TD : Dispositifs optiques

I Vergence et grandissement de lentilles accolées

1) Dans cette situation, on a le système $\mathrm{A} \xrightarrow[\mathrm{O}_1]{\mathcal{L}_1} \mathrm{A}_1 \xrightarrow[\mathrm{O}_2]{\mathcal{L}_2} \mathrm{A}'$, avec $\mathrm{O}_1 = \mathrm{O}_2 = \mathrm{O}$. Une lentille équivalente à ce système ferait passer directement de A à A' et aurait une distance focale $\overline{\mathrm{OF}'}$ telle que

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} \tag{4.1}$$

Pour faire apparaître les vergences des lentilles une et deux, on peut :

a – Écrire les relations de conjugaison pour les deux lentilles :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_1}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_2}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}}}$$

b – Ou directement dans 4.1 ajouter et retirer $\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}_1}}$ dans le terme de droite.

Quoiqu'il en soit, on trouve rapidement

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_1}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'_2}}$$
$$\Leftrightarrow V = V_1 + V_2$$

2) Le grandissement de l'ensemble est $\gamma = \frac{\overline{\mathrm{OA}'}}{\overline{\mathrm{OA}}}$. Or, $\gamma_1 = \frac{\overline{\mathrm{OA}_1}}{\overline{\mathrm{OA}}}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{\mathrm{OA}'}}{\overline{\mathrm{OA}_1}}$; on a donc

$$\boxed{\gamma = \gamma_1 \gamma_2}$$

Produit des grandissements

Si le théorème des vergences (c'est son nom) ne vaut que pour des lentilles accolées (une version plus générique s'écrit $V = V_1 + V_2 - \overline{O_1O_2}V_1V_2$), l'expression du grandissement **vaut pour toute association**.

II L'œil hypermétrope et sa correction

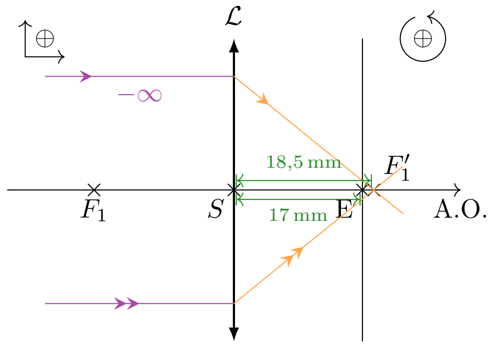
Données

– Œil = lentille $(\mathcal{L}, \mathrm{S})$;

– $\overline{\mathrm{SE}} = 17\,\mathrm{mm}$;

– $\overline{\mathrm{SA}} = -\infty \Rightarrow \overline{\mathrm{SA}'} = \overline{\mathrm{SE}} + 1{,}5\,\mathrm{mm}$

Schéma



1)

Résultat

$\overline{\mathrm{SF'}}$

Outil

On trouve le point focal image d'un système en étudiant l'image d'un objet à l'infini.

Application

Ici, la lecture de l'énoncé donne directement la réponse : le point focal image et 1,5 mm derrière la rétine. On a donc

$$\overline{\mathrm{SF'}} = 18{,}5\,\mathrm{mm}$$

2) L'œil n'est pas assez convergent, il faudrait que les rayons se croisent plus tôt sur l'axe optique pour que l'image se forme sur la rétine. Il faut donc corriger avec des lentilles correctrices convergentes.

