

Dipôles et associations

Sommaire

| | |
|------------------------------------------------|----------|
| I Généralité sur les dipôles | 3 |
| I/A Caractéristique d'un dipôle | 3 |
| I/B Classification de dipôles | 3 |
| II Résistance | 3 |
| II/A Définition et schéma | 3 |
| II/B Interrupteurs ouverts et fermés | 4 |
| II/C Associations de résistances | 4 |
| II/D Les ponts diviseurs | 6 |
| III Sources | 7 |
| III/A Sources de tension | 7 |
| III/B Sources de courant | 8 |
| III/C Entraînements | 8 |
| IV Condensateur et bobine | 9 |
| IV/A Présentation du condensateur | 9 |
| IV/B Présentation de la bobine | 13 |

✂ Capacités exigibles

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Connaître les relations entre l'intensité et la tension. | <input type="checkbox"/> Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. |
| <input type="checkbox"/> Citer des ordres de grandeurs des composants R , L , C . | <input type="checkbox"/> Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant. |
| <input type="checkbox"/> Exprimer la puissance dissipée par effet JOULE dans une résistance. | <input type="checkbox"/> Modéliser une source en utilisant la représentation de THÉVENIN. |
| <input type="checkbox"/> Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine. | |

✓ L'essentiel

☰ Définitions

| | |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Caractéristique | 3 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques | 3 |
| <input type="checkbox"/> E2.3 : Résistor | 3 |
| <input type="checkbox"/> E2.4 : Générateur idéal de tension | 7 |
| <input type="checkbox"/> E2.5 : Générateur réel de tension | 7 |
| <input type="checkbox"/> E2.6 : Générateur idéal de courant | 8 |
| <input type="checkbox"/> E2.7 : Générateur réel de courant | 8 |
| <input type="checkbox"/> E2.8 : Condensateur | 10 |
| <input type="checkbox"/> E2.9 : Condensateur réel | 12 |
| <input type="checkbox"/> E2.10 : Bobine | 13 |
| <input type="checkbox"/> E2.11 : Bobine réelle | 14 |

⚡ Propriétés

| | |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Interrupteurs ouvert et fermé | 4 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Association en série | 4 |
| <input type="checkbox"/> E2.3 : Association en parallèle | 5 |
| <input type="checkbox"/> E2.4 : Pont diviseur de tension | 6 |
| <input type="checkbox"/> E2.5 : Pont diviseur de courant | 6 |
| <input type="checkbox"/> E2.6 : Résistance de sortie pour E_0 | 7 |
| <input type="checkbox"/> E2.7 : Résistance de sortie pour I_0 | 8 |
| <input type="checkbox"/> E2.8 : Charge et capacité | 10 |
| <input type="checkbox"/> E2.9 : Relation courant-tension de C | 10 |
| <input type="checkbox"/> E2.10 : Conditions limites pour C | 11 |
| <input type="checkbox"/> E2.11 : Association C en série | 11 |
| <input type="checkbox"/> E2.12 : Association C en parallèle | 11 |
| <input type="checkbox"/> E2.13 : Énergie stockée dans C | 12 |
| <input type="checkbox"/> E2.14 : Relation courant-tension | 13 |
| <input type="checkbox"/> E2.15 : Conditions limites pour L | 13 |
| <input type="checkbox"/> E2.16 : Association L en série | 13 |
| <input type="checkbox"/> E2.17 : Association L en parallèle | 14 |
| <input type="checkbox"/> E2.18 : Énergie stockée dans une bobine | 14 |

☰ Démonstrations

| | |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Association en série | 5 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Association en parallèle | 5 |
| <input type="checkbox"/> E2.3 : Pont diviseur de tension | 6 |
| <input type="checkbox"/> E2.4 : Pont diviseur de courant | 6 |
| <input type="checkbox"/> E2.5 : Résistance de sortie pour E_0 | 7 |
| <input type="checkbox"/> E2.6 : Résistance de sortie pour I_0 | 8 |
| <input type="checkbox"/> E2.7 : Relation courant-tension de C | 10 |
| <input type="checkbox"/> E2.8 : Conditions limites pour C | 11 |
| <input type="checkbox"/> E2.9 : Association C en série | 11 |
| <input type="checkbox"/> E2.10 : Association C en parallèle | 12 |
| <input type="checkbox"/> E2.11 : Énergie stockée dans C | 12 |
| <input type="checkbox"/> E2.12 : Conditions limites pour L | 13 |
| <input type="checkbox"/> E2.13 : Association L en série | 14 |
| <input type="checkbox"/> E2.14 : Association L en parallèle | 14 |
| <input type="checkbox"/> E2.15 : Énergie stockée dans une bobine | 15 |

» Implications

| | |
|------------------------------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Puissance de R | 4 |
|------------------------------------------------------------|---|

