

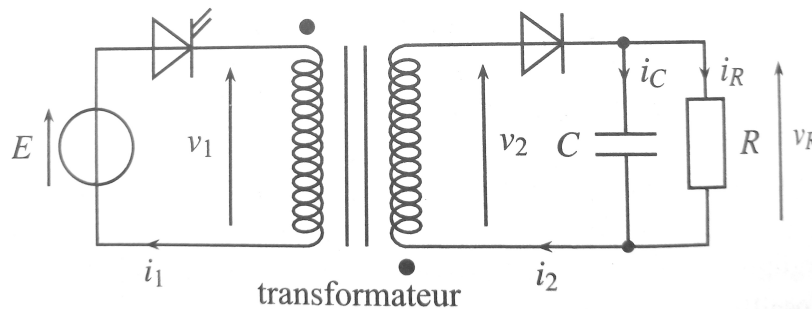
Sujet 1 – corrigé

I Alimentation type Flyback

Le transformateur est un tore sur lequel sont bobinés deux enroulements comprenant n_1 et n_2 spires. Le tore a une longueur moyenne l , une section droite S . On néglige la résistance ohmique des circuits et on considère le matériau ferromagnétique sans perte, linéaire, de perméabilité μ .

On note Φ le flux du champ magnétique à travers une section droite du transformateur et on considère qu'il n'y a aucune fuite de flux.

Le transistor est fermé sur $[0, \alpha T]$ et ouvert sur $[\alpha T, T]$.



- 1) A quelle(s) condition(s) le transformateur est-il sans perte ?

Réponse

sans perte si le milieu ferromagnétique reste très doux (pas de pertes par hystérésis) et feuilleté ou isolant (pas de perte par courant de Foucault). On néglige de plus les pertes cuivres.



- 2) L_1 et L_2 sont les inductances propres des enroulements primaires et secondaires. Exprimer le rapport L_2/L_1 en fonction de n_2 et n_1 , dans le cas d'un transformateur constitué d'un matériaux doux, non saturé.

Réponse

Pour le primaire, on a le flux $\phi_1 = n_1 \phi = L_1 i_1 + M i_2$ avec ϕ le flux pour une maille. De même, on a pour le secondaire le flux $\phi_2 = n_2 \phi = L_2 i_2 + M i_1$. On en déduit que

$$\frac{L_1 i_1 + M i_2}{n_1} = \frac{L_2 i_2 + M i_1}{n_2}$$

De plus, pour un transformateur idéal, on a aussi $i_2/i_1 = n_1/n_2$. On obtient alors en combinant ces résultats :

$$\frac{L_1 + M n_1/n_2}{n_1} = \frac{L_2 n_1/n_2 + M}{n_2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$$



- 3) Quel nom porte le montage constitué de la diode, et du dipôle RC ? A quelle(s) condition(s) sur C la tension v_R est elle constante ? Cette condition est réalisée dans toute la suite : $v_R = cste > 0$

Réponse

On observe un circuit détecteur de crête. Ce dernier donnera une tension constante si sont temps caractéristique (temps de decharge ici) est très grand par rapport à la période du signal. On en déduit

$$RC \gg T \Rightarrow C \gg \frac{T}{R}$$



Pour les questions suivantes, on se place sur $[0, \alpha T]$

- 4) Exprimez v_2 en fonction de E , n_1 et n_2 .

Réponse

On a $v_1 = E$ puis $v_2 = -\frac{n_2}{n_1}E$ (le signe $-$ vient de l'orientation du secondaire).



- 5) Montrez que la diode est ouverte.

Réponse

D'après la loi des mailles, on a $u_d = v_2 - v_R < 0$. La diode est donc bloquante (ouverte).



- 6) Exprimez $i_1(t)$ en fonction de E et L_1 . On notera i_{10} sa valeur en $t = 0$. Que vaut sa valeur $i_{1\alpha}$ en $t = \alpha T$?

Réponse

On a du côté du primaire $v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$ soit $i_1 = \frac{E}{L_1}t + i_{10}$. On obtient ensuite $i_{1\alpha} = \frac{E}{L_1}\alpha T + i_{10}$.

