

SUP MPSI3 03 mars 2023

DEVOIR SURVEILLÉ DE SCIENCES PHYSIQUES N°6 (3H00)

Tout moyen de communication est interdit
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.
Les calculatrices sont autorisées.

Le devoir est composé de trois exercices et d'un problème indépendants.

EXERCICE 1 : Structure de la matière.

EXERCICE 2 : Généralités sur une molécule de monoxyde de carbone.

EXERCICE 3 : Etude d'une descente de toboggan aquatique.

PROBLEME : Particule dans des champs \vec{E} et \vec{B} .

A l'intérieur des problèmes, certaines questions sont indépendantes.

L'étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.

L'ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l'étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu'une partie soit traitée dans sa continuité.

*Une attention particulière sera portée à la **qualité de la rédaction** (vocabulaire, orthographe...) et **à la présentation de la copie** (numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques...).*

*Et il est indispensable de **numéroter vos copies**.*

Les résultats numériques doivent être accompagnés d'une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Une minoration pouvant aller jusqu'à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.

Programme de révision de ce devoir :

Toute la mécanique du premier semestre (jusqu'à mécanique 4 compris) et toute la partie structure de la matière de SUP MPSI.

La classification périodique des éléments est fournie en annexe page 6.

EXERCICE 1 : Structure de la matière :

(≈ 32 pts)

Les deux parties sont totalement indépendantes.

I – Etude de l'élément sodium :

Dans la classification périodique des éléments, les indications fournies à propos du sodium sont $^{23}_{11}\text{Na}$.

Q1. Quelle est la composition de cet atome ?

A partir de la position du sodium dans la classification périodique, expliquer comment on obtient sa configuration électronique externe (ou de valence) ? Quel est alors son schéma de Lewis ?

A quelle famille appartient-il ? Donner au moins une propriété physique ou chimique de cette famille.

Q2. Quel est l'ion monoatomique formé par le sodium ? Justifier.

II - Etude structurale de l'oxygène et l'ozone :

Le numéro atomique de l'élément oxygène est $Z = 8$.

Q3. Donner la configuration électronique de valence de l'atome d'oxygène dans son état fondamental. Quel est son schéma de Lewis ?

L'oxygène existe sous trois isotopes stables de nombres de masse respectifs 16, 17 et 18.

Q4. Rappeler la définition du terme « isotope » et préciser la composition du noyau de chacun des isotopes de l'oxygène. Justifier que les propriétés chimiques de deux isotopes sont identiques.

Q5. La masse molaire moyenne de l'oxygène est $15,9994 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Sachant que l'abondance de l'isotope ^{17}O est de 0,037 %, déterminer les abondances des isotopes ^{16}O et ^{18}O de l'oxygène.

Dans la suite, dans tous les schémas de Lewis demandés, la règle de l'octet est satisfaite pour tous les atomes.

Q6. Donner le schéma de Lewis de la molécule de dioxygène O_2 .

L'ozone O_3 est une molécule polaire de moment dipolaire 0,533 D. Le caractère polaire de cette molécule se traduit, dans l'écriture de son modèle de Lewis, par la présence de charges positives et négatives respectivement liées à la présence de lacunes électroniques ou d'électrons non appariés sur au moins deux atomes de cette molécule.

Q7. Donner le schéma de Lewis de cette molécule si elle était cyclique. Serait-elle alors polaire ?

Q8. Proposer deux formules de Lewis équivalentes rendant compte des propriétés de la molécule d'ozone. Proposer une description de la géométrie de cette molécule. Préciser l'ordre de grandeur de l'angle. La dessiner.

Données :

Masse molaire de ^{16}O	$15,99491 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de ^{17}O	$16,99914 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de ^{18}O	$17,99916 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

EXERCICE 2 : Généralités sur une molécule de monoxyde de carbone : (≈ 60 pts)

Le monoxyde de carbone est un gaz incolore, inodore, insipide et non irritant, indétectable par les mammifères bien que particulièrement toxique.

Chez l'être humain, il est la cause de nombreuses intoxications domestiques, parfois mortelles. Son émanation, provenant d'une combustion incomplète de composés carbonés, est accentuée par une mauvaise alimentation en air frais et/ou une mauvaise évacuation des produits de combustion

Les deux parties sont totalement indépendantes.

I – Etude structurale :

La molécule de monoxyde de carbone CO est constituée d'un atome d'oxygène ($Z = 8$) et d'un atome de carbone ($Z = 6$).

Q1 - Donner la configuration électronique de valence de l'atome de carbone dans son état fondamental, ainsi que son schéma de Lewis. Expliquer pourquoi le carbone peut être tétravalent.

Q2 - Quels sont les deux isotopes du carbone les plus répandus sur Terre ? Ecrire leur représentation symbolique.

Q3 - Proposer une structure de Lewis possible pour la molécule de monoxyde de carbone, dans laquelle la règle de l'octet est satisfaite pour les deux atomes. On fera intervenir des charges partielles si nécessaire.

