Induction – chapitre 1

# Champs magnétiques

## Sommaire



## Capacités exigibles

- ☐ Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible et l'emplacement des sources.
- ☐ Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.
- ☐ Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
- ☐ Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
- ☐ Exploiter les propriétés de symétrie et d'invariance des sources pour prévoir des propriétés du champ créé.
- ☐ Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
- ☐ Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.
- ☐ Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant.
- ☐ Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

## L'essentiel

### Définitions



### Propriétés



### Applications



### Interprétations



### Ordres de grandeur



### Points importants



### Erreurs communes

# I Introduction

## I/A Notion de champ en physique

La notion de champ est omniprésente en physique.

**Définition 1.1 : Champ**

Un **champ** est une grandeur physique définie en tout point M. Sa valeur dépend en général également du temps. Il peut être :

- **Scalaire** : la grandeur est un scalaire (température, pression...). On l'écrit $\boxed{X(\mathrm{M},t)}$ ;
- **Vectoriel** : la grandeur physique est un vecteur (force, vitesse...). On l'écrit $\boxed{\vec{X}(\mathrm{M},t)}$ ;
- **Stationnaire** : la grandeur physique ne **dépend pas du temps** : $\boxed{X(\mathrm{M},\cancel{t}) = X(\mathrm{M})}$ ;
- **Uniforme** : la grandeur ne **dépend pas de la position** : $\boxed{X(\cancel{\mathrm{M}},t) = X(t)}$.

**Exemple 1.1 : Champs scalaire et vectoriel**

- À deux dimensions, le champ d'**altitude** peut être défini sur une carte de randonnée. En tout point $(x,y)$ de la carte, une grandeur **scalaire** $z(x,y)$ est définie.
- On peut définir des champs **scalaires** de **pression** $p(x,y)$ ou de **température** $T(x,y)$ sur une carte météorologique.
- On peut définir un champ de **vitesse** du vent $\vec{v}(x,y)$ où un **vecteur** est défini en tout point d'une carte : sa **direction** autant que sa **norme** importent ;
- On peut aussi définir un champ de **force gravitationnelle** $\vec{F}(x,y,z)$ dans tout l'espace, qui pointe toujours vers le centre de la Terre.

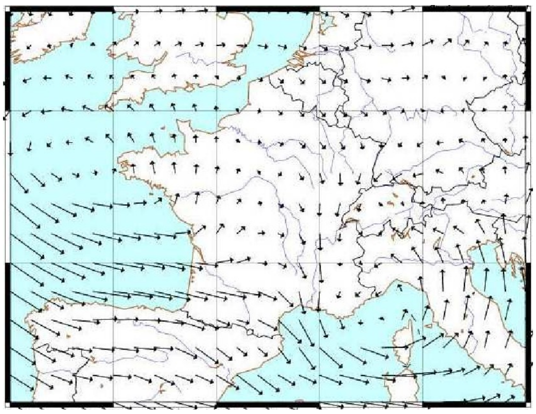


**FIGURE 1.1** – Champ vectoriel du vent.

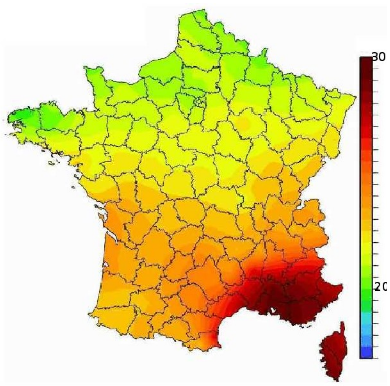
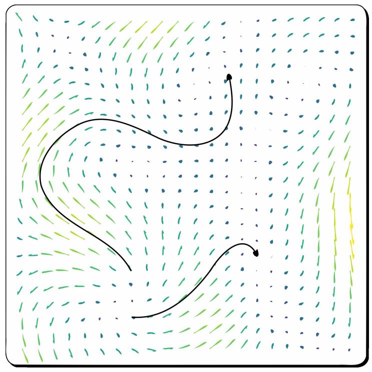



**FIGURE 1.2** – Champ scalaire de la température.

**Définition 1.2 : Cartes et lignes de champ**

Pour représenter un champ vectoriel, on utilise des :

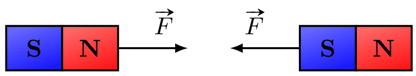
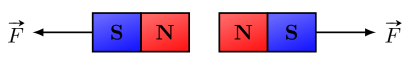
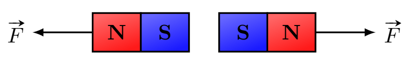
- ◇ **cartes de champ** : à chaque point de l'espace est associé un **vecteur** donnant le **sens et la norme** du champ ;
- ◇ **lignes de champ** : ce sont les **courbes orientées**, **tangentes au champ** que l'on obtient en suivant le champ de proche en proche. Chaque ligne indique le **sens** du champ.



