

Correction du TD

I Interférences de 2 ondes sonores frontales

- 1) À partir de HP1, les ondes parcourent la distance $D + x$ pour arriver au micro. À partir de HP2, elles parcourent la distance $D - x$. Ainsi,

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{1/2}(M) &= -k\Delta L_{1/2}(M) + \underbrace{\Delta\varphi_0(M)}_{=0 \text{ d'après l'énoncé}} \\ &= -k(|HP_1M| - |HP_2M|) \\ &= -k(\cancel{D} + x - (\cancel{D} - x)) \\ \Leftrightarrow \Delta\varphi_{1/2}(M) &= -2kx\end{aligned}$$

- 2) Les ondes p_1 et p_2 étant de même amplitude P_0 , on a que l'onde somme $p(t) = p_1(t) + p_2(t)$ est d'amplitude P telle que

$$P = 2P_0 \cos\left(\frac{\Delta\varphi(M)}{2}\right) \Leftrightarrow P = 2P_0 \cos(-kx)$$

- 3) On a interférences constructives si l'amplitude est maximale, ici pour $\cos(-kx_n) = \pm 1 \Leftrightarrow -kx_n = n\pi$. Or,

$$-kx_n = n\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{\lambda}x_n = n\pi \Leftrightarrow x_n = n\frac{\lambda}{2}$$

- 4) Les maximums se trouvent aux positions x_n . La distance entre deux maximums est donc

$$d = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2}$$

- 5) Étant donné que $\lambda = cT = c/f$, on trouve

$$\frac{\lambda}{2} = d \Leftrightarrow \frac{c}{2f} = d \Leftrightarrow c = 2df \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 21,2 \times 10^{-2} \text{ m} \\ f = 800 \text{ Hz} \end{cases}$$

A.N. : $c = 339 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

C'est la valeur usuelle de célérité du son dans l'air à 20 °C.

II Interférences sur la cuve à ondes

- 1) Par définition,

$$\Delta\varphi_{1/2}(M) = -k\Delta L_{1/2}(M) = -k(d_1 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$

Et pour avoir des interférences destructives,

$$\Delta\varphi_{1/2}(M) = (2m+1)\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2m+1)\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- 2) Avec $S_1S_2 = a$, on observe que tout l'axe $x > a/2$ correspond à une ligne de vibration minimale, c'est-à-dire un endroit de l'espace où les interactions sont destructives, i.e. $d_2 - d_1 = (m + 1/2)\lambda$. Or, pour $x > a/2$, on a

$$d_2 - d_1 = S_2M - S_1M = \cancel{S_2M} - S_1S_2 + \cancel{S_2M} \Leftrightarrow \boxed{d_2 - d_1 = -a}$$

On en déduit donc

$$\boxed{\left| \frac{a}{\lambda} \right| = m + \frac{1}{2}}$$

c'est-à-dire que a/λ est un demi-entier ($1/2, 3/2, 5/2, \dots$). Le résultat est le même en raisonnant sur $x < -a/2$.

- 3) Entre S_1 et S_2 , on prend 3 cas extrêmes pour déterminer l'amplitude de $d_2 - d_1$:

◇ En S_1 , $d_2 = -a$ et $d_1 = 0$, donc

$$d_2 - d_1 = -a$$

◇ En O, $d_2 = -a/2$ et $d_1 = a/2$, donc

$$d_2 - d_1 = 0$$

◇ En S_2 , $d_2 = 0$ et $d_1 = a$, donc

$$d_2 - d_1 = -a$$

Ainsi,

$$\boxed{-a \leq d_2 - d_1 \leq a}$$

Or, entre S_1S_2 on observe plusieurs vibrations minimales, donnant chacune $d_2 - d_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda$. On en compte 8 entre S_1S_2 , correspondant chacune à un ordre d'interférence m . À partir de O et vers les x croissants, on a la première vibration minimale pour $m = 0$, la deuxième pour $m = 1$, la troisième pour $m = 2$ et la dernière pour $m = 3$; on a de même par symétrie vers les x décroissants. Ainsi, **l'ordre d'interférence obtenu le plus grand est $m = 3$, et on n'a pas l'ordre d'interférence $m = 4$ sinon on aurait une parabole en plus de chaque côté.** Ainsi,

