Optique – chapitre 4

Correction du TD d'entraînement

I Étude d'un photocopieur

Un photocopieur permet la formation de l'image d'un document sur une surface photosensible par l'intermédiaire d'un objectif de reproduction. On désire reproduire un document de format A4 soit en A4 (même format), soit en A3 (format double en surface) soit en A5 (format moitié en surface).

On réalise ces différents tirages à l'aide d'un objectif en modifiant la position respective des lentilles à l'intérieur du système. La distance entre le document et le récepteur photosensible est de 384 mm et l'on positionne une première lentille mince divergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale image $f'_1 = -90$ mm à 180 mm du récepteur (Figure 4.1).

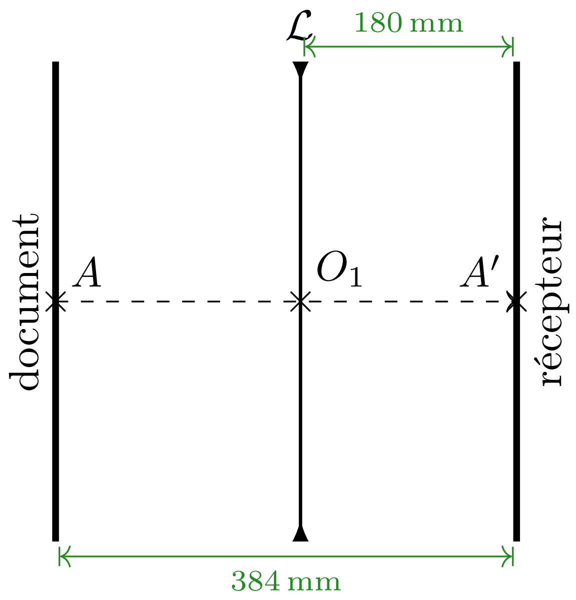


FIGURE 4.1 – Situation 1.

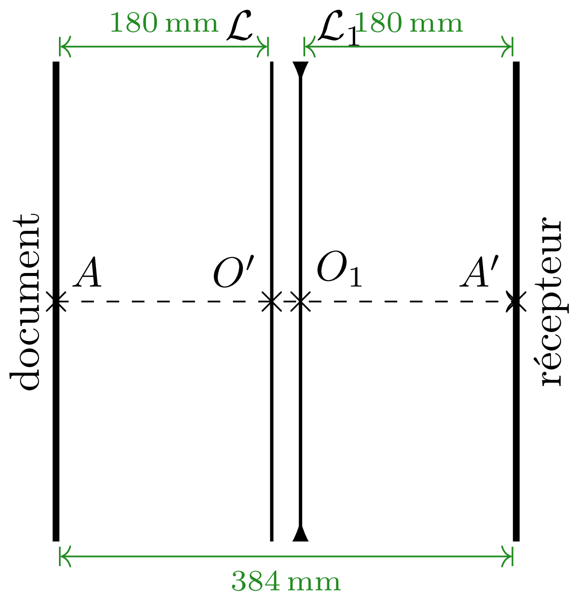


FIGURE 4.2 – Situation 2.

1) La lentille $\mathcal{L}_1$ peut-elle donner une image du document sur le récepteur ?

Réponse

La lentille divergente ne peut pas donner une image réelle si l'objet est réel (vérifiez avec la relation de conjugaison). Par conséquent, l'image à travers $\mathcal{L}_1$ **ne peut pas être sur le récepteur**, car cette dernière est virtuelle.

◇

2) On ajoute une lentille mince $\mathcal{L}'$ devant la lentille $\mathcal{L}_1$, à 180 mm du document (Figure 4.2). La lentille $\mathcal{L}'$ peut-elle être divergente ? Justifier votre réponse.

Réponse

Si $\mathcal{L}'$ est divergente, l'image de A est virtuelle, comme vu précédemment ; mais ça sera donc un objet réel pour $\mathcal{L}_1$, et on a encore le même raisonnement. Ainsi, si une lentille peut fonctionner dans ce système, elle ne peut être divergente.

◇

3) Calculer la distance focale image f' de cette lentille $\mathcal{L}'$ pour obtenir une image réelle du document sur le récepteur. Pour cela, on utilisera deux relations de Descartes.