3)

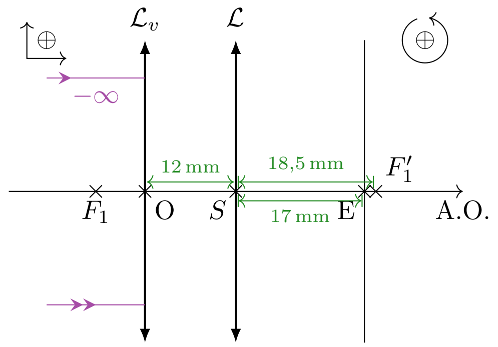
Données

– Verre lunette = $(\mathcal{L}_v, \mathrm{O})$;

– $\overline{\mathrm{OS}} = 12\,\mathrm{mm}$;

– $\overline{\mathrm{AB}} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}_v} \overline{\mathrm{A_1B_1}} \xrightarrow[\mathrm{S}]{\mathcal{L}} \overline{\mathrm{A'B'}}$

Schéma



a –

Rappel

L'image doit se former sur l'écran de la lentille, autrement dit la rétine : avec $\overline{\mathrm{AB}} = -\infty$ on doit avoir $\mathrm{A'} = \mathrm{E}$.

b –

Résultat attendu

Utiliser le fonctionnement physique du système pour déterminer comment associer la lunette à l'œil.

Application

$$\underset{-\infty}{\overline{\mathrm{AB}}} \xrightarrow[\mathrm{O}]{\mathcal{L}_v} \underset{A_1 = F_v' \;,\; A_1 = R}{\overline{\mathrm{A_1B_1}}} \xrightarrow[\mathrm{S}]{\mathcal{L}} \underset{A' = E}{\overline{\mathrm{A'B'}}}$$

On a donc $\mathrm{A_1} = \mathrm{F'_v} = \mathrm{R}$.

Important !

Attention, **seul** le remotum de l'œil emmétrope est à l'infini. Vérifiez bien vos définitions.

c –

Résultats attendus

On cherche $\overline{\mathrm{OF}'_v}$ sachant que $\mathrm{F}'_v = \mathrm{R}$: l'idée est donc de trouver R de l'œil connaissant sa distance focale et la distance œil-écran.

Outil

On va donc utiliser la formule de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF}'}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

Avec les données de l'exercice, on a

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{SF}'}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{SE}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{SR}}}$$

Soit

$$\boxed{\overline{\mathrm{SR}} = \frac{\overline{\mathrm{SE}}\,\overline{\mathrm{SF}'}}{\overline{\mathrm{SF}'} - \overline{\mathrm{SE}}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{\mathrm{SE}} = 17\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{SF}'} = 18{,}5\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

Et

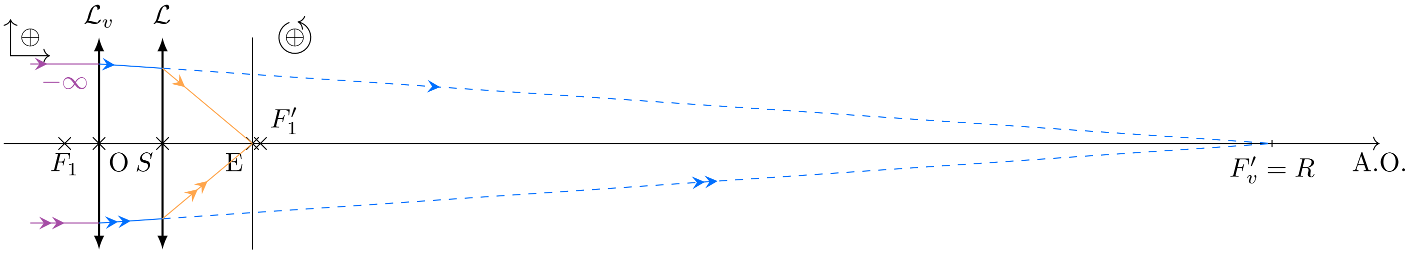
$$\boxed{\overline{\mathrm{SR}} = 21\,\mathrm{cm}}$$

Avec la composition des distances et comme $\mathrm{F}'_v = \mathrm{R}$, on a finalement

$$\boxed{\overline{\mathrm{OF}'_v} = \overline{\mathrm{OS}} + \overline{\mathrm{SR}} = 1{,}2 + 20{,}9 = 22\,\mathrm{cm}}$$

