

Programme de Colle PSI

Semaine 17 : du 29 janvier au 2 février

Tout exercice sur cordes vibrantes, ondes dans les coaxiaux, ondes acoustiques et ondes électromagnétiques. A partir de mercredi, des exercices autour des milieux dispersifs/atténuants deviennent possibles.

6.1.2. Ondes sonores dans les fluides	
Approximation acoustique.	Classer les ondes sonores par domaines fréquentiels. Justifier les hypothèses de l'approximation acoustique par des ordres de grandeur. Écrire les équations locales linéarisées : conservation de la masse, équation thermodynamique, équation de la dynamique.
Équation de d'Alembert pour la surpression.	Établir l'équation de propagation de la surpression formulée avec l'opérateur laplacien.
Célérité.	Exprimer la célérité en fonction de la température pour un gaz parfait. Citer les ordres de grandeur de la célérité pour l'air et pour l'eau.
Densité volumique d'énergie sonore, vecteur densité de courant énergétique.	Utiliser les expressions admises du vecteur densité de courant énergétique et de la densité volumique d'énergie associés à la propagation de l'onde.
Intensité sonore, niveau d'intensité sonore.	Définir l'intensité sonore et le niveau d'intensité sonore. Citer quelques ordres de grandeur de niveaux d'intensité sonore.
Ondes planes progressives harmoniques. Onde longitudinale.	Décrire le caractère longitudinal de l'onde sonore. Discuter de la validité du modèle de l'onde plane en relation avec le phénomène de diffraction. Utiliser le principe de superposition des ondes planes progressives harmoniques.
Impédance acoustique.	Établir et utiliser l'impédance acoustique définie comme le rapport de la surpression sur le débit volumique ou comme le rapport de la surpression sur la vitesse.
Onde sonore sphérique harmonique divergente.	Commenter l'expression fournie de la surpression générée par une sphère pulsante : atténuation géométrique, structure locale.
Effet Doppler.	Mettre en œuvre une détection synchrone pour mesurer une vitesse par décalage Doppler.

6.1.3. Bilan de Poynting de l'énergie électromagnétique dans un milieu quelconque	
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting. Équation locale de Poynting.	Identifier les différents termes de l'équation locale de Poynting. Exprimer la puissance rayonnée à travers une surface à l'aide du vecteur de Poynting.
6.1.4. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Propagation des vecteurs champs électrique et magnétique dans une région sans charge ni courant.	Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. Établir les équations de propagation.
Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Utiliser la notation complexe. Établir la relation entre le vecteur champ électrique, le vecteur champ magnétique et le vecteur d'onde. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Associer le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire). Utiliser le principe de superposition d'ondes planes progressives harmoniques.
Polarisation rectiligne.	Identifier l'expression d'une onde électromagnétique plane progressive polarisée rectilignement. Utiliser des polariseurs et étudier quantitativement la loi de Malus.

La partie « **Phénomènes de propagation linéaires : absorption et dispersion** » est consacrée aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques unidimensionnelles lorsque l'équation de propagation est linéaire mais n'est pas une équation de d'Alembert. On évoque ensuite la théorie de Fourier pour justifier qu'une onde quelconque limitée dans le temps est la superposition d'ondes harmoniques : on définit ainsi la notion de paquet d'onde. Pour finir, on applique les notions nouvellement introduites sur la dispersion à la propagation des ondes dans les milieux conducteurs et les plasmas. L'étude de la propagation des ondes dans un plasma dilué est exclusivement limitée aux ondes transverses électriques ; le professeur est invité à signaler, sans soucis d'exhaustivité, quelques limites du modèle.

2.2.4. Ondes thermiques	
Relation de dispersion.	Établir la relation de dispersion des ondes thermiques en géométrie unidirectionnelle.
Effet de peau thermique.	Mettre en évidence le déphasage lié à la propagation. Établir une distance caractéristique d'atténuation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6.2. Phénomènes de propagation linéaires : absorption et dispersion	
6.2.1. Relation de dispersion	
Propagation unidimensionnelle d'une onde harmonique dans un milieu linéaire.	Identifier le caractère linéaire d'une équation aux dérivées partielles. Établir la relation de dispersion. Relier, pour un signal proportionnel à $\exp(j(\omega t - \underline{k}x))$, la partie réelle de \underline{k} à la vitesse de phase et la partie imaginaire de \underline{k} à une dépendance spatiale de l'amplitude.
6.2.2. Paquet d'ondes	
Superposition de deux ondes de fréquences proches dans un milieu non absorbant et dispersif.	Déterminer la vitesse de groupe. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, simuler la propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif et visualiser le phénomène d'étalement.
Domaine spectral d'un paquet d'onde de durée finie.	Énoncer et exploiter la relation entre les ordres de grandeur de la durée temporelle d'un paquet d'onde et la largeur fréquentielle de son spectre.

I Questions de cours à choisir parmi celles-ci

Ondes sonores

- Définir l'impédance acoustique et déterminer son expression.
- Proposer une forme d'onde sphérique harmonique. Montrer qu'une telle onde est bien solution de l'équation de d'Alembert. Le colleur rappellera l'expression du laplacien en sphérique.

A partir de l'équation de conservation de l'énergie acoustique, montrer qu'il y a conservation du flux du vecteur de Poynting en régime stationnaire entre deux sphères de rayon R_1 et R_2 . Expliquer que la forme de l'onde sphérique est effectivement compatible avec cette conservation du flux.

- Déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en vitesse particulière et en pression à l'interface entre deux fluides d'impédances Z_1 et Z_2 . A quelle(s) condition(s) a-t-on adaptation d'impédance ?
- Définir le coefficient de réflexion et de transmission en puissance. Les exprimer en fonction des coefficients de réflexion et de transmission en vitesse ainsi que des impédances Z_1 et Z_2 .