$$\left(3 + \frac{1}{2}\right)\lambda < a \leq \left(4 + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

puisqu'on observe qu'il reste une distance sur S_1S_2 après l'ordre 3 avant d'atteindre S_2 et que si a dépasse $(4 + 1/2)\lambda$ on verrait la parabole correspondant à l'ordre 4. Comme on a déterminé à la question précédente que $\frac{a}{\lambda} = m + \frac{1}{2}$, avec cette étude on a $3 < m \leq 4$ avec $m \in \mathbb{N}$, autrement dit $\boxed{m = 4}$, soit

$$\boxed{\frac{a}{\lambda} = \frac{9}{2}}$$

- 4) Le contraste correspond à une grande différence entre les valeurs maximales et minimales. Or, sur (Oy) on a $d_2 = d_1$ donc $d_2 - d_1 = 0$, c'est-à-dire que les ondes sont en phase et les interférences constructives, donc l'amplitude est maximale et le contraste est élevé.

III Trombone de K  NIG

1)

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = -k\Delta L_{2/1}(M) = -k(OT_2 - OT_1)$$

Or, si on déplace T_2 par rapport à T_1 de d , l'onde passant dans T_2 doit parcourir $2d$ de plus, une fois pour chaque partie rectiligne ; ainsi

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = -2kd$$

- 2) Cette observation traduit qu'un décalage de 11,5 cm fait passer d'une interférence destructive à celle qui la suit, donc augmente le déphasage de 2π ou la différence de marche de λ . On a donc

$$|2kd| = 2\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}d = \pi \Leftrightarrow 2df = c \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 11,5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ f = 1500 \text{ Hz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } c = 345 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

IV Interférences et écoute musicale

- 1) Chaque onde parcourt la distance enceinte – auditaire directement, mais l'onde réfléchie parcourt en plus $2D$ entre l'auditaire et le mur. Ainsi, la célérité étant notée c , on a

$$\tau = \frac{2D}{c}$$

- 2) La source étant similaire pour les deux ondes, la phase à l'origine des temps est la même ; de plus il est indiqué que la réflexion sur le mur n'implique pas de déphasage supplémentaire, donc le déphasage n'est d   qu'à la propagation. Ainsi, l'onde réfléchie a un déphasage

$$\Delta\varphi_{r/i}(M) = \omega\tau = \frac{4\pi f D}{c}$$

- 3) Il peut y avoir une atténuation de l'amplitude si les deux ondes sont en opposition de phase, et donc que les interférences sont destructives, c'est-à-dire

$$\Delta\varphi_{r/i}(M) = (2n+1)\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi f D}{c} = (2n+1)\pi \Leftrightarrow f = (2n+1)\frac{c}{4D}$$

avec $n \in \mathbb{N}$.   tant donné que le domaine audible s'étant de $(20 ; 20 \times 10^3)$ Hz, il faudrait que la plus petite fréquence d'atténuation, celle avec $n = 0$, soit au-delà de 20 kHz ; autrement dit on cherche

$$f_{\max} < \frac{c}{4D} \Leftrightarrow D < \frac{c}{4f_{\max}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c = 342 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ f_{\max} = 20 \text{ kHz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } D < 4,3 \text{ mm}$$

On est donc sûr de ne pas avoir d'atténuation dans l'audible si on colle notre oreille au mur... ce qui est réalisable, mais correspond presque à ne pas avoir d'interférences du tout.

- 4) Quand D augmente, l'onde réfléchie par le mur finit par avoir une amplitude faible devant l'onde directe étant donné qu'une onde sphérique voit son amplitude diminuer avec le rayon : les interférences deviennent de plus en plus négligeables.

V Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

- 1) En notant (SM) le chemin optique de S à M, la différence de marche en M est donnée par

$$\delta_{1/2}(M) = (ST_1M) - (ST_2M) = \cancel{(ST_1)} + (T_1M) - \cancel{(ST_2)} - (T_2M)$$

La source étant sur l'axe optique et l'indice étant le même sur cette portion, on a $(ST_1) = (ST_2)$. On se retrouve donc à calculer le chemin optique à partir des trous. Or, le chemin de T_2 à M se fait dans l'air, donc $(T_2M) = T_2M$. En notant F_1 et F_2 les points d'entrée et de sortie du rayon lumineux dans la lame de verre tels que $F_1F_2 = e$, on a

$$\begin{aligned} (T_1M) &= (T_1F_1) + (F_1F_2) + (F_2M) \\ &= T_1F_1 + n_v e + F_2M \\ &= T_1F_1 + n_v e + F_1F_2 - F_1F_2 + F_2M \\ &= T_1F_1 + F_1F_2 + F_2M + (n_v - 1)e \\ &= T_1M + (n_v - 1)e \end{aligned}$$

Avec $T_1M = T_1F_1 + F_1F_2 + F_2M$. Autrement dit,

$$\delta_{1/2}(M) = T_1M - T_2M + (n_v - 1)e$$

et avec le résultat usuel de différence de marche des trous d'YOUNG, c'est-à-dire $\Delta L_{1/2}(M) = ax/D$ (attention à la notation de la distance entre les fentes!), on trouve bien

$$\delta_{1/2}(M) = \frac{ax}{D} + (n_v - 1)e$$

Autrement dit, la différence de chemin optique est celle sans la lame à laquelle s'ajoute le retard pris par l'onde issue de T_1 qui va moins vite/parcourt une plus grande distance (à la célérité c) à cause du verre. On retrouve bien que si $n_v = 1$, la différence de chemin optique est celle attendue sans lame de verre.

2)

$$\delta_{1/2}(M) = 0 \Leftrightarrow \frac{ax_c}{D} - (n_v - 1)e = 0 \Leftrightarrow x_c = \frac{(n_v - 1)eD}{a}$$

En l'absence de la lame de verre, la frange centrale serait sur l'axe optique, en $x = 0$: dans cette situation, elle s'est donc décalée de x_c .

- 3) On isole :

$$e = \frac{ax_c}{D(n_v - 1)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = 100 \mu\text{m} \\ D = 1,00 \times 10^9 \mu\text{m} \\ n_v = 1,57 \\ x_c = 28,5 \times 10^7 \mu\text{m} \end{cases}$$

- 4) Application numérique :

$$e = 50,0 \mu\text{m}$$

- 5) La frange centrale, en première approximation, n'est pas distinguable des autres franges brillantes correspondant également à des interférences constructives : on a donc sa position modulo l'interfrange, soit

$$x_c \equiv x_c \quad \left[\frac{\lambda D}{a} \right]$$

et ainsi

$$e \equiv e \quad \left[\frac{\lambda}{n_v - 1} \right]$$

Autrement dit, la mesure de e n'est possible que modulo $\lambda/(n_v - 1) = 0,9 \mu\text{m}$: la mesure de la lame de verre ne serait donc pas réalisable avec cette expérience, puisqu'elle est plus grande que $0,9 \mu\text{m}$.

VI Contrôle actif du bruit en conduite

- 1) Entre l'instant où le signal est détecté par le micro 1 et l'instant où ce signal passe en A, il s'écoule un temps égal à L/c . Pendant ce temps, il faut que le contrôleur calcule et produise le signal qu'il envoie dans le haut-parleur, et que ce signal se propage jusqu'à A, ce qui prend le temps ℓ/c . Ainsi, le temps disponible pour le calcul est

$$\frac{L - \ell}{c}$$

- 2) La phase du signal de bruit arrivant en A est

$$\varphi_{\text{bruit}} = \varphi_1 - kL$$

La phase du signal de correction arrivant en A est

$$\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{HP}} - k\ell$$

Pour avoir interférences destructives, il faut que $\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{bruit}} + \pi$, c'est-à-dire

$$\Delta\varphi_{c/b}(A) = \varphi_{\text{HP}} - \varphi_1 = \frac{\omega}{c}(\ell - L) + \pi$$

- 3) Le micro 1 capte un signal qui est la superposition du bruit et du signal émis par le haut-parleur se propageant à partir de A vers l'amont. Le micro 2 donne un contrôle du résultat et permet la détermination du meilleur signal de correction.

