MPSI3 – 29 septembre 2023 – Devoir surveillé 1

# Optique géométrique

## Tout moyen de communication est interdit
## Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs
## Les calculatrices sont *autorisées*

## Au programme

Toute l'optique géométrique de MPSI.

Le devoir est composé des parties *indépendantes* suivantes :

- **Exercice 1** : Étude de quelques lentilles minces
- **Exercice 2** : Instruments d'optiques à l'infini – deux parties indépendantes
- **Problème 1** : Étude de pierres précieuses
- **Problème 2** : Image au fond d'un gobelet

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. **Cependant**, le numéro complet de la question doit être indiqué, et **vous indiquerez si vous traitez la question d'un exercice sur une page complètement déconnectée**, sous peine de n'être ni vue ni corrigée.

Une attention particulière sera portée à la **qualité de rédaction**. Les hypothèses doivent être clairement énoncées, les propositions reliées entre elles par des connecteurs logiques, les lois et théorèmes énoncés, sans pour autant devenir une composition de français.

De plus, la **présentation** de la copie sera prise en compte. Outre la numérotation des questions, l'écriture, l'orthographe, les encadrements, la marge, le cadre laissé pour la note et le commentaire font partie des points à travailler. Il est notamment attendu que **les expressions littérales soient encadrées**, que **les calculs n'apparaissent pas** mais que le détail des grandeurs avec leurs unités soit indiqué, et **les applications numériques soulignées**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

**Malus**

- A : application numérique mal faite ;
- N : numéro de copie manquant ;
- P : prénom manquant ;
- E : manque d'encadrement des réponses ;
- M : marge non laissée ou trop grande ;
- V : confusion ou oubli de vecteurs ;
- Q : question mal ou non indiquée (même passées) ;
- C : copie grand carreaux ;
- U : mauvaise unité (flagrante) ;
- H : homogénéité non respectée ;
- S : chiffres significatifs non cohérents ;
- $\varphi$ : loi physique fondamentale brisée.

**Exemple application numérique**

$$\boxed{n = \frac{PV}{RT}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{Pa} \\ V = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \\ R = 8{,}314\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}} \\ T = 300\,\mathrm{K} \end{cases}$$

A.N. : $\underline{n = 5{,}6 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol}}$

$$\cancel{n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1}{8.32 \cdot 300} = 0.56}$$

/32

# E1 Étude de quelques lentilles minces

## A Lentille convergente de focale donnée

On considère une lentille convergente $\mathcal{L}$ de centre optique O et de distance focale $f' = 20\,\mathrm{cm}$. Elle est utilisée dans les conditions de Gauss sur un banc d'optique. Elle donne d'un objet A sur l'axe optique une image A′ sur l'axe optique.

Pour les trois questions suivantes :

- ◇ Faire un schéma à l'échelle ;
- ◇ Caractériser l'image (virtuelle ou réelle, droite ou renversée, agrandie, de même taille ou rétrécie) ;
- ◇ Déterminer par le calcul la position de l'image ;
- ◇ Calculer le grandissement .

1 On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique et placé à 40 cm de la lentille.

2 On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à 10 cm de la lentille.

3 On considère un objet virtuel AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à 20 cm de la lentille.

## B Lentille convergente quelconque

4 Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? Justifier.

5 L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? Justifier.

## C Lentille divergente quelconque

6 Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? Justifier.

7 L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? Justifier.

# /48 E2 Instruments d'optique à l'infini – Deux parties indépendantes –

## A Principe du téléobjectif

Dans un téléobjectif d'appareil photographique, une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ est associée à une lentille divergente $\mathcal{L}_3$ dans le but de photographier un objet AB lumineux situé à l'infini. Le point objet A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, et l'objet AB est orthogonal à l'axe. Le système est réglé pour que l'image finale $\overline{\mathrm{A'B'}}$ de $\overline{\mathrm{AB}}$ se forme sur un capteur (P) orthogonal à l'axe et repéré par la position du point P, intersection de l'axe avec la plaque (voir figure 1.8a) :

$$\mathrm{AB} \xrightarrow[\mathrm{O}_1]{\mathcal{L}_1} \overline{\mathrm{A_1B_1}} \xrightarrow[\mathrm{O}_3]{\mathcal{L}_3} \overline{\mathrm{A'B'}}$$

1 L'appareil est initialement déréglé et rendu afocal : l'image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ est renvoyé à l'infini. Déterminer, en fonction de $f_1'$ et $f_3'$ la distance $\overline{\mathrm{O_1O_3}}$.

