
Variabilités intrinsèques des SNe Ia et leurs conséquences sur les paramètres cosmologiques

Résumé : L'étude des supernovae de type Ia a de nombreuses utilités en physique. Elle sert notamment à la détermination de paramètres cosmologiques, comme la constante de Hubble ou le paramètre d'état de l'énergie noire. Afin d'améliorer la précision et la justesse des mesures existantes, les incertitudes statistiques et systématiques doivent être traitées correctement. Si l'ajout de données permet de réduire les incertitudes statistiques, il n'y a que l'étude du comportement physique des supernovae qui permet de réduire les incertitudes systématiques. Dans ce rapport, nous discutons comment l'établissement de lois d'évolution du paramètre de durée d'explosion d'une supernova en fonction du redshift permettrait d'atteindre ce but.

Mots-clés : Cosmologie, supernovae

Stage supervisé par :
RIGAULT Mickaël, Chercheur
rigault@ipnl.in2p3.fr
[Site personnel](#)

Institut de Physique des Deux Infinis
Université Lyon 1
4 rue Enrico Fermi – bâtiment Dirac
69622 Villeurbanne Cedex
<https://www.ipnl.in2p3.fr>

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce stage et de ce rapport de stage. En premier lieu, bien évidemment, je remercie Mickaël RIGAULT pour son encadrement sans faille

Table des matières

Remerciements	0
1 Introduction	1
2 Cosmologie avec les Supernovae de type Ia	1
2.1 Chandelles standards et diagramme de Hubble	1
2.2 Les SNe Ia	2
2.3 Courbes de lumière	2
2.4 Incertitudes systématiques	5
2.5 Problème du progéniteur	5
3 Construction d'un échantillon complet	7
3.1 Effets de sélection	7
3.2 Méthode de détermination	8
4 Modèle d'évolution	9
4.1 Origine du modèle	9
4.2 Implémentation aux échantillons	10
4.3 Modifications et comparaisons	10
5 Conclusion	10
Bibliographie	11

I - Introduction

En cosmologie, l'étude des supernovae de type Ia (SNeIa) permet de mesurer l'histoire de l'expansion de l'univers et ainsi d'étudier la physique des éléments fondamentaux qui le composent, et notamment celle de l'énergie noire [1, 2]. Avec aujourd'hui ≈ 1000 SNeIa, les incertitudes systématiques commencent à dominer le budget d'erreur lors de la mesure des paramètres cosmologiques[?, ?]. Parmi celles-ci, l'un des effet dominant est lié à notre connaissance limitée de la physique même des SNeIa [?, ?, ?].

La cosmologie avec les SNeIa repose sur le fait qu'il est possible de prédire la luminosité des SNeIa à toutes distance de nous, et donc à tout moment dans le passé. Les SNeIa sont ainsi supposées être des chandelles standards (ou plutôt standardisables, nous le verrons) de la cosmologie. Cependant, la physique des étoiles change avec l'histoire de l'univers, alors serait-il possible que la physique des SNeIa change également ? Si oui, est-ce que cela pourrait impacter la détermination des paramètres cosmologiques ? et de combien ?

Dans ce rapport, nous nous étudions un paramètre intrinsèque à la physique de l'explosion du progéniteur en SNeIa : l'étalement de la courbe de lumière, dit "stretch" phillips199?, et nous nous intéressons à son évolution potentielle en fonction de l'âge de l'univers. Si nous trouvons qu'il évolue, alors nous aurons déterminer que la physique des SNeIa change en fonction du temps comme suggéré par [?, ?, ?, ?].

ICI PRESENTATION DU PLAN. Nous commencerons section 2 par présenter la cosmologie avec les SNeIa en revenant sur le concept de chandelles standard(isable)s et la détermination des paramètres cosmologiques. BLABLABLA...

II - Cosmologie avec les Supernovae de type Ia

II - 1. Chandelles standards et diagramme de Hubble

En astronomie, la mesure d'un flux lumineux (F) est généralement exprimé en magnitude (m), tel que :

$$m - m_0 = -2.5 \log \left(\frac{F}{F_0} \right), \quad (1)$$

où m_0 (F_0) représente une magnitude (flux) de référence.

Le flux étant relié à la luminosité L d'une source lumineuse à la distance d_L par $F = L \times (4\pi d_L^2)^{-1}$ alors :

$$m - m_0 = -2.5 \log \left(\frac{L}{4\pi d_L^2} \right) + C. \quad (2)$$

La magnitude m , dite "apparente", dépend donc de la distance. On définit la magnitude *absolue* – liée cette fois à la luminosité intrinsèque du corps observé – comme la magnitude apparente qu'aurait la source si elle était située à une distance de 10 pc :

$$M = -2.5 \log \left(\frac{L}{4\pi (10 \text{ pc})^2} \right) + C \quad (3)$$

On peut alors définir le *module de distance* μ qui représente la distance de la source par :

$$\mu \equiv m - M = 5 \log(d_L) - 5 \quad (4)$$

avec d_L en parsec.