🔧 Applications

| | |
|--------------------------------------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Résistance équivalente | 5 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Pont diviseur de tension | 9 |
| <input type="checkbox"/> E2.3 : Pont diviseur de courant | 9 |

🔗 Exemples

| | |
|---------------------------------------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Caractéristique qlcq | 3 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Caractéristique de R | 4 |
| <input type="checkbox"/> E2.3 : Carac. de gén. de tension | 7 |
| <input type="checkbox"/> E2.4 : Carac. de gén. de courant | 8 |

⚠ Erreurs communes

| | |
|--------------------------------------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> E2.1 : Relation courant-tension | 3 |
| <input type="checkbox"/> E2.2 : Utilisation des ponts | 9 |

I Généralité sur les dipôles

I/A Caractéristique d'un dipôle

Définition E2.1 : Caractéristique

On appelle **caractéristique** d'un dipôle la fonction $I = f(U)$ (ou $U = g(I)$ selon la convention). Sauf indication contraire, elle est déterminée **en régime continu**.

Cas particuliers

- ◇ **Court-circuit** (fil branché aux bornes) $\Rightarrow U = 0$, et ce pour tout I .
- ◇ Un dipôle qui n'est pas relié à un circuit fermé a pour intensité $I = 0$.

Exemple E2.1 : Caractéristique qlcq.

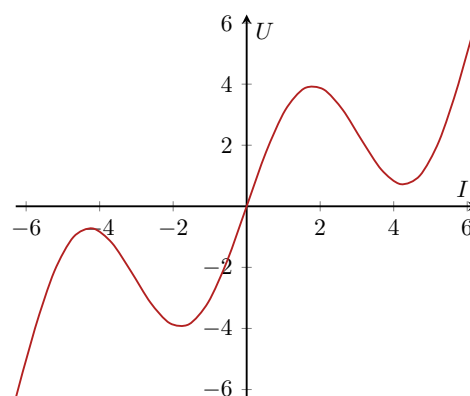


FIGURE 2.1

I/B Classification de dipôles

Définition E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques

Passif

- ◇ Pas alimenté, récepteur.
- ◇ Passe par $(0,0)$.

Actif

- ◇ Est alimenté, générateur.
- ◇ Passe pas par $(0,0)$.

Linéaire

Un dipôle est dit **linéaire** si sa caractéristique est une **droite**.

Non-linéaire

Non-linéaire si sa caractéristique n'est **pas une droite**.

Symétrique

Symétrique \Leftrightarrow **impaire**.
Symétrique \Rightarrow passif.

Asymétrique

Asymétrique si sa caractéristique n'est **pas impaire**.

II Résistance

II/A Définition et schéma

♥ Définition E2.3 : Résistor

Un résistor est un dipôle **récepteur**, dont la caractéristique en convention récepteur suit la loi d'Ohm :

$$U = RI \Leftrightarrow GU = I$$

Unités

- ◇ Résistance en Ohm (Ω) avec $R > 0$.
- ◇ Conductance $G = 1/R$ en Siemens (S).

♥ Attention E2.1 : Relation courant-tension

En convention générateur, il faut donc prendre l'opposé de la relation !

♥ Implication E2.1 : Puissance de R

En utilisant la caractéristique de la résistance et l'expression de la puissance d'un dipôle, on a

$$P_{\text{reçue}} = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2$$

qui est positive. Dans le cas de la résistance, cette puissance est entièrement **dissipée** par effet JOULE.

Exemple E2.2 : Caractéristique de R

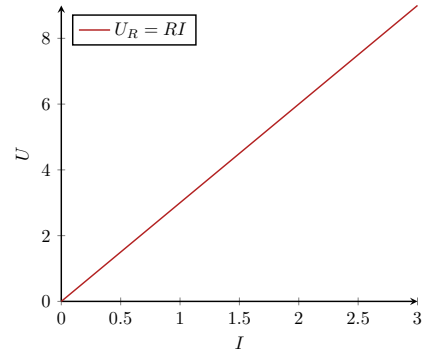


FIGURE 2.2 – Caractéristique d'une résistance.

II/B Interrupteurs ouverts et fermés

La valeur de la résistance permet de quantifier à quel point le courant circule ou non. Il y a alors deux situations extrêmes, celle pour $R = 0$ et celle pour $R = +\infty$, qui correspondent à deux dipôles.

♥ Propriété E2.1 : Interrupteurs ouverts et fermés

Interrupteur ouvert

- ◇ $R = +\infty$
- ◇ $i = 0$: un interrupteur ouvert **ne laisse pas passer le courant**.
- ◇ $U \neq 0$: il y a accumulation de charges d'un côté, donc une **tension non nulle**.