Q4 - Comment évolue l'électronégativité d'un élément au sein d'une période du tableau périodique ?

La formule de Lewis proposée par vos soins est-elle alors en accord avec les électronégativités du carbone et de l'oxygène ?

Q5 - En vous basant sur la formule de Lewis de la question Q3, représenter le moment dipolaire de CO, puis donner la formule littérale du module de ce moment dipolaire : on notera d la distance entre les atomes de carbone et d'oxygène et e la valeur absolue de la charge de l'électron. On précisera son unité en chimie.

Q6 – Lors de la dissolution du monoxyde de carbone dans l'eau, déterminer, en argumentant votre réponse, la nature physico-chimique des interactions intermoléculaires entre les molécules de soluté et celles du solvant.

II - Etude mécanique :

Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par respectivement deux masses ponctuelles m_1 pour l'atome de carbone et m_2 pour l'atome d'oxygène. On supposera que l'atome de carbone est fixe dans un référentiel galiléen, et que l'atome d'oxygène ne peut subir que des déplacements rectilignes le long d'un axe (Ox) avec $x > 0$. On néglige la gravitation.

L'énergie potentielle d'interaction des deux atomes peut alors être modélisée par l'équation empirique de Morse : $E_P(x) = E_0 [1 - e^{-\beta(x-x_0)}]^2$ où x est la distance entre les deux noyaux et où E_0 , β et x_0 des constantes positives telles que $\beta x_0 \gg 1$.

Q7 – Quelle est la dimension de β ?

Q8 – Etudier les positions d'équilibre du système et conclure quant à leur stabilité ; On montrera, en particulier, que $\left(\frac{d^2 E_P}{dx^2}\right)_{x_0} = 2E_0\beta^2$.

Q9 - Tracer l'allure du graphe $E_P(x)$ pour $x > 0$, en faisant bien apparaître E_0 et x_0 . On rappelle que $\beta x_0 \gg 1$.

Q10 – Discuter qualitativement de la nature du mouvement selon la valeur de l'énergie mécanique. On expliquera la démarche. Que représente physiquement E_0 ?

Q11 – Déterminer l'équation différentielle du mouvement de l'atome d'oxygène, pour des oscillations **de faible amplitude autour de la position d'équilibre**. On pourra poser $X = x - x_0$. En déduire la fréquence des petites oscillations en fonction de E_0 , β et m_2 .

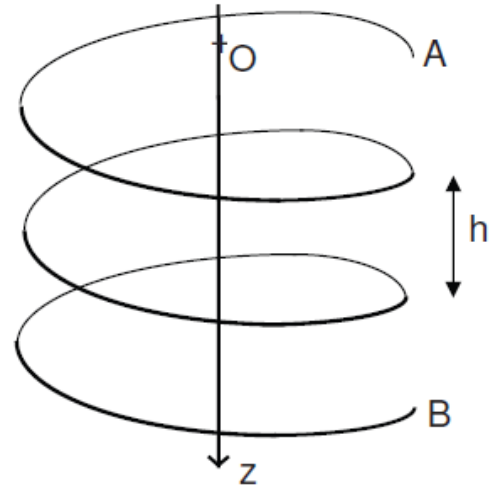
Q12 – Préciser le sens de la force associée à cette énergie potentielle en fonction de la valeur de x . On traitera deux cas.

EXERCICE 3 : Etude d'une descente de toboggan aquatique :

(≈ 35 pts)



*Nous sommes en été et un enfant dévale un toboggan aquatique
Cette partie s'intéresse à l'étude de ce mouvement.*



Le toboggan est représenté sur la figure ci-contre :

Pour l'étude du mouvement, on propose le modèle suivant :

- L'enfant de masse $m = 50$ kg est assimilé à un point matériel M.
- Le toboggan, de forme hélicoïdale, débute en A et se termine en B après 3 tours exactement ; il s'enroule sur un cylindre vertical de rayon $R = 5$ m.
- **On néglige tout frottement.**
- A chaque tour complet, l'enfant descend d'une hauteur h .

Le point M, initialement immobile en A, est repéré par ses coordonnées cylindriques $(r ; \theta ; z)$, z étant la cote du point M sur l'axe de symétrie de la trajectoire, choisi **vertical descendant**.

L'origine O de l'axe Oz est choisie à l'intersection de cet axe et du plan horizontal passant par A.

On donne l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

On note $(\vec{u}_r ; \vec{u}_\theta ; \vec{u}_z)$ la base locale orthonormée directe associée au système des coordonnées cylindriques.

Q1. Les équations de la trajectoire sont données par les relations : $r(\theta) = R$ et $z(\theta) = \gamma \theta$ où γ est une constante positive. Exprimer h en fonction de γ .

