Sujet 1 – corrigé

I Thermochimie du cobalt

Par chauffage du carbonate de cobalt, on obtient le monoxyde de cobalt CoO. Si on porte CoO à haute température, il est converti en oxyde de cobalt (II,III) Co_3O_4.
On étudie ici l'équilibre entre les deux oxydes :

$$6\ CoO_{(s)} + O_{2(g)} = 2\ Co_3O_{4(s)} (1)$$

Le dioxygène gazeux $O_{2(g)}$ sera considéré comme un gaz parfait.
Les deux solides $CoO_{(s)}$ et $Co_3O_{4(s)}$ sont non miscibles.

Constituant	O_2(g)	CoO(s)	Co_3O_4(s)
$\Delta_f H°/[\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}]$	0	-237,9	-891,0
$S°/[\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}]$	205,2	53,0	102,5

1. Déterminer numériquement l'enthalpie libre standard de la réaction (1) en fonction de la température $\Delta_r G°(T)$.

   Réponse :
   La loi de Hess donne, en kJ/mol

   $$\Delta_r G°(T) = -355 + 0.318 \times T$$

2. Calculer la constante d'équilibre $K°$ de la réaction à la température de 1150 K.

   Réponse :
   D'après la loi de Boltzmann,

   $$K° = \exp(\frac{-\Delta_r G°}{RT}) = 0.326$$

   Attention unités SI.

3. En déduire la pression de dioxygène d'équilibre P_{eq} à cette température.

   Réponse :
   D'après la loi de Gülberg et Waage,

   $$P_{eq} = \frac{P°}{0.326} = 3.07\text{bar}$$

4. Un récipient de volume $V_0 = 10{,}0$ L contient initialement $n_1 = 1{,}00$ mol de monoxyde de cobalt solide et $n_2 = 0{,}300$ mol de dioxygène gazeux. Le récipient est maintenu à 1150 K. Le monoxyde de Cobalt est-il oxydé dans ces conditions initiales ? Justifier.

   Réponse :
   Calculons le quotient réactionnel et comparons le à la constante d'équilibre.

   $$P_{O_2,i} = \frac{n_{O_2}RT}{V_0} = 2.87 \text{ bar} \Rightarrow Q_{r,i} = \frac{P°}{P_{O_2,i}} = 0.35$$

   Remarque : on a négligé le volume occupé par les espèces solides.

   $Qr{,}i > K°(T)$ donc une évolution dans le sens indirect est attendue. Or, il n'y a pas d'oxyde de cobalt (II,III) à l'état initial, donc cette transformation ne peut se produire. Il ne se passe rien.

5. Le récipient est de volume variable. On réduit progressivement ce volume. Décrire qualitativement l'évolution du système.

   Réponse :
   La diminution du volume entraine une augmentation de la pression dans le récipient, et donc une diminution du quotient de réaction. Lorsque Q_r atteint le valeur de $K°$, la pression atteint la valeur P_{eq}. Si on réduit encore le volume, le dioxyde de cobalt est progressivement oxydé, et la pression garde la valeur P_{eq}, tant que les 3 espèces chimiques coexistent.

Sujet 2 – corrigé

I Dépôt de nickel sur une aile d'avion

Certaines ailes d'avions sont constituées de matériaux composites, qui peuvent être détériorés par la foudre. Pour les protéger on les recouvre d'une fine couche de métal. La pièce a protéger est placée dans une enceinte contenant du tétracarbonyle de nickel gazeux $\mathrm{Ni(CO)_{4(g)}}$ et chauffée. Le tétracarbonyle de nickel se dissocie selon la réaction :

$$\mathrm{Ni(CO)_{4(g)} = Ni(s) + 4\ CO_{(g)}}$$

1. Calculer l'enthalpie de réaction standard $\Delta_r H^\circ$ à 298 K.

   Réponse :
   $\Delta_r H^\circ = 158\,\mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$

2. Calculer l'entropie de réaction standard $\Delta_r S^\circ$ à 298 K. Commenter son signe.

   Réponse :
   $\Delta_r S^\circ = 413\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$. Signe positif car lorsque que la réaction a lieu dans le sens direct, la quantité de matière en phase gaz augmente.