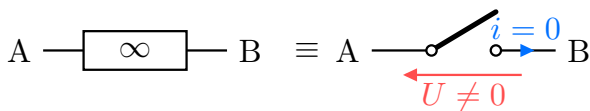


FIGURE 2.3

Interrupteur fermé

- ◇ $R = 0$
- ◇ $i \neq 0$: un interrupteur fermé **laisse passer le courant**.
- ◇ $U = 0$: il n'y a pas de différence de potentiel, donc la **tension est nulle**.

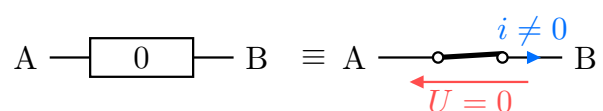


FIGURE 2.4

II/C Associations de résistances

II/C) 1 Association de résistances en série

♥ Propriété E2.2 : Association en série

Des résistances R_k en série forment un dipôle équivalent de résistance

$$R_{\text{eq}} = \sum_k R_k$$

On dit qu'en série, les résistances s'ajoutent.

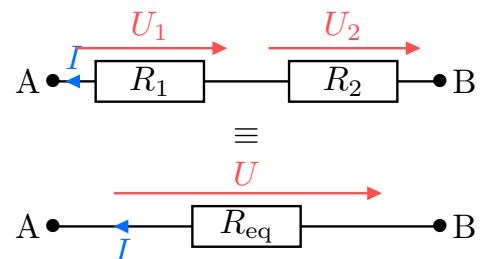


FIGURE 2.5

♥ Démonstration E2.1 : Association en série

À partir du schéma précédent, on écrit la loi d'additivité des tensions, puis on applique la loi d'OHM et on factorise.

La démonstration s'étend naturellement avec la somme.

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 \\ \Leftrightarrow U &= R_1 I + R_2 I \\ \Leftrightarrow U &= (R_1 + R_2) I \\ \Leftrightarrow \boxed{U &= R_{\text{eq}} I} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

II/C) 2 Association de résistances en parallèle

♥ Propriété E2.3 : Association en parallèle

Des résistances R_k en dérivation forment un dipôle équivalent de résistance

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_k \frac{1}{R_k} \Leftrightarrow G_{\text{eq}} = \sum_k G_k$$

On dit qu'en **parallèle**, l'inverse des résistances s'ajoutent.

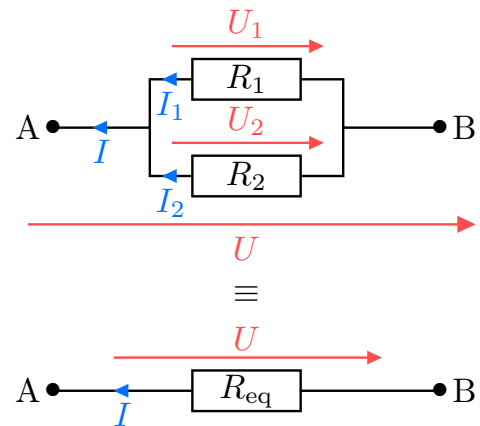


FIGURE 2.6

♥ Démonstration E2.2 : Association en parallèle

On applique la loi des nœuds et la loi d'OHM :

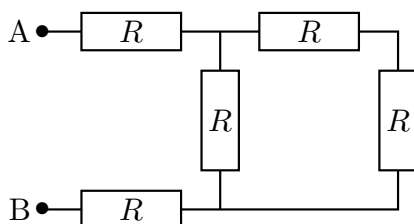
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U$$

Or, $I = \frac{U}{R_{\text{eq}}} = G_{\text{eq}} U$. Ainsi, On a bien l'expression d'un unique conducteur ohmique de résistance

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad \blacksquare$$

Application E2.1 : Résistance équivalente

Exprimer en fonction de R la résistance équivalente entre A et B pour l'association ci-dessous.



$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= R + R + R_{\text{eq},2} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{R \times R_{\text{eq},1}}{R + R_{\text{eq},1}} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{R \times 2R}{R + 2R} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{2R^2}{3R} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= \frac{8R}{3} \end{aligned}$$

