

EXERCICE 1 : Etude de différentes lentilles minces :**(≈ 32 pts)****(D'après IESEA 2022)****I – Avec une lentille convergente de distance focale $f' = 20$ cm :****Q1.**

Schéma ci-contre.

On obtient donc une **image réelle, renversée et de même taille que l'objet.**Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

Soit : $\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f'} = \frac{OA + f'}{OA f'}$,

avec $OA = -40$ cm (< 0)

Ainsi : $OA' = \frac{OA f'}{OA + f'}$;

AN : $OA' = \frac{(-40) \times 20}{-40 + 20} = \frac{800}{-20} = -40$; On obtient : **$OA' = 40$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = \frac{40}{-40}$; On obtient : **$\gamma = -1$** . (Cohérent avec la figure).

Q2. Schéma ci-contre.On obtient donc une **image virtuelle, droite et agrandie.**

Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$;

Avec $OA = -10$ cm (< 0)

AN : $OA' = \frac{(-10) \times 20}{-10 + 20} = -\frac{200}{10}$;

On obtient : **$OA' = -20$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = -\frac{20}{-10}$; On obtient : **$\gamma = +2$** . (Cohérent avec la figure).

Q3. Schéma ci-contre.On obtient donc une **image réelle, droite et rétrécie.**

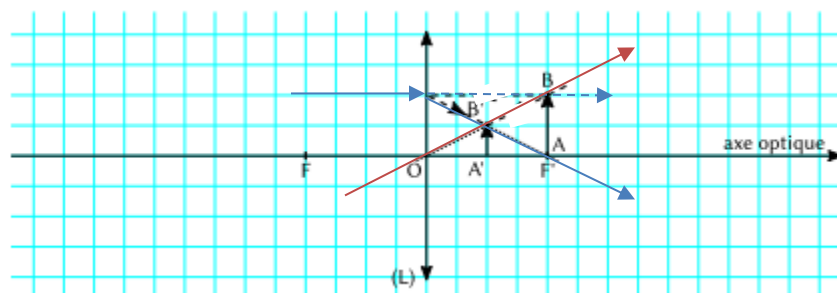
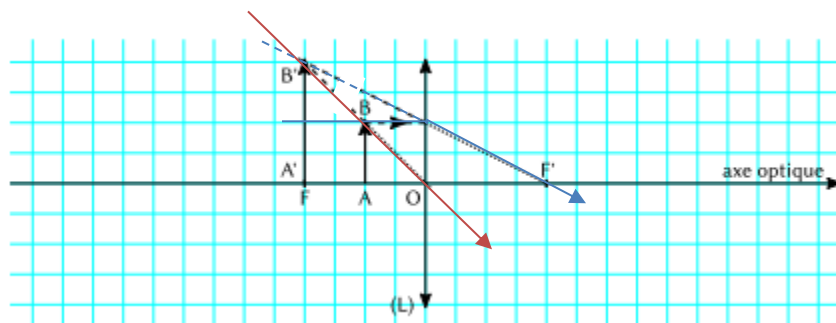
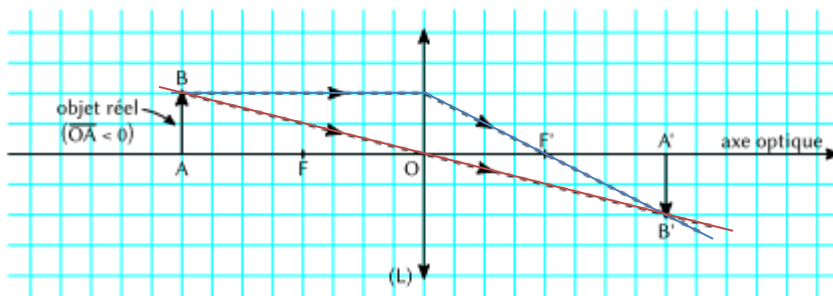
Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$;

Avec $OA = +20$ cm (> 0)

AN : $OA' = \frac{(+20) \times 20}{+20 + 20} = +\frac{400}{40}$;

On obtient : **$OA' = +10$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = +\frac{10}{+20}$; On obtient : **$\gamma = +1/2$** . (Cohérent avec la figure).

II – Avec une lentille convergente quelconque :**Q4.a** - Les questions Q1 et Q2 montrent que pour un objet réel, une lentille convergente peut donner aussi bien une image réelle (Q1) que virtuelle (Q2). Donc pour l'image d'un objet réel à travers une lentille convergente, **les deux cas peuvent se présenter.**

Q4.b – Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est virtuel $\overline{OA} > 0$ et avec une lentille convergente $f' > 0$ alors $\overline{OA'} > 0$.

L'image d'un objet virtuel à travers une lentille convergente est donc **toujours réelle**.

