### IV/C Filtres moyenneurs, dérivateurs et intégrateurs

Pour un même filtre, le traitement qu'il réalise dépend du signal d'entrée et de ses composantes : un passe-bas utilisé sur un signal avec de très basses fréquences ne le modifie pas, alors qu'utilisé sur un signal composé de très hautes fréquences, il n'en garde que la moyenne. On distingue alors 3 effets selon les conditions d'utilisations :

**Définition 7.9 : Effets des filtres**

Un filtre peut, **selon la plage de fréquences du signal d'entrée**, se comporter avec les effets suivants :

- **Moyenneur** :

- **Intégrateur** :

  [5]

- **Dérivateur** :

## V Exemples de filtres d'ordre 1

### V/A RC sur C : passe-bas

#### V/A) 1 Schéma

**Figure 7.14** – RC sur C.

5. On se rappelle du TP7.

### V/A) 2 Prévision comportement

On peut détecter dès cette écriture la nature du filtre en prévoyant son comportement à hautes et basses fréquences, grâce aux comportements limites des impédances utilisées :

Basses fréquences

**FIGURE 7.15** – RC sur C en BF

On en déduit :

Hautes fréquences

**FIGURE 7.16** – RC sur C en HF

On en déduit :

### V/A) 3 Fonction de transfert, généralisation

On a trouvé la fonction de transfert plus tôt. On généralise :

**Important 7.2 : Généralisation passe-bas ordre 1**

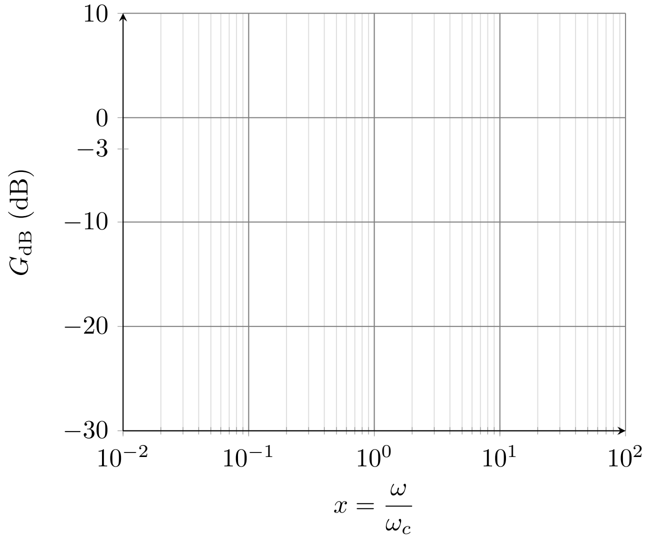
La forme canonique d'un filtre passe-bas du premier ordre est

### V/A) 4 Diagramme de BODE

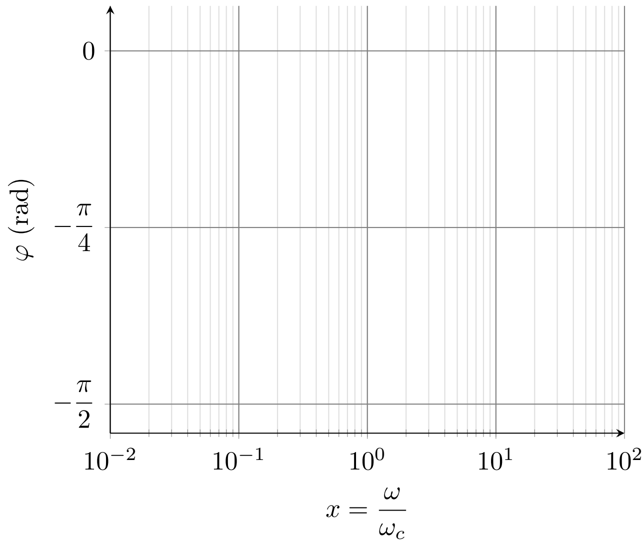
On rappelle les diagrammes de BODE, avec :

