MPSI3 – 20 octobre 2023 – Devoir surveillé 2

# Électrocinétique : permanent et ordre 1

## Tout moyen de communication est interdit
## Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs
## Les calculatrices sont *interdites*

## Au programme

Électrocinétique, résistances et sources, circuits RC et RL

◇

Le devoir est composé des parties *indépendantes* suivantes :

- ◇ **Exercice 1** : Modélisation d'un dipôle linéaire
- ◇ **Exercice 2** : Point de fonctionnement d'une diode
- ◇ **Problème 1** : Balise lumineuse
- ◇ **Problème 2** : Régimes transitoires successifs d'un circuit RL

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. **Cependant**, le numéro complet de la question doit être indiqué, et **vous indiquerez si vous traitez la question d'un exercice sur une page complètement déconnectée**, sous peine de n'être ni vue ni corrigée.

Une attention particulière sera portée à la **qualité de rédaction**. Les hypothèses doivent être clairement énoncées, les propositions reliées entre elles par des connecteurs logiques, les lois et théorèmes énoncés, sans pour autant devenir une composition de français.

De plus, la **présentation** de la copie sera prise en compte. Outre la numérotation des questions, l'écriture, l'orthographe, les encadrements, la marge, le cadre laissé pour la note et le commentaire font partie des points à travailler. Il est notamment attendu que **les expressions littérales soient encadrées**, que **les calculs n'apparaissent pas** mais que le détail des grandeurs avec leurs unités soit indiqué, et **les applications numériques soulignées**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

### Malus

- ◇ A : application numérique mal faite ;
- ◇ N : numéro de copie manquant ;
- ◇ P : prénom manquant ;
- ◇ E : manque d'encadrement des réponses ;
- ◇ M : marge non laissée ou trop grande ;
- ◇ V : confusion ou oubli de vecteurs ;
- ◇ Q : question mal ou non indiquée ;
- ◇ C : copie grand carreaux ;
- ◇ U : mauvaise unité (flagrante) ;
- ◇ H : homogénéité non respectée ;
- ◇ S : chiffres significatifs non cohérents ;
- ◇ $\varphi$ : loi physique fondamentale brisée.

### Exemple application numérique

$$\boxed{n = \frac{PV}{RT}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = 1{,}0 \times 10^{5}\ \mathrm{Pa} \\ V = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3} \\ R = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}} \\ T = 300\ \mathrm{K} \end{cases}$$

A.N. : $\underline{n = 5{,}6 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}}$

$$\cancel{n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1}{8.32 \cdot 300} = 0.56}$$

# /49 E1 Modélisation d'un dipôle linéaire

Dans ce problème, on étudie le dipôle AB suivant dans lequel le dipôle $D$ peut être un fil, un interrupteur ouvert ou une résistance.

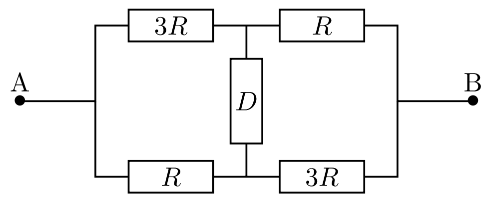


**Figure 2.1**

1 Exprimer la résistance $R_\infty$ du dipôle AB si $D$ est un interrupteur ouvert. Faire l'application numérique.

2 Exprimer la résistance $R_0$ du dipôle AB si $D$ est un fil. Faire l'application numérique.

## A Sur une source de tension

Dans cette partie, le dipôle AB est branché sur une source de tension de force électromotrice constante $E$. Toutes les notations utilisées dans cette partie sont définies sur la Figure 2.2.

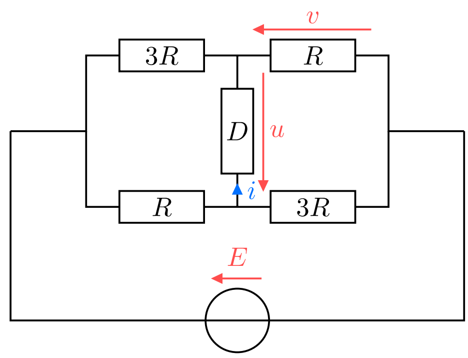


**Figure 2.2**

**Dans cette partie, les expressions littérales ne pourront faire intervenir que $E$ et $R$.**

3 Exprimer la tension $u$ si $D$ est un interrupteur ouvert. Faire l'application numérique.

Pour les deux questions suivantes, D est un **interrupteur fermé**.