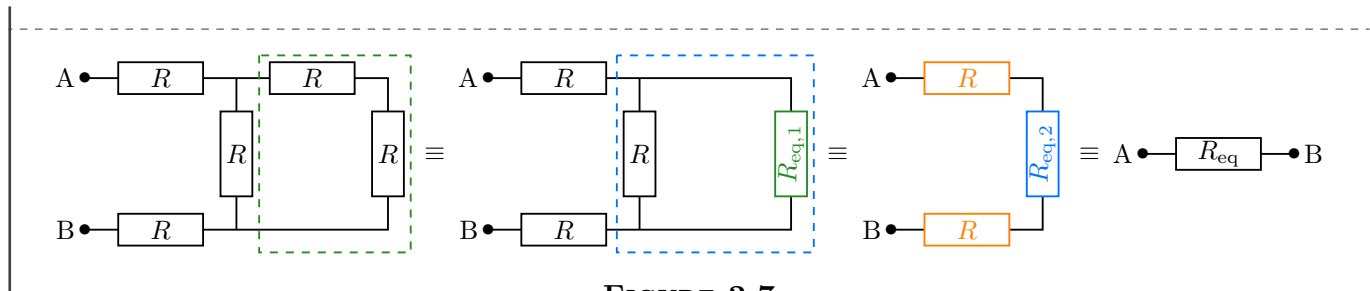


FIGURE 2.7

II/D Les ponts diviseurs

II/D) 1 Pont diviseur de tension

♥ Propriété E2.4 : Pont diviseur de tension

Soit une branche de tension totale U_{brch} connue, composée de résistances R_k . On cherche la tension U_k d'une des résistances R_k de la branche. Avec R_{brch} la résistance équivalente de la branche, on a alors :

$$U_k = \frac{R_k}{R_{\text{brch}}} U_{\text{brch}}$$

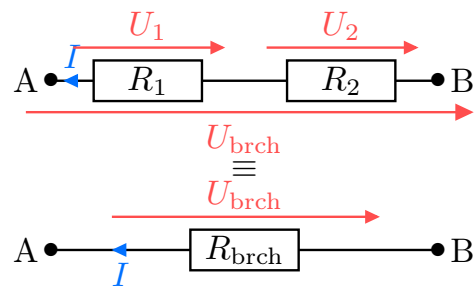


FIGURE 2.8

♥ Démonstration E2.3 : Pont diviseur de tension

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici l'intensité :

$$I = \frac{U_{\text{brch}}}{R_{\text{brch}}} \quad \text{et} \quad I = \frac{U_k}{R_k} \quad \text{soit}$$

$$U_k = \frac{R_k}{R_{\text{brch}}} U_{\text{brch}}$$

II/D) 2 Pont diviseur de courant

♥ Propriété E2.5 : Pont diviseur de courant

Soit une maille parallèle d'intensité totale I_{para} connue, de tension U_{para} . Les branches parallèles sont composées de résistances R_k . On cherche l'intensité I_k d'une des résistances R_k de la maille. Avec R_{para} la résistance équivalente de la branche, on a alors :

$$I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}} \Leftrightarrow I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}}$$

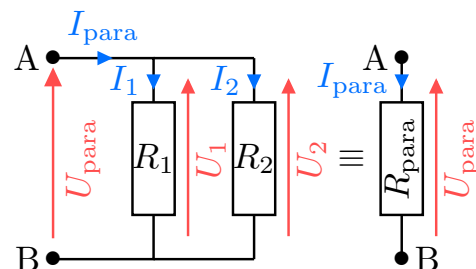


FIGURE 2.9

♥ Démonstration E2.4 : Pont diviseur de courant

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici la tension :

$$U_{\text{para}} = R_{\text{para}} I_{\text{para}} \quad \text{et} \quad U_{\text{para}} = R_k I_k \quad \text{soit}$$

$$I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}}$$

III Sources

III/A Sources de tension

Définition E2.4 : Générateur idéal de tension

Il **impose une tension**, le courant débité est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si la tension imposée est **constante**, quel que soit le courant débité.

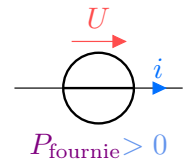


FIGURE 2.10

Définition E2.5 : Générateur réel de tension

À cause des effets résistifs, la tension imposée et le courant débité sont liés :

$$U = E_0 - ri$$

On parle de **générateur de Thévenin**, et E_0 est la **force électromotrice**.

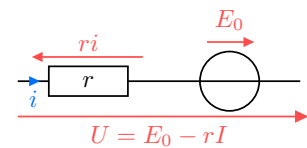


FIGURE 2.11

Exemple E2.3 : Caractéristique de générateurs de tension

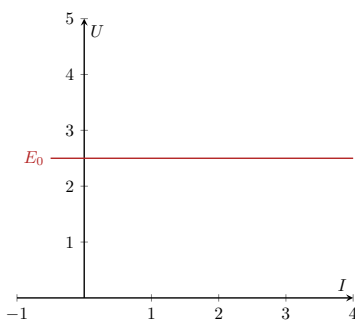


FIGURE 2.12 – Caractéristique idéale.

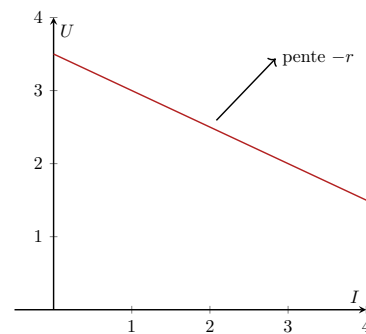


FIGURE 2.13 – Caractéristique réelle.