Réponse

L'image finale est telle que $\overline{\mathrm{O_1A'}} = 180\,\mathrm{mm}$, l'objet initial est tel que $\overline{\mathrm{O'A}} = -180\,\mathrm{mm}$ et on a $\overline{\mathrm{O'O_1}} = 24\,\mathrm{mm}$. Avec le système $\mathrm{A} \xrightarrow[\mathrm{O'}]{\mathcal{L}'} \mathrm{A_1} \xrightarrow[\mathrm{O_1}]{\mathcal{L}_1} \mathrm{A'}$, on sait qu'on a les relations

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}} \\ \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}}\right)^{-1} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{f_1'}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}} \times \overline{\mathrm{O'A}}}{\overline{\mathrm{O'A}} - \overline{\mathrm{O'A_1}}} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} \end{cases}$$

On en déduit $\overline{\mathrm{O'A_1}} = \overline{\mathrm{O_1A_1}} - \overline{\mathrm{O_1O'}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} - \overline{\mathrm{O_1O'}}$; avec $\begin{cases} f_1' = -90\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1A'}} = 180\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1O'}} = -24\,\mathrm{mm} \end{cases}$ on a

$$\underline{\overline{\mathrm{O'A_1}} = 84\,\mathrm{mm}}$$

et finalement avec $\overline{\mathrm{O'A}} = -180\,\mathrm{mm}$, on a également

$$\underline{f' = 57\,\mathrm{mm}}$$

◇

4) En déduire le grandissement γ de l'association des deux lentilles et indiquer quel type de tirage permettra cet objectif : transformer du A4 en A3 ou du A4 en A5 ?

Réponse

$\gamma_{\text{imprim}} = \gamma_{\mathcal{L}'}\gamma_{\mathcal{L}_1}$ en tant qu'association de lentilles ; or $\gamma_{\mathcal{L}'} = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}}}{\overline{\mathrm{O'A}}} = -0{,}5$, et $\gamma_{\mathcal{L}_1} = \dfrac{\overline{\mathrm{O_1A'}}}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} = 3$: on a

$$\underline{\gamma_{\text{imprim}} = -1{,}5}$$

$|\gamma_{\text{imprim}}| > 1$ d'une part, mais pour savoir si on peut imprimer en A3 il faut savoir si la *surface* est multipliée par 2 ; γ est un grandissement linéique (sur une longueur). Pour la surface, on calcule $\gamma_{\text{imprim}}^2 = 2.25 > 2$: on peut donc transformer du A4 en A3.

◇

II Le microscope

Un microscope est schématisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique : l'objectif $\mathcal{L}_1$ de centre $\mathrm{O_1}$ et de distance focale image $f_1' = 5\,\mathrm{mm}$, et l'oculaire $\mathcal{L}_2$ de centre $\mathrm{O_2}$ et de distance focale image $f_2' = 25\,\mathrm{mm}$. On note respectivement $\mathrm{F'_1}$ et $\mathrm{F_2}$ les foyers image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$. On appelle *intervalle optique* et on la note Δ la distance $\overline{\mathrm{F_1'F_2}} = 25\,\mathrm{cm}$. L'œil de l'observataire est placé au foyer image F_2' de l'oculaire. On y visualise un objet étendu transverse AB avec A sur l'axe optique.

1) Où doit se situer A pour que l'œil n'ait pas à accommoder ? Répondre en donnant l'expression et la valeur numérique de $\overline{\mathrm{F_1A}}$.

Réponse

L'œil visant sans fatigue à l'infini, il faut que l'image par $\mathcal{L}_2$ soit à l'infini. Pour ça, l'image intermédiaire $\mathrm{A_1}$ de A par $\mathcal{L}_1$ doit se situer dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_2$. Autrement dit, on doit avoir $\overline{\mathrm{F_1'A_1}} = \overline{\mathrm{F_1'F_2}}$. Ceci ce traduit par la schématisation optique $\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O_1}]{\mathcal{L}_1} \underbrace{\mathrm{A_1B_1}}_{\mathrm{A_1=F_2}} \xrightarrow[\mathrm{O_2}]{\mathcal{L}_2} +\infty$. On utilise donc la relation de conjugaison pour la lentille $\mathcal{L}_1$ avec origine au foyer :

