Sujet 1 – corrigé

I Tester ses connaissances : Amplificateurs Linéaires intégrés

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre choix.

1. Un montage contient un ALI supposé idéal. J'en déduis que $V^+ = V^-$ pour réaliser mes calculs.

   Réponse :
   FAUX. Il faut par ailleurs que son fonctionnement soit linéaire pour cela.

2. Un ALI placé dans un montage fonctionne en régime linéaire. Si l'on exclut les signaux de trop haute fréquence, utiliser le modèle de l'ALI idéal suffit car il donnera les mêmes résultats que le modèle plus compliqué de l'ALI linéaire du premier ordre.

   Réponse :
   VRAI. Le gain très élevé de l'ALI permet effectivement de le considérer comme infini dans une excellente approximation. En revanche, l'ALI se comportant comme un passe-bas : à très haute fréquence (supérieure à la bande passante du montage), le signal de sortie va donc être atténué.

3. Les intensités de polarisation aux entrées inverseuse et non-inverseuse d'un ALI peuvent être considérées nulles.

   Réponse :
   VRAI. Les impédances d'entrée de l'ALI sont très élevées et peuvent donc être considérées infinies (sauf indication explicite contraire de l'énoncé). Par conséquent, les courants de polarisation en entrées sont bien nuls.

4. Un suiveur est intercalé en cascade entre deux montages électriques. Compte tenu du fait que pour un suiveur, les tensions d'entrée et de sortie sont égales ($s(t) = e(t)$), il aurait suffi de mettre un fil entre l'entrée et la sortie à la place du suiveur pour simplifier le montage global.

   Réponse :
   FAUX. *A priori*, pas de masochiste parmi les électroniciens. Intercaler un suiveur, dont l'impédance d'entrée est infinie permet de s'assurer que le premier étage du circuit se comporte comme s'il se comportait avec une sortie en circuit ouvert. Grâce au suiveur, la fonction de transfert globale est directement le produit des fonctions de transfert de chacun des étages :
   $$\underline{H} = \underline{H}_1 \times \underline{H}_2$$

5. Un ALI idéal de gain infini a une unique rétroaction sur la borne inverseuse. J'en déduis que l'on a probablement un fonctionnement linéaire.

   Réponse :
   VRAI. Ces conditions permettent de supposer le fonctionnement linéaire. Il ne faut néanmoins pas dépasser une tension de sortie ou un courant de sortie excédant les capacités de l'ALI sous peine qu'il sature.

6. Pour un montage amplificateur non inverseur, le gain est constant quelle que soit la fréquence, et dépend uniquement de la valeur des résistances.

   Réponse :
   FAUX. L'ALI est un passe-bas. Si cet effet n'est pas sensible à basse fréquence (et qu'alors en effet l'amplification est indépendante de la fréquence), une analyse plus rigoureuse est nécessaire à haute fréquence en utilisant un modèle passe-bas du premier ordre pour l'ALI.

7. Dans sa bande passante, la fonction de transfert d'un amplificateur non inverseur ne dépend pas de la valeur du gain de l'ALI.

   Réponse :
   VRAI. Dans sa bande-passante, l'ALI peut être considéré comme idéal. La fonction de transfert est indépendante du gain de l'ALI.

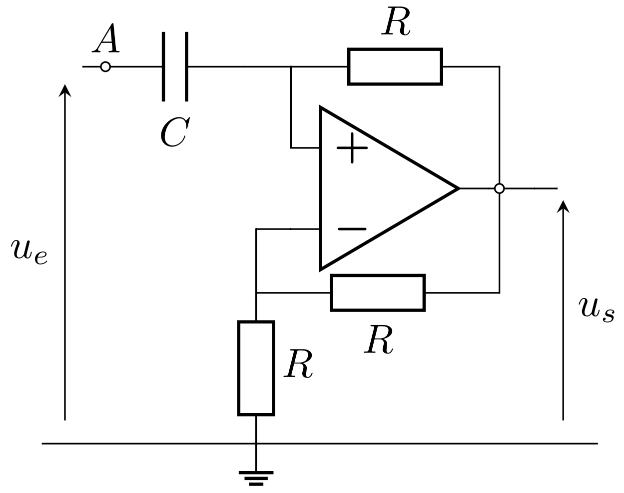
8. Si l'on construit un comparateur à hystérésis en TP avec une tension en entrée nulle, on ne peut pas prévoir la tension que l'on va obtenir en sortie si l'on ne connaît pas l'état antérieur du système.

