

TD entraînement : filtrage linéaire



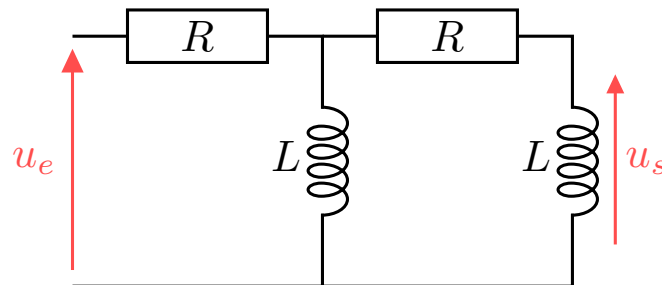
I Filtre ADSL

Un lutin malin semble avoir chourré votre filtre ADSL. Sale histoire. Heureusement, vous avez les connaissances pour en recréer un ! En sachant que les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties :

- ◇ les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences de 0 à 4 kHz ;
- ◇ les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

- 1) Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? Les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir ?

Vous réalisez le filtre ci-dessous.



- 2) Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement asymptotique en basses fréquences et en hautes fréquences. En déduire pour quels signaux il peut être utilisé.
- 3) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(x) = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

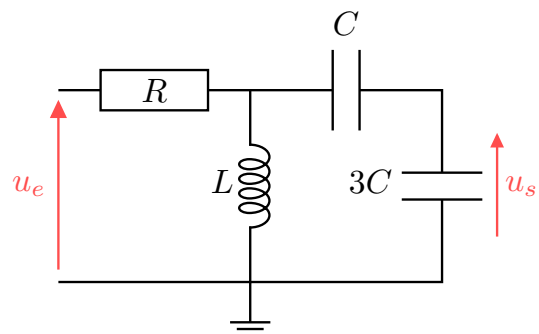
et exprimer ω_0 en fonction de R et L .

- 4) Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) de ce filtre, puis esquisser l'allure de la courbe réelle de gain en la justifiant.
- 5) Vous possédez des résistances de 100Ω . Quelle valeur d'inductance L choisir pour réaliser le filtre souhaité ?



II Filtre de COLPITTS

On considère le quadripôle suivant, où C est une capacité, R une résistance et L une inductance. Il est utilisé en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω , en sortie « ouverte » (rien n'est branché aux bornes de sortie).

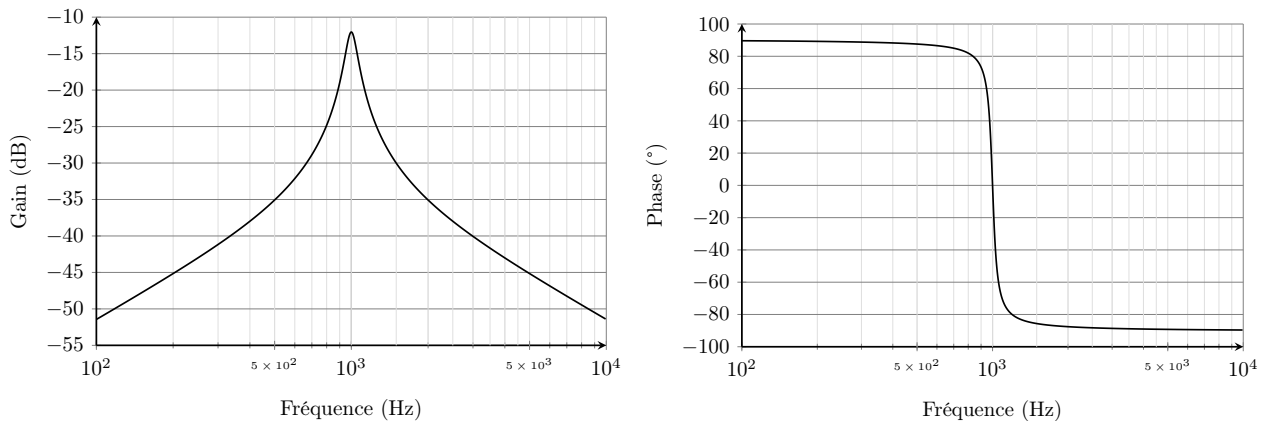


- 1) Étudier qualitativement le comportement de ce quadripôle en hautes et basses fréquences. De quel type de filtre s'agit-il ?
- 2) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ et la mettre sous l'une des formes équivalentes :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{j \frac{A}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q \omega_0}}$$

En introduisant des constantes A , ω_0 et Q dont on précisera les expressions en fonction de R , L et C .

Le diagramme de BODE de ce quadripôle pour $Q = 6$ est donné ci-dessous.



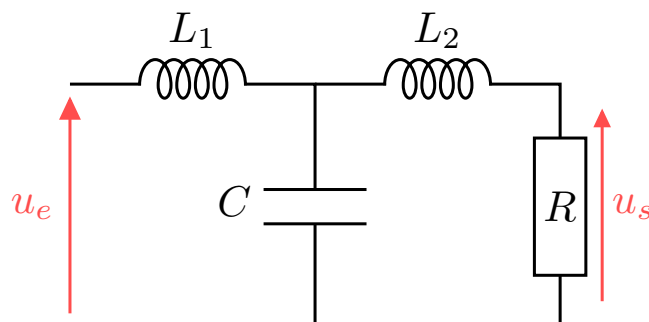
- 3) Justifier l'allure des parties rectilignes du diagramme. Dédurre du diagramme la valeur de la fréquence d'accord $f_0 = \omega_0/2\pi$ ainsi que des fréquences de coupure.

★ III Filtre de BUTTERWORTH d'ordre 3

On veut réaliser un filtre de BUTTERWORTH d'ordre 3, dont le module H de sa fonction de transfert harmonique en tension \underline{H} s'exprime :

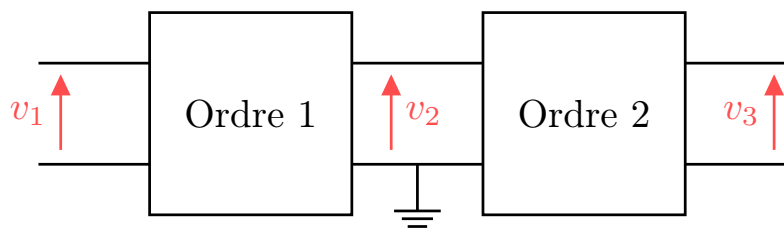
$$H = |\underline{H}| = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^6}} = \sqrt{\frac{1}{1 + x^6}} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

- 1) Montrer qu'une fonction de transfert $\underline{H} = \frac{1}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$ correspond bien à un filtre de BUTTERWORTH d'ordre 3.
- 2) Étudier et représenter le diagramme de BODE asymptotique en amplitude de cette fonction de transfert.
- 3) On considère le quadripôle ci-dessous :



Calculer en fonction de R et ω_0 , les valeurs de L_1 , L_2 et C pour que ce filtre soit un filtre de BUTTERWORTH d'ordre 3.

- 4) Justifier que l'on puisse réaliser le filtre de BUTTERWORTH d'ordre 3 en associant en cascade un filtre d'ordre 1 et un filtre d'ordre 2, comme sur le circuit suivant :



Préciser la valeur du facteur de qualité du filtre d'ordre 2.