CHAPITRE

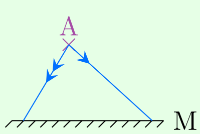
2

MIROIRS ET DIOPTRES PLANS

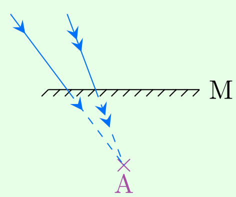
Exercices d'application

Exercice 1) Miroir plan et tracé des rayons

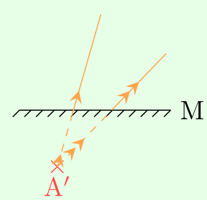
Schéma



Les rayons, incidents, se coupent avant le miroir.



Les rayons, incidents, se coupent après le miroir.



Les rayons, émergents, se coupent après le miroir.

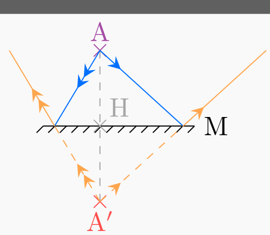
Résultat attendu

Construire les objets et images avec les règles du miroir plan.

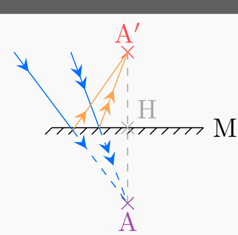
Outils

Image par miroir plan = symétrique. Objet à intersection des indicents, image intersection émergents.

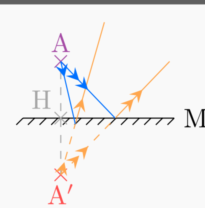
Application



Le symétrique de A donne A' où les rayons émergents se croisent.
A est réel, A' virtuel.



Le symétrique de A donne A' où les rayons émergents se croisent.
A est virtuel, A' réel.

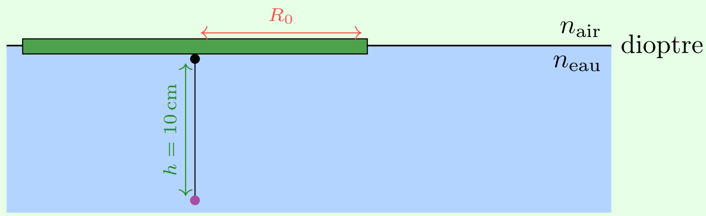


Le symétrique de A' donne A où les rayons incidents se croisent.
A est réel, A' virtuel.

Exercice 2) Une grenouille intelligente

Données

Pour une hauteur de grenouille fixée, il y a une taille de nénuphar permettant à tous les rayons partant de la grenouille de ne pas traverser le dioptre.



But à atteindre

Origine physique de ce phénomène et traduction mathématique.

Outils du cours

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

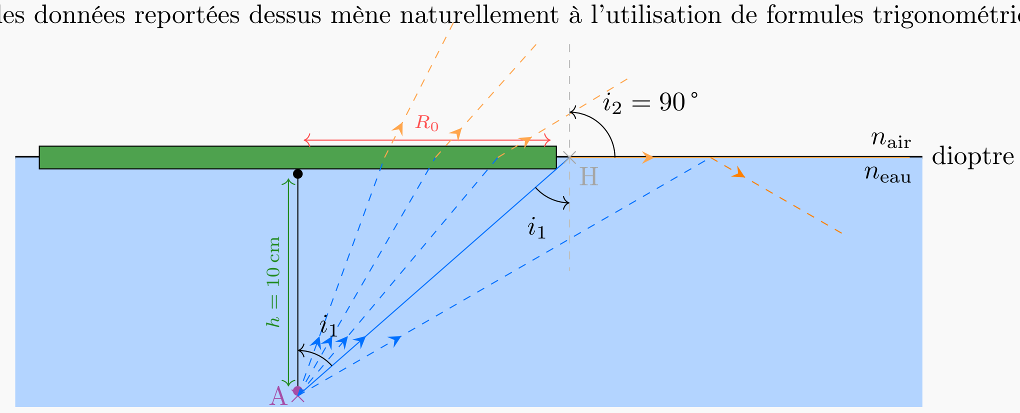
et angle limite de réfraction, tel que :

$$n_1 \sin i_\ell = n_2 \sin 90° = n_2$$

qui indique que pour $n_1 > n_2$, il y a un angle d'incidence à partir duquel il n'y a pas de rayon réfracté (les rayons réfractés font un angle de 90° avec la normale et sont donc parallèles au dioptre).