La réaction a lieu dans une enceinte dans laquelle la pression p et la température T sont fixées. On suppose qu'initialement, l'enceinte ne contient que du $\mathrm{Ni(CO)_{4(g)}}$.

On note n_i la quantité de $\mathrm{Ni(CO)_{4(g)}}$ initialement présente dans l'enceinte, et $\xi_{\text{éq}}$ l'avancement de réaction à l'équilibre. On définit alors le taux de dissociation α :

$$\alpha = \frac{\xi_{\text{éq}}}{n_i}$$

3. Que vaut le taux de dissociation si la réaction est supposée totale ? Si la réaction n'a pas lieu ?

   Réponse :
   On dresse le tableau d'avancement de la réaction :

	$\mathrm{Ni(CO)_{4(g)}}$	$=$	$\mathrm{Ni_{(s)}}$	$+$	$4\ \mathrm{CO_{(g)}}$
état initial	n_i		0		0
	$n_i - \xi$		ξ		$4\ \xi$
état final	$n_i - \xi_{\text{éq}}$		$\xi_{\text{éq}}$		$4\ \xi_{\text{éq}}$

   Si la réaction est totale $n_i - \xi_{\text{éq}} = 0 \Rightarrow \xi_{\text{éq}} = n_i \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$.

   Si la réaction n'a pas lieu $\xi_{\text{éq}} = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$.

4. Déterminer la relation entre α, p et K° la constante d'équilibre de la réaction.

   Réponse :
   On utilise la loi d'action de masse $Q_{\mathrm{r,éq}} = K^\circ$.

   On commence par exprimer les activités des différents constituants du système à l'équilibre en fonction de α.

- Activité de $Ni(CO)_{4(g)}$: $a_{Ni(CO)_4} = \dfrac{n_{Ni(CO)_4}}{n_{tot,gaz}} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{n_i - \xi_{éq}}{n_i + 3\xi_{éq}} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{n_i - \alpha n_i}{n_i + 3\alpha n_i} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{1-\alpha}{1+3\alpha} \dfrac{P}{P^\circ}$
- Activité de $Ni_{(s)}$: $a_{Ni} \approx 1$ (constituant solide)
- Activité de $CO_{(g)}$: $a_{CO} = \dfrac{n_{CO}}{n_{tot,gaz}} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{4\xi_{éq}}{n_i + 3\xi_{éq}} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{4\alpha n_i}{n_i + 3\alpha n_i} \dfrac{P}{P^\circ} = \dfrac{4\alpha}{1+3\alpha} \dfrac{P}{P^\circ}$

On a donc :

$$Q_{r,éq} = \frac{a_{Ni} \times a_{CO}^4}{a_{Ni(CO)_4}} = \frac{(4\alpha)^4}{1-\alpha} \left(\frac{1}{1+3\alpha} \frac{P}{P^\circ} \right)^3$$

La loi d'action de masse donne donc :

$$\boxed{K^\circ = \frac{(4\alpha)^4}{1-\alpha} \left(\frac{1}{1+3\alpha} \frac{P}{P^\circ} \right)^3}$$

5. Pour quelle Température T_1 a-t-on $\alpha = 0{,}05$ à l'équilibre sous $p = 1\,\text{bar}$? Pour quelle Température T_2 a-t-on $\alpha = 0{,}95$ à l'équilibre sous $p = 1\,\text{bar}$?

Réponse :
A l'aide de la relation précédente, peut déterminer K° à partir de α.