III – Avec une lentille divergente quelconque :

Q5.a - Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est réel $\overline{OA} < 0$ et avec une lentille divergente $f' < 0$ alors $\overline{OA'} < 0$.

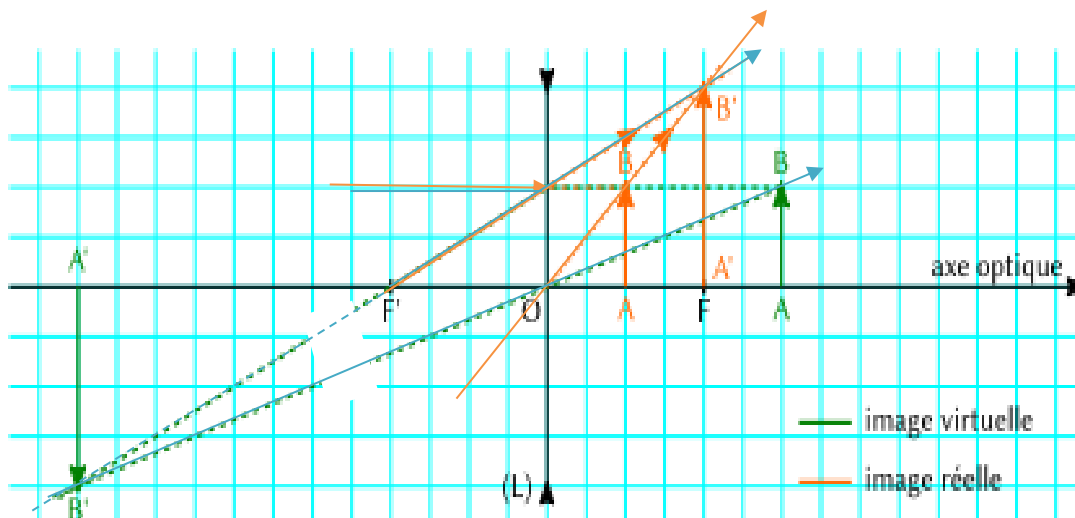
L'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est donc **toujours virtuelle**.

Q5.b - Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est virtuel $\overline{OA} > 0$ et avec une lentille divergente $f' < 0$ alors $\overline{OA'}$ peut changer de signe selon les valeurs de \overline{OA} et f' .

Conclusion : Pour l'image d'un objet virtuel à travers une lentille divergente, **les deux cas peuvent se présenter**.

Illustration :



EXERCICE 2 : Etude d'un microscope :

(D'après ICNA)

(≈ 36 pts)

1.a - On nous donne $|f'_1| = 10$ cm et on nous indique que la lentille (L_1) convergente.

Ainsi sa **distance focale image est positive**. D'où : $f'_1 = 10$ cm et par définition : $V_1 = \frac{1}{f'_1}$.

AN : $V_1 = \frac{1}{0,1}$, Soit : $V_1 = 10 \delta$.

1.b - On nous donne $\overline{OA_1} = +15$ cm. Ainsi $\overline{OA_1} > 0$; L'objet est à droite de la lentille. C'est donc un **objet virtuel**.

On cherche $\overline{OA'_1}$: Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_1}$.

Soit : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} = \frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{\overline{OA_1} + f'_1}{\overline{OA_1} f'_1}$; Ainsi : $\overline{OA'_1} = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1}$;

AN : $\overline{OA'_1} = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = \frac{150}{25} = \frac{30}{5}$; On obtient $\overline{OA'_1} = 6$ cm > 0. Comme $\overline{OA'_1} > 0$, **l'image est réelle**.

On cherche aussi $(G_t)_1 = \frac{\overline{A_1 B'_1}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA_1}}$ d'après la formule du grandissement de Descartes.

AN : $(G_t)_1 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; On obtient donc $(G_t)_1 = 0,4$.

2 - Principe du microscope :

2.a - D'après le cours, **(L_1) est l'objectif et (L_2) est l'oculaire**.

Réponse B et D.

2.b - L'œil voit sans accommoder, si **l'image finale se forme à l'infini**.

Réponse A.

2.c - On sait d'après la question 1.b) que $(G_t)_1 = \frac{\overline{A_1 B'_1}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA_1}}$.

On cherche une expression en fonction de $\overline{OA_1}$ uniquement et $\overline{OA'_1}$ uniquement.

Remplaçons $\overline{OA'_1}$ par la relation trouvée en 1.b) : $\overline{OA'_1} = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1}$.

Il vient alors : $(G_t)_1 = \frac{\frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1} \times \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1} = \frac{1}{1 + \frac{\overline{OA_1}}{f'_1}}$; On obtient : $(G_t)_1 = \left(1 + \frac{\overline{OA_1}}{f'_1}\right)^{-1}$

Réponse C.