2 Pour régler l'appareil afin que l'image définitive $\overline{\mathrm{A'B'}}$ se forme sur la plaque (P), faut-il écarter ou rapprocher les deux lentilles l'une de l'autre ?

3 Compléter la figure 1.8a en annexe, en traçant, lorsque l'appareil est réglé, la marche d'un faisceau lumineux incident, issu de B (situé à l'infini) et incliné d'un petit angle $\alpha$ par rapport à l'axe optique. Préciser, sur ce schéma, la position de l'image finale B′.

On choisit $f_1' = +10{,}0\,\mathrm{cm}$ ; $f_3' = -3{,}0\,\mathrm{cm}$ ; $\overline{\mathrm{O_3P}} = +10{,}0\,\mathrm{cm}$ ; $\alpha = -0{,}10\,\mathrm{rad}$.

4 Déterminer la position de la lentille $\mathcal{L}_3$ en calculant la distance $\overline{\mathrm{F_1'F_3}}$.

5 Calculer la taille $\overline{\mathrm{A'B'}}$ de l'image portée sur la plaque (P).

## B Principe de la lunette astronomique

La lunette astronomique est un système centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique $\mathrm{O}_1$, de distance focale $f_1'$ et de diamètre $D_1$. L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique $\mathrm{O}_2$, de distance focale $f_2'$ et de diamètre $D_2$.

L'objectif donne, d'un objet éloigné, une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

6 À quelle condition l'œil d'un-e observateurice, supposé sans défaut, n'accommode pas ? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire. Ce système optique possède-t-il des foyers ? Comment se nomme un tel système optique ?

7 Rappeler les conditions de Gauss. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle $\theta$ avec l'axe optique et émergeant sous un angle $\theta'$ dans les conditions de Gauss.

8 Déterminer l'expression du grossissement de la lunette en fonction de $f_1'$ et $f_2'$ et calculer ce grossissement si $f_1' = 1{,}0\,\mathrm{m}$ et $f_2' = 20\,\mathrm{mm}$.

On considère un faisceau lumineux issu d'un point objet $A$ à l'infini sur l'axe optique de la lunette (figure 1.8b).

9 Compléter la figure 1.8b en annexe et représenter le devenir d'un tel faisceau lumineux limité par la monture de lentille objectif (encore appelée diaphragme d'ouverture).

10 Exprimer le diamètre $D$ du faisceau de rayons issu de l'oculaire en fonction du grossissement $G$ de la lunette ainsi que du diamètre $D_1$ du diaphragme d'ouverture.

11 Après avoir calculé la valeur du diamètre $D$ du faisceau de rayons issu de l'oculaire, montrer que c'est le diaphragme d'ouverture, de diamètre $D_1$, qui limite et non l'oculaire de diamètre $D_2$. On donne $D_1 = 10\,\mathrm{cm}$ et $D_2 = 6{,}0\,\mathrm{mm}$.

On considère un objet ponctuel situé à l'infini en dehors de l'axe optique et dans la direction $\theta$ par rapport à ce dernier (figure 1.8c).

12 Compléter la figure 1.8c en annexe. On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette. Pouvez-vous justifier cette affirmation ?

13 L'objectif d'une lunette astronomique doit être capable de donner une image parfaite d'un point infiniment éloigné. Pour cela, il doit, notamment, être achromatique. D'où provient l'aberration chromatique d'une lentille ? Comment, en physique, qualifie-t-on ce type de milieu ?

# /30 P1 Étude de pierres précieuses

Une collectionneuse de gemmes possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un morceau de verre à fort indice (flint), ainsi qu'un flacon de iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques de ces quatre substances, ainsi que celles du quartz, sont résumées dans le tableau ci-dessous.

**Tableau 1.1** – Données

| Substance | $\rho(\mathrm{kg \cdot m^{-3}})$ | $n$ |
|---|---|---|
| Zircon | 4690 | 1,95 |
| Moissanite | 3210 | 2,70 |
| Verre flint | 3740 | 1,64 |
| Quartz | 2651 | 1,55 |
| Iodure de méthylène | 3330 | 1,75 |

Le zircon, la moissanite et le verre flint ont été mélangés, si bien que leur propriétaire doit à présent les identifier.

## A Réfractomètre à réflexion interne totale

Pour mesurer l'indice de réfraction d'une pierre précieuse bien polie, on peut utiliser en gemmologie un réfractomètre à réflexion totale interne (RTI).

