

Contexte cosmologique

« *Time is an illusion, a construct made out of human memory.* »

Blake CROUCH, *Revelations*

Bien que la cosmologie ne s'en tienne pas aux concepts récents tels que nous les connaissons et les vulgarisons, c'est avec les travaux d'EINSTEIN au début du XX^e siècle que notre compréhension du monde cosmique se développe de manière vertigineuse. Ces découvertes ont radicalement changé notre appréhension de la structure et de l'histoire de notre Univers, dans la continuité de la révolution copernicienne nous retirant du centre du monde : avec les fondements de la Relativité Générale, il n'y a non seulement aucun point privilégié dans l'Univers, mais le temps même devient relatif à l'observation.

Dans ce chapitre, nous donnons quelques notions et éléments de contexte permettant de comprendre comment les SNe Ia s'intègrent à la cosmologie observationnelle moderne. Ainsi, dans la première section (I.1) nous discutons des bases nécessaires de relativité générale, ce qui nous mènera à présenter le modèle cosmologique le plus robuste et qui constitue la base de notre description du monde aujourd'hui. Ensuite, nous verrons dans la seconde section de ce chapitre (I.2) quelles sont les grandeurs d'intérêt à la cosmologie observationnelle et comment les SNe Ia permettent d'agrandir notre connaissance sur l'Univers.

Sommaire

I.1 Bases de relativité générale	2
I.1.1 Concepts initiaux	2
I.1.2 Métrique FLRW en univers plat	3
I.1.3 Équations phares et paramètres cosmologiques	5
I.1.4 Modèle standard de la cosmologie : Λ CDM	7
I.2 Mesures cosmologiques	10
I.2.1 Âge de l'Univers	10
I.2.2 Distance de luminosité	11
I.2.3 Intérêt des supernovae de type Ia	12

I.1 Bases de relativité générale

Nous introduisons dans cette section les idées et grandeurs fondamentales à la description de l'Univers par la relativité générale. Cette section n'a pas pour vocation de détailler intégralement les idées de mécanique classique sur lesquelles la relativité générale se base, mais de donner une idée des changements qu'elle implique sur notre conception de la physique de l'Univers.

I.1.1 Concepts initiaux

La relativité générale augmente les idées déjà introduites par la relativité restreinte (voir [EINSTEIN 1905](#), et les autres articles de l'*annus mirabilis*¹), à savoir :

- 1) Les lois de la physique (*hormis la gravitation*) sont invariantes par changement de référentiel galiléen² ;
- 2) La vitesse de la lumière dans le vide est identique dans tous les référentiels galiléens.

Ces hypothèses, qui n'ont peut-être *a priori* pas l'air révolutionnaires, sont le fondement de notre conception du monde physique actuel. D'une part, aucun point et aucune direction de l'espace n'est particulière dans le cadre du fonctionnement des lois de la physique³ (l'Univers entier même n'a donc pas de centre!), et d'autre part pour chaque observateur la mesure de la vitesse de la lumière sera la même, peu importe sa propre vitesse. C'est subtilement affirmer que cette vitesse est infranchissable, définissant des espaces qui sont non causalement reliés entre eux (ils ne peuvent interagir l'un avec l'autre) et que les lois physiques sont décrites en quatre dimensions (trois d'espace et une de temps), mais aussi que la lumière est la référence absolue de communication.

Ensemble, ces deux postulats permettent de mettre en évidence que pour relier deux événements dans des référentiels inertiels différents, une simple translation⁴ ne suffit plus. En effet, en mécanique classique si une personne sur un train très rapide allume une lampe vers l'arrière du train, une personne sur le quai dudit train estimerait à la baisse la vitesse de cette lumière (elle serait même nulle si le train allait à la vitesse de la lumière), par additivité des vitesses. Ceci n'est pas possible en relativité restreinte, et les transformations amenant d'un référentiel à l'autre ne sont pas linéaires avec la vitesse⁵. La relativité restreinte nous indiquerait qu'en réalité, du point de vue du quai le temps dans le wagon du train s'écoule plus lentement⁶, une aberration en mécanique classique. Si ceci n'avait jamais été postulé, c'est que les effets sont minimes aux vitesses que nous connaissons,

1. C'est ainsi que nous nommons l'année 1905 pendant laquelle EINSTEIN publie quatre articles considérés comme étant à l'origine de la physique moderne.

2. En quelques mots, nous pouvons traduire un référentiel comme un observateur, c'est-à-dire un lieu de mesure de distances et de durées de référence; il est dit « galiléen », ou « inertiel », quand il n'est pas en accélération : il peut l'être à une vitesse constante par rapport à un autre référentiel, c'est le cas d'un train à vitesse fixe et du paysage qu'il traverse.

3. Nous disons que les lois de la physique sont *homogènes* et *isotropes*, respectivement.

4. C'est-à-dire l'ajout d'une distance à une autre.

5. Nous les appelons les *transformations de LORENTZ*, du nom du mathématicien à l'origine de leur définition. Ça n'est en effet pas EINSTEIN le premier à avoir, par exemple, postulé que $E = mc^2$: c'est le premier à avoir regroupé les principes de la relativité en un concept simple.

6. La démonstration est laissée à la lecture investix...

et les variations bien plus faibles que ce que nos instruments pouvaient mesurer alors⁷. Parmi les conséquences peu intuitives en plus de la dilatation des durées, nous pouvons citer la relativité de la simultanéité⁸ et la contraction des longueurs.

Avec la relativité générale (EINSTEIN 1915), le premier principe cité s'élargit et un nouveau principe, dit d'« équivalence », est introduit :

- 1) les lois de la physique (gravité comprise) sont identiques dans *tous* les référentiels ;
- 2) la force gravitationnelle sur un corps est équivalente à une accélération du référentiel associé audit corps.

Celui-ci est aussi parfois exprimé sous la forme « les masses graves et inertes sont égales » : nous pouvons en effet définir la masse comme le facteur à l'origine de l'attraction gravitationnelle (masse grave) mais aussi comme le facteur traduisant l'inertie d'un système (masse inertielle), c'est-à-dire sa facilité à changer de vitesse. Un référentiel en chute libre dans un champ de gravitation est alors un référentiel inertiel (où la relativité restreinte s'applique).

