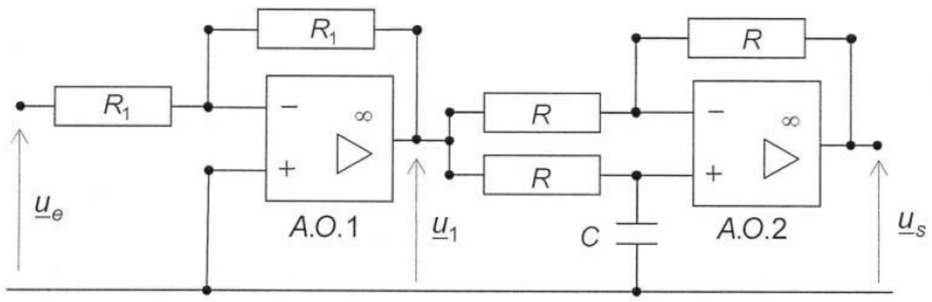
Sujet 1 – corrigé

I Opérateur DP (E3A PC)

On considère le montage suivant où les amplificateurs linéaires intégrés sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire.



1. Exprimez la tension $\underline{u}_1$ en fonction de la tension $\underline{u}_e$. Préciser le rôle de l'ensemble formé par l'amplificateur linéaire intégré et les deux résistances identiques R_1.

   Réponse :
   L'ALI fonctionne ici en mode linéaire (rétroaction sur la branche -). On obtient simplement $\underline{u}_1 = -\underline{u}_e$ et le rôle de cet étage est d'inverser l'entrée. Il permet aussi d'effectuer une adaptation d'impédance.

2. Déterminez la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_1}$ en fonction de R, C et ω. En déduire la fonction de transfert globale $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ du montage.

   Réponse :
   On obtient en observant que le deuxième ALI est aussi en fonctionnement linéaire :

$$\underline{H}_1 = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

   et on en déduit :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_e} \times \underline{H}_1 = -\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

3. Tracez l'allure du diagramme de BODE de ce montage.

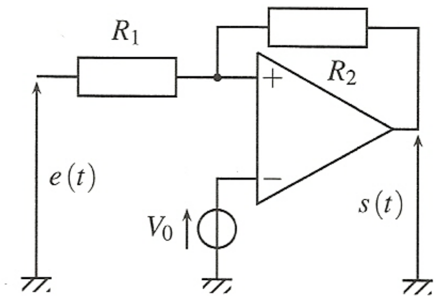
   Réponse :
   On observe que $|\underline{H}(j\omega)| = 1$. On obtient ensuite $\arg \underline{H} = \pi - 2\arctan(RC\omega)$

4. Quel est l'effet de ce montage ? Illustrez en représentant les signaux d'entrée et de sortie pour $u_e(t) = U_0 + U_m \cos(\omega t)$ avec $U_0 = 2\,\mathrm{V}$, $U_m = 3\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$ et $\omega = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

   Réponse :
   Il convient de calculer le déphasage $\Delta\phi = \arg \underline{H} \approx 1{,}57\,\mathrm{rad}$. Le signal de sortie est donc en avance de phase et de même amplitude que le signal d'entrée

Sujet 2 – corrigé

I Oscillateur à cycle décalé



V_0 est une tension constante. On posera pour les calculs $\alpha = \frac{R_1}{R_2}$

1. Tracer le cycle hystérésis $s(e)$ du montage ci-dessous.

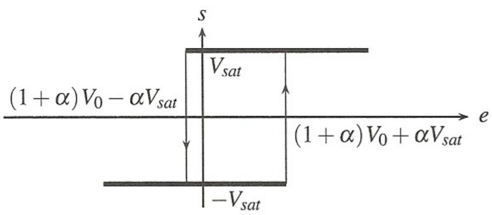
   Réponse :
   Rétroaction sur la borne + de l'ALI, on obtient alors un régime saturé. On cherche les valeurs de e pur qu'il y ait basculement. On peut appliquer la loi des nœuds en terme de potentiel sur la borne non inverseuse :

$$V_+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \frac{e}{R_1}+\frac{s}{R_2} \quad \Rightarrow \quad V_+ = \frac{R_2 e + R_1 s}{R_2+R_1}$$