1 On considère un milieu 1 d'indice $n_1$ et un milieu 2 d'indice $n_2$ moins réfringent. Déterminer à quelle condition sur l'angle d'incidence, le rayon subit une réflexion totale à l'interface entre les deux milieux. Une explication efficace en français est attendue. Un schéma doit préciser la position des angles et des rayons par rapport à l'interface.

Dans le cas du réfractomètre à RTI, les deux milieux utilisés sont un verre très dense optiquement ($n_v = 1{,}96$) et la pierre précieuse (gemme) d'indice $n_g$ inconnu. La gemme est placée sur le verre comme représenté sur la figure 1.1. Sur une échelle graduée située à l'intérieur du réfractomètre apparaissent deux zones : une zone claire et une zone sombre. Lors de la lecture du réfractomètre, l'utilisateur repère la frontière entre les deux zones et lit la valeur d'indice sur les graduations.

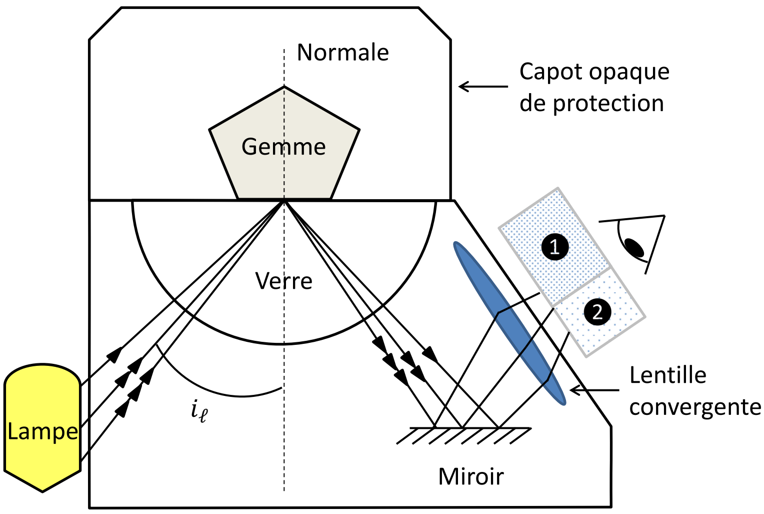



**Figure 1.1** – Schéma du réfractomètre à RTI

2 Le réfractomètre ne peut pas être utilisé en lumière blanche car un « arc-en-ciel » apparaît sur la zone graduée, rendant impossible toute lecture. Quelle propriété du verre dense est mise ici en évidence ?

3 Sur la figure 1.1, laquelle des zones 1 ou 2 est la zone claire ? La zone sombre ? Justifier soigneusement.

4 Quelle est la valeur de l'angle d'incidence qui marque la frontière zone claire / zone sombre pour le quartz ?

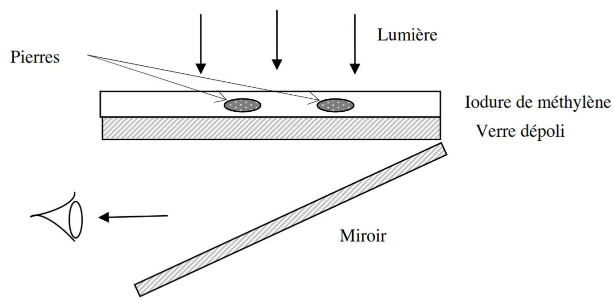
5 Le réfractomètre indique OTL (over the limit) pour une des 3 pierres précieuses du collectionneur. Laquelle et pourquoi ?

## B Identification qualitative de pierres précieuses

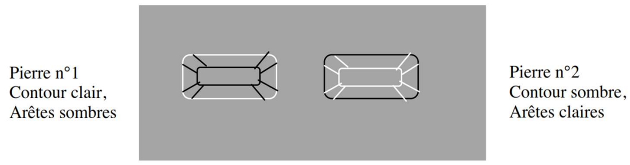
En l'absence de réfractomètre, la collectionneuse peut tout de même identifier les trois gemmes.

6 L'immersion des trois pierres dans le iodure de méthylène, permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ?

Les deux pierres restantes sont posées sur un morceau de verre dépoli, recouvertes de iodure de méthylène d'indice $n_{\text{liq}}$, puis éclairées depuis le haut. un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer le verre dépoli par en dessous, comme représenté sur la figure 1.2a. La pierre numéro 1 est entourée d'un contour brillant, et ses arêtes vives sont sombres. La pierre numéro 2 est entourée d'un contour sombre et ses arêtes paraissent brillantes (figure 1.2b).




