Travaux pratiques – TP 1

Détermination de focales de lentilles

III Analyser

A Méthode de Bessel

1

Avec les notations de l'énoncé, la relation de Descartes devient

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'} &= \frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'} &= \frac{x+D-x}{x(D-x)} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{x(D-x)}{D} \\ \Leftrightarrow 0 &= x^2 - xD + f'D \end{aligned}$$

Ce trinôme du second degré a pour discriminant

$$\boxed{\Delta = D^2 - 4f'D = D(D-4f')}$$

x étant une distance physique, on cherche $\Delta \geq 0$.

◇ $\Delta = 0$ si $D = 4f'$, et alors

$$\boxed{x = \frac{D}{2}}$$

◇ $\Delta > 0$ si $D > 4f'$, et alors

$$\boxed{x_\pm = \frac{D \pm \sqrt{D(D-4f')}}{2}}$$

2 Ainsi, la zone de netteté de l'image se situe entre x_+ et x_-, et a donc une largeur

$$\boxed{d = x_+ - x_- = \sqrt{D(D-4f')}} \Leftrightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$$

3 Soit d, D les valeurs mesurées. Pour calculer l'incertitude d'une fraction, par exemple $u(D/4)$, on utilise

$$u\left(\frac{D}{4}\right) = \left|\frac{D/4}{D}\right| u(D) \Leftrightarrow u\left(\frac{D}{4}\right) = \frac{u(D)}{4}$$

Ensuite,

$$\begin{aligned} u\left(\frac{d^2}{4D}\right) &= \frac{u\left(\frac{d^2}{D}\right)}{4} \\ \text{et} \quad \frac{u\left(d^2D^{-1}\right)}{d^2D^{-1}} &= \sqrt{2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + 1\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} \\ \Rightarrow u\left(\frac{d^2}{4D}\right) &= \frac{d^2}{4D}\sqrt{2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + 1\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} \end{aligned}$$

Finalement,

$$u\left(f'\right) = \sqrt{u\left(\frac{D}{4}\right)^2 + u\left(\frac{d^2}{4D}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{d^2}{D}\right)^2\left[2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2\right]}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{u\left(f'\right) = \frac{1}{4}\sqrt{u(d)^2 \times 2\frac{d^2}{D^2} + u(D)^2\left[1 + \frac{d^4}{D^4}\right]}}$$

(4) On place la lentille convergente sur le banc optique, avec l'objet le plus près de la lampe source pour maximiser son éclairement et l'écran fixé à une distance $D \approx 50\,\mathrm{cm}$ de l'objet.

On cherche une première position de la lentille telle que l'image soit nette sur l'écran. On mesure distance objet-lentille x_1. On déplace la lentille jusqu'à ce qu'on retrouve une image nette, et on mesure x_2.

On calcule $d = x_2 - x_1$ et on calcule f'.

B Méthode de Silbermann

(5) Déjà fait en A

(6) Avec la relation de conjugaison, on trouve aisément

$$\boxed{f' = \frac{D}{4}}$$

(7) Avec le même montage que précédemment, on place l'écran loin de la lentille. On déplace la lentille pour trouver les deux positions de netteté. Si on en distingue effectivement deux, on rapproche l'écran, et on recherche une nouvelle fois les positions.

Procéder ainsi jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'une position pour laquelle l'image est nette. On aura alors $f' = D/4$.

C Méthode utilisant la relation de conjugaison

(8) Avec la même lentille, on prend une distance aléatoire OA et on déplace l'écran pour avoir une image nette. On mesure OA'.

On répète l'expérience pour environ 10 mesures. On tracera ensuite

$$y = ax + b \quad \text{avec} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} \\ a = -1 \\ x = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} \\ b = \frac{1}{f'} \end{cases}$$

On pourra forcer $a = -1$, et on cherchera l'ordonnée à l'origine pour avoir $1/f'$: ainsi, on aura $f' = 1/b$.

IV Réaliser

D Mesure précise de la distance focale d'une lentille convergente

9 On trouve[1] :

$$f_{\text{bessel}} = (10{,}21 \pm 0{,}03)\,\mathrm{cm}$$

1. https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/2761-1874421

$$f_{\text{silb}} = (10{,}62 \pm 0{,}07)\,\text{cm}$$
$$f_{\text{reg}} = (10{,}42 \pm 0{,}07)\,\text{cm}$$

10 On trouve :

$$e_{r,\text{bessel}} = 0{,}02$$
$$e_{r,\text{silb}} = 0{,}06$$
$$e_{r,\text{reg}} = 0{,}04$$

Ainsi, nous concluons qu'avec ces résultats, la détermination par Bessel serait la meilleure. Seulement, cette conclusion repose sur les écarts relatifs, et ne nous informe en rien sur la précision de chaque mesure : il faut calculer les incertitudes pour conclure correctement.

V Valider et conclure

On trouve :

$$E_{N,\text{bess}} = 7{,}82$$
$$E_{N,\text{silb}} = 8{,}66$$
$$E_{N,\text{reg}} = 5{,}94$$

Ainsi, nous concluons que la méthode la plus précise est la régression linéaire. C'était attendu, étant donné que les incertitudes aléatoires se compensent dans le calcul combiné sur f'. Seulement, aucune des expériences n'est satisfaisante du point de vue de l'écart normalisé, toutes les exépriences donnant un écart normalisé > 2. Ça n'est pas étonnant considérant la qualité des mesures, et le fait que la valeur théorique de la lentille soit connue mais sans précision.