   Il y aura basculement lorsque $\epsilon = V_+ - V_-$ change de signe soit lorsque :

$$\epsilon = \frac{R_2 e + R_1 s}{R_2+R_1} - V_0 = \frac{R_2(e-V_0)+R_1(s-V_0)}{R_2+R_1} = 0$$

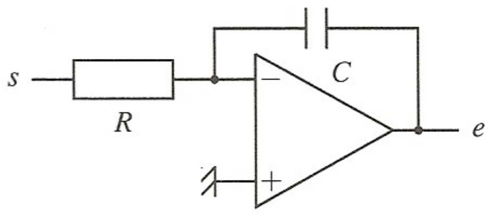
   Les tensions de bascule sont donc obtenues en prenant $s = \pm V_{sat}$. Ainsi, il vient $\boxed{e_1 = (1+\alpha)V_0 + \alpha V_{sat}}$ et $\boxed{e_2 = (1+\alpha)V_0 - \alpha V_{sat}}$



2. On boucle ce montage à hystérésis par un intégrateur de transmittance $\frac{E}{S} = -\frac{1}{j\omega\tau}$, $(\tau > 0)$.
   Proposer un montage très simple à ALI qui réalise cette fonction intégratrice.

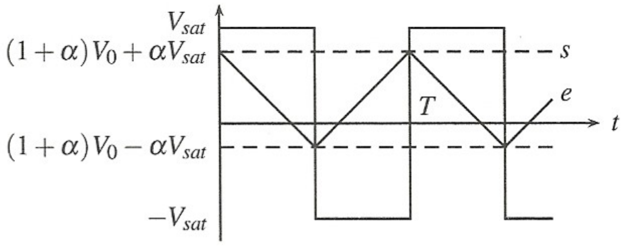
   Attention : Soyez attentif au choix de notation. Ici, la sortie du filtre est e et l'entrée est s.

   Réponse :
   On peut utiliser le montage ci-dessous avec $\tau = RC$.



3. Tracer les formes d'ondes de e(t) et s(t).

   Réponse :
   On obtient $s(t) = -\tau \frac{\mathrm{de}}{\mathrm{d}t}$ et donc $e(t)$ est une primitive de $s(t)$. Lorsque $s(t) = +V_{sat}$, on obtient $e(t) = -\frac{V_{sat}}{\tau}t + b$ donc de pente négative.
   Lorsque $s(t) = -V_{sat}$, on obtient $e(t) = \frac{V_{sat}}{\tau}t + b$ donc de pente positive. Les basculements se font pour des valeurs de $e(t)$ égales à e_1 et e_2. On en déduit le graphique correspondant.



4. Préciser la période des signaux.

   Réponse :
   $T = 4\alpha\tau$ (il y a une différence de tension de $2\alpha V_{sat}$ entre le maximum et le minimum qu'il faut parcourir avec une pente de $\pm V_{sat}/\tau$)

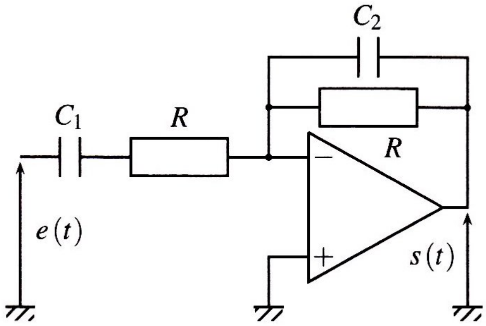
5. En pratique, comment peut-on, à partir de $e(t)$, obtenir un signal quasi-sinusoïdal.

   Réponse :
   On peut utiliser un filtre passe bas (ne conservant que la valeur moyenne de fréquence nulle et le fondamental) ou passe bande très selectif (ne conservant qu'une harmonique et coupant toutes les autres).

Sujet 3 – corrigé

I Filtrage actif ($\star\star\star$)

On considère le circuit ci-contre, constitué de deux résistors identiques et de deux condensateurs de valeurs différentes notées C_1 et C_2.
On suppose de plus que l'ALI est idéal.



1. l'ALI va-t-il fonctionner en régime linéaire ou bien saturé ? Justifiez soigneusement votre réponse

   Réponse :
   Il y a une rétroaction sur la borne inverseure de l'ALI. Ce dernier va donc fonctionner en régime linéaire, tant que $|u_s| \leq V_{\text{sat}}$.