   Réponse :
   VRAI. Un comparateur à hystérésis peut admettre deux solutions en sortie pour une même valeur en entrée. Pour connaître l'état actuel de la sortie, il convient de connaître également l'état antérieur.

Sujet 2 – corrigé

I Montage à ALI et stabilité

On considère le circuit ci-contre, basé sur un ALI idéal.



1. Justifier précisément pourquoi l'ALI va à priori fonctionner en régime linéaire.

   Réponse :
   Il y a une rétroaction sur la borne inverseuse, typique d'un fonctionnement en régime linéaire.

2. Déterminer la fonction de transfert de ce montage $H = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$

   Réponse :
   En régime linéaire, on a $V_+ = V_-$. De plus, on peut appliquer la LNTP à la borne non inverseuse et un pont diviseur de tension à l'autre borne. On obtient au final et après calculs

$$H = 2\frac{jRc\omega}{jRC\omega - 1}$$

3. On relie alors l'entrée (A) à la masse. Obtenir alors l'equation différentielle donc u_s est solution puis résoudre cette dernière en supposant que $u_s(0) = \epsilon$ avec ϵ, une tension résiduelle, très faible.

   Réponse :
   L'équation différentielle peut être obtenue à partir de la fonction de transfert d'où

$$\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{RC}u_s = 2\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t} = 0$$

   Cette dernière admet alors comme solution $u_s(t) = \epsilon \exp(t/\tau)$ en posant $\tau = RC$.

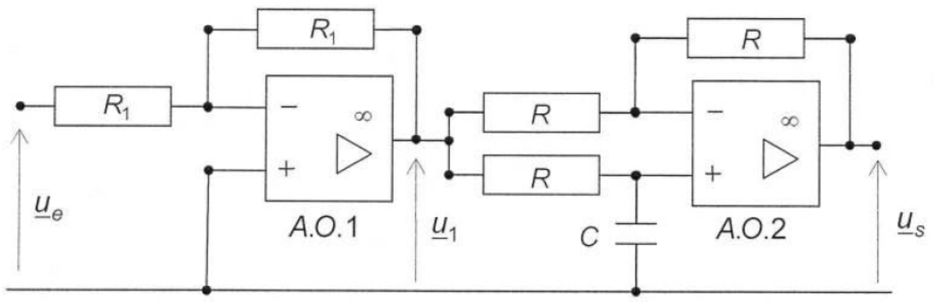
4. Conclure quand à la stabilité de ce montage à l'aide de deux arguments distincts. La réponse à la question 1 doit elle alors être remise en cause ?

   Réponse :
   On constate que $u_s(t)$ diverge lorsque t tend vers l'infini. Ce résultat était attendu ; en effet, l'ED possède des signes opposés, ce qui est typique d'un système instable. On en déduit que pour t assez grand, l'ALI va saturer car il ne pourra pas délivrer une tension plus grande que V_{sat}. Il quittera alors le régime linéaire.

Sujet 3 – corrigé

I Opérateur DP (E3A PC)

On considère le montage suivant où les amplificateurs linéaires intégrés sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire.



1. Exprimez la tension $\underline{u}_1$ en fonction de la tension $\underline{u}_e$. Préciser le rôle de l'ensemble formé par l'amplificateur linéaire intégré et les deux résistances identiques R_1.

   Réponse :
   L'ALI fonctionne ici en mode linéaire (rétroaction sur la branche -). On obtient simplement $\underline{u}_1 = -\underline{u}_e$ et le rôle de cet étage est d'inverser l'entrée. Il permet aussi d'effectuer une adaptation d'impédance.

2. Déterminez la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_1}$ en fonction de R, C et ω. En déduire la fonction de transfert globale $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ du montage.