Si on cherche une expression en fonction de $\overline{OA'_1}$, il faut supprimer $\overline{OA_1}$.

On reprend la relation de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_1}$. Soit : $\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{-\overline{OA'_1} + f'_1}{\overline{OA'_1} f'_1}$;

Ainsi : $\overline{OA_1} = \frac{\overline{OA'_1} \times f'_1}{f'_1 - \overline{OA'_1}}$; Alors : $(G_t)_1 = \frac{\overline{OA'_1}}{\frac{\overline{OA'_1} \times f'_1}{f'_1 - \overline{OA'_1}}} = \overline{OA'_1} \times \frac{f'_1 - \overline{OA'_1}}{\overline{OA'_1} f'_1} = \frac{-\overline{OA'_1} + f'_1}{f'_1}$.

On obtient donc : $(G_t)_1 = 1 - \frac{\overline{OA'_1}}{f'_1}$.

Réponse B.

2.d - C'est un microscope. L'objet n'est pas à l'infini, mais il est tel que $\overline{O_1 A_1} = -11$ cm.

L'image finale étant à l'infini, l'image intermédiaire sera dans le plan focal objet de (L_2).

D'où le schéma simplifié :

On cherche $\overline{O_1 O_2}$. On va calculer $\overline{O_1 F_2}$ grâce à la relation de Descartes appliquée à (L_1), puis on utilisera une relation de Chasles pour passer à $\overline{O_1 O_2}$.

Relation de Descartes à (L_1) : $\frac{1}{\overline{O_1 A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{f'_1}$.

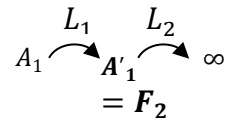
Soit : $\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} = \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{f'_1 + \overline{O_1 A_1}}{f'_1 \overline{O_1 A_1}}$; Soit $\overline{O_1 F_2} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1 A_1}}{f'_1 + \overline{O_1 A_1}}$.

Relation de Chasles : $\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_2} + \overline{F_2 O_2} = \overline{O_1 F_2} + \overline{O_2 F'_2} = \overline{O_1 F_2} + f'_2$

Conclusion : $\overline{O_1 O_2} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1 A_1}}{f'_1 + \overline{O_1 A_1}} + f'_2$; AN : $\overline{O_1 O_2} = \frac{10 \times (-11)}{10 - 11} + 4 = 110 + 4$.

On obtient donc : $\overline{O_1 O_2} = 114$ cm.

Dans ce cas, $(G_t)_1 = \frac{\overline{O_1 F_2}}{\overline{O_1 A_1}}$; AN : $(G_t)_1 = -\frac{110}{11}$; D'où $(G_t)_1 = -10$.



2.e – Pour α' , on est dans le cas de figure ci-contre.

📏 Dans l'approximation de Gauss :

$$\tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{\overline{A'_1 B'_1}}{\overline{O_2 F_2}} = - \frac{\overline{A'_1 B'_1}}{\overline{F_2 O_2}} = - \frac{(G_t)_1 \overline{A_1 B_1}}{f'_{t_2}}, \text{ car } \alpha' > 0$$

$$\text{Ainsi : } \alpha' = - \frac{(G_t)_1 h}{f'_{t_2}};$$

$$\underline{\text{AN}} : \alpha' = - \frac{-10 \times 1}{40}; \text{ On obtient : } \alpha' = \underline{0,25 \text{ rad} > 0}$$

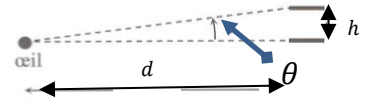
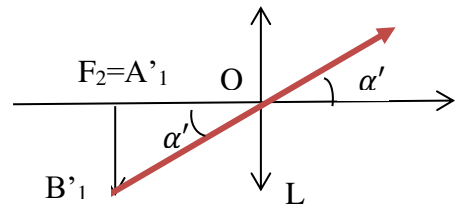
📏 Pour θ : Vision à l'œil nu :

Toujours dans l'approximation de Gauss :

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{h}{d}; \underline{\text{AN}} : \theta = \frac{1}{250}; \text{ On obtient : } \theta = \underline{4 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}.$$

📏 Enfin pour le grossissement :

$$\underline{G} = \frac{\alpha'}{\theta}; \underline{\text{AN}} : G = \frac{0,25}{4 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,25}{4} 10^3 = 0,0625 \cdot 10^3; \text{ On obtient donc } \underline{G = 62,5}.$$



PROBLEME 1 : Etude d'une transmission optique par fibre optique : (≈ 36 pts)

(D'après banque PT 2013 & CCINP PC 2018)

I - Lois de Descartes : Les angles étant non orientés :

Q1. 1^{ère} loi de Descartes : Les **rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence.**

2^{ème} loi de Descartes : loi de la réflexion : L'angle que fait le rayon réfléchi avec la normale au dioptre est opposé à l'angle d'incidence : $i' = i_1$. (car angles non orientés dans cet exercice !!)