4 Exprimer la tension $v$ dans ce cas. Faire l'application numérique.

5 Exprimer l'intensité $i$ dans ce cas. Faire l'application numérique.

## B Sur une source de courant

Dans cette partie, le dipôle AB est branché sur une source de courant, dont le courant électromoteur $I_0$ est constant. Toutes les notations utilisées dans cette partie sont définies sur la Figure 2.3

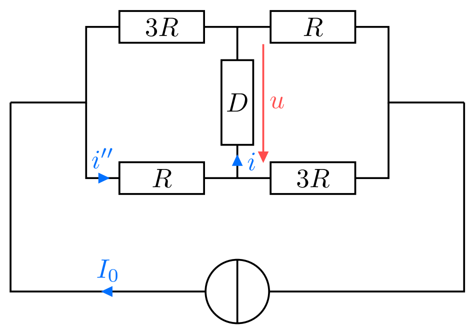


**Figure 2.3**

**Dans cette partie, les expressions littérales ne pourront faire intervenir que $I_0$ et $R$.**

6 Exprimer la tension $u$ si $D$ est un interrupteur ouvert. Faire l'application numérique.

Pour les deux questions suivantes, D est un **interrupteur fermé**.

7 Exprimer l'intensité $i''$. Faire l'application numérique.

8 Exprimer l'intensité $i$ dans ce cas. Faire l'application numérique.

## C Application

On admet qu'il existe quatre constantes $a$, $b$, $c$ et $d$ telles que

$$u' = ai + bu$$
$$i' = ci + du$$

quels que soient les dipôles $D$ et $D'$ dans le circuit Figure 2.4.

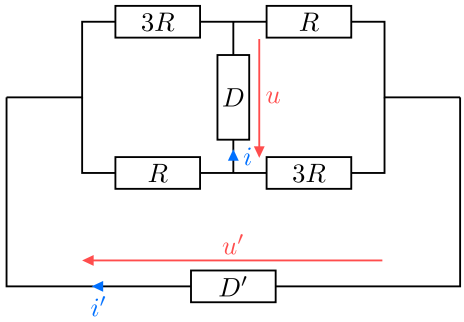


**Figure 2.4**

9 Exprimer les constantes $a$, $b$, $c$ et $d$.

Pour les trois questions suivantes, D est une résistance $\rho$.

10 Exprimer la résistance équivalente $R_{AB}$ du dipôle AB en fonction des résistances $R$ et $\rho$.

11 Que devient l'expression précédente dans la limite $\rho \to \infty$ ? Commenter.

12 Que devient l'expression précédente dans la limite $\rho \to 0$ ? Commenter.

# /39 E2 Point de fonctionnement d'une diode

On considère une diode en silicium dont la caractéristique courant/tension est représentée sur la figure 2.5. La diode est dite bloquée quand la tension à ses bornes $u_D$ est inférieure à sa tension seuil $u_s$. La diode est dite passante dans le cas contraire.

On prendra $u_s = 0{,}60\,\mathrm{V}$. On donne les coordonnées du point $C$ : $i_C = 500\,\mathrm{mA}$ et $u_C = 0{,}70\,\mathrm{V}$.

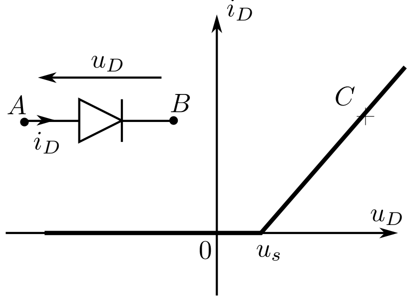


**Figure 2.5** – Caractéristique d'une diode silicium.

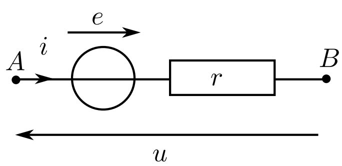


**Figure 2.6** – Modèle de Thévenin

1 Dans le cas où la diode est bloquée, par quel dipôle peut-on la modéliser ?

2 Dans le cas où la diode est passante, le courant vérifie $i_D = a \cdot u_D + b$. Exprimer $a$ et $b$ en fonction de $u_s$, $i_C$ et $u_C$. Calculer $a$ et $b$.

