CHAPITRE

1

LENTILLES MINCES

Exercices d'application

Exercice 1) Constructions optiques dans toutes les situations

Pour construire une image à partir d'un objet, on utilise les règles de construction :

Définition 1.1.1 : Règles de construction

1) Tout rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié ;
2) Tout rayon incident passant par le foyer objet F de la lentille émerge parallèlement à l'axe optique ;
3) Tout rayon indicent parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par le foyer image F' de la lentille.

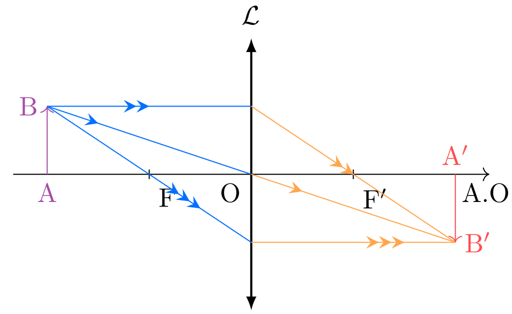
Constructions pour une lentille convergente

1) 1- Objet à distance finie

1) 1- a. Avant le foyer objet

On utilise aisément les règles sus-citées en traçant :

1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;
2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;
3) Le rayon passant par B et par F : il émerge parallèle à l'A.O.[1].

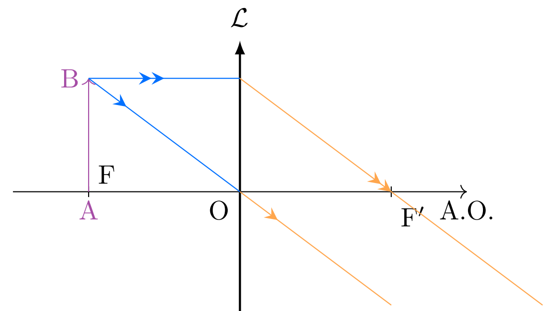


Ces rayons, issus d'un objet réel[2], se croisent après la lentille : on a un faisceau émergent convergent[3] qui donne une image réelle[4].

1) 1- b. Sur le foyer objet

De la même manière, on trace :

1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;
2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;
3) Le rayon passant par B et F ne passe pas par le système optique, ce rayon est inutile.

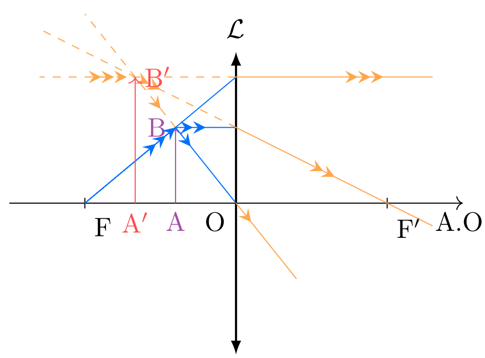


Ainsi, à partir d'un objet réel, on obtient des rayons parallèles qui donnent une image à l'infini.

1) 1- c. Entre le foyer et la lentille

Tout pareil, on trace :

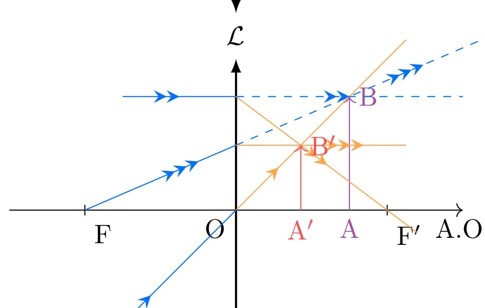
1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;
2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;
3) Le rayon passant par B et par F : il émerge parallèle à l'A.O.



1) 1- d. Après la lentille

Bien que la situation semble bizarre, le procédé reste le même. On trace un objet après la lentille, puis on trace :

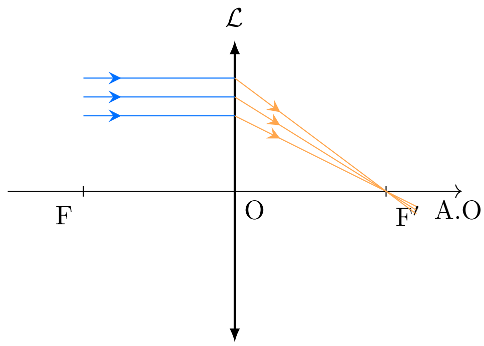
1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;
2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;
3) Le rayon passant par B et par F : il émerge parallèle à l'A.O.