3^{ème} loi de Descartes : loi de la réfraction : Le rayon réfracté fait un angle i_2 avec la normale, tel que : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$.

Q2. Phénomène de réflexion totale : Ce phénomène ne peut exister que lorsqu'on passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, avec une incidence supérieure à l'angle limite ;

Soit si $n_1 > n_2$ et que $i_1 > i_{1l} = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$ ou encore : $n_1 \sin(i_1) > n_2$.

II - Fibre optique à saut d'indice :

Q3. En K, passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, car $n_g < n_c$.

On veut une réflexion totale pour que le signal se propage.

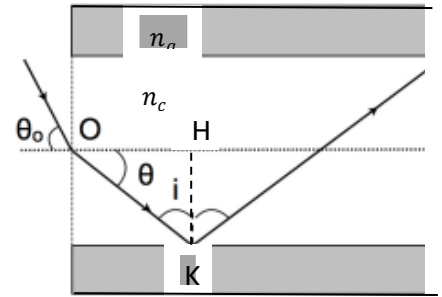
Il faut donc que $i > i_l$ tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$ ou encore $i_l = \sin^{-1}(\frac{n_g}{n_c})$.

D'autre part, dans le triangle (OKH), la somme des angles vaut 180° , soit $i + \theta + \frac{\pi}{2} = \pi$; Donc $i = \frac{\pi}{2} - \theta$;

Alors $i > i_l$ n'est possible que si $\frac{\pi}{2} - \theta > i_l$; Donc que si $\theta < \frac{\pi}{2} - i_l = \theta_c$.

A la limite, $\cos(\theta_c) = \cos(\frac{\pi}{2} - i_l) = \sin(i_l) = \frac{n_g}{n_c}$

Conclusion : le rayon se propage si : $\theta < \theta_c = \cos^{-1}(n_g/n_c)$. CQFT.



Q4. On nous donne $ON = n_c \sin(\theta_c) = n_c \sqrt{\sin^2(\theta_c)} = n_c \sqrt{1 - \cos^2(\theta_c)} = n_c \sqrt{1 - (\frac{n_g}{n_c})^2}$

On obtient donc : $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ CQFT.

Q5. De plus, en O, $n_a \sin(\theta_0) = n_c \sin(\theta) < n_c \sin(\theta_c)$;

Soit $n_a \sin(\theta_0) < n_c \sin(\theta_c) = n_c \sin(\frac{\pi}{2} - i_l) = n_c \cos(i_l) = n_c \sqrt{\cos^2(i_l)}$.

Ainsi $\sin(\theta_0) < \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - \sin^2(i_l)} = \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - (\frac{n_g}{n_c})^2} = \frac{n_c}{n_a} \sqrt{\frac{n_c^2 - n_g^2}{n_c^2}}$;

Or $n_a = 1$; Donc : $\sin(\theta_0) < \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = ON$

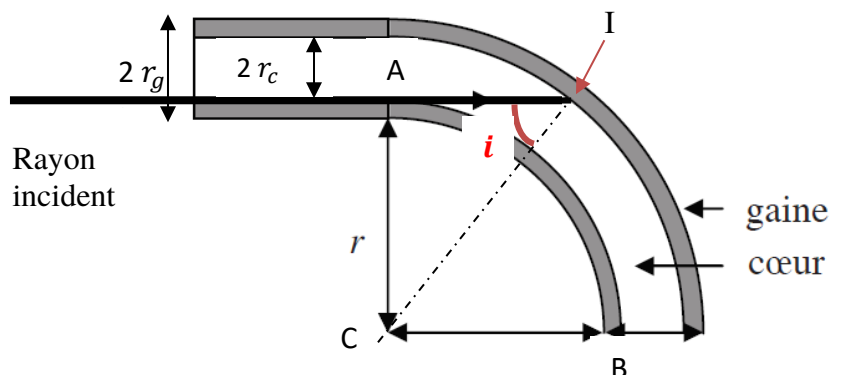
III - Pertes associées à l'usage de la fibre optique :

Perte liée à la courbure :

Q6. Pour que l'onde reste dans la fibre, il faut qu'il y ait réflexion totale au moment où la lumière atteint la gaine.

Or, lorsque la fibre est courbée, **l'angle d'incidence i à l'interface cœur-gaine est diminué.** Il risque donc de devenir plus faible que l'angle limite tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$.

Sinon, un rayon réfracté apparaîtrait dans la gaine et cela conduirait à des pertes.