Ici aussi, si ces idées n'ont pas l'air révolutionnaires, leurs implications sont nombreuses. Notamment, pour correspondre à la relativité restreinte qui reste valable dans ce cadre, la mesure des longueurs dans un référentiel accéléré (non galiléen) ne peut se définir dans un espace plat : comme une bille suit la courbe d'une cuvette en y tombant par l'effet de la gravité, la force d'attraction gravitationnelle est le résultat d'une déformation même de l'espace-temps forçant des objets massifs à se rapprocher. Ceci constitue une autre révolution par rapport à la vision newtonienne de la force de gravité, agissant avec une vitesse jusque-là considérée comme infinie et sans cause bien déterminée. Dans ce cadre, les effets gravitationnels aussi mettent du temps à parcourir l'espace, comme un tissu tendu déformé par une bille prend un certain temps à reprendre sa forme quand celle-ci est enlevée.

Nous décrivons maintenant les grandeurs et équations décrivant la géométrie de l'espace-temps en fonction de l'énergie qui y est appliquée.

I.1.2 Métrique FLRW en univers plat

Le formalisme mathématique nécessaire pour décrire des espaces courbés en quatre dimensions utilise des objets définis par la géométrie différentielle, notamment les tenseurs. Ce sont des augmentations des matrices de rotation et translation en 3D, qui associent à une grandeur sur une dimension une combinaison des autres. Dans la pratique classique de la physique, nous définissons une distance dL entre deux points $u = (x, y, z)$ et $v = (x', y', z')$ d'un espace orthonormé qui vérifie⁹

$$(dL)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 \quad (\text{I.1})$$

avec $dp = p' - p$ pour $p = x, y$ ou z , et nous pouvons définir de manière indépendante une durée dt entre deux événements survenant à t et t' telle que $dt = t' - t$. Nous écrivons de

7. Il faudrait aller à 85% de la vitesse de la lumière, soit $\approx 260\,000\text{ km s}^{-1}$, pour dilater le temps d'un facteur 2.

8. Deux événements à deux endroits différents qui sont simultanés dans un référentiel ne le sont en général pas dans un autre référentiel en mouvement par rapport au premier.

9. C'est le théorème de PYTHAGORE en 3D.

manière compacte pour la première équation :

$$(dL)^2 = dw^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} dw \quad (\text{I.2})$$

avec $dw = v - u$ et dw^T sa transposée. Cette matrice diagonale ne mélange pas les dimensions entre elles, et est souvent omise puisqu'elle décrit un effet nul sur les coordonnées de l'espace, sans rotation ou translation : une modification de cette matrice traduirait une modification de la géométrie entre ces deux points. Nous pourrions comparer cela à un planisphère, qui indique l'échelle à utiliser pour faire correspondre une distance du plan à une distance réelle.

Dans un espace-temps plat à quatre dimensions, la « distance » entre deux événements caractérisés par $u = (t, x, y, z)$ et $v = (t', x', y', z')$ est notée ds et vérifie

$$(ds)^2 = -(cdt)^2 + (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 \quad (\text{I.3})$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide. Cette construction a comme particularité d'être nulle pour deux points sur le trajet d'un rayon lumineux¹⁰.

En notant x^μ les coordonnées d'un événement quadri-dimensionnel avec μ allant de 0 à 3, tel que $x^0 = ct$, $x^1 = x$ etc., cette égalité peut également s'écrire de manière compacte, sous la forme

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (\text{I.4})$$

C'est cette grandeur $g_{\mu\nu}$ que nous appelons « métrique », et qui définit la géométrie, courbe ou non, de notre espace. Dans le cas d'un espace plat, nous voyons qu'elle se définit comme

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.5})$$

et le chemin le plus court entre deux points est alors défini par une ligne droite. Une métrique différente de celle-ci décrit un espace dans lequel le chemin le plus court entre deux points est défini par une courbe dite « géodésique ». Assez intuitivement, même si c'est en quatre dimensions, plus la métrique s'écarte de cette diagonale $(-1, +1, +1, +1)$ plus la géodésique sera courbée.

Il faut cependant distinguer la courbure de l'Univers-même et la courbure induite à l'espace-temps par la matière, par exemple. Dans notre cas, nous supposons un Univers plat (ce qui semble être le cas d'après les mesures), mais lui laissons la possibilité de varier en taille. S'il n'est pas possible de la mesurer de manière absolue, il nous suffit de prendre une échelle de distance entre deux objets aujourd'hui à $t = t_0$ et d'en regarder l'évolution avec le temps cosmique ; c'est ainsi que nous définissons le facteur d'échelle $a(t)$ tel que $a(t = t_0) = 1$, et de cette manière la métrique de cet Univers devient celle de FRIEDMANN-LEMAÎTRE-ROBERTSON-WALKER (FLRW) dans le cas spécifique d'un Univers plat, c'est-à-dire

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix} \quad (\text{I.6})$$

10. En effet, le temps est dilaté à l'infini pour un corps voyageant à la vitesse de la lumière.

L'introduction de ce facteur d'échelle permet de définir le taux d'expansion de l'Univers, que nous appelons paramètre de HUBBLE $H(t)$, tel que

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \quad \text{avec} \quad \dot{a} = \frac{da}{dt} \quad (\text{I.7})$$

et nous appelons constante de HUBBLE sa valeur aujourd'hui ; nous notons $H(t = t_0) = H_0$. Notons également qu'une contraction ou dilatation de l'espace-temps implique inévitablement la variation de la longueur d'onde d'un photon avec le facteur d'échelle ; nous l'appelons *redshift*¹¹ pour « décalage vers le rouge », et nous le notons z tel que

$$\frac{a_0}{a(t)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = 1 + z \quad (\text{I.8})$$

avec λ_e la longueur d'onde au moment de l'émission et λ_0 celle mesurée à la réception.

