

## Optique géométrique – corrigé

## /32 E1 Étude de quelques lentilles minces

D'après IESEA 2022

## A Lentille convergente de focale donnée

- /8 1 On obtient donc une image réelle, renversée et de même taille que l'objet. Avec la relation de DESCARTES :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{\overline{OA} + f'}{\overline{OA}f'}$$

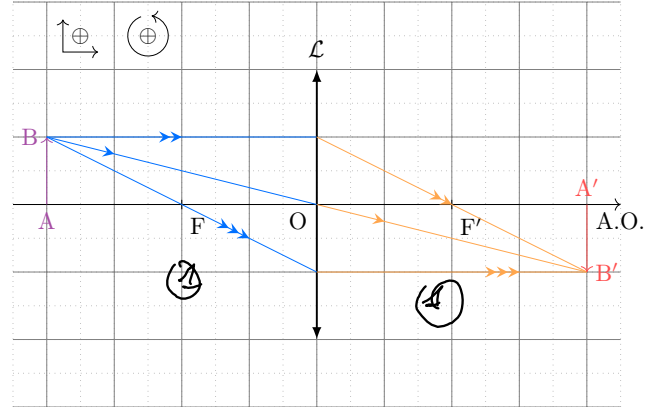
$$\Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = -40 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA'} = 40 \text{ cm}$$

De plus,

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = 40 \text{ cm} \\ \overline{OA} = -40 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \gamma = -1$$



- /5 2 On obtient donc une image virtuelle, droite et agrandie. Avec la relation de DESCARTES :

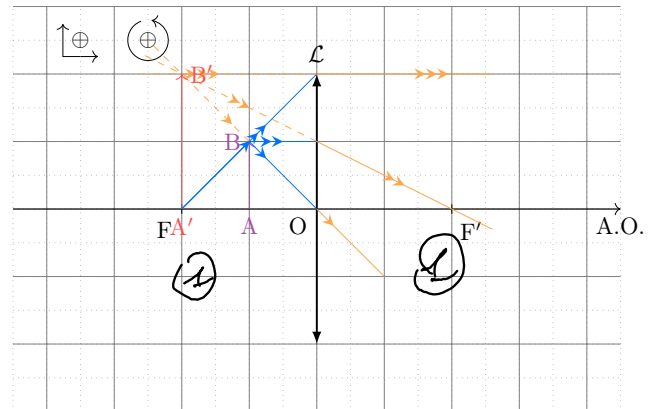
$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = -10 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA'} = -20 \text{ cm}$$

De plus,

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = -20 \text{ cm} \\ \overline{OA} = -10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \gamma = +2$$



- /5 3 On obtient donc une image réelle, droite et rétrécie. Avec la relation de DESCARTES :

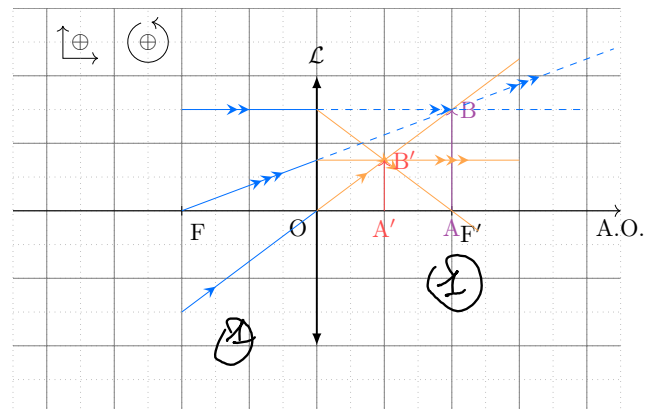
$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = 20 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA'} = 10 \text{ cm}$$

De plus,

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = 10 \text{ cm} \\ \overline{OA} = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \gamma = +0.5$$



## B Lentille convergente quelconque

- /3 4 Les questions 1 et 2 montrent que pour un objet réel, une lentille convergente peut donner aussi bien une image réelle (question 1) que virtuelle (question 2). Donc pour l'image d'un objet réel à travers une lentille convergente, les deux cas peuvent se présenter.

- /5 5 Nous avons vu qu'avec la relation de DESCARTES, en isolant  $\overline{OA'}$  on obtenait

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'}$$

Si l'objet est virtuel, alors  $\overline{OA} > 0$ . Or, la lentille est convergente, donc  $f' > 0$ . Ainsi,  $\overline{OA'} > 0$ . En conclusion, l'image d'un objet virtuel au travers d'une lentille convergente est toujours réelle.