## I/B Interaction entre aimants

### Observations expérimentales

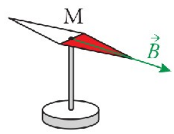
**Tableau 1.1** – Interactions entre aimants

| Situation A | Situation B | Situation C |
|---|---|---|
|  |  |  |



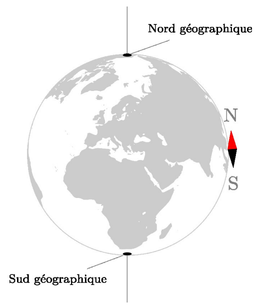


- ◇ Deux aimants peuvent s'**attirer ou se repousser** selon la façon dont on les oriente :
- ◇ Le champ magnétique peut être mis en évidence avec un petit aimant en forme d'aiguille (boussole) ;




**Définition 1.3 : Boussole**

Une boussole est une aiguille aimantée libre de tourner. On appelle **nord magnétique** l'extrémité qui pointe vers le **nord géographique**.




## I/C Le vecteur champ magnétique

**Définition 1.4 : Champ magnétique**

Le **champ magnétique** est caractérisé par un **vecteur**, noté $\vec{B}(\mathrm{M},t)$, défini par :

- ◇ **sa direction** : celle d'une aiguille aimantée ;
- ◇ **son sens** : va du pôle Sud au pôle Nord de l'aiguille ;
- ◇ **sa norme** : s'exprime en tesla (T).

# II Sources et cartes de champ magnétique

## II/A Aimant droit

Pour visualiser un champ magnétique d'un aimant, on peut utiliser de la limaille de fer. Les grains de limaille, de formes allongées, se transforment en petits aimants sous l'action du champ magnétique ; ils se comportent ainsi comme de petits boussoles qui s'orientent parallèlement au champ magnétique. On constate que les grains de limaille forment des courbes particulières allant d'un pôle de l'aimant vers l'autre, voir Figure 1.3.

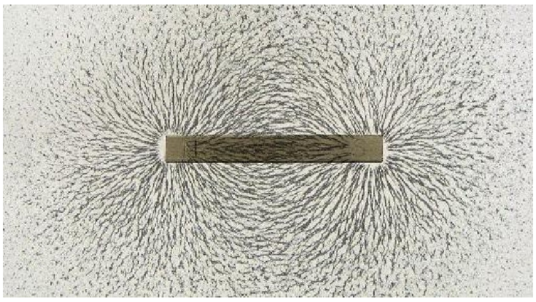


**Figure 1.3** – Observation du champ magnétique d'un aimant au travers de son action sur l'orientation de grains de limaille de fer.

On en tire l'observation suivante :

> **♥ Propriété 1.1 : Géométrie des lignes de champ**
>
> Les lignes de champ du champ magnétique sont des **courbes fermées** qui sortent de l'aimant par le pôle Nord et y rentrent par le pôle Sud.

Schématiquement, on les représente de la manière suivante :

