Correction du TD

I Pression des pneus

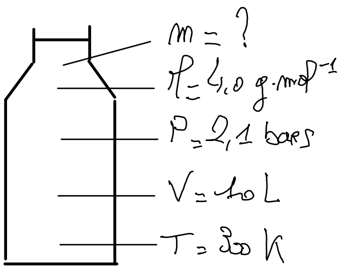
1) Comme la quantité de matière n d'air contenue dans le pneu et son volume sont des constantes, alors d'après l'équation d'état du gaz parfait on a

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{nR}{V}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{P_2 = \frac{T_2}{T_1}P_1} \Rightarrow \underline{P_2 = 2{,}5\,\mathrm{bar}}$$

2) La variation relative de pression est $\Delta P/P_1 = 14\%$. Elle est supérieure à 10%, ce qui est loin d'être négligeable. Le meilleur conseil à donner est de refaire la pression des pneus ! Notez par ailleurs qu'il est préconisé de la vérifier chaque mois, et **indispensable** de le faire au moins deux fois par an **et** avant les grands trajets.

II Fuite d'hélium

1)



$$PV = nRT \quad \text{et} \quad m = nM$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m = \frac{PVM}{RT}} \Leftrightarrow \underline{m = 3{,}4\,\mathrm{g}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P = 2{,}1 \times 10^5\,\mathrm{Pa} \\ V = 10 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} \\ M = 4{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}} \\ R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \\ T = 300\,\mathrm{K} \end{cases}$$

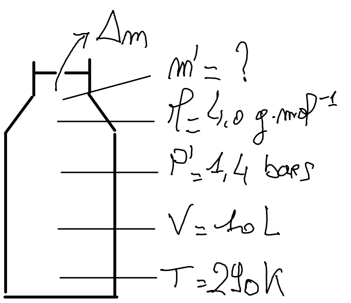
$$n^* = \frac{N}{V} \quad \text{avec} \quad N = n\mathcal{N}_A \quad \text{et} \quad n = \frac{m}{M} \Leftrightarrow \boxed{n^* = \frac{m\mathcal{N}_A}{MV}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 3{,}4\,\mathrm{g} \\ \mathcal{N}_A = 6{,}022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}} \\ M = 4{,}0\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}} \\ V = 10 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{n^* = 5{,}1 \times 10^{25}\,\mathrm{m^{-3}}}$$

2) Température cinétique $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^{*2} = \frac{3}{2}k_BT$ avec $m = \frac{M}{\mathcal{N}_A}$ et $R = \mathcal{N}_A k_B$

$$\Leftrightarrow \boxed{v^* = \frac{3RT}{M}} \Rightarrow \underline{v^* = 1{,}4 \times 10^3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

3)



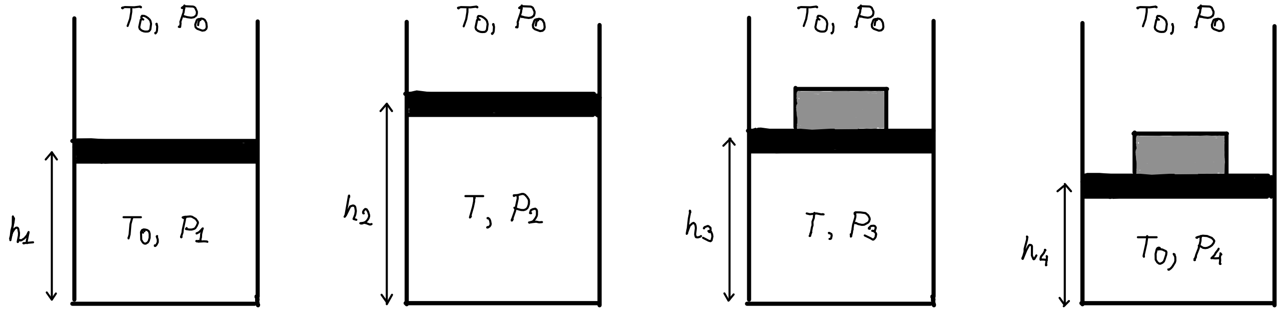
$$\boxed{m' = \frac{P'VM}{RT'}} \Rightarrow \underline{m = 2{,}0\,\mathrm{g}}$$
$$\Delta m = m - m' \Leftrightarrow \underline{\Delta m = 1{,}0\,\mathrm{g}}$$

