I \mid Comparaison entre transformations

 T_0, P_0

T, P, V

On considère un système composé d'une quantité de matière n de gaz parfait diatomique enfermée dans une enceinte. Cette enceinte est fermée par un piston de surface S et dont on négligera la masse, pouvant coulisser sans frottement. L'ensemble est situé dans l'atmosphère, dont on note T_0 et P_0 la température et la pression. On note I l'état initial. L'objectif est de comparer deux transformations du système : l'une brutale et l'autre lente.

Commençons par la transformation brutale : on lâche brusquement une masse M sur le piston, qui se stabilise en un état intermédiaire 1.

- 1) Le meilleur modèle pour la transformation est-il isotherme ou adiabatique? Peut-on en déduire un résultat sur la température T_1 ?
- 2) Déterminer la pression P_1 .
- 3) Établir le bilan énergétique de la transformation en explicitant chacun des termes $W_{I\to 1}$, $Q_{I\to 1}$ et $\Delta_{I\to 1}U$, et appliquer le premier principe.
- 4) Exprimer alors T_1 en fonction des pressions P_1, P_0 et la température T_0 , et V_1 en fonction des pressions et du volume $V_I = V_0$.

On observe qu'en fait l'état 1 n'est pas un réel état d'équilibre : le piston continue de bouger, mais beaucoup plus lentement, jusqu'à atteindre l'état 2 qui est l'état final.

- 5) Quel phénomène, négligé précédemment, est responsable de cette nouvelle transformation du système? Comment peut-on qualifier cette transformation?
- 6) Déterminer les caractéristiques T_2 , P_2 , V_2 de l'état 2.
- 7) Déterminer le travail reçu par le système, puis sa variation d'énergie interne au cours de la transformation 1 → 2. En déduire le travail total et le transfert thermique total reçus au cours de la transformation brusque.

Comparons maintenant à une transformation lente : la même masse M est lâchée très progressivement sur le piston, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ».

- 8) Comment qualifie-t-on une telle transformation? Que peut-on en déduire sur la température du système au cours de la transformation?
- 9) Déterminer la pression dans l'état final et en déduire le volume. Commenter.
- 10) Établir le bilan énergétique de la transformation en explicitant chaque terme.
- 11) Représenter alors ces deux transformations dans un diagramme de WATT (P,V), en considérant la transformation $I \to 1$ mécaniquement réversible, et commenter.

Ι

Thermodynamique du corps humain

On assimile le corps humain à cinq cylindres et une sphère composées d'eau :

- \diamond un cylindre de diamètre $d_T = 30 \,\mathrm{cm}$ et de hauteur $h_T = 60 \,\mathrm{cm}$ modélisant le tronc,
- \diamond quatre cylindres de diamètre $d_M = 10 \, \mathrm{cm}$ et hauteur $h_M = 80 \, \mathrm{cm}$,
- \diamond une sphère de diamètre $d_{TE}=15\,\mathrm{cm}$ modélisant la tête.

On considérera que la capacité thermique et la masse volumique du corps est sensiblement égale à celle de l'eau.

- I/) 0.1 Données. Pour l'eau : $\rho = 1000 \,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $c = 4186 \,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$.
- 1) Exprimer puis calculer le volume V du corps et sa masse m. Si la masse vous semble étonnante, reprenez vos calculs!
- 2) Exprimer et calculer la surface totale S du corps humain (on ne prendra en compte que les surfaces latérales des cylindres).

I/A

Maintien de la température

Les mouvements de convection de l'air sur la peau entraînent une perte d'énergie thermique Q_P vers le milieu extérieur. On peut quantifier cette perte par la loi de Newton qui donne la le transfert thermique reçu par un système de température T de la part d'un gaz de température T_e pendant la durée Δt sous la forme :

$$Q_p = h(T_e - T)S\Delta t$$
 où $h = 4 \,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}.$

3) On suppose que la température du corps est maintenue à T_0 durant toute une journée : Montrer que $Q_p \approx -1 \times 10^7 \,\mathrm{J}$ en utilisant des valeurs raisonnables pour T_0 et T_e . Commenter ensuite le signe de Q_p

Pour maintenir cette température constante, le corps puise chaque jour une énergie thermique Q_A dans son alimentation.