Q7. On veut toujours une réflexion totale pour que le signal se propage. Il faut donc que $i > i_l$ tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$.

D'autre part, comme la fonction $x \rightarrow \sin(x)$ est croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on aura réflexion totale si $\sin(i) > \sin(i_l) = \frac{n_g}{n_c}$.

Dans le triangle AIC, à la limite, on a : $\sin(i_l) = \frac{r_l + r_g - r_c}{r_l + (r_g - r_c) + 2r_c}$; Or, on nous précise que $r_c - r_g \approx 0$.

Alors l'expression se simplifie en : $\sin(i_l) \approx \frac{r_l}{r_l + 2r_c}$;

Ou encore : $r_l \approx (r_l + 2r_c) \sin(i_l)$; D'où : $r_l(1 - \sin(i_l)) \approx 2r_c \sin(i_l)$

D'où $r_l \approx \frac{2r_c \sin(i_l)}{1 - \sin(i_l)} = \frac{2r_c \frac{n_g}{n_c}}{1 - \frac{n_g}{n_c}}$; On obtient donc : $r_l \approx \frac{2r_c n_g}{n_c - n_g}$.

AN: On a besoin de $2r_c \approx r_c + r_g = 1 \text{ mm}$, car $r_c - r_g \approx 0$.

$r_l \approx \frac{1.10^{-3} \times 1,485}{0,015} \approx \frac{1,5.10^{-3}}{1,5.10^{-2}}$; On obtient $r_l \approx 10^{-1} \text{ m} \approx 10 \text{ cm}$.

Conclusion: **Si $r < r_l \approx 10 \text{ cm}$, il y aura réfraction du faisceau lumineux et cela induira des pertes.**

Ceci laisse une relative marge de manœuvre, mais **peut être gênant pour une installation domestique** (raccordement à une Box sans espace suffisant, passage dans un angle...)

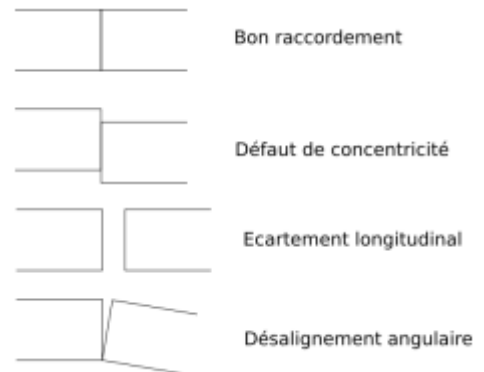
Q8. Concentricité : les deux fibres doivent être concentriques, donc de même axe.

Écartement longitudinal : les deux fibres doivent être proches pour que les rayons sortant de l'une rentrent bien dans la seconde s'ils sont inclinés.

Désalignement angulaire : les axes des 2 fibres doivent être alignés.

Q9. Si l'on passe d'une fibre 50/125 à une fibre 62,5/125, on aura beaucoup **moins de problèmes** que dans l'autre sens. En effet, si le cœur de la première fibre est étroit, le faisceau sera plus concentré et plus facile à "faire rentrer" dans la seconde.

A l'inverse, si l'on a une fibre 62,5/125 et que l'on souhaite raccorder une 50/125, on aura un problème : même avec le meilleur raccordement, les rayons lumineux éloignés de l'axe ne pourront pas rentrer dans la seconde fibre.



PROBLEME 2 : Etude d'un système autofocus d'appareil photographique numérique : (D'après Banque PT 2021) (≈ 54 pts)

II.1 - Mise au point

Q1. Soit A_0 l'objet et A l'image :

La relation de Descartes appliquée à la lentille nous donne : $\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA_0}} = \frac{1}{f'_0}$.

D'où : $\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA_0}} + \frac{1}{f'_0}$; Alors : $\overline{OA} = \frac{f'_0 \overline{OA_0}}{f'_0 + \overline{OA_0}}$. Or $\overline{OA_0} = x_0 < 0$ et $\overline{OA} = d'$.

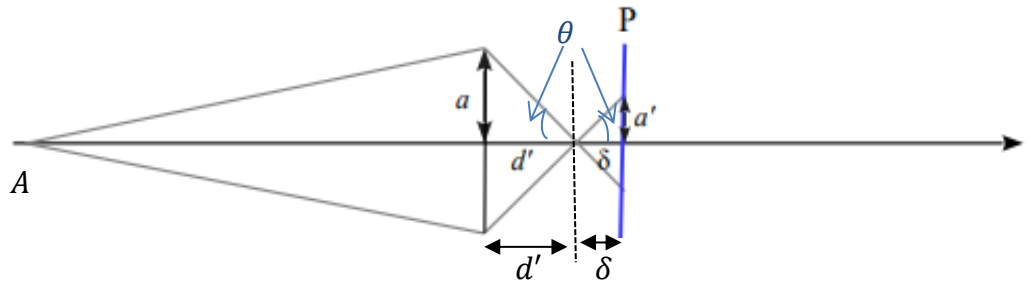
Ainsi, $\boxed{d' = \frac{f'_0 x_0}{f'_0 + x_0}}$. AN : $d' = \frac{10 \times (-500)}{10 - 500} = \frac{-5000}{-490}$; On obtient : **$d' \approx 10 \text{ cm} \approx 0,1 \text{ m}$** .