En considérant un univers plat homogène et isotrope, l'équation de FRIEDMANN-LEMAÎTRE mène à une expression de d_L dépendant des paramètres cosmologiques d'après la relation

$$d_L = (1 + z) \times c \left(\int_0^z dz' \left[\Omega_R (1 + z')^4 + \Omega_M (1 + z')^3 + \Omega_\Lambda \right]^{-1/2} \right), \quad (5)$$

avec Ω_R la densité d'énergie de rayonnement, Ω_M la densité d'énergie de matière, et Ω_Λ la densité d'énergie noire. Pour un univers plat elles sont reliées par la relation

$$1 = \Omega_R + \Omega_M + \Omega_\Lambda. \quad (6)$$

Ainsi, le module de distance μ permet de déterminer d_L *via* la mesure de la magnitude apparente m , si la magnitude absolue M est connue. On appelle "chandelle standard" un objet dont M est ainsi prédictible. Remarquez que pour des mesures de distances relatives, M n'as pas besoin d'être connu absolument, mais simplement d'être le même entre les objets que nous comparons. Les SNeIa sont de telles objets et sont également extrêmement brillantes ce qui nous permet de faire des mesures de distances à l'échelle cosmologique (milliards d'années lumière).

II - 2. Les SNe Ia

Si les SNe Ia sont considérées comme des chandelles standards, c'est parce qu'elles obéissent au même mécanisme d'explosion. Bien qu'il soit encore mal compris, on sait qu'il résulte de l'augmentation de la masse de naines blanches, des étoiles inertes très denses, qui mènerait à une explosion thermonucléaire lorsqu'elles atteignent la masse critique de CHANDRASEKHAR de $1.4 M_\odot$. Cette augmentation peut suivre de l'accrétion d'un compagnon qui est généralement une géante rouge, ou par fusion de deux naines blanches.

Elles sont beaucoup étudiées en cosmologie de fait de leur forte luminosité permettant une mesure de magnitude jusqu'à des redshifts de l'ordre de $z \approx 1$, ce qui équivaut à une analyse des propriétés cosmologiques de l'Univers quand il était de la moitié de son âge actuel. Elles sont notamment les meilleures candidates pour les études à bas redshift, leur luminosité (sur une courte période) pouvant dépasser celle de leur galaxie hôte contenant des centaines de milliards d'étoiles, et qui, d'après l'équation 5, est la zone d'Univers où le paramètre d'énergie noire domine (pour $z \leq 1$, c'est le terme en Ω_Λ qui domine étant donné la puissance $-1/2$ sur le crochet). Un des buts de l'utilisation des SNe Ia en cosmologie est de mieux comprendre le comportement de cette énergie noire, sa densité précise et l'évolution de sa densité.

Paragraphe bougé Mais en réalité, il existe une dispersion naturelle d'environ 40% des magnitudes absolues des SNe Ia. Elles ne sont donc pas parfaitement standards et cette dispersion correspond une imprécision de $\approx 20\%$ sur la valeur de la distance déduite. Cependant, il existe des relations empiriques qui permettent de réduire cette dispersion d'un facteur trois, ce qui en fait l'une des outils de mesure de distances le plus précis en astronomie.

II - 3. Courbes de lumière

Les SNeIa sont des objets astronomiques dit transitoires : leur flux évolue en fonction du temps. La forme de cette évolution dépend de la physique intrinsèque à l'explosion du progéniteur – les éléments radioactifs créés et détruits notamment. Les éléments extrinsèques, notamment les milieux interstellaires de la galaxie hôte et de notre propres galaxie, eux, peuvent affecter la luminosité relative être les gammes de longueurs d'onde observée – les poussières interstellaires absorbent plus en bleu qu'en rouge, faisant paraître les objets plus rouges qu'ils ne le sont. On appelle courbe de lumière l'évolution de la luminosité d'un objet en fonction du temps. La figure 1 montres les courbes de lumière d'une SNeIa (SN2011fe) dans cinq bandes spectrales [?].

Ainsi, la chandelle standard de la SNIa est en réalité définie comme sa luminosité dans la bande bleue ($\approx 5000 \text{Å}$) à son maximum de luminosité.

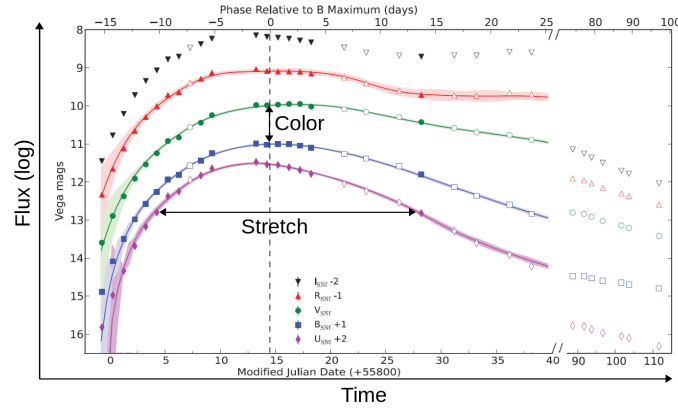


FIGURE 1 – Exemple de courbe de lumière d’une supernova depuis son explosion pour différentes longueurs d’ondes. On peut y définir un paramètre de couleur et un paramètre de *stretch* qui estime la durée d’explosion de ladite SNe Ia.