I.1.3 Équations phares et paramètres cosmologiques

Si $g_{\mu\nu}$ est une grandeur mathématique utile, la réelle courbure physique de l'espace-temps est définie par le tenseur d'EINSTEIN, $G_{\mu\nu}$, construit à partir de $g_{\mu\nu}$. C'est une grandeur physique, continue et dérivable deux fois avec une divergence nulle¹², qui est égale à 0 quand la courbure est nulle (redonnant les équations de NEWTON aux limites classiques). Dans le formalisme de la relativité générale, la courbure de l'espace-temps en un point est reliée à l'énergie en ce point ; notamment, la masse (que nous pouvons définir en énergie) courbe l'espace pour créer l'effet de gravitation. Cette énergie est définie par un autre tenseur $T_{\mu\nu}$, appelé « énergie-impulsion », également une grandeur physique de divergence nulle. Ces grandeurs sont alors reliées par l'équation d'EINSTEIN :

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi\mathcal{G}}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (\text{I.9})$$

avec \mathcal{G} la constante gravitationnelle de NEWTON. Cette équation est sans doute l'une des équations les plus emblématiques et fondamentales de la physique moderne, d'une élégance presque inégalée.

Cependant, celle-ci amènera EINSTEIN à se rendre compte qu'un Univers composé uniquement de matière et de rayonnement ne pouvait donner un Univers statique : le facteur d'échelle a était destiné à varier, et donc l'Univers à avoir potentiellement un début et une fin. Cette découverte était inconcevable dans sa conception du monde, et pour contrer ce phénomène il modifia son équation I.9 en y ajoutant une constante cosmologique Λ qui peut s'introduire d'un côté ou de l'autre du signe égal, tel que

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi\mathcal{G}}{c^4} T_{\mu\nu} \iff G_{\mu\nu} = \frac{8\pi\mathcal{G}}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} \quad (\text{I.10})$$

Si d'une manière purement mathématique les deux équations sont équivalentes, leurs motivations physiques sont différentes : dans le premier cas, cela revient à modifier intrinsèquement les lois de la gravitation en y introduisant un phénomène complètement

11. Nous décidons de garder le terme dans cette langue dans la suite pour éviter la verbosité de son équivalent français

12. Autrement dit, qui conserve le volume.

décorrélé de l'aspect géométrique de sa manifestation ; dans le second, ce terme serait une nouvelle source de champ gravitationnel, une forme d'énergie ne se diluant pas et donc indépendante du temps. Le fait que ce terme puisse être des deux côtés du signe « = » signifie que nous ne pouvons pas distinguer son origine. S'il est revenu sur sa décision plus tard, son inclusion reste toutefois intéressante et nous conservons ce terme quitte à le trouver nul par la suite.

Pour décrire la composition de l'Univers en énergie *via* $T_{\mu\nu}$, nous utilisons le modèle du fluide parfait. Il est défini par deux quantités : ρ , sa masse volumique (ou d'une manière plus générale, sa densité d'énergie) ; et p , sa pression hydrostatique (c'est-à-dire une force par unité de surface sur des parois, imaginaires ici). L'isotropie de notre Univers implique que ce tenseur est diagonal dans son référentiel de repos puisqu'il n'y a pas de direction privilégiée à sa pression, et que les trois composantes d'espace ont la même valeur p/c^2 . Nous pouvons donc l'écrire

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p/c^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p/c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p/c^2 \end{pmatrix} \quad (\text{I.11})$$

Le fait que l'énergie soit conservée dans le temps se traduit par la divergence nulle du tenseur énergie-impulsion, de telle sorte qu'un fluide parfait est caractérisé par l'équation de conservation

$$\dot{\rho} = -\frac{3H}{c^2} \rho(1+w) \quad (\text{I.12})$$

avec $w \triangleq p/\rho c^2$ ¹³ le paramètre d'état du fluide en question. En effet, après résolution de cette équation différentielle nous déduisons

$$\rho(t) \propto a(t)^{-3(1+w)} \quad (\text{I.13})$$

et le fluide présentera des comportements variés selon la valeur de w :

- si $w = 0$, c'est-à-dire $p = 0$, nous aurons $\rho \triangleq \rho_M \propto a^{-3}$: c'est le comportement typique de la matière non-relativiste qui se déplace à faible vitesse et a donc une pression négligeable tout en ayant une densité d'énergie non-nulle se diluant avec le volume ;
- si $w = 1/3$, nous aurons $\rho \triangleq \rho_R \propto a^{-4}$: c'est le comportement de la limite ultra-relativiste ($v \approx c$), propre à l'énergie de radiation comme celle des photons ou des neutrinos. Nous la décrivons comme un fluide dont la densité se dilue comme la matière non-relativiste (avec $\rho_M \propto a^{-3}$) mais dont la longueur d'onde s'étire également avec le facteur d'échelle, diminuant la densité d'énergie par un facteur a^{-1} supplémentaire ;
- si $w = -1$, c'est-à-dire $p < 0$, nous aurons alors $\rho \propto a^0 = \text{constante}$. Ce paramètre d'état décrirait alors un fluide à pression négative mais dont la densité d'énergie ne se dilue pas avec le facteur d'échelle... autrement dit, un comportement qui pourrait convenir pour décrire l'effet énergétique de la constante cosmologique. Nous qualifions une telle forme d'énergie de « sombre ».

13. \triangleq signifie « égal par définition ».

À partir de cette idée de fluide parfait et avec l'équation I.10 dans le cadre de la métrique FLRW dans un Univers plat, nous pouvons dériver une autre équation fondamentale de la relativité générale, à savoir

$$H^2 \triangleq \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}\rho}{3c^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (\text{I.14})$$

que nous appelons équation de FRIEDMANN (FRIEDMANN 1922).

Pour simplifier cette forme, nous pouvons prendre sa valeur à $t = t_0$ pour définir une densité dite « critique » :

$$\rho_c = \frac{3c^2 H_0^2}{8\pi\mathcal{G}} \quad (\text{I.15})$$

et ainsi, selon la nature des fluides composant l'Univers, nous séparons les différents types de densités ρ pour obtenir la forme :

$$H^2 \triangleq \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[\frac{\rho_R(t_0)}{\rho_c} \frac{\rho_R}{\rho_R(t_0)} + \frac{\rho_M(t_0)}{\rho_c} \frac{\rho_M}{\rho_M(t_0)} + \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \right] \quad (\text{I.16})$$

Comme $\rho_R \propto a^{-4}$, $\frac{\rho_R}{\rho_R(t_0)} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^4$, et de même $\frac{\rho_M}{\rho_M(t_0)} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^3$; nous pouvons donc réécrire

$$H^2 \triangleq \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_R \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_M \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_\Lambda \right] \quad (\text{I.17})$$

et finalement obtenir, avec l'équation I.8 :

$$H^2 \triangleq \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_R (1+z)^4 + \Omega_M (1+z)^3 + \Omega_\Lambda \right] \quad (\text{I.18})$$

en notant $\Omega_X \triangleq \frac{\rho_X(t_0)}{\rho_c}$ pour $X = R$ ou M , et $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$. Ce sont ces densités réduites, dont la somme est égale à 1 par construction (autrement dit, $\sum_i \Omega_i = 1$) que nous appelons « paramètres cosmologiques ». Ils constituent avec H_0 la base de l'histoire et de l'évolution de l'Univers, étant donné qu'ils caractérisent la variation du taux d'expansion (au carré). Nous présentons Figure I.1 différentes évolutions du facteur d'échelle selon la répartition énergétique de l'Univers avec $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ¹⁴.