Application

Pour que les pieds de la grenouille ne soient pas visibles par un prédateur situé en-dehors de l'eau, c'est-à-dire au-dessus du dioptre, il faut simplement qu'il n'y ait pas de rayon partant de ses pieds et qui puissent sortir de l'eau : il faut que tous les rayons avec un angle d'incidence plus faible que cet angle limite soient bloqués par le nénuphar. C'est possible puisqu'on est dans une situation où le rayon passe dans un milieu **moins réfringent**, i.e. $n_2 < n_1$. En effet, dans cette situation il y a une inclinaison du rayon incident qui implique que le rayon émergent est parallèle à la surface, et tous les rayons au-delà de cet angle limite sont tous réfléchis. Un beau, grand schéma avec toutes les données reportées dessus mène naturellement à l'utilisation de formules trigonométriques de $4^{\text{ème}}$.



On voit ici qu'une simple fonction tan permet d'exprimer R_0 :

$$\boxed{\tan i_1 = \frac{R_0}{h}} \tag{2.1}$$

Seulement on n'a pas encore la valeur de i_1. Or, on a déterminé que pour fonctionner l'astuce de la grenouille est d'avoir $i_1 = i_\ell$, et d'après le cours :

$$n_{\text{eau}} \sin i_\ell = n_{\text{air}} \tag{2.2}$$

$$\Leftrightarrow i_\ell = \operatorname{asin} \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} \tag{2.3}$$

On peut donc écrire, avec 2.1 et 2.3 :

$$\boxed{R_0 = h \times \tan\left(\operatorname{asin}\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right) \quad \text{avec} \begin{cases} h & = & 10{,}0\,\text{cm} \\ n_{\text{air}} & = & 1 \\ n_{\text{eau}} & = & 1.33 \end{cases}} \tag{2.4}$$

et finalement,

$$\boxed{R_0 = 11{,}4\,\text{cm}} \tag{2.5}$$

Conseil

Pour retenir vos formules trigonométriques, un moyen mnémotechnique :

CAH SOH TOA

pour

$$\cos\alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothnuse}} \quad \sin\alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypothnuse}} \quad \tan\alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Important !

La deuxième plus grosse erreur facile à faire mais cette fois pire que **tout**, c'est d'oublier que :

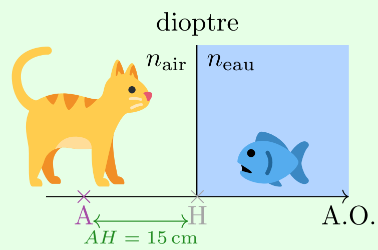
Les angles de la relation de Descartes sont définis entre les rayons et la normale au dioptre !

Il ne faut pas prendre la surface du dioptre comme référence pour définir des angles.

Exercice 3) Le chat et le poisson

Données

1) Aquarium ≡ dioptre plan ;
2) $n_{\text{eau}} = 1.33$, $n_{\text{air}} = 1$;
3) $\overline{HA} = -15\,\text{cm}$.



Résultats attendus

1) Sachant que le poisson observe la lumière partant du chat (point A), que vaut $\overline{HA'}$?
2) Sachant que le chat observe la lumière partant du poisson (point A), que vaut $\overline{HA'}$?

Outils du cours

Relation de conjugaison pour un objet A dans un milieu d'indice n_1, dont l'image A' est dans un milieu d'indice n_2 :

$$\frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} = \frac{n_2}{n_1}$$

ou

$$\frac{\overline{HA'}}{n_2} - \frac{\overline{HA}}{n_1} = 0$$

ou

$$0 = \frac{n_2}{\overline{HA'}} - \frac{n_1}{\overline{HA}}$$

qui ressemble « bizarrement » à la relation de conjugaison pour une lentille mince...

