Introduction – chapitre 1

TD : Unités et analyse dimensionnelle

I Vitesse du son

1) Donner l'expression de la célérité c du son dans un fluide en fonction de la masse volumique du ρ du fluide et du coefficient d'incompressibilité χ, homogène à l'inverse d'une pression.

II Faire cuire des pâtes

Sur une facture d'électricité, on peut lire sa consommation d'énergie électrique exprimée en kWh (kilowatt-heure).

1) Quelle est l'unité SI associée ? Que vaut 1 kWh dans cette unité SI ?

2) Sachant que la capacité thermique massique de l'eau est $c = 4{,}18\,\mathrm{J{\cdot}g^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ et que le prix du kilowatt-heure est de 0,16 €, évaluer le coût du chauffage électrique permettant de faire passer 1 L d'eau de 20 °C à 100 °C.

3) Si la plaque chauffe avec une puissance de $P = 1200\,\mathrm{W}$, combien de temps faudra-t-il pour chauffer ce litre d'eau ?

III Taylor meilleur que James Bond ?

À l'aide d'un film sur bande magnétique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, le physicien Geoffrey Taylor a réussi en 1950 à estimer l'énergie $\mathcal{E}$ dégagée par une explosion nucléaire, valeur pourtant évidemment classifiée. Le film permet d'avoir accès à l'évolution du rayon $R(t)$ du « nuage » de l'explosion au cours du temps. Nous supposons que les grandeurs influant sur ce rayon sont le temps t, l'énergie $\mathcal{E}$ de l'explosion et la masse volumique ρ de l'air.

1) Quelles sont les dimensions de ces grandeurs ?

2) Chercher une expression de R sous la forme $R = k \times \mathcal{E}^{\alpha} t^{\beta} \rho^{\gamma}$, avec k une constante adimensionnée.

3) L'analyse du film montre que le rayon augmente au cours du temps comme $t^{2/5}$. Exprimer alors $\mathcal{E}$ en fonction de R, ρ et t.

4) En estimant que $R \approx 70\,\mathrm{m}$ après $t = 1\,\mathrm{ms}$, sachant que la masse volumique de l'air vaut $\rho \approx 1{,}0\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ et en prenant $K \approx 1$, calculer la valeur de $\mathcal{E}$ en joules puis en kilotonnes de TNT (une tonne de TNT libère $4{,}18 \times 10^{9}\,\mathrm{J}$).