Les courbes de lumières des SNeIa sont paramétrisées par trois éléments :

- 1) Le maximum de luminosité dans la bande B, il s’agit du “ m des SNeIa”.
- 2) La couleur (“ c ”), défini par la différence de magnitude au maximum d’émission entre les bandes vertes et bleues ;
- 3) Le *stretch* (“ x_1 ”), définissant l’élargissement de la courbe de lumière.

L’algorithme SALT2 [?, ?] permet d’ajuster ces paramètres.

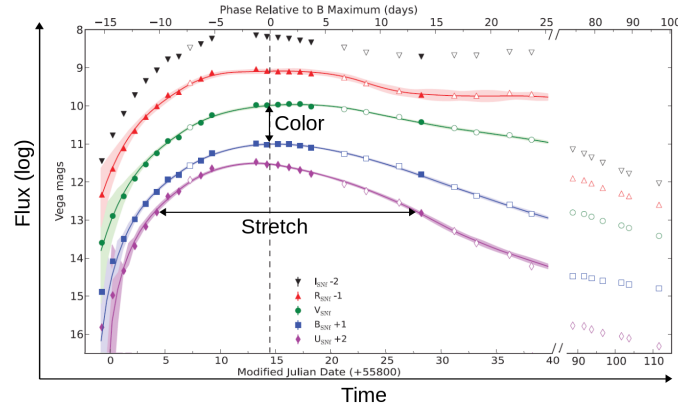


FIGURE 2 – Exemple de courbe de lumière d’une supernova depuis son explosion pour différentes longueurs d’ondes. On peut y définir un paramètre de couleur et un paramètre de *stretch* qui estime la durée d’explosion de ladite SNe Ia.

La définition de ces paramètres n’est pas anodine : il a en effet été montré qu’une corrélation forte existe entre la valeur de ces paramètres et la magnitude absolue M_B^{\max} d’une supernova. Notamment, les SNe Ia avec une grande durée d’explosion (grand stretch) ont une luminosité intrinsèque plus grande (relation appelée “brighter-slower”), et que les SNe Ia les plus bleues sont également plus lumineuses (relation “brighter-bluer”). On peut voir ces corrélations figure 3.

On peut alors inclure ces relations linéaires dans l’expression de la magnitude absolue, *via* la relation

$$\Delta M_B^{\text{corr}} \equiv (M_B^{\max} - M_B^0) + (\alpha x_1 - \beta c) \quad (7)$$

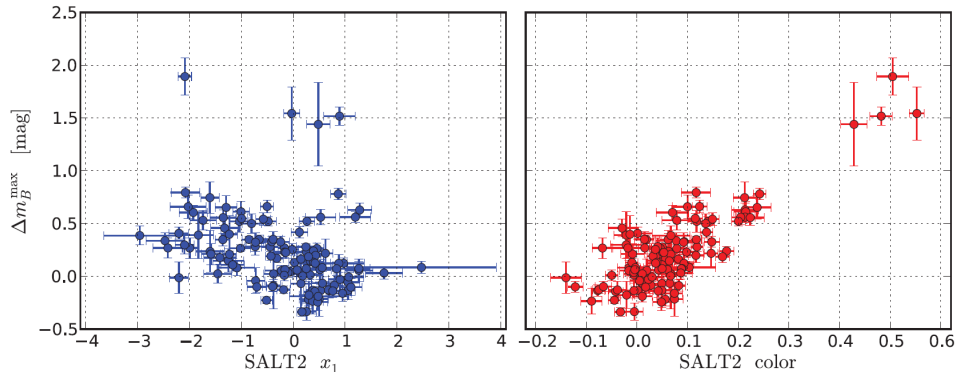


FIGURE 3 – Corrélations entre la différence de luminosité maximale d’une supernova dans le bleu et les paramètres de stretch (« x_1 ») et de couleur (« color ») d’après l’algorithme SALT2.