Soit $\boxed{V_{\text{verre}} = +4{,}5\,\delta}$

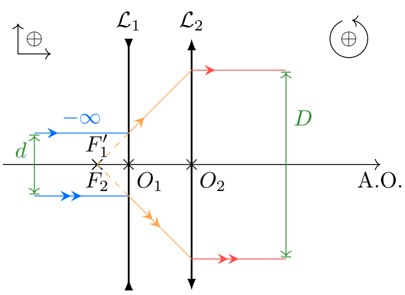
d – On a donc



III Élargissement d'un faisceau laser

On peut associer deux lentilles, la première divergente de très courte focale f'_1 (< 0) et la seconde convergente de grande focale f'_2, à condition de faire coïncider le foyer image F'_1 de la première avec le foyer objet F_2 de la seconde. Si D est le diamètre du faisceau final et d celui du faisceau initial, alors en utilisant le théorème de Thalès $D/f'_2 = -d/f'_1$; pour $d = 2\,\mathrm{mm}$ et $D = 3\,\mathrm{cm}$, il nous faut

$$\boxed{f'_2 = -15 f'_1}$$



IV Étude d'un photocopieur

1) La lentille divergente ne peut pas donner une image réelle si l'objet est réel (vérifiez avec la relation de conjugaison). Par conséquent, l'image à travers $\mathcal{L}_1$ **ne peut pas être sur le récepteur**, car cette dernière est virtuelle.

2) Si $\mathcal{L}'$ est divergente, l'image de A est virtuelle, comme vu précédemment ; mais ça sera donc un objet réel pour $\mathcal{L}_1$, et on a encore le même raisonnement. Ainsi, si une lentille peut fonctionner dans ce système, elle ne peut être divergente.

3) L'image finale est telle que $\overline{\mathrm{O_1A'}} = 180\,\mathrm{mm}$, l'objet initial est tel que $\overline{\mathrm{O'A}} = -180\,\mathrm{mm}$ et on a $\overline{\mathrm{O'O_1}} = 24\,\mathrm{mm}$. Avec le système $\mathrm{A} \xrightarrow[\mathrm{O'}]{\mathcal{L}'} \mathrm{A_1} \xrightarrow[\mathrm{O_1}]{\mathcal{L}_1} \mathrm{A'}$, on sait qu'on a les relations

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}} \\ \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A_1}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{O'A}}}\right)^{-1} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \left(\dfrac{1}{\overline{\mathrm{O_1A'}}} - \dfrac{1}{f_1'}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f' = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}} \times \overline{\mathrm{O'A}}}{\overline{\mathrm{O'A}} - \overline{\mathrm{O'A_1}}} \\ \overline{\mathrm{O_1A_1}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} \end{cases}$$

On en déduit $\overline{\mathrm{O'A_1}} = \overline{\mathrm{O_1A_1}} - \overline{\mathrm{O_1O'}} = \dfrac{f_1' \times \overline{\mathrm{O_1A'}}}{f_1' - \overline{\mathrm{O_1A'}}} - \overline{\mathrm{O_1O'}}$; avec $\begin{cases} f_1' = -90\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1A'}} = 180\,\mathrm{mm} \\ \overline{\mathrm{O_1O'}} = -24\,\mathrm{mm} \end{cases}$ on a

$$\underline{\overline{\mathrm{O'A_1}} = 84\,\mathrm{mm}}$$

et finalement avec $\overline{\mathrm{O'A}} = -180\,\mathrm{mm}$, on a également

$$\underline{f' = 57\,\mathrm{mm}}$$

4) $\gamma_{\text{imprim}} = \gamma_{\mathcal{L}'}\gamma_{\mathcal{L}_1}$ en tant qu'association de lentilles ; or $\gamma_{\mathcal{L}'} = \dfrac{\overline{\mathrm{O'A_1}}}{\overline{\mathrm{O'A}}} = -0{,}5$, et $\gamma_{\mathcal{L}_1} = \dfrac{\overline{\mathrm{O_1A'}}}{\overline{\mathrm{O_1A_1}}} = 3$: on a

$$\underline{\gamma_{\text{imprim}} = -1{,}5}$$

$|\gamma_{\text{imprim}}| > 1$ d'une part, mais pour savoir si on peut imprimer en A3 il faut savoir si la *surface* est multipliée par 2 ; γ est un grandissement linéique (sur une longueur). Pour la surface, on calcule $\gamma_{\text{imprim}}^2 = 2.25 > 2$: on peut donc transformer du A4 en A3.