I.1.4 Modèle standard de la cosmologie : Λ CDM

Si jusque-là notre approche était générale et historique (sauf pour l'Univers plat), nous effectuons un saut dans le futur pour discuter de la cosmologie moderne. L'origine éventuelle et le futur de l'Univers sont en effet régis par les valeurs de ces paramètres cosmologiques, et si EINSTEIN n'eût pas la chance de vivre jusqu'à la fin du XX^e siècle, nous avons des valeurs de ces paramètres. Notamment, RIESS et al. (1998) et PERLMUTTER

14. Cette unité, qui peut paraître déconcertante, est bien homogène à des s^{-1} puisque nous parlons de *taux* d'expansion, mais elle est plus appréciable sous cette forme puisque nous pouvons y lire que pour chaque Mpc (unité de distance astronomique) qui nous sépare actuellement d'un objet, l'expansion de l'Univers le fait s'écarter de nous de $\approx 70 \text{ km s}^{-1}$, ou $252\,000 \text{ km h}^{-1}$.

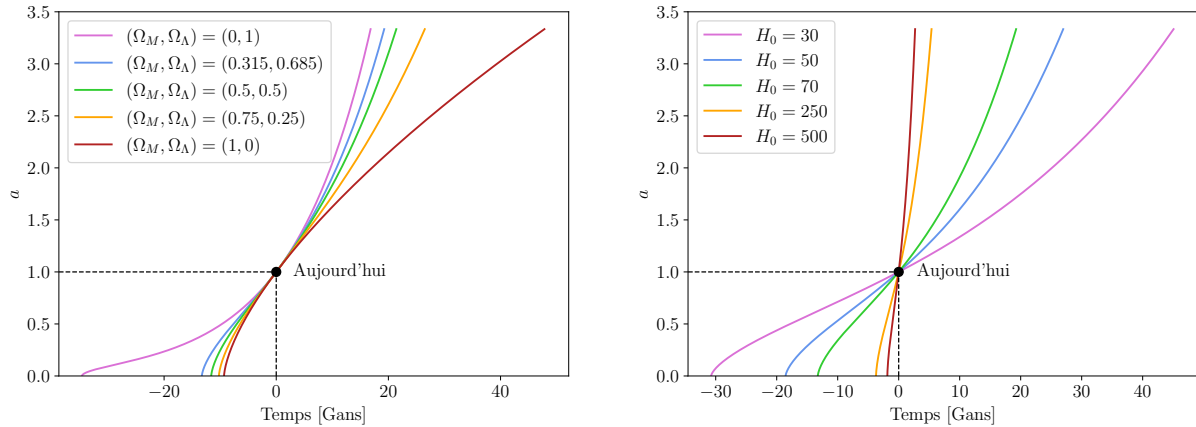


FIGURE I.1 – Évolution du facteur d'échelle en fonction de la répartition énergétique de l'Univers et de H_0 . Le temps est indiqué par rapport à aujourd'hui (facteur d'échelle = 1). À gauche : variation de Ω_Λ et Ω_M pour $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Les premiers modèles impliquent un Univers en expansion éternelle, le dernier un Univers qui s'effondrera sous l'effet de la masse. À droite : variation de H_0 pour $\Omega_M = 0,315$ et $\Omega_\Lambda = 0,685$. Plus H_0 est élevé, plus l'évolution de l'Univers est rapide. La valeur de $500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ trouvée par [HUBBLE \(1929\)](#) impliquerait que l'Univers serait plus jeune que le système Solaire (4,5 Gans¹⁵).

[et al. \(1999\)](#) ont mesuré, grâce à des SNe Ia, les valeurs des paramètres cosmologiques Ω_i . Leurs résultats indiquent que l'énergie totale de l'Univers serait à 70% de l'énergie sombre, autrement dit une forme d'énergie intangible et dont nous avons seulement pu caractériser les effets à l'échelle de l'Univers entier ; le reste de l'énergie est alors principalement de la matière, qui composerait 30% de l'énergie de l'Univers. La Figure I.2 présente la contrainte apportée par [RIESS et al. \(1998\)](#) sur les paramètres Ω_Λ et Ω_M ainsi que les contraintes actuelles que les SNe Ia permettent (nous détaillons le principe de ces mesures dans la section suivante).

Cette mesure implique la découverte de l'expansion accélérée de l'Univers, étant donné qu'aucune autre forme d'énergie ne rivalise actuellement avec celle-ci et que, contrairement aux autres, sa densité ne se dilue pas avec le temps ; autrement dit, l'Univers est voué, sauf preuve du contraire, à s'étendre indéfiniment en isolant les structures qui ne sont pas en interaction gravitationnelle suffisamment forte avec les autres. Cette découverte a mené Saul PERLMUTTER, Adam RIESS et Brian SCHMIDT à obtenir le prix NOBEL en 2011, après confirmation de ces mesures par des sondes indépendantes permettant de mieux contraindre les paramètres estimés¹⁶.

Le modèle vers lequel ces différentes sondes convergent est appelé le « modèle de concordance ». Sans les détailler, en dehors des SNe Ia il existe des mesures de ces paramètres cosmologiques *via* le fond diffus cosmologique (*Cosmic Microwave Background*, CMB) et les oscillations acoustiques des baryons (*Baryon Acoustic Oscillations*, BAO)

15. « Gans » se lit « giga ans », et correspond à un milliard d'années.