où α est le coefficient du stretch, et β celui de la couleur, tous les deux positifs, avec M_B^0 la magnitude moyenne des SNe Ia. Tous ces paramètres sont ajustés simultanément sur l’ensemble des données disponibles. Ces relations supplémentaires permettent de réduire l’incertitude sur le paramètre de magnitude absolue, et d’avoir une détermination de la distance dont l’erreur est diminuée à 8% (cf figure 4) *via* la relation

$$\mu = m - M + \alpha x_1 - \beta c \quad (8)$$

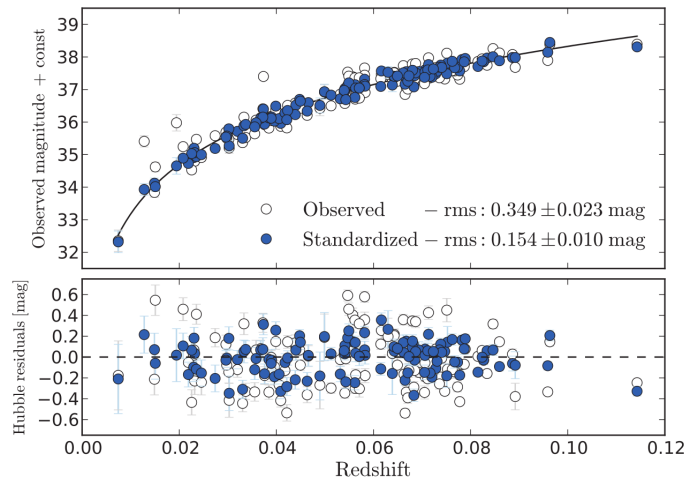


FIGURE 4 – Diagramme de Hubble avec, en haut, la magnitude apparente avant et après le processus de standardisation, qui consiste à inclure les corrélations entre la magnitude absolue et les paramètres de stretch et de couleur, respectivement en blanc et en bleu. En bas, on a le *résidu* ne montrant que la dispersion autour de la courbe noire, indiquant l’évolution de la luminosité prédite par la loi de Hubble.

L’utilisation de cette relation a alors permis d’améliorer la précision des mesures de distance, et ainsi discriminer différentes valeurs possibles pour les paramètres cosmologiques : cela a mené à la découverte de l’expansion accélérée de l’Univers *via* une valeur non-nulle de Ω_Λ pour laquelle un prix Nobel a été décerné. Avant cette étude, l’évolution attendue du module de distance des SNe Ia était indiqué par la courbe grise dans la figure 5.

- Définitions ;
- Relations empiriques, équation corrigée.

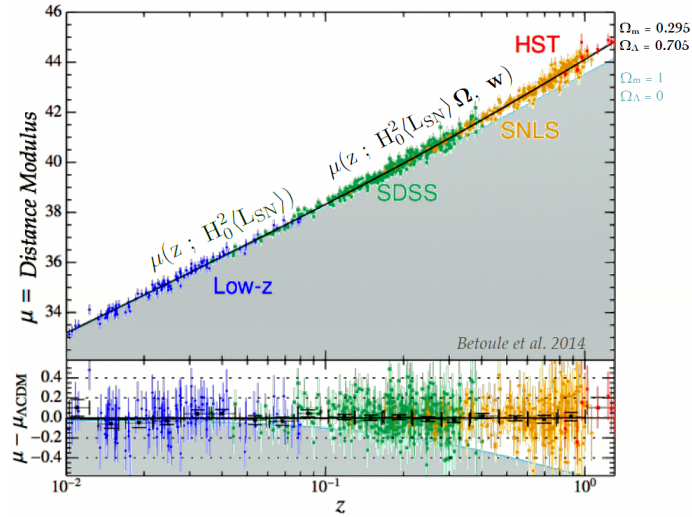


FIGURE 5 – Diagramme de Hubble actuel (en couleurs, une par échantillon d’observation) comparé au diagramme de Hubble avant la découverte de l’expansion accélérée de l’Univers (en gris) en haut, et diagramme résiduel où l’on a retiré l’évolution théorique du module de distance.

II - 4. Incertitudes systématiques

Cette avancée monumentale dans la cosmologie a pu montrer la puissance des SNe Ia dans la détermination de paramètres cosmologiques. Depuis cette découverte, qui ne se basait que sur une centaine de données de SNe Ia, plus de données ont été accumulées, et la précision sur les mesures de Ω_M et Ω_Λ s’est améliorée. Cependant, sur la totalité de l’incertitude sur ces paramètres, la part des incertitudes systématiques est très importante. C’est non seulement une limitation à la précision des mesures, mais également un danger pour la justesse de celles-ci. Par exemple, dans le but d’étudier l’énergie noire, et notamment son paramètre d’état w qui devrait être de -1 pour correspondre à un fluide de pression négative et sa dérivée w_a qui traduit l’évolution de ce comportement au cours du temps, il convient de tester leur concordance avec différents modèles cosmologiques. Il a été montré que si les erreurs systématiques ne sont pas prises en compte et qu’on les considère comme négligeable devant les incertitudes statistiques, l’ajout de nouvelles données (qui est le but de la collaboration LSST qui amènera environ 100 000 données de SNe Ia à commencer dans 3 ans) nous mènerait forcément à un résultat éloigné du modèle que l’on souhaite tester (cf. figure 7).

Ainsi, si l’ajout de données permet de réduire les incertitudes statistiques, il paraît nécessaire de travailler sur la physique à l’origine de ces variations de magnitudes absolues pour pouvoir, dans l’idéal, réaliser le même travail qui a été fait avec le stretch et la couleur mais pour d’autres paramètres. C’est l’objet de ce stage et de la thèse qui en découle.