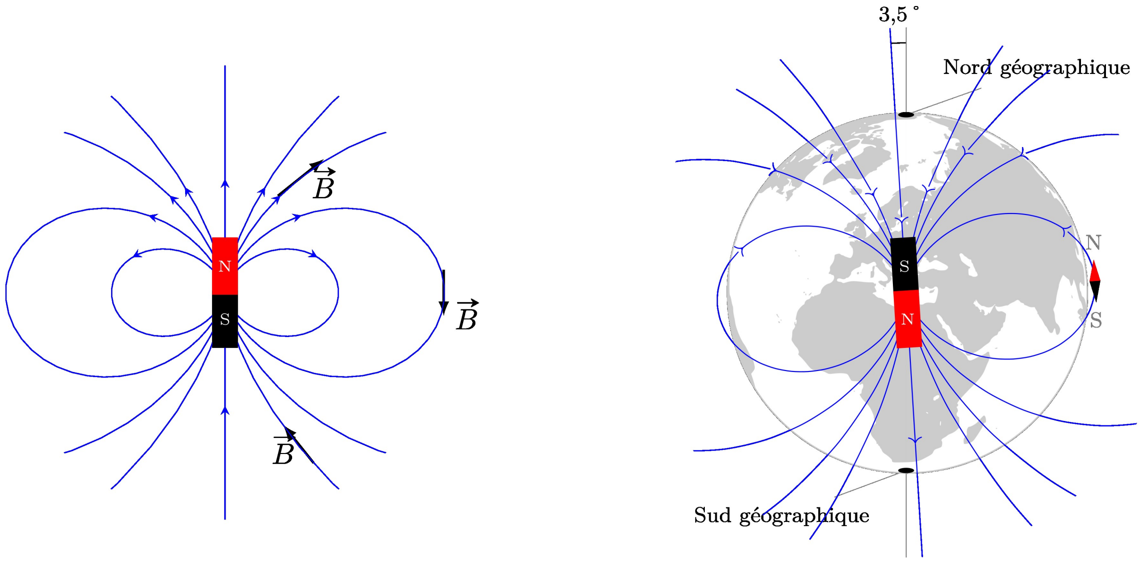



**Figure 1.4** – Schématisation des lignes de champ dans un aimant droit, et schématisation du champ magnétique de la Terre comme celui d'un aimant droit. Une boussole à la surface de la Terre s'aligne sur le **pôle Sud magnétique** de la Terre, qui est proche du Nord géographique.

La Terre se comporte alors comme un gigantesque aimant. Son Sud magnétique se situe au nord géographique, de sorte à ce que les nords magnétiques des boussoles s'orientent vers le nord géographique.

## II/B Champs magnétiques créés par des courants

En 1820, Œrsted découvre qu'un **fil parcouru par un courant dévie une aiguille aimantée** : c'est la première preuve historique qu'un courant électrique créé un champ magnétique. De plus, en changeant le sens du courant, on change le sens de l'aiguille. Regardons différentes manières de réaliser cette expérience :

### II/B) 1 Bobine plate

Une bobine plate est un fil électrique de forme circulaire. On refait une expérience avec de la limaille de fer : on retrouve alors des lignes qui sont analogues à celles créées par l'aimant, si on le plaçait perpendiculairement à la spire (ici, vertical).

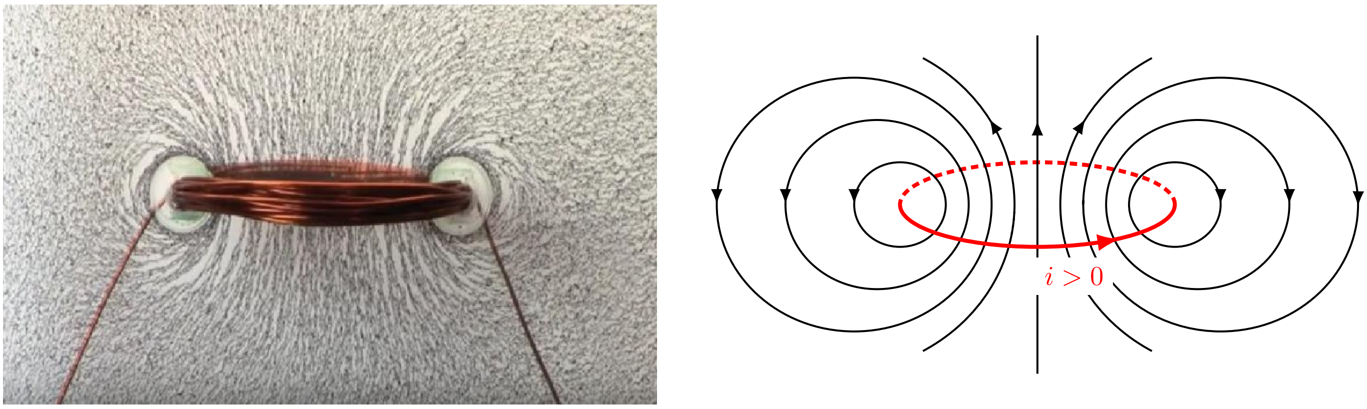



**FIGURE 1.5** – Observation du champ créé par une bobine plate : limaille de fer et schématisation.

On observe alors la similitude suivante :

> **Propriété 1.2 : Comparaison LdC aimant/bobine**
>
> Les lignes de champ d'une **bobine plate** s'apparentent à celles d'un **aimant droit**.

### II/B) 2 Solénoïde

> **Définition 1.5 : Solénoïde**
>
> En enroulant un fil le long d'un cylindre, on fabrique un **solénoïde**, ou bobine longue.

