

Correction du TD

Données

Pour un système fermé, de température T , de pression P et de volume V subissant une transformation entre deux états d'équilibre (i) et (f), la variation d'entropie est :

◇ pour un gaz parfait,

$$\Delta S = C_V \ln \frac{P_f}{P_i} + C_P \ln \frac{V_f}{V_i} \quad \text{ou} \quad \Delta S = C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} \quad \text{ou} \quad \Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}$$

◇ pour une phase condensée,

$$\Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_i}$$

I Méthode des mélanges dans un calorimètre

Un calorimètre de capacité thermique $C = 150 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ contient initialement une masse $m_1 = 200 \text{ g}$ d'eau à $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$, en équilibre thermique avec le calorimètre. On plonge dans l'eau un bloc de fer de masse $m_2 = 100 \text{ g}$ initialement à la température $\theta_2 = 80,0^\circ\text{C}$.

Données

$c_{\text{Fe}} = 452 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $c_{\text{eau}} = 4185 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

- 1) Calculer la température d'équilibre T_f .

_____ Réponse _____
solu

_____ ◇ _____

- 2) Calculer la variation d'entropie de l'eau, du fer et du calorimètre.

_____ Réponse _____
solu

_____ ◇ _____

- 3) En déduire l'entropie créée au cours de la transformation. Celle-ci est-elle réversible ?

_____ Réponse _____
solu

_____ ◇ _____

II Équilibre d'une enceinte à deux compartiments

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

- 1) Exprimer les quantités de matière n_1, n_2 dans chaque compartiment en fonction de $n_0 = P_0 V_0 / RT_0$.

_____ Réponse _____
solu

_____ ◇ _____

- 2) Exprimer la température, le volume et la pression du gaz de chaque compartiment dans l'état final, en fonction de n_0, T_0 et V_0 .

_____ Réponse _____
solu

_____ ◇ _____

- 3) Exprimer l'entropie créée en fonction de n_0 .

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

III Effet JOULE

Considérons une masse $m = 100 \text{ g}$ d'eau, dans laquelle plonge un conducteur de résistance $R = 20 \Omega$. L'ensemble forme un système Σ , de température initiale $T_0 = 20^\circ\text{C}$. On impose au travers de la résistance un courant $I = 1 \text{ A}$ pendant une durée $\tau = 10 \text{ s}$. L'énergie électrique dissipée dans la résistance peut être traitée du point de vue de la thermodynamique comme un transfert thermique Q_{elec} reçu par Σ .

Données

- ◇ Capacité thermique de la résistance : $C_R = 8 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
 ◇ Capacité thermique massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

- 1) La température de l'ensemble est maintenue constante. Quelle est la variation d'entropie du système ? Quelle est l'entropie créée ?

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

- 2) Commenter le signe de l'entropie créée. Que peut-on en déduire à propos du signe d'une résistance ?

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

- 3) Le même courant passe dans le même conducteur pendant la même durée, mais cette fois Σ est isolé thermiquement. Calculer sa variation d'entropie et l'entropie créée.

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

IV Effet JOULE

On raisonne sur une quantité de matière $n = 1 \text{ mol}$ de gaz parfait qui subit la succession de transformations (idéalisées) suivantes :

- ◇ **AB** : détente isotherme de $P_A = 2 \text{ bar}$ et $T_A = 300 \text{ K}$, jusqu'à $P_B = 1 \text{ bar}$ en restant en contact avec un thermostat de température $T_0 = T_A$;
 ◇ **BC** : évolution isobare jusqu'à $V_C = 20,5 \text{ L}$, toujours en restant en contact avec le thermostat à T_0 ;
 ◇ **CA** : compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A.

On suppose le gaz diatomique.

- 1) Quel est le coefficient adiabatique ? Représenter ce cycle en diagramme de WATT (P, V).

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

- 2) À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

- 3) Déterminer l'entropie créée entre A et B. Commenter.

_____ **Réponse** _____
 solu
 _____ ◇ _____

- 4) Calculer la température en C, le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée. Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

_____ Réponse _____

solu



V Corps en contact avec n thermostats quasi-statiques

Un métal de capacité thermique C_p passe de la température initiale T_0 à la température finale $T_f = T_N$ par contacts successifs avec une suite N thermostats de températures T_i étagées entre T_0 et T_f . On prendra le rapport $T_{i+1}/T_i = \alpha$ constant.

- 1) Exprimer pour chaque étape la variation d'entropie du corps ΔS en fonction de m, c et α .

_____ Réponse _____

solu



- 2) Calculer le transfert thermique reçu par le métal sur une étape en fonction de T_{i+1} et T_i , puis l'entropie échangée S_{ech} en fonction de m, c et α .

_____ Réponse _____

solu



- 3) Calculer la variation d'entropie du corps ΔS , l'entropie échangée S_{ech} ainsi que l'entropie créée S_c sur l'ensemble en fonction de C_p, α et N .

_____ Réponse _____

solu



- 4) Étudier S_{cr} pour $N \rightarrow \infty$. On exprimera α en fonction de T_f, T_i et N , et on utilisera le développement limité $\exp(x) = 1 + x + x^2/2$ pour x petit devant 1. Conclure.

_____ Réponse _____

solu



VI Masse posée sur un piston

Considérons une enceinte hermétique, diatherme, fermée par un piston de masse négligeable pouvant coulisser sans frottements. Cette enceinte contient un gaz supposé parfait. Elle est placée dans l'air, à température T_0 et pression P_0 .

- 1) On place une masse m sur le piston. Déterminer les caractéristiques du gaz une fois les équilibres thermique et mécanique atteints.

_____ Réponse _____

solu



- 2) Déterminer le transfert thermique échangé Q et l'entropie créée.

_____ Réponse _____

solu



- 3) On réalise la même expérience, mais en N étapes successives, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ». Déterminer l'entropie créée dans la limite $N \rightarrow \infty$.

_____ Réponse _____

solu