**TABLEAU 7.1** – Étude RC sur C.

| | $\forall x$ | $x \to 0$ | $x \to \infty$ |
|---|---|---|---|
| $\underline{H} = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$ | | | |
| $G_{\text{dB}} = 20\log\lvert\underline{H}\rvert$ | | | |
| $\Delta\varphi_{s/e} = \arg(\underline{H})$ | | | |




**(a)** Gain




**(b)** Phase

**FIGURE 7.17** – Diagramme de BODE du filtre RC sur C.

V/A) 5 Comportement intégrateur à HF

En hautes fréquences, la fonction de transfert est celle d'un intégrateur :

Par exemple, sur un signal créneau, on obtient la figure suivante :

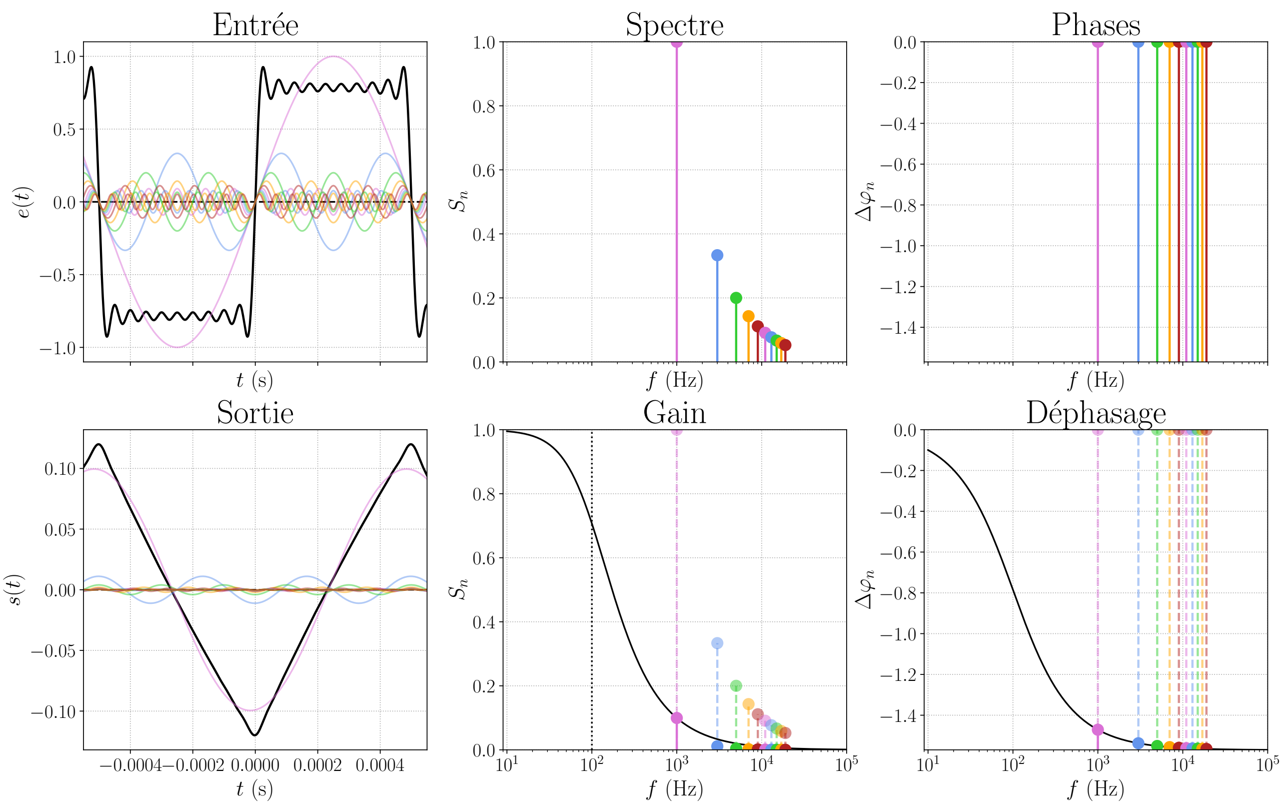



**FIGURE 7.18** – Filtrage d'un signal créneau de $f_e = 1\,\text{kHz}$ par un passe-bas de $f_c = 100\,\text{Hz}$.

## V/B RC sur R : passe-haut

### V/B) 1 Schéma

**Figure 7.19** – RC sur R.

### V/B) 2 Prévision comportement

On peut détecter dès cette écriture la nature du filtre en prévoyant son comportement à hautes et basses fréquences, grâce aux comportements limites des impédances utilisées :

Basses fréquences

**Figure 7.20** – RC sur R en BF

On en déduit :

Hautes fréquences