On a dans le cas général $v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$ mais ici, on a $i_2 = 0$



Pour les deux questions suivantes, on se place sur $[\alpha T, T]$

- 7) Pourquoi la somme $n_1 i_1 + n_2 i_2$ est elle continue ? En déduire qu'il apparaît un courant i_2 dans l'enroulement secondaire en $t = \alpha T$. Quel est l'état de la diode juste après αT ? Exprimez sa valeur en $t = \alpha T$, $i_{2\alpha}$, en fonction de n_1 , n_2 et $i_{1\alpha}$.

Réponse

L'énergie EM doit varier continûment dans le temps donc il en va de même pour B puis pour H donc pour $n_1 i_1(\alpha T^-) = n_2 i_2(\alpha T^+)$. Donc en $t = \alpha T$, on a $i_1(\alpha T^+) = 0$ (basculement de la diode commandée) donc i_2 devenir non nul pour compenser. On en déduit $i_{2\alpha} = \frac{n_1}{n_2} i_{1\alpha}$. Le courant étant positif, on en déduit que la diode devient passante.



- 8) Calculez $i_2(t)$ en fonction de v_R , L_2 et $i_{2\alpha}$.

Réponse

On a d'après la loi des mailles $v_2 = v_R = -L_2 \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_2(t) = -\frac{v_R}{L_2}(t - \alpha T) + i_{2\alpha}$



- 9) Exprimez v_R en fonction de E , $m = n_2/n_1$ et α .

Réponse

On réutilise la continuité de $n_1 i_1 + n_2 i_2$ en $t = T$:

$$-\frac{v_R}{L_2}T(1 - \alpha)n_2 + i_{2\alpha}n_2 = n_1 i_{10} \quad (11.1)$$

$$\Rightarrow -\frac{v_R}{L_2}T(1 - \alpha)n_2 + \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{E}{L_1}\alpha T + i_{10} \right) n_2 = n_1 i_{10} \quad (11.2)$$

$$\Rightarrow \frac{E}{L_1}\alpha = \frac{v_R}{L_2}m(1 - \alpha) \quad (11.3)$$

$$\Rightarrow v_R = m \frac{\alpha}{1 - \alpha} E \quad (11.4)$$



10) Expliquez pourquoi on parle de convertisseur à accumulation.

Réponse

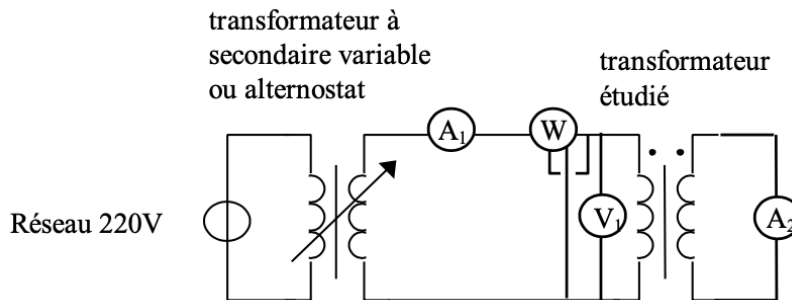
L'énergie est accumulée sous forme magnétique dans le transformateur lors de la première phase puis relâché dans le secondaire lors de la deuxième phase



Sujet 2 – corrigé

I Etude d'un transformateur en court-circuit

On réalise le montage suivant pour étudier les caractéristiques d'un transformateur :



L'ampèremètre A_1 mesure I_1 , la valeur efficace du courant au primaire, l'ampèremètre A_2 mesure I_2 , la valeur efficace du courant au secondaire, le voltmètre V_1 mesure U_1 , tension efficace d'entrée au primaire et le wattmètre W mesure P_1 , puissance consommée au primaire. Les mesures effectuées sont synthétisées dans le tableau suivant :

I_1 (A)	0,24	0,48	0,70	0,95	1,2
U_1 (V)	7,8	15	23	31	39
P_1 (W)	1,0	4,2	9,2	17	27
I_2 (A)	2,0	4,0	6,0	8,0	10

La mesure à l'ohmmètre des résistances des bobinages donne $R_1 = 1,5 \Omega$ (primaire) et $R_2 = 0,17 \Omega$ (secondaire). La résistance interne de l'ampèremètre A_2 est $R_A = 0,8 \Omega$.

