TP 14

1) $$|\underline{H}(x)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)}}$$

$$|\underline{H}(x)| \underset{x\to 0}{\sim} \frac{|H_0|}{Q/x} = \frac{x\,|H_0|}{Q}$$ avec $|H_0| = 1$

Or $G_{dB} = 20\log(|\underline{H}(x)|)$

Donc $G_{dB}(x) \underset{x\to 0}{\sim} 20\log x - 20\log Q$

De même,

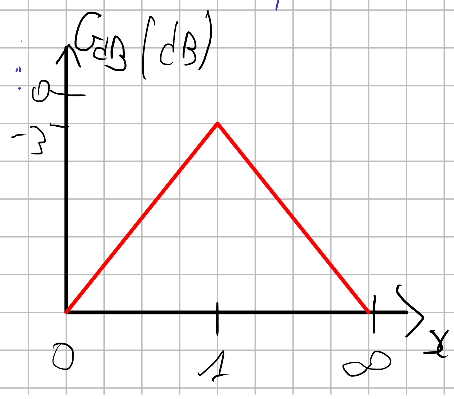
$$|\underline{H}(x)| \underset{x\to\infty}{\sim} \frac{|H_0|}{Qx}$$

Donc $G_{dB}(x) \underset{x\to\infty}{\sim} -20\log x - 20\log Q$

De plus, $G_{dB}(x=1) = 20\log\left(\frac{|H_0|}{\sqrt{2}}\right)$

Donc $G_{dB}(x=1) = -3\,dB$

Le filtre obtenu est donc un passe-bande, étant donné les asymptotes :



2) $|\underline{H}(\omega)|$ max pour $1 + Q^2\left(x_n - \frac{1}{x_n}\right)$ min

donc $Q\left(x_n - \frac{1}{x_n}\right) = 0 \Leftrightarrow x_n = 1$

soit $\omega_n = \omega_0$

$$|\underline{H}(x)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = \pm\frac{1}{Q}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \mp \frac{x}{Q} - 1 = 0$$

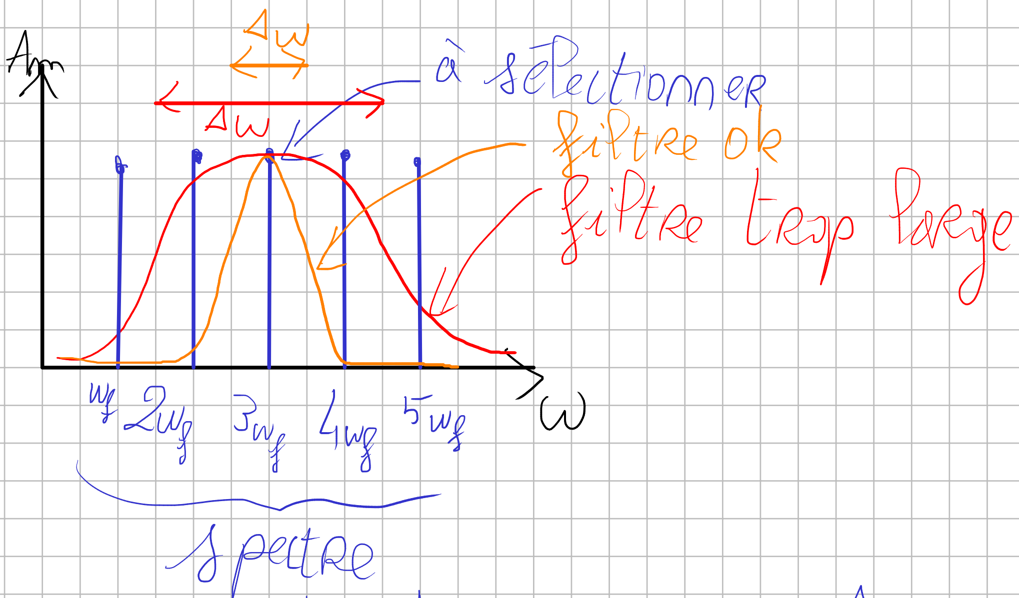
Δ discriminant : $\Delta = \frac{x^2}{Q^2} + 4 = \frac{1}{Q^2}\left(x^2 + 4Q^2\right)$

$$x_{\pm,\pm} = \frac{\pm 1/Q \pm 1/Q\sqrt{x^2 + 4Q^2}}{2}$$

En gardant les sol° positives,

$\Delta x = \frac{1}{Q} \Leftrightarrow \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$