**Figure 7.21** – RC sur R en HF

On en déduit :

C'est donc bien un **passe-haut**.

### V/B) 3 Fonction de transfert, généralisation

Pour trouver la fonction de transfert, on transforme le circuit en complexes et on applique un pont diviseur de tension :

Pont diviseur :

**Figure 7.22** – RC en complexes.

**Important 7.3 : Généralisation passe-haut ordre 1**

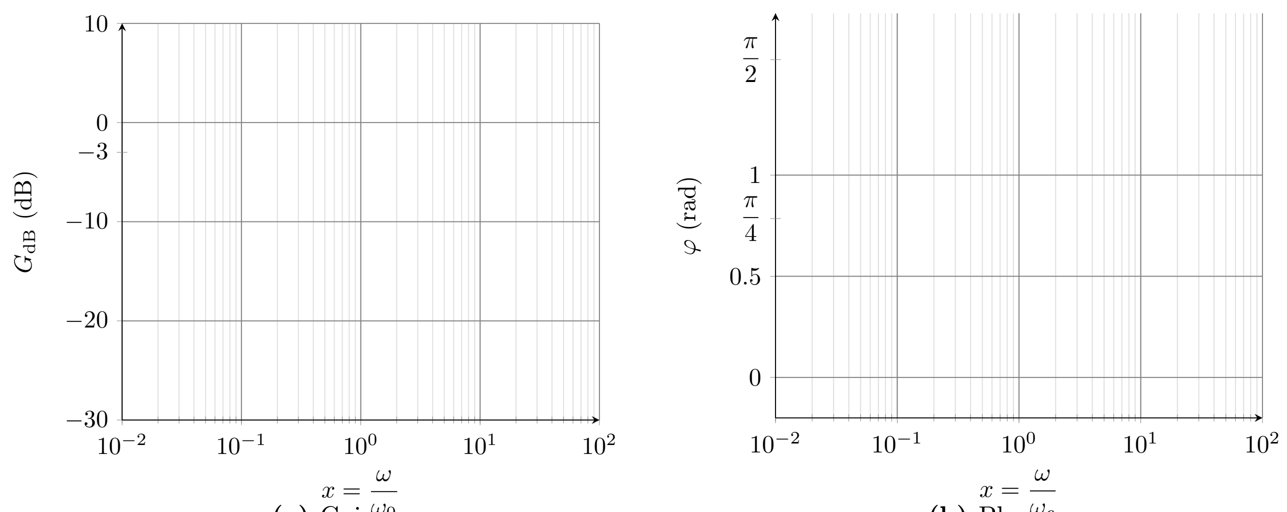
La forme canonique d'un filtre passe-haut du premier ordre est

### V/B) 4 Diagramme de Bode

On trace les diagrammes de Bode, avec :

**Tableau 7.2** – Étude RC sur R.

| | $\forall x$ | $x \to 0$ | $x \to \infty$ |
|---|---|---|---|
| $\underline{H} = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$ | | | |
| $G_{\text{dB}} = 20 \log \lvert \underline{H} \rvert$ | | | |
| $\Delta\varphi_{s/e} = \arg(\underline{H})$ | | | |




**(a)** Gain **(b)** Phase

**Figure 7.23** – Diagramme de Bode du filtre RC sur R.

#### V/B) 5 Comportement dérivateur à BF

En basses fréquences, la fonction de transfert est celle d'un dérivateur :

Par exemple, sur un signal triangle, on obtient la figure suivante : C'est bien un dérivateur.