16. Nous pouvons par exemple mesurer une distance avec une règle et avec le temps de vol d'un laser. Ces deux méthodes de mesure qu'elles permettent une estimation de la valeur attendue, mais reposent toutes les deux sur des principes physiques différents. Les incertitudes de mesures impliquent des dépendances différentes et donc des erreurs qui se combinent pour mieux déterminer la longueur en question.

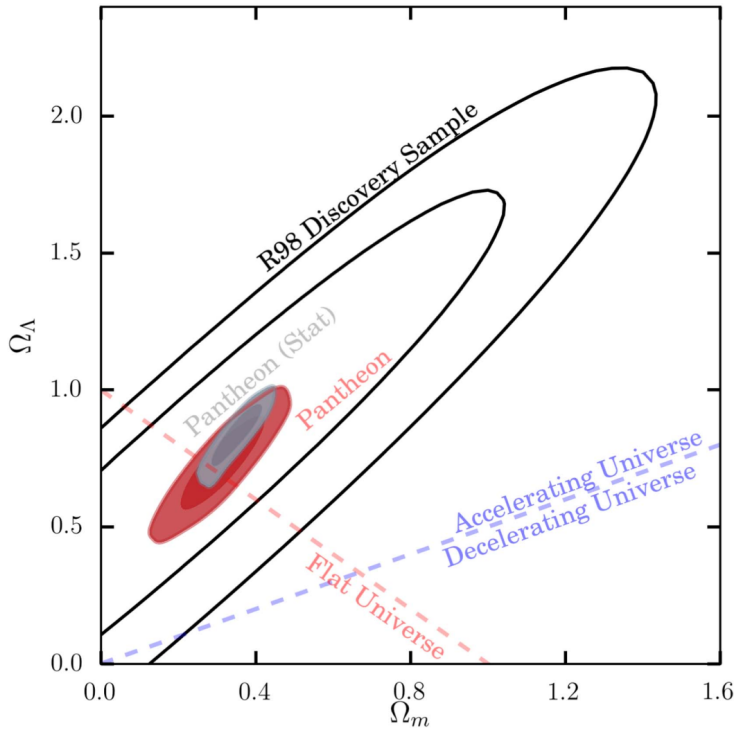


FIGURE I.2 – Contraintes sur les paramètres cosmologiques Ω_Λ et Ω_M par les SNe Ia seulement, mettant en évidence l’existence de l’énergie sombre. Les contours de confiance à 68 et 95% sur les paramètres sont montrés pour les mesures de [RIESS et al. \(1998\)](#) (*R98 Discovery Sample*) et celles de l’échantillon Pantheon en rouge. Figure de [SCOLNIC et al. \(2018\)](#).

notamment. Ce modèle, dit « standard », décrit un Univers plat constitué de matière sombre¹⁷ froide¹⁸ et d’une constante cosmologique Λ (probablement sous forme d’énergie sombre) ; il est pour cela appelé Λ CDM pour *Lambda Cold Dark Matter*. Il permet de rendre compte de l’origine et de la structure du fonds diffus cosmologique, de la composition en atomes et de la structure des grandes échelles de l’Univers, ainsi que de son expansion accélérée. Si ses capacités prédictives sont remarquables, la nature précise de la matière et de l’énergie sombres reste pour le moment un mystère. [PLANCK COLLABORATION et al. \(2020\)](#) rapportent trouver $\Omega_M = 0,3111 \pm 0,0056$ et $\Omega_\Lambda = 0,6886 \pm 0,0056$, avec Ω_R considéré comme nul étant donné sa dépendance en a^{-4} .

Il existe d’autres modèles de cosmologie, laissant certains paramètres varier ; c’est le cas du modèle w CDM pour lequel le paramètre d’état de l’énergie sombre n’est pas fixé à -1 : dans ce cas, nous écrivons l’équation I.18 dans sa forme générale :

$$H^2 \triangleq \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_R (1+z)^4 + \Omega_M (1+z)^3 + \Omega_\Lambda (1+z)^{3(1+w)} \right] \quad (\text{I.19})$$

où $w = -1$ correspond à une constante cosmologique ne se diluant pas avec le temps. Nous ne parvenons cependant pas encore à réfuter l’un ou l’autre des modèles avec les mesures actuelles des paramètres : la combinaison SN+CMB+BAO de [SCOLNIC et al. \(2018\)](#) donne en effet $w = -1,014 \pm 0,040$, et [PLANCK COLLABORATION et al. \(2020\)](#) trouvent $w = -1,03 \pm 0,03$, valeurs compatibles avec Λ CDM. Nous présentons Figure I.3 les contraintes combinées de ces sondes pour w CDM.

17. C’est-à-dire une forme d’énergie similaire à la matière, avec un comportement gravitationnel attractif et un paramètre d’état $w = 0$, mais invisible par rayonnement électromagnétique et n’interagissant pas avec la matière ordinaire non plus.