**(a)** Dispositif expérimental




**(b)** Observations des gemmes

**FIGURE 1.2**

7 Sur la figure 1.9a de l'annexe, tracer l'allure du prolongement des rayons réfractés issus de A, B, C et D, jusqu'à l'écran, dans le cas où l'indice de réfraction de la gemme $n_g$ est supérieur à $n_{\text{liq}}$. Faire de même sur la figure 1.9b dans le cas où l'indice de réfraction $n_g$ est inférieur à $n_{\text{liq}}$. On ne tiendra pas compte des rayons réfléchis.

8 En déduire, dans les deux cas, les zones de plus forte et de plus faible intensité lumineuse sur l'écran. Identifier les pierres numéro 1 et numéro 2.

# /32 P2 Image au fond d'un gobelet

Il existe de petits gobelets amusants (figure 1.3 (a)) possédant la propriété suivante :

- en l'absence de liquide, le fond du gobelet est constitué d'une lentille sphérique qui ne laisse rien apparaître (figure 1.3 (b)) ;
- en présence de liquide, une image nette apparaît (figure 1.3 (c)).

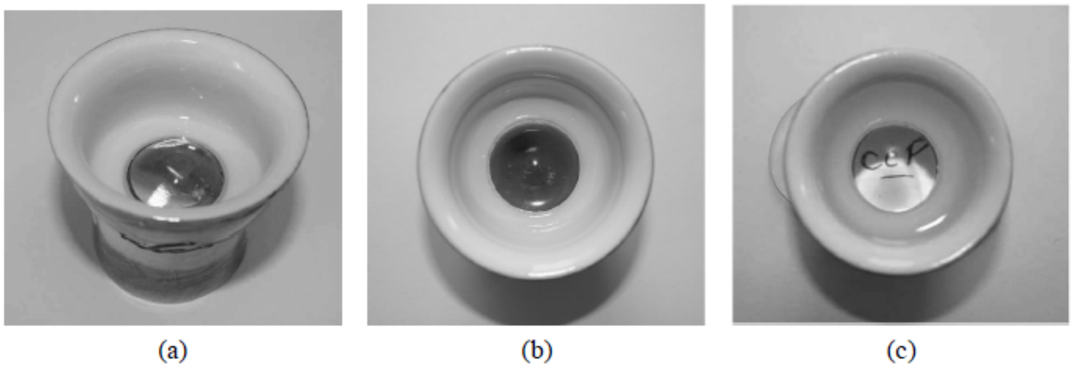



**FIGURE 1.3**

L'objet de ce problème est de proposer une modélisation simple de ce phénomène optique. Les conditions de l'optique de GAUSS seront supposées satisfaites tout au long du problème. Les figures ne sont pas à l'échelle. Les valeurs numériques considérées dans ce problème sont réalistes. L'approximation des lentilles minces n'est, en revanche, pas vraiment justifiée dans le contexte.

## A Visibilité d'un objet situé dans le plan focal objet

Sur un banc d'optique (figure 1.4) sont alignés un objet plan BB′, coupant l'axe optique en un point A et une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ située au point S. B et B′ sont symétriques l'un de l'autre par rapport à l'axe optique. La figure représente le foyer principal objet F, confondu avec A, ainsi que le foyer principal image F'. L'œil d'une observatrice est placé en un point O de l'axe optique.

La pupille de l'œil est représentée comme un disque centré en O, de diamètre PP′. Le bord de la lentille est un cercle, assimilable à un diaphragme DD′. Le diamètre de l'objet BB′ est identique à celui du diaphragme D$D'$.