   Réponse :
   On obtient en observant que le deuxième ALI est aussi en fonctionnement linéaire :

$$\underline{H}_1 = \frac{1 - j2RC\omega}{1 + j2RC\omega}$$

   et on en déduit :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_e} \times \underline{H}_1 = -\frac{1 - j2RC\omega}{1 + j2RC\omega}$$

3. Tracez l'allure du diagramme de Bode de ce montage.

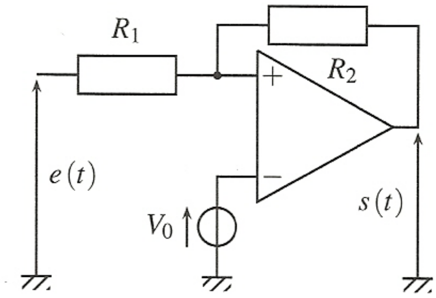
   Réponse :
   On observe que $|\underline{H}(j\omega)| = 1$. On obtient ensuite $\arg \underline{H} = \pi - 2\arctan(2RC\omega)$

4. Quel est l'effet de ce montage ? Illustrez en représentant les signaux d'entrée et de sortie pour $u_e(t) = U_0 + U_m\cos(\omega t)$ avec $U_0 = 2\,\mathrm{V}$, $U_m = 3\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$ et $\omega = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

   Réponse :
   Il convient de calculer le déphasage $\Delta\phi = \arg \underline{H} \approx 0{,}92\,\mathrm{rad}$. Le signal de sortie est donc en avance de phase et de même amplitude que le signal d'entrée

Sujet 4 – corrigé

I Oscillateur à cycle décalé



V_0 est une tension constante. On posera pour les calculs $\alpha = \frac{R_1}{R_2}$

1. Tracer le cycle hystérésis $s(e)$ du montage ci-dessous.

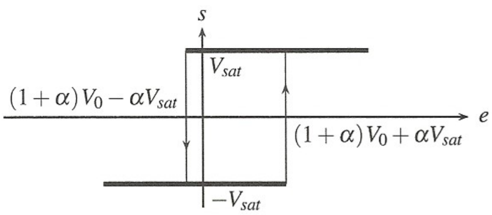
Réponse :
Rétroaction sur la borne + de l'ALI, on obtient alors un régime saturé. On cherche les valeurs de e pur qu'il y ait basculement. On peut appliquer la loi des nœuds en terme de potentiel sur la borne non inverseuse :

$$V_+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \frac{e}{R_1}+\frac{s}{R_2} \quad \Rightarrow \quad V_+ = \frac{R_2 e + R_1 s}{R_2+R_1}$$

Il y aura basculement lorsque $\epsilon = V_+ - V_-$ change de signe soit lorsque :

$$\epsilon = \frac{R_2 e + R_1 s}{R_2+R_1} - V_0 = \frac{R_2(e-V_0)+R_1(s-V_0)}{R_2+R_1} = 0$$

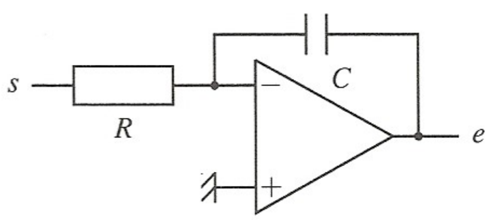
Les tensions de bascule sont donc obtenues en prenant $s = \pm V_{sat}$. Ainsi, il vient $\boxed{e_1 = (1+\alpha)V_0 + \alpha V_{sat}}$ et $\boxed{e_2 = (1+\alpha)V_0 - \alpha V_{sat}}$



2. On boucle ce montage à hystérésis par un intégrateur de transmittance $\frac{E}{S} = -\frac{1}{j\omega\tau}$, ($\tau > 0$).
Proposer un montage très simple à ALI qui réalise cette fonction intégratrice.

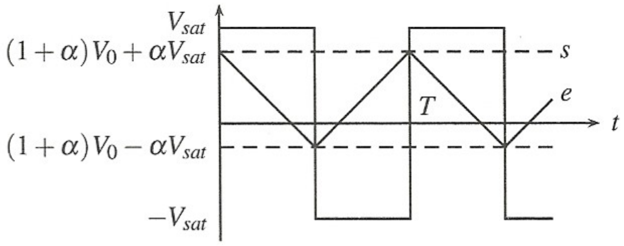
Attention : Soyez attentif au choix de notation. Ici, la sortie du filtre est e et l'entrée est s.

Réponse :
On peut utiliser le montage ci-dessous avec $\tau = RC$.



