CHAPITRE

1

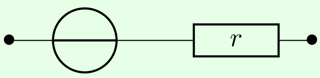
DIP[PLEASEINSERT\PRERENDERUNICODE{ĂŤ}I
ET ASSOCIATIONS

Exercices d'application

Exercice 1) Circuit simple

Données

Générateur réel (E, r) de tension :

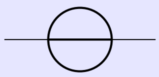


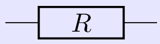
1) 1-

Résultat attendu

On demande un schéma normalisé, autrement dit avec les conventions de schémas *européennes*.

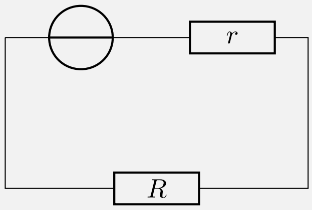
Outils

Générateur : 

Résistance : 

Application

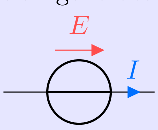
On obtient :



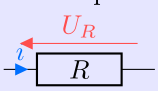
1) 2-

Outils

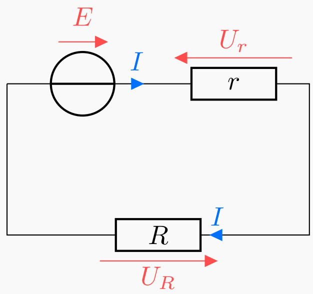
Générateur convention générateur :



Résistance convention récepteur :



Application



1) 3-

Résultat attendu

À partir d'un circuit où on considère E, r et R comme des grandeurs connues, on cherche l'intensité I qui parcourt la maille que l'on vient de tracer.

Remarque

Il y a deux outils qui seront utiles pour déterminer des grandeurs dans des circuits : la **loi des mailles** et la **loi des nœuds**. À cela se rajoute la **loi d'Ohm** qui relie tension et intensité dans une résistance. Ces notions seront vues dans le chapitre suivant et donc décrites ultérieurement, on va ici utiliser la compositon des tensions.

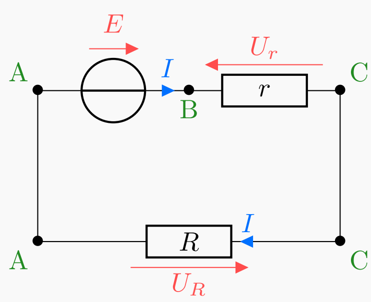
Outil

En nommant des points d'intérêt du circuit, ce qui est souvent conseillé, on va pouvoir utiliser la composition $U_{\mathrm{AC}} = U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BC}}$ en respectant le sens des tensions pour obtenir une information supplémentaire sur le circuit.

On rappelle que deux points sur un fil sont au même potentiel, et on peut donc les nommer de la même manière.

Application

Schéma



Calcul

Ici on peut écrire

$$\begin{aligned} &U_{\mathrm{AB}} + U_{\mathrm{BC}} + U_{\mathrm{CA}} = U_{\mathrm{AA}} \\ &\Leftrightarrow -E + U_r + U_R = 0 \end{aligned}$$

et avec la **loi d'Ohm**, i.e. $U_r = rI$ et $U_R = RI$:

$$(r + R)I = E$$

soit

$$\boxed{I = \frac{E}{r + R}}$$

1) 4-

Outil

Pour un récepteur de tension U traversé par l'intensité I en convention récepteur, la puissance absorbée est $\boxed{P = UI}$.

Application

Ici, la tension aux bornes de R est $U_R = RI$, avec I l'intensité la traversant. On a donc

$$\boxed{P_R = RI^2 = \frac{RE^2}{(r + R)^2}}$$

1) 5-

Résultat attendu

On cherche à faire une étude de la fonction P de variable R, comme on ferait l'étude de $f(x)$ en mathématiques.

Outils

Bon sens pour l'allure de la courbe, procédés de dérivation pour le maximum. D'une manière générale, on a besoin de :

- Dérivation d'un produit :