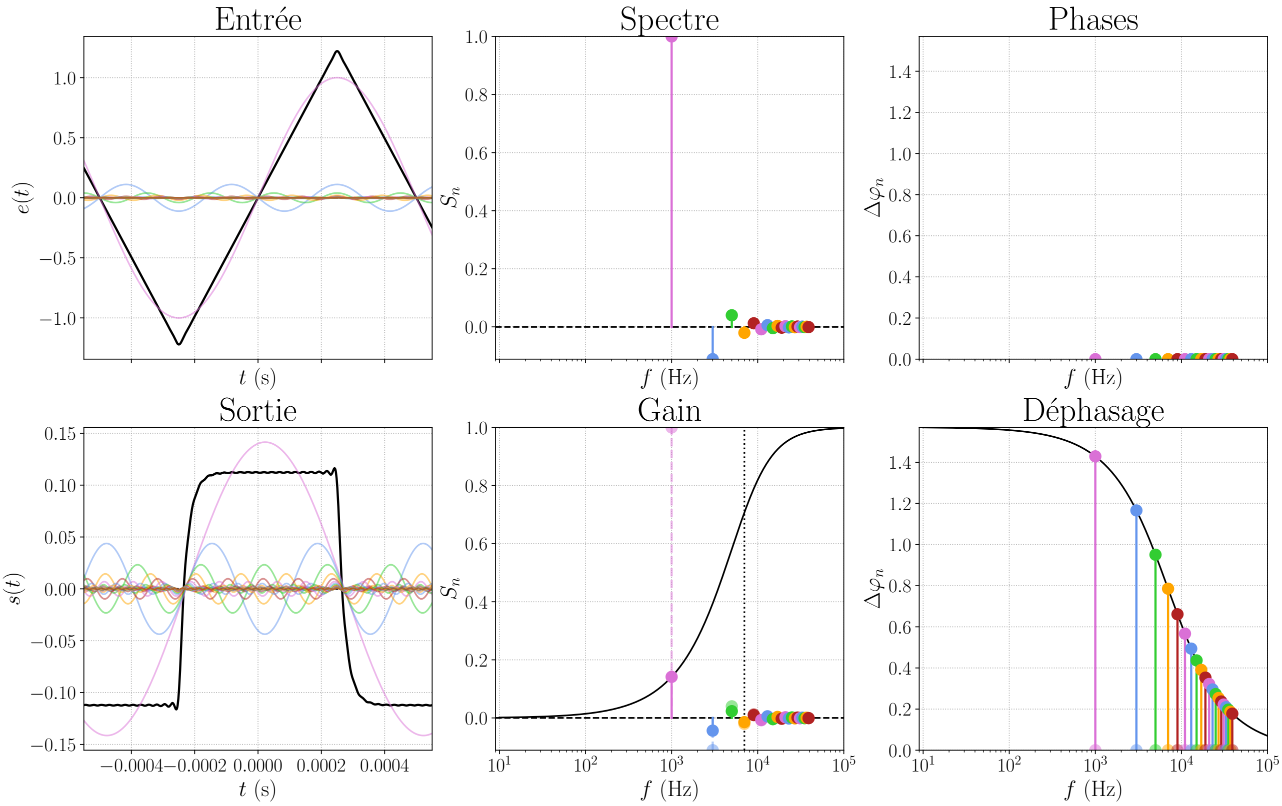



**FIGURE 7.24** – Filtrage d'un signal triangle de $f_e = 1\,\text{kHz}$ par un passe-haut de $f_c = 7000\,\text{Hz}$.

# VI Exemples de filtres d'ordre 2

## VI/A RLC sur C : passe-bas ordre 2

#### VI/A) 1 Schéma

**FIGURE 7.25** – RLC sur C.

### VI/A) 2 Prévision comportement

On peut détecter dès cette écriture la nature du filtre en prévoyant son comportement à hautes et basses fréquences, grâce aux comportements limites des impédances utilisées :

