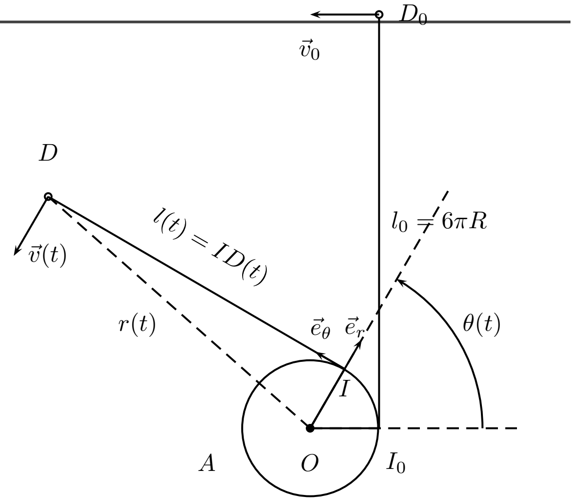
Sujet 1

I Domino le chien

Le chien Domino D est attaché à un arbre A circulaire de rayon R par l'intermédiaire d'une laisse de longueur $l_0 = 6\pi R$ constante qui s'enroule autour de l'arbre.

Il commence à courir à la date $t = 0$ (position D_0) avec une vitesse tangentielle à tout instant et de norme constante v_0, sa laisse restant tendue en permanence.



1. Donnez en coordonnées polaires l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OD}$ du chien Domino à la date t en l'assimilant au point D.

2. En déduire l'expression de sa vitesse.

3. En utilisant l'hypothèse $v = v_0$ constante, montrer à l'aide de la méthode de séparation des variables que $\theta(t) = \frac{l_0}{R}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2Rv_0t}{l_0^2}}\right)$ puis donner ensuite l'expression de $r(t)$.

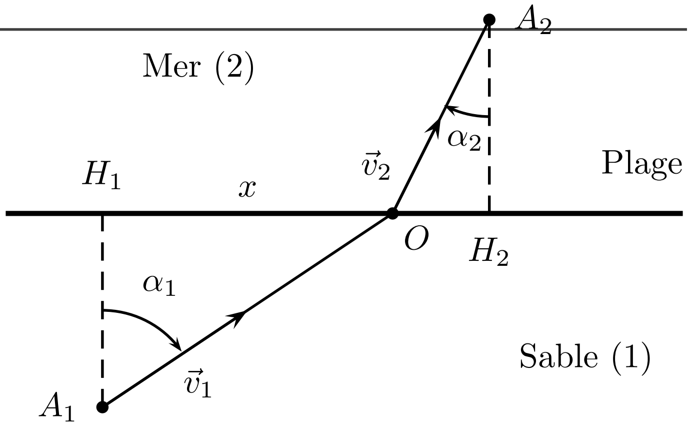
4. Écrivez en coordonnées polaires l'équation $r(\theta)$ de la trajectoire et tracer son allure.

5. À quel endroit et à quelle date la course s'achève-t-elle ?

Sujet 2

I Optimisation d'un trajet

Soit une plage P, séparation entre deux milieux différents : le sable (milieu (1)) et la mer (milieu (2)).
Un point A_1 sur le sable est à la distance $A_1H_1 = a_1$ de P. Un point A_2 en mer est à la distance $A_2H_2 = a_2$ de P. On pose $H_1H_2 = d$.



Un maître nageur I est en A_1 au moment où il repère un petit chien en difficulté en A_2.
Il peut courir sur le sable à la vitesse v_1 et nager à la vitesse $v_2 < v_1$, on notera τ la durée du parcours A_1OA_2.

1. Quel trajet doit-il emprunter pour rejoindre A_2 le plus rapidement possible ? On déterminera d'abord l'équation que doit vérifier $x = H_1O$, puis on simplifiera l'expression obtenue en introduisant les angles $\alpha_1 = (\overrightarrow{A_1H_1},\overrightarrow{A_1O})$ et $\alpha_2 = (\overrightarrow{A_2H_2},\overrightarrow{A_2O})$

2. A quelle loi physique l'expression obtenue vous fait-elle penser ?

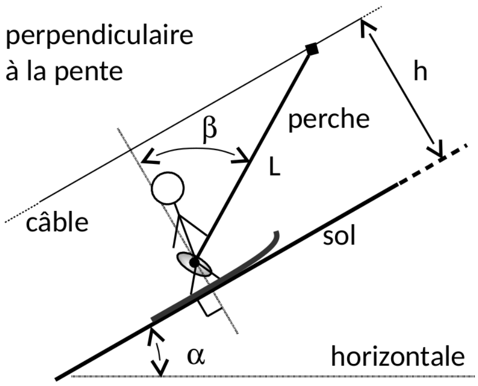
Sujet 3

I Quelques notions de ski ($\star$)

A Leçon n° 1 : le remonte-pente

On considère une skieuse de masse m remontant une pente d'angle α à l'aide d'un téléski. Celui-ci est constitué de perches de longueur L accrochées à un câble parallèle au sol situé à une hauteur h.

On néglige les frottements de la neige sur les skis.



1. Quelles sont les trois forces que subit la skieuse ?

On considère une skieuse de 50kg sur une pente de 15% (c'est-à-dire que la skieuse s'élève de 15 m lorsqu'elle parcourt horizontalement 100 m). La force exercée par la perche sur la skieuse sera supposée fixée et égale à $F = 100\text{N}$.

2. Existe-t-il un angle limite β_l pour lequel le contact entre les skis et le sol serait rompu ?

On suppose maintenant que sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse constante.