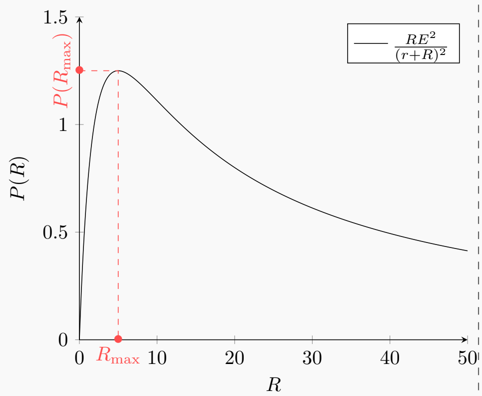
$$\boxed{D[uv] = u'v + v'u}$$

- Dérivation d'une fonction u élevée à une puissance α :

$$\boxed{D[u^\alpha] = \alpha u' u^{\alpha - 1}}$$

Application

Tracé



Calcul

Soit

- $\left\{\begin{array}{rcl} v : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & R \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} v' : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & 1 \end{array}\right.$

- $\left\{\begin{array}{rcl} u : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & r+R \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} u' : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & 1 \end{array}\right.$

Ainsi

- $\left\{\begin{array}{rcl} u^{-2} : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^+ \\ R & \mapsto & \frac{1}{(r+R)^2} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} D[u^{-2}] : \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}^- \\ R & \mapsto & \frac{-2\times 1}{(r+R)^3} \end{array}\right.$

Et donc,

$$P'(R) = \frac{-2}{(r+R)^3} \times R + 1 \times \frac{1}{(r+R)^2}$$
$$P'(R) = \frac{-2R}{(r+R)^3} + \frac{r+R}{(r+R)^3}$$

Ainsi

$$\boxed{P'(R) = \frac{r-R}{(r+R)^3}}$$

Et donc

$$P'(R_{\max}) = 0 \Longrightarrow \boxed{R_{\max} = r}$$

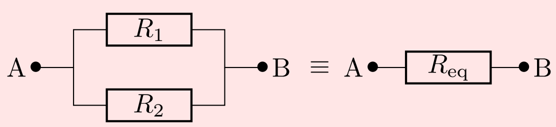
Avec

$$\boxed{P(R_{\max}) = \frac{E^2}{4r}}$$

Exercice 2) Résistances équivalentes

2) 1-

Résultat attendu



Outil

L'association en parallèle de deux résistances R_1 et R_2 donne une résistance équivalente R_{eq} telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Attention !

Faites particulièrement attention à bien écrire $\frac{1}{R_{eq}}$ et non pas simplement R_{eq}, même après 5 lignes de calcul quand c'est nécessaire. Pensez toujours à vérifier l'homogénéité d'un résultat littéral avant de l'encadrer. Cette erreur est une des plus communes.

Application

En mettant les deux termes sur même dénominateur :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} \times \frac{R_2}{R_2} + \frac{1}{R_2} \times \frac{R_1}{R_1}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$
$$\Leftrightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

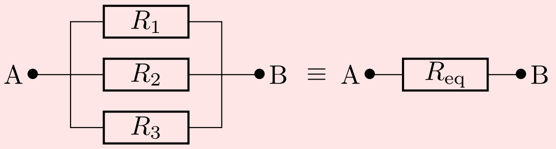
2) 2-

Application

$$R_1 = R_2 = R \Longrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{2}}$$

2) 3-

Résultat attendu



Outil

L'association en parallèle de trois résistances R_1, R_2 et R_3 donne une résistance équivalente R_{eq} telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Application

De la même manière que précédemment, la mise sous même dénominateur donne :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2R_3}{R_1R_2R_3} + \frac{R_1R_3}{R_1R_2R_3} + \frac{R_1R_2}{R_1R_2R_3}$$
$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

qui est bien homogène à une résistance étant de la forme $\frac{R^{\cancel{3}}}{\cancel{R^2}} = R$.

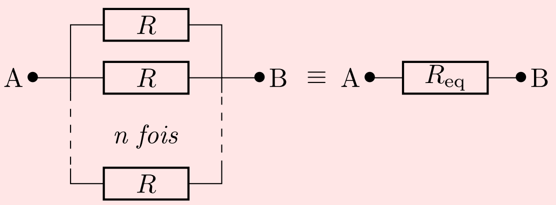
2) 4-

Application

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \Longrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R^3}{3R^2} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{3}}$$

2) 5-

Résultat attendu



Application

Il n'y a toujours qu'une seule formule attendue, et elle s'écrit :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \underbrace{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \cdots + \frac{1}{R}}_{n \text{ fois}} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{n}}$$

Exercice 4) Calculs de résistances équivalentes

On retrouve la forme de l'exercice **??**. On va donc procéder de la même manière en trouvant les résistances équivalentes que l'on peut déterminer (soit en série, soit en dérivation), en faisant le schéma correspondant, puis en déterminant les nouvelles relations qui en découlent.

4) 1- Schéma 1