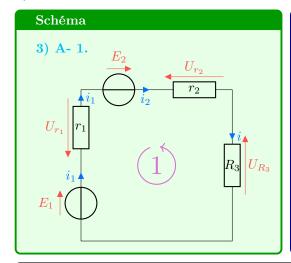
Application

Il n'y a toujours qu'une seule formule attendue, et elle s'écrit :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \underbrace{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}}_{n \text{ fois}} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{n}}$$

Exercice 3) Association de générateurs

3) A- Générateurs en série



Outil

3) A- 2.

Loi des mailles : la somme algébrique des tensions d'une maille est nulle (cf. exercice 2.1). Pour l'appliquer, on se donne un sens de lecture d'une maille, ici dans le sens direct mais peu importe, puis on peut :

- Écrire les tensions traversées dans le même sens que leur flèche d'un côté du signe égal, les autres de l'autre côté;
- Écrire les tensions traversées dans le même sens avec un « + » et les autres avec un « », le tout devant « = 0 ».

Application

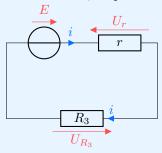
Étant donné qu'il n'y a qu'une maille, il ne peut y avoir qu'une seule intensité dans le circuit. On pose donc $i_1 = i_2 = i$, et en applicant la loi des mailles on a

$$\begin{split} &U_{R_3}+U_{r_2}-E_2+U_{r_1}-E_1=0\\ &\Leftrightarrow R_3i+r_2i+r_1i=E_1+E_2\\ &\Leftrightarrow i\left(r_1+r_2+R_3\right)=E_1+E_2\\ &\Leftrightarrow \boxed{i=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R_3}} \end{split}$$

Schéma simplifié

3) A- 3.

L'expression que l'on a trouvée est en tout point similaire à celle du premier exercice si on considère qu'on a un générateur de force électromagnétique $E=E_1+E_2$ et de résistance interne $r=r_1+r_2$; on peut donc dessiner :



Situation particulière

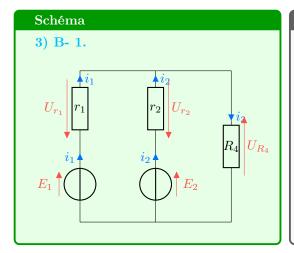
3) A- 4.

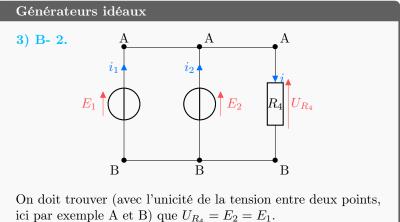
Quand r_1 et r_2 sont nulles, on se retrouve avec un générateur de résistance interne r=0: c'est donc un générateur idéal.

Conclusion

L'étude théorique précédente ne présente aucune incohérence ou impossibilité de pratique peu importe la situation, si tant est que les générateurs sont branchés dans le même sens; si ça n'est pas le cas l'un considère l'autre comme un récepteur et le fait surchauffer.

3) B- Générateurs en parallèle





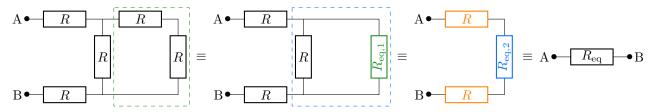
Conclusion

On ne peut brancher des générateurs idéaux de tension que si leurs tensions sont les mêmes; les générateurs réels peuvent l'être et ce sont les intensités qui vont s'adapter pour suivre la loi des mailles.

Exercice 4) Calculs de résistances équivalentes

On retrouve la forme de l'exercice 1.4. On va donc procéder de la même manière en trouvant les résistances équivalentes que l'on peut déterminer (soit en série, soit en dérivation), en faisant le schéma correspondant, puis en déterminant les nouvelles relations qui en découlent.

4) 1- Schéma 1



La suite de schémas équivalents précédents donne :

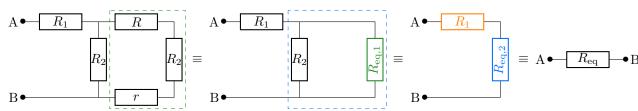
$$R_{\rm eq} = \frac{R + R + R_{\rm eq,2}}{R + R_{\rm eq,1}}$$

$$\Leftrightarrow R_{\rm eq} = \frac{2R}{R} + \frac{R \times R_{\rm eq,1}}{R + R_{\rm eq,1}}$$

$$\Leftrightarrow R_{\rm eq} = 2R + \frac{R \times 2R}{R + 2R}$$

$$\Leftrightarrow R_{\rm eq} = 2R + \frac{2R^{\frac{1}{2}}}{3\cancel{R}}$$

$$\Leftrightarrow R_{\rm eq} = \frac{8R}{3}$$



Et cette fois:

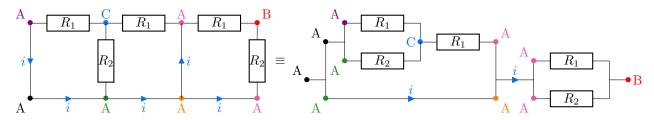
$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 + R_{\text{eq},2}}{R_2 \times R_{\text{eq},1}}$$

$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 \times R_{\text{eq},1}}{R_2 + R_{\text{eq},1}}$$

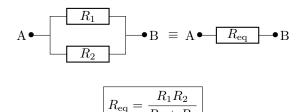
$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 \times (r + R + R_2)}{r + R + 2R_2}$$

4) 3-

Ce schéma est un peu plus compliqué, mais la bonne pratique de nommer des points de potentiel sur un schéma aide à ne pas se perdre. En effet, étant donné que l'on nous demande de déterminer la résistance équivalente entre A et B, toute simplification du circuit est à faire. On a travaillé sur les associations de résistances mais il ne faut pas oublier, et donc savoir reconnaître, les potentiels court-circuits. Ici, en reportant le point A sur chaque point d'intérêt où il peut être reporté (c'est-à-dire s'il n'y a pas de dipôle entre les deux), on voit qu'un courant qui partirait de A pour aller à B (ce que fait un Ohmmètre) éviterait complètement les trois premières résistances. On peut redessiner le schéma différemment pour faire apparaître le court-circuit de manière plus explicite :



Ainsi, le circuit se simplifie en :



Soit

Exercice 5) Conventions