## C Lentille divergente quelconque

- /4 6 De même que précédemment, le calcul de  $\overline{OA'}$  avec un objet réel ( $\overline{OA} < 0$ ) pour une lentille divergente ( $f' < 0$ ) implique que  $\overline{OA'} < 0$ . Ainsi, l'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est donc toujours virtuelle.

- /2 7 Cette fois, si  $\overline{OA} > 0$  et  $f' < 0$ , alors  $\overline{OA'}$  peut changer de signe selon les valeurs de  $\overline{OA}$  et  $f'$  : le produit est toujours négatif, mais  $\overline{OA} + f' > 0$  si  $\overline{OA} > -f'$  et inversement.

Ainsi, pour un objet virtuel au travers d'une lentille divergente, les deux cas peuvent se présenter.

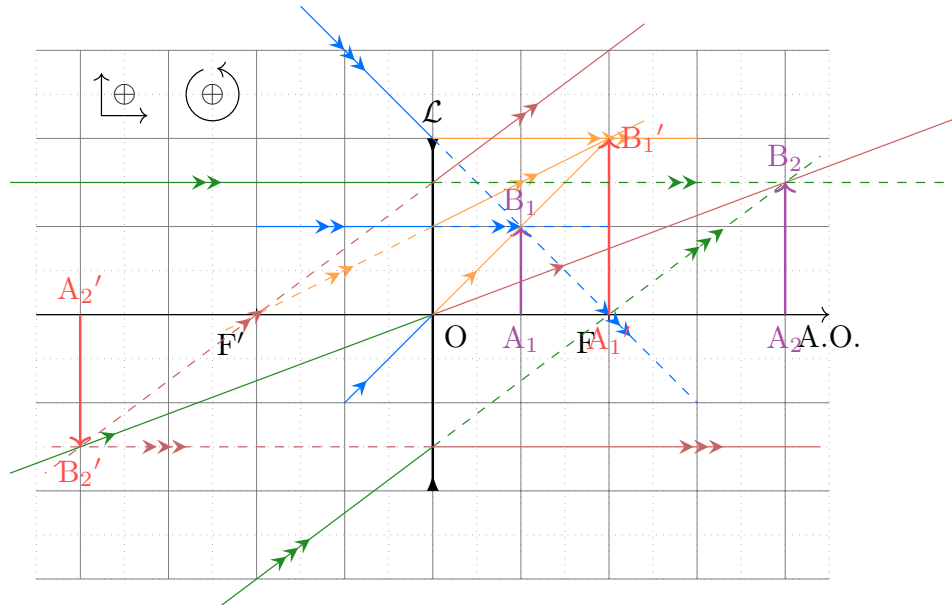


FIGURE 1.1 – Image réelle ou virtuelle pour une lentille divergente.

## E2 Instruments d'optique à l'infini

D'après CCP PC 2015

### A Principe du téléobjectif

- /4 [1] L'objet étant à l'infini, l'image intermédiaire  $\overline{A_1B_1}$  est située dans le plan focal image de la lentille  $\mathcal{L}_1$ . L'image finale  $\overline{A'B'}$  étant rejetée à l'infini, l'image intermédiaire  $\overline{A_1B_1}$  est aussi située dans le plan focal objet de la lentille  $\mathcal{L}_3$ . On en déduit que les foyers image  $F'_1$  et objet  $F_3$  sont confondus :

$$A_\infty \xrightarrow{(L_1)} A_1 = F'_1 = F_3 \xrightarrow{(L_3)} A'_\infty$$

On obtient donc  $\overline{O_1O_3} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_3} + \overline{F_3O_3} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_3O_3}$  d'où  $\overline{O_1O_3} = f'_1 + f_3$

- /3 [2] La relation de conjugaison de DESCARTES appliquée à la lentille  $\mathcal{L}_3$  s'écrit

$$\frac{1}{f'_3} = \frac{1}{\overline{O_3A'}} - \frac{1}{\overline{O_3A_1}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_3A'}} = \frac{1}{f'_3} + \frac{1}{\overline{O_3A_1}}$$

Pour amener l'image définitive sur la plaque, il faut diminuer la distance  $\overline{O_3A'}$  et donc diminuer la distance  $\overline{O_3A_1} = \overline{O_3F'_1}$ . Il faut donc rapprocher la lentille  $\mathcal{L}_3$  du plan focal image de la lentille  $\mathcal{L}_1$  et donc écarter les deux lentilles  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_3$  l'une de l'autre, étant donné que  $\mathcal{L}_3$  est divergente (cf. schéma).