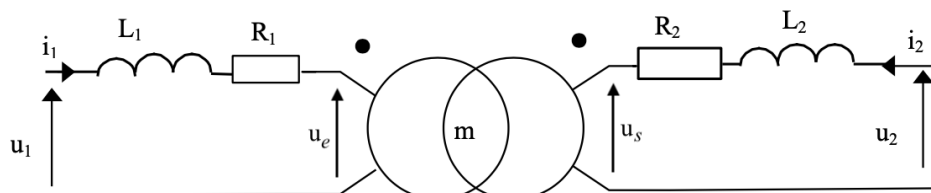
- 1) La plaque signalétique du transformateur donne une tension d'alimentation u_1 de 220 V pour une tension de sortie u_2 de 24 V et une intensité admissible au secondaire de 10 A. Peut-on alimenter directement le transformateur sous 220 V avec le montage proposé ?

Réponse

On observe que le courant au secondaire est une fonction croissante de la tension au primaire. Pour une tension au primaire de 39 V, on obtient déjà un courant de 10 A au secondaire. Il n'est donc pas possible de brancher directement le transformateur sous 220 V !



On modélise le transformateur réel étudié comme suit



- 2) Exprimer le rapport de de transformation m puis effectuer l'application numérique.

Réponse

On sait que $\underline{u}_s = m\underline{u}_e$ puis que $\underline{i}_2 = -(1/m)\underline{i}_1$ pour le transformateur idéal. On en déduit que

$$m = \left| \frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} \right| \approx 0,12$$

Remarque :

Bien que cela soit tentant, on ne peut pas écrire $m = u_2/u_1$ car ces tensions ne sont pas rigoureusement identiques à u_e et u_s .



- 3) Exprimer puis calculer l'inductance L_2 du secondaire. On rappelle pour cela que $L_2/L_1 = (N_2/N_1)^2 = m^2$.

Réponse

On commence par s'intéresser au circuit primaire. Les données fournies permettent d'identifier le facteur de puissance associé et donc le déphasage entre courant et tension au niveau du primaire. En effet, suivant les points de fonctionnement, on a

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \phi \Rightarrow \cos(\phi) = \frac{P_1}{U_1 I_1} \approx 0,58 \Rightarrow \phi \approx 0,95 \text{ rad}$$

en ayant effectué une moyenne sur les 4 séries de mesures.

De plus, lorsque le secondaire est fermé sur l'ampèremètre, on obtient en appliquant les lois des mailles des deux côtés en RSF :

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 &= Z_1 \underline{i}_1 + \underline{u}_e \\ \underline{u}_2 &= Z_2 \underline{i}_2 + \underline{u}_s \end{aligned}$$

avec $Z_1 = R_1 + jL_1\omega$ et $Z_2 = R_2 + jL_2\omega$.

On obtient alors en combinant les lois des mailles avec les relations constitutives du transformateur obtenues à la question précédente que

$$\underline{u}_1 = Z_1 \underline{i}_1 + \frac{1}{m} \underline{u}_s = Z_1 \underline{i}_1 + \frac{1}{m} (\underline{u}_2 - Z_2 \underline{i}_2)$$

Or on a $\underline{u}_2 = -R_A \underline{i}_2$ (convention générateur) d'où l'on déduit avec $\underline{i}_2 = -1/m \underline{i}_1$

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 &= Z_1 \underline{i}_1 + \frac{1}{m} (R_A + R_2 + jL_2\omega) \frac{\underline{i}_1}{m} \\ \Rightarrow \frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} &= R_1 + jL_1\omega + \frac{1}{m^2} (R_A + R_2 + jL_2\omega) \end{aligned}$$

De plus, on sait d'après le cours que $L_2 \propto N_2^2$ et $L_1 \propto N_1^2$ d'où l'on déduit que $L_2/L_1 = (N_2/N_1)^2 = m^2$. On en déduit que

$$\frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} = \frac{U_1}{I_1} e^{j\phi} = R_1 + \frac{1}{m^2} (R_A + R_2) + j \frac{1}{m^2} (2L_2\omega)$$

Et on obtient L_2 en prenant la partie imaginaire soit au final et en considérant une fréquence de 50 Hz pour la tension.