3. Tracer les formes d'ondes de e(t) et s(t).

Réponse :
On obtient $s(t) = -\tau \frac{\mathrm{de}}{\mathrm{dt}}$ et donc $e(t)$ est une primitive de $s(t)$. Lorsque $s(t) = +V_{sat}$, on obtient $e(t) = -\frac{V_{sat}}{\tau}t + b$ donc de pente négative.
Lorsque $s(t) = -V_{sat}$, on obtient $e(t) = \frac{V_{sat}}{\tau}t + b$ donc de pente positive. Les basculements se font pour des valeurs de $e(t)$ égales à e_1 et e_2. On en déduit le graphique correspondant.



4. Préciser la période des signaux.

Réponse :
$T = 4\alpha\tau$ (il y a une différence de tension de $2\alpha V_{sat}$ entre le maximum et le minimum qu'il faut parcourir avec une pente de $\pm V_{sat}/\tau$)

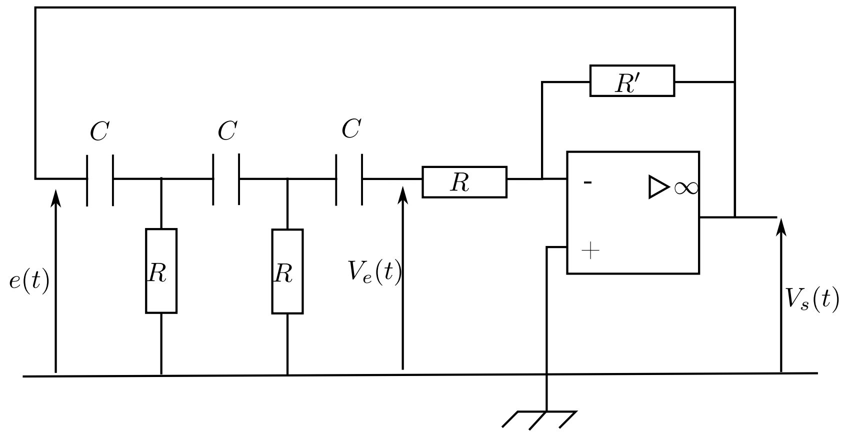
5. En pratique, comment peut-on, à partir de $e(t)$, obtenir un signal quasi-sinusoïdal.

Réponse :
On peut utiliser un filtre passe bas (ne conservant que la valeur moyenne de fréquence nulle et le fondamental) ou passe bande très selectif (ne conservant qu'une harmonique et coupant toutes les autres).

Sujet 5 – corrigé

I Oscillateur quasi-sinusoïdal

On considère le montage ci-dessous appelé oscillateur à déphasage.



1. Repérer dans ce montage l'amplificateur et le résonateur.

   Réponse :

2. Déterminer la fonction de transfert de l'amplificateur.

   Réponse :
   $\underline{A} = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = -R'/R$

3. Déterminer la fonction de transfert de l'oscillateur.

   Réponse :
   $\underline{B} = \dfrac{-jR^3C^3\omega^3}{1 + 5jRC\omega - 6R^2C^2\omega^2 - jR^3C^3\omega^3}$

4. En déduire la condition d'oscillation et la fréquence des oscillations

   Réponse :
   Condition de Barkausen : $\underline{A} \cdot \underline{B} = 1$

$$R^3C^3\omega^3 = \frac{R}{R'}(5RC\omega - R^3C^3\omega^3)$$

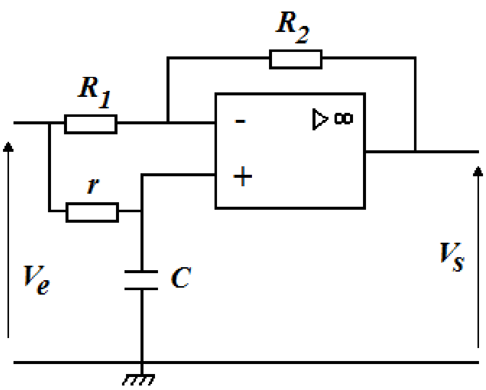
$$0 = \frac{R}{R'}(1 - 6R^2C^2\omega^2)$$

Soit $\omega^2 = \dfrac{1}{6R^2C^2}$ et $R'/R = 29$.

Sujet 6 – corrigé

I Montage déphaseur ($\star$)

On considère le circuit suivant dans lequel l'ALI est dans un premier temps supposé idéal.