- /3 [3] On obtient la figure 1.2a en annexe.

- /4 [4] D'après la formule de conjugaison de NEWTON appliquée à la lentille  $\mathcal{L}_3$  :

$$\begin{aligned} \overline{F_3A_1}\overline{F'_3A'} &= -f_3'^2 \\ \overline{F_3F'_1}\overline{F'_3P} &= -f_3'^2 \\ \overline{F'_1F_3} &= \frac{f_3'^2}{\overline{F'_3P}} = \frac{f_3'^2}{\overline{F'_3O_3} + \overline{O_3P}} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} A_1 = F'_1 \text{ et } A' = P \\ \text{on isole et on prend l'opposé} \\ \text{on remplace } \overline{F'_3O_3} \text{ par } -f'_3 \end{array} \right\}$$

$$\boxed{\overline{F'_1F_3} = \frac{f_3'^2}{\overline{O_3P} - f'_3}}$$

$$\text{A.N. : } \overline{F'_1F_3} = 0,69 \text{ cm avec } \begin{cases} f'_3 = -3,0 \text{ cm} \\ \overline{O_3P} = 10,0 \text{ cm} \end{cases}$$

- /5 [5]

- La taille de l'image intermédiaire est donnée par la relation  $\overline{A_1B_1} = \alpha f'_1$  (en raisonnant dans le triangle  $O_1F'_1B_1$ ).
- La taille de l'image définitive est donnée par la relation  $\overline{A'B'} = \gamma_3 \overline{A_1B_1} = \gamma_3 \alpha f'_1$ .
- $\gamma_3$  est le grandissement introduit par la lentille  $\mathcal{L}_3$  dont l'expression est donnée par la formule de NEWTON :

$$\gamma_3 = \frac{f'_3}{\overline{F_3F'_1}} = -\frac{f'_3}{\overline{F'_1F_3}}$$

On en déduit

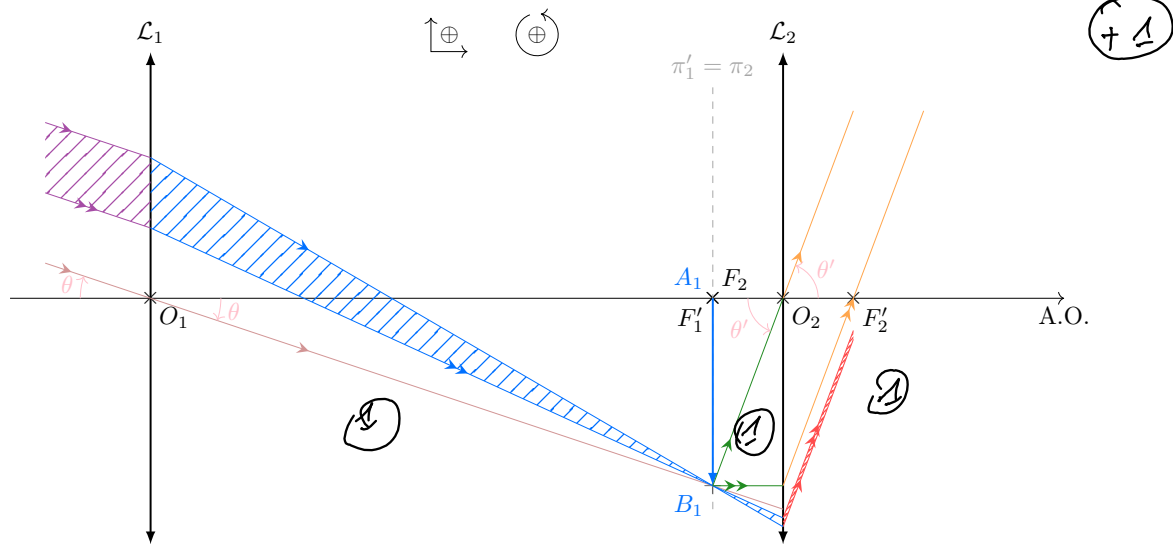
$$\boxed{\overline{A'B'} = -\frac{f'_3}{\overline{F'_1F_3}} \alpha f'_1}$$