V Le microscope

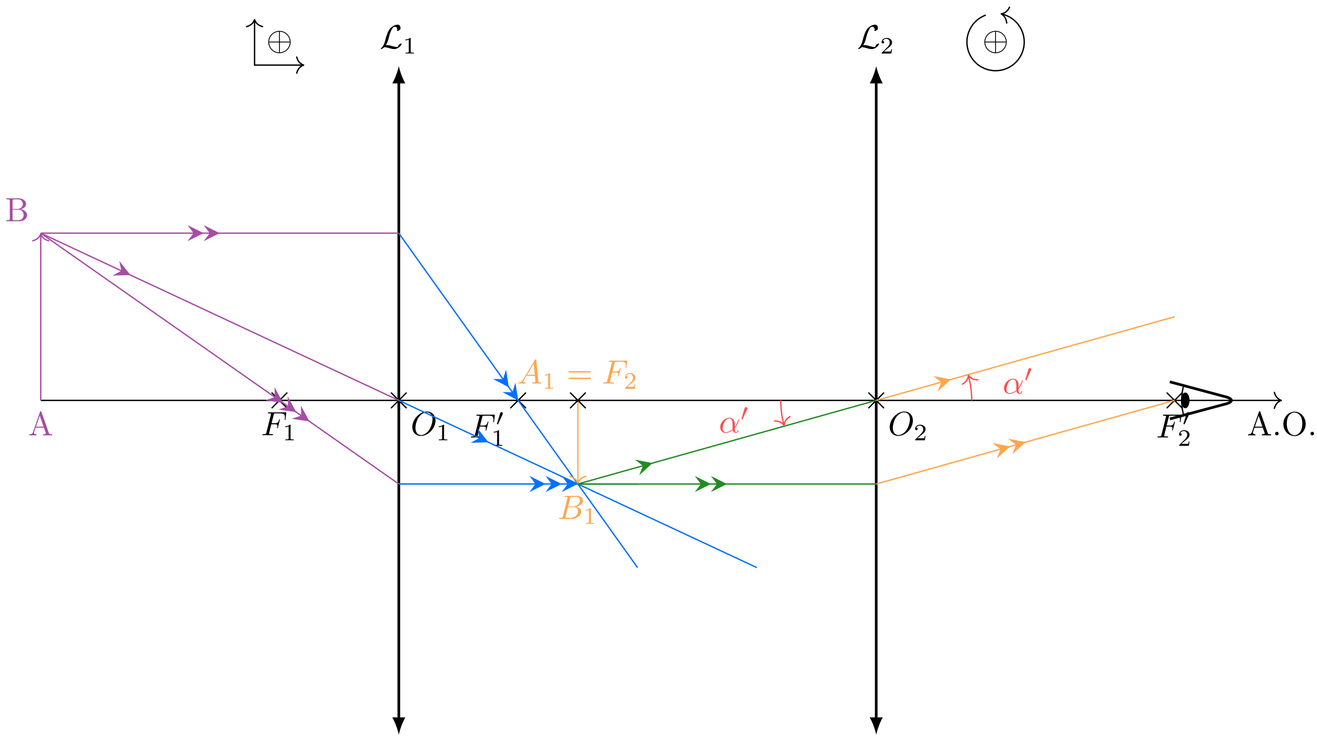
1) L'œil visant sans fatigue à l'infini, il faut que l'image par $\mathcal{L}_2$ soit à l'infini. Pour ça, l'image intermédiaire $\mathrm{A_1}$ de A par $\mathcal{L}_1$ doit se situer dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_2$. Autrement dit, on doit avoir $\overline{\mathrm{F_1'A_1}} = \overline{\mathrm{F_1'F_2}}$. Ceci ce traduit par la schématisation optique $\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O_1}]{\mathcal{L}_1} \underbrace{\mathrm{A_1B_1}}_{\mathrm{A_1=F_2}} \xrightarrow[\mathrm{O_2}]{\mathcal{L}_2} +\infty$. On utilise donc la relation de conjugaison pour la lentille $\mathcal{L}_1$ avec origine au foyer :