$$L_2 = \frac{1}{2\omega} \frac{U_1}{I_1} m^2 \sin(\phi) \approx 0,19 \text{ H}$$

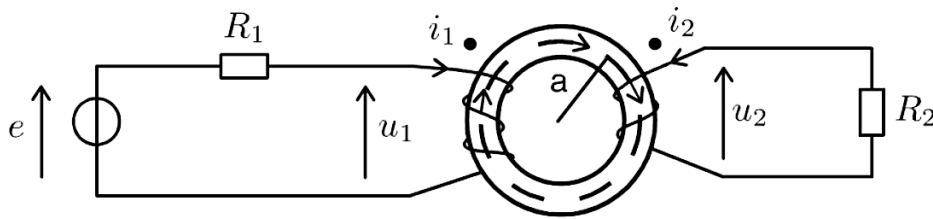
De même, on peut retrouver R_2 en prenant la partie réelle mais ce n'est pas demandé ici.



Sujet 3 – corrigé

I Transformateur torique

Sur un tore magnétique, on dispose deux enroulements. Le primaire est constitué de N_1 spires, et relié à un générateur de force électromotrice $e(t)$ par l'intermédiaire d'une résistance R_1 . Le secondaire comprend N_2 spires, il est branché sur une résistance R_2 . Les résistances des enroulements sont nulles. Le tore est constitué d'un matériau de perméabilité $\mu = \mu_0 \mu_r$ (μ_r très grand devant l'unité). Sa section est notée S . Son rayon a l'épaisseur du tore. On néglige les variations du champ magnétique à l'intérieur du tore, que l'on prend de la forme $\vec{B} = B \vec{e}_\theta$.



- 1) Déterminer le champ magnétique dans le tore. Définir les bornes homologues.

Réponse

L'application du théorème d'ampère généralisé (μ au lieu de μ_0 dans le milieu) donne sur un contour circulaire de rayon r inclu dans le tore, et en tenant compte de l'orientation des fils

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu N_1 i_1 + N_2 i_2 \Rightarrow B = \frac{\mu N_1 i_1 + N_2 i_2}{2\pi r}$$

De plus, on a $r \approx a$ dans le tore d'où au final

$$B = \frac{\mu}{2\pi a} (N_1 i_1 + N_2 i_2)$$

Finalement, les bornes homologues sont celles qui donnent un champ magnétique tournant dans le même sens pour des courants y entrant de même signes.



- 2) Établir les expressions des flux Φ_1 et Φ_2 , traversant respectivement le primaire et le secondaire.

Réponse

Le champ magnétique étant supposé uniforme le long de la section du tore, on en déduit que

$$\Phi_1 = N_1 S B \quad \text{et} \quad \Phi_2 = N_2 S B$$



- 3) Déterminer le coefficient de mutuelle inductance M existant entre les deux circuits, ainsi que leurs inductances propres respectives L_1 et L_2 , en fonction de $L_0 = \mu S / (2\pi a)$. Quelle relation existe-t-il entre M , L_1 et L_2 ?

Réponse

On a

$$\Phi_1 = N_1 S \frac{\mu}{2\pi a} N_1 i_1 + N_1 S \frac{\mu}{2\pi a} N_2 i_2 = N_1^2 L_0 i_1 + N_1 N_2 L_0 i_2 = L_1 i_1 + M i_2$$

d'où l'on déduit $L_1 = N_1^2 L_0$ et $M = N_1 N_2 L_0$. De même, l'étude du secondaire donne $L_2 = N_2^2 L_0$. On observe alors que $M^2 = (N_1 N_2)^2 L_0^2 = L_1 L_2$. Ce résultat traduit un couplage parfait entre le primaire et le secondaire et ne peut être obtenu que lorsque l'intégralité du champ magnétique créé par le primaire passe à travers le secondaire, et vice-versa ; ce qui est bien le cas ici car $\mu_r \gg 1$.



- 4) Etablir l'expression du rapport de transformation $m = u_2/u_1$ en fonction de N_1 et N_2 .