Données : $\overline{\mathrm{SA}} = -12\,\mathrm{mm}, \overline{\mathrm{SO}} = 200\,\mathrm{mm}, \overline{\mathrm{BB'}} = \overline{\mathrm{DD'}} = 20\,\mathrm{mm}, \overline{\mathrm{PP'}} = 6\,\mathrm{mm}$

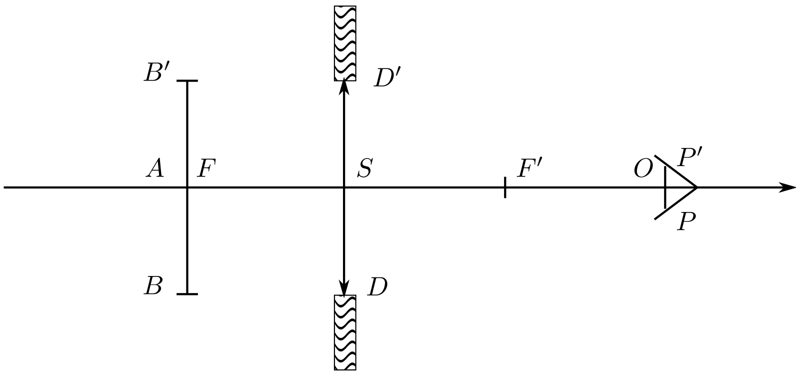



**FIGURE 1.4** – Montage de la lentille $\mathcal{L}_1$ (échelle non respectée).

1 Rappeler les hypothèses de l'approximation de GAUSS en optique géométrique.

2 Sur le document réponse 1.10a, construire graphiquement l'allure de deux rayons issus de B et traversant la lentille. Faire de même avec deux rayons issus de B′.

3 Lorsque l'objet est situé dans le plan focal objet de la lentille, l'image se forme à l'infini et seule une fraction minime des rayons issus de l'objet est captée par la pupille de l'œil PP′. Il s'agit d'estimer cette fraction.

Sur le document réponse 1.10b, tracer les rayons incidents correspondant aux rayons émergents DP′ et D′P. Placer les points objets E et E′, avec E en-dessous de l'axe optique.

4 À l'aide du schéma précédent, déduire l'expression de la distance $\overline{\mathrm{EE'}}$ en fonction des distances $\overline{\mathrm{SF}}$, $\overline{\mathrm{SO}}$, $\overline{\mathrm{DD'}}$ et $\overline{\mathrm{PP'}}$. Calculer numériquement $\overline{\mathrm{EE'}}$. Puis donner la fraction d'aire, définie par le rapport $\tau_1 = (\mathrm{EE'}/\mathrm{BB'})^2$, de l'objet visible par l'œil placé au point O.

## B Visibilité d'un objet situé entre le plan focal et la lentille

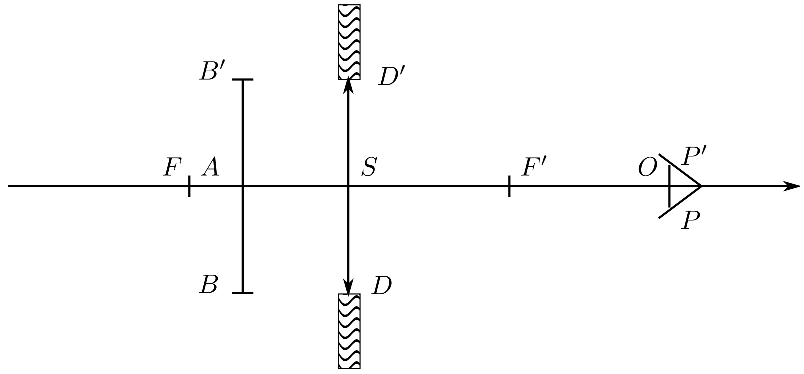



**Figure 1.5** – Montage de la lentille $\mathcal{L}_2$ (échelle non respectée).

La figure 1.5 représente un montage analogue à celui de la figure 1.4. La lentille $\mathcal{L}_1$ a été remplacée par une lentille $\mathcal{L}_2$ moins convergente. L'objet BB′ coupe l'axe en un point A distinct du foyer principal objet F. La distance $\overline{\mathrm{SA}}$ est encore égale à $-12\,\mathrm{mm}$, tandis que la distance focale $f' = \overline{\mathrm{SF'}}$ de la lentille $\mathcal{L}_2$ est désormais de 36 mm (figure 1.5).

5 Déterminer par le calcul la position de l'image $\mathrm{B_2B_2'}$ de l'objet BB′. Calculer le grandissement $\gamma = \overline{\mathrm{B_2B_2'}}/\overline{\mathrm{BB'}}$ et la taille de l'image $\mathrm{B_2B_2'}$. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?

6 Vérifier vos résultats en effectuant le tracé de rayons sur le document réponse 1.10c. Un carreau horizontal correspond à 9 mm, et un carreau vertical à 10 mm.