La seule différence ici, c'est que les rayons dans l'espace objet du système optique ne peuvent pas atteindre l'objet virtuel[5]. On fait partir les rayons de la gauche du système comme s'ils allaient passer par B, mais une fois arrivés à la lentille on continue les traits en pointillés pour montrer que ce sont des rayons virtuels. Les rayons émergents suivent les règles de la définition 1.1.1, et donnent un faisceau émergent convergent donnant lieu à une image réelle.

1) 2- Objet à l'infini

Des rayons parallèles à l'A.O., d'après la règle de construction numéro 3), émergent en coupant l'A.O. au foyer image.



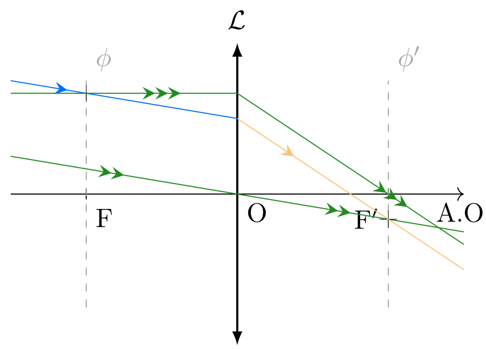
Pour construire les rayons émergents à partir de rayons quelconques, on utilise deux règles supplémentaires :

Définition 1.1.2 : Règles de construction rayons quelconques

4) Deux rayons incidents parallèles entre eux donnent des rayons émergents se coupant dans le plan focal image (au même foyer secondaire image ϕ') ;

5) Deux rayons incidents se coupant dans le plan focal objet (au même foyer secondaire objet ϕ) donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

Ainsi, pour construire le rayon émergent d'un rayon quelconque, il suffit de prendre un rayon incident parallèle à celui-ci dont on sait construire le rayon émergent : celui qui passe par F et qui resortira parallèle à l'A.O., ou celui passant par O qui ne sera pas dévié. On sait alors que le rayon émergent de notre rayon incident quelconque devra passer par l'intersection entre le rayon émergent particulier que l'on vient de construire et le plan focal image.



1) 3- Rayon quelconque

De même que précédemment.

Constructions pour une lentille divergente

1) 1- Objet à distance finie

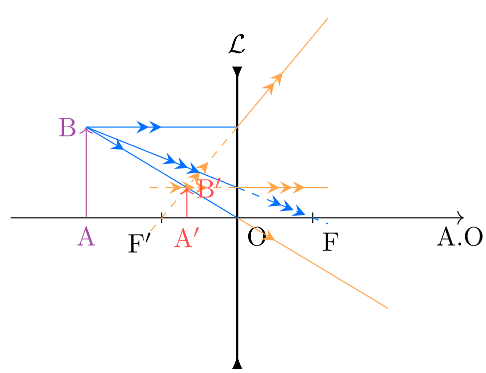
1) 1- a. Avant le foyer image

Les règles de construction pour une lentille divergente sont les mêmes que celles pour la lentille convergente. La seule différence est que les foyers objet et image sont échangés. On trace donc :

1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;

2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;

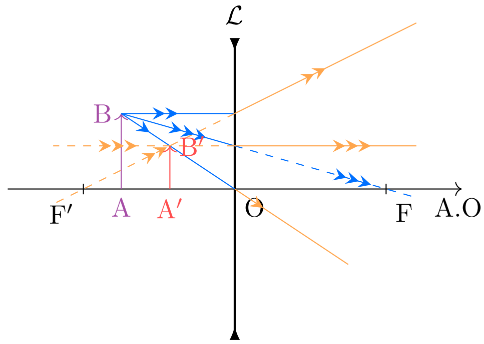
3) Le rayon passant par B et par F : il émerge parallèle à l'A.O.



F' étant maintenant à gauche de O, on trace en pointillés la partie des rayons émergent qui se situe dans l'espace objet (à gauche de la lentille).
À partir d'un objet réel, on obtient un faisceau divergent, dont l'intersection donne une image virtuelle.

1) 1- b. Entre le foyer image et la lentille

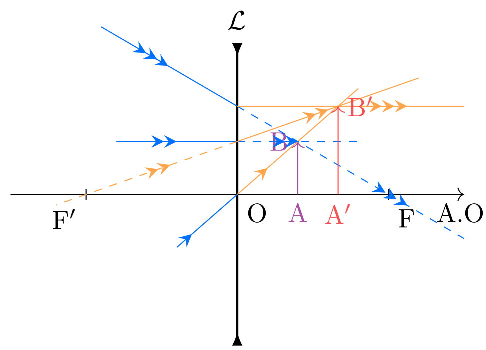
Le principe est exactement le même, le résultat est exactement le même.



