

Forces centrales et chimie

- /8 [1] Soit un point M soumis à une unique force centrale \vec{F} . Démontrer que son moment cinétique se conserve, justifier que son mouvement est plan et démontrer la loi des aires à l'aide d'un schéma. Pas besoin d'introduire la constante des aires.

$$\text{Force centrale} \Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{OM} \Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$$

$$\text{TMC : } \boxed{\frac{d\vec{\mathcal{L}}_O}{dt} = \vec{0}} \Leftrightarrow \vec{\mathcal{L}}(0) = \mathcal{L}_0 \vec{u}_z = \vec{\mathcal{L}}(t)$$

$$\text{Ainsi, } \boxed{\vec{OM}(t) \wedge m \vec{v}(t) = \mathcal{L}_0 \vec{u}_z} \quad \forall t$$

Pendant une durée dt , le point M balaye une aire dA

$$dA = \frac{1}{2} \|\vec{OM} \wedge \vec{v} dt\| \Leftrightarrow dA = \frac{1}{2} \|\vec{OM} \wedge m \vec{v}\| \frac{dt}{m}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dA}{dt} = \frac{\|\vec{\mathcal{L}}_O\|}{2m} = \text{cte}} \quad \blacksquare$$

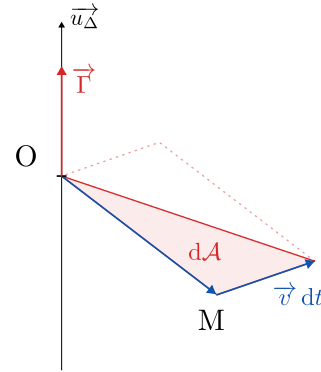


FIGURE 21.1 – Moment cinétique et aire balayée

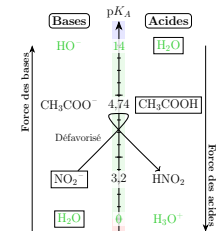
- /2 [2] Démontrer la relation de HENDERSON.

$$K_A \triangleq \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}} \times [\text{A}^-]_{\text{eq}}}{[\text{AH}]_{\text{eq}} c^o} \Leftrightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}}}{c^o} = K_A \frac{[\text{AH}]_{\text{eq}}}{[\text{A}^-]_{\text{eq}}}$$

$$-\log[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}} = -\log K_A - \log \frac{[\text{AH}]_{\text{eq}}}{[\text{A}^-]_{\text{eq}}} \Leftrightarrow \boxed{\text{pH} = \text{p}K_A + \log \frac{[\text{A}^-]}{[\text{AH}]}} \quad \blacksquare$$

- /6 [3] On mélange $V_0 = 50 \text{ mL}$ d'une solution d'acide éthanoïque de $\text{p}K_{A,1} = 4,74$ à $c_0 = 0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, et le même volume d'une solution de nitrite de sodium ($\text{Na}^+; \text{NO}_2^-$) de $\text{p}K_{A,2} = 3,2$ à la même concentration. Déterminer l'avancement puis le pH.

Équation		$\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} + \text{NO}_2^-_{(\text{aq})} = \text{CH}_3\text{COO}^-_{(\text{aq})} + \text{HNO}_{2(\text{aq})}$
Initial	$x = 0$	$c_0/2 \quad c_0/2 \quad 0 \quad 0$
Final	$x_f = x_{\text{eq}}$	$c_0/2 - x_{\text{eq}} \quad c_0/2 - x_{\text{eq}} \quad x_{\text{eq}} \quad x_{\text{eq}}$



$$K^o = \frac{x_{\text{eq}}^2}{(c_0/2 - x_{\text{eq}})^2} \underset{x_{\text{eq}} > 0}{\Leftrightarrow} x_{\text{eq}} = \left(\frac{c_0}{2} - x_{\text{eq}}\right) \sqrt{K^o} \Leftrightarrow \boxed{x_{\text{eq}} = \frac{\sqrt{K^o}}{1 + \sqrt{K^o}} \frac{c_0}{2}} \Rightarrow x_{\text{eq}} = 7,3 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = \text{p}K_{A,1} + \log\left(\frac{x_{\text{eq}}}{c_0/2 - x_{\text{eq}}}\right) = \text{p}K_{A,1} + \frac{1}{2} \log K^o = \text{p}K_{A,1} + \frac{\text{p}K_{A,2} - \text{p}K_{A,1}}{2} \Leftrightarrow \boxed{\text{pH} = \frac{\text{p}K_{A,2} + \text{p}K_{A,1}}{2} = 3,97}$$

- /4 [4] On ajoute $n = 10^{-5} \text{ mol}$ d'ions Cl^- dans $V_0 = 10 \text{ mL}$ de nitrate d'argent ($\text{Ag}^+; \text{NO}_3^-$) à $c_0 = 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. On donne $\text{p}K_s(\text{AgCl}) = 9,8$. Obtient-on un précipité de chlorure d'argent AgCl ?

$$\text{Formation de AgCl : } \text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})} = \text{AgCl}_{(\text{s})} \quad K^o = \frac{1}{K_s}$$

$$\text{Sens direct} \Rightarrow Q_{r,i} < \frac{1}{K_s} \Leftrightarrow \frac{c^o{}^2}{[\text{Ag}^+]_i [\text{Cl}^-]_i} < \frac{1}{K_s} \Leftrightarrow \boxed{\frac{[\text{Ag}^+]_i [\text{Cl}^-]_i}{c^o{}^2} > K_s}$$

$$\text{A.N. : } [\text{Ag}^+]_i = 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} \quad \text{et} \quad [\text{Cl}^-]_i = n/V_0 = 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{[\text{Ag}^+]_i [\text{Cl}^-]_i}{c^o{}^2} = 10^{-6} > K_s}}$$