

Devoir maison 5: Détente d'un gaz parfait

19. $A = \frac{18}{36}$

Parque de détails, et de grosses confusions sur les natures des transformations.

I - Préliminaires

2/2 1) L'équation d'état du gaz parfait est: $PV = nRT$

- $\left\{ \begin{array}{l} P \text{ en Pa} \\ V \text{ en m}^3 \\ n \text{ en mol} \\ R \text{ en J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1} \\ T \text{ en K} \end{array} \right.$

2,5/3 2) Sachant la formule de la question 1) et en considérant la formule de l'enthalpie: $H = U + PV$

On fait: $H = U + PV \Leftrightarrow H = U + nRT \Leftrightarrow \frac{\partial H}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} + nR$ On $C_p = \frac{\partial H}{\partial T}$ et $C_v = \frac{\partial U}{\partial T}$

$\Leftrightarrow C_p = C_v + nR$

$\Leftrightarrow C_p - C_v = nR$ et on obtient la relation de Mayer (1)

On prend $\left\{ \begin{array}{l} C_p - C_v = nR \\ C_p = \gamma C_v \end{array} \right. \Leftrightarrow \gamma C_v - C_v = nR$ ou $C_p - C_v = nR \Leftrightarrow C_v(\gamma - 1) = nR$

$\Leftrightarrow C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ 0,5 $\Leftrightarrow C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$

$C_{v,m}?$ $C_{p,m}?$

4/4 3) Premier principe: $\Delta(U + E_m) = W + Q$

- $\left\{ \begin{array}{l} U \text{ est l'énergie interne en J} \\ E_m \text{ est l'énergie mécanique en J} \\ W \text{ est le travail en J} \\ Q \text{ est la quantité d'énergie thermique reçue en J} \end{array} \right.$

Second principe: Soit S une fonction d'état appelée entropie, extensive et non conservative d'unité $J.K^{-1}$

alors: $\Delta S = S_{\text{échangée}} + S_{\text{créée}}$ avec: $S_{\text{échangée}} = \frac{Q}{T_c}$ (T_c la température d'un thermostat en K)

$S_{\text{créée}} \left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ si la transformation est irréversible} \\ = 0 \text{ sinon} \end{array} \right.$

II - Détente isotherme

2/4 4) D'après l'équation du gaz parfait: $P_1 V_1 = nRT_1 = P_i V_i \Leftrightarrow P_1 V_1 = P_i V_i \Leftrightarrow P_i = \frac{P_1 V_1}{V_i} = \frac{P_1 V_1}{2V_1}$

$$\Leftrightarrow P_i = \frac{P_1}{2} \quad \textcircled{2}$$

mécaniq. réversible

3/5

5) On a une transformation quasi-statique (~~car réversible~~) et isotherme pour un gaz parfait, on a: $T_1 = T_2 = T_{\text{ext}} = T$ ① = id

D'après la question 1): $P_1 V_1 = nRT_1 \Leftrightarrow P_1 = \frac{nRT_1}{V_1}$

Sachant la formule du travail pour une transformation quasi-statique: $W = - \int_{V_1}^{V_2} P_i dV$

$P_{\text{ext}} = P$ car mécaniq. réversible

$P = \frac{nRT_1}{V}$ car isotherme.

$$\Leftrightarrow W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} dV$$

$$\Leftrightarrow W = -nRT_1 (\ln(V_2) - \ln(V_1))$$

$$\Leftrightarrow W = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\Leftrightarrow W = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{2V_1}\right)$$

$$\Leftrightarrow W = nRT_1 \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow W = -0,7 nRT_1$$

C'est logique de trouver un travail négatif car cette transformation est une détente

①

1/4

6) $\Delta U_1 = 0$ car cette transformation est isotherme.

Dans ce cas: $Q_1 = -W_1 = nRT_1 \ln(2)$!

0,5/1

7) $S_{1, \text{ech}} = \frac{Q_1}{T_1}$ avec $\begin{cases} Q_1 = nRT_1 \\ T_1 \text{ est la température de l'extérieur, considéré comme thermostat} \end{cases}$

donc: $S_{1, \text{ech}} = \frac{nRT_1}{T_1}$

$$\Leftrightarrow S_{1, \text{ech}} = nR$$

1/4

8) On est ici face à une transformation réversible, donc aucune énergie n'est créée.

Dans ce cas: $S_{1, \text{cr}} = 0$

III - Détente de Joule (Gay-Lussac)

$\Delta U = W + Q$; si $Q=0$, $W \neq 0$, $\Delta U \neq 0$

2/4

9) Le système ne permet pas les échanges thermiques donc $Q=0$. On peut en déduire que $T_{\text{ext}} = \text{constante}$ donc $T_2 = T_1$

Il y a un mouvement dans le système (la séparation est enlevée), mais elle est dite sans travail dans l'énoncé, donc $W_2 = 0$

D'après le premier principe de la thermodynamique, $\Delta U_2 = W_2 + Q_2 = 0$ ①

Avec la formule du gaz parfait, on sait que: $P_2 V_2 = nRT_2 = P_1 V_1$

Or le système étant fermé, la température et le volume sont constants. Donc: $P = \text{constante}$ et $P_2 = P_1$

Non

Non !

0/1

10) On a une transformation quasi-statique (~~réversible~~) et adiabatique ($Q=0$) d'un gaz parfait.

Dans ce cas:

$PV^\gamma = \text{constante} \Leftrightarrow \Delta S_2 = 0$

ou

4/4 11) On a un système isolé, donc $Q_2=0$. D'après la formule utilisée dans la question 7), $S_{2,ex}=0$.

0/2 12) On a trouvé que $S_{2,ex}=0$. Or d'après le second principe de thermodynamique: $\Delta S = S_{2,ex} + S_{2,r}$

Donc $\Delta S = S_{2,r} = 0$. C'est logique étant donné qu'on a une transformation réversible.