- Importance dans les mesures actuelles ;
- Importance dans les mesures futures.

II - 5. Problème du progéniteur

Un des problèmes majeurs à la réalisation de ce but est que l’on n’a jamais accès aux supernovae avant qu’elles explosent, sous leur forme de *progéniteur*, étant donné que les courbes de lumière sont acquises à partir du moment de l’explosion. Il est donc impossible d’étudier directement les propriétés des progéniteurs (âge, métallicité...). Pourtant, la physique de l’explosion à l’origine des SNe Ia dépend de ces propriétés, et on sait que les propriétés des *étoiles* d’une manière générale évoluent en fonction du temps ; par exemple, à un redshift de $z \approx 1$, il y avait 40 fois plus de formation stellaire, et donc de

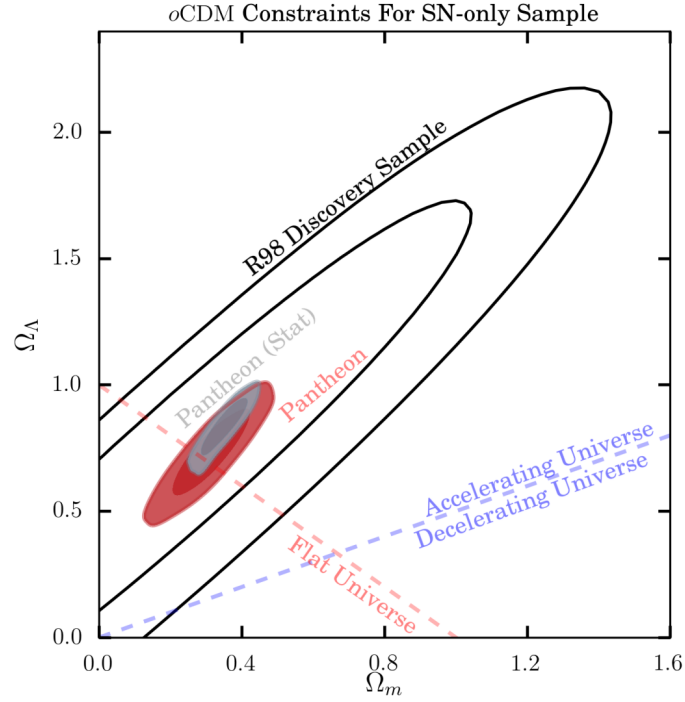


FIGURE 6 – *Contour plot* indiquant la précision à 68 et 90% de la mesure des paramètres Ω_M et Ω_Λ pour la découverte historique de RIESS ET. AL (R98, en blanc) se basant sur 100 données de SNe Ia, et pour les échantillons actuels utilisant environ 1000 SNe Ia (en rouge). En gris est indiqué la part des incertitudes systématiques à l'incertitude totale. [3]

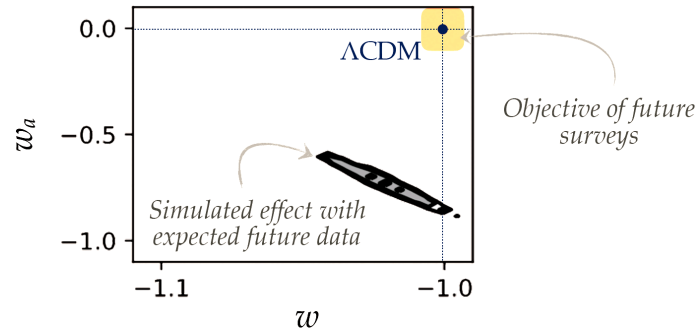


FIGURE 7 – Erreur attendue sur la mesure de w et w_a en ne considérant que la réduction des erreurs statistiques sans prendre en compte les erreurs systématiques.

formation de jeunes étoiles. En supposant que les propriétés des progéniteurs évoluent également avec le temps, et donc avec z , on s'attend à avoir une variation de la magnitude absolue avec le redshift, ce qui fausserait les mesures du diagramme de Hubble.

- Progéniteur inconnus :
- L moyennes différentes avec z ou échantillon ;
- Évolution du $lsSFR$.

Dans la suite de ce rapport, et pour éviter la surcharge de lignes de code, le-a lecteur-ice pourra se référer aux ressources mises en ligne publiquement sur [GitHub](https://github.com/Noran/variaIa/tree/master/variaIa) ([https ://github.com/Noran/variaIa/tree/master/variaIa](https://github.com/Noran/variaIa/tree/master/variaIa)).