18. Nous entendons par là non-relativiste, c’est-à-dire se déplaçant à des vitesses faibles devant celle de la lumière.

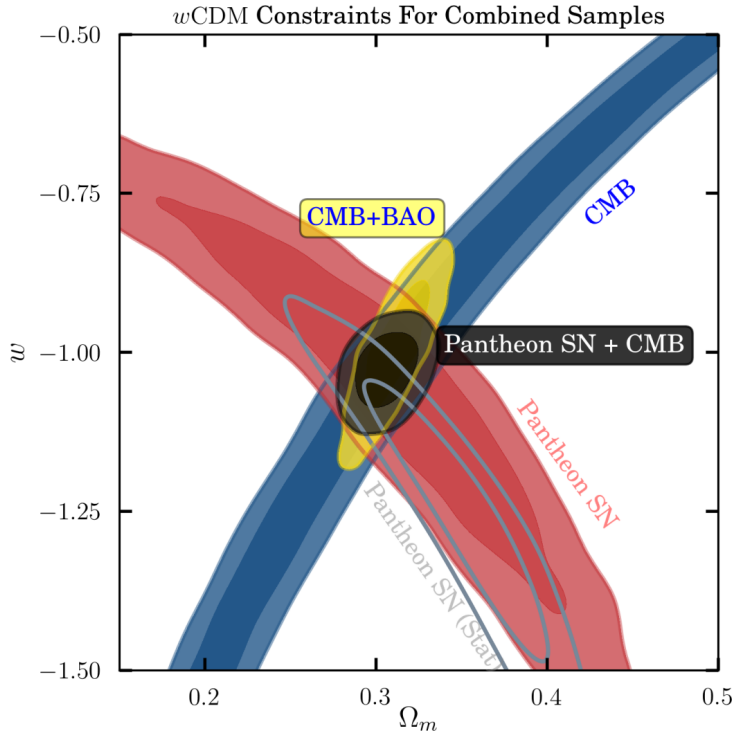


FIGURE I.3 – Contraintes à 68 et 95% sur les paramètres cosmologiques w et Ω_M par les SNe Ia (en rouge) et le CMB (en bleu, données de [PLANCK COLLABORATION et al. 2016](#)). Les contours jaunes combinent le CMB et le BAO ([ALAM et al. 2015](#)); les contours noirs le CMB et les SNe Ia. Figure de [SCOLNIC et al. \(2018\)](#).

Le modèle Λ CDM est cependant sujet à une tension historique du fait de l'incompatibilité de la mesure de H_0 entre le CMB et les SNe Ia. En effet, ces deux méthodes trouvent des valeurs respectives de $[67,4 \pm 0,5] \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ et $[73,04 \pm 1,04] \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. L'étude de cette incohérence est actuellement au cœur de la cosmologie moderne, chacune de ces sondes ayant fait ses preuves quant à la fiabilité de leurs mesures.

I.2 Mesures cosmologiques

Nous discutons dans cette section des grandeurs qui servent un intérêt à la compréhension de l'impact des paramètres cosmologiques sur des grandeurs appréciables ou pour notre étude.

I.2.1 Âge de l'Univers

Au cours du XX^e siècle, l'expansion avérée de l'Univers a amené la communauté scientifique à supposer qu'il devait exister, à une époque lointaine, un état de l'Univers où son facteur d'échelle était infiniment proche de 0, soit infiniment petit et donc infiniment chaud en concentrant toute l'énergie. D'abord appelé de manière dérisoire *Big Bang* en 1949 par un astrophysicien qui contestait cette idée, celle-ci a été confortée avec les mesures qui ont suivi. Pour l'estimer, il nous faut faire correspondre le facteur d'échelle avec le temps.

Nous utilisons pour cela le redshift z d'un objet, qui est caractérisé par l'équation [I.8](#), et la définition du taux d'expansion $H(z)$ de l'équation [I.7](#). Nous définissons alors l'âge de l'Univers comme celui que nous trouverions pour un corps de redshift infini. Nous pouvons

le relier au temps qui s'est écoulé entre son émission et sa réception par :

$$\begin{aligned}
 t(z) &= \int_0^{t(z=\infty)} dt' = \int_0^{a(z=\infty)} \frac{da'}{\dot{a}'} \\
 &= \int_0^{a(z=\infty)} \frac{da'}{a' H(a')} = \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')} \\
 &= \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}
 \end{aligned} \tag{I.20}$$

où $E(z)$ se déduit de la définition de H^2 de l'équation I.18 :

$$E(z) \triangleq \frac{H(z)}{H_0} = [\Omega_R(1+z)^4 + \Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda]^{1/2} \tag{I.21}$$

L'âge de l'Univers dépend donc de la répartition de son énergie selon les différentes formes qui le composent, et donc du modèle le décrivant. Nous l'avons déjà présenté dans la Figure I.1 *via* le facteur d'échelle. Dans le cadre du modèle Λ CDM, il est estimé à $t_0 = [13,797 \pm 0,023]$ Gans par [PLANCK COLLABORATION et al. \(2020\)](#). Une modification de la fraction énergétique ou du paramètre d'état de l'énergie sombre, notamment, amèneraient à une variation de cette valeur (voir Figure ?? pour l'impact de w sur le facteur d'échelle).

I.2.2 Distance de luminosité

Si une variation de l'âge de l'Univers n'aurait pas grande incidence sur notre rapport au monde, un effet notable de l'histoire de son expansion se remarque sur les distances des sources lumineuses avec nous. En effet, une source lumineuse dans l'espace diffuse sa luminosité¹⁹ L sur une sphère centrée autour de son point d'émission : pour un observatoire à une distance d de cette source, la sphère est de surface $4\pi d^2$ et le flux²⁰ F de l'objet se calcule selon :

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \tag{I.22}$$

Comme nous l'avons vu, la distance entre deux objets dépend non seulement de leurs mouvements propres respectifs, mais également de l'étirement de l'espace-temps qui a pu s'y ajouter entre l'émission et la réception, qui domine assez rapidement sur le mouvement propre des corps. En astrophysique, elle se mesure en parsecs, de symbole « pc ». À titre de comparaison, la distance entre la Terre et le Soleil est de 5×10^{-6} pc²¹ ; cette distance est au parsec ce que l'épaisseur typique d'un cheveu a est au mètre, à savoir $a \approx 5 \times 10^{-6}$ m²².

En négligeant donc les vitesses particulières et avec un raisonnement similaire à celui pour déterminer l'âge de l'Univers de la section I.2.1 (nous déterminons cette distance dans un espace en expansion en calculant $\int_{t(z)}^{t_0} \frac{cdt'}{a(t')}$), nous obtenons cette distance dite « comobile » par :

$$d_C(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \tag{I.23}$$

19. C'est l'énergie émise par unité de temps.

20. C'est-à-dire l'énergie par unité de surface, c'est une fraction de l'énergie totale.

21. Autrement écrit : 0,000 005 pc.

22. S'il faut donc 200 000 cheveux *dans leur épaisseur* pour faire une distance de 1 m, il faudrait 200 000 fois la distance Terre-Soleil pour avoir 1 pc.

