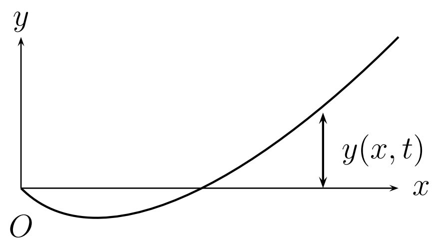
Sujet 1

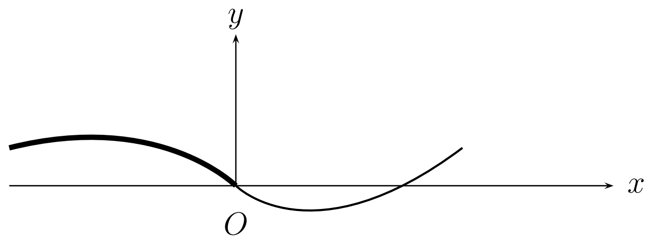
I Progation d'une onde sur une corde

On considère une corde homogène de masse linéique μ soumise à une tension T. Au repos, la corde est horizontale. On se limite aux mouvements dans le plan vertical (Oxy), avec x horizontal et y vertical ascendant.
Soit $y(x,t)$ le déplacement vertical de l'élément de corde à l'abscisse x et à l'instant t.



1. Rappeler les dimensions T et μ.

2. On suppose que la célérité c des ondes est de la forme $c = \mu^{\alpha} T^{\beta}$. Exprimer α et β.



On considère désormais une corde infinie formée de deux brins de masses linéiques μ_1 pour $-\infty < x < 0$ et μ_2 pour $0 < x < \infty$. Au point $x = 0$, il existe une discontinuité de milieu (changement de milieu).
On pose

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

Les deux cordes sont raccordées en $x = 0$. Elles sont soumises à la même tension T. Une onde incidente provenant de $x \to -\infty$

$$y_i(x,t) = A\cos(\omega t - kx), \text{ pour } x < 0 \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{R}$$

donne naissance à une onde réfléchie

$$y_r(x,t) = A_r\cos(\omega t - k_r x), \text{ pour } x < 0 \quad \text{avec} \quad k_r \in \mathbb{R}$$

et une onde transmise

$$y_t(x,t) = A_t\cos(\omega t - k_t x), \text{ pour } x > 0 \quad \text{avec} \quad k_t \in \mathbb{R}$$

3. Exprimer la célérité des ondes dans la corde 1 ($x < 0$) puis dans la corde 2 ($x > 0$).

4. Préciser le sens de propagation de l'onde réfléchie. Donner la relation entre k_r et k.

5. Exprimer l'onde pour les $x < 0$.

6. Préciser le sens de propagation de l'onde transmise. Quelle est la relation entre k_t, ω, T et les masses linéiques ? Quelle est la relation entre k, ω, T et les masses linéiques ? Donner la relation entre k_t, k et η.

7. Exprimer l'onde pour les $x > 0$.

8. La corde ne subit pas de discontinuité en $x = 0$. En déduire une équation reliant A_r, A_t et A.

9. Remarquer que la corde n'est pas coudée en $x = 0$. Montrer que

$$A - A_r = \eta A_t$$

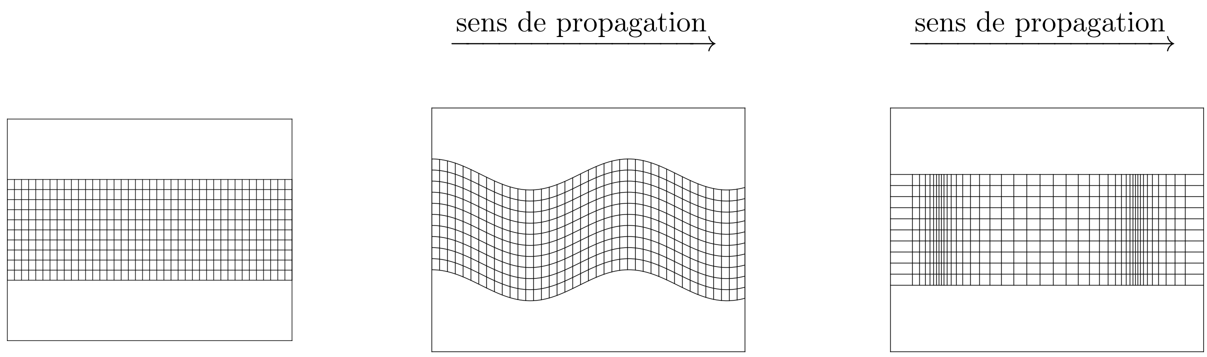
10. Exprimer A_r en fonction de A et η. Discuter les limites $\mu_2 \to \mu_1$ et $\mu_2 \to \infty$.