Q2. Exprimer le vecteur position et le vecteur vitesse du point M en fonction de R ; γ et θ et de la dérivée temporelle $\dot{\theta}$ si besoin et des vecteurs de la base cylindrique nécessaires.

Q3. Montrer que l'énergie mécanique de l'enfant peut se mettre sous la forme : $E_m = \frac{1}{2} A \dot{z}^2 - B z + cste$, où A et B sont des constantes à expliciter en fonction de m , g , γ et R .

Q4. Déterminer la vitesse v_S de l'enfant en sortie de toboggan en fonction de g et h .

Q5. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$ et en déduire la durée τ de la descente en fonction de A , B et h .

Q6. Si on prend en compte une force de frottement de norme constante F tangente au toboggan, exprimer l'énergie perdue par l'enfant au cours de la descente, en fonction de F , R et γ .

PROBLEME : Particule dans des champs \vec{E} et \vec{B} :

(≈ 77 pts)

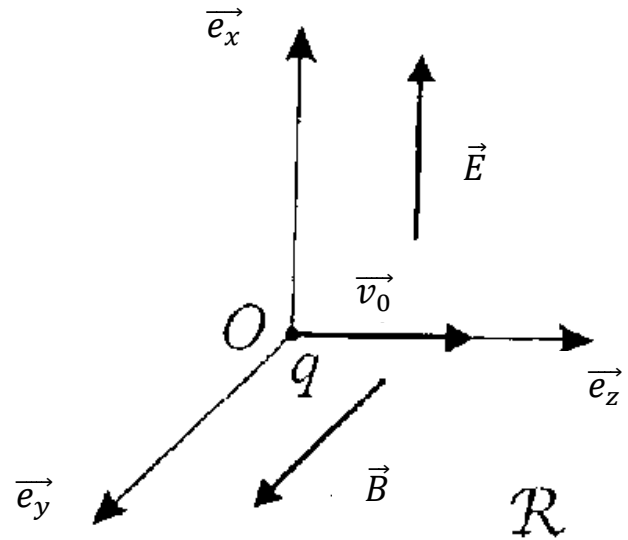
Les questions Q1, Q2 et Q3 sont largement indépendantes.

Un électron de charge $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C et de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, assimilé à un point matériel M , évolue dans le référentiel \mathcal{R} du laboratoire supposé galiléen et muni d'un repère cartésien : $(O; \vec{e}_x; \vec{e}_y; \vec{e}_z)$, sous l'action d'un champ électrique $\vec{E} = E \vec{e}_x$ et magnétique $\vec{B} = B \vec{e}_y$, tous deux uniformes et stationnaires.

On désigne par x, y et z les coordonnées cartésiennes de M dans la base cartésienne et par $\vec{v}_0 = V_0 \vec{e}_z$ la vitesse initiale de M telle que $V_0 = 500 \text{ km.s}^{-1}$ (cf figure ci-contre).

A $t = 0$, la particule est en O .

On place en $z_0 = 10 \text{ cm}$ un écran d'observation parallèle au plan $(O; \vec{e}_x; \vec{e}_y)$ destiné à intercepter M .



Q1. Dans le cas particulier où $B = 0$, et $E = 10 \text{ V.m}^{-1}$, déterminer l'abscisse x_e de M sur l'écran en fonction de q, E, m, z_0 et V_0 , puis la calculer (en cm).

Q2. Dans le cas particulier où $E = 0$, et $B = 10^{-5} \text{ T}$,

2.a - Montrer que la vitesse de la particule reste constante et égale à V_0 .

2.b - On pose $\omega = \frac{qB}{m}$. Ecrire les équations différentielles en x, y et z . Dans quel plan a lieu le mouvement ? Justifier.

2.c - Résoudre les équations couplées par la méthode intégration / substitution.

2.d - Cette trajectoire est un cercle de centre C et de rayon R_0 .

Exprimer R_0 et les coordonnées du centre C en fonction de V_0 et ω , puis calculer R_0 .

2.e - Faire un schéma de la trajectoire dans le plan (O, x, z) et positionner l'écran. En déduire l'expression de l'abscisse x_m de M sur l'écran, en fonction de R_0 et z_0 , puis la calculer.

Q3. On suppose que $E = 1 \text{ kV.m}^{-1}$. A quelle condition sur B , le mouvement de M est-il rectiligne et uniforme ? On exprimera B en fonction de E et V_0 , puis on le calculera.

Q4. On suppose E et B non nuls et on pose encore $\omega = \frac{qB}{m}$.

4.a - Montrer que l'équation différentielle d'évolution de l'abscisse x de M peut s'écrire sous la forme $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = a$ où a est une constante que l'on exprimera en fonction de q, E, m, B et V_0 .

4.b - On se place dans le cas particulier où $B = \frac{2E}{V_0}$. Exprimer alors $x(t)$ en fonction de E, B et ω .

Annexe : Classification périodique des éléments :

Lanthanides
6
Actinides
7