Cependant, les photons qui traversent l'espace subissent un effet supplémentaire dû à cette expansion : en plus de l'allongement de la distance, ils subissent un effet de dilution énergétique traduit par le décalage vers le rouge de leur longueur d'onde, c'est-à-dire le redshift ; nous définissons ainsi la distance de luminosité par :

$$d_L(z) = (1+z)d_C(z) = \frac{c(1+z)}{H_0} \int_0^z dz' [\Omega_R(1+z')^4 + \Omega_M(1+z')^3 + \Omega_\Lambda]^{-1/2} \quad (\text{I.24})$$

C'est cette distance-là qui est utilisée dans l'équation 1.22 pour déterminer le flux d'un astre lumineux. Sa dépendance avec le redshift implique qu'à bas redshift, nous pouvons prendre au premier ordre en z :

$$d_L \underset{z \ll 1}{=} \frac{zc}{H_0} \quad (\text{I.25})$$

I.2.3 Intérêt des supernovae de type Ia

Nous pouvons commencer à entrevoir que la mesure du flux d'un astre pourrait permettre de contraindre les paramètres cosmologiques Ω_i de l'équation 1.24. Nous utilisons cependant d'autres grandeurs reliées au flux émis pour exprimer ce que nous mesurons : les magnitudes. La magnitude apparente m d'un objet émettant un flux F est définie *via* la relation de POGSON (1856) :

$$m = -2,5 \log(F) + \text{cst} = -2,5 \log\left(\frac{L}{4\pi d^2}\right) + \text{cst} \quad (\text{I.26})$$

où « cst » désigne une valeur constante. m s'exprime en magnitudes (de symbole « mag ») et, par construction, elle augmente quand la luminosité diminue²³.

D'une part, L n'est pas connue et mesurable *a priori*, mais d'autre part la constante n'est pas définie. Pour s'en restreindre, nous pouvons utiliser une référence de magnitude connue qui fait intervenir la même constante et soustraire les deux magnitudes apparentes. Cette référence est souvent celle de l'étoile Véga, la cinquième étoile la plus brillante du ciel dont nous connaissons la distance par une mesure directe (la parallaxe, que nous ne détaillons pas ici) et fut autour de -12 000 ans l'étoile polaire²⁴, mais il reste dans ce cas que la luminosité L du corps dont nous exprimons m et la luminosité L_0 de la référence sont encore inconnues.

Pour se passer à la fois de la constante et du terme L dans l'équation 1.26, nous définissons la magnitude dite « absolue », M , comme étant la magnitude que nous mesurerions si l'objet était placé à une distance $d_0 = 10$ pc de nous : $M = -2,5 \log\left(\frac{L}{4\pi d_0^2}\right) + \text{cst}$. Dans ce cas, la soustraction donne ce que nous appelons le module de distance μ , tel

23. Le Soleil a une magnitude apparente de -26,74 mag ; la pleine Lune de -12 mag ; l'œil humain peut percevoir jusqu'à 6 mag sans pollution lumineuse ; le télescope spatial HUBBLE a comme limite 32 mag, et le télescope spatial James WEBB observe jusqu'à ≈ 34 mag.

24. Cette définition n'est en effet pas fixe et absolue ; nous définissons l'étoile polaire comme une étoile visible à l'œil nu et qui se trouve sur l'axe de rotation de la Terre (au-dessus d'un de ses pôles, il peut donc y en avoir deux). Comme cet axe tourne dans le temps, comme le fait une toupie, l'étoile considérée comme polaire change.

que :

$$\begin{aligned}\mu = m - M &= -2,5 \log \left(\frac{L}{4\pi d^2} \right) + \cancel{\text{est}} + 2,5 \log \left(\frac{L}{4\pi d_0^2} \right) - \cancel{\text{est}} \\ &\Leftrightarrow \mu = m - M = 5 \log \left(\frac{d_L}{d_0} \right)\end{aligned}\tag{I.27}$$

en utilisant les propriétés de la fonction log.

Ainsi, à partir de la mesure de m et de la connaissance de M , nous pouvons y faire correspondre la valeur de droite de l'équation I.27 qui est reliée aux paramètres cosmologiques par l'équation I.24. C'est de cette manière que HUBBLE (1929) a rempli son diagramme (dit « diagramme de HUBBLE ») module de distance-redshift et déterminé la première valeur de H_0 , qu'il avait estimée à $500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (soit 7 fois supérieure à la valeur estimée aujourd'hui).

Nous remarquons cependant que cette magnitude absolue n'est pas une donnée, et sans sa connaissance il est impossible de déterminer la distance d'un corps²⁵. Un type d'objet pour lequel M est connu et constant dans sa catégorie est qualifié de « chandelle standard ».

C'est notamment pour cela que les SNe Ia se révèlent d'une importance capitale dans cette étude. Nous pouvons distinguer trois raisons majeures pour cela :

- 1) ces astres sont connus pour leur régularité dans leur luminosité totale émise, et donc dans leur magnitude absolue. Ce sont ainsi des objets permettant cette calibration ;
- 2) ce sont des événements cosmologiques d'une luminosité très importante, visibles à des distances (ou des redshifts) relativement grandes ($z \approx 1,2$ ²⁶ avec des télescopes sur Terre). C'est important puisque plus nous avons des points de mesure variés sur la distance d_L , plus nous aurons de contraintes sur les paramètres cosmologiques. Notamment, pour $z \ll 1$ l'équation I.25 implique que leur module de distance ne dépend que de H_0 , ce qui permet de contraindre ce paramètre indépendamment des autres ;
- 3) enfin, étant des événements explosifs survenant à la fin de vie de certaines étoiles, leur nombre augmente naturellement avec le temps, permettant une augmentation continue de possibles points de mesure.

Ces caractéristiques sont à l'origine de leur utilisation par PERLMUTTER et al. (1999), permettant de déterminer que l'Univers est composé à $\approx 70\%$ d'énergie sombre (voir Figure I.4).

Nous discutons dans le chapitre suivant des définitions et caractéristiques de ces astres afin d'en cerner les avantages d'une part mais également les limites d'autre part.

25. Prenons deux bougies qui éclairent différemment : si vous ne voyiez que deux points lumineux dont l'un est plus fort que l'autre, comment savoir laquelle des bougies est la plus proche ?

