# Sujet 1

## I Question de cours

Présenter les coordonnées cylindriques avec un schéma introduisant la base et indiquant les coordonnées, donner l'expression de $\overrightarrow{OM}$ dans cette base, donner **et démontrer** l'expression de la vitesse, du déplacement élémentaire et de l'accélération en coordonnées cylindriques.

## II Mesurer la masse d'un-e astronaute sur l'ISS

Les astronautes passant plusieurs mois dans la station spatiale internationale (ISS) doivent se soumettre à des bilans de santé très réguliers, et en particulier vérifier qu'ils et elles ne perdent ni ne prennent de poids. Néanmoins, l'absence de gravité rend les balances terrestres inopérantes dans l'espace. Pour permettre des pesées malgré cela, un dispositif original a été développé par l'agence spatiale russe, dont une photographie est présentée ci-contre. Il s'agit d'une chaise de masse $m_0 = 25{,}0\,\mathrm{kg}$ attachée à l'extrémité d'un ressort. L'autre extrémité du ressort est attachée à un point fixe de la station. On note $L_0$ la longueur à vide du ressort et $k$ sa constante de raideur. La position de la chaise est repérée par son point d'attache au ressort, le long d'un axe $(Ox)$ dont l'origine est définie telle que le point d'attache de la chaise se trouve en $x = 0$ lorsque la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide.

1. Tracer un schéma complet, précis et propre de la situation à un instant quelconque, indiquant en particulier la position $x(t)$ de la chaise et l'origine $x = 0$.

2. En s'appuyant sur un bilan des forces, établir l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$ de la chaise.

3. Écrire cette équation sous forme canonique (préfacteur 1 devant la dérivée d'ordre le plus élevé). Exprimer alors la pulsation propre des oscillations de la chaise.

4. On cherche dans un premier temps à mesurer la constante de raideur $k$ du ressort. Pour cela, la chaise vide est mise en mouvement et on mesure la période $T_0 = 1{,}28\,\mathrm{s}$ de ses oscillations. Exprimer puis calculer la constante de raideur.

On s'intéresse maintenant à la pesée proprement dite d'un-e astronaute dont on veut déterminer la masse $m_{\mathrm{ast}}$. L'astronote s'assoit sur la chaise et la met en mouvement. Les oscillations ont alors pour période $T_{\mathrm{ast}} = 2{,}34\,\mathrm{s}$.

5. Donner **sans calcul** l'équation différentielle vérifiée par la position du point d'attache de la chaise lorsqu'un-e astronaute est assis-e.

6. En déduire la nouvelle pulsation propre $\omega_{\mathrm{ast}}$ et la nouvelle période $T_{\mathrm{ast}}$ des oscillations de la chaise en fonction de $k$, $m_0$ et $m_{\mathrm{ast}}$.

7. En déduire que la masse de l'astronaute peut s'écrire
$$m_{\mathrm{ast}} = m_0 \left[ \left( \frac{T_{\mathrm{ast}}}{T_0} \right)^2 - 1 \right]$$

8. Donner la valeur numérique de $m_{\mathrm{ast}}$ avec un nombre de chiffres significatifs adapté.

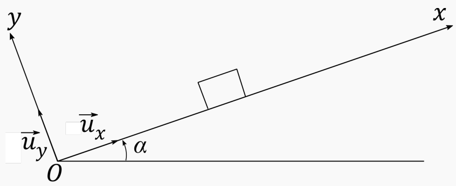
# Sujet 2

## I Question de cours

Présenter les lois du frottement de COULOMB, et refaire l'exercice :

**Plan incliné et frottements solides**

On considère un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. Une brique de masse $m = 600\,\mathrm{g}$ est lancée depuis le bas du plan vers le haut, avec une vitesse $v_0 = 2{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Pour étudier le mouvement, on utilise le repère $(\mathrm{O},x,y)$ avec O coïncidant avec la position de départ de la brique. On note $g$ l'accélération de la pesanteur, avec $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. On suppose qu'il existe des frottements solides, avec $f$ le coefficient de frottements solides tel que $f = 0{,}20$.




1. Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.
2. Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.

## II Chute d'une bille dans un fluide

On dispose du matériel suivant :

- une bille de masse volumique $\rho_a = 7900\mathrm{kgm^{-3}}$, de rayon $R = 5\mathrm{mm}$,
- une éprouvette graduée,
- de la glycérine de masse volumique $\rho_g = 1260\mathrm{kgm^{-3}}$,
- un dynamomètre, avec un point d'accorche permettant de mesurer une force de traction,
- trois béchers,
- une boite de masse marquée.

1. Donner l'expression générale de la poussée d'Archimède.
2. Proposer un protocole expérimental permettant de vérifier l'expression de la poussée d'Archimède en utilisant le matériel listé.

La bille en acier tombe dans un tube rempli de glycérine. On considère que la force de frottement fluide exercée par la glycérine est $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où $\eta$ est une constante appelée constante de viscosité dynamique de la glycérine. L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

3. Faire un bilan des forces exercées sur la bille.
4. Montrer que considérer la poussée d'Archimède sur la bille est équivalent à considérer une bille de masse volumique $\rho = \rho_a - \rho_g$ qui n'est pas soumise à la poussée d'Archimède.
5. Établir l'équation différentielle vérifiée par $v$, la norme de la vitesse.
6. En déduire la constante de temps $\tau$ caractéristique du régime transitoire, ainsi que la vitesse limite $v_l$ atteinte par la bille.