On veut montrer que la diode peut être modélisée par un générateur de Thévenin de f.e.m. $e$ et de résistance $r$ (figure 2.6) lorsqu'elle est passante.

3 Exprimer $i$ en fonction de $u$, $e$ et $r$.

4 En déduire les expressions de $e$ et $r$ en fonction de $a$ et $b$ pour que la diode soit équivalente au générateur de Thévenin lorsqu'elle est passante. Calculer $e$ et $r$.

On considère le circuit de la figure 2.7 constitué de la diode précédente, d'un générateur de tension idéal de f.e.m. $e_1$ et de deux résistances identiques $R$.

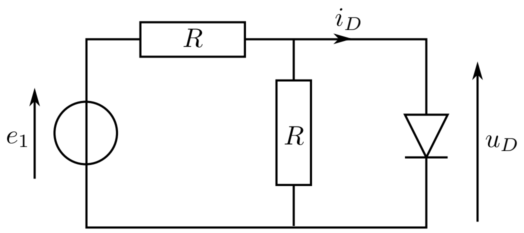


**Figure 2.7** – Circuit électrique étudié.

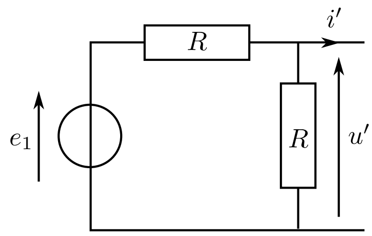


**Figure 2.8** – Étude du dipôle générateur.

5 On suppose que la diode est bloquée. Refaire le circuit électrique. En déduire l'inégalité vérifiée par $e_1$ pour que cette hypothèse soit vérifiée.

6 On suppose que la diode est passante. Refaire le circuit. Exprimer $u_D$ en fonction de $e_1$, $e$, $R$ et $r$. Calculer $u_D$ avec $e_1 = 10\,\mathrm{V}$ et $R = 4{,}0\,\Omega$. En déduire la valeur de $i_D$.

On souhaite retrouver ce résultat graphiquement en utilisant le point de fonctionnement.

7 Exprimer $i'$ en fonction de $u'$ pour le circuit représenté sur la figure 2.8.

8 Tracer la solution trouvée sur la Figure 2.12 en annexe. En déduire graphiquement les coordonnées du point de fonctionnement. Conclure.

# /45 P1 Balise lumineuse

**Figure 2.9** – Photo d'une balise lumineuse.

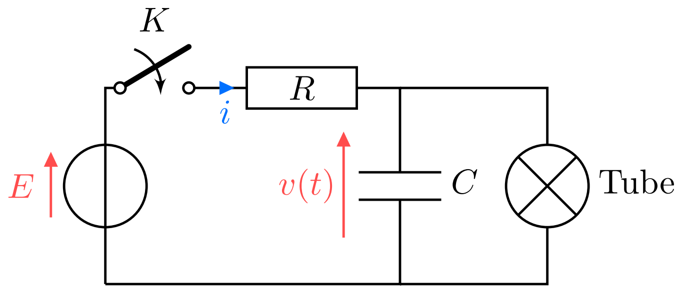


**Figure 2.10** – Schéma électrique associé.

La passe des ports est signalée la nuit par une balise lumineuse dont le schéma électrique est donné ci-dessus. La source de lumière est constituée d'un tube à décharge. La décharge électrique qui se produit entre les électrodes du tube est caractérisée par une tension d'allumage $U_a$ et une tension d'extinction $U_{ex}$. On a :

- ◇ Le tube s'allume lorsque la tension à ses bornes prend une valeur qui devient supérieure à $U_a$, il se comporte alors comme un résistor de résistance $r \ll R$.
- ◇ Il s'éteint lorsque la tension à ses bornes prend une valeur qui devient inférieure à $U_{ex}$, il se comporte alors comme un résistor de résistance supposée infinie.
- ◇ Il s'allume à nouveau lorsque la tension à ses bornes redevient supérieure à $U_a$.

On suppose que $E > U_a > U_{ex}$ et on pose $\tau = RC$ ainsi que $\tau' = rC$. À l'instant initial $t = 0$, le condensateur n'est pas chargé et on ferme l'interrupteur $K$.