Application

1) Dans ce cas, A, le chat, est dans un milieu d'indice $n_1 = 1$; son image par le dioptre plan donne A' dans le milieu d'indice $n_2 = n_{\text{eau}} = 1.33$. On prend le sens de la lumière de l'objet à l'observataire, donc ici de gauche à droite. On adapte la relation de conjugaison :

$$\overline{HA'} = n_{\text{eau}}\overline{HA} = -22{,}5\,\text{cm}$$

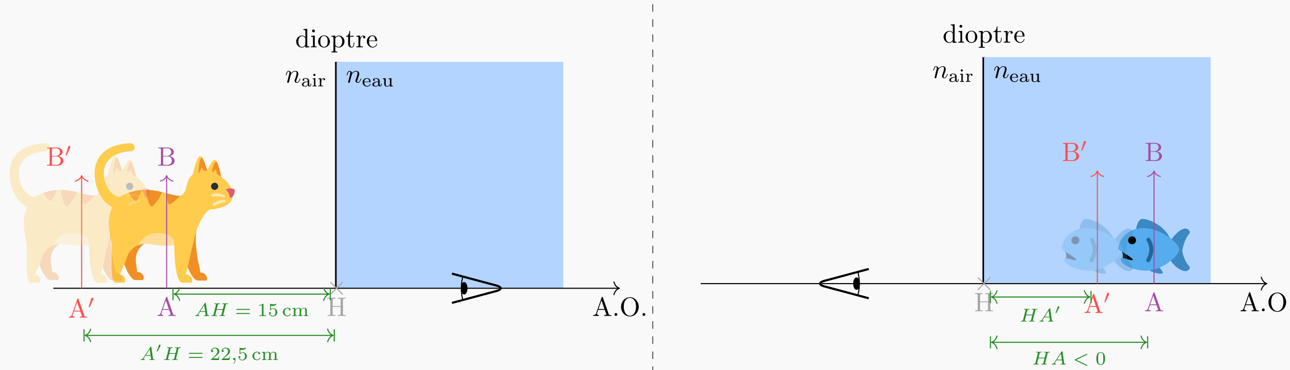
Ainsi, du point de vue du poisson, le chat est plus loin qu'il ne l'est vraiment.

2) Dans ce cas, A, le poisson, est dans un milieu d'indice $n_1 = n_{\text{eau}} = 1.33$, et son image par le dioptre donne A' dans l'air d'indice $n_2 = n_{\text{air}} = 1$. Ici le sens de propagation est de droite à gauche. On réutilise la relation de conjugaison :

$$\overline{HA'} = \frac{\overline{HA}}{n_{\text{eau}}} > \overline{HA}$$

En effet, puisqu'on a posé le sens de propagation de droite à gauche, $\overline{HA} < 0$, et donc $\overline{HA'} > \overline{HA}$ comme $n_{\text{eau}} > 1$. Cela signifie que du point de vue du chat, le poisson est plus près du dioptre qu'il ne l'est vraiment.

Schémas



Conseils

Réécrire les formules telles que dans le cours, **puis** remplacer les données.

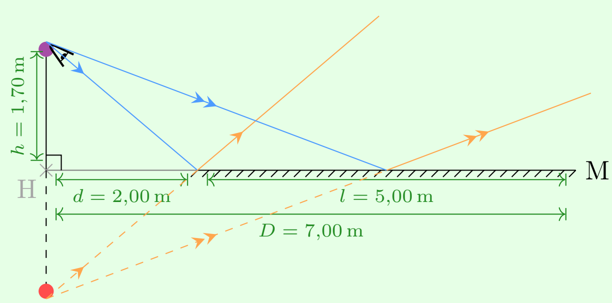
Important

1) Ne pas se tromper sur les grandeurs **algébriques** ;
2) Bien identifier quelle est la source, quæl est l'observataire.