$$\overline{\mathrm{FA}}\,\overline{\mathrm{F'A'}} = -f'^2$$

et avec les notations choisies, $\overline{\mathrm{F_1A}}\,\overline{\mathrm{F_1'A_1}} = -f_1'^2$. On en tire directement

$$\boxed{\overline{\mathrm{F_1A}} = \dfrac{-f_1'^2}{\Delta}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_1' = 5\,\mathrm{mm} \\ \Delta = 250\,\mathrm{mm} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \underline{\overline{\mathrm{F_1A}} = -0{,}1\,\mathrm{mm}}$$

2)



3) Avec le schéma ci-dessus et dans l'hypothèse des conditions de Gauss ($\tan\theta \approx \theta$), $\alpha' = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{-f_2'}$. On veut relier $\overline{A_1B_1}$ à $\overline{AB}$ puisqu'on aura $\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{-\Delta}$: on utilise pour ça l'expression du grandissement avec origine aux foyers (on connaît $\overline{F_1A}$) :

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{O_1F_1}}{\overline{F_1A}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{A_1B_1} = \overline{AB}\frac{f_1'}{\overline{F_1A}}$$

Ainsi, $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{-\dfrac{f_1'}{f_2'}\dfrac{\overline{AB}}{\overline{F_1A}}}{\dfrac{\overline{AB}}{-\Delta}}$ donc

$$\boxed{G = -\frac{\Delta^2}{f_1'f_2'}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta = 25\,\mathrm{cm} \\ f_1' = 5\,\mathrm{mm} \\ f_2' = 25\,\mathrm{mm} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \underline{G = -500}$$

VI Lunettes astronomiques de Kepler et Galilée

A Kepler

Données

Association de deux lentilles :

1) $\mathcal{L}_1$ « objectif », vergence $V_1 = 3{,}125\,\delta$, diamètre $D = 30\,\mathrm{mm}$;

2) $\mathcal{L}_2$ « oculaire », vergence $V_2 = 25\,\delta$.

VI.A.1

Résultat attendu

Focales de lentilles

Outil du cours

$$V = \frac{1}{f'}$$

Application

$$\underline{\overline{O_1F'_1} = 32\,\mathrm{cm}} \quad \text{et} \quad \underline{\overline{O_2F'_2} = 4\,\mathrm{cm}}$$

VI.A.2

Système afocal

Est afocal un système pour lequel un objet initial à l'infini donne une image finale à l'infini.

Intérêt d'un système afocal

Un système afocal présente comme intérêt de permettre à un œil emmétrope d'observer sans fatigue, étant donné que l'image sortant du système est à l'infini (voir cours).

VI.A.3

Résultat attendu

$\overline{O_1O_2}$

Outils du cours

Règles de construction de rayons :

1) Un rayon provenant de l'infini émerge d'une lentille en croisant l'axe optique au plan focal image ;
2) Des rayons se croisant dans le plan focal objet d'une lentille émergent parallèles entre eux.

Composition des distances :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2}$$

Application

Pour que tous les rayons sortant de la lunette soient parallèles entre eux (donnant donc une image à l'infini), il faut que tous les rayons à l'intérieur passent par le plan focal objet de son oculaire.

Or, tous les rayons arrivent dans la lunette parallèles entre eux (objet initial à l'infini) ; il se croisent donc dans le plan focal image de l'objectif.