Ainsi, lors de la charge du condensateur de constante de temps $\tau$, le tube est éteint (sa résistance est infinie), et lors de la décharge très rapide de constante de temps $\tau'$ à travers le tube (sa résistance est alors $r$), le tube est allumé.

1 Déterminer le comportement du tube à l'instant initial. En déduire le schéma équivalent du circuit et l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$, puis la résoudre.

2 Déterminer l'expression de l'instant $t_a$ où s'amorce la décharge (allumage du tube).

3 On se place maintenant dans le régime où la lampe est allumée. Le circuit électrique est alors modifié et il convient de déterminer la nouvelle équation différentielle. Montrer que l'équation différentielle à laquelle satisfait $v(t)$ à partir de cet instant s'écrit avant simplification :

$$E = RC\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{R}{r} + 1\right) v$$

On utilisera la condition $r \ll R$ pour simplifier l'expression. On supposera également que $v(t) \gg (r/R)E$ durant cette phase. Montrer que l'expression précédente devient alors

$$0 = rC\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + v$$

En déduire alors l'expression de $v(t)$.

4 Déterminer l'expression de l'instant $t_{ex}$ où se produit l'extinction du tube.

5 En déduire l'expression de la durée $T_1$ de l'éclair produit dans le tube.

6 Déterminer l'expression du temps $T_2$ qui s'écoule entre l'extinction et l'allumage suivant en fonction de $\tau$, $E$, $U_{ex}$ et $U_a$.

7 En déduire l'expression de la période $T$ des éclairs produits par ce dispositif.

8 Numériquement, on obtient

$$T_1 = 2{,}5 \times 10^{-7}\,\mathrm{s} \quad , \quad T_2 = 1{,}0\,\mathrm{s} \quad \text{et} \quad T = 1{,}0\,\mathrm{s}$$

Que peut-on en conclure ?

# /84 P2 Régimes transitoires successifs d'un circuit RL

Le circuit ci-contre, alimenté par un générateur de tension continue $E$, est constitué d'une bobine d'inductance $L = 100\,\text{mH}$, de trois résistors de même résistance $R = 100\,\Omega$ et de deux interrupteurs $K_1$ et $K_2$.

- ◇ Les deux interrupteurs sont ouverts depuis longtemps quand à $t = 0$ on ferme l'interrupteur $K_1$ (l'interrupteur $K_2$ reste ouvert).
- ◇ À l'instant $t_1 = 5{,}0\,\text{ms}$, on ferme $K_2$ (l'interrupteur $K_1$ est toujours fermé).
- ◇ Enfin à l'instant $t_2 = 10\,\text{ms}$, on ouvre $K_1$ ($K_2$ reste fermé).

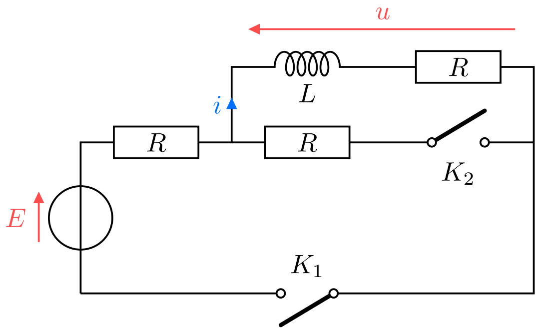


**Figure 2.11** – Schéma général.

Le but de l'exercice est d'étudier $i(t)$ et $u(t)$ pour $t \in ]0, +\infty[$. Pour cela, l'exercice est décomposé en **parties indépendantes**. Seules les deux dernières questions nécessitent d'avoir traité l'ensemble de l'exercice.

## A Étude pour $t \in ]0,t_1[$

1 Exprimer l'intensité $i$ et la tension $u$ à l'instant $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur $K_1$. Un schéma est attendu.

2 En supposant que le régime permanent est atteint à l'instant $t = t_1^-$, exprimer $i(t_1^-)$ et $u(t_1^-)$. Un schéma est attendu.

3 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour $t \in ]0,t_1[$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_1} i = A_1$$

Exprimer les constantes $\tau_1$ et $A_1$ en fonction des données du problème.