♥ Propriété E2.6 : Résistance de sortie pour E_0

Un générateur réel de f.e.m. E_0 branché sur une résistance R est un générateur idéal si la tension reçue par R est très proche de E_0 . Pour ce faire,

$$r \ll R$$

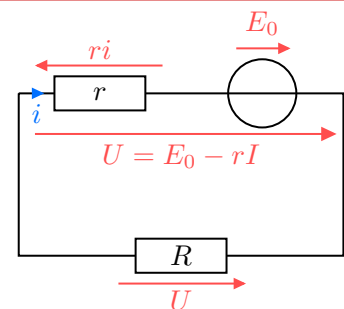


FIGURE 2.14

♥ Démonstration E2.5 : Résistance de sortie pour E_0

On applique la formule du pont diviseur de tension pour avoir la tension U :

$$U = \frac{R}{R + r} E_0$$

$U \neq E_0$ en général, mais si $R \gg r$ on a tout de même $U \approx E_0$. ■

III/B Sources de courant

Définition E2.6 : Générateur idéal de courant

Il impose un courant, la tension à ses bornes est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si le courant débité est constant quelle que soit la tension à ses bornes.

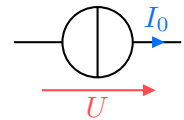


FIGURE 2.15

Définition E2.7 : Générateur réel de courant

À cause des effets résistifs, le courant imposé et la tension induite sont liés :

$$I = I_0 - \frac{U}{r_N}$$

On parle de **générateur de Norton**.

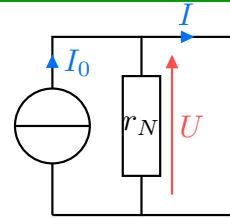


FIGURE 2.16

Exemple E2.4 : Caractéristique de générateurs de courant

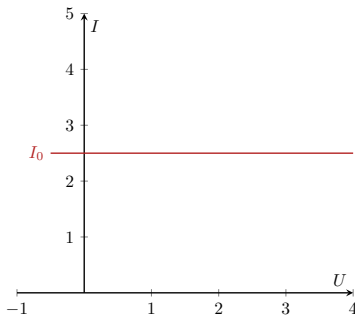


FIGURE 2.17 – Caractéristique idéale.

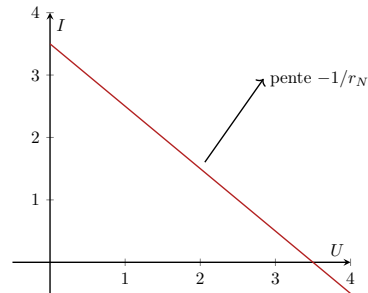


FIGURE 2.18 – Caractéristique réelle.

♥ Propriété E2.7 : Résistance de sortie pour I_0

Un générateur réel de courant I_0 branché sur une résistance R est un générateur idéal si le courant reçu par R est très proche de I_0 . Pour ce faire,

$$r_N \gg R$$

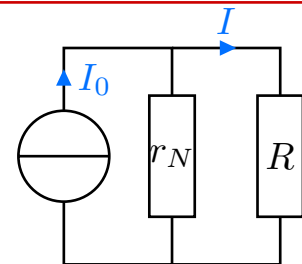


FIGURE 2.19

♥ Démonstration E2.6 : Résistance de sortie pour I_0

On applique la formule du pont diviseur de courant pour avoir le courant I :

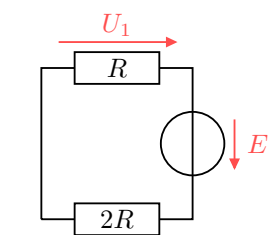
$$I = \frac{r_N}{r_N + R} I_0$$

$I \neq I_0$ en général, mais si $R \ll r_N$ on a tout de même $I \approx I_0$. ■

III/C Entraînements

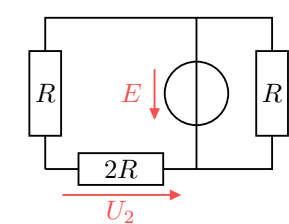
Donner les expressions de U_1 , U_2 , U_3 et U_4 en fonction de E pour les schémas suivants.