$$\overline{\mathrm{FA}}\overline{\mathrm{F'A'}} = -f'^2$$

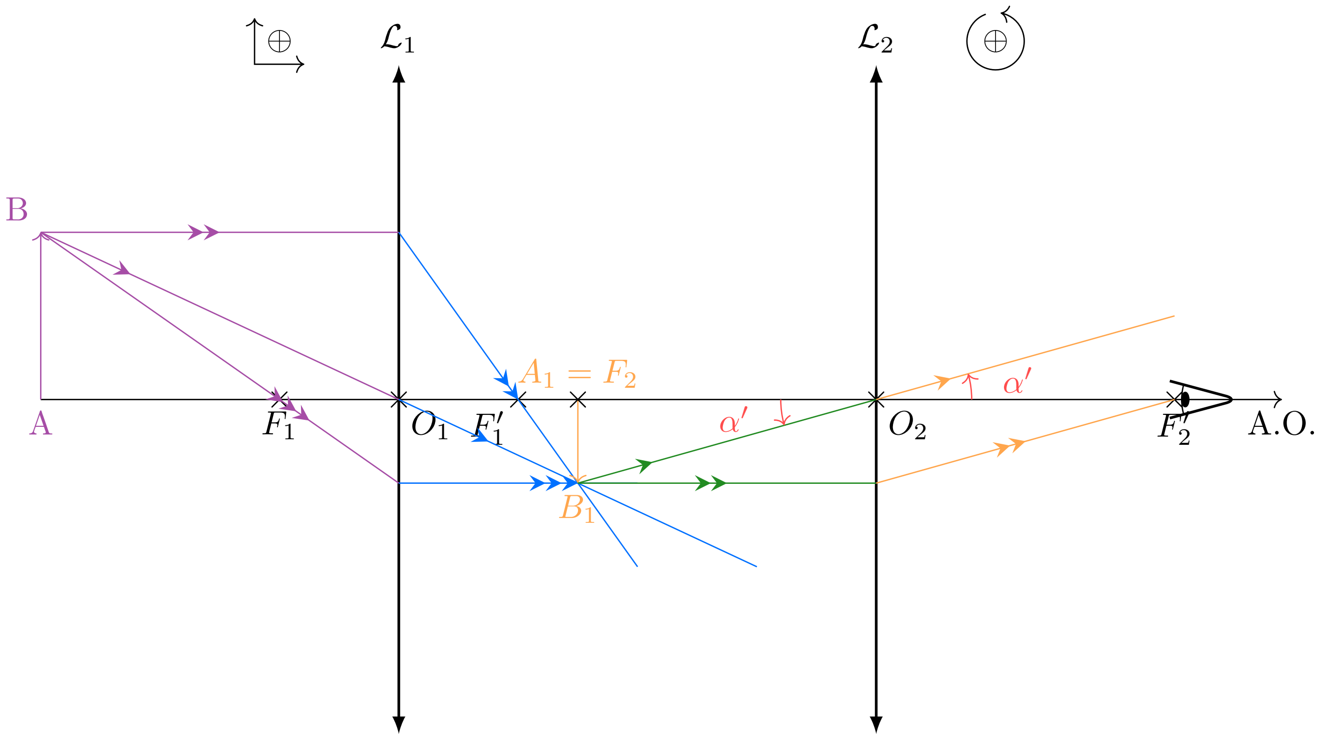
et avec les notations choisies, $\overline{\mathrm{F_1A}}\,\overline{\mathrm{F'_1A_1}} = -f_1'^2$. On en tire directement

$$\boxed{\overline{\mathrm{F_1A}} = \frac{-f_1'^2}{\Delta}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_1' = 5\,\mathrm{mm} \\ \Delta = 250\,\mathrm{mm} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \underline{\overline{\mathrm{F_1A}} = -0{,}1\,\mathrm{mm}}$$

◇

2) On se place dans les conditions de la question précédente. Représenter le trajet de 2 rayons issus de B sur une figure horizontale respectant le fait que $f_1' < f_2'$.