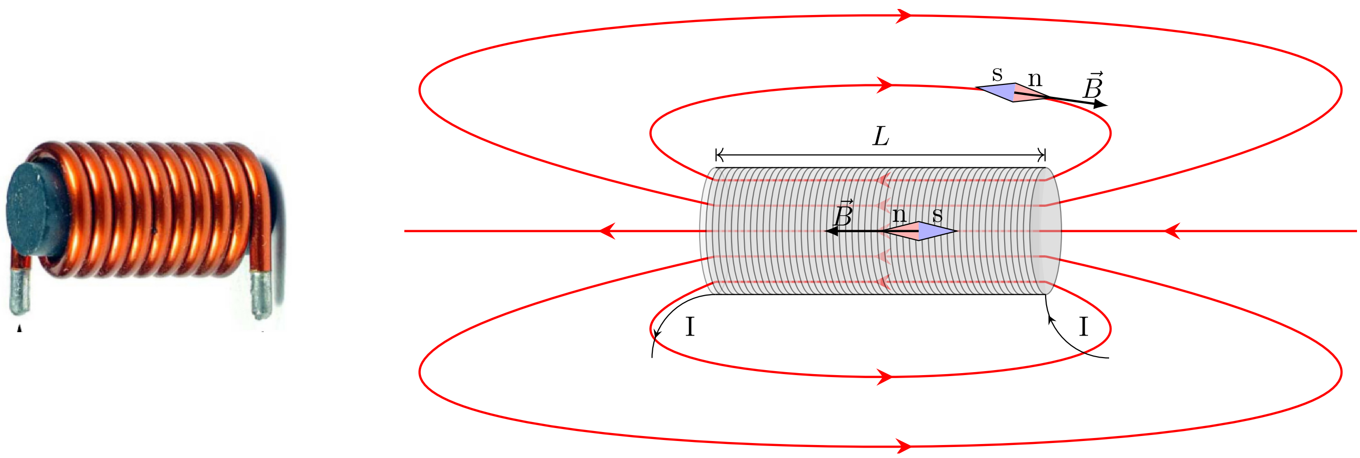



**FIGURE 1.6** – Photo et représentation d'un solénoïde avec lignes de champ.

Étendre une bobine a pour effet de rendre les lignes de champ parallèles dans le solénoïde. En dehors, les **lignes de champ** se referment de façon **analogue** encore une fois à celle de l'**aimant droit**.

# III Intensité du champ magnétique

**Expérience** Plus la boussole est proche de l'aimant, plus elle s'aligne **rapidement** sur le champ magnétique. C'est au travers de ses effets sur les courants, les aimants etc. que nous mesurons l'intensité du champ magnétique, exprimé en tesla (T).

**Ordre de grandeur 1.1 : Intensité du champ magnétique**

| **Source** | Terre | Aimant | Électroaimant | IRM |
|---|---|---|---|---|
| **Norme** | $\approx 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$ | $\approx [0{,}01\ ;\ 0{,}5]\,\mathrm{T}$ | $\approx [1\ ;\ 10]\,\mathrm{T}$ | $\approx 10\,\mathrm{T}$ |

## III/A Lire une intensité sur une carte

**Observation** En reprenant l'exemple précédent du solénoïde, on remarque qu'une aiguille s'alignera **rapidement** si elle est **proche du solénoïde**, voire à l'intérieur, mais de plus en plus lentement quand on s'en éloigne. On a donc les deux observations suivantes en **augmentant la distance** à la bobine :

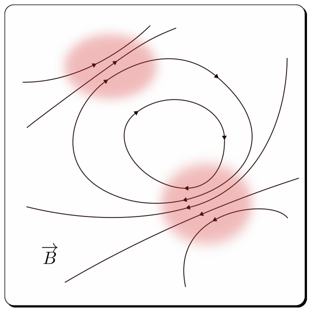
- les lignes de champ s'**écartent** les unes des autres ;
- l'intensité du champ **décroît**.

Ces deux phénomènes sont tout à fait liés, et on a

**Propriété 1.3 : Intensité et lignes de champ**

On lit l'intensité du champ $\vec{B}$ par l'étude de la proximité de ses lignes de champ. Elles peuvent être :

- **proches** $\Leftrightarrow$ champ intense ;
- **éloignées** $\Leftrightarrow$ champ moins intense ;
- **parallèles** $\Leftrightarrow$ champ uniforme.