Exercice 4) Champ de vision à travers un miroir plan

4) 1- Propre image

Schéma



Outil

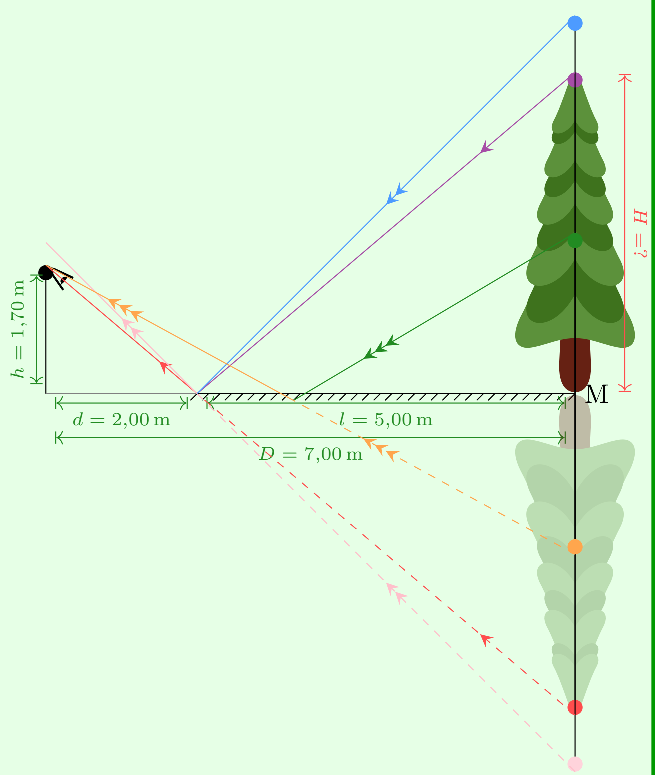
Pour voir une image, il faut qu'un rayon partant de l'image puisse arriver jusqu'à l'œil de l'observataire. Étant donné qu'on travaille avec un miroir, l'image de l'observataire est son symétrique par le plan du miroir (même si le miroir ne s'étend pas jusque-là !).

Application

On voit vite qu'il n'est pas possible qu'un rayon issu de l'image (en rouge) atteigne l'œil (en violet). On comprend par le tracé des rayons réfléchis que seul l'autre côté du lac sera visible.

4) 2- Image arbre

Schéma



Outil

Ici aussi, l'idée est de trouver l'image de l'arbre, et de voir la condition limite pour la taille visible.

Application

Un schéma avec l'image de l'arbre nous permet de voir que le point le plus haut qu'on peut voir par réflexion sur le lac est quand on regarde proche de nous : si on regarde plus loin, on voit en effet plus vers le bas de l'arbre (rayon vert incident, rayon orange émergent). Un arbre qui est trop grand ne sera pas visible en regardant ce point-là (rayon bleu incident, rose émergent). On s'intéresse donc à la construction géométrique formée par le rayon violet incident, rouge émergent, qui nous permet d'appliquer le théorème de Thalès : $\dfrac{H}{l} = \dfrac{h}{d}$, soit

$$\boxed{H = \frac{l \times h}{d}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{lcl} l & = & 5{,}00\,\mathrm{m} \\ h & = & 1{,}70\,\mathrm{m} \\ d & = & 2{,}00\,\mathrm{m} \end{array} \right.$$

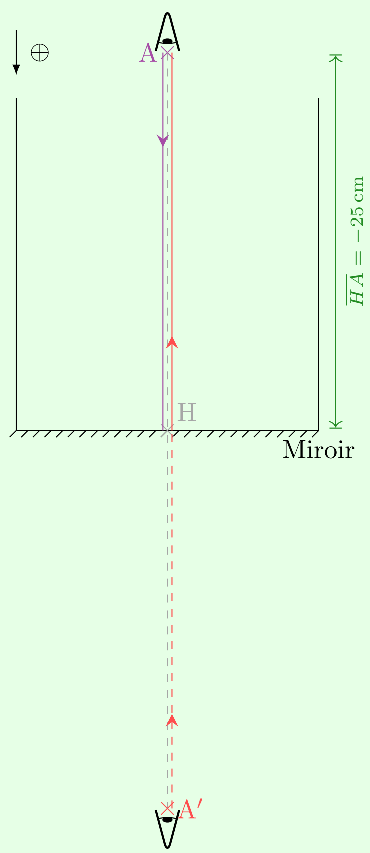
D'où

$$\boxed{H = 4{,}25\,\mathrm{m}}$$

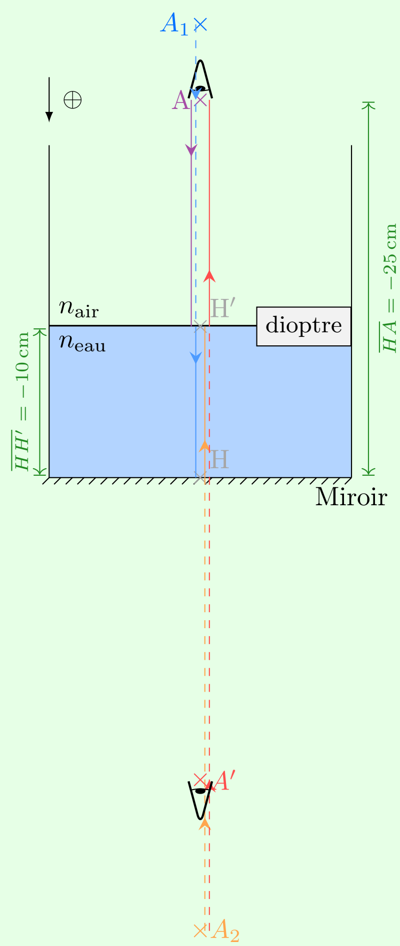
Exercices d'entraînement

Exercice 5) Miroir et dioptre plan

Schémas



$$\underset{n_{\text{air}}}{A} \xrightarrow[H]{M} \underset{n_{\text{air}}}{A'}$$



