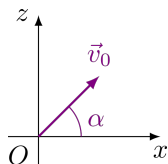


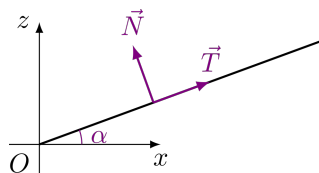
TD application : mouvements courbes

I Projection de vecteurs

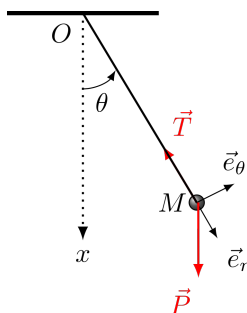
- 1) Exprimer \vec{v}_0 dans la base (\vec{u}_x, \vec{u}_z) en fonction de v_0 et α .



- 2) Exprimer \vec{N} et \vec{T} dans la base (\vec{u}_x, \vec{u}_z) en fonction de N , T et α .



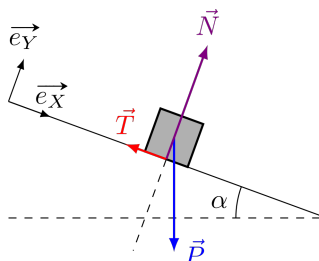
- 3) Exprimer \vec{P} et \vec{T} dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ en fonction de m , g , T et θ .



- 4) **Équilibre plan incliné** À l'équilibre des forces, on a

$$\vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

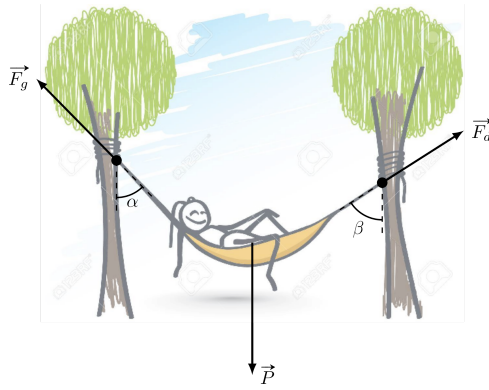
Projeter le poids dans la base inclinée et exprimer les normes de \vec{T} et \vec{N} en fonction de m , g et α .



- 5) **Équilibre hamac** À l'équilibre des forces, on a

$$\vec{F}_g + \vec{F}_d + \vec{P} = \vec{0}$$

Projeter les vecteurs \vec{F}_g et \vec{F}_d dans la base (\vec{u}_x, \vec{u}_y) avec \vec{u}_x parallèle au sol vers la droite et \vec{u}_y vertical ascendant. En déduire la norme littérale de ces deux vecteurs. On prend $m = 60 \text{ kg}$, $\alpha = 45^\circ$ et $\beta = 60^\circ$.



II Masse du Soleil

La Terre subit de la part du Soleil la force d'attraction gravitationnelle :

$$\vec{F}_g = -\mathcal{G} \frac{M_T M_S}{R^2} \vec{u}_r \quad \text{où} \quad \mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$$

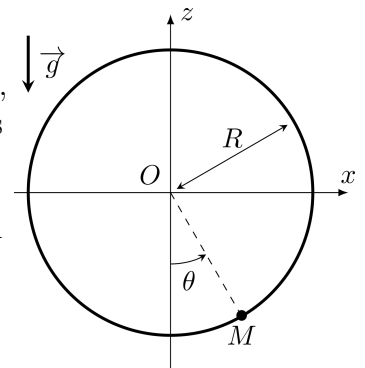
avec \vec{u}_r le vecteur unitaire allant du Soleil vers la Terre. La Terre tourne autour du Soleil en décrivant un cercle de rayon $R = 149,6 \times 10^6 \text{ km}$.

- 1) Déterminer la masse du Soleil.

III Oscillations d'un anneau sur un cerceau

Un cerceau de centre O et de rayon R est maintenu dans un plan vertical, et un anneau de masse m assimilé à un point matériel M peut glisser sans frottements le long de ce cerceau.

- 1) Qu'est-ce que l'hypothèse « sans frottements » implique pour la réaction du cerceau sur l'anneau ?



- 2) Écrire le PFD appliqué à l'anneau et le projeter dans une base adaptée.
- 3) En déduire l'équation différentielle régissant le mouvement.

On se place dans l'approximation des petits angles ($|\theta| < \theta_0 = 20^\circ$). Initialement, l'anneau est situé à la verticale en-dessous de O et il est lancé vers la droite, avec une vitesse initiale de norme v_0 .

- 4) En déduire l'équation horaire du mouvement.
- 5) À quelle condition sur v_0 l'approximation des petits angles est-elle vérifiée ?

IV Mouvement hélicoïdal

Un point matériel M a pour équations horaires en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} r(t) = R \\ \theta(t) = \omega t \\ z(t) = \alpha t \end{cases} \quad \text{avec} \quad (\alpha, \omega) \text{ des constantes}$$

- 1) Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans la base cylindrique.
- 2) Dessiner l'allure de la trajectoire.
- 3) Déterminer h le pas de l'hélice, c'est-à-dire la distance selon l'axe (Oz) dont sont séparés deux points successifs de la trajectoire correspondant à un même angle θ (modulo 2π).
- 4) Ce mouvement est-il uniforme ? À quelle condition est-il circulaire ?
- 5) Déterminer les coordonnées cartésiennes de ce mouvement.