4) Déterminer Q_A en fonction de Q_P .

La calorie est définie comme l'énergie qu'il faut apporter à un gramme d'eau pour élever sa température de $14.5\,^{\circ}\text{C}$ à $15.5\,^{\circ}\text{C}$.

5) Calculer la valeur de Q_A en kilocalorie (kcal).

I/B

Science et investigation

La police scientifique utilise la température T(t) d'un corps à l'instant t où il est découvert pour déterminer la durée qui s'est écoulée depuis le décès. À partir du moment où l'organisme cesse de fonctionner, l'apport d'énergie Q_A est nul. La température T(t) du corps décroît donc sous l'effet des pertes Q_P .

6) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par T(t) s'exprime selon

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{hS}{mc}T(t) = \frac{hS}{mc}T_e.$$

On pourra pour cela faire étudier une transformation du corps humain sur une durée infinitésimale dt durant lequel T varie de $\mathrm{d}T$.

7) La résoudre, tracer T en fonction de t et calculer la valeur numérique de la constante de temps τ de ce phénomène.

I | Calorimétrie (**)

L'énergie interne des phases condensées (solides et liquides) ne dépend quasiment que de la température; la détermination de leur capacité calorifique est donc essentielle. On utilise pour ce faire des récipients calorifugés type vases Dewar constitués d'une double paroi de verre contenant du vide et dont la face intérieure est recouverte d'une pellicule argentée.

 Les parois du récipient sont alors athermanes : justifiez cette propriété vis-à-vis de la constitution du récipient. On rappelle cela signifie que la paroi empêche les transferts thermiques entre l'intérieur et l'extérieur du vase Dewar.

I/A Méthode des mélanges

On considère un calorimètre contenant une masse m_1 d'eau à la température T_1 (Figure 1). La capacité thermique massique de l'eau c_e est connue. À l'instant initial, on plonge dans le calorimètre un corps (ou un liquide) de masse m_2 , porté à la température T_2 , dont on souhaite connaître la capacité thermique massique c. À l'équilibre la température finale est T_f . Le système considéré est l'ensemble {eau + corps}.

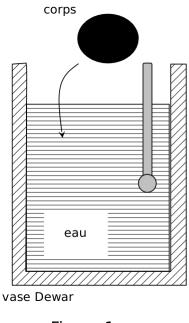


Figure 1

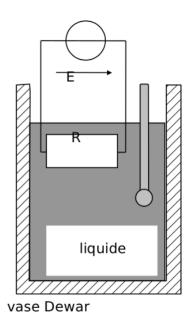


Figure 2

- 2) Décrire l'état initial et l'état final du système.
- 3) Exprimer ΔU , ΔE_c , W et Q et en déduire l'expression de c.
- 4) Effectuer l'application numérique sachant que pour du cuivre : $m_2 = 200 \,\mathrm{g}$, $T_2 = 100 \,^{\circ}\mathrm{C}$, $m_1 = 1 \,\mathrm{kg}$, $T_1 = 20 \,^{\circ}\mathrm{C}$, $T_f = 21.5 \,^{\circ}\mathrm{C}$, $c_{\mathrm{eau}} = 4.18 \,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

I/B Méthode électrique

La détermination de la capacité thermique c (supposée indépendante de la température) d'un liquide peut se faire à l'aide de l'effet Joule. Une résistance de valeur R soumise à une tension de valeur efficace E est plongée dans une masse m_3 du liquide à étudier. À l'instant initial le liquide est à la température T_3 , après une durée Δt de chauffage, le liquide est à la température T_f . Le système considéré est uniquement le {liquide}.