## III/B Dispositifs créant un champ uniforme

On a trois manière aisées de créer un champ uniforme :

1) **Dans un solénoïde**, les lignes de champ sont parallèles ;
2) Entre les deux pôles d'un **aimant en U**, l'expérience avec la limaille de fer montre que le champ est uniforme ;

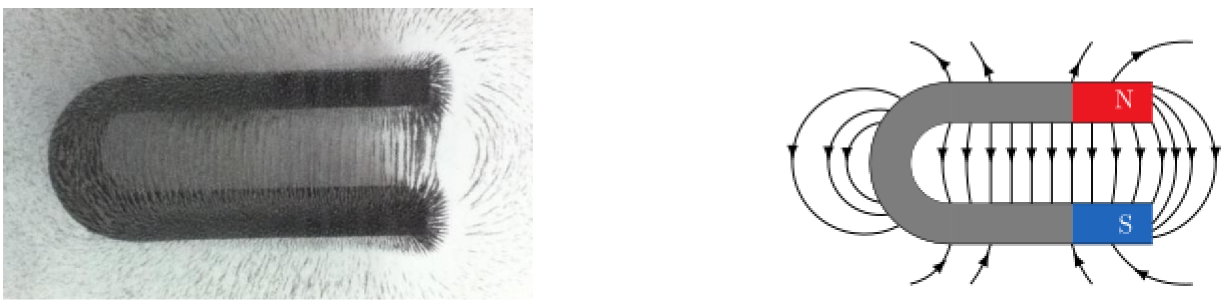



**Figure 1.7** – Observation du champ créé par un aimant en U : limaille de fer et schématisation.

3) On peut également créer un champ magnétique uniforme avec deux bobines plates dans une configuration particulière : deux **bobines de rayon** $R$ et **disposées à une distance** $R$ **l'une de l'autre**, si elles sont parcourues par la même intensité, donnent un champ magnétique uniforme entre elles. On appelle cet ensemble une **bobine de HELMOLTZ** ; voir Figure 1.8. Vous pourrez pour cela manipuler une animation disponible en ligne[1].

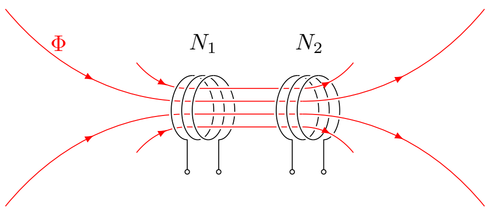



**FIGURE 1.8** – Bobine de HELMOLTZ, échelle non respectée.

## III/C Lien entre courant et champ magnétique

### III/C) 1 Direction du champ magnétique

**Important 1.1 : Règles de la main droite**

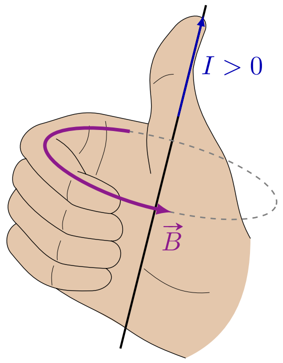



**FIGURE 1.9** – Pour un champ créé par un fil : pouce sur le courant, doigts selon $\vec{B}$.

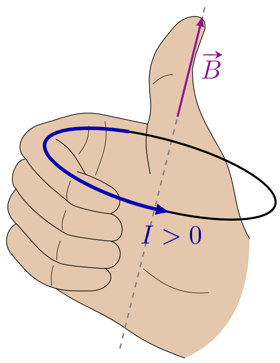
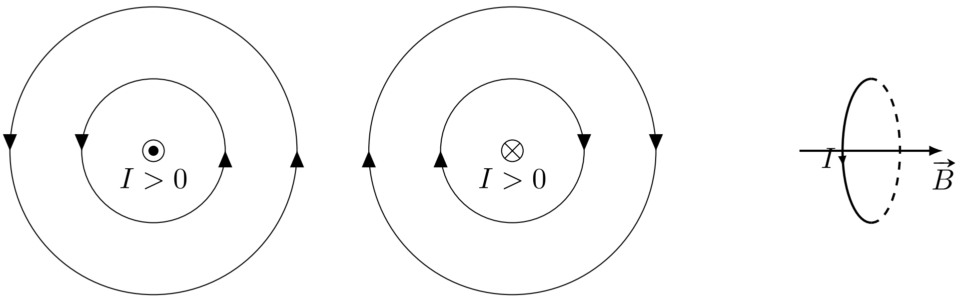



**FIGURE 1.10** – Pour un champ créé par une bobine : pouce sur $\vec{B}$, doigts selon le courant.

**Interprétation 1.1 : Analogie magnéto-mécanique**

Pour se créer une intuition de la direction du champ créé par un aimant ou par une bobine, il est utile d'essayer de se représenter la bobine comme un **ventilateur sans pâle**, qui aspire lentement l'air en amont, puis rapidement en son milieu, pour l'éjecter ensuite de l'autre côté. L'aimant serait alors un tuyau d'aspirateur inversé.