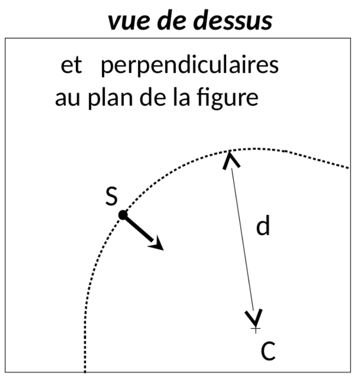
3. Quelle relation les 3 forces que subit la skieuse doivent-elles vérifier ?

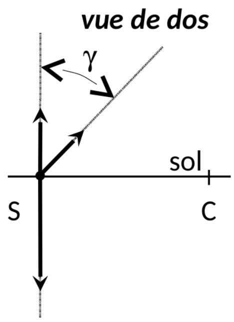
On note β l'angle que forme la perche du téléski avec la perpendiculaire à la pente.

4. Représenter les trois forces sur une même figure en repérant bien les angles α et β.
5. En déduire une relation entre m, g, α, β et F (la norme de la force exercée par la perche).
6. En négligeant la distance entre la rondelle et le sol, exprimer F en fonction m, g, α, h et L. Comment varie F avec α et h ? Commenter.

B Leçon n° 2 : le virage

La skieuse est toujours sur le remonte pente et aborde une zone horizontale où sa trajectoire est un cercle de centre C et de rayon d. Sa célérité est toujours constante. On suppose pour les questions suivantes que la perche est contenue dans le plan formé par la droite SC et la verticale.





7. Que peut-on dire de son accélération ?

On a représenté ci-dessus différentes vues de la situation où la skieuse est modélisée par un point matériel S posé sur le sol. On néglige les frottements, on note $\overrightarrow{F}$ la force exercée par la perche du téléski et γ l'angle qu'elle forme avec la verticale.

8. Déterminer $F = ||\overrightarrow{F}||$ en fonction de m, $v = ||\overrightarrow{v}||$ la célérité, d et γ.

9. En déduire $R = ||\overrightarrow{R}||$ en fonction de toutes les autres données.

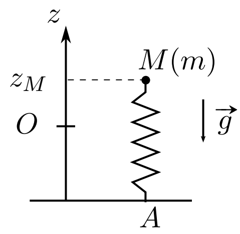
10. Comment évolue R lorsque la célérité augmente ?

11. En pratique la perche n'est pas rigoureusement orthogonale à la trajectoire mais est également dirigée vers l'avant. Expliquer pourquoi.

Sujet 4

I Ressort vertical

On considère un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'extrémité inférieure est en contact avec un support horizontal au point A. Une masse m assimilable à un point matériel M est accrochée à l'autre extrémité. La masse a un mouvement rectiligne vertical.
Dans un premier temps, on suppose que le point A est fixe. On définit l'axe vertical ascendant (O,z). On note z_M la coordonnée de la masse. A l'équilibre, $z_M = 0$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par z_M.

2. On suppose que la masse est lâchée depuis la position $z_M(t=0) = z_0$ et sans vitesse initiale. Exprimer $z_M(t)$ pour $t \geq 0$.

3. Exprimer l'énergie potentielle élastique. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.

4. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.

5. Montrer que l'énergie mécanique est conservée.

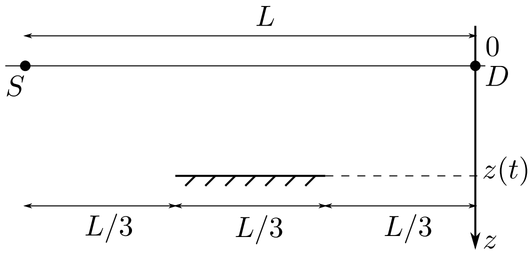
On suppose désormais que le ressort est posé sur le sol et non fixé

6. Quelle est la condition sur z_0 pour que le ressort ne décolle pas du support.

Sujet 5

I Miroir de Lloyd

On dispose une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 650\,\text{nm}$ à une distance horizontale $L = 45\,\text{cm}$ d'un détecteur D. Initialement, un miroir de longueur $L/3$ positionné à égale distance de S et D se trouve en $z = 0$ (même côte que S et D). On lâche le miroir à $t = 0$ sans vitesse initiale. Il ne subit que les effets de la pesanteur.
La réflexion sur le miroir métallique s'accompagne d'un retard de phase égale à π.
L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.



On donne dans le tableau ci-dessous l'instant t_k auquel est mesuré le $k^{\text{ième}}$ maximum d'intensité par le détecteur D.

indice k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_k (ms)	7,42	9,77	11,11	12,08	12,86	13,53	14,10	14,62	15,00

1. Pour une position $z(t)$ du miroir, représenter les deux rayons qui interfèrent au niveau du détecteur D.

2. Déterminer l'expression de la différence de marche δ_D entre ces deux ondes au point D. Pour cela, il pourra être utile de faire apparaitre une source fictive S' image de S par le miroir. Simplifier cette expression dans le cas où $L \gg z(t)$. On rappelle qu'au premier ordre en $\epsilon \ll 1$, $\sqrt{1+\epsilon} \approx 1 + \epsilon/2$.

3. En déduire l'expression de l'intensité en D en fonction du temps. On rappelle la formule de Fresnel
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)$$

4. Quelle est l'intensité reçue en D à $t = 0$?

5. Déterminer l'expression de l'instant t_k auquel est observé le $k^{\text{ième}}$ maximum d'intensité en D.

6. Á l'aide d'une régression linéaire, déterminer la valeur de g.