Application E2.2 : Pont diviseur de tension



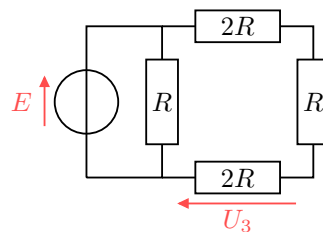
On a directement

$$U_1 = -\frac{1}{3}E$$

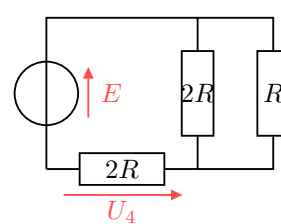


Avec la rotation du schéma, on voit facilement que

$$U_2 = \frac{2}{3}E$$

Ici, on remarque que $U_{AB} = E$. Ainsi

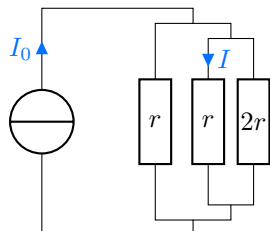
$$U_3 = -\frac{2}{5}E$$



$$R_{eq,1} = \frac{2R}{3} = \frac{2R}{3}, \text{ d'où}$$

$$U_4 = \frac{3}{4}E$$

Application E2.3 : Pont diviseur de courant

Exprimer I selon I_0 .

$$\text{On a } I = \frac{R_{para}}{r} I_0$$

$$\text{Or, } \frac{1}{R_{para}} = \frac{2}{r} + \frac{1}{2r} = \frac{5}{2r}$$

Ainsi,

$$I = \frac{2}{5}I_0$$

♥ Attention E2.2 : Utilisation des ponts

Attention aux conditions d'application de ces formules : résistances **en série** pour le pont diviseur de **tension**, et en **parallèle** pour le pont diviseur de **courant**.

Si non, simplifier le circuit pour se ramener à cette forme. Vérifier également le **sens d'orientation des tensions et intensités**.

IV Condensateur et bobine

IV/A Présentation du condensateur

IV/A) 1 Composition

Après les résistances, les condensateurs sont les composants les plus répandus en électronique. Le condensateur est un composant électronique couramment utilisé dans les circuits les plus divers : microprocesseurs, mémoires, horloges électroniques, émetteurs et récepteurs radio, amplificateurs, etc.

Définition E2.8 : Condensateur

Un condensateur est un composant constitué de deux **surfaces conductrices** appelées *armatures* et séparées par un **matériau isolant**. Son symbole est représenté ci-contre.

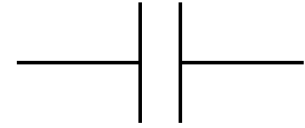


FIGURE 2.20

IV/A) 2 Relations fondamentales

Quand un courant traverse le condensateur, des charges s'accumulent sur les plaques : si l'une est chargée q , l'autre est chargée $-q$.

♥ Propriété E2.8 : Charge et capacité

La **tension à ses bornes** est **proportionnelle à q** , et on appelle ce coefficient de proportionnalité sa **capacité** notée C . On a donc

$$q = Cu$$

Unité : C en Farad (F)

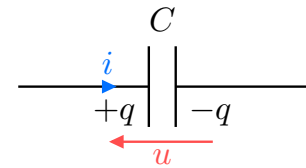


FIGURE 2.21

Ordre de grandeur E2.1 : Valeurs de capacités

Le Farad est une « grande » unité : on trouvera des valeurs entre le mF (10^{-3} F) et le pF (10^{-12} F) :

- ◇ En électronique, on est entre le nF et le μ F ;
- ◇ En électrotechnique, on est plutôt de l'ordre de 10 mF ;
- ◇ Une capacité parasite est autour du pF.

Pour **caractériser** le fonctionnement d'une capacité, on s'intéresse au **lien** entre son **courant** et sa **tension**, comme on le fait pour une résistance ($U = RI$). On remarque que :

- ◇ si $i > 0$, des charges arrivent sur l'armature de gauche, la charge augmente donc la tension aussi ;
- ◇ si $i < 0$, des charges repartent, la charge diminue donc la tension aussi ;
- ◇ si $i = 0$, aucune charge ne bouge, la quantité de charge sur l'armature de gauche ne varie pas, la tension est constante.

♥ Propriété E2.9 : Relation courant-tension de C

Pour un condensateur **en convention récepteur**, l'intensité que le traverse s'exprime par

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

♥ Démonstration E2.7 : Relation courant-tension de C

Par définition de i et de la charge,

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ \Leftrightarrow i &= C \frac{du_C}{dt} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ \Leftrightarrow i &= C \frac{du_C}{dt} \end{aligned}} \right\} q = Cu_C$$

■

IV/A) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.10 : Conditions limites pour C

- 1) La **tension** aux bornes d'un **condensateur** est **continue** ;
- 2) En régime **permanent**, le condensateur **bloque le courant**.

♥ Démonstration E2.8 : Conditions limites pour C

- 1) Si u_C présente une variation brusque, alors $\frac{du_C}{dt}$ devrait être infini. Or, comme $i = C \frac{du_C}{dt}$, ceci n'est pas possible puisque ça impliquerait que le courant le soit.
- 2) En régime permanent (continu), les tensions et courants ne dépendent pas du temps. Alors $i = C \frac{du_C}{dt} = 0$: c'est un **interrupteur ouvert**.