3) Pour sélectionner $3\omega_f$, il faut que $\omega_0 = 3\omega_f$, mais aussi que le filtre soit suffisamment fin pour que les pulsa° $2\omega_f$ et $4\omega_f$ soient atténuées. En représenta° spectrale,



On cherche donc à avoir $\Delta\omega < \omega_f$

Soit $\frac{1}{RC} < \frac{1}{3}\omega_0$

$\Leftrightarrow \cancel{\frac{1}{RC}} < \frac{1}{3}\sqrt{\frac{\alpha+1}{2\alpha}} \cdot \cancel{\frac{1}{RC}}$

$\Leftrightarrow 3^2 < \left(\sqrt{\frac{\alpha+1}{2\alpha}}\right)^2$

$\Leftrightarrow 9 < \frac{\alpha+1}{2\alpha}$

$\Leftrightarrow 18\alpha < \alpha+1$

$\Leftrightarrow 17\alpha < 1$

$\Leftrightarrow \alpha < \frac{1}{17}$

Il faut donc avoir α petit pour avoir Q grand et sélectionner précisément des fréquences.

4) On a

$$G_{dB}(x) \underset{x\to 0}{\sim} +20\log(x) - 20\log(Q)$$

et

$$G_{dB}(x) \underset{x\to \infty}{\sim} -20\log(x) - 20\log(Q)$$

Donc $G_{dB}(x\to 0) = G_{dB}(x\to\infty)$

$$\Leftrightarrow +20\log(x) - 20\cancel{\log}(Q)$$

$$= -20\log(x) - 20\cancel{\log}(Q)$$

$$\Leftrightarrow \log(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$\boxed{\text{En réalité, les asymptotes se croisent toujours en } x = 1}$$

Ainsi, il faut calculer $\begin{cases} \omega_{0,\alpha=1} \\ f_{0,\alpha=1} \end{cases}$ et $\begin{cases} \omega_{0,\alpha=10^{-2}} \\ f_{0,\alpha=10^{-2}} \end{cases}$ puis $G_{dB}(\omega_0)$

On obtient $f_{0,\alpha=10^{-2}} = 11,4\ kHz$, $G_{dB,10^{-2}} = -17\ dB$

$f_{0,\alpha=1} = 1,6\ kHz$, $G_{dB,1} = 0\ dB$

5) $\alpha R = 1\ k\Omega$

6) On observe $f_{0,exp} = (11,3 \pm 0,01)\ kHz$ avec $\alpha = 10^{-2}$

On a bien une amplitude de sortie nulle pour des basses fréquences et pour les hautes fréquences : le filtre est bien passe-bande.

7) Voir corrigé.