$$\underset{n_{\text{air}}}{A} \xrightarrow[H']{D} \underset{n_{\text{eau}}}{A_1} \xrightarrow[H]{M} \underset{n_{\text{eau}}}{A_2} \xrightarrow[H']{D} \underset{n_{\text{air}}}{A'}$$

Résultat attendu

Ici, on demande un changement par rapport à la situation sans eau. Il faut donc étudier les deux situations.

Outils du cours

Relation de conjugaison pour un miroir plan :

$$\overline{HA'} = -\overline{HA}$$

Relation de conjugaison d'un dioptre plan :

$$0 = \frac{n_2}{\overline{HA'}} - \frac{n_1}{\overline{HA}}$$

Important

Il est pratiquement obligé de donner les schémas optiques « réduits » (en bas des schémas ici).

Miroir : image de l'autre côté.

Dioptre plan : image du même côté.

Application

Dans la première situation, $\boxed{\overline{HA'} = -\overline{HA} = 25\,\text{cm}}$.

Dans la seconde, $\overline{H'A_1} = n_{\text{eau}}\overline{H'A} = \underline{-20\,\text{cm}}$ avec $\overline{H'A} = -15\,\text{cm}$ d'abord.

Ensuite $\overline{HA_2} = -\overline{HA_1} = \underline{30\,\text{cm}}$ avec $\overline{HA_1} = -10 - 20 = -30\,\text{cm}$.

Finalement, $\overline{H'A'} = \frac{\overline{H'A_2}}{n_{\text{eau}}} = \underline{30\,\text{cm}}$ avec $\overline{H'A_2} = 10 + 30 = 40\,\text{cm}$.

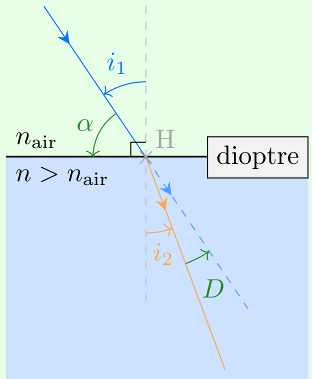
Autrement dit, $\boxed{\overline{HA'} = 20\,\text{cm}}$; l'image s'est donc **rapprochée** de 5 cm.

Exercice 6) Lois de Snell-Descartes

Cet exercice est d'une simplicité absolue. Et pourtant...

Données

1) Rayon incident sur un dioptre entre air et milieu d'indice n : angle avec le dioptre de 56 ° ;
2) Différence d'angle entre rayon incident et réfléchi (« déviation ») de 13,5 °.



Résultat attendu

Indice du liquide.

Outils du cours

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

avec n_1 l'indice du milieu d'incidence, n_2 celui du milieu de réfraction, i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction.

Application

Un bon schéma fait attentivement est **nécessaire** ici. En effet, les angles donnés ne sont pas ceux qu'on utilise dans la relation de Snell-Descartes.

En appelant α l'angle entre le rayon et le dioptre, on a

$$\alpha + i_1 = 90°$$

donc $\boxed{i_1 = 34\,°}$. Et en appelant D la déviation entre les deux rayons, on a

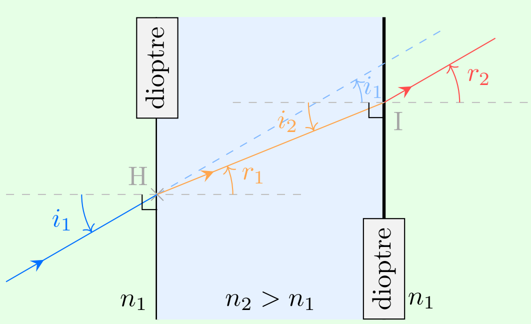
$$i_1 = i_2 + D$$

soit $\boxed{i_2 = 20{,}5\,°}$. On en déduit donc

$$\boxed{n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_1 & = & 34\,° \\ i_2 & = & 20{,}5\,° \end{cases} \quad \text{soit} \quad \boxed{n = 1.6}$$

Exercice 7) Traversée d'une vitre

Schéma



Résultat attendu

Un rayon traversant une vitre va passer de l'air au verre, puis du verre à l'air. Il traverse donc deux dioptres. On doit utiliser Snell-Descartes pour déterminer la direction du rayon émergent et la comparer à celle du rayon incident.

