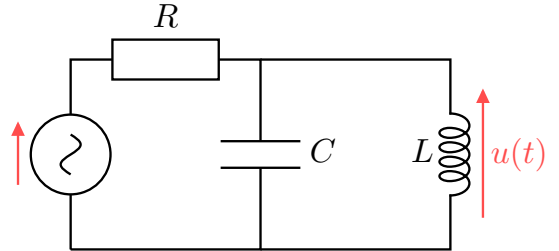


TD entraînement : oscillateurs en RSF

★☆☆ I Résonance d'un circuit bouchon

On considère le circuit RLC représenté ci-contre, composé d'un résistor, de résistance R , d'une bobine idéale d'inductance L , d'un condensateur idéal, de capacité C , alimenté par une source idéale de tension, de f.e.m. $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On se place en régime sinusoïdal forcé.

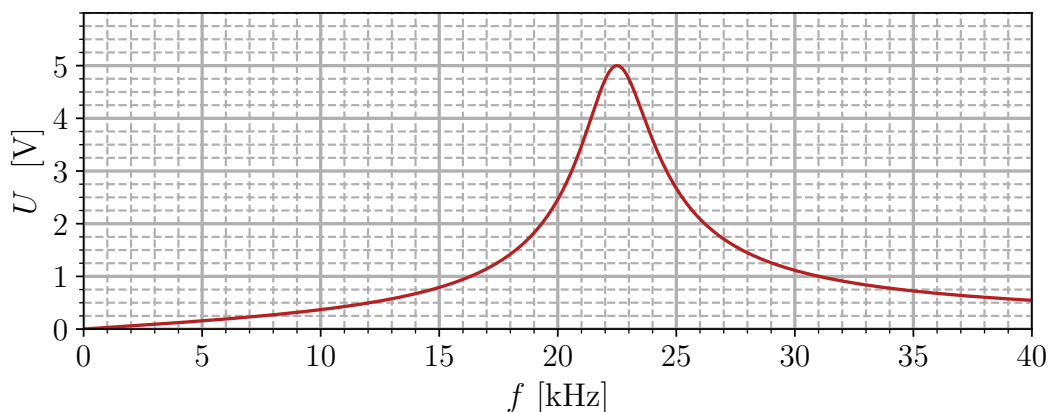


- 1) Exprimer l'amplitude complexe \underline{U} de $u(t)$ en fonction de E_0 , R , L , C et ω .
- 2) Établir qu'il existe un phénomène de résonance pour la tension $u(t)$. Préciser la pulsation ω_0 à laquelle ce phénomène se produit et la valeur de l'amplitude réelle de $u(t)$ à cette pulsation.
- 3) Mettre l'amplitude réelle U de $u(t)$ sous la forme :

$$U = \frac{E_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

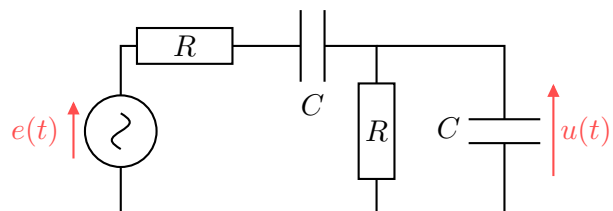
avec Q un facteur sans dimension à exprimer en fonction de R, L et C .

- 4) Exprimer la bande passante $\Delta\omega$ de cette résonance en fonction de Q et ω_0 .
- 5) En déduire les valeurs numériques de C et E_0 à l'aide du graphe ci-dessous représentant l'amplitude réelle de $u(t)$ en fonction de la fréquence $f = \omega/2\pi$, sachant que $L = 1 \text{ mH}$ et $R = 1 \text{ k}\Omega$.