$$\text{A.N. : } \overline{A'B'} = -4,3 \text{ cm}$$

### B Principe de la lunette astronomique

- /6 [6] L'observation à l'infini se fait sans fatigue d'accommodation. Il faut donc que l'image objective se forme dans le plan focal objet de l'oculaire. La lunette visant un objet à l'infini en forme une image objective dans le plan focal image de l'objectif ; ainsi, le plan focal image de l'objectif est confondu avec le plan focal objet de l'oculaire. Le système est afocal, il n'a pas de foyers et il donne d'un objet à l'infini une image finale rejetée à l'infini.

- /6 [7] Les rayons traversant un système optique centré dans les conditions de GAUSS sont paraxiaux, c'est-à-dire peu écartés de l'axe optique et peu inclinés par rapport à cet axe. On trace le rayon incident passant par le centre optique  $O_1$  de l'objectif, faisant un angle  $\theta$  avec l'axe optique. Ce rayon n'est pas dévié. Ce rayon arrive sur l'oculaire de façon quelconque. On trace le rayon passant par  $B_1$  et par  $O_2$  : il ne sera pas dévié. Or, comme  $\overline{A_1B_1}$  est dans le plan focal objet  $\pi_2$ , on sait que tous les rayons passant par  $B_1$  sortiront parallèle à celui-ci.



Les deux rayons émergent de l'oculaire sur le schéma ci-après sont parallèles entre eux. Ils proviennent d'un même point objet qui est un foyer secondaire objet pour l'oculaire,  $B_1$ .

- /5 [8] Le rayon incident forme un angle  $\theta \ll 1$  rad avec l'axe optique. La lunette astronomique travaille dans les conditions de GAUSS donc  $\theta' \ll 1$  rad d'où  $\tan(\theta) = \theta$  et  $\tan(\theta') = \theta'$ .

On a donc, en exprimant  $\tan(\theta)$  et  $\tan(\theta')$  dans les triangles rectangles  $O_1F'_1B_1$  et  $O_2F_2B_1$  :

$$\theta = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} \quad \text{et} \quad \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} \quad \text{soit} \quad G = -\frac{f'_1}{f_2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f'_1 = 1 \times 10^3 \text{ mm} \\ f_2 = 20 \text{ mm} \end{cases}$$

A.N. :  $G = -50$

- /2 [9] Sur la Figure 1.2b, le faisceau incident parallèle à l'axe optique émerge de l'objectif en convergeant vers le foyer principal image  $F'_1$  de l'objectif. Comme ce point est confondu avec le foyer principal objet  $F_2$  de l'oculaire, le faisceau émergent est un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique.

- /2 [10] On peut appliquer le théorème de THALÈS dans les triangles  $MO_1F'_1$  et  $F_2O_2Q$ , ainsi :

$$\frac{f'_1}{f_2} = \frac{PQ/2}{MN/2} = \frac{D}{D_1} \quad \boxed{D = \frac{D_1}{|G|}}$$

- /2 [11] On calcule :  $D = 2,0 \text{ mm}$ . Comme  $D < D_2$ , c'est bien le diamètre  $D_1$  de l'objectif qui limite le diamètre du faisceau émergent.

- /4 [12] Sur la Figure 1.2c, on représente le chemin des rayons lumineux du faisceau incident incliné d'un angle  $\theta$  plus important par rapport à l'axe optique (on suppose les conditions de GAUSS toujours vérifiées) : les rayons déviés par l'objectif convergent en un point du plan focal image de l'objectif (foyer secondaire image).

On remarque que ces rayons ne frappent pas l'oculaire car ils sont arrêtés par la monture. Ainsi, la monture de l'oculaire délimite la zone de l'espace objet qui peut donner une image par la lunette : c'est le diaphragme de champ.

- /2 [13] L'aberration chromatique d'une lentille provient du fait que l'indice optique du milieu la constituant dépend de la longueur d'onde de la radiation lumineuse considérée.

Le milieu constituant la lentille est un milieu dispersif.