III - Construction d'un échantillon complet

III - 1. Effets de sélection

La première étape à l'établissement de lois physiques tentant de relier les variations de magnitudes absolues avec des paramètres mesurable consiste à travailler sur des données sans effet de sélection qui biaiserait potentiellement les données recueillies. Or, l'observation du nombre de SNe Ia analysée en fonction du redshift nous montre l'existence d'un effet de sélection : en supposant une répartition homogène et isotrope des supernovae dans l'espace, on s'attend à avoir un nombre de SNe Ia à une certaine distance comme étant proportionnel au volume de l'espace entre l'observateur et cette distance. En terme de redshift, on s'attend à la relation $\#SNe\ Ia \propto z^3$. Si cette relation est vérifiée jusqu'à une certaine distance, la figure 8 nous montre qu'à partir d'un moment, il n'y a plus de nouvelles supernovae observées.

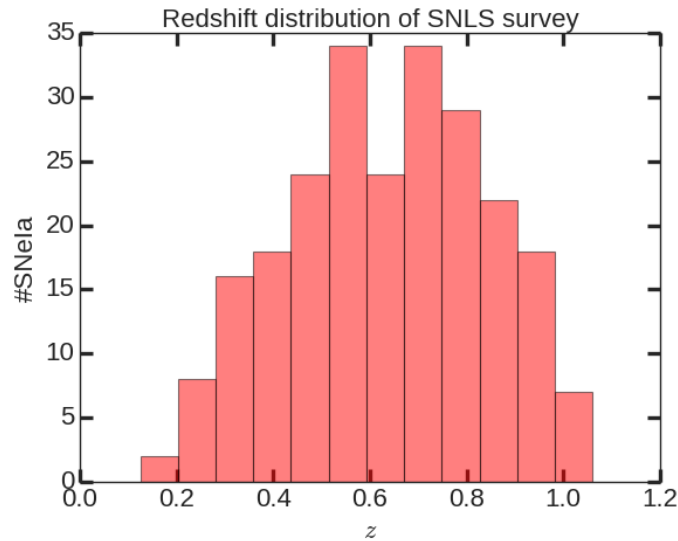


FIGURE 8 – Histogramme du nombre de SNe Ia observées en fonction du redshift pour les données de l'échantillon SNLS (SuperNova Legacy Survey).

Cette évolution est due au fait que notre moyen d'observation des supernovae est la mesure de flux, comme discuté dans l'introduction (partie 2.1). Ainsi, la luminosité totale de la supernova est divisée sur sa surface de rayonnement, proportionnelle au carré de la distance, et il arrive une distance où les SNe Ia de luminosités intrinsèques les plus faibles vont être les premières à ne pas pouvoir être captée par les éléments CCD des instruments de mesure. Or, comme discuté dans la partie 2.3, les supernovae

de grandes durées d'explosion sont également plus lumineuses (relation "brighter-slower"), ce qui veut dire que les supernovae les moins lumineuses sont également celles de petite durée d'explosion (petit stretch). Le fait de louper des supernovae à cause d'une luminosité intrinsèque trop faible par rapport à leur distance à nous n'est donc pas anodin, et il faut s'en prévenir.

- Histogramme échantillons ;
- Rappel relation **brighter-slower** et conclusion.

III - 2. Méthode de détermination

Pour trouver cette distance à partir de laquelle on commence à sélectionner les supernovae analysées, en l'absence de données précises sur les capacités des capteurs CCD de chaque échantillon à capter un flux lumineux, l'approche qui a été choisie repose sur la comparaison entre l'évolution attendue et l'évolution observée. Comme discuté précédemment, on s'attend à avoir un nombre de supernovae qui croît proportionnellement à z^3 . En utilisant l'histogramme précédent, on a, pour chaque intervalle, le nombre de supernovae observées. En définissant une fonction de paramètre a comme $\#SNe\ Ia = a \times V(z)$, on peut trouver pour chaque milieu d'intervalle le nombre attendu de supernovae observées selon cette fonction. On peut alors utiliser une statistique poissonnienne pour trouver la probabilité d'avoir ce nombre attendu sachant qu'on en a effectivement observé le nombre correspondant aux intervalles. En n'appliquant ce procédé qu'aux premiers intervalles, avant que le nombre de supernovae diminue par les effets de flux, la correspondance est bonne, et on peut optimiser le paramètre a en maximisant la probabilité mentionnée ci-dessus. À partir d'un moment, la correspondance va devenir de moins en moins bonne et l'optimisation de ce paramètre sera mauvaise. La figure 9 est un exemple de ce calcul.