On utilise ensuite les relations $\Delta_r G^\circ = -RT \ln K^\circ$ et $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ$ pour obtenir T :

$$T = \frac{\Delta_r H^\circ}{\Delta_r S^\circ - R\ln(K^\circ)}$$

Applications numériques :

- $\alpha = 0.05 \Rightarrow K^\circ = 1{,}11 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{T_1 = 336\,\text{K}}$
- $\alpha = 0.95 \Rightarrow K^\circ = 1{,}11 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{T_1 = 419\,\text{K}}$

Données numériques :
- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-}1$
- Données thermodynamiques à 298 K :

	$Ni(CO)_{4(g)}$	$CO_{(g)}$	Ni(s)
$\Delta_f H^0$ (kJ·mol^{-1})	-602	-111	0
S_m^0 (J·K^{-1}·mol^{-1})	409	198	30

Sujet 3 – corrigé

I Production de dihydrogène

On s'intéresse dans cet exercice au reformage du méthane à la vapeur d'eau (vaporeformage) sur catalyseur au nickel, réaction la plus appropriée à la production de dihydrogène.

A l'entrée de l'unité de traitement, le mélange gazeux renferme 75 % d'eau et 25 % de méthane (fractions molaires). Ce mélange est porté à 1273 K sous pression constante puis injecté au niveau du catalyseur. Il se produit alors la réaction suivante :

$$\mathrm{CH_{4(g)} + H_2O_{(g)} = CO_{(g)} + 3H_{2(g)}}$$

1. Exprimez, puis calculez, à 298 K, l'enthalpie standard de réaction et l'entropie standard de réaction. Commenter le signe de ces 2 grandeurs.

   Réponse :
   Tous les composants sont ici sous état gazeux. Il n'y a donc pas de changement de phase à considérer. On obtient ainsi :

   $$\Delta_r H^0 = -\left(\Delta_f H(\mathrm{H_2O}) + \Delta_f H(\mathrm{CH_4}) - 3\Delta_f H(\mathrm{H_2}) - \Delta_f H(\mathrm{CO})\right) = 206\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$$

   L'enthalpie standard de réaction étant positive, on est en présence d'une réaction endothermique On a de même :

   $$\Delta_r S^0 = -\left(\Delta_f S(\mathrm{H_2O}) + \Delta_f S(\mathrm{CH_4}) - 3\Delta_f S(\mathrm{H_2}) - \Delta_f S(\mathrm{CO})\right) = 216\,\mathrm{J\cdot k^{-1}\cdot mol^{-1}}$$

   L'entropie standard de réaction est positive car au augmente la quantité de molécules sous phase gazeuse au cours de la transformation

2. Exprimez l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^0(T)$. La calculer à 1273 K.

   Réponse :
   On suppose les enthalpie et entropies standard de réaction indépendantes de T soit au final :

   $$\Delta_r G^0(T) = \Delta_r H^0 - T\Delta_r S^0 = -68\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$$

3. Donnez l'expression de la constante d'équilibre de la réaction puis calculez sa valeur à 1273 K. Commentez.

   Réponse :
   On a $\Delta_r G^0(T) = -RT\ln(K)$ soit au final :

   $$K(T) = e^{\left(\frac{-\Delta_r G^0(T)}{RT}\right)}$$

   A.N. $K(1273\,\mathrm{K}) \approx 617$ Cette constante étant grande, on en déduit que la réaction sera presque totale à la température proposée.

4. Quelle est l'influence d'une élévation de température, à pression constante, sur la conversion du méthane ?

   Réponse :

A pression constante, une élévation de la température va augmenter la constante de réaction car cette dernière est endothermique. En effet :

$$K(T) = e^{\left(\frac{-\Delta_r H^0 + T\Delta_r S^0}{RT}\right)} = e^{\frac{-\Delta_r H^0}{RT}} \times e^{\frac{\Delta_r S^0}{R}}$$

est bien une fonction croissante de la température lorsque l'enthalpie standard de réaction est positive.

5. Quelle est l'influence d'une élévation de pression, à température constante, sur la conversion du méthane ?

Réponse :
K diminue (Loi de modération de Le Chatelier). En effet, l'équilibre se déplace dans le sens de la diminution d'espèces en phase gazeuse

Le reformage s'effectue à une température de 1273 K et sous une pression totale constante égale à 5 bar.

