Contrôle de connaissances 10

Électrocinétique en RSF

/1 **1** Convertir les signaux suivants en complexes sous la forme « amplitude complexe × exponentielle temporelle » :

$$e(t) = E_0 \cos(\omega t) \quad ; \quad s(t) = S\cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad u(t) = U \sin(\omega t)$$

$$\underline{e}(t) = E_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \quad ; \quad \underline{s}(t) = S\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)} = \underline{S}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \quad ; \quad \underline{u}(t) = U\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \underline{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$\text{avec} \quad \underline{S} = S\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} \qquad \text{avec} \quad \underline{U} = U\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}$$

/2 **2** Donner et démontrer la relation du pont diviseur de tension pour deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ en série d'une part, et la relation du pont diviseur de courant pour deux impédances en parallèle d'autre part.

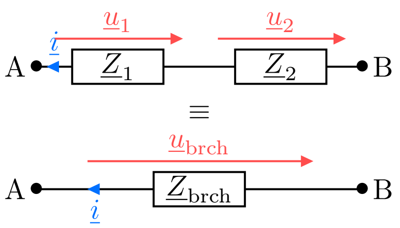

FIGURE 10.1 – Association série

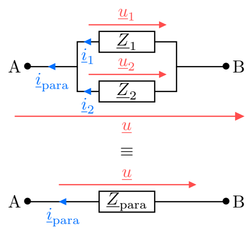

FIGURE 10.2 – Association parallèle

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{brch}}} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{Z}_k} \Leftrightarrow \boxed{\underline{U}_k = \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_{\text{brch}}}\underline{U}_{\text{brch}}}$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_{\text{para}}\underline{I}_{\text{para}} = \underline{Z}_1\underline{I}_1 \Leftrightarrow \boxed{\underline{I}_k = \frac{\underline{Z}_{\text{para}}}{\underline{Z}_k}\underline{I}_{\text{para}}}$$

/3 **3** Pour un système excité par un signal d'entrée $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, indiquer ce qu'est le RSF et la forme réelle des signaux de sortie $s(t)$. Application au circuit RC série en RSF : transformez-le en RSF, puis déterminer $\underline{U_C}(\omega)$ **par un pont diviseur de tension** et en déduire $U_C(\omega)$ et $\varphi_C(\omega)$.

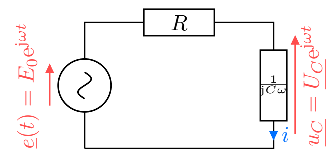

FIGURE 10.3 – RC en RSF.

Le régime sinusoïdal forcé correspond au régime temporel pour lequel le système est décrit par la solution **particulière** de son équation différentielle, après que la solution homogène soit nulle. On suppose alors

$$s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$$

Sur le RC série, on applique un PdT sur les amplitudes complexes :

$$\underline{U_C} = \frac{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}E_0 = \frac{1}{1 + \mathrm{j}RC\omega}E_0$$

$$\Rightarrow U_C = |\underline{U_C}| \Leftrightarrow \boxed{U_C = \frac{E_0}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}} \Rightarrow \varphi_C = \arg \underline{U_C} \Leftrightarrow \boxed{\varphi_C = -\arctan(RC\omega)} \quad \text{car}\,\mathrm{Re}(1+\mathrm{j}RC\omega) > 0$$

/4 **4** Définir ce qu'est la résonance avec vos propres mots. Citer sans détailler un exemple du quotidien **autre que la balançoire**. Indiquer comment se définit mathématiquement la résonance pour un système, et définissez mathématiquement ce qu'est la bande passante en donnant les mots de vocabulaire nécessaires et à l'aide d'un schéma.

La résonance survient lorsqu'un système extérieur apporte de l'énergie à un système oscillant à sa fréquence « naturelle », dite « de résonance ». Le système oscillant a alors une amplitude de variation maximale. Exemple : instrument à vent. Avec $X(\omega)$ l'amplitude réel du signal excité, on a

$$\text{résonance} \quad \Leftrightarrow \quad \exists \omega_r \neq (0, +\infty) \ : \ X(\omega_r) = X_{\max}$$

$$\text{bande passante} \quad \triangleq \quad \{\omega \mid X(\omega) \geq X_{\max}/\sqrt{2}\}$$

- ω_1 et ω_2 les **pulsations de coupure** ;
- $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$ la **bande passante** ;
- $\omega_r/\Delta\omega$ l'**acuité de la résonance**.

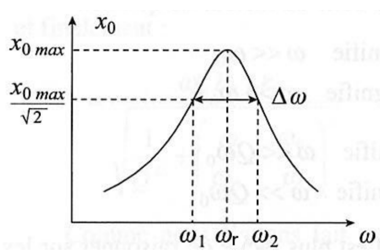

FIGURE 10.4 – Bande passante