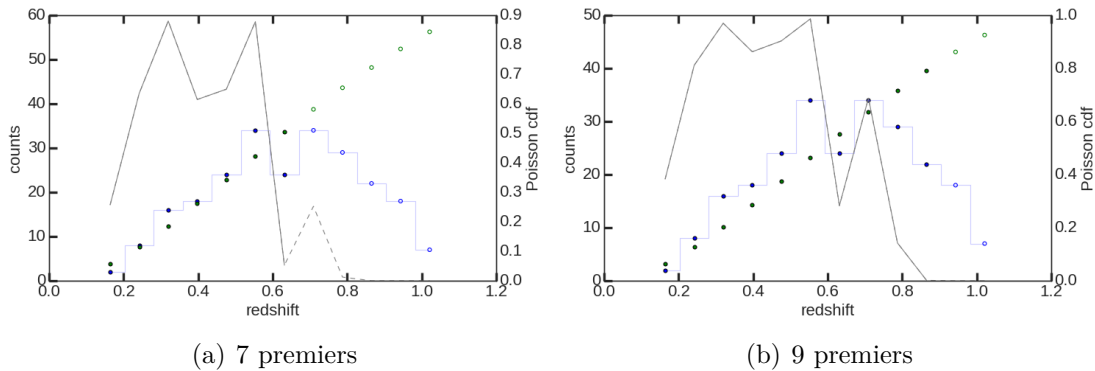


FIGURE 9 – Graphique présentant l'évolution de la probabilité poissonnienne d'observer un nombre de supernovae correspondant à la fonction $\#SNe\ Ia = a \times V(z)$ sachant que l'on en a observé le nombre correspondant à l'intervalle. On a ici un exemple pour on n'a considéré que les 9 premiers intervalles pour la minimisation, en extrapolant ce que cette probabilité deviendrait en prenant plus d'intervalles (en pointillés).

Pour déterminer plus précisément l'intervalle à partir duquel cette probabilité s'effondre, cette méthode est appliquée 100 fois, avec un histogramme divisé entre 5 et 13 intervalles de manière aléatoire, où pour chaque itération on choisit un intervalle maximal aléatoire parmi ces 5 ou 13-là, 4 fois de suite. Les courbes d'évolution de la probabilité poissonnienne sont enregistrées, puis interpolées linéairement pour finalement en prendre la médiane et l'écart-type. Le résultat de ce procédé est montré figure 10.

On a ainsi déterminé les valeurs maximales de redshifts pour lesquelles on n'a pas d'effet de sélection pour les différents échantillons dont on possède les données. Tous les raisonnements qui

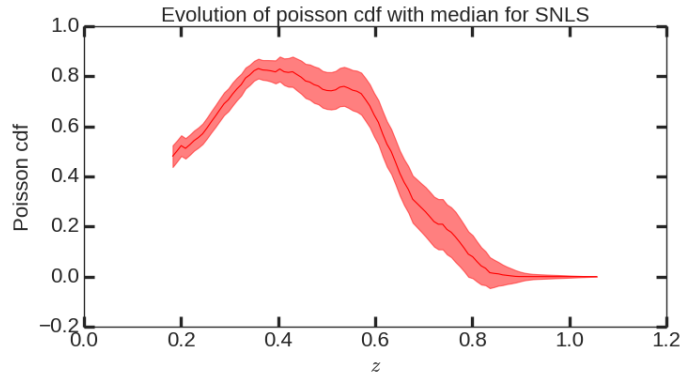


FIGURE 10 – Résultat du procédé de détermination du redshift maximal à partir duquel les effets de sélections ne sont pas anodins.

suivent s'appuient uniquement sur ces données dites « complètes », et ce procédé ne sera plus mentionné dans la suite.

- Modèle d'évolution ;
- Statistique poissonnienne, itérations pour chaque échantillon.

IV - Modèle d'évolution

IV - 1. Origine du modèle

Comme discuté partie 2.5, le taux de formation stellaire, ci-après SFR pour *Stellar Formation Rate*, évolue dans le temps. La collaboration SNF, pour *SuperNova Factory*, a notamment effectué des mesures de stretch et de taux local spécifique de formation stellaire, LsSFR, c'est-à-dire le SFR normalisé par la masse stellaire de la galaxie hôte permettant de classer les galaxies par leur activité stellaire relatives (*spécifique*, sSFR) dans une distance de 1 kpc autour de chaque supernova (*local*). Il est alors possible de ranger les SNe Ia en deux catégories, celles issues de progéniteurs vieux au moment de l'explosion et celles issues de progéniteurs jeunes ; en effet le nombre de jeunes progéniteurs est supposé proportionnel au SFR qui représente l'activité de formation stellaire, alors que le nombre de vieux progéniteurs est proportionnel à la masse stellaire de la galaxie hôte (Mannucci et al. 2005, Scannapieco & Bildsten 2005), et le rapport des deux donne, par définition, le sSFR. Le LsSFR est donc un traceur de ce rapport localement autour des supernovae. Le LsSFR définissant l'âge d'un progéniteur est choisi de telle sorte à ce qu'il y ait autant de supernovae de chaque sorte, pour ce redshift-là. Il apparaît alors une corrélation forte entre le stretch et le LsSFR, comme le montre la figure 11(a) : on voit qu'on ne peut pas avoir de supernova vieille avec un grand stretch, ou de supernova jeune avec un petit stretch.

On a ainsi essayé de déterminer une loi de distribution du stretch qui puisse être différente pour les supernovae issues de progéniteurs jeunes ou vieux. Le premier modèle implémenté est composé d'une distribution gaussienne de moyenne μ_1 et d'écart-type σ_1 pour les SNe Ia jeunes, et de la combinaison de deux distributions gaussiennes pour les SNe Ia vieilles, dont la première est de même moyenne et écart-type que la première (cf. figure 11(b)).