1) 1- c. Entre le foyer objet et la lentille

De la même manière qu'au point 1) 1- d. avec une lentille convergente, on a bien un objet à droite de la lentille, et le procédé reste le même. On trace :

1) Le rayon passant par B et par O : il ne sera pas dévié ;
2) Le rayon passant par B et parallèle à l'A.O. : il passe par F' en sortie ;
3) Le rayon passant par B et par F : il émerge parallèle à l'A.O.

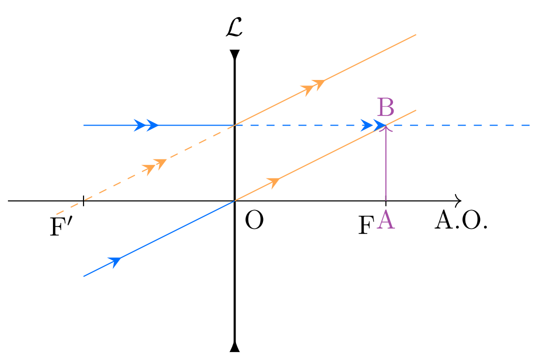


Encore une fois, le rayon 2) provenant de l'espace objet ne peut pas atteindre l'objet virtuel. On le fait partir de la gauche du système optique comme s'il allait passer par B, mais une fois arrivé à la lentille, on continue le trait en pointillés pour montrer que c'est un rayon virtuel. Le rayon émergent suit la règle de la définition 1.1.1 et passe par le foyer image F', qui sera également indiqué en pointillés dans la partie de l'espace objet et en trait plein dans la partie de l'espace image.

Les rayons émergents forment un faisceau convergent, donnant lieu à une image réelle.

1) 1- d. Sur le foyer objet

Même principe également. Cette fois on a alors des rayons émergents parallèles entre eux donnant une image à l'infini.

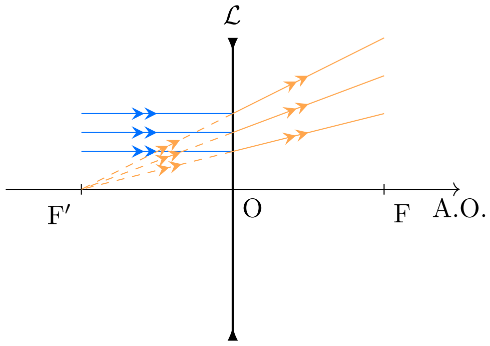


1) 1- e. Après le foyer objet

Même principe qu'à la question précédente. Cette fois les rayons émergents forment un faisceau divergent donnant lieu à une image virtuelle.

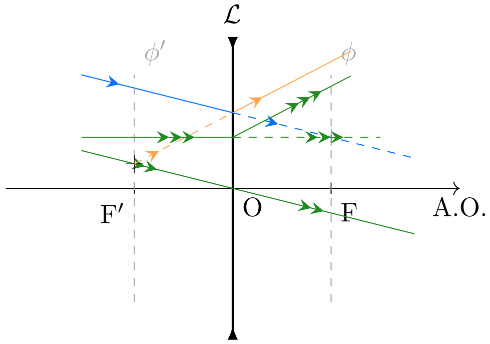
1) 2- Objet à l'infini

Pareil qu'avec la lentille convergente.



1) 3- Rayon quelconque

Pareil qu'à la question précédente.



Important 1.1.1 : Résumé de l'exercice

On a vu qu'à partir de règles de construction simple, il était possible de construire les images, réelles ou virtuelles, à partir de toute situation. On retiendra que le caractère convergent ou divergent d'un faisceau permet de savoir où se forme l'image : dans la prolongation dans le sens positif de la marche des rayons pour un faisceau convergent, et dans la prolongation dans le sens négatif de la marche des rayons pour un faisceau divergent.