Ondes électromagnétiques dans le vide

- Définir le vecteur de Poynting et donner son expression en fonction des champs électrique et magnétique.

Donner l'expression de la puissance volumique cédée par le champs électromagnétique aux charges.

Donner l'expression de l'énergie volumique du champ électromagnétique en fonction des champs électrique et magnétique.

Démontrer par un bilan l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique.

2. A partir des équations de Maxwell, déterminer l'équation de propagation du champ électrique (ou magnétique au choix du colleur).
3. Pourquoi restreindre l'étude à des OPPH n'est pas restrictif. Comment s'y prendre pour étudier la propagation d'une perturbation quelconque (seule l'idée de la démarche est attendue).

Montrer que les OPPH sont telles que :

- elles sont solutions de l'équation de d'Alembert si elles respectent la relation de dispersion ;
- elles sont transverses et $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forme un trièdre direct.

4. Réflexion d'une OEM polarisée rectilignement sur un conducteur parfait en incidence normale. En particulier, on précisera en le justifiant :

- les conséquences d'un conducteur parfait ;
- l'expression des champs électrique et magnétique incident ;
- l'expression des champs électrique et magnétique réfléchi ;
- l'expression de la densité surfacique de charge et de courant en surface du conducteur ;
- les valeurs moyenne du vecteur de Poynting pour l'onde incidente et réfléchie. Que dire du vecteur de Poynting de l'onde totale résultante ?

Rappel au colleur : les relations de passage sur E et B doivent être rappelées aux étudiants. Elles ne constituent pas une connaissance exigible.

Ondes thermiques, introduction aux milieux dispersifs

1. Considérons un problème unidimensionnel selon x tel que

$$T(x=0, t) = T_0 + \theta_m \cos(\omega t)$$

Déterminer, en justifiant les étapes, le champ de température $T(x, t)$. On rappelle l'expression de l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Expliquer alors :

- A quelle profondeur faut-il enterrer un réseau géothermique pour optimiser le fonctionnement d'une PAC ?
- A quelle profondeur faut-il enterrer une cave afin que la température y reste quasiment constante tout au long de l'année (on souhaite des écarts inférieurs à 1 °C de la moyenne) ?

On donne

matériau	c (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	ρ (kg.m ⁻³)	λ (W.K ⁻¹ .m ⁻¹)
terre	9.10^2	2.10^3	0,8
terre+paille	3.10^2	4.10^2	0,1

2. Généralisation de l'étude des milieux dispersifs et/ou atténuants. Déterminer la relation de dispersion associée à l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

En déduire l'expression de \underline{k} complexe en fonction d'une longueur δ que l'on explicitera. Obtenir la forme réelle d'une solution harmonique et commenter son expression. On fera apparaître δ et la vitesse de phase v_φ dont on aura préalablement explicité l'expression.

3. Qu'est-ce qu'on paquet d'onde ? Faire le lien qualitatif entre son extension temporelle Δt et son extension spectrale Δf .

Dans le cas de la superposition de deux OPPH de même amplitude et de pulsations voisines ω_1 et ω_2 (vecteurs d'onde associés k_1 et k_2) en propagation dans un milieu supposé dispersif mais non atténuant, déterminer l'expression de l'onde résultante et tracer cette onde. Vous montrerez qu'on fait alors naturellement apparaître une vitesse de phase et une vitesse dite de groupe dont vous donnerez l'expression et explicitez le sens.

4. En généralisant, quelle est l'expression mathématique de la vitesse de groupe ? Calculer la vitesse de phase ainsi que la vitesse de groupe dans le cas de la relation de dispersion de Klein-Gordon dans le cas $\omega > \omega_p$:

$$k = \pm \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}$$

Programme spécifique 5/2

Toute la partie machine synchrone et MCC en exercices. Uniquement la partie MCC pour les questions de cours.

Questions de cours possibles :

Machines à courant continu

1. Donner la constitution générale d'une machine à courant continu. Présenter l'allure du champ magnétique créé par le stator et son bobinage.

En déduire, par analogie avec la machine synchrone, l'allure que doit prendre le champ magnétique créé par le rotor (dans le cas moteur et génératrice).

Donner, sans démonstration, le lien entre le couple électromagnétique et le courant d'induit I . On précisera les conventions d'orientation retenues pour le courant d'induit et la vitesse angulaire et on vérifiera la cohérence d'ensemble en s'assurant que si de la puissance électrique est effectivement reçue alors de la puissance mécanique est effectivement cédée (et réciproquement).
2. Expliquer comment est créé le champ magnétique rotorique. On explicitera qualitativement la nécessité du système balais/collecteur.
3. Proposer une modélisation électrique pour l'inducteur et l'induit. Donner l'expression de la force contre électromotrice en précisant la convention d'orientation pour le courant d'induit et la vitesse angulaire.
4. Pour une MCC en fonctionnement moteur et en régime permanent, déterminer les équations électrique et mécanique qui régissent son fonctionnement. En déduire le couple électromagnétique et la vitesse angulaire en fonction, entre autre de la tension d'alimentation et du couple de charge.
5. Pour une MCC en fonctionnement génératrice et en régime permanent, déterminer les équations électrique et mécanique qui régissent son fonctionnement. En déduire l'intensité débitée et la vitesse angulaire en fonction, entre autre du couple moteur et de la résistance de charge (on se limite à une charge électrique purement résistive).
6. On suppose une MCC en moteur, initialement arrêtée et soumise à un échelon de tension en $t = 0$. En déduire l'expression du régime transitoire de la vitesse angulaire du moteur sous l'hypothèse où l'autoinductance est négligée. Donner l'expression du courant appelé.