Outils

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1$$

Application

En H : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1$;

Dedans : $i_2 = r_1$;

En I : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin r_2$;

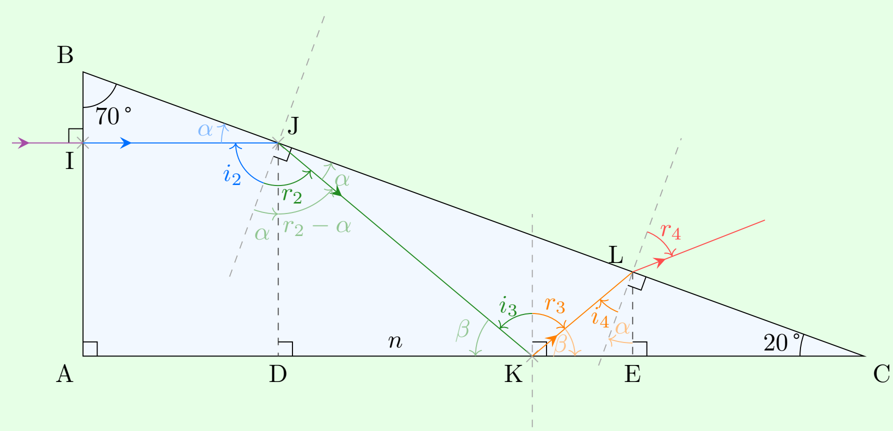
Combinaison : $\cancel{n_1} \sin i_1 = \cancel{n_1} \sin r_2$

Finalement,

$$\boxed{r_2 = i_1}$$

Exercice 9) Prisme rectangle

Schéma



$$A \xrightarrow[I]{\text{DP}} B \xrightarrow[J]{\text{DP}} C \xrightarrow[K]{\text{DP}} D \xrightarrow[L]{\text{DP}} E$$

Résultat attendu

On cherche à suivre le chemin du rayon indiqué dans l'énoncé. Il faut pour cela savoir ce qui peut arriver au rayon. Dans le cas du passage par un dioptre plan, il peut y avoir traversée du dioptre avec Snell-Descartes, ou réflexion dans le cas $n_2 < n_1$.

Outils du cours

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

et pour $n_2 < n_1$, i_ℓ :

$$n_1 \sin i_\ell = n_2 \sin 90° = n_2$$

tel que $i_1 > i_\ell$ est réfléchi.

Application

Ici, l'angle limite de réflexion à l'intérieur du prisme est :

$$i_\ell = \arcsin \frac{1}{n} = \boxed{41{,}8\,°}$$

I : $\boxed{i_1 = 0\,°}$ donc $\boxed{r_1 = 0\,°}$;

J : Ici, on doit voir que $\alpha = 20\,°$ puisque dans le triangle BIJ, la somme des angles doit valoir 180 ° et qu'on a un angle droit + un angle de 70 °. On en déduit que $\boxed{i_2 = 70\,°}$ également, car $i_2 + \alpha = 90\,°$.

Comme $\underline{i_2 > i_\ell}$, le rayon ne traverse pas mais est réfléchi, soit $\boxed{r_2 = 70\,°}$.

K : Pour trouver l'angle en K, on peut par exemple chercher l'angle β : en construisant le triangle rectangle JDK, on trouve que l'angle au sommet est $r_2 - \alpha = 50\,°$; avec l'angle droit en D, $\beta = 40\,°$, et $\boxed{i_3 = 50\,° > i_\ell}$ donc rayon réfléchi $\boxed{r_3 = 50\,°}$.

L : De même qu'en J, tracer LEC indique que $i_4 + \alpha + \beta = 90\,°$, soit $\boxed{i_4 = 30\,° < i_\ell}$: on applique donc Snell-Descartes ici, et on obtient

$$\boxed{r_4} = \arcsin(n \times \sin i_4) = \boxed{48{,}6\,°}$$