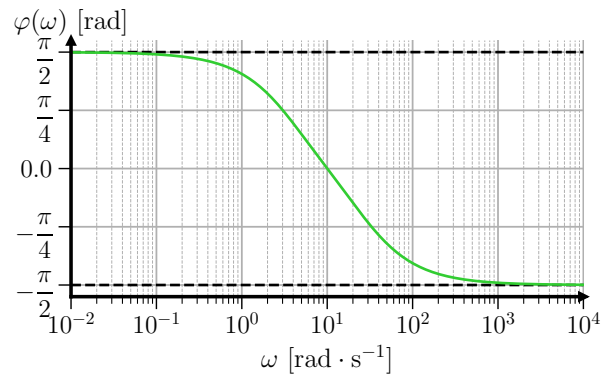
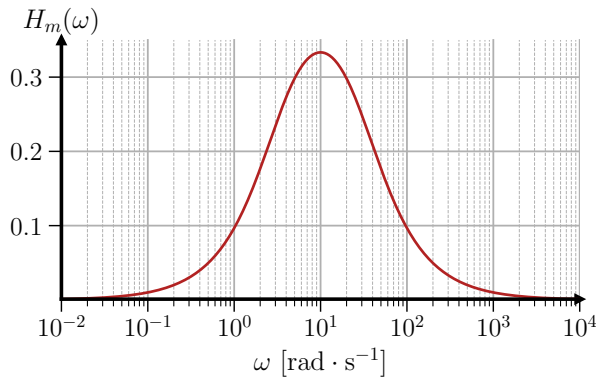
★☆☆ II Filtre de WIEN

On considère le circuit ci-contre avec $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ et on pose $H_m = U_m/E_m$.



- 1) Déterminer les valeurs limites de $u(t)$ à basse et haute fréquences.

Les courbes représentatives de $H_m(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ sont fournies par les figures ci-dessous.



- 2) Observe-t-on un phénomène de résonance en tension ? Justifier.
- 3) Déterminer graphiquement la pulsation de résonance, les pulsations de coupure et la bande passante du filtre.
- 4) Après avoir associé certaines impédances entre elles, établir l'expression de $\underline{H} = \underline{u}/\underline{e}$. La mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

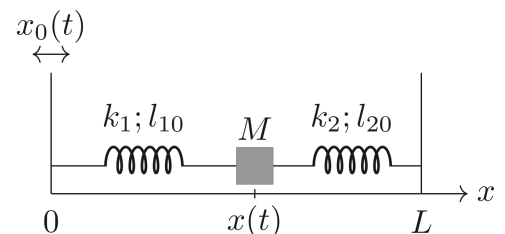
avec H_0 , ω_0 et Q des constantes à exprimer en fonction (éventuellement) de R et C .

- 5) Déterminer graphiquement la valeur du produit RC .

★ III Système à deux ressorts

Un point matériel M , de masse m , peut se déplacer sur une tige *horizontale* parallèle à l'axe Ox au sein d'un fluide visqueux qui exerce sur lui la force de frottement $\vec{f} = -h\vec{v}$ avec \vec{v} le vecteur vitesse de M dans le référentiel galiléen \mathcal{R} du laboratoire. Les frottements entre M et l'axe horizontal sont négligeables. On repère M par son abscisse $x(t)$.

M est relié à deux parois verticales par deux ressorts de raideurs k_1 et k_2 , de longueurs à vide ℓ_{10} et ℓ_{20} . Celle de droite est immobile en $x = L$, celle de gauche, d'abscisse $x_0(t)$, est animée d'un mouvement d'équation horaire $x_0(t) = X_{0m} \cos(\omega t)$. On supposera que $L = \ell_{10} + \ell_{20}$.



- 1) Identifier les différentes forces s'exerçant sur M .
- 2) Déterminer la position d'équilibre x_{eq} de M lorsque la paroi de gauche est immobile en $x_0 = 0$.
- 3) On introduit $X(t) = x(t) - x_{eq}$. Établir l'équation différentielle sur $X(t)$ lorsque la paroi bouge.

Pour étudier le régime sinusoïdal forcé, on introduit les grandeurs complexes $\underline{x}_0(t) = X_{0m} \exp(j\omega t)$, $\underline{X}(t) = X_m \exp(j(\omega t + \varphi))$ et $\underline{v}(t) = V_m \exp(j(\omega t + \phi))$ associées à $x_0(t)$, $X(t)$ et $v(t) = \dot{X}(t)$.

- 4) Définir les amplitudes complexes \underline{X}_0 , \underline{X} et \underline{V} de $x_0(t)$, $X(t)$ et $v(t)$.
- 5) En exprimant ω_0 , Q et α en fonction des données du problème, établir la relation :

$$\underline{V} = \frac{\alpha}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \underline{X}_0$$

- 6) Mettre en évidence l'existence d'une résonance de vitesse.