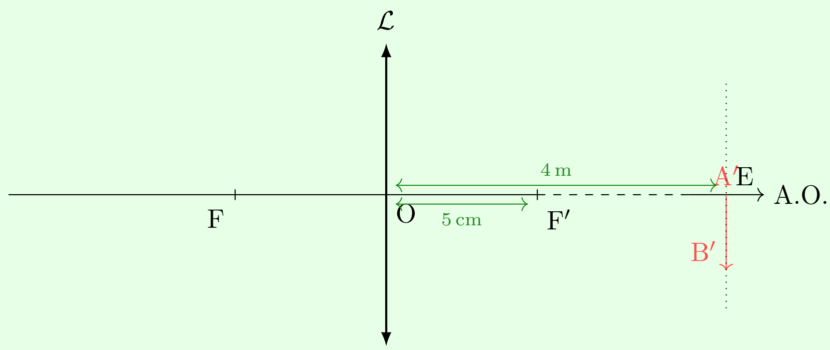
Exercice 2) Vidéoprojecteur

Cet exercice est un exemple d'application d'un raisonnement classique à avoir face à un exercice de physique, en référence au premier encadré de ce document.

La lecture de l'énoncé nous indique que l'on a affaire à une lentille mince. La traduction des données nous donne :

Données

1) $(AB) = 24\,\text{mm}$: « l'objet est une matrice de 24 mm » ;
2) $\overline{OA'} = +4\,\text{m}$: « l'écran se situe à 4 m » (c'est là que se forme l'image, c'est donc la position de A') ;
3) $\overline{OF'} = +5\,\text{cm}$.



On peut en faire un schéma, et c'est vivement conseillé en optique : cela permet, s'il est bien fait, de savoir à quoi s'attendre numériquement si nécessaire. C'est une méthode supplémentaire pour avoir un avis critique sur une réponse numérique.

La compréhension des réponses attendues nous donne :

Résultats attendus

1) Que vaut $\overline{OA}$? : « Déterminer la position et la nature de l'objet » (O est bon point d'intérêt à partir duquel on peut mesurer des distances, et selon la valeur algébrique de $\overline{OA}$ on saura de quel côté de la lentille l'objet se situe, et donc son caractère virtuel ou réel) ;
2) Que vaut $\overline{A'B'}$? : « Déterminer [...] la taille de l'image ».

Les outils dont on dispose qui sont pertinents pour relier les données aux inconnues sont :

Outils du cours

1) Relation de conjugaison pour une lentille mince :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}}$$

2) Grandissement pour une lentille mince :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

On est donc en mesure de répondre aux questions :

Application

1) De la relation de conjugaison, on a :

$$\overline{OA} = \left[\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}}\right]^{-1}$$

Et avec les données,

$$\boxed{\overline{OA} = -5\,\text{cm}}$$

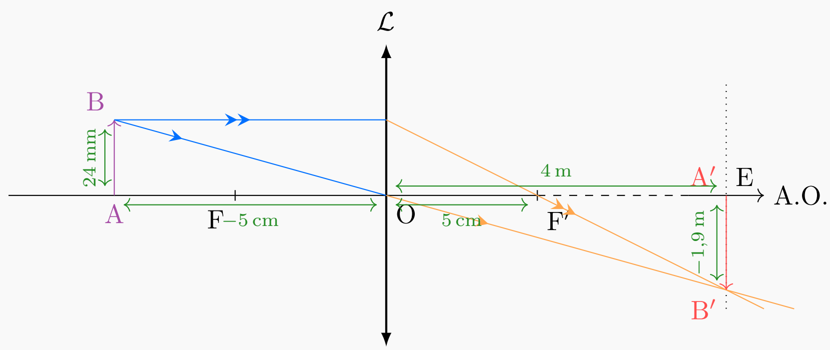
Ainsi, on a un objet réel situé à 5 centimètres à gauche de la lentille.

2) De l'expression du grandissement, on a :

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \times \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Et avec les données,

$$\boxed{\overline{A'B'} = -1{,}9\,\text{m}}$$



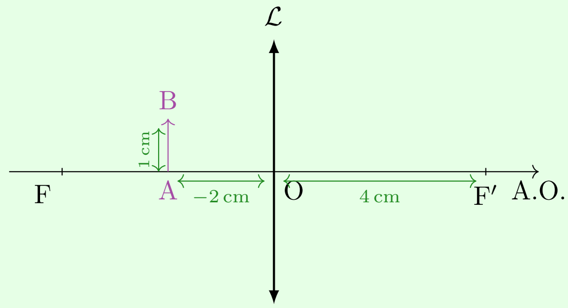
Remarque

Attention, comme on a qu'un seul chiffre significatif, on a $\overline{OA} = -5\,\text{cm}$, ce qui semble correspondre à la position de F, mais en réalité ce n'est qu'une approximation numérique. Comme $\overline{OA'} \gg \overline{OF'}$, le résultat numérique est proche de $-\overline{OF'}$, mais il est évident que si l'objet était en effet au foyer objet, le vidéoprojecteur ne formerait pas l'image sur l'écran mais à l'infini.