Basses fréquences

**Figure 7.26** – RLC sur C en BF

On en déduit :

Hautes fréquences

**Figure 7.27** – RLC sur C en HF

On en déduit :

C'est donc bien un **passe-bas**.

### VI/A) 3 Fonction de transfert, généralisation

Pour trouver la fonction de transfert, on transforme le circuit en complexes et on applique un pont diviseur de tension :

Pont diviseur :

**Figure 7.28** – RLC en complexes.

**Important 7.4 : Généralisation passe-bas ordre 2**

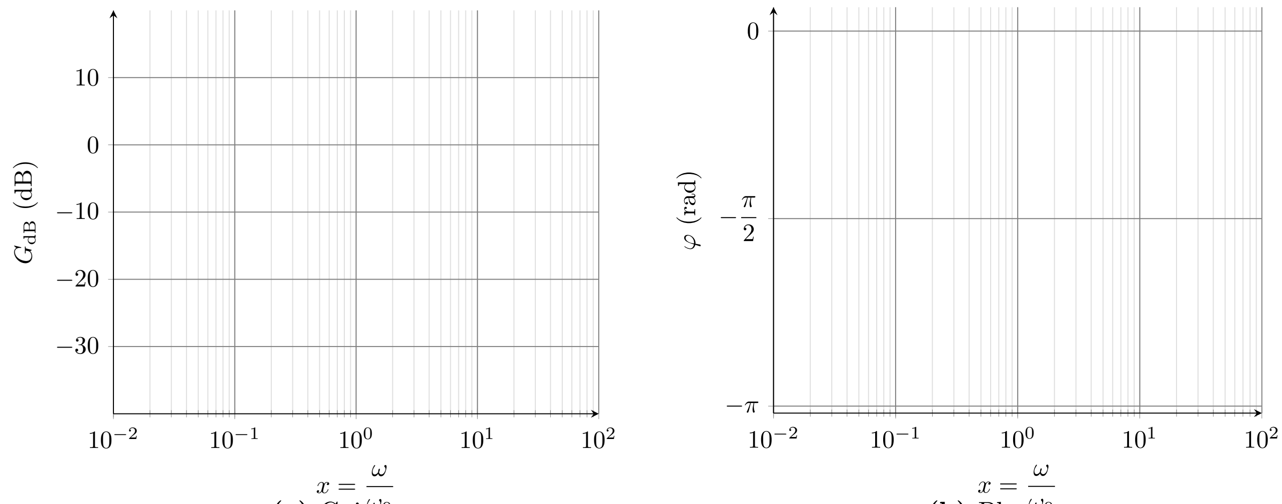
La forme canonique d'un filtre passe-bas du second ordre est

### VI/A) 4 Diagramme de Bode

On trace les diagrammes de Bode, avec :

**Tableau 7.3** – Étude RLC sur C.

| | $\forall x$ | $x \to 0$ | $x \to \infty$ |
|---|---|---|---|
| $\underline{H} = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$ | | | |
| $G_{\text{dB}} = 20 \log \lvert \underline{H} \rvert$ | | | |
| $\tan(\arg(\underline{H}))$ | | | |
| $\Delta\varphi_{s/e} = \arg(\underline{H})$ | | | |




**(a)** Gain **(b)** Phase

**Figure 7.29** – Diagramme de Bode du filtre RLC sur C.

On observe donc une pente de **−40 dB/décade** en atténuation à grandes fréquences : ce filtre sera meilleur en moyenneur.