IV/A) 4 Associations

♥ Propriété E2.11 : Association C en série

Deux condensateurs C_1 et C_2 en série forment un dipôle équivalent de capacité

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

On dit qu'en **série**, l'inverse des capacités s'ajoutent.

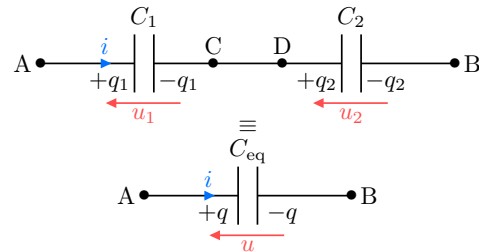


FIGURE 2.22

♥ Démonstration E2.9 : Association C en série

On part ici de l'additivité des tensions :

$$\begin{aligned}
 u &= u_1 + u_2 \\
 \Leftrightarrow \frac{du}{dt} &= \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} \\
 \Leftrightarrow \frac{i}{C_{eq}} &= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) i \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{C_{eq}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}
 \end{aligned}$$

$\left(\frac{du}{dt} = \frac{i}{C_{eq}} \right) \forall i$

♥ Propriété E2.12 : Association C en parallèle

Deux condensateurs C_1 et C_2 en dérivation forment un dipôle équivalent de capacité

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

On dit qu'en **parallèle**, les capacités s'ajoutent.

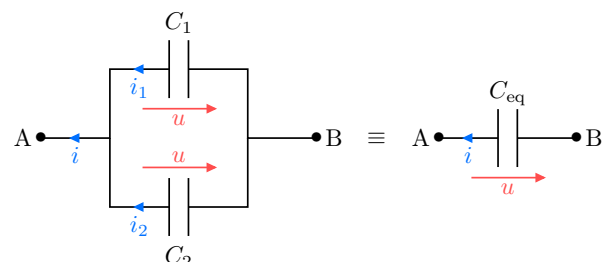


FIGURE 2.23

♥ Démonstration E2.10 : Association C en parallèle

On part ici de l'additivité des courants :

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ \Leftrightarrow C_{\text{eq}} \frac{du}{dt} &= C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} i = C_{\text{eq}} \frac{du}{dt} \\ \forall u \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow C_{\text{eq}} &= C_1 + C_2 \end{aligned}$$

■

IV/A) 5 Condensateur réel

Définition E2.9 : Condensateur réel

Dans la réalité, un condensateur possède des **effets résistifs**. Les deux armatures d'un condensateur réel sont séparés par un matériau qui conduit très légèrement le courant. Ainsi, un condensateur réel se modélise par un **condensateur idéal en parallèle avec une résistance** R_f , nommée résistance de fuite, avec

$$R_f \approx 10^7 \Omega$$

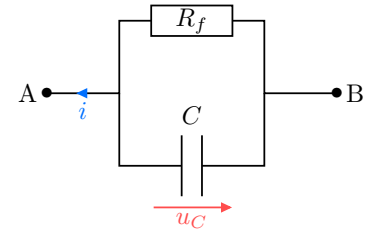


FIGURE 2.24

IV/A) 6 Énergie stockée dans un condensateur

♥ Propriété E2.13 : Énergie stockée dans C

$$\mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$$

♥ Démonstration E2.11 : Énergie stockée dans C

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_C &= u_C i \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_C &= C u_C \frac{du_C}{dt} \triangleq \frac{d\mathcal{E}_C}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} \mathcal{P}_C = u_C i \\ i = C \frac{du_C}{dt} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$f \times f' = \left(\frac{1}{2} f^2 \right)'$$

Ainsi,
$$\mathcal{P}_C = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_C^2 \right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C(t)^2$$

■

Remarque E2.1 : Condensateur récepteur ou générateur

Par l'étude de la relation précédente,

$$u_C \nearrow \Rightarrow \frac{du_C}{dt} > 0 \Rightarrow \mathcal{P}_C > 0$$

ainsi, le condensateur reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et il se **comporte comme récepteur**.

À l'inverse, on lit que

$$u_C \searrow \Rightarrow \frac{du_C}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{P}_C < 0$$

ainsi, le condensateur cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit il **peut se comporter comme générateur** !

IV/B Présentation de la bobine

IV/B) 1 Composition

Les bobines sont fréquemment utilisées dans les applications électrotechniques (moteurs électriques, transformateurs). Comme elles sont lourdes et encombrantes, elles sont plus rares en électronique.

Définition E2.10 : Bobine

Une bobine est constituée de l'enroulement régulier d'une grande longueur d'un fil métallique, recouvert d'une gaine ou d'un vernis isolant. Son symbole est représenté ci-contre.