1. En régime sinusoïdal forcé, exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du circuit.

   Réponse :
   ALI idéal $\Rightarrow i_+ = i_- = 0$

   Rétroaction sur entrée - $\Rightarrow$ régime linéaire $\Rightarrow V_+ = V_-$

   Loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée - : $\frac{V_e - V_-}{R_1} + \frac{V_S - V_-}{R_2} = 0$

   Loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée + : $\frac{V_e - V_+}{r} + \frac{0 - V_+}{1/jC\omega} = 0$

   En injectant une équation dans l'autre, on élimine $V-$ et on obtient la relation recherchée :

   $$H = \frac{R_1 - jR_2 rC\omega}{R_1(1 + jrC\omega)}$$

2. Quelle doit être la relation entre R_1 et R_2 pour que le gain soit égal à l'unité?

   Réponse :
   Le gain de la fonction de transfert est donné par son module :

   $$|H| = G = 1 \Rightarrow 1 + ((R_2/R_1)rC\omega)^2 = 1 + (rC\omega)^2 \Rightarrow \boxed{R_1 = R_2}$$

   On peut ainsi ré-écrire la fonction de transfert :

   $$H = \frac{1 - jrC\omega}{1 + jrC\omega}$$

3. Donner, dans ce cas, l'expression du déphasage ϕ de la tension de sortie $V_S(t)$ par rapport à la tension d'entrée $V_e(t)$. Quel est l'intérêt de ce montage ?

   Réponse :
   Dans ce cas, le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée vaudra

   $$\Delta\phi_{S/e} = \arg(H) = \arg(1 - jrC\omega) - \arg(1 + jrC\omega) = -2\arctan(rC\omega)$$

   Ainsi, le circuit étudié déphase la sortie par rapport à l'entrée sans toucher à son gain, d'où son nom !

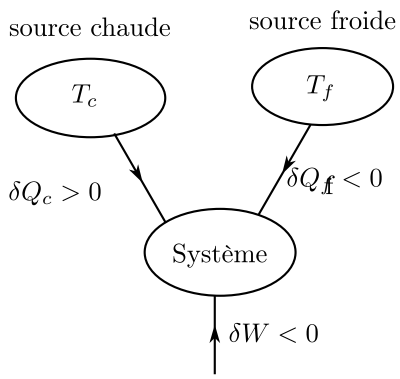
Sujet 7 – corrigé

I Moteur ditherme fonctionnant avec des pseudo-sources

Soit un moteur réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité thermique, $C = 4{,}0 \times 10^5\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, dont les températures initiales respectives sont $T_{f,0} = 10\,°\mathrm{C}$ et $T_{c,0} = 100\,°\mathrm{C}$. Ces températures ne sont pas maintenues constantes.

1. Donner le schéma de principe de ce moteur au cours d'un cycle en indiquant par des flèches le sens des échanges de chaleur et de travail. On désignera par T_c la température de la source chaude et par T_f celle de la source froide. On définira des échanges énergétiques élémentaires δQ_c, δQ_f et δW. On pourra supposer les températures des sources constantes au cours d'un cycle.

Réponse :
On note les échanges comme des échanges élémentaires au cours d'un cycle, car ces grandeurs évoluent entre chaque cycle. Par convention, ce sont des grandeurs algébriques reçues par le système.



2. Exprimer la température T des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner en fonction de $T_{f,0}$ et $T_{c,0}$. Il sera utile d'appliquer le second principe au système subissant N cycles jusqu'à l'arrêt du moteur. Calculer T.

Réponse :
Le moteur s'arrête quand les températures des deux sources sont égales $T_{c,f} = T_{f,f} = T$.

- second principe appliqué au système Σ au cours d'un cycle réversible :

$$dS = 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f}$$

  On a supposé les températures des deux sources constantes au cours d'un cycle.

- premier principe appliqué sur la source chaude au cours d'un cycle :

$$dU_c = -\delta Q_c = C dT_c \qquad \Longrightarrow \qquad \delta Q_c = -C dT_c > 0 \quad \text{car} \quad dT_c < 0$$

- premier principe appliqué sur la source froide au cours d'un cycle :

$$dU_f = -\delta Q_f = C dT_f \qquad \Longrightarrow \qquad \delta Q_f = -C dT_f \quad \text{car} \quad dT_f > 0$$

- On remplace dans l'expression du second principe, et on intègre au cours des N cycles :

$$dS = 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{dT_c}{T_c} + \frac{dT_f}{T_f} = 0$$

$$\int_{T_{c,0}}^{T} \frac{dT_c}{T_c} + \int_{T_{f,0}}^{T} \frac{dT_f}{T_f} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ln\left(\frac{T^2}{T_{c,0}T_{f,0}}\right) = 0$$

$$\boxed{T = \sqrt{T_{c,0}T_{f,0}} = 325\,\mathrm{K}}$$

3. Exprimer le travail reçu W par ce moteur jusqu'à son arrêt en fonction de C, T, $T_{f,0}$ et $T_{c,0}$. Calculer W et interpréter le signe.