# P1 Étude de pierres précieuses

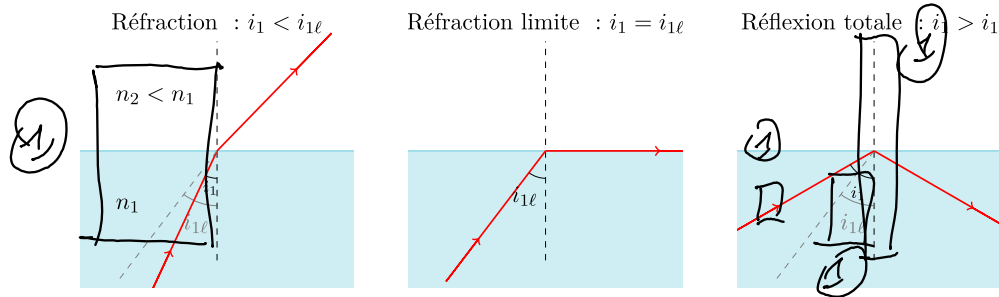
D'après CCP 2007 PC

## A Réfractomètre à réflexion interne totale

- /8 [1] Comme  $n_2 < n_1$ , le rayon réfracté est plus éloigné de la normale au point d'incidence que le rayon incident. De ce fait, au delà d'un angle d'incidence  $i_{1\ell}$ , le rayon réfracté n'existe plus : il y a réflexion totale. Pour déterminer  $i_{1\ell}$ , on se place dans la situation où la réfraction est rasante et on utilise la loi de la réfraction de SNELL-DESCARTES :

$$n_1 \sin(i_{1\ell}) = n_2 \sin(\pi/2) \quad \text{soit} \quad i_{1\ell} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Ainsi, pour  $i > i_{1\ell}$  le rayon est totalement réfléchi.



- /2 [2] Le spectre de la lumière blanche est « étalé » par le verre : on met en évidence le fait que le verre est un milieu dispersif.

- /4 [3] La zone 1 est éclairée par les rayons d'angle d'incidence inférieur à l'angle d'incidence limite de réflexion totale. Une partie de l'énergie de ces rayons a donc été perdue par réfraction dans la gemme avant d'arriver jusqu'à la zone graduée. La zone 2 est éclairée par des rayons qui ont subi une réflexion totale sur la gemme : aucune énergie lumineuse n'a été perdue dans la gemme.

La zone 1 est donc la zone sombre et la zone 2 est la zone claire.

- /1 [4] L'angle d'incidence qui marque la limite entre les deux zones est l'angle limite de réfraction. On utilise donc le résultat de la question 1 avec  $n_1 = n_v = 1,96$  et  $n_2 = n_g = 1,55$  :

$$i_{\ell} = 52,3^\circ$$

- /3 [5] Pour la moissanite,  $n_g > n_v$  il n'y a donc plus de réflexion totale possible sur la face inférieure de la gemme : il y a toujours réfraction et réflexion en même temps. Ainsi, il n'existe plus de zone nettement plus sombre : le réfractomètre ne peut pas être utilisé pour la moissanite.

## B Identification qualitative de pierres précieuses

- /2 [6] La moissanite a une masse volumique plus faible que celle du liquide contrairement aux deux autres : elle va donc être la seule à flotter. Ceci permet d'identifier immédiatement la moissanite.

- /6 [7] On obtient les Figures ?? proposées en annexe en se rappelant qu'en entrant dans un milieu plus réfringent que le milieu incident, les rayons se rapprochent de la normale (et inversement si le milieu est moins réfringent).

- /3 [8] On constate que, dans le cas  $n_g > n_{liq}$ , la lumière se concentre sous les arêtes (zones de forte intensité) et s'éloigne des bords (zones de faible intensité). Dans le cas  $n_g < n_{liq}$ , la lumière s'éloigne des arêtes (zones de faible intensité) mais reste sous les bords (zones de forte intensité).

On en déduit que la pierre numéro 1 correspond au cas où  $n_g < n_{liq}$  : c'est donc le verre flint ( $1,64 < 1,75$ ).

Inversement la pierre numéro 2 correspond au cas où  $n_g > n_{liq}$  : c'est donc le zircon ( $1,95 > 1,75$ ).

**/32 P2 Image au fond d'un gobelet**

D'après CCP 2012 PC

**A Visibilité d'un objet situé dans le plan focal objet**

/3 1 Dans l'approximation de GAUSS, on ne considère que les rayons paraxiaux, c'est-à-dire les rayons proches de l'axe optique et faiblement inclinés par rapport à l'axe optique.