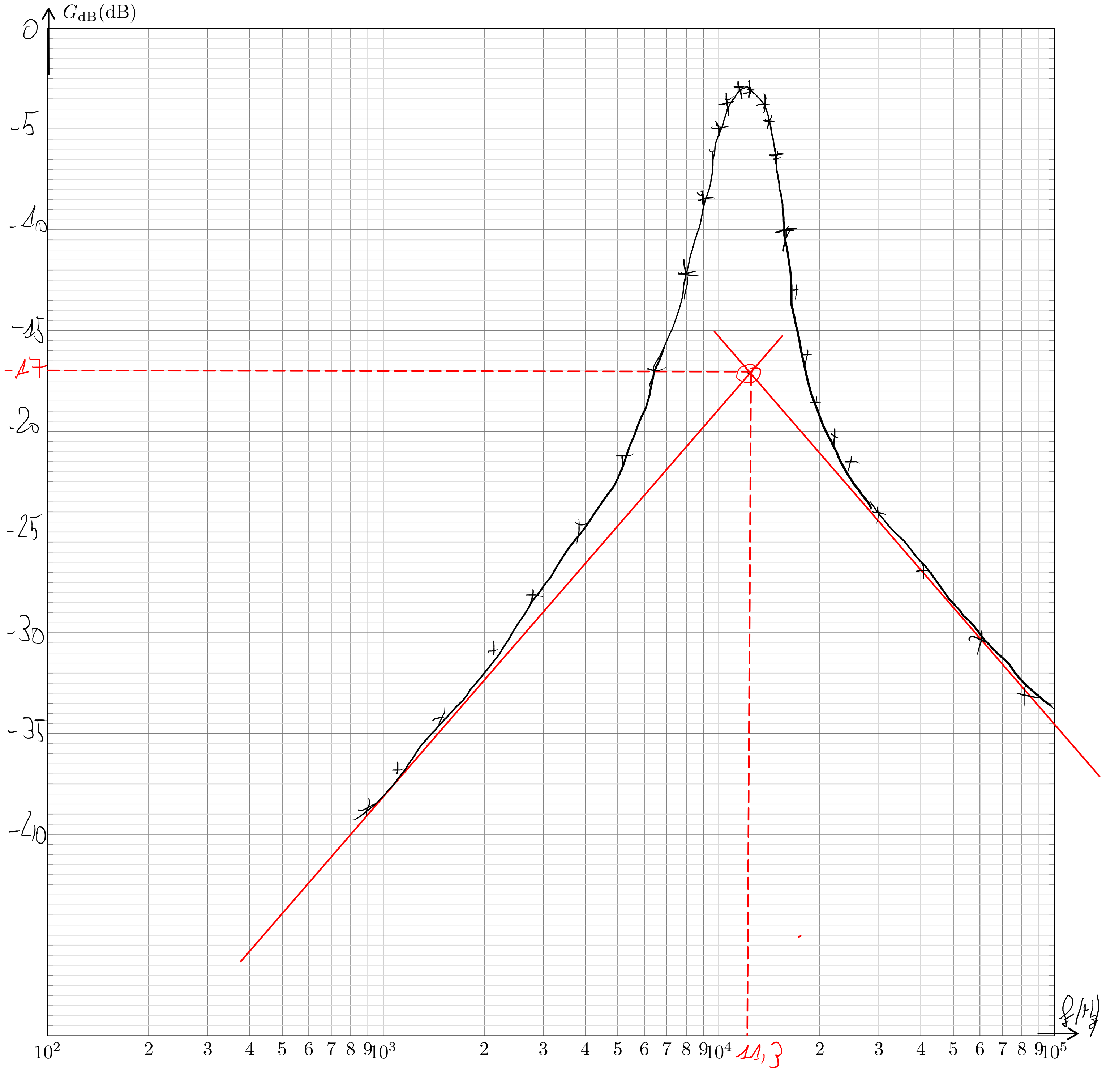
8) On <u>observe</u> $f_{q_{exp}} = (1,5 \pm 0,1)$ kHz avec $\alpha = 1$

9) Cf page suivante pour $\alpha = 10^{-2}$

10) Les fréquences de résonance sont différentes, et la forme de la courbe varie : la bande passante est la même, $\Delta\omega = \frac{1}{RC}$, mais avec l'échelle log $\alpha = 10^{-2}$ semble + piquée.

Pour changer Q sans changer ω_0, il faut faire varier C dans le même sens que Q :

$$\omega_0 = \frac{Q}{RC} \; ; \quad \omega_0 \text{ cte} \Rightarrow \begin{cases} Q \nearrow \text{ et } C \nearrow \\ Q \searrow \text{ et } C \searrow \end{cases}$$



$G_{\mathrm{dB}}(\mathrm{dB})$
0
-5
-10
-15
-17
-20
-25
-30
-35
-40
10^2 2 3 4 5 6 7 8 9 10^3 2 3 4 5 6 7 8 9 10^4 2 3 4 5 6 7 8 9 10^5
11,3