## VI/B RLC sur R : passe-bande

### VI/B) 1 Schéma

**Figure 7.30** – RLC sur R.

### VI/B) 2 Prévision comportement

On peut détecter dès cette écriture la nature du filtre en prévoyant son comportement à hautes et basses fréquences, grâce aux comportements limites des impédances utilisées :

Basses fréquences

**Figure 7.31** – RLC sur R en BF

On en déduit :

Hautes fréquences

**Figure 7.32** – RLC sur R en HF

On en déduit :

C'est donc bien un **passe-bande**.

### VI/B) 3 Fonction de transfert, généralisation

Pour trouver la fonction de transfert, on transforme le circuit en complexes et on applique un pont diviseur de tension :

Pont diviseur :

**Figure 7.33** – RLC en complexes.

**Important 7.5 : Généralisation passe-bande ordre 2**

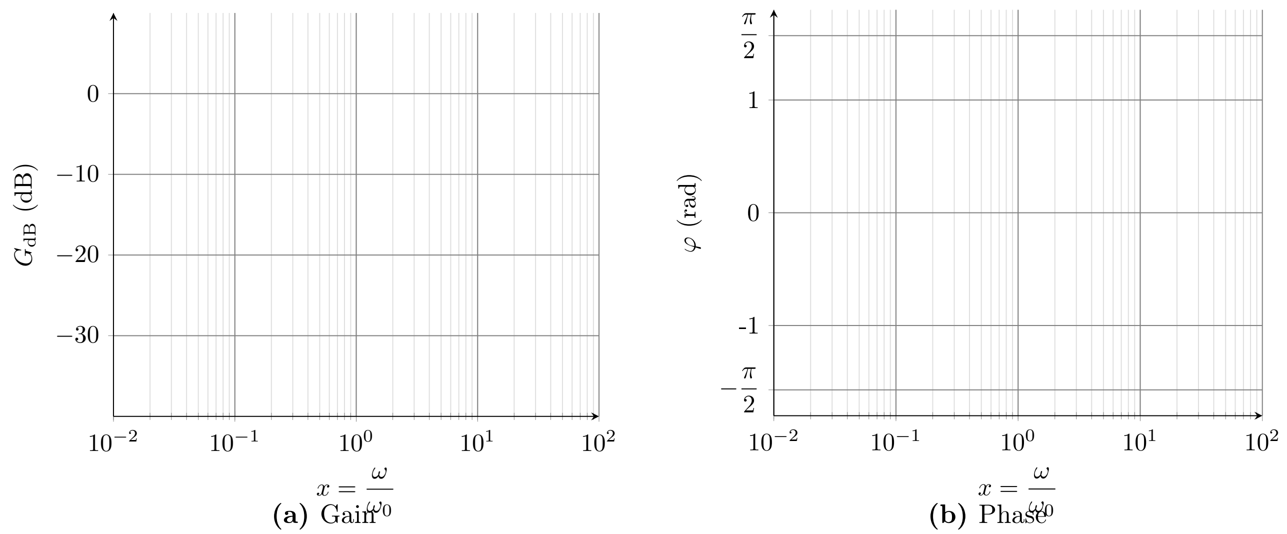
La forme canonique d'un filtre passe-bande du second ordre est

### VI/B) 4 Diagramme de Bode

On trace les diagrammes de Bode, avec les informations du Tableau 7.4. On observe, sur la Figure 7.34a, une pente de **20 dB/décade** en atténuation à basses fréquences, et **−20 dB/décade** à hautes fréquences : ce filtre permettra d'isoler des fréquences dans un signal. Par exemple, sur un signal créneau, on obtient la Figure 7.35.