Réponse :
On applique le premier principe au système sur N cycles :

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad W = -(Q_c + Q_f)$$

$$\boxed{W = C(2T_f - T_{c,0} - T_{f,0}) = -2{,}5 \times 10^6\,\mathrm{J} < 0}$$

Le travail reçu par le système est négatif. C'est bien un moteur !

4. Exprimer, puis calculer le rendement global η. Comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources restaient constantes.

Réponse :
Expression du rendement :

$$\boxed{\eta = -\frac{W}{Q_c} = \frac{2T - T_{c,0} - T_{f,0}}{T_f - T_{c,0}} = 13\%}$$

Rendement maximal de Carnot :

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_{f,0}}{T_{c,0}} = 24\%$$

Bien que les cycles soient réversibles, le fait que les sources ne soient pas des thermostats diminue le rendement.

Sujet 8 – corrigé

I Cycle de Joule

1. Calculez le rendement d'un moteur dans lequel le cycle est décrit par un gaz parfait et représenté en coordonnées (p,V) par un contour limité par deux transformations adiabatiques quasistatiques séparées par deux transformations isobares p_1 et p_2 ($p_2 > p_1$) ; c'est le cycle de Joule.
   Application numérique : $\gamma = 1{,}4$, on envisage un taux de compression $\frac{p_2}{p_1} = 8$ puis 20.

   Réponse :
   On commence par représenter le cycle dans le diagramme de Watt :

   - Comme il est question d'un moteur, $W_{\text{Cycle}} < 0$ ce qui correspond à un parcours du cycle dans le sens horaire.
   - Ce dernier comprend deux transformations isobares $p = Cte$: horizontales.
   - Il comprend également deux transformations adiabatiques quasistatiques d'un gaz parfait d'où $pV^\gamma = Cte$: courbes de pente plus raide qu'une hyperbole.

   En rappelant le principe d'un moteur ditherme, on retrouve rapidement l'expression de son rendement

   $$\rho = \frac{|\text{énergie à optimiser}|}{|\text{énergie coûteuse}|} = \frac{|W|}{|Q_c|} = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

   car sur un cycle $\Delta U_{\text{Cycle}} = U_f - U_f = 0 = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}} = W + Q_f + Q_c \Rightarrow -W = Q_c + Q_f$.

   On détermine ensuite sur le cycle où se situe Q_c le transfert thermique avec la source chaude et Q_f avec la source froide. La dilatation isobare nécessite un apport thermique d'où $Q_c = Q_{23}$ et à l'inverse, $Q_f = Q_{41}$ (on complète ainsi le diagramme de Watt).

   On peut maintenant exprimer ρ simplement en fonction des températures car les transferts thermiques s'effectuent à pression constante : $Q_c = C_p(T_3 - T_2)$ et $Q_f = C_p(T_1 - T_4)$ où C_p est la capacité thermique du gaz qui suit le cycle.

   On obtient ainsi pour le moment $\rho = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$ Comme on demande d'exprimer ρ en fonction du rapport de pressions $\frac{p_2}{p_1} = \tau$, on peut utiliser une des relations de Laplace. Ces dernières sont valables pour un gaz parfait subissant une transformation adiabatique quasistatique ce qui est le cas entre (1) et (2) puis entre (3) et (4).

   On a alors $pV^\gamma = Cte$ et $V = \frac{nRT}{p}$ d'où $p^{1-\gamma}T^\gamma = Cte$ et ici

   $$p_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma}T_2^\gamma \Rightarrow T_1 = T_2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{et} \quad T_4 = T_3\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

   En remplaçant dans ρ, on obtient $\rho = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_3\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_2\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_3 - T_2} = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ L'application numérique donne $\rho = 44{,}8$ % puis $57{,}5$ % ce qui parait possible pour un moteur idéalisé mais assez optimiste pour un moteur réel.