- 5) Décrire l'état initial et l'état final du système.
- 6) Exprimer ΔU , ΔE_c , W et Q durant la transformation et en déduire l'expression de c en fonction des données.

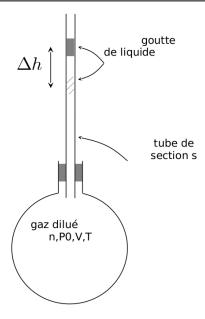
On utilise une résistance de $50\,\Omega$ alimentée par une tension de $20\,\mathrm{V}$.

7) Quelle est la puissance électrique dissipée par effet Joule?

Après 10 minutes de chauffage, on mesure une élévation de température de 5K dans les 200g d'huile introduits dans le calorimètre.

- 8) En déduire la capacité calorifique de l'huile étudiée.
- 9) Si l'on prend en compte le fait que le vase Dewar, le thermomètre et l'agitateur voient également leur énergie interne augmenter lors des mesures précédentes, comment faut-il modifier les relations obtenues pour en tenir compte? On notera C_M leur capacité calorifique.

$oxed{ | ext{Thermometre à gaz } (\star) }$



On peut mesurer la température à l'aide d'un gaz sous basse pression P_0 qui se comporte alors comme un gaz parfait. On mesure dans le dispositif ci-contre, appelé thermomètre à gaz, la variation de hauteur Δh d'une goutte de liquide dans le tube de section s lorsque la température varie.

- 1) Décrire le système thermodynamique étudié à l'équilibre. Préciser en particulier ce que l'on sait de la pression et de la température.
- 2) Exprimer la variation de volume ΔV en fonction de s et Δh .
- 3) Exprimer la relation entre ΔT et Δh .
- 4) À 300K, la goutte est à l'équilibre et la pression dans l'enceinte est 1,00bar. Calculer n sachant que V = 50.0 mL.
- 5) Calculer le diamètre du tube pour que la goutte monte de 1m lorsque T augmente de 100K.

I \mid Équation de gaz parfait et interprétation microscopique

Considérons un système de N particules identiques de masse m contenue dans un volume V. Ce gaz théorique suit le modèle du gaz parfait.

- 1) Rappeler les hypothèses du gaz parfait.
- 2) Justifier qu'entre deux chocs, on peut considérer les vecteurs vitesses des particules comme constants.

Nous allons démontrer la relation donnée en cours entre la pression au sein du gaz et la vitesse quadratique des particules. Nous ajouterons à notre modèle les hypothèses simplificatrices suivantes :

- \diamond les particules possèdent toutes la même norme de vitesse u (on parle de distribution homocinétique),
- \diamond elles ne se déplacent que selon trois directions : \vec{e}_x , \vec{e}_y ou \vec{e}_z (cela signifie qu'aucune n'a un vecteur vitesse qui n'est pas colinéaire à un vecteur de la base),
- \diamond il y a une répartition égale des particules dans chaque direction et sens de l'espace : autant de particules ont un vecteur vitesse dirigé suivant $\pm \vec{e}_x$, $\pm \vec{e}_y$ ou $\pm \vec{e}_z$.

On considère un cylindre d'axe Ox et on cherche la pression provoqué par les chocs des particules sur la paroi avant d'axe Ox. On appelle S la surface de cette paroi.

- 3) Justifier que le nombre de particules allant dans vers cette paroi à l'instant t est N/6.
- 4) On considère la portion de cylindre de base S de hauteur u dt. Pourquoi seules les particules contenues dans ce cylindre à l'instant t frapperont la paroi entre t et t + dt?
- 5) Soit dN le nombre de particules dans ce petit cylindre. Exprimer dN en fonction de u, N, S, V et dt.
- 6) Exprimer la variation de la quantité de mouvement d'une particule au cours du choc.
- 7) Quelle est la force totale exercée par les particules pendant dt sur la paroi S?
- 8) En déduire l'expression de la pression du gaz en fonction de u^2 , N, m et V ainsi que la loi des gaz parfaits.