**Application 1.1 : Sens du courant et du champ**




1. www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Champs/Helmholtz_FJ.php

### III/C) 2 Proportionnalité

**Propriété 1.4 : Relation courant-champ**

**En général**

Dans le vide, le champ magnétique créé par un courant $i$ est donné par :

$$\boxed{\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{i(t)}{L}}$$

- ◇ $i(t)$ le courant ;
- ◇ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H{\cdot}m^{-1}}$ est la **perméabilité du vide** ;
- ◇ $L$ est une longueur typique du système.

**Solénoïde**

À l'intérieur d'un solénoïde de $N$ spires où le champ est uniforme, on a

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 n i(t)\,\vec{u_z}}$$

avec $\vec{u_z}$ l'axe orienté selon la règle de la main droite par rapport au courant, et $n = \frac{N}{L}$ le nombre de spires par mètre.

### III/C) 3 Symétries de distribution et de champ

Les situations qu'on a étudiées jusque-là ont toutes fait preuve d'une certaine symétrie, et ce n'est pas un hasard.

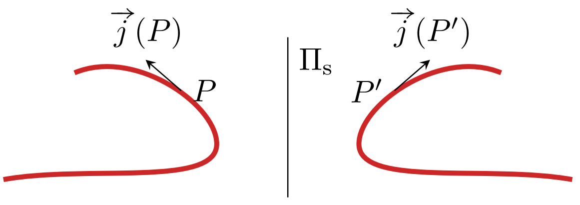
**Définition 1.6 : Plans d'(anti)-symétrie d'une distribution**

Soit $\vec{\jmath}(M)$ le vecteur de distribution de courant. Il peut posséder deux plans intéressants :

**Plan de symétrie $\Pi_s$**

Les courants en tous **points** $P$ **et** $P'$ **symétriques** par rapport à $\Pi_s$ sont **eux-mêmes symétriques** :

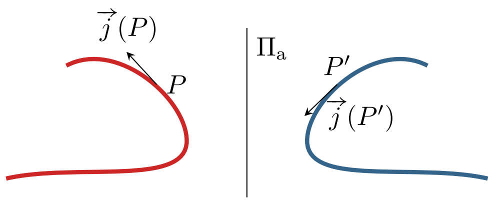
$$\vec{\jmath}(P') = \mathrm{sym}_{\Pi_s}\vec{\jmath}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\jmath}_{\parallel}(P) = +\vec{\jmath}_{\parallel}(P') \\ \vec{\jmath}_{\perp}(P) = -\vec{\jmath}_{\perp}(P') \end{cases}$$




**Plan d'antisymétrie $\Pi_a$**

Les courants en tous **points** $P$ **et** $P'$ **symétriques** par rapport à $\Pi_s$ sont **antisymétriques** :

$$\vec{\jmath}(P') = -\mathrm{sym}_{\Pi_a}\vec{\jmath}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\jmath}_{\parallel}(P) = -\vec{\jmath}_{\parallel}(P') \\ \vec{\jmath}_{\perp}(P) = +\vec{\jmath}_{\perp}(P') \end{cases}$$




L'étude des symétries est toute une science en soit, qui a mené à une des plus grandes découvertes scientifiques du monde : le théorème de NOETHER[2], démontré en 1915.

Dans le cas du champ magnétique, on obtient les résultats suivants :

2. Figure incontournable de la physique moderne, Emmy NOETHER était une mathématicienne hors pair, reconnue dans le monde scientifique à une époque où les femmes étaient encore plus minimisées qu'aujourd'hui. EINSTEIN aurait qualifié son théorème de « monument de la pensée mathématique ».

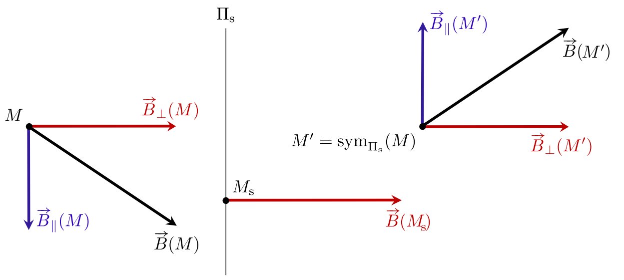
## Important 1.2 : Symétries

Soit M un point, $\Pi_s$ un plan de symétrie de la distribution, et $\Pi_a$ un plan d'**anti**symétrie. Pour le champ $\vec{B}$, on obtient :

**Plan de symétrie $\Pi_s$**

Pour $M$ et $M'$ symétriques par rapport à $\Pi_s$, le champ $\vec{B}$ est **anti-symétrique** par rapport à $\Pi_s$ :

$$\vec{B}(M') = -\mathrm{sym}_{\Pi_s}\left(\vec{B}(M)\right)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{B}_{\parallel}(M) = -\vec{B}_{\parallel}(M') \\ \vec{B}_{\perp}(M) = +\vec{B}_{\perp}(M') \end{cases}$$