Exercice 3) La loupe

Données

1) $\overline{OA} = -2\,\mathrm{cm}$
2) $(AB) = 1\,\mathrm{cm}$
3) $\overline{OF'} = 4\,\mathrm{cm}$



Résultats attendus

1) $\overline{OA'}$?
2) Schéma ;
3) $\overline{OA'} < 0$ ou $\overline{OA'} > 0$?
4) $\overline{A'B'}$?
5) $G =$?

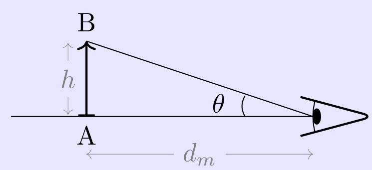
Outils du cours

1) Relation de conjugaison pour une lentille mince ;
2) Règles de construction de rayons ;
3) Bon sens ! ;
4) Grandissement pour une lentille mince ;
5) Définition du grossissement d'un système optique. On définit

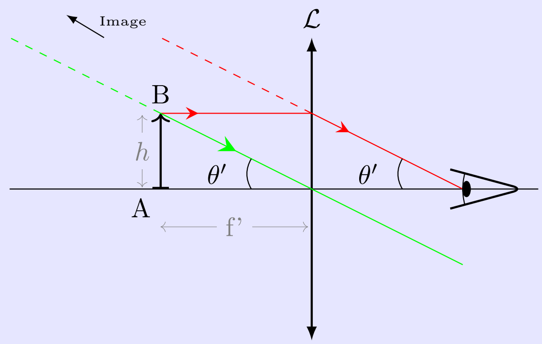
$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

avec

– θ l'angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu, et on appelle grossissement **commercial** quand on fixe la distance œil-objet à la distance de vision miminale de l'œil emmétrope, $d_m = 25\,\mathrm{cm}$;



– θ' l'angle sous lequel est vue l'image après le système, et dans le grossissement **commercial** on la considère comme formée à l'infini.

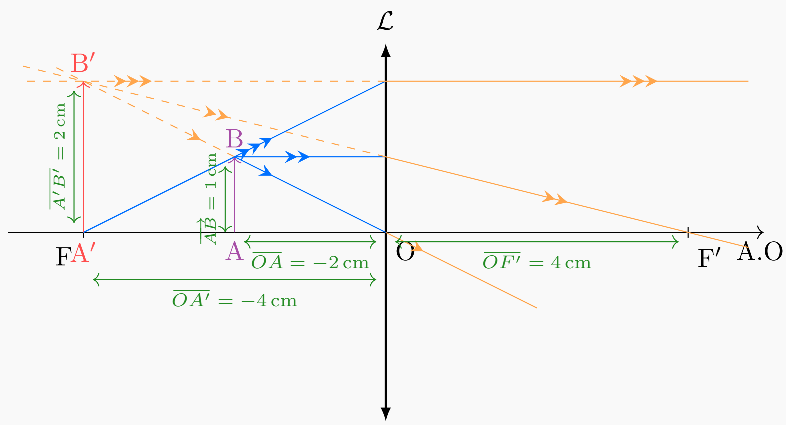


Dans le cas présent l'image n'est pas formée à l'infini, et on n'indique pas la distance de l'œil à l'objet : on va donc définir le grossissement commercial de la loupe. Avec h la taille de l'objet, les schémas précédents donnent

$$\boxed{G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\frac{h}{f'}}{\frac{h}{d_m}} = \frac{d_m}{f'}}$$

Résultats

1) $\boxed{\overline{OA'} = -4\,\text{cm}}$;
2) On a :

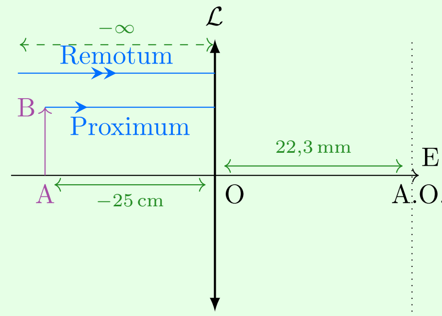


3) Image virtuelle ;
4) $\boxed{\overline{A'B'} = 2\,\text{cm}}$;
5) Application : $\boxed{G = 6.25}$

Exercice 4) Œil réduit et accomodation

Données

1) Rétine = écran,
   cristallin = lentille ;
2) Au repos, A à l'infini ;
3) Au *proximum*, A à 25 cm
   ($\overline{OA} = -25\,\text{cm}$).