11. Les deux cordes sont en fer de masse volumique $\rho_{\mathrm{Fe}} = 7 \times 10^3\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$. Les deux cordes sont cylindriques. Le rayon de la corde 2 est le triple de celui de la corde 1. Exprimer η.

Sujet 2

I Ondes sismiques

On distingue deux types d'ondes sismiques : les ondes P qui se propagent à la vitesse c_P et les ondes S qui se propagent à la vitesse $c_S < c_P$. Après un séisme, les ondes P atteignent une station sismographique à l'instant t_P et les ondes S, à l'instant t_S.
On cherche à en déduire la distance D de la station à l'épicentre (le foyer du séisme) et la date t_0 du séisme. Les figures ci-dessous représentent l'allure d'une portion de la croûte terrestre pour ces deux types d'ondes.



En l'absence d'onde — Onde S — Onde P

1. Quelle est la différence entre les ondes P et les ondes S ? Quel adjectif décrit les ondes P ? les ondes S ?

2. Préciser quelles sont les ondes détectées les premières.

3. Avant de déterminer les expressions générales de D et t_0, on cherche un (ou plusieurs) cas particulier(s) pour lequel (lesquels) ces expressions sont intuitives et simples. Imaginer une (des) valeur(s) particulière(s) des paramètres t_S et t_P pour laquelle (lesquelles) il est très facile de donner l'expression de t_0 ou de D.

4. Exprimer t_0 et D dans le cas général. Vérifier que les expressions trouvées sont en accord avec la réponse à la question précédente.

5. Quelle hypothèse a-t-on faite implicitement sur la propagation des ondes ? Cette hypothèse est-elle réaliste sachant que la terre est formée de différentes « couches » ?

Pour localiser l'épicentre, on utilise les mesures de plusieurs stations.

6. Dans cette question, on considère deux stations respectivement à une distance D_1 et D_2 de l'épicentre. On suppose que la distance séparant les deux stations est petite devant le rayon terrestre. On peut alors considérer que la Terre est plane localement. En supposant que les deux stations et l'épicentre sont dans un même plan vertical, montrer que la connaissance de D_1 et D_2 permet de trouver la position de l'épicentre. Vous vous justifierez votre réponse à l'aide d'une construction graphique.

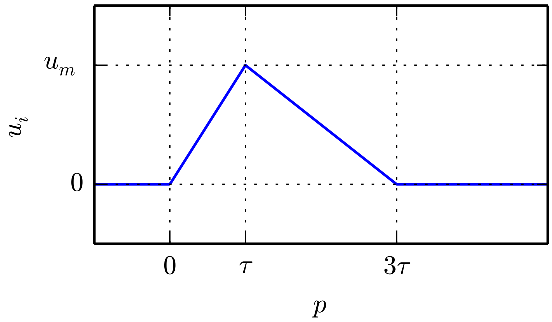
7. Combien faut-il de stations au minimum si on enlève l'hypothèse simplificatrice que les stations et l'épicentre sont coplanaires ?

8. Quel autre système de localisation s'appuie sur un principe similaire ?

Sujet 3

I Onde progressive

Un signal dont la forme est indiquée sur le graphe ci-contre se propage sur une corde vibrante. La courbe représente l'élongation $u_i(p)$ de la corde avec $p = t - z/c$. On suppose que $u_i(p) = 0$ pour les valeurs de p non représentées sur le graphique.



1. Décrire la nature de cette onde.

2. Représenter l'élongation u_i en fonction du temps pour $z = -\tau c$.

3. Représenter l'élongation u_i en fonction de z pour $t = 0$.

4. La corde se trouve dans le demi-espace $z \leq 0$ et est attachée en $z = 0$. Montrer que cette condition aux limites conduit à une onde réfléchie u_r en opposition de phase de l'onde incidente u_i en $z = 0$.

