Mécanique – chapitre 4

TD application : approche énergétique

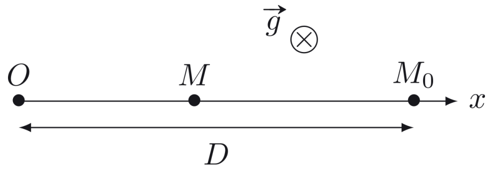
I Intérêt des raisonnements énergétiques

1) On lance une balle avec une vitesse initiale v_0 vers le haut depuis l'altitude $z = 0$. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle en négligeant tout frottement.
2) On considère un pendule simple (masse m ponctuelle, longueur ℓ, pas de frottements). On fait partir ce pendule de la verticale ($\theta = 0$, en bas) en lui communiquant une vitesse initiale v_0. Déterminer l'expression de l'amplitude maximale θ_{max} du mouvement.

II Curling

Le curling est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres en granite, taillées et polies selon un gabarit international. Le but est de placer les pierres le plus près possible d'une cible circulaire dessinée sur la glace, appelée la maison.

Nous envisageons le lancer d'une pierre assimilée à un point M de masse $m = 20\,\text{kg}$ glissant selon l'axe Ox vers le point M_0 visé (la maison). La pierre est lancée de la position initiale O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$, la maison se trouvant à la distance $D = \text{OM}_0 = 25\,\text{m}$ du point O.



Nous supposerons que la force de frottement solide $\overrightarrow{F} = -F_0\overrightarrow{u_x}$ de la glace sur la pierre est constante pendant toute la glissade et s'annule lorsque la vitesse de la pierre s'annule. Nous prendrons $F_0 = 3{,}0\,\text{N}$. Nous négligerons par ailleurs toute force de frottement fluide.

Le lancer étudié est supposé gagnant : la pierre atteint la maison et s'y arrête.

1) Que valent les énergies cinétiques initiale $\mathcal{E}_{c,I}$ et finale $\mathcal{E}_{c,F}$ de la pierre ?
2) Calculer le travail des forces appliquées sur la pierre pendant la glissade.
3) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la pierre et en déduire la vitesse initiale v_0.

III Piégeage d'un électron

Considérons le mouvement selon un axe (Oz) d'un électron de masse $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{kg}$ et de charge $-e = -1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$ dans un dispositif de piégeage. Il est soumis uniquement à des forces conservatives, d'énergie potentielle totale $\mathcal{E}_p(z)$ telle que :

$$\mathcal{E}_p(z) = \frac{eV_0}{2d^2}z^2$$

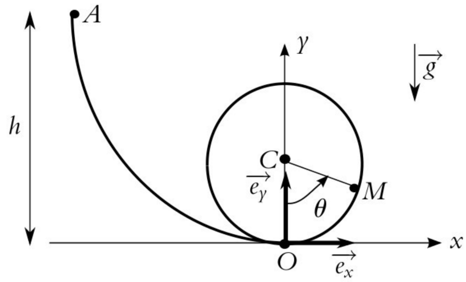
avec $V_0 = 5{,}0\,\text{V}$ et $d = 6{,}0\,\text{mm}$.

1) Tracer l'allure de $\mathcal{E}_p(z)$. Identifier la position d'équilibre et donner sa stabilité.
2) Calculer la fréquence des oscillations de l'électron dans le piège.
3) Exprimer la résultante des forces $\overrightarrow{F}$ sur l'électron. On rappelle qu'en coordonnées cartésiennes, on a

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$

IV Balle dans un tonneau

Une balle, assimilée à un point matériel M de masse m, est lâchée sur une rampe sans vitesse initiale depuis le point A d'une hauteur h par rapport au point O le bout de la rampe. Elle achève sa course dans un tonneau circulaire de rayon a lui permettant éventuellement de faire des *loopings*. On néglige les frottements.



1) Exprimer la norme v_O de la vitesse en O, puis v_M en un point M quelconque du tonneau repéré par l'angle θ, en fonction de g, h, a et θ. Donner la relation entre v_M et $\dot{\theta}$.
2) Déterminer la réaction du tonneau en un point du cercle en fonction de g, h, a et θ.
3) Déterminer la hauteur minimale h_min pour que la bille fasse le tour complet du tonneau sans tomber.