2. Etablissez la fonction de transfert du montage ci-dessus et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = -\frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

   Réponse :
   Branchement sur la borne inverseuse de l'ALI donc fonctionnement linéaire supposé. Il suffit alors d'appliquer la LNTP en $V_- = V_+ = 0$:

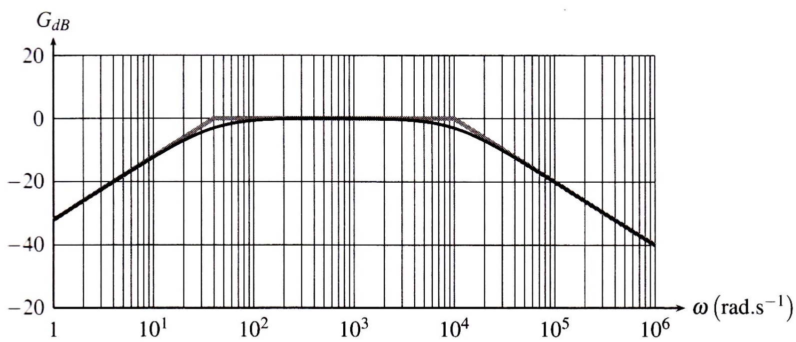
$$\underline{H} = -\frac{1}{Z_1 Y_2}, \quad Z_1 = R + \frac{1}{jC_1\omega} \quad \text{et } Y_2 = \frac{1}{R} + jC_2\omega \tag{3.1}$$

$$\Rightarrow \quad H = -\frac{jRC_1\omega}{(1 + jRC_1\omega)(1 + jRC_2\omega)} \tag{3.2}$$

   soit par identification : $\omega_1 = 1/(RC_1)$ et $\omega_2 = 1/(RC_2)$

3. Le gain est tracé ci-dessous ; figurent le gain réel et le gain asymptotique. En déduire les valeurs de RC_1 et de RC_2.

   Réponse :
   On retrouve ω_1 et ω_2 aux intersections des asymptotes : $\omega_1 = 40\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\omega_2 = 1{,}0 \times 10^4\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (il convient de s'assurer que $\omega_1 < \omega_2$ avant de répondre à la question). En cas de doute, on peut écrire les équations des asymptotes $Y_1 = \omega/\omega_1$, $Y_2 = 1$ et $Y_3 = \omega_2/\omega$ et chercher leurs intersections.



4. Le montage peut-il être utilisé en dérivateur ? En intégrateur ?

   Réponse :
   On observe un comportement dérivateur pour $f \ll f_1$ (+20dB par déc.) et intégrateur pour $f \gg f_2$ (+20 dB par déc.).

5. Représentez l'allure de $s(t)$ si $e(t)$ est un signal créneau de pulsation $\omega = 2$ rad.s^{-1} et d'amplitude 2V.

   Réponse :
   Dans ce cas, on a $\omega \ll \omega_1$ et l'essentiel des harmoniques se trouvent dans la zone "dérivateur". On obtient donc une sortie type "impulsion" positives puis négatives. En pratique, il s'agit plutôt d'exponentielles décroissantes.

6. Tracez l'allure de la réponse de ce système à un échelon de tension lorsque $C_1 = C_2$. On supposera que les condensateurs sont initialements déchargés.

   Réponse :
   Il convient dans un premier temps d'obtenir l'E.D. du système à partir de la fonction de transfert :

$$\underline{H} = -\frac{jx}{1+2jx+(jx)^2} \quad \text{avec} \quad x = \omega/\omega_1 = \omega/\omega_2 \Rightarrow \underline{u}_s\left(1+2jx+(jx)^2\right) = jxs\underline{u}_e \tag{3.3}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 u_s}{\mathrm{d}t^2} + 2\omega_0 \frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_s = \omega_0 \frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t} \tag{3.4}$$

   avec ici, $u_e = cste$ lorsque $t > 0$. Le facteur de qualité associé vaut 1/2 et on obtient un régime critique avec comme condition initiale $u_s(0^+) = u_s(0^-) = 0$ d'après l'énoncé puis $\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t}(0^+) = -E/(RC)$ (démo à base de LdN et LdM à $t = 0^+$).