FIGURE 2.25

IV/B) 2 Relation courant-tension

♥ Propriété E2.14 : Relation courant-tension

Quand un courant traverse la bobine, une **tension apparaît** à ses bornes. **En convention récepteur**, celle-ci s'exprime, avec L l'inductance :

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

Unité : L en Henry (H)

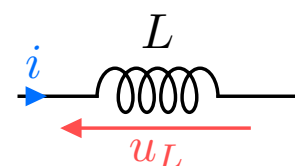


FIGURE 2.26

Ordre de grandeur E2.2 : Valeurs d'inductances

Le Henry est également une grande unité : on trouvera des valeurs entre le H et le μH (10^{-6} H).

IV/B) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.15 : Conditions limites pour L

- 1) L'intensité traversant une **bobine** est **continue** ;
- 2) En régime **permanent**, la bobine **laisse passer le courant**.

♥ Démonstration E2.12 : Conditions limites pour L

- 1) Si i présente une variation brusque, alors $\frac{di}{dt}$ devrait être infini. Or, comme $u_L = L \frac{di}{dt}$, ceci n'est pas possible puisque ça impliquerait que la tension le soit.
- 2) En régime permanent (continu), les tensions et courants ne dépendent pas du temps. Alors $u_L = L \frac{di}{dt} = 0$: c'est **un fil**.

IV/B) 4 Associations

♥ Propriété E2.16 : Association L en série

Deux bobines L_1 et L_2 en série forment un dipôle équivalent d'inductance

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2$$

On dit qu'en **série**, les **inductances s'ajoutent**.

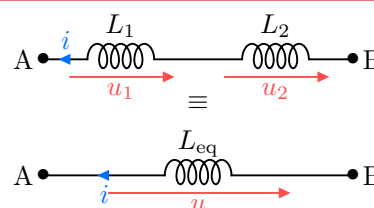


FIGURE 2.27

♥ Démonstration E2.13 : Association L en série

On part de l'additivité des tensions :

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ \Leftrightarrow L_{\text{eq}} \frac{di}{dt} &= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} u_L = L \frac{di}{dt} \\ \forall i \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \boxed{L_{\text{eq}} = L_1 + L_2} \end{aligned}$$

■

♥ Propriété E2.17 : Association L en parallèle

Deux bobines L_1 et L_2 en dérivation forment un dipôle équivalent d'inductance

$$\boxed{\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

On dit qu'en **parallèle**, l'inverse des inductances s'ajoutent.

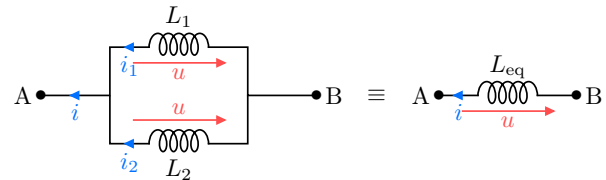


FIGURE 2.28

♥ Démonstration E2.14 : Association L en parallèle

On part de l'additivité des courants :

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ \Rightarrow \frac{di}{dt} &= \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt} () \\ u_L = L \frac{di}{dt} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \frac{u}{L_{\text{eq}}} &= \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \forall u \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} \end{aligned}$$

■

IV/B) 5 Bobine réelle

♥ Définition E2.11 : Bobine réelle

Dans la réalité, le fil de cuivre enroulé possède une **résistance non nulle**. Une bobine réelle se modélise donc par une **bobine idéale en série avec une résistance** électrique r , avec

$$\underline{r \approx 10 \, \Omega}$$

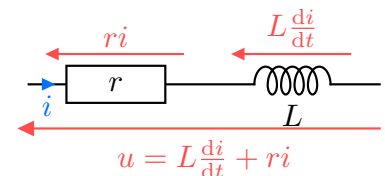


FIGURE 2.29

IV/B) 6 Énergie stockée dans une bobine

♥ Propriété E2.18 : Énergie stockée dans une bobine

$$\boxed{\mathcal{E}_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)}$$

♥ Démonstration E2.15 : Énergie stockée dans une bobine

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L &= u_L i \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_L &= L i \frac{di}{dt} \triangleq \frac{d\mathcal{E}_L}{dt} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{d\mathcal{E}_L}{dt}} \right\} u_L = L \frac{di}{dt}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$f \times f' = \left(\frac{1}{2} f^2 \right)'$$

Ainsi,

$$\mathcal{P}_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2 \quad \blacksquare$$

Remarque E2.2 : Bobine réceptrice ou génératrice

Par l'étude de la relation précédente,

$$i \nearrow \Rightarrow \frac{di}{dt} > 0 \Rightarrow \mathcal{P}_L > 0$$

ainsi, la bobine reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et elle se **comporte comme un récepteur**.

À l'inverse, on lit que

$$i \searrow \Rightarrow \frac{di}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{P}_L < 0$$

ainsi, la bobine cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **elle peut se comporter comme un générateur** !