

Étude de la chute d'une bille en fluide visqueux

I Objectifs

- Savoir enregistrer expérimentalement à l'aide d'une *webcam* le mouvement de chute d'un solide dans un autre fluide en vue de l'exploitation du document obtenu. Savoir exploiter un résultat expérimental.
- Reconnaître si le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme ou non.
- Reconnaître le régime transitoire et le régime permanent. Déterminer la vitesse limite.
- Évaluer le temps caractéristique τ par deux méthodes.
- Trouver un ordre de grandeur de la viscosité η de l'huile de silicone.

II S'approprier

A Matériel

- Éprouvette contenant l'huile de silicone et des billes
- *Webcam*
- Ordinateur et logiciel *Latispro*
- Chronomètre

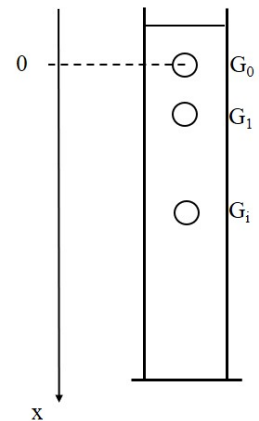
B Données

- Bille orange : $R = 1,0 \text{ cm}$ et $m = 10,4 \text{ g}$.
- Masse volumique de l'huile de silicone : $\rho_0 = 970 \text{ kg m}^{-3}$.
- $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.

C Principe

Une éprouvette contenant un liquide visqueux sert de support à l'étude de la chute d'une bille d'acier. Le schéma ci-dessus donne une idée du montage, et n'est qu'indicatif. En particulier, il ne respecte pas d'échelle. La bille, qui constitue le système matériel étudié, est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Le système d'acquisition vidéo est assuré par une *webcam* couplée à un ordinateur et réglée de manière à enregistrer 20 images par seconde. La position instantanée x du centre de gravité G de la bille est repérée par l'axe vertical (Ox) orienté vers le bas, de vecteur unitaire \vec{u}_x .



III Analyser

On étudie le mouvement de translation d'une bille de rayon R et de masse volumique ρ dans de l'huile de silicone de viscosité η . On admettra que les actions de frottement exercées par le liquide sur la bille en mouvement à la vitesse \vec{v} sont modélisables par une force de frottement \vec{f} telle que

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$$

On dépose la bille en O sans vitesse initiale dans l'huile de silicone contenue dans une grande éprouvette. On exprimera toutes les expressions littérales en fonction de τ_0 , η , R , m et g .

- ① Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ exercée sur la bille plongeant dans l'huile de silicone, sachant que c'est une force verticale orientée vers le haut, de module égal au **poids du fluide qui serait occupé par le volume de l'objet**.
- ② Faire le bilan des forces exercées sur la bille plongeant dans l'huile de silicone en précisant le référentiel de travail.

- ③ Établir l'équation différentielle que vérifie la valeur de la vitesse \vec{v} du centre d'inertie de la bille, sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m}v = g \left(1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m}\right)$$

- ④ Montrer que la vitesse de la bille tend vers une vitesse limite v_{limTheo} telle que :

$$v_{\text{limTheo}} = \frac{g}{6\pi\eta R} \left(m - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3}\right)$$

- ⑤ Donner l'expression de la constante de temps τ_{theo} du mouvement en fonction de m , η et R .
 ⑥ En déduire la forme de la solution de l'équation différentielle en $v(t)$.

IV Réaliser

A Enregistrement vidéo



IV.A.1 Préréglages de la *webcam* et de la prise de vue

- 1) Ouvrir le logiciel *webcam* dans Bureau → Programmes Physique Chimie → Webcam (réseau).
- 2) Device : HD720 webcam.
- 3) dans le menu Options :
 - Preview, pour visualiser ce qu'on voit dans la caméra. Régler la distance caméra-éprouvette pour voir uniquement la moitié supérieure de l'éprouvette. Le trait noir sur l'éprouvette aide à régler l'horizontal de la caméra. Régler l'objectif de la caméra pour que l'image soit nette (faire le point sur l'éprouvette).
 - Video capture pin : taille de sortie choisir, 640*360. Fréquence image : 20. Format : MJPG. → Appliquer → OK.
 - Video capture filter : luminosité, netteté et contraste en positions intermédiaires. → Appliquer → OK.
- 4) Puis dans le menu Capture.
 - Set Frame Rate : nombre d'images par seconde : 20. → Cocher : use → OK.
 - Set time limit : 5s → Cocher : use → OK.
 - Start capture : dossier élève : choisir où vous mettez vos dossiers.

IV.A.2 Enregistrement de la vidéo

Aller sur : Capture ; Start Capture : Cliquer sur OK, puis lâcher la bille juste après.