4 Résoudre cette équation différentielle. On exprimera $i$ en fonction de $E$, $R$, $\tau_1$ et $t$ pour $t \in ]0,t_1[$. Vérifier que cette solution est en accord avec la réponse à la question 2.

5 Exprimer $u(t)$ pour $t \in ]0,t_1[$. Vérifier que cette solution est en accord avec les réponses aux questions 1 et 2.

6 On enregistre les grandeurs $u$ et $i$ au cours du temps à partir de $t = 0$. Les graphiques sont donnés en annexe, Figure 2.13. Placer sur ces deux graphiques le temps $\tau_1$. Déterminer les valeurs de $E$, $R$ et $L$. Peut-on considérer que le circuit est en régime permanent à l'instant $t = t_1^-$ ?

## B Étude pour $t \in ]t_1; t_2[$

7 En supposant que le régime permanent est atteint à l'instant $t_1^-$, exprimer $i(t_1^+)$ et $u(t_1^+)$. Un schéma est attendu.

8 En supposant que le régime permanent est atteint à l'instant $t = t_2^-$, exprimer $i(t_2^-)$ et $u(t_2^-)$. Un schéma est attendu.

9 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour $t \in ]t_1,t_2[$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_2} i = A_2$$

Exprimer les constantes $\tau_2$ et $A_2$ en fonction des données du problème.

10 Résoudre cette équation différentielle en supposant qu'à l'instant $t = t_1^-$ le circuit est en régime permanent. On exprimera $i$ en fonction de $E$, $R$, $\tau_2$ et $t$ pour $t \in ]t_1,t_2[$. Vérifier que cette solution est en accord avec la réponse à la question 8.

11 Exprimer $u(t)$ pour $t \in ]t_1,t_2[$. Vérifier que cette solution est en accord avec la réponse à la question 8.

## C Étude pour $t \in ]t_2; +\infty[$

12 En supposant que le régime permanent est atteint à l'instant $t_2^-$, exprimer $i(t_2^+)$ et $u(t_2^+)$.

13 Exprimer $i$ et $u$ pour $t \to +\infty$.

14 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour $t \in ]t_2, +\infty[$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_3} i = A_3$$

Exprimer les constantes $\tau_3$ et $A_3$ en fonction des données du problème.

15 Résoudre cette équation différentielle en supposant qu'à l'instant $t = t_2^-$ le circuit est en régime permanent. On exprimera $i$ en fonction de $E$, $R$, $\tau_3$ et $t$ pour $t \in ]t_2, +\infty[$.

16 Exprimer $u(t)$ pour $t \in ]t_2, +\infty[$.

## D Combinaison des régimes

17 Tracer l'allure de $i$ en fonction du temps, pour $t \in ]0; +\infty[$ sur la Figure 2.14 en annexe. On fera apparaître les constantes de temps $\tau_1$, $\tau_2$ et $\tau_3$ sur ce graphique, ainsi que les valeurs de $i$ à chaque changement de régime.

18 Tracer l'allure de $u$ en fonction du temps, pour $t \in ]0; +\infty[$ sur la Figure 2.15 en annexe. On fera apparaître les constantes de temps $\tau_1$, $\tau_2$ et $\tau_3$ sur ce graphique, ainsi que les valeurs de $u$ à chaque changement de régime.

