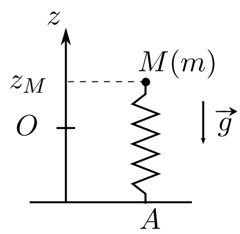
Sujet 1

I Question de cours

Faire l'analogie complète entre les deux systèmes harmoniques LC libre et ressort sans frottement : présentation, conditions initiales, équations différentielles **sans démonstration**, correspondance entre les grandeurs, tracer de la solution **dans l'espace des phases** sans résolution et commenter sur la conservation de l'énergie visible dans le graphique.

II Ressort vertical

On considère un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. L'extrémité inférieure est en contact avec un support horizontal au point A. Une masse m assimilable à un point matériel M est accrochée à l'autre extrémité. La masse a un mouvement rectiligne vertical.
Dans un premier temps, on suppose que le point A est fixe. On définit l'axe vertical ascendant (O,z). On note z_M la coordonnée de la masse. A l'équilibre, $z_M = 0$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par z_M.

2. On suppose que la masse est lâchée depuis la position $z_M(t = 0) = z_0$ et sans vitesse initiale. Exprimer $z_M(t)$ pour $t \geq 0$.

3. Exprimer l'énergie potentielle élastique. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.

4. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.

5. Montrer que l'énergie mécanique est conservée.

On suppose désormais que le ressort est posé sur le sol et non fixé.

6. Quelle est la condition sur z_0 pour que le ressort ne décolle pas du support.

Sujet 2

I Question de cours

Faire un bilan d'énergie pour le circuit LC libre, démontrer la conservation de l'énergie totale, tracer la forme du graphique, et faire un bilan d'énergie pour le ressort horizontal sans frottement, démontrer la conservation de l'énergie mécanique, tracer le graphique correspondant.

II Vibration d'une molécule

La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl est $f = 8{,}5 \times 10^{13}\,\mathrm{Hz}$. On donne les masse atomiques molaires : $M_{\mathrm{H}} = 1{,}0\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ et $M_{\mathrm{Cl}} = 35{,}5\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$, ainsi que le nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$.
On modélise la molécule par un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe par un "ressort" de raideur k.

Données numériques. $(1{,}7\pi)^2/6{,}02 \approx 4{,}738065$, $\sqrt{\frac{6{,}63\times 6{,}02\times 10}{34\pi^2}} \approx 1{,}09060$ et $2\pi \times 8{,}5 \times 1{,}09 \approx 58{,}2136997$.

1. Justifier l'hypothèse d'un atome de chlore fixe.

2. Exprimer puis calculer k.

On admet que l'énergie mécanique de la molécule est égale à $\frac{1}{2}hf$ où $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ est la constante de Planck.

3. Calculer l'amplitude du mouvement de l'atome d'hydrogène.

4. Calculer sa vitesse maximale.

Sujet 3

I Question de cours

Présenter le circuit RLC libre (schéma et conditions initiales), donner et **démontrer** l'équation différentielle sur u_C sous forme canonique **qu'on ne cherchera pas à résoudre**, vérifier son homogénéité, présenter les graphiques des solutions selon les valeurs de Q dans l'espace temporel **et** dans l'espace des phases (u_C, i) en donnant un approximation de la durée du régime transitoire à 95%.

II Énergie de l'oscillateur harmonique

L'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2.$$

On suppose qu'il n'y a aucun phénomène dissipatif : l'énergie mécanique est donc constante.

Formules trigonométriques. $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos(2\alpha))$ et $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos(2\alpha))$

1. En utilisant la conservation de l'énergie, retrouver l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique.

2. On suppose que $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle en fonction de m, ω_0, A et $\cos(2\omega_0 t + 2\varphi)$. Vérifier que l'énergie mécanique est bien constante.

3. Tracer sur un même graphe les courbes donnant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle en fonction du temps. Quelle est la fréquence de variation de ces énergies ?

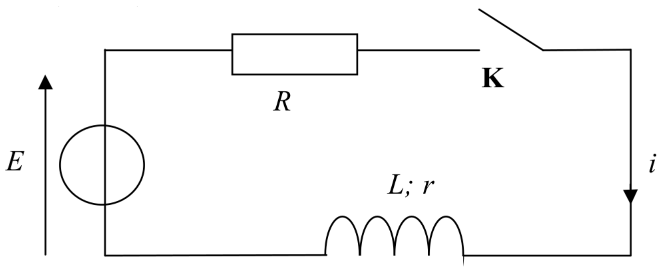
Sujet 4

I Question de cours

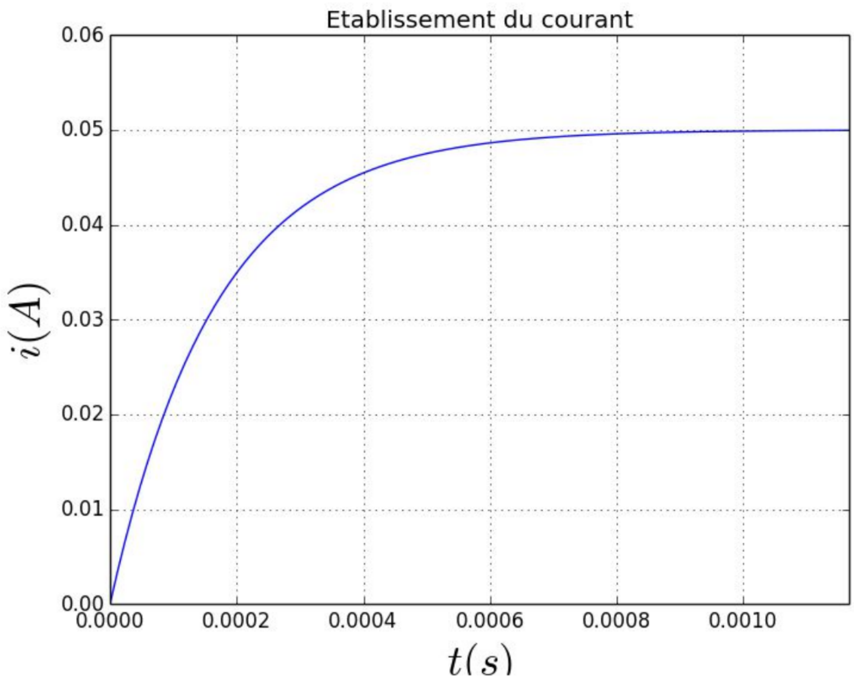
Présenter le circuit LC libre (schéma et conditions initiales), donner et **démontrer** l'équation différentielle sur u_C, vérifier son homogénéité, donner et **démontrer** la solution et la tracer en espace temporel **et** dans l'espace des phases (u_C, i).

II Charge d'une bobine

On considère une bobine d'inductance L et de résistance r selon le schéma ci-après.



L'ordinateur nous permet de suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. On donne $R = 50\Omega$ et $E = 3{,}0$V.



1. Reproduire le schéma du montage et indiquer où doivent être branchées la masse M et les voies d'entrées de la carte d'acquisition pour étudier les variations de l'intensité dans le circuit.

2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

3. Exprimer l'intensité $i(t)$ en fonction des données.

4. Soit I l'intensité du courant électrique qui traverse le circuit en régime permanent. Donner sa valeur numérique et en déduire la résistance r de la bobine.

5. Déterminer, à partir de la courbe expérimentale, la valeur de l'inductance L de la bobine.

6. Faire les schémas équivalents du circuit à $t = 0^+$ et lorsque t tend vers l'infini.