6. Déterminez la composition du mélange gazeux à la sortie du reformeur. Exprimer cette composition en pourcentages molaires.

Réponse :
On suppose ici la réaction totale. Le réactif limitant est ici le méthane, on aura donc 33 % d'eau, 16.6 % de monoxyde de carbone et 50 % de dihydrogène.

7. Pourquoi est-on parti d'un mélange enrichi en eau ?

Réponse :
Ainsi, on est certain de consommer tout le méthane (couteux)

Données à 298 K

	$H_{2(g)}$	$CO_{(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$CH_{4(g)}$
$\Delta_f H^0$ (kJ/mol)		-110	-242	-75
S_m^0 (J·K^{-1}·mol^{-1})	131	198	189	186

Sujet 4 – corrigé

I Dismutation du dioxyde d'azote

1. Écrire l'équation de la réaction (1) de dismutation du dioxyde d'azote en monoxyde d'azote et dioxygène (avec un coefficient 1/2 pour O_2). Toutes les espèces sont gazeuses.

   Réponse :

   $$NO_2(g) = NO(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \quad (1)$$

2. On donne l'enthalpie de formation de $NO(g)$: $\Delta_f H° = 90{,}2$ kJ.mol^{-1} et de $NO_2(g)$: $\Delta_f H° = 33{,}2$ kJ.mol^{-1}.

   - À quelles réactions ces enthalpies sont-elles associées ?
   - Déterminer l'enthalpie standard de la réaction (1).

   Réponse :
   Les enthalpies de formations sont associées aux réactions de formation de $NO(g)$ et $NO_2(g)$

   $$\frac{1}{2}N_2(g) + O_2(g) = NO_2(g)$$

   $$\frac{1}{2}N_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) = NO(g)$$

   L'enthalpie standard de la réaction (1) est donnée par la loi de Hess :

   $$\Delta_r H° = \Delta_f H°(NO(g)) - \Delta_f H°(NO_2(g)) = 57{,}0 \text{ kJ/mol}$$

3. Initialement il n'y a que du dioxyde d'azote. Exprimer le quotient réactionnel en fonction du taux d'avancement de la réaction.

   Réponse :
   On fait un tableau d'avancement.

	$NO_2(g)$	$=$	$NO(g)$	$+$	$\frac{1}{2}O_2(g)$
EI	n_0				
EF	$n_0 - \xi$		ξ		$\frac{1}{2}\xi$

   Le taux de dismutation α est par définition la quantité de $NO_2(g)$ s'étant dismutée, divisée par la quantité initiale n_0 : $\alpha = \xi/n_0$
   Le nombre de mol de gaz est $n_{tot,gaz} = n_0 + \xi/2$.

   Le quotient réactionnel s'exprime par

   $$Qr = \sqrt{\frac{P_{O_2}}{P°}}\frac{P_{NO}}{P_{NO_2}} = \sqrt{\frac{n_{O_2}P}{n_{tot,gaz}P°}}\frac{n_{NO}}{n_{NO_2}} = \sqrt{\frac{P}{P°}}\sqrt{\frac{1/2}{1+\alpha/2}}\frac{1}{1-\alpha}$$

4. On considère toujours NO_2 initialement pur.

   - À pression fixée, quelle est l'influence d'une augmentation de la température ?

- À température fixée, quelle est l'influence d'une augmentation de pression ?

Réponse :
L'enthalpie standard de réaction est positive, il s'agit d'une réaction endothermique. Si T augmente, l'équilibre se déplace dans le sens direct d'après la loi de Le Chatelier.
Une augmentation de pression favorise le sens indirect car cela fait diminuer la quantité totale de gaz.

Sujet 5 – corrigé

I Téléobjectif d'appareil photographique

Modélisons un téléobjectif d'appareil photo par une association de lentilles suivie d'un capteur CCD de taille $15{,}8 \times 23{,}6\text{mm}^2$. La lentille d'entrée est convergente, de vergence $5{,}0\,\delta$. Une seconde lentille est présente entre la lentille d'entrée et le capteur, à $15{,}5\,\text{cm}$ de la lentille d'entrée. Elle est divergente, de vergence $-20\,\delta$. La distance entre la lentille d'entrée de l'objectif et le capteur, notée habituellement Δ, est appelée encombrement du téléobjectif. Cet appareil est utilisé pour photographier un chamois de hauteur $80\,\text{cm}$ au garot situé à $150\,\text{m}$ du photographe.