/2 2 Voir annexe, Figure 1.4a.

/2 3 Voir annexe, Figure 1.4b.

/4 4 Soient H' et H les points tels que SOH' et SOH soient rectangles en O, avec H' au-dessus de H (voir annexe). Dans les triangles SEE' et SHH', on peut appliquer le théorème de THALÈS :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{HH'}}{\overline{E'E}} &= \frac{\overline{SO}}{\overline{SF}} \\ \Leftrightarrow \overline{E'E} &= \frac{\overline{SF} \overline{HH'}}{\overline{SO}} \\ \Leftrightarrow \overline{EE'} &= \frac{\overline{SF} (\overline{DD'} + \overline{PP'})}{\overline{SO}} \end{aligned}$$

On isole  $\overline{E'E}$

$$\overline{HH'} = \overline{DD'} + \overline{PP'} \text{ et } \overline{EE'} = -\overline{E'E}$$

A.N. :  $\overline{EE'} = 1,6 \text{ mm}$  avec

$$\begin{cases} \overline{SF} = -12 \text{ mm} \\ \overline{DD'} = 20 \text{ mm} \\ \overline{PP'} = 6 \text{ mm} \\ \overline{SO} = 200 \text{ mm} \end{cases}$$

On en déduit

$$\tau_1 = 6 \times 10^{-3}$$

**B Visibilité d'un objet situé entre le plan focal et la lentille**

/7 5 On note A<sub>2</sub>, l'image de A à travers la lentille. D'après la relation de conjugaison de DESCARTES

$$\frac{1}{\overline{SA_2}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \overline{SA_2} = \frac{f' \overline{SA}}{f' + \overline{SA}} = -18 \text{ mm}$$

$\overline{SA_2} < 0$ , donc l'image est virtuelle, ce qui est normal car l'objet est dans la « zone loupe » de la lentille convergente, c'est-à-dire entre le foyer objet principal objet et la lentille. D'après la relation du grandissement de DESCARTES,

$$\gamma = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA}} = 1,5$$

On en déduit

$$\overline{B_2 B'_2} = \gamma \overline{BB'} = 30 \text{ mm}$$

/3 6 Sur la Figure 1.4c, on a bien  $\overline{SA_2} = -18 \text{ mm}$ . L'image est virtuelle et est 1,5 fois plus grande.

/5 7 La distance entre l'œil et le plan image B<sub>2</sub>B'<sub>2</sub> est  $\overline{A_2 O} = 218 \text{ mm}$ .

Soient C et C' les points extrêmes de l'image B<sub>2</sub>B'<sub>2</sub> visible depuis O. Les triangles ODD' et OCC' sont semblables, donc d'après THALÈS :

$$\overline{CC'} = \frac{\overline{A_2 O}}{\overline{SO}} \times \overline{DD'} = 21,8 \text{ mm}$$

On constate que  $\overline{CC'} < \overline{B_2 B'_2}$ , donc on ne voit qu'une partie de l'image.

On en déduit

$$\tau_2 = \left( \frac{\overline{CC'}}{\overline{B_2 B'_2}} \right)^2 = 0,53$$



### Distance focale de lentilles minces accolées

- /2 [8] Par identification avec la relation de conjugaison de DESCARTES en posant  $S$  le centre optique de la lentille,