Résultats attendus

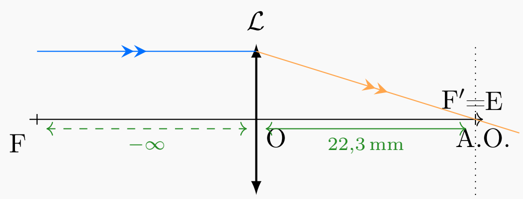
1) $\overline{OF'}_{\text{repos}}$?
2) $\overline{OF'}_{\text{accomodation}}$?

Outils du cours

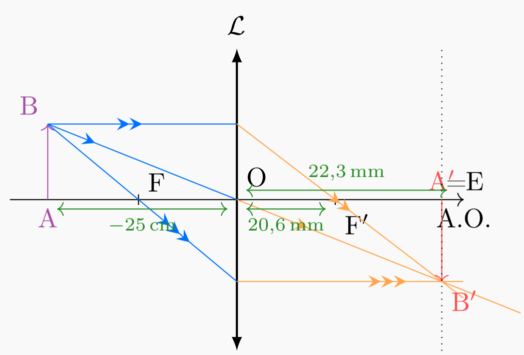
Relation de conjugaison pour une lentille mince, avec $\overline{OA'} = \overline{OE} = 22{,}3\,\text{mm}$ (le principe d'un écran c'est que l'image se forme dessus ! !) et $\frac{1}{\overline{OA}} = 0$ quand $\overline{OA} = -\infty$

Résultats

$$\boxed{\overline{OF'}_{\text{repos}} = 22{,}3\,\text{mm}}$$



$$\boxed{\overline{OF'}_{\text{accomodation}} = 20{,}6\,\text{mm}}$$



Exercices d'entraînement

Exercice 5) Construction géométrique d'objets

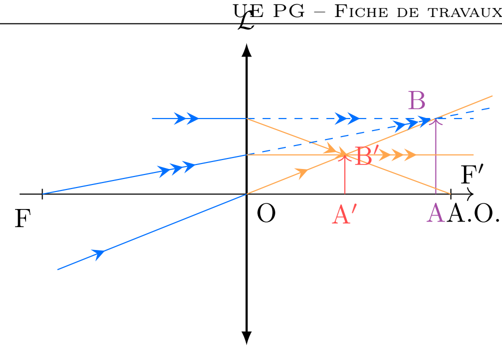
5) 1-

On a une image réelle. Pour trouver B, on dessine dans l'espace image les rayons émergents particuliers des règles de construction 1.1.1 et qui se croisent en B' (c'est bien la finalité d'un objet qui donne une image). On trace, depuis la lentille :

1) le rayon émergent qui passe par O et par B' ;

2) le rayon émergent qui passe par F' et par B' ;

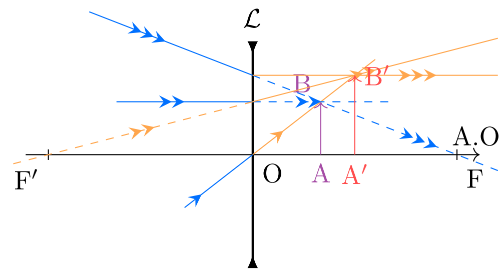
3) le rayon émergent parallèle à l'axe optique et passant par B'.



Le premier doit provenir d'un rayon incident passant par B et par F. Le second doit provenir d'un rayon incident passant par B et parallèle à l'A.O. Le dernier n'est pas dévié.

5) 2-

Même exercice, mais on échange F et F'.



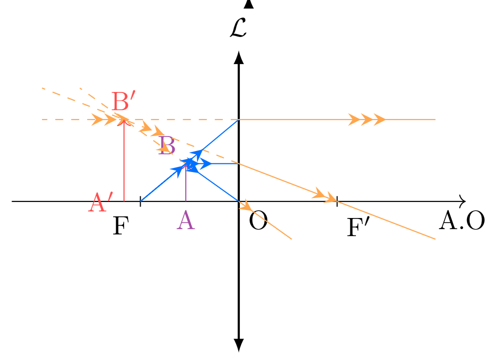
5) 3-

On a une image virtuelle. On doit tracer dans l'espace image trois rayons d'intérêt dont la prolongation dans le sens opposé à celle de la marche des rayons passe par B'. Même principe ensuite.