Réponse

On a d'après la loi de Faraday, $u_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 S \dot{B}$ (convention récepteur ici) et $u_2 = u_1 = \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 S \dot{B}$. On en déduit que

$$m = \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2 S \dot{B}}{N_1 S \dot{B}} = \frac{N_2}{N_1}$$



- 5) Montrer que pour un transformateur idéal, on a $i_2/i_1 = -1/m$. En déduire une nouvelle expression pour le champ magnétique B dans le tore. Ce résultat est-il gênant ?

Réponse

Un bilan de puissance réalisé sur le transformateur idéal (sans pertes) indique que la somme des puissances reçues est nulle d'où

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = 0 \Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$$

d'où le résultat. On en déduit ensuite que

$$\frac{\mu}{2\pi a} (N_1 i_1 + N_2 i_2) = \frac{\mu}{2\pi a} \left(N_1 i_1 - \frac{N_2}{m} i_1 \right) = \frac{\mu}{2\pi a} (N_1 i_1 - N_1 i_1) = 0$$

Le champ magnétique est nul dans un transformateur idéal. Ce résultat est gênant car dans ce cas, les flux sont nuls et il en va de même pour les tensions. En pratique, pour un transformateur réel, l'égalité obtenue sur les courant n'est plus vérifiée et le champ magnétique n'est plus rigoureusement nul.



Sujet 4 – corrigé

I Relèvement du facteur de puissance

Une installation industrielle comporte en parallèle deux machines assimilées à des impédances inductives qui consomment respectivement les puissances $P_1 = 2000 \text{ W}$ avec un facteur de puissance $\cos(\phi_1) = 0,6$ et $P_2 = 6000 \text{ W}$ avec un facteur de puissance $\cos(\phi_2) = 0,7$, en parallèle desquels sont branchés des lampes consommant au total une puissance $P_L = 2000 \text{ W}$. Les lampes sont assimilées à des résistances.

La tension aux bornes de l'installation est sinusoïdale de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$ et sa valeur efficace est 230 V .

- 1) Réalisez le schéma électrique correspondant à l'installation présentée.

Réponse

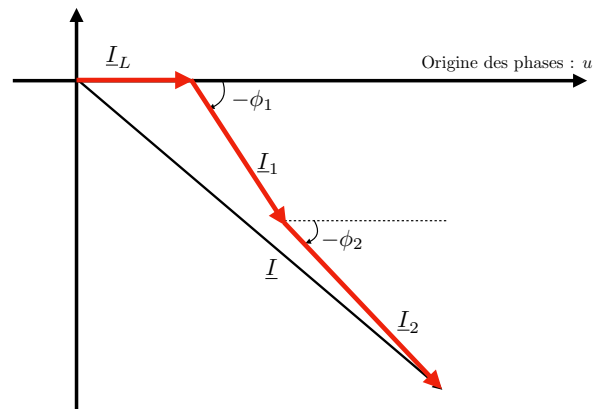
Tous les dipôles sont branchés en parallèle sur le secteur.



- 2) Exprimez le facteur de puissance et la valeur efficace du courant consommé par l'installation complète et commenter le résultat obtenu. A.N.

Réponse

Le courant total est égal à la somme des courants (attention, ce n'est pas vrai pour sa valeur efficace). Il convient alors d'utiliser une représentation de Fresnel. On en déduit :



$$I_{eff} = \sqrt{(I_{Leff} + \cos(\phi_1)I_{1eff} + \cos(\phi_2)I_{2eff})^2 + (\sin(\phi_1)I_{1eff} + \sin(\phi_2)I_{2eff})^2}$$

avec $I_{Leff} = P_L/u_{eff}$, $I_{1eff} = P_1/(u_{eff} \cos(\phi_1))$ et $I_{2eff} = P_2/(u_{eff} \cos(\phi_2))$ soit au final $I_{eff} = 40 \text{ A}$ puis $\cos(\phi) = P_{total}/(u_{eff}I_{eff}) = 0,76$



- 3) Proposez une solution qui permet de réduire les pertes en lignes, puis faire l'étude du nouveau dispositif et commentez.

Réponse

Il faut rajouter un condensateur en parallèle des autres dipôles (droite verticale en représentation de fresnel). On trouve ainsi :

$$C\omega u_{eff} = \sin(\phi_1)I_{1eff} + \sin(\phi_2)I_{2eff} \Rightarrow C = 0,36 \text{ mF}$$