L'image peut être considérée dans le plan focal image de la lentille, ce qui est cohérent car l'objet peut être considéré à l'infini de la lentille car $|x_0| \gg f'_0$.

Le grandissement transversal de Descartes conduit à : $\gamma = \frac{\overline{AB}}{\overline{A_0 B_0}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA_0}}$. Or $|\overline{A_0 B_0}| = h$ et $|\overline{AB}| = h'$.

Ainsi : $\boxed{h' = \frac{d' h}{|x_0|}}$. AN : $h' = \frac{10 \times 10}{500}$; On obtient **$h' = 0,20 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$** .

Q2. Schéma ci-contre non à l'échelle.



D'après le théorème de Thalès, $\frac{a'}{a} = \frac{\delta}{d'}$; Ainsi $\boxed{a' = \frac{\delta a}{d'}}$. AN : $a' = \frac{0,5 \times 5}{10}$. On obtient **$a' = 0,25 \text{ cm}$** .

Autre méthode : $\tan(\theta) = \frac{a}{d'} = \frac{a'}{\delta}$; D'où : $\boxed{a' = \frac{\delta a}{d'}}$.

Q3. $\boxed{\text{taille d'un pixel} = \frac{\text{taille du récepteur}}{\text{nombre de pixels}} = \frac{2 \times 3}{6.10^6}}$. On obtient : **$\text{taille d'un pixel} = 1,0.10^{-6} \text{ cm}^2$** .

Soit C la longueur du côté d'un pixel : $C = \sqrt{10^{-6}} \text{ cm}$. On obtient **$C = 1.10^{-3} \text{ cm} = 1.10^{-2} \text{ mm}$** .

Pour que l'image soit nette, il faut que la tache soit plus petite qu'un pixel : Soit $\boxed{a' < \frac{C}{2}}$

Alors : **$a' < 0,50.10^{-3} \text{ cm}$** .

D'après Q2, on a $\delta = \frac{a'}{d'}$; D'où la condition sur δ : $\boxed{\delta < \frac{C d'}{2 a}}$;

AN : $\delta < \frac{1.10^{-3} \times 10}{2 \times 5}$. On obtient : **$\delta < 1,0.10^{-3} \text{ cm} = 0,01 \text{ mm}$** .

II.2 - Principe simplifié de l'autofocus :

Q4. P_1 et P_2 étant conjugués de P, d'après la relation de Descartes des lentilles : $\frac{1}{\overline{O_i O'}} - \frac{1}{\overline{O_i O}} = \frac{1}{f'}$

Avec $\overline{O_i O} = -d_0$ et $\overline{O_i O'} = d$. Or d'après la question Q1, alors : $\overline{O_i O'} = \frac{f' \overline{O_i O}}{f' + \overline{O_i O}}$

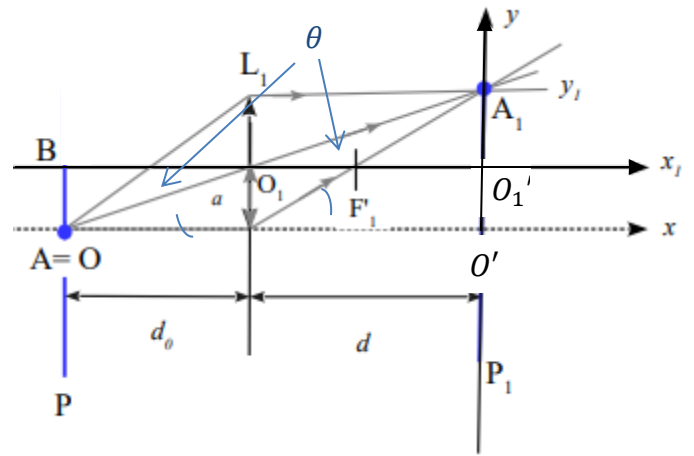
Ainsi : $\boxed{d = \frac{-f' d_0}{f' - d_0} = \frac{f' d_0}{d_0 - f'}}$.

Q5. On sait que A_1 est sur (P_1) .

Tout rayon passant par O_1 n'est pas dévié, on en déduit la position de A_1 sur P_1 .