Réponse



◇

3) Soient α' l'angle algébrique sous lequel l'œil voit l'image finale de AB par le microscope, et α l'angle algébrique sous lequel il apercevrait l'objet sans microscope et à la distance Δ. Calculer le grossissement, et interpréter son signe.

Réponse

Avec le schéma ci-dessus et dans l'hypothèse des conditions de Gauss ($\tan\theta \approx \theta$), $\alpha' = \dfrac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{-f_2'}$. On veut relier $\overline{\mathrm{A_1B_1}}$ à $\overline{\mathrm{AB}}$ puisqu'on aura $\alpha = \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{-\Delta}$: on utilise pour ça l'expression du grandissement avec origine aux foyers (on connaît $\overline{\mathrm{F_1A}}$) :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = -\frac{\overline{\mathrm{O_1F_1}}}{\overline{\mathrm{F_1A}}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{\mathrm{A_1B_1}} = \overline{\mathrm{AB}}\frac{f_1'}{\overline{\mathrm{F_1A}}}$$

Ainsi, $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{-\dfrac{f_1'}{f_2'}\dfrac{\overline{AB}}{\overline{F_1A}}}{\dfrac{\overline{AB}}{-\Delta}}$ donc

$$\boxed{G = -\frac{\Delta^2}{f_1' f_2'}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta = 25\,\text{cm} \\ f_1' = 5\,\text{mm} \\ f_2' = 25\,\text{mm} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \underline{G = -500}$$

◇

III Lunettes astronomiques de Kepler et Galilée

On construit une lunette astronomique de Kepler par un objectif $\mathcal{L}_1$ de diamètre $D = 30\,\text{mm}$, de centre O_1 et de vergence $V_1 = 3{,}125\,\delta$, et d'un oculaire $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de vergence $V_2 = 25\,\delta$.

III/A Kepler

Données

Association de deux lentilles :

1) $\mathcal{L}_1$ « objectif », vergence $V_1 = 3{,}125\,\delta$, diamètre $D = 30\,\text{mm}$;
2) $\mathcal{L}_2$ « oculaire », vergence $V_2 = 25\,\delta$.

1) Calculer les distances focales images f_1' et f_2' de l'objectif et de l'oculaire respectivement.

Réponse

Résultat attendu

Focales de lentilles

Outil du cours

$$V = \frac{1}{f'}$$

Application

$\underline{\overline{O_1F_1'} = 32\,\text{cm}}$ et $\underline{\overline{O_2F_2'} = 4\,\text{cm}}$

◇

2) Définir le caractère afocal d'une lunette et son intérêt pour un œil emmétrope.

Réponse

Système afocal

Est afocal un système pour lequel un objet initial à l'infini donne une image finale à l'infini.

Intérêt d'un système afocal

Un système afocal présente comme intérêt de permettre à un œil emmétrope d'observer sans fatigue, étant donné que l'image sortant du système est à l'infini (voir cours).

◇

3) Calculer alors l'encombrement $\overline{O_1O_2}$ de la lunette.

Réponse

Résultat attendu

$\overline{\mathrm{O_1O_2}}$

Outils du cours

Règles de construction de rayons :

1) Un rayon provenant de l'infini émerge d'une lentille en croisant l'axe optique au plan focal image ;
2) Des rayons se croisant dans le plan focal objet d'une lentille émergent parallèles entre eux.

Composition des distances :

$$\overline{\mathrm{O_1O_2}} = \overline{\mathrm{O_1F_1'}} + \overline{\mathrm{F_1'O_2}}$$

Application

Pour que tous les rayons sortant de la lunette soient parallèles entre eux (donnant donc une image à l'infini), il faut que tous les rayons à l'intérieur passent par le plan focal objet de son oculaire.

Or, tous les rayons arrivent dans la lunette parallèles entre eux (objet initial à l'infini) ; il se croisent donc dans le plan focal image de l'objectif.

Pour que la condition soit vérifiée, il faut donc simplement que les plans focaux image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$ soient confondus ; autrement dit :

$$\boxed{F_1' = F_2}$$

On a alors $\overline{\mathrm{O_1O_2}} = \overline{\mathrm{O_1F_1'}} + \overline{\mathrm{F_2O_2}}$, et finalement

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_1O_2}} = +36\,\mathrm{cm}}$$

---

4) Faire un schéma à l'échelle avec comme rayons incident :

◇ Un rayon passant par $\mathrm{O_1}$ venant d'en haut ;

◇ Deux rayons proches, parallèles entre eux et au premier rayon.

