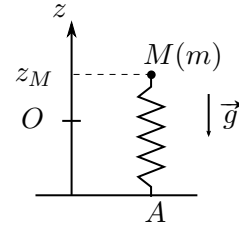


Sujet 1

I Ressort vertical

On considère un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . L'extrémité inférieure est en contact avec un support horizontal au point A . Une masse m assimilable à un point matériel M est accrochée à l'autre extrémité. La masse a un mouvement rectiligne vertical.

Dans un premier temps, on suppose que le point A est fixe. On définit l'axe vertical ascendant (O, z) . On note z_M la coordonnée de la masse. A l'équilibre, $z_M = 0$.



- 1) Établir l'équation différentielle vérifiée par z_M .
- 2) On suppose que la masse est lâchée depuis la position $z_M(t = 0) = z_0$ et sans vitesse initiale. Exprimer $z_M(t)$ pour $t \geq 0$.
- 3) Exprimer l'énergie potentielle élastique. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.
- 4) Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur. On prendra l'origine de cette énergie en $z_M = 0$.
- 5) Montrer que l'énergie mécanique est conservée.

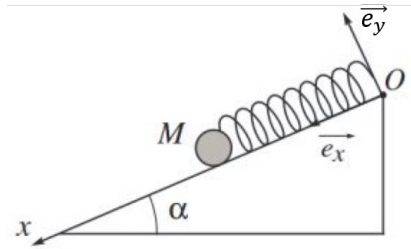
On suppose désormais que le ressort est posé sur le sol et non fixé

- 6) Quelle est la condition sur z_0 pour que le ressort ne décolle pas du support.

Sujet 2

I Masse attachée à un ressort sur un plan incliné

Soit un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , dont les extrémités sont reliées respectivement à un point fixe O d'un plan incliné et à un point matériel M de masse m . On pose $\overrightarrow{OM} = x \vec{e}_x$ et on supposera qu'il n'y a pas de frottements de glissement au contact du plan incliné.



- 1) Justifier le choix d'une base cartésienne dont l'un des axes est suivant le plan incliné.
- 2) Déterminer l'abscisse $x = x_e$ à l'équilibre.
- 3) A partir de la position d'équilibre, M est déplacé de D et relâché sans vitesse initiale. Exprimer x en fonction de t .

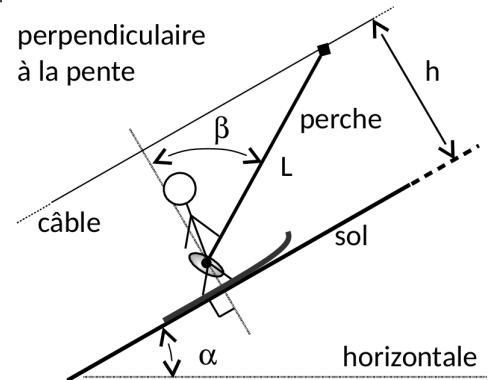
Sujet 3

I Quelques notions de ski (*)

A Leçon n° 1 : le remonte-pente

On considère une skieuse de masse m remontant une pente d'angle α à l'aide d'un télési. Celui-ci est constitué de perches de longueur L accrochées à un câble parallèle au sol situé à une hauteur h .

On néglige les frottements de la neige sur les skis.



1) Quelles sont les trois forces que subit la skieuse ?

2) Que sait-on sur chacune d'elles a priori ?

On considère une skieuse de 50kg sur une pente de 15% (c'est-à-dire que la skieuse s'élève de 15 m lorsqu'elle parcourt horizontalement 100 m). La force exercée par la perche sur la skieuse sera supposée fixée et égale à $F = 100\text{N}$.

3) Existe-t-il un angle limite β_l pour lequel le contact entre les skis et le sol serait rompu ?

On suppose maintenant que sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse constante.

4) Quelle relation les 3 forces que subit la skieuse doivent-elles vérifier ?

On note β l'angle que forme la perche du télési avec la perpendiculaire à la pente.

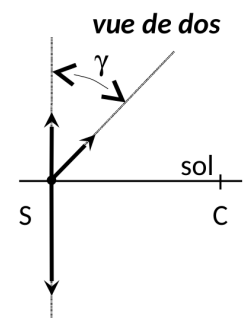
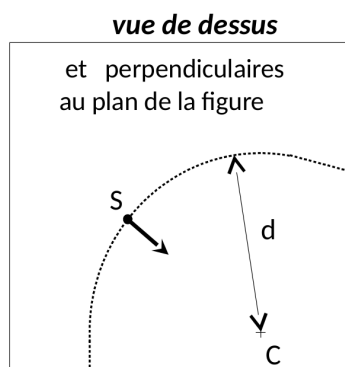
5) Représenter les trois forces sur une même figure en repérant bien les angles α et β .

6) En déduire une relation entre m , g , α , β et F (la norme de la force exercée par la perche).

7) En négligeant la distance entre la rondelle et le sol, exprimer F en fonction m , g , α , h et L . Comment varie F avec α et h ? Commenter.

B Leçon n° 2 : le virage

La skieuse est toujours sur le remonte pente et aborde une zone horizontale où sa trajectoire est un cercle de centre C et de rayon d . Sa célérité est toujours constante. On suppose pour les questions suivantes que la perche est contenue dans le plan formé par la droite SC et la verticale.



8) Que peut-on dire de son accélération ?

On a représenté ci-dessus différentes vues de la situation où la skieuse est modélisée par un point matériel S posé sur le sol. On néglige les frottements, on note \vec{F} la force exercée par la perche du télési et γ l'angle qu'elle forme avec la verticale.

- 9) Déterminer $F = ||\vec{F}||$ en fonction de m , $v = ||\vec{v}||$ la célérité, d et γ .
- 10) En déduire $R = ||\vec{R}||$ en fonction de toutes les autres données.
- 11) Comment évolue R lorsque la célérité augmente ?
- 12) En pratique la perche n'est pas rigoureusement orthogonale à la trajectoire mais est également dirigée vers l'avant. Expliquer pourquoi.