Contrôle de connaissances 25

Introduction à la thermodynamique

/8 1 Donner la définition de la température cinétique en fonction du degré de liberté D. Déterminer alors l'énergie interne d'un gaz parfait mono- puis diatomique en fonction de R qu'on reliera à deux autres constantes. En déduire les capacités thermiques $C_{V,\text{mono}}^{\text{G.P.}}$ et $C_{V,\text{dia}}^{\text{G.P.}}$

Soit un gaz parfait de N molécules, D le nombre de degrés de liberté :

$$\langle e_{c,i} \rangle = D \times \frac{1}{2} k_B T$$

- ◇ **Monoatomique** $\Rightarrow D = 3$ car 3 translations x,y,z ;
- ◇ **Diatomique** $\Rightarrow D = 5$ car 3 translations x,y,z + 2 rotations ;

$$U = e_c = \sum_i \langle e_{c,i} \rangle = \frac{D}{2} N k_b T$$

$N = n\mathcal{N}_A$

$$\Leftrightarrow U = \frac{D}{2} n \underbrace{\mathcal{N}_A k_B}_{=R} T$$

Figure 25.1 – Degrés de libertés gaz diatomique .

$$\Leftrightarrow \boxed{U_{\text{mono}} = \frac{3}{2} nRT} \quad \text{et} \quad \boxed{U_{\text{dia}} = \frac{5}{2} nRT}$$

$C_V = \dfrac{\partial U}{\partial T}$

$$\Rightarrow \boxed{C_{V,\text{mono}} = \frac{3}{2} nR} \quad \text{et} \quad \boxed{C_{V,\text{dia}} = \frac{5}{2} nR}$$

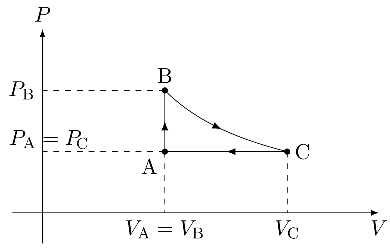
/12 2 On fait subir à 1 mol de gaz parfait le cycle mécaniquement réversible suivant :

A P_A et V_A ;

B Chauffage isochore, $P_B = 2P_A$;

C Détente isotherme quasi-statique, $V_C = 2V_B$;

A Refroidissement isobare, on retourne à l'état initial.



Cycle de Lenoir. +

1 Tracer ce cycle dans le diagramme de Watt. Déterminer la nature du cycle (moteur ou récepteur).

2 Exprimer sans démonstration le travail infinitésimal des forces de pression. Donner sans démonstration l'expression de W_p dans les cas isochore et monobare. Démontrer l'expression de W_p pour une transformation quasi-statique et isotherme à $T = T_0$ en fonction des volumes V_i et V_f.

3 Exprimer les travaux associés à chaque transformation puis celui du cycle. Simplifier les expressions en analysant les relations entre les volumes.

1 Pour la nature, on voit que le cycle s'effectue en **sens horaire**, donc $W_{p,\text{cycle}} < 0$ donc **moteur**.

2
$$\delta W_p = -P_{\text{ext}}\,\mathrm{d}V \quad \Leftrightarrow \quad \delta W_{p,\text{isoV}} = 0 \quad \text{et} \quad W_p = \int \delta W_p = -P_{\text{ext}} \Delta V$$

$$P = P_{\text{ext}} \text{ et } T = T_0 \quad \Rightarrow \quad W_p = -\int_{V_i}^{V_f} P\,\mathrm{d}V = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_0}{V}\,\mathrm{d}V$$

$$\Leftrightarrow W_p = -nRT_0(\ln V_f - \ln V_i) \Leftrightarrow \boxed{W_p = nRT_0 \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)}$$

3
- ◇ AB : transformation isochore, donc $\boxed{W_{p,\text{AB}} = 0}$
- ◇ BC : isoT et Q.S. donc $W_{p,\text{BC}} = nRT_B \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,\text{BC}} = -nRT_B \ln 2}$
- ◇ CA : isobare, donc $W_{p,\text{CA}} = P_C(V_C - V_A) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,\text{CA}} = P_A V_A}$
- ◇ Cycle : $W_{p,\text{cycle}} = \sum_i W_i = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = P_A V_A - nRT_B \ln 2$