On prendra soin de :

a – placer l'image intermédiaire donnée par l'objectif ;

b – puis l'image finale donnée par l'oculaire ;

c – tracer le cheminement du pinceau lumineux entre les deux rayons proches (on hachurera la zone qu'ils délimitent).

Réponse

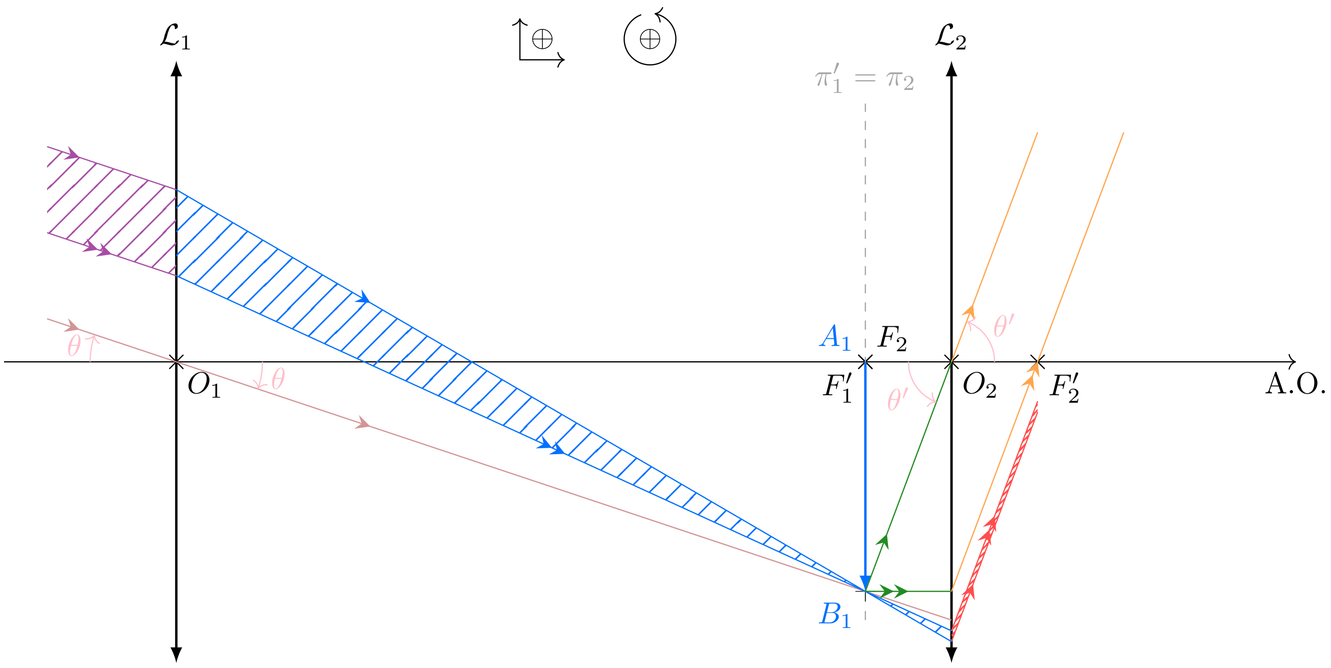
Pour cette question, le placement de l'image intermédiaire ne nécessite que le tracé du rayon passant par O_1, étant donné que son intersection avec le plan focal image donnera la position de B_1 :

Rappel

◇ Deux rayons parallèles avant le système optique se coupent dans le plan focal image ;

◇ Deux rayons qui se coupent dans le plan focal objet émergent parallèles entre eux.

On peut donc facilement tracer les rayons émergents du « pinceau » (i.e. l'espace entre les deux rayons entrant) puisqu'ils doivent se croiser en B_1. Sur le schéma suivant, les rayons sortant sont également tracés, et cette fois on utilise la seconde partie du rappel précédent : les deux rayons bleus se coupant en B_1 émergent parallèle entre eux, et il suffit de construire un rayon émergent de B_1 (par exemple celui passant par O_2 et qui n'est pas dévié) pour trouver l'angle de sortie.