26. C'est-à-dire des objets qui ont émis leur lumière quand l'Univers était approximativement moitié plus jeune.

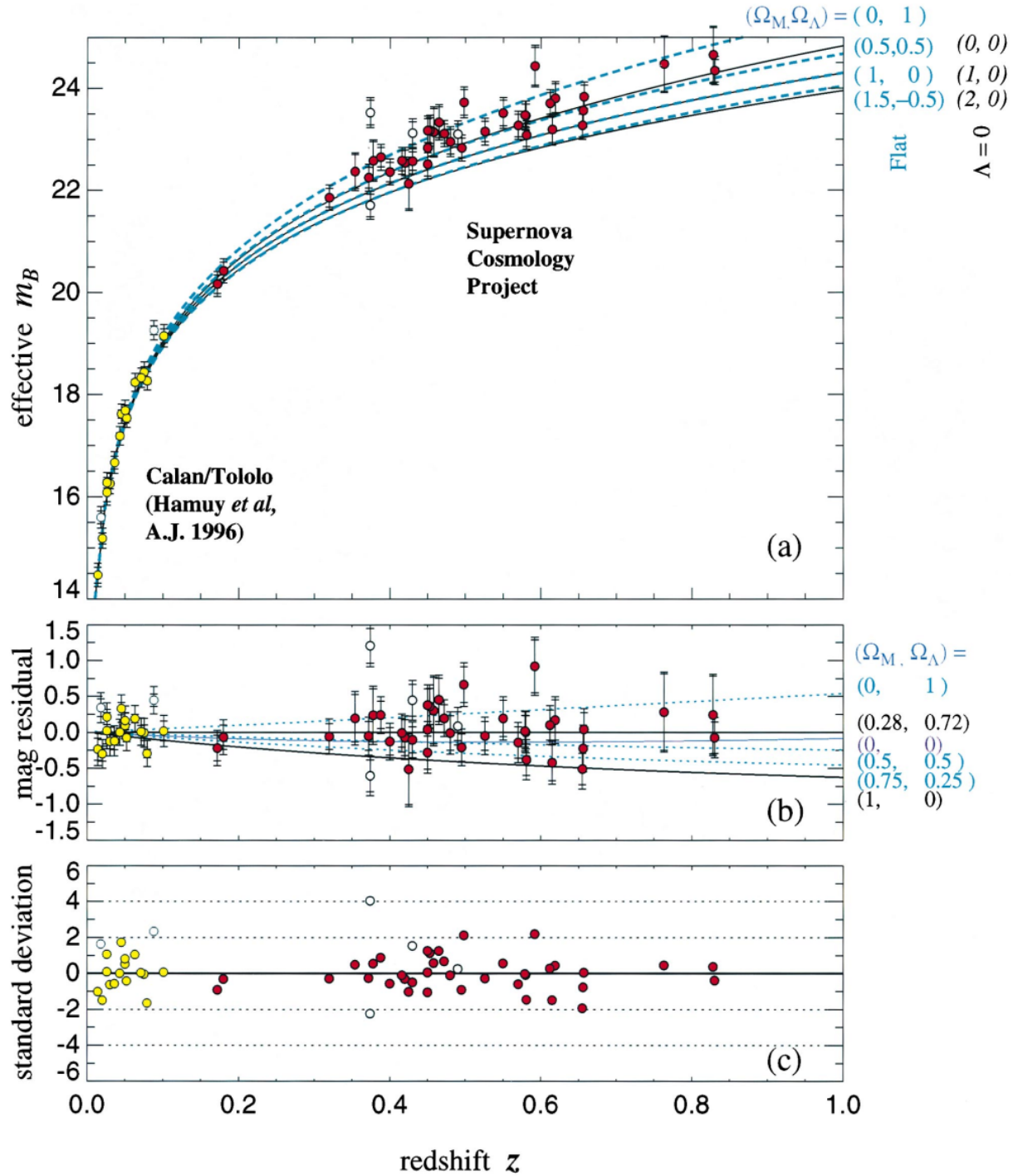


FIGURE I.4 – (a) : diagramme de HUBBLE avec les 42 SNe Ia historiques utilisées par [PERLMUTTER et al. \(1999\)](#) d'où provient la figure. (b) : résidus de HUBBLE (différence de la magnitude mesurée avec le meilleur modèle ajusté). (c) : écart à la valeur attendue du modèle en prenant en compte les erreurs de mesure.

Figures

I.1 Évolution du facteur d'échelle en fonction de la répartition énergétique de l'Univers et de H_0	8
I.2 Contraintes sur les paramètres cosmologiques Ω_Λ et Ω_M par les SNe Ia seulement	9
I.3 Contraintes sur les paramètres cosmologiques w et Ω_M par la combinaison SNe Ia, CMB et BAO	10
I.4 Diagramme de HUBBLE avec les 42 SNe Ia historiques de 1999	14

Bibliographie

- ALAM S., ALBARETI F. D., ALLENDE PRIETO C. et al. 2015, « The Eleventh and Twelfth Data Releases of the Sloan Digital Sky Survey: Final Data from SDSS-III », *ApJS*, 219, 12 ↑ Page 10
- EINSTEIN A. 1905, « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », *Annalen der Physik*, 322, 891 ↑ Page 2
- EINSTEIN A. 1915, « Die Feldgleichungen der Gravitation », *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 844 ↑ Page 3
- FRIEDMANN A. 1922, « Über die Krümmung des Raumes », *Zeitschrift für Physik*, 10, 377 ↑ Page 7
- HUBBLE E. 1929, « A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae », *Proceedings of the National Academy of Science*, 15, 168 ↑ Page 8, ↑ Page 13
- PERLMUTTER S., ALDERING G., GOLDHABER G. et al. 1999, « Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae », *ApJ*, 517, 565 ↑ Page 7, ↑ Page 13, ↑ Page 14
- PLANCK COLLABORATION, ADE P. A. R., AGHANIM N. et al. 2016, « Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters », *A&A*, 594, A13 ↑ Page 10
- PLANCK COLLABORATION, AGHANIM N., AKRAMI Y. et al. 2020, « Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters », *A&A*, 641, A6 ↑ Page 9, ↑ Page 11
- POGSON N. 1856, « Magnitudes of Thirty-six of the Minor Planets for the first day of each month of the year 1857 », *MNRAS*, 17, 12 ↑ Page 12
- RIESS A. G., FILIPPENKO A. V., CHALLIS P. et al. 1998, « Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant », *AJ*, 116, 1009 ↑ Page 7, ↑ Page 8, ↑ Page 9
- SCOLNIC D. M., JONES D. O., REST A. et al. 2018, « The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample », *ApJ*, 859, 101 ↑ Page 9, ↑ Page 10