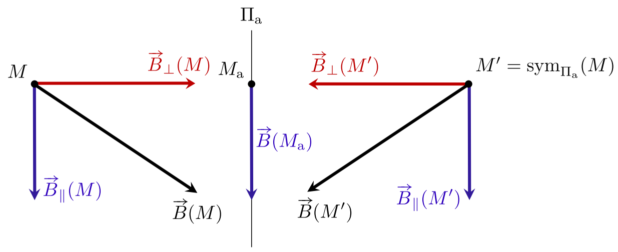

On retiendra

$$\forall M_s \in \Pi_s, \boxed{\vec{B}(M_s) \perp \Pi_s}$$

**Plan d'antisymétrie $\Pi_a$**

Pour $M$ et $M'$ symétriques par rapport à $\Pi_a$, le champ $\vec{B}$ est **symétrique** par rapport à $\Pi_a$ :

$$\vec{B}(M') = \mathrm{sym}_{\Pi_a}\left(\vec{B}(M)\right)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{B}_{\parallel}(M) = +\vec{B}_{\parallel}(M') \\ \vec{B}_{\perp}(M) = -\vec{B}_{\perp}(M') \end{cases}$$

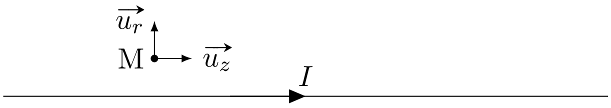



On retiendra

$$\forall M_a \in \Pi_a, \boxed{\vec{B}(M_a) \in \Pi_a}$$

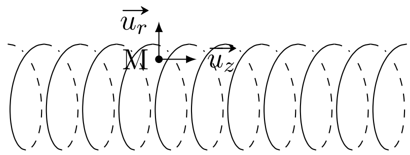
### Application 1.2 : Symétrie distribution/champ

1) Soit un fil doté de coordonnées cylindriques. Étudions ses symétries :




- $\Pi_a = (\mathrm{M}, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ est plan de d'**anti**symétrie de la distribution (si on fait le miroir du courant il va dans le sens opposé), donc $\vec{B} \in \Pi_a$.
- $\Pi_s = (\mathrm{M}, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ est plan de **symétrie** de la distribution : $\vec{B} \perp \Pi_s \Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{u_\theta}$.

2) Soit un solénoïde avec des coordonnées cylindriques.




- $\Pi_s = (\mathrm{M}, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ plan de **symétrie** : $\vec{B} \perp \Pi_s \Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{u_z}$.

### III/C) 4 Invariances de la distribution de courants

**Important 1.3 : Invariances**

Le champ $\vec{B}$ possède les mêmes **invariances** que la distribution de courant

**Attention 1.1 : Différence invariance/symétrie**

| Symétrie | Invariance |
| --- | --- |
| **Spécifique** à chaque champ, dépend d'un **plan miroir** de la distribution, donne la **direction**. | **Général**, dépend d'une **translation** ou **rotation** de la distribution, donne la dépendence aux **coordonnées**. |

**Application 1.3 : Invariances distribution/champ du fil infini**

Étudions les invariances de la distribution dans le cas du fil infini :

1) Pour un fil infini par exemple, le translater selon $z$ ne change pas la distribution. Il n'y a donc aucune raison que $\vec{B}$ dépende de $z$.
2) De la même manière, pour tout fil parcouru par un courant, on a invariance de la distribution par rotation selon $\theta$ : $\vec{B}$ ne saurait dépendre de $\theta$.

Autrement dit, par l'étude des invariances pour un fil infini, on sait que

$$\vec{B}(r,\cancel{\theta},\cancel{z})$$

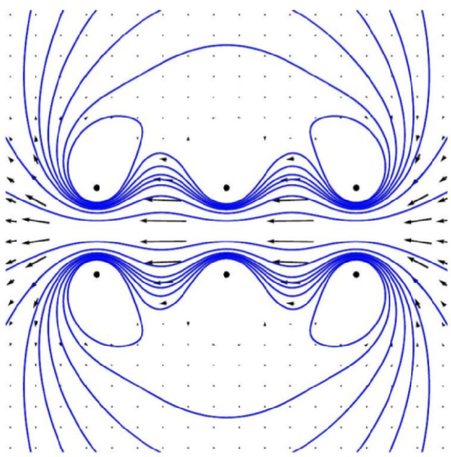
Si on ajoute l'étude des symétries, on a que $\vec{B} \parallel \vec{u_\theta}$. Tout combiné, on a donc

