

## MECANIQUE 1 :

### Mécanique 1

### NOTIONS DE CINEMATIQUE DU POINT

*EN TD UNIQUEMENT.*

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
<b>Repérage dans l'espace et dans le temps</b> Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Caractère absolu des distances et des intervalles de temps.	Citer une situation où la description classique de l'espace ou du temps est prise en défaut.
<b>Cinématique du point</b> Description du mouvement d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.
	Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème.
Mouvement à vecteur accélération constant.	Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.
Repérage d'un point dont la trajectoire est connue. Vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour une trajectoire plane.	Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane. Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle.  <b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2. Lois de Newton</b>	
<b>Quantité de mouvement</b> Masse d'un système. Conservation de la masse pour système fermé.	Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre de masse d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme : $\mathbf{p} = m\mathbf{v}(G)$ .
Première loi de Newton : principe d'inertie. Référentiels galiléens.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Notion de force. Troisième loi de Newton.	Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.
Deuxième loi de Newton.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre de masse d'un système fermé dans un référentiel galiléen.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.</b>
Force de gravitation. Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Etudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.
Modèles d'une force de frottement fluide. Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.	Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique. Écrire une équation adimensionnée.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b>
Tension d'un fil. Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.

**TOURNER SVP !!**

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.3. Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
<b>Puissance, travail et énergie cinétique</b> Puissance et travail d'une force dans un référentiel.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.
Théorèmes de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen, dans le cas d'un système modélisé par un point matériel.	Utiliser le théorème approprié en fonction du contexte.
<b>Champ de force conservative et énergie potentielle</b> Énergie potentielle. Lien entre un champ de force conservative et l'énergie potentielle. Gradient.	Établir et citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme), de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), de l'énergie potentielle élastique. Déterminer l'expression d'une force à partir de l'énergie potentielle, l'expression du gradient étant fournie. Dédire qualitativement, en un point du graphe d'une fonction énergie potentielle, le sens et l'intensité de la force associée.
<b>Énergie mécanique</b> Énergie mécanique. Théorème de l'énergie mécanique. Mouvement conservatif.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	Identifier sur un graphe d'énergie potentielle une barrière et un puits de potentiel. Dédire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Dédire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre. Analyser qualitativement la nature, stable ou instable, de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	Établir l'équation différentielle du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre.  <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre numériquement une équation différentielle du deuxième ordre non-linéaire et faire apparaître l'effet des termes non-linéaires.

## Questions de cours à choisir parmi les suivantes :

- ✓ Q1 : Savoir énoncer les 3 lois de Newton (§ II).
- ✓ Q2 : Savoir étudier le tir dans le vide : Equations horaires paramétriques ; Equation de la trajectoire ; Altitude max atteinte ; Portée ; Parabole de sûreté (§ III.2) (Les colleurs peuvent préciser ce qu'ils souhaitent parmi tous les points abordés).
- ✓ Q3 : Savoir étudier la chute avec résistance de l'air : Equation du mouvement ; Vitesse limite ; Vitesse à exprimer en fonction de la vitesse limite (§ III.3).
- ✓ Q4 : Savoir refaire l'exemple du toboggan aquatique : Equation du mvt ; Expression de la norme de la vitesse en fonction de  $\theta$  ; Expression la norme de la réaction du support en fonction de  $\theta$  ; Cas de non contact (§ III.4).
- ✓ Q5 : Savoir refaire l'exemple du point matériel attaché à un ressort vertical lorsque  $l = l_{eq} + x$ : Equation du mvt ; Solution. (§ III.5).
- ✓ Q6 : Savoir refaire l'exemple du pendule simple : Equation du mvt ; Solution dans le cas où l'angle reste petit (§ III.6).
- ✓ Q7 : Savoir énoncer et démontrer le théorème de la puissance cinétique et de l'énergie cinétique (§ II).
- ✓ Q8 : Savoir retrouver les exemples des énergies potentielles usuelles ( $E_{pp}$  et  $E_{pe}$ ) et connaître la méthode pour retrouver une expression de force à partir de l' $E_p$  (§ III.3).
- ✓ Q9 : Savoir énoncer et démontrer les théorèmes de l'énergie mécanique et de la puissance mécanique (§ IV.1 & 2).
- ✓ Q10 : Savoir retrouver l'équation différentielle du mouvement du pendule simple à partir d'une étude énergétique (§ IV.4).
- ✓ Q11 : Savoir discuter le mouvement d'une particule selon que l'énergie potentielle a une forme « barrière » ou « cuvette » selon son  $E_m$  ; Etat lié ou de diffusion (§ V.1 & 2).
- ✓ Q12 : Connaître la méthode et savoir justifier de l'étude des positions d'équilibre et stabilité à partir de l'énergie potentielle (§ V.3).
- ✓ Q13 : Savoir étudier les mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, par un développement de Taylor. Savoir retrouver l'équation différentielle du mvt (§ V.4).

### Exercice d'application de Q4 : Exemple de liaison unilatérale : le toboggan aquatique :

Considérons un toboggan aquatique ayant la forme d'une portion de cercle de centre O et de rayon r. Le revêtement de ce toboggan rend les frottements négligeables. Ce toboggan possède une longueur  $M_0M_1$  telle que sa réaction en  $M_1$  soit nulle sur un point matériel de masse m. Un utilisateur acceptant de se laisser glisser, est lâché en  $M_0$  sans vitesse initiale.

La position du point M est repérée par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{Ox}; \overrightarrow{OM})$  compris entre  $\theta_0 = \pi / 2$  et  $\theta_1 = (\overrightarrow{Ox}; \overrightarrow{OM_1})$  ;

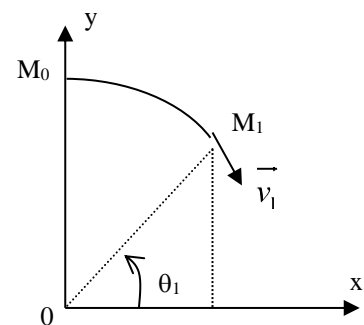
On utilise la base polaire  $(\overrightarrow{u_r}; \overrightarrow{u_\theta})$ , telle que  $\overrightarrow{u_r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{r}$ .

1 - Ecrire le PFD en projection sur les deux axes.

2 - Sachant qu'une équation différentielle du type  $\ddot{\theta} = k \cos \theta$  s'intègre

en multipliant les deux membres par  $\dot{\theta}$ , donner les expressions du module de la vitesse v et du module de la réaction R, en fonction de  $\theta$ .

3 - Montrer que  $\sin \theta_1 = 2 / 3$  au point  $M_1$  et en déduire le module de la vitesse  $v_1$  en  $M_1$ .



**Exercice d'application de Q5 : Point matériel attaché à un ressort vertical :**

Soit un ressort vertical de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . On attache y une masse  $m$ .  
On prend l'origine de l'axe  $Ox$  descendant à la position d'équilibre.  
On suppose qu'à  $t = 0$ , on écarte la masse d'une longueur  $x_0$  et on la lâche sans vitesse initiale.  
Exprimer l'allongement  $x$  du ressort en fonction du temps.

**Exercice d'application de Q6 : Exemple du pendule simple :**

Soit une masse  $m$  attachée à l'extrémité d'un fil de longueur  $l$  cste et de masse négligeable. Initialement, la masse  $m$  est dans la position d'équilibre ( $\theta = 0$ ) et on lui communique une vitesse horizontale  $v_0 = l\dot{\theta}_0$ .  
Etablir l'équation différentielle en  $\theta$  et la résoudre dans le cas de petits angles.