1. En l'absence de la lentille divergente, quelle serait la taille de l'image du chamois sur le capteur? Commenter.

Réponse :
Notons, dans toute la suite, D la distance entre le photographe et le chamois, et d la distance entre les deux lentilles du téléobjectif.

Le chamois est à une distance du photographe bien supérieure à la focale de la lentille d'entrée (L_1), qui vaut $f'_1 = 1/V_1 = 20\,\text{cm}$: il est donc à l'infini optique de cette lentille. On peut donc légitimement faire l'approximation que la distance entre le centre optique de la lentille d'entrée et le capteur est égale à f'_1. Par conséquent, le grandissement de la lentille d'entrée vaut

$$\gamma_1 = \frac{f'_1}{D} = 1{,}3 \times 10^{-3}$$

La hauteur du chamois sur le capteur CCD est donc de l'ordre de $1{,}1\,\text{mm}$, ce qui signifie que moins de 10% de la hauteur de la photo est occupée par le chamois...

2. Quelle est en fait la taille de l'image formée par le système composé ?

Réponse :
Le téléobjectif complet est un système optique composé, où l'image formée par la lentille convergente (L_1) sert d'objet à la lentille divergente L_2. Comme $f'_1 > d$, il s'agit d'un objet virtuel situé à une distance $\overline{O_2A} = f'_1 - d = 4{,}5\,\text{cm}$ avant le centre optique de la lentille divergente. Utilisons la formule de grandissement avec origine au foyer objet. On a alors besoin de

$$\overline{F_2A} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2A} = -f_2 + \overline{O_2A}$$

On en déduit alors le grandissement dû à la deuxième lentille selon

$$\gamma_2 = \frac{f_2}{-f_2 + \overline{O_2A}} = \frac{1}{1 + V_2\overline{O_2A}} = \frac{1}{1 + V_2(f'_1 - d)} = 10$$

Remarque : Attention aux signes : la vergence est égale à l'opposée de l'inverse de la distance focale objet, soit ici $V_2 \times f_2 = -1$!

Le grandissement du système optique complet est égal au produit des grandissements des deux lentilles le composant. Par conséquent,

$$\gamma = \gamma_1\gamma_2 = -\frac{f'_1}{D\,[1 + V_2(f'_1 - d)]} = -1{,}3 \times 10^{-2}$$

et on déduit que l'image du chamois formée par le téléobjectif mesure $10{,}6\,\text{mm}$, ce qui peut tout à fait correspondre à une photo bien cadrée compte tenu de la taille du capteur.

3. Quel est alors l'encombrement du téléobjectif?

Réponse :
Pour que l'image soit nette, le capteur doit être placée là où l'image finale du chamois est formée. Puisque l'on connaît tant le grandissement γ_2 que la distance $\overline{O_2A}$, on déduit de la formule de grandissement avec origine au centre que le capteur doit être placé à une distance

$$d' = \gamma_2 \overline{O_2A} = 45\,\mathrm{cm}$$

en aval de la lentille divergente L_2. L'encombrement du téléobjectif vaut donc

$$\Delta = d + d' = 60\,\mathrm{cm}$$

4. Quelle serait la distance focale d'une lentille convergente qui donnerait à elle seule une image de la même dimension que la précédente? En déduire ce que vaudrait l'encombrement du téléobjectif dans ce cas.

Réponse :
La lentille divergente permet de multiplier le grandissement par un facteur 10. En utilisant directement le résultat de la question 1, il faudrait que la lentille L_1 ait une focale dix fois supérieure, soit 2,0 m.