5) Calculer le grossissement de la lunette.

Réponse

Résultat

G

Outil

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Application

Avec le tracé sur le schéma et en considérant des petits angles, $\theta' = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}} > 0$ et $\theta = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F_1'}} < 0$, soit

$$G = \frac{f_1'}{-f_2'} = -8$$

Attention

Pour bien voir si un angle est positif ou négatif, il faut se donner un sens dans lequel compter positivement, tracer les angles depuis l'axe optique jusqu'au rayon pour voir le changement de direction et dans la formule trigonométrique utiliser les grandeurs dans le bon sens.

6) Rappeler la définition du cercle oculaire et son intérêt.

Réponse

Cercle oculaire

On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire.

Utilité du cercle oculaire

Il correspond à la section la plus étroite du faisceau sortant de l'oculaire, où l'œil reçoit le maximum de lumière.

7) Déterminer sa position $\overline{O_2C_K'}$.

Réponse

Résultat attendu

$\overline{\mathrm{O_2C'_K}}$

Outil du cours

Par définition, C'_K est l'image de O_1 par $\mathcal{L}_2$. On va donc se servir de la relation de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

On a ici $\mathrm{O} \equiv \mathrm{O}_2$, $\mathrm{F}' \equiv \mathrm{F}'_2$, $\mathrm{A} \equiv \mathrm{O}_1$ et $\mathrm{A}' \equiv \mathrm{C}'_\mathrm{K}$. On a donc :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_2}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et après calculs :

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_2C'_K}} = \left[\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_2}}}\right]^{-1} = \underline{+4{,}5\,\mathrm{cm}}}$$

8) Donner sa taille (diamètre D'_K).

Réponse

Résultat attendu

D'_K

Outil du cours

Le diamètre du cercle oculaire s'apparente à la taille d'un objet. On peut donc utiliser le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

Avec les données de l'énoncé, on obtient :

$$\gamma = \frac{D'_K}{D} = \frac{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et finalement

$$\boxed{D'_K = D \times \frac{\overline{O_2C'_K}}{\overline{O_2O_1}} = \underline{3{,}75\,\mathrm{mm}}}$$

III/B Galilée

On obtient une lunette de Galilée en remplaçant l'oculaire convergent par un oculaire divergent. Dans cet exercice, la valeur de la vergence est la même que précédemment en valeur absolue. On nomme cette lentille $\mathcal{L}_3$, son centre sera noté O_3. La lunette astronomique reste afocale.

9) Expliquer que la vergence de l'oculaire sera $V_3 = -25\,\delta$.

Réponse

Si l'oculaire est divergent, cela signifie que $C_3 < 0$. On a donc $C_3 = -C_2$, d'où le résultat demandé.

10) Calculer le nouvel encombrement $\overline{\mathrm{O_1O_3}}$.

Réponse

On reprend la question 3), avec cette fois des indices « 3 » au lieu des indices « 2 », et on obtient :