Pour que la condition soit vérifiée, il faut donc simplement que les plans focaux image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$ soient confondus ; autrement dit :

$$\boxed{F'_1 = F_2}$$

On a alors $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2}$, et finalement

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = +36\,\mathrm{cm}}$$

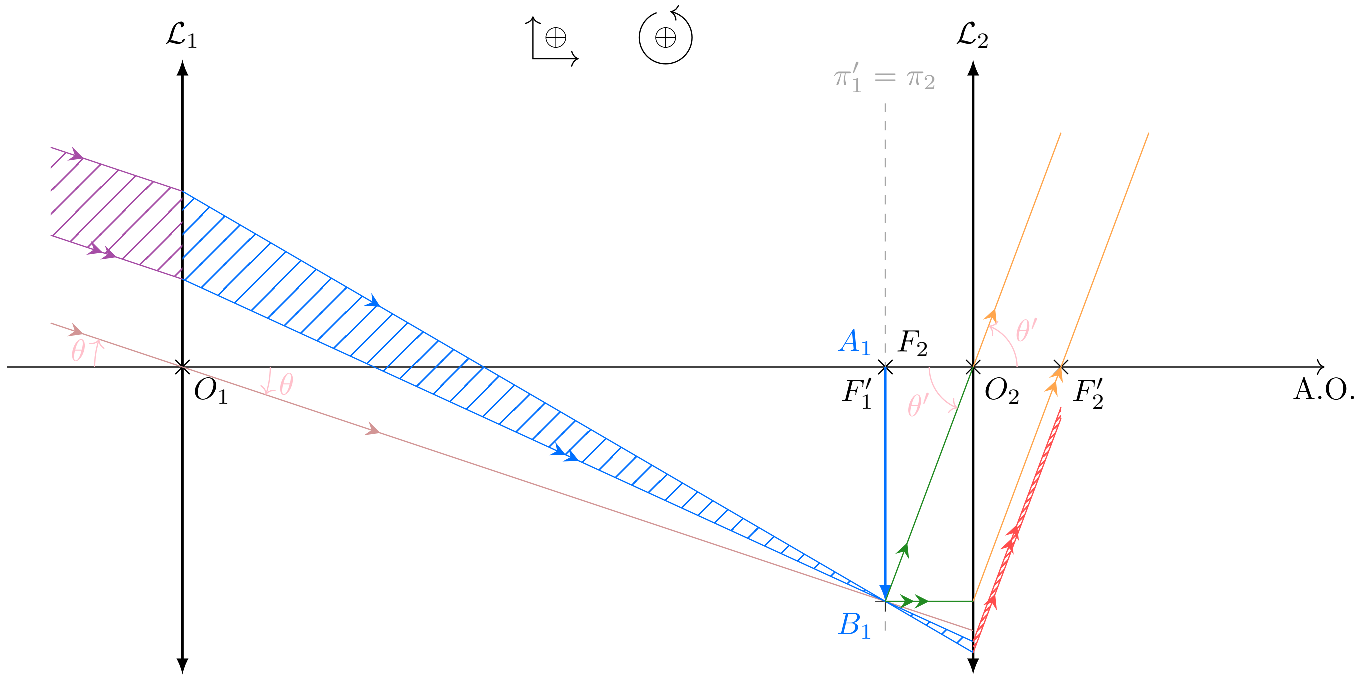
VI.A.4

Pour cette question, le placement de l'image intermédiaire ne nécessite que le tracé du rayon passant par O_1, étant donné que son intersection avec le plan focal image donnera la position de B_1 :

Rappel

- Deux rayons parallèles avant le système optique se coupent dans le plan focal image ;
- Deux rayons qui se coupent dans le plan focal objet émergent parallèles entre eux.