Compte tenu des distances mises en jeu, l'objectif du capteur doit être placé pratiquement dans le plan focal image de la lentille L_1. L'encombrement d'un tel objectif vaudrait donc 2,0 m , ce qui serait très peu pratique à manipuler.

Sujet 6 – corrigé

I Lunette astronomique

On considère une lunette astronomique formée d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$ et d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2}$. Ces deux lentilles ont même axe optique Δ. On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini. On souhaite observer la planète Mars, qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent 2α, symétriquement par rapport à l'axe optique de la lunette.
Pour voir la planète nette à travers la lunette, on forme un système afocal.

1. Définir un système afocal. Que cela implique-t-il pour les positions des lentilles ?

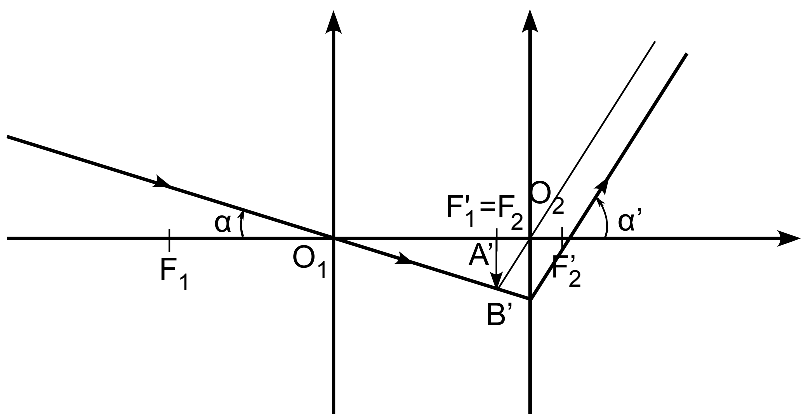
   Réponse :
   Un système est dit afocal si ses foyers sont rejetés à l'infini. Un objet à l'infini donne alors une image à l'infini.
   $$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$
   L'image d'un objet à l'infini par la lentille L_1 est le foyer image F'_1. Si on veut que l'image de F'_1 par la lentille L_2 soit à l'infini, il faut que l'objet soit au foyer objet de cette lentille.

2. On note α l'angle sous lequel est vu le bord extrême de la planète Mars. Cet objet est supposé être à l'infini. Dans le cas où $f'_1 = 5f'_2$, faire une construction graphique. On placera $\overline{A'B'}$ l'image intermédiaire sur ce schéma.

   On note α' l'angle orienté que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette par rapport à l'axe optique.

   Placer l'angle α' sur la figure précédente. L'image est-elle droite ou renversée ?

   Réponse :
   L'image est renversée car l'angle α' n'est pas orienté dans le même sens que α.



3. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Exprimer G en fonction de f'_1 et de f'_2. Commenter son signe. On rappelle que les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss.

Réponse :
Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss, donc les angles α et α' sont petits.
On exprime la tangente de l'angle α dans le triangle $O_1A'B'$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F_1'}} \sim \alpha < 0$$

On exprime la tangente de l'angle α' dans le triangle $O_2A'B'$:

$$\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2F_2}} \sim \alpha' > 0$$

On en déduit le grossissement : $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'} < 0}$.
Le signe est cohérent avec le fait que α' et α sont de signe contraire.

On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2 une lentille convergente L_3 de distance focale $f_3' = \overline{O_3F_3'}$. L'oculaire L_2 est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

4. Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi ?

Réponse :
La lentille L_3 doit conjuguer F_1' et F_2.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_3} F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

5. On appelle γ_3, le grandissement de la lentille L_3. En déduire $\overline{O_3F_1'}$ en fonction de f_3' et γ_3.

Réponse :
Méthode 1 :
On utilise la relation de Newton pour le grandissement sur L_3 :

$$\gamma_3 = \frac{f_3'}{\overline{F_3F_1'}} = \frac{f_3'}{f_3' + \overline{O_3F_1'}} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma_3 \cdot (f_3' + \overline{O_3F_1'}) = f_3'$$

$$\boxed{\overline{O_3F_1'} = f_3'\left(\frac{1-\gamma_3}{\gamma_3}\right)}$$

Méthode 2 :
Le grandissement est défini par

$$\gamma_3 = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1'}}$$

De plus, on peut appliquer la relation de conjugaison de Descartes à la lentille L_3 :

