Contrôle de connaissances 10

Électrocinétique en RSF

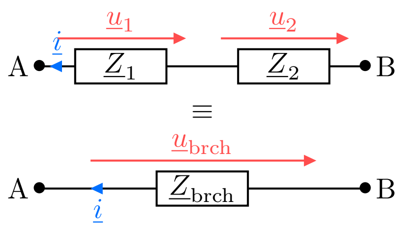
/1 **1** Convertir les signaux suivants en complexes sous la forme « amplitude complexe × exponentielle temporelle » :

$$e(t) = E_0\cos(\omega t) \quad ; \quad s(t) = S\cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad u(t) = U\sin(\omega t)$$

$$\underline{e}(t) = E_0 e^{j\omega t} \quad ; \quad \underline{s}(t) = S e^{j(\omega t+\varphi)} = \underline{S} e^{j\omega t} \quad ; \quad \underline{u}(t) = U e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

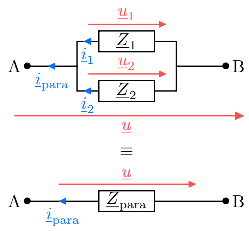
avec $\underline{S} = S e^{j\varphi}$ 0,5 avec $\underline{U} = U e^{-j\frac{\pi}{2}}$ 0,5

/2 **2** Donner et démontrer la relation du pont diviseur de tension pour deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ en série d'une part, et en parallèle d'autre part.



0,5

FIGURE 10.1 – Association série



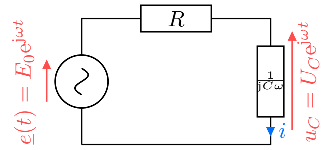
0,5

FIGURE 10.2 – Association parallèle

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{brch}}} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{Z}_k} \Leftrightarrow \boxed{\underline{U}_k = \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_{\text{brch}}}\underline{U}_{\text{brch}}}$$ 0,5

$$\underline{U} = \underline{Z}_{\text{para}}\underline{I}_{\text{para}} = \underline{Z}_1\underline{I}_1 \Leftrightarrow \boxed{\underline{I}_k = \frac{\underline{Z}_{\text{para}}}{\underline{Z}_k}\underline{I}_{\text{para}}}$$ 0,5

/3 **3** Pour un système excité par un signal d'entrée $e(t) = E_0\cos(\omega t)$, indiquer ce qu'est le RSF et la forme réelle des signaux de sortie $s(t)$. Application au circuit RC série en RSF : transformez-le en RSF, puis déterminer $\underline{U}_C(\omega)$ **par un pont diviseur de tension** et en déduire $U_C(\omega)$ et $\varphi_C(\omega)$.



0,5

FIGURE 10.3 – RC en RSF.

Le régime sinusoïdal forcé correspond au régime temporel pour lequel le système est décrit par la solution **particulière** de son équation différentielle, après que la solution homogène soit nulle. On suppose alors 0,5

$$s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$$ 0,5

Sur le RC série, on applique un PdT sur les amplitudes complexes :

$$\underline{U}_C = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}E_0 = \frac{1}{1 + jRC\omega}E_0$$ 0,5

$$\Rightarrow U_C = |\underline{U}_C| \Leftrightarrow \boxed{U_C = \frac{E_0}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}} \Rightarrow \varphi_C = \arg \underline{U}_C \Leftrightarrow \boxed{\varphi_C = -\arctan(RC\omega)} \quad \text{car } \mathrm{Re}(\arg(1 + jRC\omega)) > 0$$

0,5 0,5

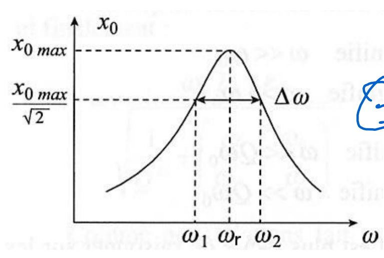
/4 **4** Définir ce qu'est la résonance avec vos propres mots. Citer sans détailler un exemple du quotidien **autre que la balançoire**. Indiquer comment se définit mathématiquement la résonance pour un système, et définissez mathématiquement ce qu'est la bande passante en donnant les mots de vocabulaire nécessaires et à l'aide d'un schéma.

0,5 La résonance correspond au fait d'apporter de l'énergie à un système oscillant à une fréquence qui permet l'addition de ces deux énergies. Exemple : instrument à vent. Avec $X(\omega)$ l'amplitude réel du signal excité, on a 0,5

0,5 résonance $\Leftrightarrow$ $\exists \omega_r \neq (0, +\infty) \; : \; X(\omega_r) = X_{\max}$

0,5 bande passante $\triangleq$ $\{\omega \mid X(\omega) > X_{\max}/\sqrt{2}\}$

- ω_1 et ω_2 les **pulsations de coupure** ;
- $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$ la **bande passante** ; 1
- $\omega_r/\Delta\omega$ l'**acuité de la résonance**.



1

FIGURE 10.4 – Bande passante