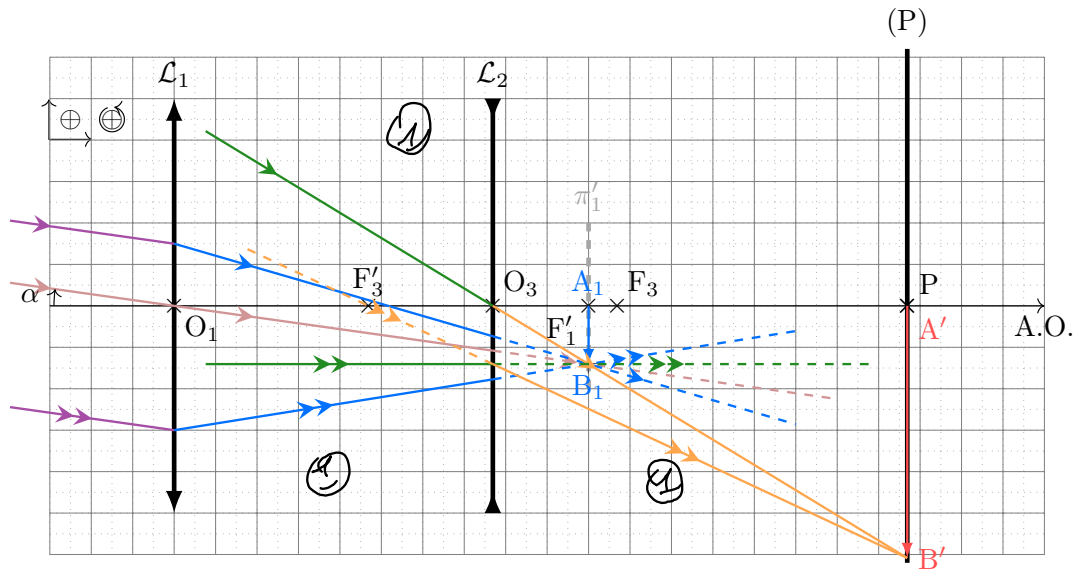
$$f'_1 = \frac{n_1 \overline{CS}}{n_2 - n_1} = \underline{12 \text{ mm}}$$

- /2 [9] De même

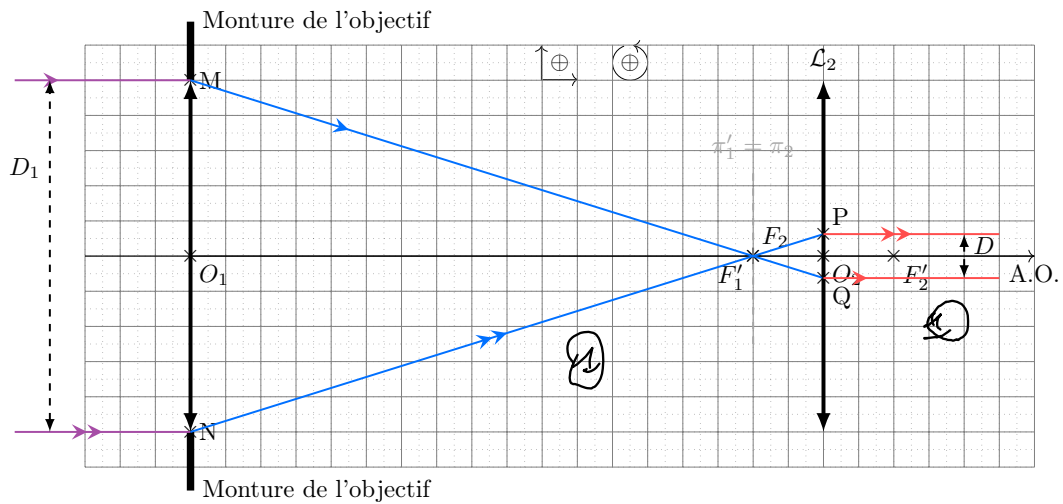
$$f'_2 = \frac{n_1 \overline{CS}}{n_2 - n_3} = \underline{35 \text{ mm}}$$

- /2 [10] Dans ce qui précède, sans liquide, il n'y a que 0,6% de la surface de l'image  $B_2B'_2$  visible, tandis qu'avec le liquide il y en a 53%. Donc l'image devient visible.