On peut donc facilement tracer les rayons émergents du « pinceau » (i.e. l'espace entre les deux rayons entrant) puisqu'ils doivent se croiser en B_1. Sur le schéma suivant, les rayons sortant sont également tracés, et cette fois on utilise la seconde partie du rappel précédent : les deux rayons bleus se coupant en B_1 émergent parallèle entre eux, et il suffit de construire un rayon émergent de B_1 (par exemple celui passant par O_2 et qui n'est pas dévié) pour trouver l'angle de sortie.



VI.A.5

Résultat

G

Outil

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Application

Avec le tracé sur le schéma et en considérant des petits angles, $\theta' = \dfrac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{O_2F_2}} > 0$ et $\theta = \dfrac{\overline{\mathrm{A_1B_1}}}{\overline{O_1F_1'}} < 0$, soit

$$G = \frac{f_1'}{-f_2'} = -8$$

Attention

Pour bien voir si un angle est positif ou négatif, il faut se donner un sens dans lequel compter positivement, tracer les angles depuis l'axe optique jusqu'au rayon pour voir le changement de direction et dans la formule trigonométrique utiliser les grandeurs dans le bon sens.

VI.A.6

Cercle oculaire

On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire.

Utilité du cercle oculaire

Il correspond à la section la plus étroite du faisceau sortant de l'oculaire, où l'œil reçoit le maximum de lumière.

VI.A.7

Résultat attendu

$\overline{O_2C'_K}$

Outil du cours

Par définition, C'_K est l'image de O_1 par $\mathcal{L}_2$. On va donc se servir de la relation de conjugaison d'une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

On a ici $\mathrm{O} \equiv \mathrm{O_2}$, $\mathrm{F'} \equiv \mathrm{F'_2}$, $\mathrm{A} \equiv \mathrm{O_1}$ et $\mathrm{A'} \equiv \mathrm{C'_K}$. On a donc :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_2}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et après calculs :

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_2C'_K}} = \left[\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2F'_2}}}\right]^{-1} = \underline{+4{,}5\,\mathrm{cm}}}$$

VI.A.8

Résultat attendu

D'_K

Outil du cours

Le diamètre du cercle oculaire s'apparente à la taille d'un objet. On peut donc utiliser le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$$

Application

Avec les données de l'énoncé, on obtient :

$$\gamma = \frac{D'_K}{D} = \frac{\overline{\mathrm{O_2C'_K}}}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}}$$

et finalement

$$\boxed{D'_K = D \times \frac{\overline{O_2C'_K}}{\overline{O_2O_1}} = \underline{3{,}75\,\mathrm{mm}}}$$

B Galilée

VI.B.1

Si l'oculaire est divergent, cela signifie que $C_3 < 0$. On a donc $C_3 = -C_2$, d'où le résultat demandé.

VI.B.2

On reprend la question VI.A.3, avec cette fois des indices « 3 » au lieu des indices « 2 », et on obtient :