B Traitement vidéo de la chute de la bille

- 1) Ouvrir le logiciel Latispro dans programmes → discipline → physique-chimie → Eurosmart.
- 2) Cliquer sur la 5^e icône : lecture de séquence AVI (ressemblant à Google chrome).
- 3) Fichiers → ouvrir le fichier *avi*.
- 4) Revenir à zéro pour exploiter (4^e icône en bas).
- 5) Grâce à >, choisir le début de la vidéo à exploiter (première image quand la bille commence à descendre).
- 6) Puis cliquer sur sélection de l'origine et pointer la bille, grâce à la loupe à droite.
- 7) Sélection de l'étalon : sélection de haut en bas sur la partie visible de l'éprouvette.
- 8) Indiquer la distance associée (ne pas mettre l'unité qui est le m). → correspond à la hauteur de l'éprouvette graduée.
- 9) Sens des axes : . Sélection manuelle des points.
- 10) Viser la cible et pointer grâce au zoom à droite : pointer alors ainsi une quarantaine de positions de la bille.
- 11) Terminer la sélection manuelle, quand il y a assez de points.
- 12) Fermer la fenêtre. Pour exploiter, cliquer sur le signal sinusoïdal vert. Icône : .

V Valider et conclure

A Exploitation du traitement vidéo

V.A.1 Tracé de la vitesse verticale en fonction du temps

- Traitements : → Calculs spécifiques. → Dérivée. → Faire glisser y pour obtenir $v = \frac{dy}{dt}$
- Pour visualiser $v = f(t)$, faire glisser la fonction v sur le graphe. On affichera uniquement les points sans les relier.

V.A.2 Modélisation de la vitesse

- Cliquer modéliser.
- Choisir le modèle sous forme $A(1 - e^{-t/\tau})$ (forme théorique attendue pour la loi de vitesse d'après la partie s'approprier). On forcera $V_0 = 0$ sur le modèle. Le calculer.
- Le glisser sur la courbe en superposition.
- Pour afficher la modélisation : Copier dans le presse papier → Fermer → Créer un commentaire → Coller après avoir choisi une fenêtre.

V.A.3 Détermination de la vitesse limite

- 7 À partir de la modélisation, déterminer la valeur expérimentale de la vitesse limite.

V.A.4 Détermination de la constante de temps τ par deux méthodes

i - Utilisation du temps de montée

- 8 Quelle est la valeur de la vitesse (en pourcentage de la vitesse limite v_{lim}) lorsque $t = \tau$? En déduire une méthode de détermination de τ (qui est celle du cours).
- Utiliser le pointeur, par clic droit sur la fenêtre graphique.
- 9 Relever τ_{exp1} . Recliquer droit pour terminer.

ii - Utilisation de la modélisation de la vitesse

- 10 Déduire de la modélisation de la vitesse l'ordre de grandeur de la constante de temps τ_{exp2} .
- 11 Calculer l'écart normalisé entre les deux valeurs expérimentales de τ . L'écart normalisé n'est pas l'écart relatif.

V.A.5 Détermination de la viscosité η de l'huile de silicone

- 12 Grâce à l'étude théorique de la partie S'approprier et à la valeur moyenne de τ_{exp} , déterminer la valeur expérimentale de la viscosité η_{exp} en précisant son unité.
- 13 La comparer à la valeur théorique de la viscosité $\eta_{\text{theo}} = 1,5 \text{ SI}$.

B Détermination plus rapide de la vitesse limite sans enregistrement vidéo

V.B.1 Protocole expérimental

- 14 Justifier que le régime transitoire ait une durée négligeable devant la durée totale de chute de la bille.
- 15 Proposer alors puis réaliser un protocole expérimental (sans enregistrement) qui permettrait de déterminer la vitesse limite en répétant les mesures 5 à 6 fois.
- 16 Partagez vos résultats de mesure avec le reste de la classe.
- 17 En déduire une nouvelle valeur de v_{lim} , en tenant compte de vos différents mesurages et de ceux des autres groupes de la classe. Vous présenterez le résultat avec l'incertitude élargie pour un intervalle de confiance à 95%.

V.B.2 Incertitude de répétabilité (type A) et écriture du résultat

Lorsqu'on répète plusieurs fois le mesurage de la même grandeur, dans les mêmes conditions expérimentales, on peut trouver des résultats légèrement différents. Il en est de même pour des opérateurs différents réalisant simultanément le mesurage de la même grandeur avec du matériel similaire. Dans de tels cas, on utilise des notions de statistiques pour analyser les résultats.

L'incertitude de mesure correspondant à des mesures répétées d'une même grandeur est appelée incertitude de répétabilité (type A). Chaque groupe effectuera 5 mesures indépendantes de v_{lim} . Les valeurs seront toutes affichées au tableau. Ainsi, chaque groupe pourra utiliser toutes les valeurs de v_{lim} trouvées (environ 50 valeurs normalement, mais vous pourrez vous limiter à une vingtaine de valeurs) pour déterminer le mesurage de v_{lim} selon la formule que l'on rappelle ici :

Rappel

$$M(v_{\text{lim}}) = \bar{m}(v_{\text{lim}}) \pm U(v_{\text{lim}}) \quad \text{et} \quad U(v_{\text{lim}}) = \frac{2}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i(v_{\text{lim}}) - \bar{m}(v_{\text{lim}}))^2}$$

$U(v_{\text{lim}})$ représente ici l'incertitude élargie pour un intervalle de confiance de 95%.

Remarque

La grandeur $\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i(v_{\text{lim}}) - \bar{m}(v_{\text{lim}}))^2}$ représente l'écart-type non biaisé sur vos calculatrices.