1) le rayon qui passe par O et par B' ;

2) le rayon qui passe par F' et par B' ;

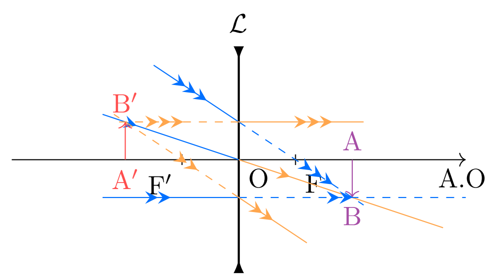
3) et le rayon parallèle à l'axe optique et passant par B'.



Le premier doit provenir d'un rayon incident passant par B et par F. Le second doit provenir d'un rayon incident passant par B et parallèle à l'A.O. Le dernier n'est pas dévié.

5) 4-

Même exercice, mais on échange F et F'.



Exercice 6) Trouver la lentille

Pour cet exercice, il faut étudier les liens entre objet et image avec le centre O et le foyer image d'une lentille. On se rend alors compte qu'en traçant une droite de B à B', il est naturel de trouver O à l'intersection de cette droite et de l'axe optique. On peut faire ça pour chaque schéma, et il ne reste qu'à trouver le foyer image.

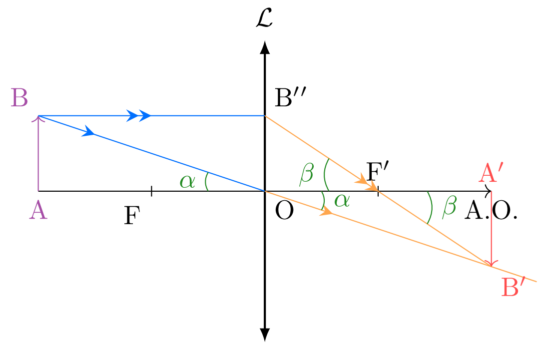
Pour cela, après avoir trouvé O et tracé une lentille (pour le moment, ni convergente ni divergente), il suffit de tracer un rayon partant de B et parallèle à l'axe optique qui, une fois arrivé à la lentille, doit continuer jusqu'à passer en B'. L'intersection de ce rayon et de l'axe optique donne l'emplacement de F'. Il faut cependant faire attention à bien savoir si ce sont les prolongations des rayons ou les rayons eux-mêmes qui partent de B ou qui arrivent en B'. Les schémas sont en ligne sur Claroline.

Exercice 7) Relation de conjugaison

Dans cet exercice, on veut démontrer la relation de conjugaison du cours

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}}$$

en se servant uniquement des rayons particuliers que l'on peut construire pour toute lentille mince, à savoir celui qui passe par le centre optique et ceux qui passent par les foyers. Dans ce genre de démonstration, il est très important de faire attention à l'utilisation des valeurs algébriques des longueurs lorsqu'on applique les formules de trigonométrie. Une bonne technique consiste à utiliser des angles inférieurs à 90° pour lesquels toutes les fonctions trigonométriques sont positives, et à utiliser alors des grandeurs algébriques positives dans l'écriture de ces formules.



Pour trouver la relation de conjugaison, nous utilisons le triangle ABO dans lequel l'angle $\alpha \equiv \widehat{AOB}$ permet d'obtenir la relation

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AO}}$$

Dans le triangle $OA'B'$, l'angle de même valeur $\widehat{A'OB'} = \alpha$ permet d'obtenir

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OA'}}$$

On démontre ainsi immédiatement la formule du grandissement

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OA'}} \iff \boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

Nous définissons ensuite le point intermédiaire B'' qui est l'intersection du rayon partant de B parallèlement à l'axe optique et de la lentille. Ainsi, dans le triangle $OB''F'$, l'angle $\beta \equiv \widehat{F'OB''}$ donne

$$\tan(\beta) = \frac{\overline{OB''}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$$

Dans l'autre triangle $F'A'B'$, l'angle de même valeur $\widehat{B'F'A'} = \beta$ donne

$$\tan(\beta) = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{F'A'}}$$

On a donc

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{F'A'}} \iff \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}}$$