- Données SNF ;
- Définition jeune/vieille d'après RIGAULT ET AL. 2018

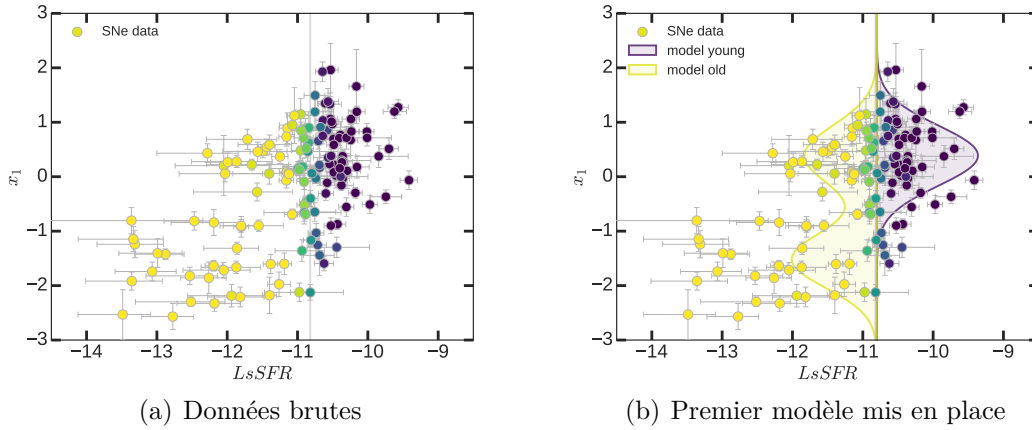


FIGURE 11 – Stretch des supernovae étudiées par la collaboration SNF en fonction de $\log(LsSFR)$. La couleur représente la probabilité pour une supernova d’être issue d’un jeune progéniteur.

IV - 2. Implémentation aux échantillons

La détermination des données complètes discutée partie 3.2 nous a permis de déterminer le stretch et le redshift moyens des 5 échantillons étudiés.

- Concordance avec SNF seulement
- Modèle SNF sur toutes les données

IV - 3. Modifications et comparaisons

- Modification du modèle ;
- Implémentation d’autres modèles et résultats

V - Conclusion

Conclusion

Références

- [1] S. PERLMUTTER, G. ALDERING, G. GOLDBERGER, R. A. KNOP, P. NUGENT, P. G. CASTRO, S. DEUSTUA, S. FABBRO, A. GOOBAR, D. E. GROOM, I. M. HOOK, A. G. KIM, M. Y. KIM, J. C. LEE, N. J. NUNES, R. PAIN, C. R. PENNYPACKER, R. QUIMBY, C. LIDMAN, R. S. ELLIS, M. IRWIN, R. G. MCMAHON, P. RUIZ-LAPUENTE, N. WALTON, B. SCHAEFER, B. J. BOYLE, A. V. FILIPPENKO, T. MATHESON, A. S. FRUCHTER, N. PANAGIA, H. J. M. NEWBERG, AND W. J. COUCH, Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, The Astrophysical Journal, 517 (1999), pp. 565–586. arXiv : astro-ph/9812133.
- [2] A. G. RIESS, A. V. FILIPPENKO, P. CHALLIS, A. CLOCCHIATTIA, A. DIERCKS, P. M. GARNAVICH, R. L. GILLILAND, C. J. HOGAN, S. JHA, R. P. KIRSHNER, B. LEIBUNDGUT, M. M. PHILLIPS, D. REISS, B. P. SCHMIDT, R. A. SCHOMMER, R. C. SMITH, J. SPYROMILIO, C. STUBBS, N. B. SUNTZEFF, AND J. TONRY, Observational Evidence from Supernovae for

- an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*, 116 (1998), pp. 1009–1038. arXiv : astro-ph/9805201.
- [3] D. M. SCOLNIC, D. O. JONES, A. REST, Y. C. PAN, R. CHORNOCK, R. J. FOLEY, M. E. HUBER, R. KESSLER, G. NARAYAN, A. G. RIESS, S. RODNEY, E. BERGER, D. J. BROUT, P. J. CHALLIS, M. DROUT, D. FINKBEINER, R. LUNNAN, R. P. KIRSHNER, N. E. SANDERS, E. SCHLAFLY, S. SMARTT, C. W. STUBBS, J. TONRY, W. M. WOOD-VASEY, M. FOLEY, J. HAND, E. JOHNSON, W. S. BURGETT, K. C. CHAMBERS, P. W. DRAPER, K. W. HODAPP, N. KAISER, R. P. KUDRITZKI, E. A. MAGNIER, N. METCALFE, F. BRESOLIN, E. GALL, R. KOTAK, M. MCCRUM, AND K. W. SMITH, The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample, *The Astrophysical Journal*, 859 (2018), p. 101.