$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'}$$

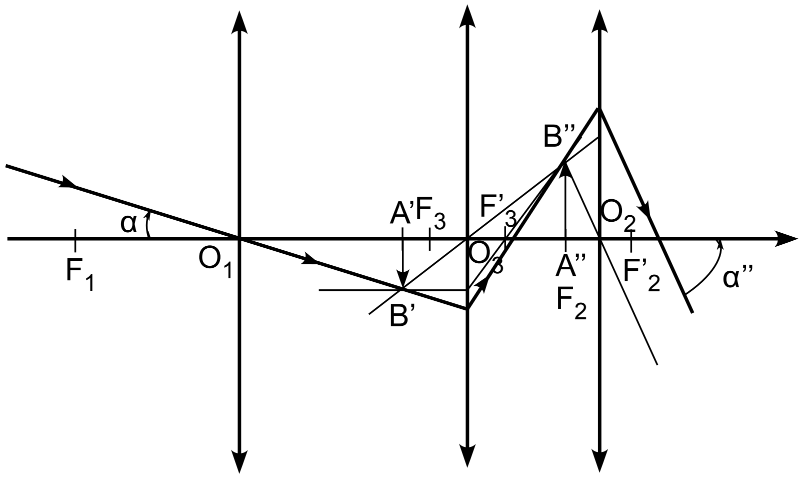
On peux alors combiner ces résultats pour obtenir :

$$\frac{1}{\gamma_3\overline{O_3F_1'}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_3F_1'}}\left(\frac{1}{\gamma_3} - 1\right) = \frac{1}{f_3'} \Rightarrow \overline{O_3F_1'} = f_3'\left(\frac{1-\gamma_3}{\gamma_3}\right)$$

et le résultat est bien identique.

6. Faire un tracé de rayons de cette situation. On appellera $\overline{A'B'}$ la première image intermédiaire et $\overline{A''B''}$ la seconde image intermédiaire. Déterminer graphiquement ces images intermédiaires, ainsi que les positions des foyers objet F_3 et image F'_3 de la lentille L_3.

Réponse :



Remarque : Pour réaliser la construction, on peut obtenir l'image $A'B'$ de l'objet à l'infini par (L_1) puis placer la lentille (L_3) de sorte qu'elle donne de $A'B'$ une image $A''B''$ réelle. Il suffit ensuite de rajouter la lentille (L_2) en veillant à ce que $A''B''$ se trouve dans le plan focal objet de (L_2).

7. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de γ_3, f'_1 et f'_2. On notera α'' l'angle sous lequel est vue l'image finale que l'on placera sur la figure précédente.

Réponse :

Par définition $G' = \dfrac{\alpha''}{\alpha}$. On exprime ces angles dans l'approximation des petits angles (conditions de Gauss).

Dans le triangle $O_1A'B'$ (bien noter que l'angle α est négatif):

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{f'_1} \approx \alpha$$

Dans le triangle $O_2A''B''$ (l'angle α'' est négatif):

$$\tan\alpha'' = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{\overline{A''B''}}{-f'_2} \approx \alpha''$$

Ainsi :

$$\alpha \approx \frac{\overline{A'B'}}{f'_1} \quad ; \quad \alpha'' \approx \frac{\overline{A''B''}}{-f'_2}$$

Par définition $\gamma_3 = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}$

On en déduit le grossissement : $\boxed{G' = -\dfrac{f'_1}{f'_2}\cdot\gamma_3 = \gamma_3 \cdot G}$

L_3 conjugue un objet réel et une image réelle donc $\gamma_3 < 0$, donc $G' > 0$. On ne peut pas conclure sur le fait que $G' > |G|$ car on ne sait pas si $|\gamma_3| > 1$ (cela dépend de la valeur de f'_3).