**Tableau 7.4** – Étude RLC sur R.

| | $\forall x$ | $x \to 0$ | $x \to \infty$ |
|---|---|---|---|
| $\underline{H} = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$ | | | |
| $G_{\text{dB}} = 20 \log \lvert \underline{H} \rvert$ | | | |
| $\Delta\varphi_{s/e} = \arg(\underline{H})$ | | | |




**(a)** Gain **(b)** Phase

**Figure 7.34** – Diagramme de Bode du filtre RLC sur R.

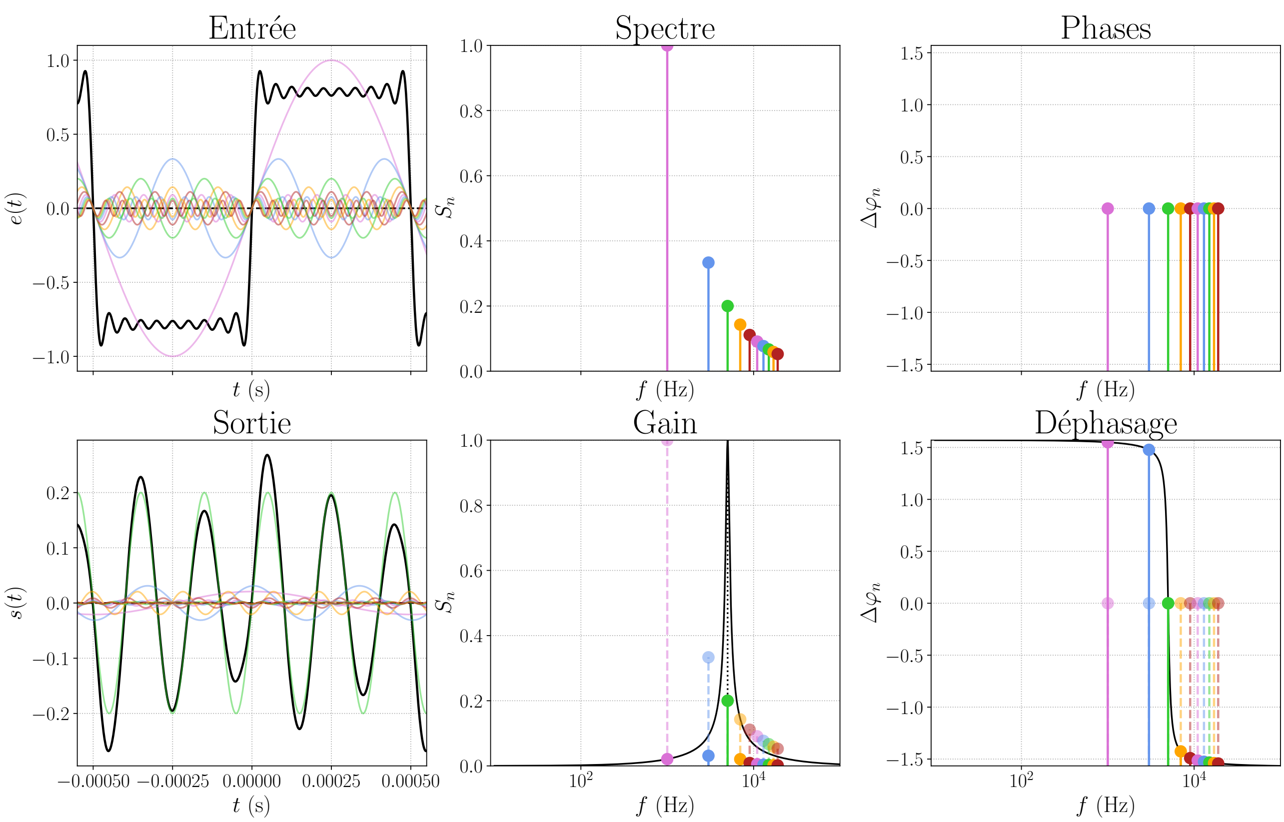



**Figure 7.35** – Filtrage d'un signal créneau de $f_e = 1\,\text{kHz}$ par un passe-bande de $f_c = 5000\,\text{Hz}$.

# VII Résumé

**Outils 7.2 : Étude d'un filtre**

1) On fait l'étude à basses et hautes fréquences ;
2) On écrit le circuit avec les amplitudes complexes et les impédances des composants ;
3) On fait un pont diviseur ;
4) On calcule l'amplitude complexe puis on en déduit la fonction de transfert ;
5) On calcule le gain en décibels et la phase ;
6) On fait l'étude asymptotique ;
7) On trace le diagramme de BODE.

