

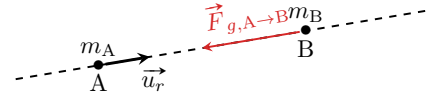
Cinématique et dynamique du point

- /2 [1] Donner les valeurs de $\Delta\varphi_{1/2}(M)$ et de $\Delta L_{2/1}(M)$ donnant des interférences constructives et destructives pour $\Delta\varphi_0 = 0$.

$$\Delta\varphi_{1/2}(M) = 2p\pi \Leftrightarrow \Delta L_{2/1}(M) = p\lambda \quad \text{et} \quad \Delta\varphi_{1/2}(M) = (2p+1)\pi \Leftrightarrow \Delta L_{2/1}(M) = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- /2 [2] Soient deux points A et B de masses respectives m_A et m_B . Exprimer et représenter la force d'attraction gravitationnelle de A sur B.

$$\vec{F}_{g,A \rightarrow B} = -G \frac{m_A m_B}{AB^2} \vec{u}_r \quad \text{avec} \quad \vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$$



- /3 [3] Énoncer les trois lois de NEWTON. On travaille avec un système ouvert. **FIG. C14.1** – Interaction gravitationnelle

- a – $\exists \mathcal{R}$ galiléens : $(\forall M \mid \sum \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow M} = \vec{0})$, M est soit au repos, soit en translation rectiligne uniforme ;
- b – $\frac{d\vec{p}_{/\mathcal{R}}(M)}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow M}$;
- c – $\forall (M_1, M_2), \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$.

- /4 [4] Donner les **deux expressions** donnant la position du centre d'inertie d'un ensemble de points. Démontrer le lien entre la quantité de mouvement d'un ensemble de points et la vitesse du centre d'inertie. Pourquoi applique-t-on le PFD avec uniquement les forces extérieures au système ? Répondre en français.

$$\overrightarrow{OG} = \sum_i \frac{m_i}{m_{\text{tot}}} \overrightarrow{OM_i} \Leftrightarrow \sum_i m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

$$\text{Or,} \quad \vec{p}_{S/\mathcal{R}}(t) = \sum_i \vec{p}_{M_i/\mathcal{R}}(t) \quad \text{et} \quad \vec{v}_{G/\mathcal{R}}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{1}{m_{\text{tot}}} \sum_i m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt} \Leftrightarrow \vec{p}_{S/\mathcal{R}} = m_{\text{tot}} \vec{v}_{G/\mathcal{R}}$$

Les forces intérieures se compensent d'après la troisième loi de NEWTON.

- /9 [5] Soit une balle lancée avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige toute autre force que le poids. Faire un schéma puis déterminer les équations horaires des composantes sur \vec{u}_x et \vec{u}_y du mouvement, et déterminer l'équation de la trajectoire. Portez une attention particulière à l'établissement du système.

[1] **Système** : {balle} dans $\mathcal{R}_{\text{labo}}$ supposé galiléen

[2] **Schéma** : cf. figure.

[3] **Modélisation** : repère $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ (cf. schéma),

$$\text{repérage } \overrightarrow{OM} = x \vec{u}_x + y \vec{u}_y, \quad \vec{v} = \dot{x} \vec{u}_x + \dot{y} \vec{u}_y, \quad \vec{a} = \ddot{x} \vec{u}_x + \ddot{y} \vec{u}_y.$$

[4] **Conditions initiales** : $\overrightarrow{OM}(0) = \vec{0}$ et

$$\vec{v}(0) = v_0 \cos(\alpha) \vec{u}_x + v_0 \sin(\alpha) \vec{u}_y$$

[5] **BdF** : $\vec{P} = -mg \vec{u}_y$

[6] **PFD** :

$$m \vec{a} = \vec{P} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 t \cos \alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin \alpha \end{cases}$$

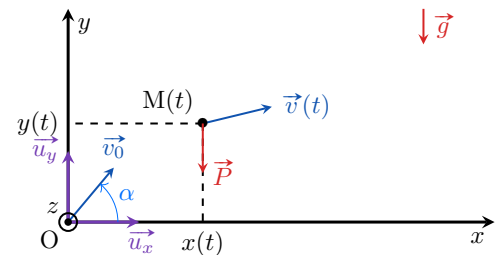


FIG. C14.2 – Chute libre.

Ainsi,

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow y(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$