Le rayon incident // à l'axe passant par A et l'extrémité inférieure de la lentille ressort de L_1 en passant par A_1 et F'_1 .

Le rayon passant par A et l'extrémité supérieure de la lentille ressort de L_1 en passant par A_1 .



Q6. D'après la formule du grandissement transversal :

$$|\gamma| = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{A_1 O_1'}{AB} = \frac{O_1 O_1'}{O_1 B}; \text{ D'où } A_1 B_1 = A_1 O_1' = \frac{d a}{d_0};$$

De plus : $y_1 = a + A_1 B_1$; D'où : $y_1 = a + \frac{ad}{d_0}$;

Ainsi : $y_1 = a(1 + \frac{d}{d_0})$. Et par symétrie $y_2 = -y_1 = -a(1 + \frac{d}{d_0})$.

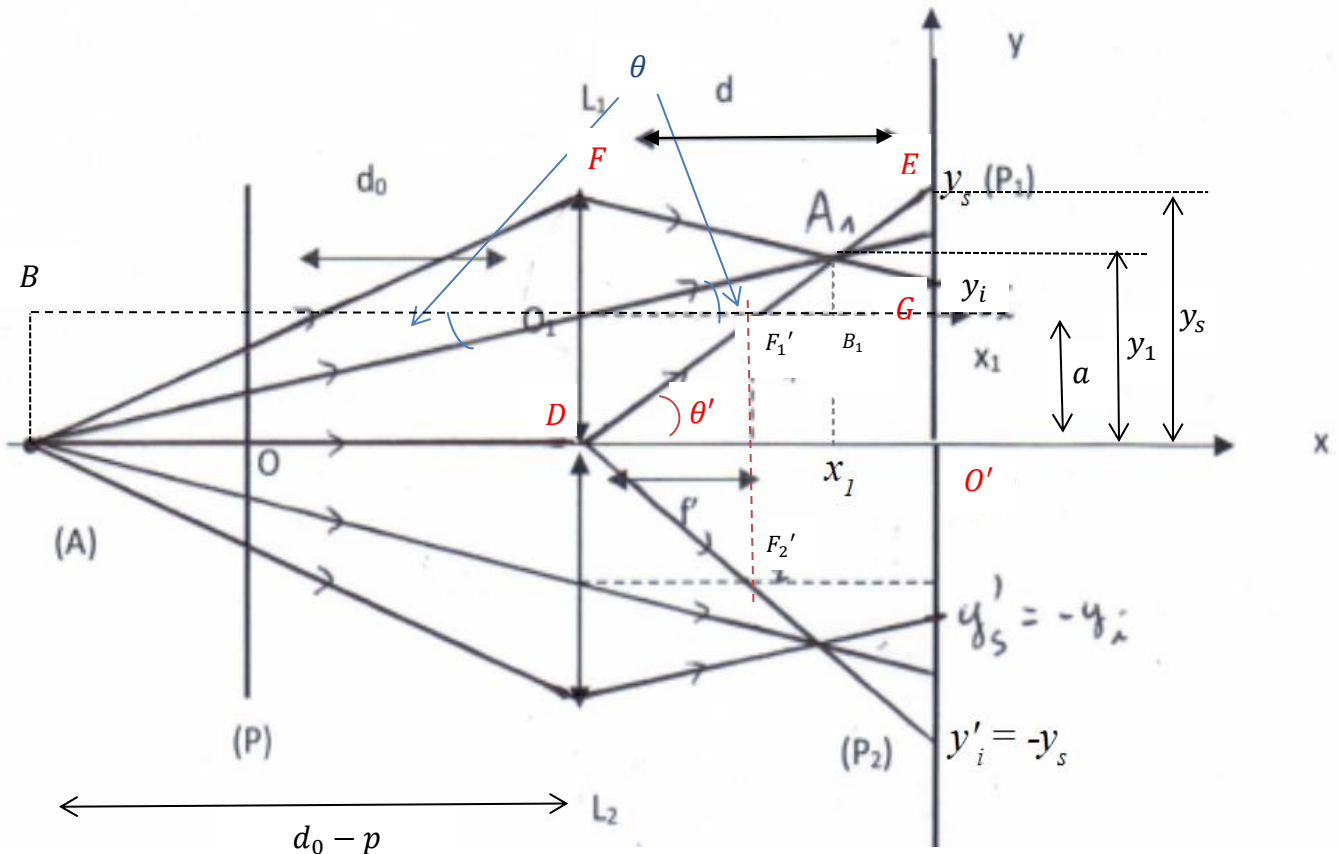
Autre méthode : $\tan(\theta) = \frac{O_1' A_1}{O_1 O_1'} = \frac{AB}{O_1 B}$; Soit alors : $\frac{O_1' A_1}{d} = \frac{a}{d_0}$; On retrouve bien que $A_1 O_1' = \frac{d a}{d_0}$.