Ensuite, pour connaître le signal de sortie d'un signal d'entrée, on le décompose en série de FOURIER et on applique la fonction de transfert complexe à chacune des composantes pour reconstituer le signal de sortie :

$$e(t) = \left\{ \begin{array}{ccccc} E_0 & \rightarrow & \boxed{\underline{H}(0\mathrm{j}\omega_e)} & \rightarrow & S_0 \\ + & & & & + \\ E_1 \sin(\omega_e t + \varphi_1) & \rightarrow & \boxed{\underline{H}(1\mathrm{j}\omega_e)} & \rightarrow & S_1 \sin(\omega_e t + \psi_1) \\ + & & & & + \\ E_2 \sin(\omega_e t + \varphi_2) & \rightarrow & \boxed{\underline{H}(2\mathrm{j}\omega_e)} & \rightarrow & S_2 \sin(\omega_e t + \psi_2) \\ \vdots & & & & \vdots \\ E_n \sin(\omega_e t + \varphi_n) & \rightarrow & \boxed{\underline{H}(n\mathrm{j}\omega_e)} & \rightarrow & S_n \sin(\omega_e t + \psi_n) \end{array} \right\} = s(t)$$

# VIII Filtres en cascade

On appelle « mettre en cascade » le fait d'utiliser la sortie d'un filtre comme l'entrée d'un nouveau. Par exemple, avec deux RC : On pourrait s'attendre à ce que la fonction de transfert soit

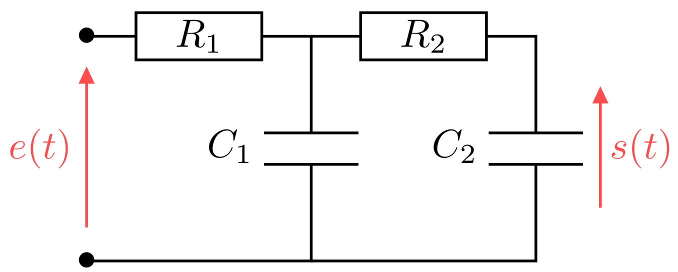



**FIGURE 7.36** – RC en cascade

$$\underline{H} = \underline{H}_1 \underline{H}_2 = \frac{1}{1 + \mathrm{j}R_1C_1\omega} \frac{1}{1 + \mathrm{j}R_2C_2\omega}$$

Cependant, le calcul de la fonction de transfert donne

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}R_1C_1\omega + \mathrm{j}R_2C_2\omega + \boxed{\mathrm{j}R_1C_2\omega} + (\mathrm{j}\omega)^2 R_1C_1R_2C_2}$$

**Filtres en cascades**

**Lorsque l'on place des filtres en cascade, la fonction de transfert totale n'est pas le produit des fonctions de transfert de chaque étage.**

Pour appliquer le pont diviseur de tension sur le premier RC, il faut que le condensateur $C_1$ et la résistance $R_1$ soient parcourus par le même courant, que le courant partant dans la deuxième branche soit très faible devant le courant de la première. Cela revient à ce que l'impédance du condensateur soit très faible devant celle de l'ensemble $R_2C_2$.

**Filtres en cascades**

Pour que l'on puisse faire le produit des fonctions de transfert, il faut que l'impédance de sortie du premier filtre soit faible devant l'impédance d'entrée du second, de sorte à négliger le courant dévié par le second étage.

En pratique, on emploie souvent des montages utilisant des amplificateurs opérationnels qui ont une très grande impédance d'entrée. On peut par exemple intercaler un montage suiveur entre les deux filtres RC.