VII Mesure de la vitesse du son avec des trous d'YOUNG

- 1) L'interfrange dans une expérience de trous d'YOUNG dont les fentes sont séparées de a est

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

- 2) On mesure avec une règle graduée au millimètre pour mesurer (conversion d'échelle comprise) $4i = 17,1$ cm. La précision est ici limitée par l'écart entre deux positions de mesure du détecteur. Avec l'échelle de la figure et le facteur $1/\sqrt{3}$, on trouve l'incertitude-type de mesure $u_{4i} = 0,8$ cm. Ainsi,

$$i = (4,3 \pm 0,2) \text{ cm}$$

- 3) En utilisant l'expression de l'interfrange et de $\lambda = c/f$, on a

$$c = \lambda f = \frac{fa}{D} \Leftrightarrow c = 3,4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On détermine son incertitude avec la formule de propagation :

$$\frac{u(\lambda)}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda = 8,4 \text{ mm} \\ i = 4,3 \text{ cm} \\ u(i) = 0,2 \text{ cm} \\ a = 10,0 \text{ cm} \\ u(a) = \frac{1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,6 \text{ mm} \\ D = 50,0 \text{ cm} \\ u(D) = \frac{1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,6 \text{ mm} \end{array} \right.$$

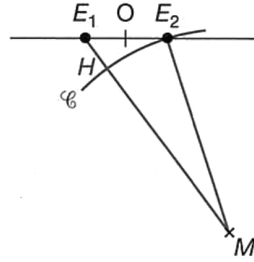
$$\text{A.N. : } c = (3,4 \pm 0,1) \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 4) La diminution de l'amplitude des interférences lorsque x augmente est due au phénomène de diffraction par un trou d'YOUNG. Sur la figure 2, on peut voir que l'amplitude des interférences s'annule pour $x_a \approx 15$ cm. Or, d'après la figure 1, $\tan(\theta) = x_a/D$; ainsi, en combinant avec $\sin(\theta) \approx \lambda/2r$ et avec l'approximation des petits angles ($\tan(\theta) \approx \theta$ et $\sin(\theta) \approx \theta$), on a

$$\frac{x_a}{D} \approx \frac{\lambda}{2r} \Leftrightarrow r \approx \frac{\lambda D}{2x_a} \approx 1,4 \text{ cm}$$

VIII Interférences ultrasonores sur un cercle

- 1) a – On a



- b – E_1H est la différence $E_1M - E_2M = r_1 - r_2 = \Delta L_{1/2}(M)$ avec les notations du cours; autrement dit, c'est la différence de marche entre les deux ondes.
- c – En raisonnant dans le triangle E_1E_2H , considéré rectangle, on a $E_1H = a \sin \theta$. D'où le déphasage :

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

- d – L'amplitude est maximale pour des interférences constructives, soit pour $\Delta\varphi_{2/1}(M) = 2p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$; sur θ ça donne donc

$$\sin \theta = p \frac{\lambda}{a} \Leftrightarrow \theta = \text{asin} \left(p \frac{\lambda}{a} \right)$$

On regarde donc quels sont les ordres d'interférences p tels que $\theta \in (-30 ; 30)^\circ$:

- ◇ $p = 0 \Rightarrow \theta = 0^\circ$, soit un maximum pour tout l'axe x : c'était attendu étant donné les symétries du problème ;
- ◇ $p = \pm 1 \Rightarrow \theta = \pm 12^\circ$, donnant deux points symétriques par rapport à (Ox) ;
- ◇ $p = \pm 2 \Rightarrow \theta = \pm 25^\circ$, pratiquement le double des valeurs précédentes.
- $p > 2$ donne des valeurs en-dehors de l'intervalle.

- 2) e – On a interférences destructives si $\Delta\varphi_{2/1}(M) = (2p + 1)\pi$, soit

$$\sin \theta = \left(p + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} \Leftrightarrow \theta = \text{asin} \left(\left(p + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} \right)$$

- ◇ $p = 0 \Rightarrow \theta = \pm 6^\circ$;
- ◇ $p = 1 \Rightarrow \theta = \pm 19^\circ$.

- f – Pour des ondes reçues avec la même amplitude, l'opposition de phase conduit à une annulation totale de l'amplitude somme.