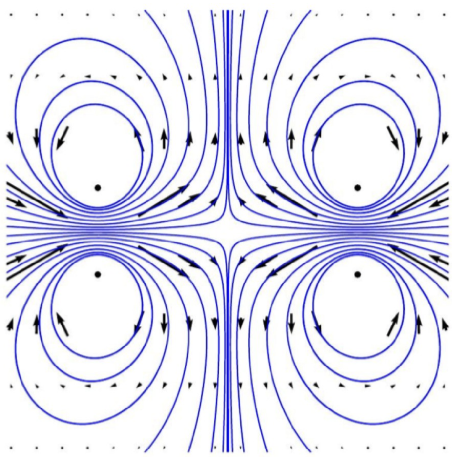
$$\boxed{\vec{B}(\mathrm{M}) = B(r)\,\vec{u_\theta}}$$

**Application 1.4 : Exercice bilan sur lignes de champ**

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires. Dans les deux cas, indiquer

- $\boxed{1}$ la position des sources
- $\boxed{2}$ le sens du courant circulant dans les spires
- $\boxed{3}$ les zones de champ fort et faible
- $\boxed{4}$ le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.

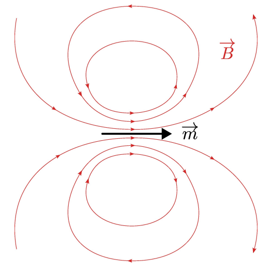




# IV Le moment magnétique

**Définition 1.7 : Moment magnétique**

On remarque que les champs magnétiques créés par un aimant droit et par une spire se ressemblent. On les modélise donc par le **même objet mathématique** appelé **moment magnétique** $\vec{\mu}$ ou $\vec{m}$, caractérisé par le **champ qu'il produit**.



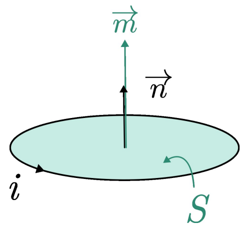

## IV/A Boucle de courant

**Propriété 1.5 : Moment magnétique d'une spire**

On considère une spire de rayon $R$ parcourue par un courant $i$. La normale à la surface est notée $\vec{n}$, orientée dans le sens de la main droite par rapport au courant.

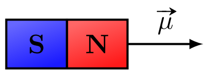
Le **moment magnétique** $\vec{\mu}$ de la spire plane est

$$\boxed{\vec{\mu} = i\vec{S} = i\pi R^2 \vec{n}} \quad \text{en} \quad \boxed{\mathrm{A{\cdot}m^2}}$$




Dans ce cas, c'est le mouvement de **particules chargées** qui créé le champ magnétique. Cette notion s'applique également aux bobines.

## IV/B Cas des aimants

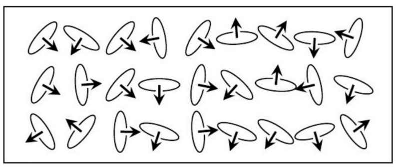



La notion de moment magnétique s'applique aussi aux aimants, même si sa source n'est pas due à un mouvement de translation comme peut l'être le courant dans un fil : la source du magnétisme dans les aimants est intrinsèquement **quantique**, et vient de la nature « aimantée » des électrons. On distingue deux sources :

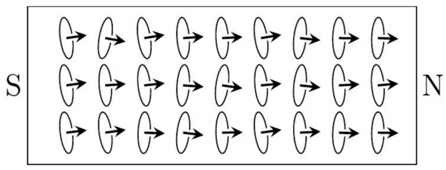
◇ **Moment magnétique orbital** , dû au mouvement des électrons autour d'un noyau atomique, dessinant une boucle de courant auquel on associe un moment magnétique ;

◇ **Moment magnétique de spin** , propriété intrinsèque des particules élémentaires. Elle n'a **pas d'équivalent classique**.

Ce sont ensuite des effets à grande échelle qui permettent l'existence d'un champ à l'échelle d'un solide entier, selon l'orientation moyenne des moments microscopiques [3].



Milieu désordonné




Milieu ordonné présentant des pôles

**Ordre de grandeur 1.2 : Moment magnétique d'un aimant**

On a comme ordre de grandeur : aimant droit $\approx 1\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$ ; aimant néodyme $\approx 10\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$ ; pour la Terre $\approx 8 \times 10^{22}\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$.

3. Pour plus de détails, voir https://www.youtube.com/watch?v=hFAOXdXZ5TM.