**Nom :**

**Prénom :**

# Annexe : exercice 2

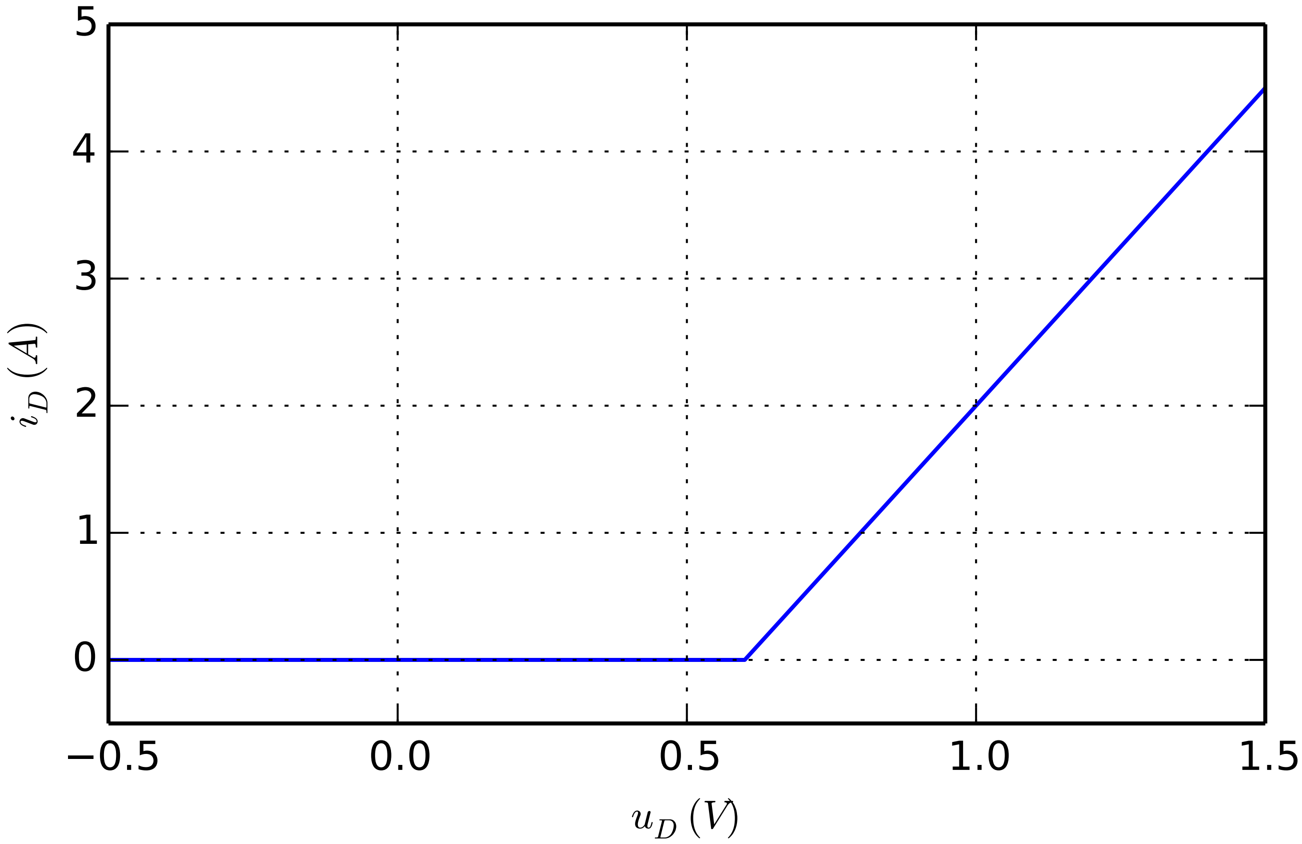


**Figure 2.12** – Annexe question 8.

**Copie** /

# Annexe : problème 2

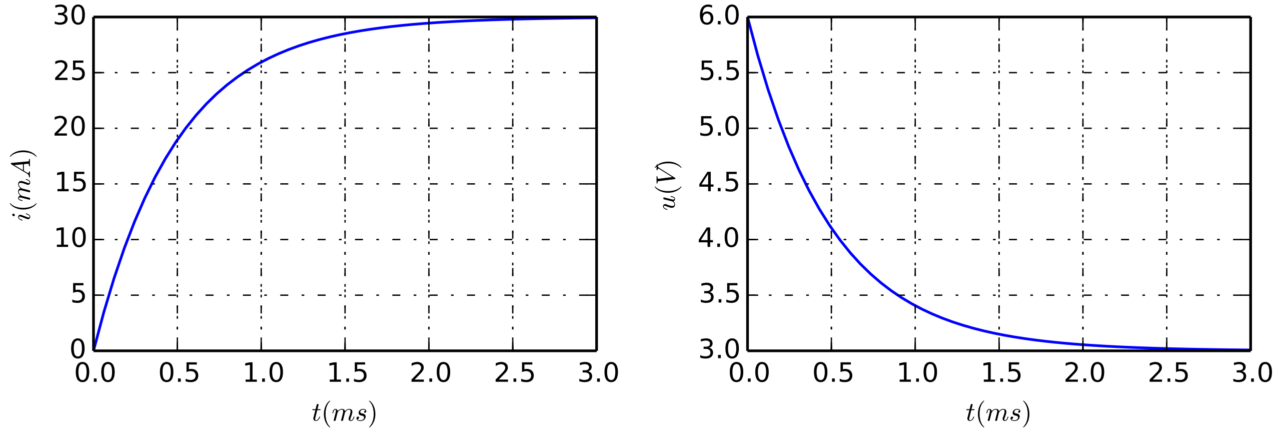