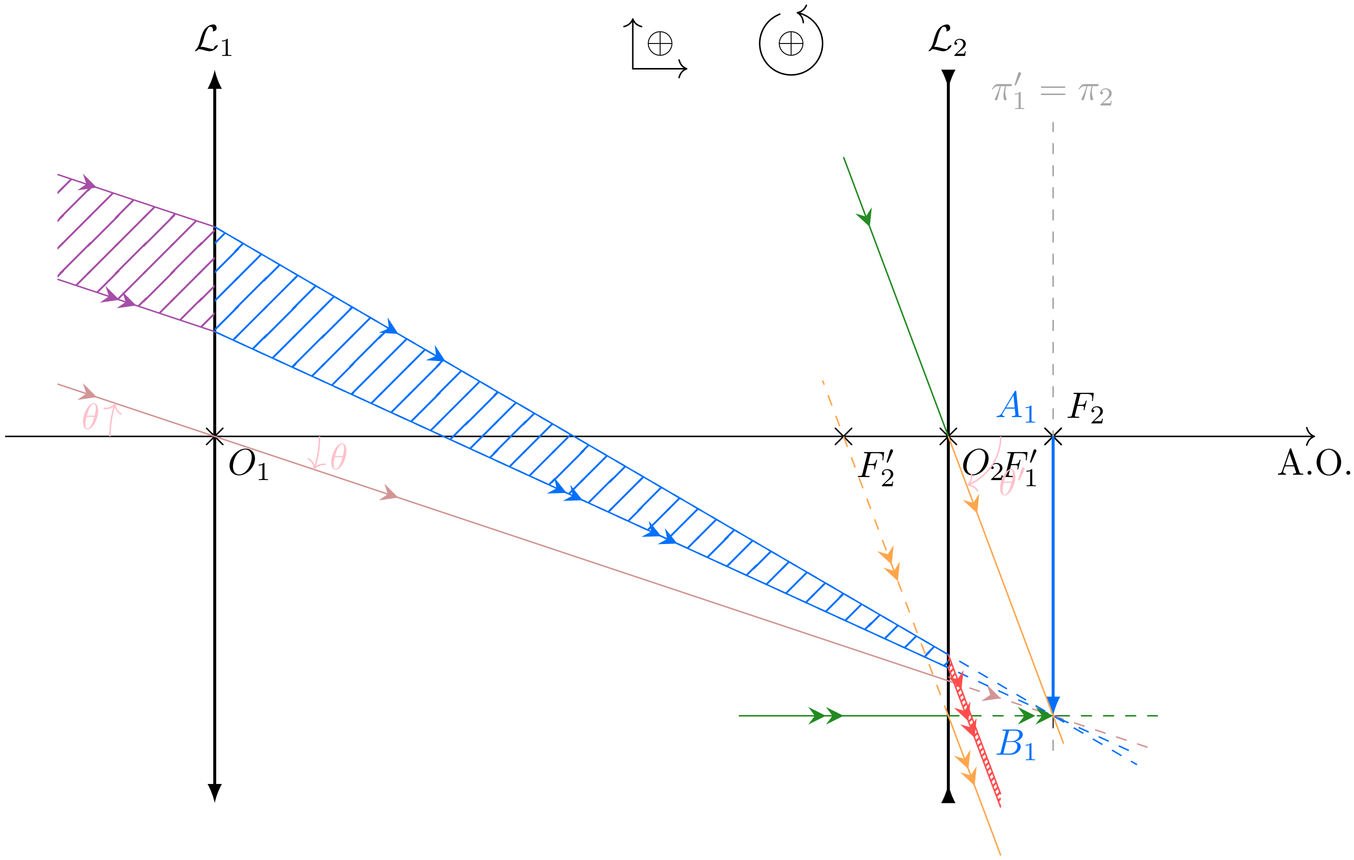
Application

$\overline{\mathrm{O_1O_3}} = \overline{\mathrm{O_1F'_1}} + \overline{\mathrm{F_3O_3}}$ avec $\overline{\mathrm{F_3O_3}} = \overline{\mathrm{O_3F'_3}} = -4\,\mathrm{cm}$, d'où $\underline{\overline{\mathrm{O_1O_3}} = +28\,\mathrm{cm}}$

Intérêt

La lunette de Galilée est donc plus compacte que la lunette de Kepler !

VI.B.3



VI.B.4

On reprend la question VI.A.6, avec des indices « 3 » au lieu de « 2 », et on obtient :

Application

$$\underline{\overline{O_3C_G'} = -3{,}5\,\mathrm{cm}}$$

Comparaison

On a cette fois un cercle oculaire virtuel. Il faudra placer son œil le plus près possible de l'oculaire pour espérer avoir le plus de lumière possible.

VI.B.5

On reprend la question VI.A.8 :

Application

$$\underline{D_G' = 3{,}75\,\mathrm{mm}}$$

VI.B.6 Comparaison

	Avantages	Inconvénients
Lunette Galilée	+ compacte image droite	cercle oculaire virtuel
Lunette Kepler	Grande clarté Cercle oculaire réel	- compacte image renversée