En remplaçant dans la formule de grandissement, et en utilisant la décomposition

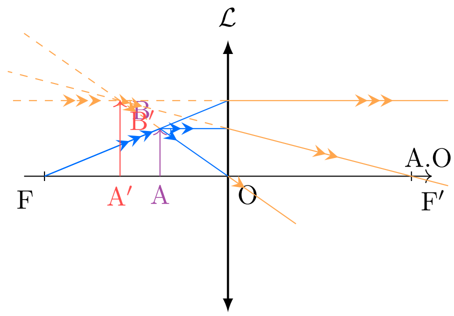
$$\overline{A'F'} = \overline{A'O} + \overline{OF'} = -\overline{OA'} + \overline{OF'}$$

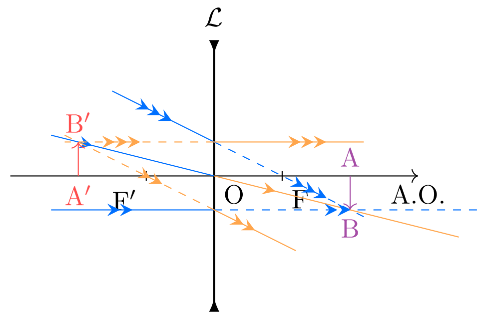
on a donc en divisant les deux côtés par $\overline{OA'}$

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} + 1 \iff \boxed{\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}}$$

Exercice 8) Lentilles inconnues

Cet exercice peut paraître déroutant, mais il faut simplement s'en tenir à ce qu'on peut faire. On sait que les rayons émergents doivent se croiser en B', par définition. On peut tracer le rayon de B' à O, c'est toujours une source sûre. Ce rayon doit également passer par B : étant donné qu'on a la position A, on en déduit la position de B qui est à la verticale de A et sur ce rayon.
Ensuite, on peut tracer le rayon émergent parallèle à l'axe optique qui passe par B' (en prolongation). On sait qu'il doit partir de B et coupe l'axe optique en F : on a trouvé B et F !





Exercice 9) Distances focales

Données

1) $\overline{OA} = -6\,\text{cm}$;
2) $\overline{OA'} = 2\,\text{cm}$;

Résultats attendus

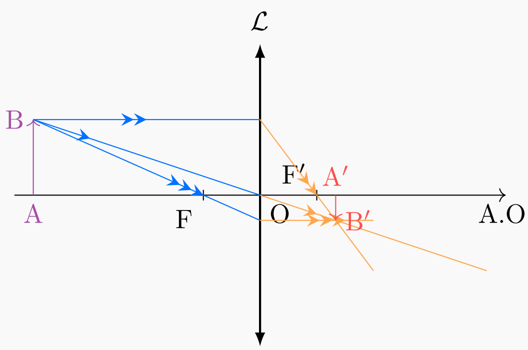
1) $\overline{OF'}$?
2) Nature de la lentille ?

Outils du cours

1) Relation de conjugaison

Résultats

1) $\boxed{\overline{OF'} = 1.5\,\text{cm}}$
2) $\overline{OF'} > 0$ donc $V > 0$: c'est une lentille convergente
3) On obtient :



Exercice 10) Les petits angles

L'objectif de cet exercice est de montrer quantitativement à quoi correspond « l'approximation des petits angles » nécessaire à l'applicabilité des conditions de Gauss. Tout d'abord, rappelons que la relation entre les valeurs d'un angle α en degré et en radians est

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{\alpha(^\circ) \times 2\pi}{360} \tag{1.1}$$

Ainsi, nous pouvons remplir le tableau Ce tableau montre que même pour des angles de 25°, l'erreur relative entre l'angle

i (°)	i (rad)	$\sin(i)$	Ecart relatif (%)
8	0.140	0.140	0
10	0.174	0.173	0.57
12	0.209	0.207	0.9
15	0.262	0.259	1.2
18	0.314	0.309	1.6
20	0.349	0.342	2
25	0.436	0.423	3.1

et son sinus est de l'ordre du pourcentage, validant les conditions de Gauss.

Notes

[1] A.O. : axe optique
[2] objet réel : qui existe physiquement, situé avant la face d'entrée du système optique
[3] convergent : dont la prolongation dans le sens positif de la marche des rayons mène à une intersection
[4] image réelle : qui peut être observée sur un support physique dans l'espace image du système, après la face de sortie
[5] objet virtuel : situé après la face d'entrée, n'ayant pas d'existence physique