**FIGURE 2.13** – Annexe question 6.

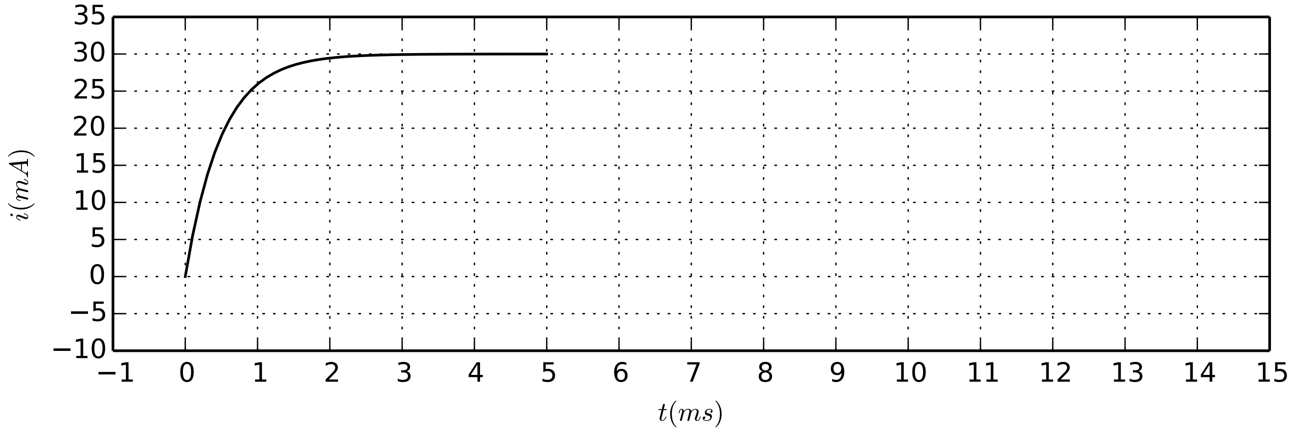


**FIGURE 2.14** – Annexe question 17.

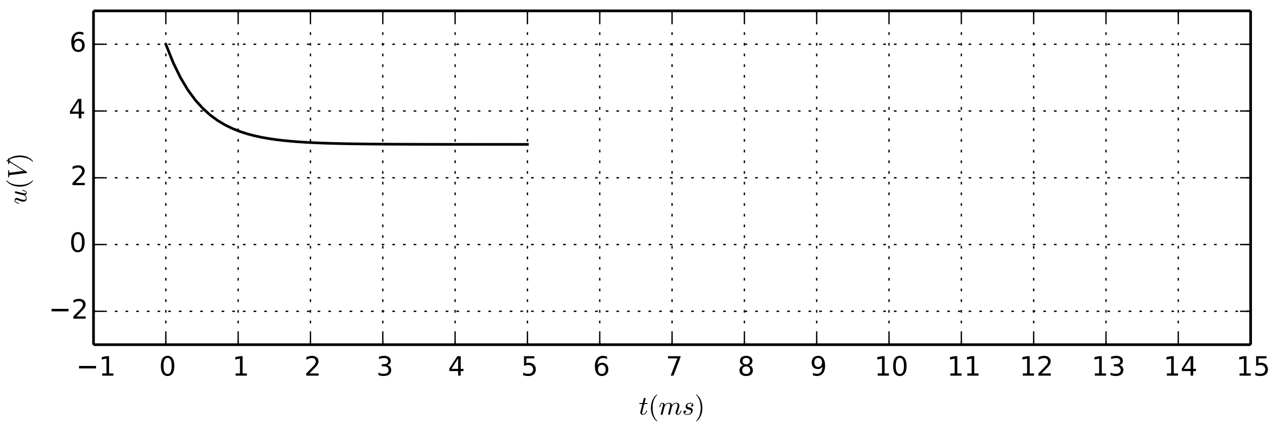


**FIGURE 2.15** – Annexe question 18.