Contrôle de connaissances 14

Cinématique et dynamique du point

/2 [1] Donner les valeurs de $\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M})$ et de $\Delta L_{2/1}(\mathrm{M})$ donnant des interférences constructives et destructives pour $\Delta\varphi_0 = 0$.

$$\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = 2p\pi \Leftrightarrow \boxed{\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = p\lambda} \qquad \text{et} \qquad \Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = (2p+1)\pi \Leftrightarrow \boxed{\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda}$$

/2 [2] Soient deux points A et B de masses respectives m_A et m_B. Exprimer et représenter la force d'attraction gravitationnelle de A sur B.

$$\vec{F}_{g,\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\mathcal{G}\frac{m_A m_B}{\mathrm{AB}^2}\vec{u_r} \quad \text{avec} \quad \vec{u_r} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{\mathrm{AB}}$$

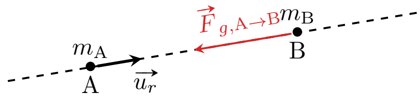

Fig. C14.1 – Interaction gravitationnelle 1.

/3 [3] Énoncer les trois lois de Newton. On travaille avec un système ouvert.

1 a – $\exists\mathcal{R}$ galiléens : $(\forall \mathrm{M} \mid \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}\to\mathrm{M}} = \vec{0})$, M est soit au repos, soit en translation rectiligne uniforme ;

1 b – $\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{/\mathcal{R}}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}\to\mathrm{M}}$;

1 c – $\forall(\mathrm{M}_1,\mathrm{M}_2), \vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$.

/4 [4] Donner les **deux expressions** donnant la position du centre d'inertie d'un ensemble de points. Démontrer le lien entre la quantité de mouvement d'un ensemble de points et la vitesse du centre d'inertie. Pourquoi applique-t-on le PFD avec uniquement les forces extérieures au système ? Répondre en français.

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \sum_i \frac{m_i}{m_\mathrm{tot}}\overrightarrow{\mathrm{OM}_i}} \Leftrightarrow \boxed{\sum_i m_i \overrightarrow{\mathrm{GM}_i} = \vec{0}}$$

Or, $$\vec{p}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}}(t) = \sum_i \vec{p}_{\mathrm{M}_i/\mathcal{R}}(t) \quad \text{et} \quad \vec{v}_{\mathrm{G}/\mathcal{R}}(t) = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OG}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{m_\mathrm{tot}}\sum_i m_i \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}_i}}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow \boxed{\vec{p}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}} = m_\mathrm{tot}\vec{v}_{\mathrm{G}/\mathcal{R}}}$$

Les forces intérieures se compensent d'après la troisième loi de Newton 1.

/9 [5] Soit une balle lancée avec une vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige toute autre force que le poids. Faire un schéma puis déterminer les équations horaires des composantes sur $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$ du mouvement, et déterminer l'équation de la trajectoire. Portez une attention particulière à l'établissement du système.

1 [1] **Système** : {balle} dans $\mathcal{R}_\mathrm{labo}$ supposé galiléen

1 [2] **Schéma** : cf. figure.

1 [3] **Modélisation** : repère $(\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$ (cf. schéma),

repérage $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y}$, $\vec{v} = \dot{x}\,\vec{u_x} + \dot{y}\,\vec{u_y}$, $\vec{a} = \ddot{x}\,\vec{u_x} + \ddot{y}\,\vec{u_y}$.

1 [4] **Conditions initiales** : $\overrightarrow{\mathrm{OM}}(0) = \vec{0}$ et

$\vec{v}(0) = v_0\cos(\alpha)\,\vec{u_x} + v_0\sin(\alpha)\,\vec{u_y}$

1 [5] **BdF** : $\vec{P} = -mg\,\vec{u_y}$

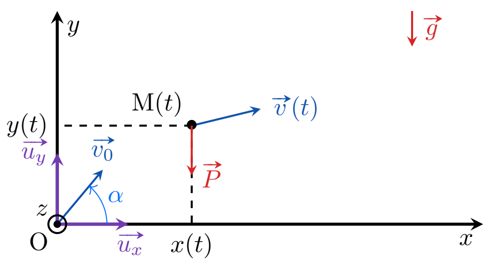

Fig. C14.2 – Chute libre.

[6] **PFD** :

$$m\vec{a} = \vec{P} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = v_0\cos\alpha \\ \dot{y}(t) = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 t\cos\alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha \end{cases}}$$ 1

Ainsi, $$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} \Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2\cos^2\alpha} + v_0\sin\alpha\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y(x) = -\frac{g}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha}$$