4) On garde m' et V, on revient à $P'' = P$ et on cherche T'' :

$$\boxed{T'' = \frac{PVM}{m'R} = \frac{P}{P'}T'} \Rightarrow \underline{T'' = 435\,\mathrm{K} = 4{,}4 \times 10^2\,\mathrm{K}}$$

III Gaz parfait dans une enceinte

1) On trace les 4 situations :



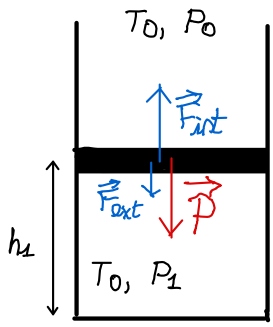
①	②	③	④
Équilibre thermodynamique	Équilibre dynamique	Équilibre dynamique	Équilibre thermodynamique
$P_1 > P_0$	$T > T_0$; $V_2 > V_1$; $P_2 > P_0$	T ; $V_3 < V_2$; $P_3 > P_2$	$T = T_0$; $V_4 < V_1$; $P_4 > P_1$

1 ◇ **Système** : {piston}, référentiel laboratoire supposé galiléen.

◇ **Repère** : cartésien, z vertical ascendant ; **repérage** $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = z\,\overrightarrow{u_z}$.

◇ **BdF** :

$$\begin{cases} \overrightarrow{P} = -mg\,\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = -P_0 S\,\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{F}_{\text{int}} = P_1 S\,\overrightarrow{u_z} \end{cases}$$



◇ **Condition d'équilibre** :

$$\sum_i \overrightarrow{F}_i = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow (P_1 - P_0)S = mg \Leftrightarrow P_1 S = P_0 S + mg \qquad (1)$$

Gaz parfait : $P_1 V_1 = nRT_0$ et $V_1 = h_1 S$ donc $P_1 h_1 S = nRT_0$

$$\Rightarrow h_1 P_1 S = nRT_0 \qquad (1')$$

$$\Leftrightarrow \boxed{h_1 = \frac{nRT_0}{P_0 S + mg}}$$

2 Même système, mêmes forces avec $\overrightarrow{F}_{\text{int}} = P_2 S\,\overrightarrow{u_z}$ et $P_2 h_2 S = nRT$, d'où

$$P_2 S = P_0 S + mg = P_1 S \qquad (2)$$

et

$$h_2 P_1 S = nRT \qquad (2')$$

d'où $\boxed{h_2 = \dfrac{nRT}{P_0 S + mg}}$ et $\boxed{h_2 = h_1 \times \dfrac{T_0}{T}}$ avec (1') et (2')

3 Température inchangée, mais forces extérieures modifiées : on passe de m à $m + M$, la pression intérieure doit compenser ces forces :

$$P_3 S = P_0 S + (m + M)g \qquad (3)$$

et

$$h_3 P_3 S = nRT \qquad (3')$$

d'où

$$\boxed{h_3 = \frac{nRT}{P_0 S + (m + M)g}}$$

avec (3') et (2')

$$\boxed{h_3 = h_2 \frac{P_1}{P_3}} \qquad (3'')$$

♡ **Transformations rapides**

Les équilibres thermiques sont plus lents à atteindre que les équilibres mécaniques : une variation mécanique brusque implique un potentiel équilibre mécanique **avant** l'équilibre thermique.

4 De même :

$$P_4S = P_0S + (m+M)g = P_3S \quad (4)$$

et

$$h_4P_4S = nRT_0 \quad (4')$$

d'où

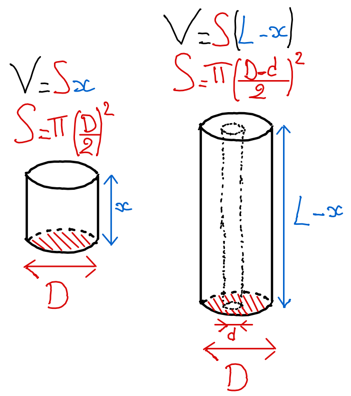
$$\boxed{h_4 = \frac{nRT_0}{P_0S + (m+M)g}}$$

avec (4'), (1') et (3")

$$\boxed{h_4 = \frac{h_1h_3}{h_2}}$$

IV Ressort à gaz

1) On somme le volume de gauche, celui du cylindre de hauteur x et celui du cylindre de longueur $L-x$ qui est occupé par le piston, sans oublier les volumes morts et sachant que $D = 2d$:



$$V(x) = V_0 + x\pi d^2 + (L-x)\left(\pi d^2 - \pi\frac{d^2}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{V(x) = V_0 + \frac{\pi d^2}{4}(x+3L)}$$