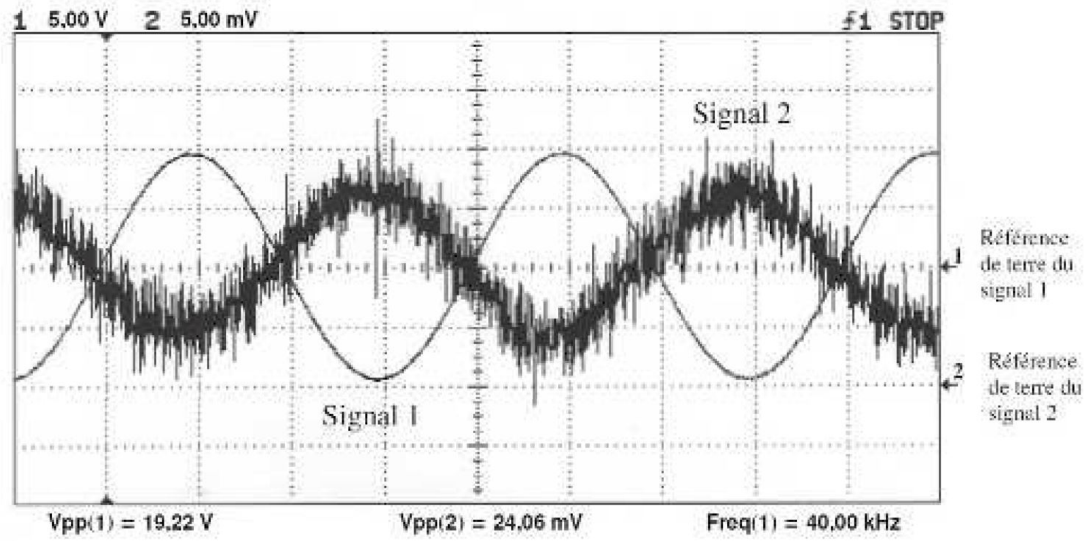
5. Représenter le signal incident u_i et celui réfléchi u_r en $z = 0$ en fonction du temps t.

6. Représenter $u_r(z,t_0)$ en fonction de z à l'instant $t_0 = 4\tau$.

Sujet 4

I Télémètre ultrasonore

On place un émetteur et un récepteur à ultrasons côte à côte. Ce bloc est appelé le télémètre. À la distance D, on place un obstacle réfléchissant les ondes sonores, que nous appellerons la cible. Une onde sinusoïdale, de période T, est émise par l'émetteur du télémètre, elle se réfléchit sur la cible et est détectée par le récepteur du télémètre. Sur l'écran d'un oscilloscope, on visualise simultanément deux signaux ; celui capté (par un dispositif non décrit) en sortie de l'émetteur et celui du récepteur.



1. On appelle temps de vol, noté t_{v}, la durée du trajet aller-retour de l'onde entre le télémètre et la cible. Exprimer t_{v} en fonction de la distance D séparant le télémètre de la cible et de la célérité c de l'onde.

2. Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre, puis on l'éloigne lentement, en comptant le nombre de coïncidences, c'est-à-dire le nombre de fois où les signaux sont en phase. Pour simplifier, on suppose que lorsque $D = 0$, les signaux sont en phase. On se place dans le cas où l'on a compté exactement un nombre n de coïncidences. Exprimer D en fonction de n et de la longueur d'onde des ondes ultrasonores.

3. Lors du recul de la cible, 50 coïncidences ont été comptées avant d'observer les signaux suivants sur l'écran de l'oscilloscope (voir figure). Dans les conditions de l'expérience, la longueur d'onde des ondes sonores valait 8,5 mm. En exploitant les données de l'enregistrement, calculer la distance séparant le télémètre de la cible.

4. Pourquoi les deux signaux de la figure sont-ils si différents ? Identifier quel est, selon toute vraisemblance, le signal capté en sortie de l'émetteur et celui reçu par le récepteur.

5. Le comptage des coïncidences a été réalisé en plaçant l'oscilloscope en mode XY (c'est-à-dire une représentation telle que le signal 2 soit tracé comme une fonction du signal 1). Dans le cas des signaux de la figure, représenter la figure que l'on obtiendrait en se plaçant dans ce mode.