Sujet 1

I Réflexion et transmission

Deux câbles coaxiaux différents, d'impédances caractéristiques Z_1 et Z_2 sont mis bout à bout en $x = 0$. Une onde harmonique est émise dans le câble occupant les abscisses $x < 0$, qui se propage dans le sens des x croissants.

1) Proposez une expression pour les ondes incidente, réfléchie et transmise (courant et tension).

2) Quelles sont les deux conditions limites en $x = 0$

3) Définir et établissez les expressions des coefficients de transmission et de réflexion en amplitude pour la tension à la jonction entre les deux câbles.

4) On définit les coefficients de réflexion et transmission en puissance par la valeur absolue du rapport entre la valeur moyenne de la puissance réfléchie/transmise sur la valeur moyenne de la puissance incidente. Calculez ces deux coefficients ; par quelle relation simple sont-ils reliés ?

Sujet 2

I Puits canadien

Un puits canadien est un échangeur géothermique à très basse énergie utilisé pour rafraîchir ou réchauffer l'air ventilé dans un bâtiment. Ce type d'échangeur est notamment utilisé dans l'habitat passif. (Source : wikipdia).
On donne de plus les données suivantes :

- Conductivité thermique du sol terrestre : $\lambda = 0{,}75\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
- Capacité thermique du sol terrestre : $c = 1350\,\mathrm{kJ} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{K}^{-1}$

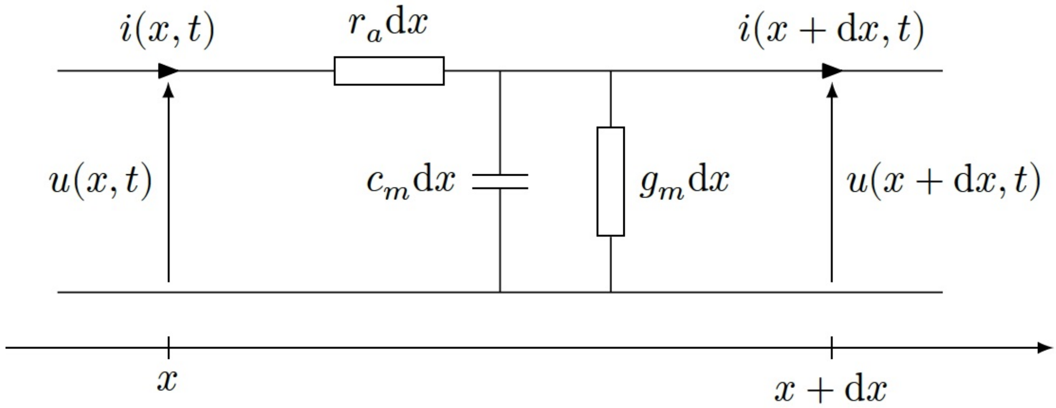
1) A quelle profondeur doit on enterrer une canalisation d'air servant à ventiler une habitation pour la refroidir l'été et la réchauffé l'hiver à moindre frais d'usage.

   Il s'agit ici d'un problème libre dont la résolution n'est pas immédiate. Pensez donc effectuer des hypothèses soigneusement justifiées.

Sujet 3

I Fibre nerveuse

On considère une chaîne électrique dont on représente une longueur élémentaire dx, modélisant une fibre nerveuse.



Attention, $g_m\,\mathrm{d}x$ représente une conductance (l'inverse d'une résistance).

1) Déterminer les équations différentielles couplées vérifiées par $u(x,t)$ et $i(x,t)$

2) En déduire l'équation vérifiée par $u(x,t)$ seulement.

On envisage dans la suite une solution sous forme d'onde plane progressive monochromatique $\underline{u}(x,t) = u_0 \mathrm{e}^{j(\omega t - kx)}$.

3) À quelle condition sur ω, c_m et g_m l'équation différentielle vérifiée par $u(x,t)$ se simplifie-t-elle en

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = r_a c_m \frac{\partial u}{\partial t}$$

On supposera cette condition vérifiée par la suite.

4) Déterminer la relation de dispersion entre ω et k. Montrer que le milieu est dispersif et absorbant. Que valent les vitesses de phase et de groupe ? Quelle relation lie ces deux grandeurs ?

5) Mettre en évidence une distance caractéristique d'atténuation. Commenter.

Sujet 4

I Transmission entre deux cordes

Une corde infinie est constituée de deux parties :

- $x < 0$: masse linéique μ_1, tension T
- $x > 0$: masse linéique μ_2, même tension T

Une onde progressive se dirige vers le point O en provenant de la région des x négatifs. On notera c_1 (respectivement c_2) la célérité des ondes susceptibles de se propager sur la partie $x < 0$ (respectivement $x > 0$) de la corde.

On note $y_i(x,t)$, $y_r(x,t)$, $y_t(x,t)$ les élongations correspondant à l'onde incidente, réfléchie et transmise. À ces élongations correspondent les ondes de vitesse respectives

$$v_i(x,t) = \frac{\partial y_i(x,t)}{\partial t} \quad , \quad v_r(x,t) = \frac{\partial y_r(x,t)}{\partial t} \quad , \quad v_t(x,t) = \frac{\partial y_t(x,t)}{\partial t}.$$

1) Définir une onde progressive se propageant à la vitesse v selon les x croissants. Justifier que $\dfrac{\partial y_i(x,t)}{\partial x} = -\dfrac{v_i(x,t)}{c_1}$.

2) Déterminer les coefficients de réflexion r et de transmission t relatifs à la vitesse. On introduira la quantité $\eta = \sqrt{\mu_2/\mu_1}$.
   Que se passe-t-il pour les cas limites $\mu_2 \to \infty$ et $\mu_1 = \mu_2$?

3) Définir la puissance $\Pi(x,t)$ transférée en x dans le sens des $x > 0$ dans le cas général d'une corde infinie de tension T et de masse linéique μ. On exprimera $\Pi(x,t)$ en fonction de T, c, la célérité de l'onde, et $v(x,t)$ sa vitesse transversale. On se placera dans le cas d'une onde progressive.

4) En traduisant la conservation de l'énergie en $x = 0$, établir une relation entre r, t et η. Vérifier que cette expression est compatible avec les expressions obtenues précédemment.