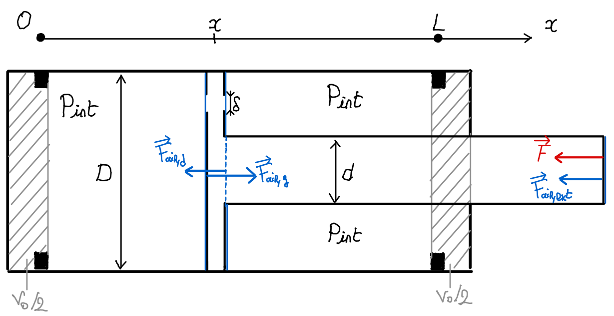
2) On a un gaz parfait :

$$\boxed{P_{\text{int}}(x) = \frac{nRT_0}{V(x)}}$$

3) ◇ **Système** = {piston + tige}

◇ **BdF** :

$$\begin{cases} \overrightarrow{F}_{\text{air,g}} = P_{\text{int}}(x)(\pi d^2)\,\overrightarrow{u_x} \\ \overrightarrow{F}_{\text{air,d}} = -P_{\text{int}}(x)(\pi\frac{d^4}{4})\,\overrightarrow{u_x} \\ \overrightarrow{F}_{\text{air,ext}} = -P_0\pi\frac{d^2}{4}\,\overrightarrow{u_x} \\ \overrightarrow{F} \end{cases}$$



◇ **Condition d'équilibre** : on cherche $\overrightarrow{F'} = -\overrightarrow{F}$, avec

$$\overrightarrow{F}_{\text{air,g}} + \overrightarrow{F}_{\text{air,d}} + \overrightarrow{F}_{\text{air,ext}} + \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}$$

sur $\overrightarrow{u_x}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{F} = \frac{\pi d^2}{4}((4-1)P_{\text{int}}(x) - P_0)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{F} = \frac{\pi d^2}{4}(3P_{\text{int}} - P_0)}$$

V Recherche d'un état final

1) Initialement, $P_{\text{droite}} > P_{\text{gauche}}$, donc la paroi est poussée vers la gauche. Elle suivra ensuite des oscillations amorties.

2) On a :

1) Conservation du volume total : $2V_0 = V_1 + V_2$

2) GP compartiment 1 :

$$P_0V_0 = nRT_0 \quad \text{puis} \quad P_1V_1 = nRT_1 \quad \text{donc} \quad \frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{P_1V_1}{T_1}$$

3) GP compartiment 2 :

$$2P_0V_0 = 2nRT_0 \quad \text{puis} \quad P_2V_2 = 2nRT_2 \quad \text{donc} \quad \frac{2P_0V_0}{T_0} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

4) Équilibre thermique à la fin : $T_1 = T_2$

5) Équilibre mécanique sur la paroi. Avec $\overrightarrow{F} = +k(x_2 - x_0)\,\overrightarrow{u_x}$ la force de rappel du ressort, $x_2 = V_2/S$ et $x_0 = V_0/S$. Avec les forces de pressions, on obtient

$$P_1S - P_2S + k\frac{V_2 - V_0}{S} = 0$$
$$\Leftrightarrow P_2 = P_1 + k\frac{V_2 - V_0}{S^2}$$

Parois diathermanes, calorifugées

◇ Parois **diathermanes** signifie qui **laisse passer la chaleur** ;

◇ Paroi externes calorifugées ⇒ pas de transfert thermique **à l'extérieur** : a priori, $T_1 = T_2 \boxed{\neq} T_0$! On trouvera avec le premier principe que

$$T_1 = T_0 - \frac{k}{6nC_v}\left(\frac{V_2 - V_0}{S}\right)^2 \quad \text{soit} \quad \boxed{T_1 < T_0}$$