L'expérience est réalisée dans un tube vertical contenant de la glycérine. On lâche la bille à la surface du liquide choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée $\Delta t = 1{,}6$s mise pour passer de l'altitude $z_1 = 40$cm à $z_2 = 80$cm.

7. En déduire l'expression puis la valeur de la viscosité $\eta$.

8. Pourquoi ne pas avoir réalisé de mesure depuis la surface du liquide ?

9. Que vaut numériquement $\tau$ ? Commenter.

10. Pourquoi avoir choisi de la glycérine plutôt que de l'eau ?

# Sujet 3

## I Question de cours

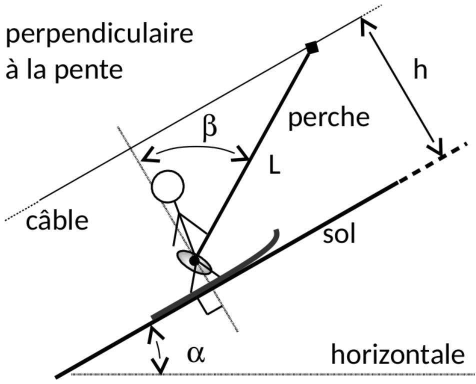
Étude du pendule simple : mise en situation, équation différentielle, linéarisation, résolution.

## II Quelques notions de ski ($\star$)

### A Leçon n° 1 : le remonte-pente

On considère une skieuse de masse $m$ remontant une pente d'angle $\alpha$ à l'aide d'un téléski. Celui-ci est constitué de perches de longueur $L$ accrochées à un câble parallèle au sol situé à une hauteur $h$.

On néglige les frottements de la neige sur les skis.




1. Quelles sont les trois forces que subit la skieuse ?
2. Que sait-on sur chacune d'elles a priori ?

On considère une skieuse de 50kg sur une pente de 15% (c'est-à-dire que la skieuse s'élève de 15 m lorsqu'elle parcourt horizontalement 100 m). La force exercée par la perche sur la skieuse sera supposée fixée et égale à $F = 100$N.

3. Existe-t-il un angle limite $\beta_l$ pour lequel le contact entre les skis et le sol serait rompu ?

On suppose maintenant que sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse constante.

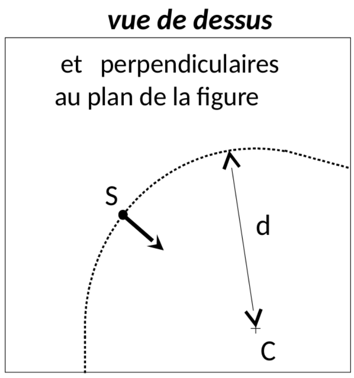
4. Quelle relation les 3 forces que subit la skieuse doivent-elles vérifier ?

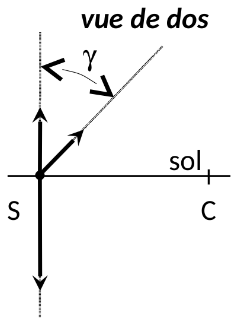
On note $\beta$ l'angle que forme la perche du téléski avec la perpendiculaire à la pente.

5. Représenter les trois forces sur une même figure en repérant bien les angles $\alpha$ et $\beta$.
6. En déduire une relation entre $m$, $g$, $\alpha$, $\beta$ et $F$ (la norme de la force exercée par la perche).
7. En négligeant la distance entre la rondelle et le sol, exprimer $F$ en fonction $m$, $g$, $\alpha$, $h$ et $L$. Comment varie $F$ avec $\alpha$ et $h$ ? Commenter.

### B Leçon n° 2 : le virage

La skieuse est toujours sur le remonte pente et aborde une zone horizontale où sa trajectoire est un cercle de centre $C$ et de rayon $d$. Sa célérité est toujours constante. On suppose pour les questions suivantes que la perche est contenue dans le plan formé par la droite $SC$ et la verticale.



8. Que peut-on dire de son accélération ?

On a représenté ci-dessus différentes vues de la situation où la skieuse est modélisée par un point matériel $S$ posé sur le sol. On néglige les frottements, on note $\vec{F}$ la force exercée par la perche du téléski et $\gamma$ l'angle qu'elle forme avec la verticale.

9. Déterminer $F = ||\vec{F}||$ en fonction de $m$, $v = ||\vec{v}||$ la célérité, $d$ et $\gamma$.
10. En déduire $R = ||\vec{R}||$ en fonction de toutes les autres données.
11. Comment évolue $R$ lorsque la célérité augmente ?
12. En pratique la perche n'est pas rigoureusement orthogonale à la trajectoire mais est également dirigée vers l'avant. Expliquer pourquoi.

# Sujet 4

## I Question de cours

Énoncer les trois lois de Newton, définir le centre d'inertie d'un ensemble de points, le vecteur quantité de mouvement d'un ensemble de points et son lien avec le centre d'inertie, énoncer et démontrer le théorème de la résultante cinétique.

## II Trois petits problèmes ouverts

1. Un objet lancé verticalement vers le haut passe par la même altitude $h$ (hauteur repérée par rapport à l'origine $O$ du repère) aux instants $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_2 = 10\,\mathrm{s}$. Déterminer $h$.

2. Tous les êtres humains vivant sur la Terre se regroupent au même endroit et sautent au même moment. Déterminer le déplacement subit par la Terre durant le saut. On suppose l'ensemble immobile (pas d'action du Soleil ou de la Lune notamment).

3. Le champ de gravitation à la surface de la Lune est de $\overrightarrow{g_L} = 1{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Déterminer la hauteur maximale à laquelle vous seriez capable de sauter sur la Lune.