Q7. $\Delta\phi_0 = y_1 - y_2 = 2 y_1 = a + \frac{ad}{d_0} + a + \frac{ad}{d_0}$; Alors : $\Delta\phi_0 = y_1 - y_2 = 2a(1 + \frac{d}{d_0})$.

Q8. Le rayon AO_1 n'est pas dévié.

Le rayon incident // à l'axe optique coupe l'axe optique de L_1 en F'_1 .

A_1 est l'intersection des deux rayons.



Q8 (suite). On cherche y_1 :

D'après la formule du grandissement :

$$|\gamma| = \frac{B_1A_1}{BA} = \frac{O_1B_1}{O_1B} ; \text{ Avec } O_1B_1 = x_1 ; BA = a ; \overline{O_1B} = \overline{O_1O} + \overline{OA} = -d_0 + p$$

Ainsi : $B_1A_1 = \frac{x_1 a}{d_0 - p}$; De plus $y_1 = a + B_1A_1$; Alors : $y_1 = a + \frac{x_1 a}{d_0 - p}$; Ou encore : $y_1 = a(1 + \frac{x_1}{d_0 - p})$.

Autre méthode : $\tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{O_1B_1} = \frac{AB}{O_1B}$; Soit : $\frac{A_1B_1}{x_1} = \frac{a}{d_0 - p}$; On retrouve : $B_1A_1 = \frac{x_1 a}{d_0 - p}$.

Q9. Pour la construction, on utilise le fait que tous les rayons issus de A convergent en A_1 et A_2 .

Q10. D'après le théorème de Thalès, dans le triangle (D, E, O') : $\frac{y_s}{y_1} = \frac{d}{x_1}$; D'où : $y_s = \frac{dy_1}{x_1}$

Autre méthode : $\tan(\theta') = \frac{O'E}{DO'} = \frac{y_s}{d} = \frac{y_1}{x_1}$; Soit alors : $\frac{y_s}{d} = \frac{y_1}{x_1}$; On retrouve bien que $y_s = \frac{dy_1}{x_1}$.

D'autre part, d'après le théorème de Thalès dans les triangles homothétiques (D, F, A_1) et (E, G, A_1) :

$$\frac{EG}{FD} = \frac{d - x_1}{x_1} ; \text{ Soit : } \frac{y_s - y_i}{2a} = \frac{d - x_1}{x_1} = \frac{d}{x_1} - 1 ; \text{ Alors : } y_s - y_i = 2a \left(\frac{d}{x_1} - 1 \right) ; \text{ Soit : } y_i = y_s + 2a \left(\frac{d}{x_1} - 1 \right)$$

Et en remplaçant y_s , il vient : $y_i = 2a(1 - \frac{d}{x_1}) + \frac{dy_1}{x_1}$.

Q11. $y_i = -y'_s$ par symétrie. $\Delta\phi = y_s + y_i = \frac{2dy_1}{x_1} + 2a(1 - \frac{d}{x_1})$.

En remplaçant y_1 par $y_1 = a + \frac{x_1 a}{d_0 - p} = a(1 + \frac{x_1}{d_0 - p})$, il vient :

$$\Delta\phi = y_s + y_i = \frac{2da(1 + \frac{x_1}{d_0 - p})}{x_1} + 2a(1 - \frac{d}{x_1}) ; \text{ Ou encore : } \Delta\phi = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p}.$$

Q12. D'après l'énoncé, $\Delta^2\phi = \Delta\phi - \Delta\phi_0 = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p} - 2a(1 + \frac{d}{d_0}) = 2ad(\frac{1}{d_0 - p} - \frac{1}{d_0})$

Ainsi : $\Delta^2\phi = 2ad \frac{d_0 - d_0 + p}{d_0(d_0 - p)}$, qui se simplifie en : $\Delta^2\phi = 2ad \frac{p}{d_0(d_0 - p)}$.

Q13. D'après la question précédente, on a : $\Delta^2\phi(d_0^2 - d_0 p) = 2adp$

d'où $p(2ad + d_0 \Delta^2\phi) = d_0^2 \Delta^2\phi$; Soit : $p = \frac{d_0^2 \Delta^2\phi}{(2ad + d_0 \Delta^2\phi)}$.

AN : $p = \frac{20^2 \times 0,5}{(2 \times 3 \times 20 + 20 \times 0,5)} = \frac{200}{120 + 10} = \frac{20}{13} \approx 1,5$. On obtient **$p \approx 1,5 \text{ cm}$** .

$p = \overline{OA} > 0$, il faut **translater (P) de 1,5 cm vers la droite** pour amener le plan (P) au niveau du point A.