Application

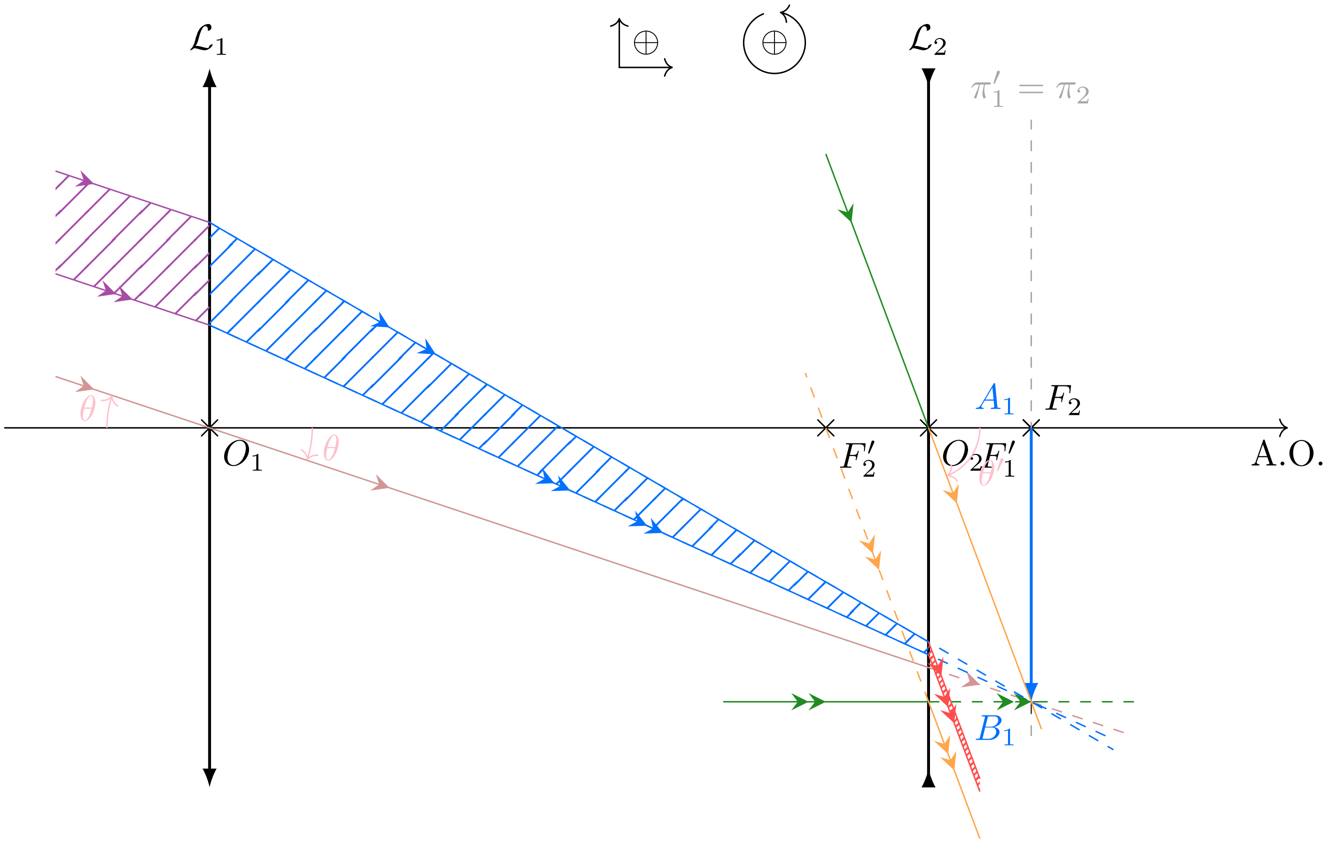
$\overline{\mathrm{O_1O_3}} = \overline{\mathrm{O_1F'_1}} + \overline{\mathrm{F_3O_3}}$ avec $\overline{\mathrm{F_3O_3}} = \overline{\mathrm{O_3F'_3}} = -4\,\mathrm{cm}$, d'où $\underline{\overline{\mathrm{O_1O_3}} = +28\,\mathrm{cm}}$

Intérêt

La lunette de Galilée est donc plus compacte que la lunette de Kepler !

11) Tracer, toujours à l'échelle, le même schéma que précédemment avec cette nouvelle situation.

Réponse



◇

12) Déterminer la position $\overline{O_3C'_G}$ du cercle oculaire.

Réponse

On reprend la question 6), avec des indices « 3 » au lieu de « 2 », et on obtient :

Application

$$\underline{\overline{O_3C'_G} = -3{,}5\,\text{cm}}$$

Comparaison

On a cette fois un cercle oculaire virtuel. Il faudra placer son œil le plus près possible de l'oculaire pour espérer avoir le plus de lumière possible.

◇

13) Donner sa taille (diamètre D'_G).

Réponse

On reprend la question 8) :

Application

$$\underline{D'_G = 3{,}75\,\text{mm}}$$

◇

14) Quels sont les avantages et inconvénients de ces 2 lunettes astronomiques ?

Réponse

	Avantages	Inconvénients
Lunette Galilée	+ compacte image droite	cercle oculaire virtuel
Lunette Kepler	Grande clarté Cercle oculaire réel	- compacte image renversée