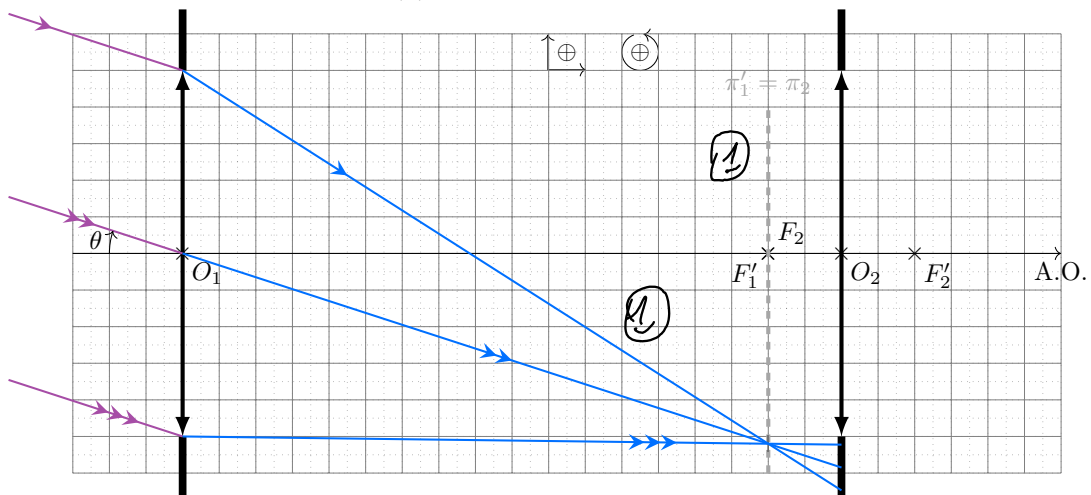
## Annexe : exercice 2



(a) Téléobjectif



(b) Rayons de l'infini parallèles

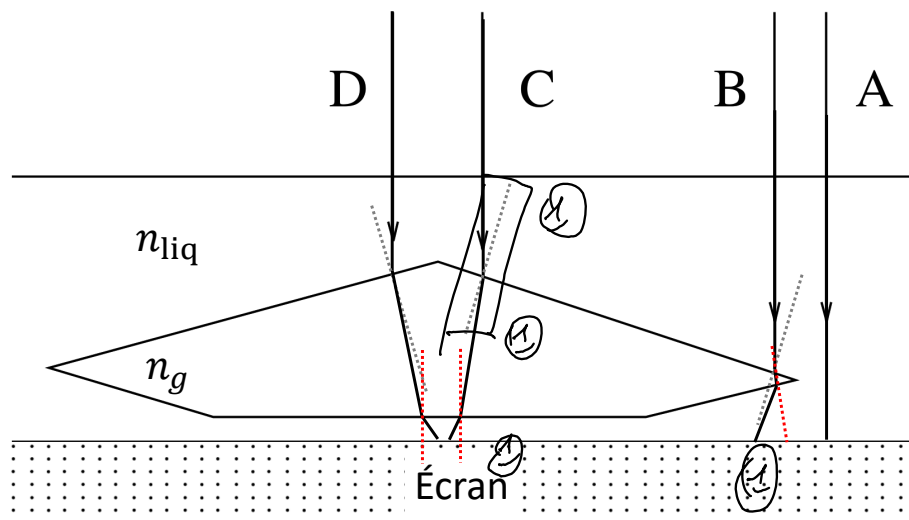


(c) Rayons de l'infini avec un angle

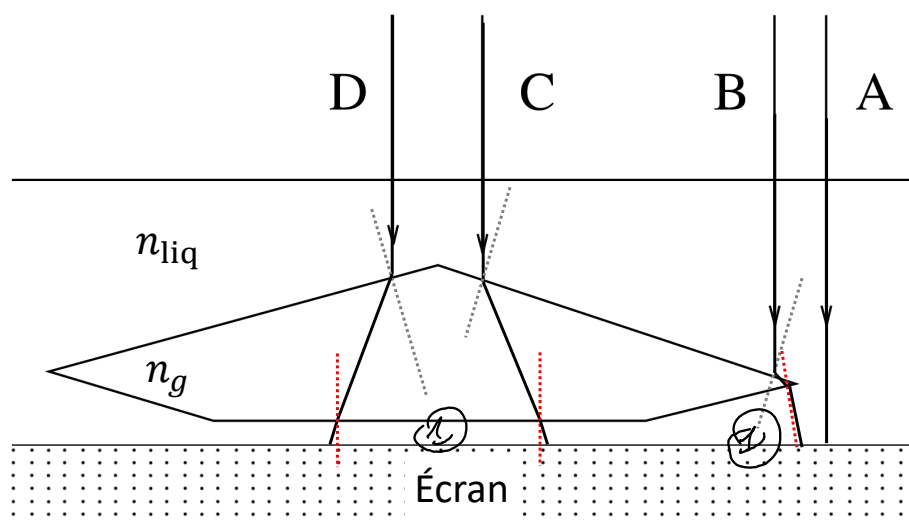
FIGURE 1.2



# Annexe : problème 1



(a) Cas où  $n_g > n_{liq}$



(b) Cas où  $n_g < n_{liq}$

FIGURE 1.3

16

Annexe : problème 2
---------------------



(a) Annexe question 2



(b) Annexe question 6



(c) Annexe question 9

FIGURE 1.4