7 Calculer la distance entre l'œil et le plan image $\mathrm{B_2B_2'}$. En déduire que le diaphragme DD′ masque une partie de l'image $\mathrm{B_2B_2'}$ à l'observateur dont l'œil est situé en O.

Estimer, dans l'approximation où les points O, P et P′ sont confondus, la fraction surfacique $\tau_2$ de l'image $\mathrm{B_2B_2'}$ visible par l'œil de l'observateur situé en O.

## C Distance focale de lentilles minces accolées

Le modèle proposé pour décrire la situation représentée sur la figure 1.3 (b) (absence de liquide) est celui d'une lentille mince plan-convexe de rayon de courbure $R$ (figure 1.6 (a)). La lentille est constituée de verre d'indice $n_2$ entourée d'air d'indice $n_1$. Le modèle proposé pour décrire la situation représentée sur la figure 1.3 (c) (présence de liquide) est la succession d'un dioptre plan entre un milieu d'indice $n_1$ et d'indice $n_2$, d'un dioptre sphérique de rayon de courbure $R$ entre un milieu d'indice $n_2$ et un milieu d'indice $n_3$, puis d'un second dioptre plan entre le milieu d'indice $n_3$ et le milieu d'indice $n_1$ (figure 1.6 (b)).

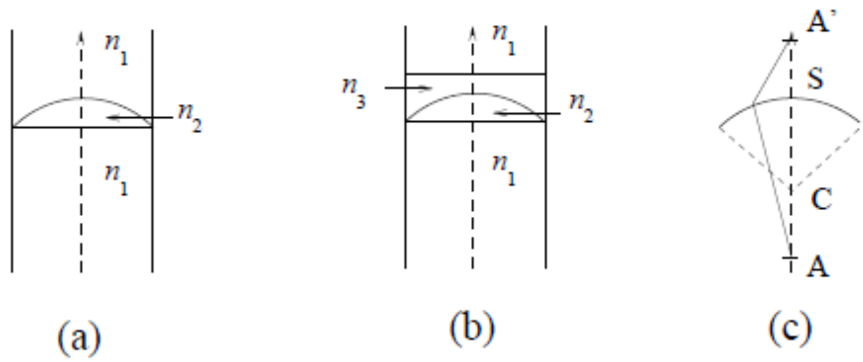



**Figure 1.6** – (a) : Gobelet sans liquide ; (b) Gobelet avec liquide

8 On donne la formule de conjugaison correspondant à la succession de dioptres représentés sur la figure 1.6 (a)

$$n_1\left(\frac{1}{\overline{\mathrm{SA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{SA}}}\right) = \frac{n_2 - n_1}{\overline{\mathrm{CS}}}$$

où $\overline{\mathrm{CS}}$ représente la distance algébrique entre le centre de courbure et le sommet du dioptre sphérique, représenté sur lafigure 1.6 (c).

Reconnaître la distance focale $f_1'$ de la lentille convexe dans l'expression ci-dessus et calculer sa valeur numérique.

Données : $n_1 = 1{,}00$, $n_2 = 1{,}50$ et $R = 6{,}0\,\mathrm{mm}$.

9 On donne la formule de conjugaison correspondant à la succession de dioptres représentés sur la figure 1.6 (b) :

$$n_1 \left( \frac{1}{\overline{\mathrm{SA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{SA}}} \right) = \frac{n_2 - n_3}{\overline{\mathrm{CS}}}$$

où $\overline{\mathrm{CS}}$ représente la distance algébrique entre le centre de courbure et le sommet du dioptre sphérique, représenté sur la figure 1.6 (c).

Reconnaître la distance focale $f_2'$ de la lentille plane dans l'expression ci-dessus et calculer sa valeur numérique.

Données : $n_1 = 1{,}00$, $n_2 = 1{,}50$, $n_3 = 1{,}33$ et $R = 6{,}0\,\mathrm{mm}$.

10 L'objet à observer est situé à une distance de 12 mm sous la lentille (voir figure 1.7). Pourquoi ne voit-on rien en l'absence de liquide ? Pourquoi l'image devient-elle visible lorsque l'on remplit le verre ?

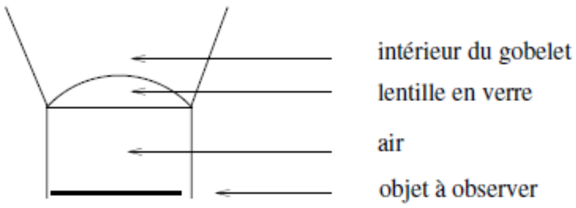


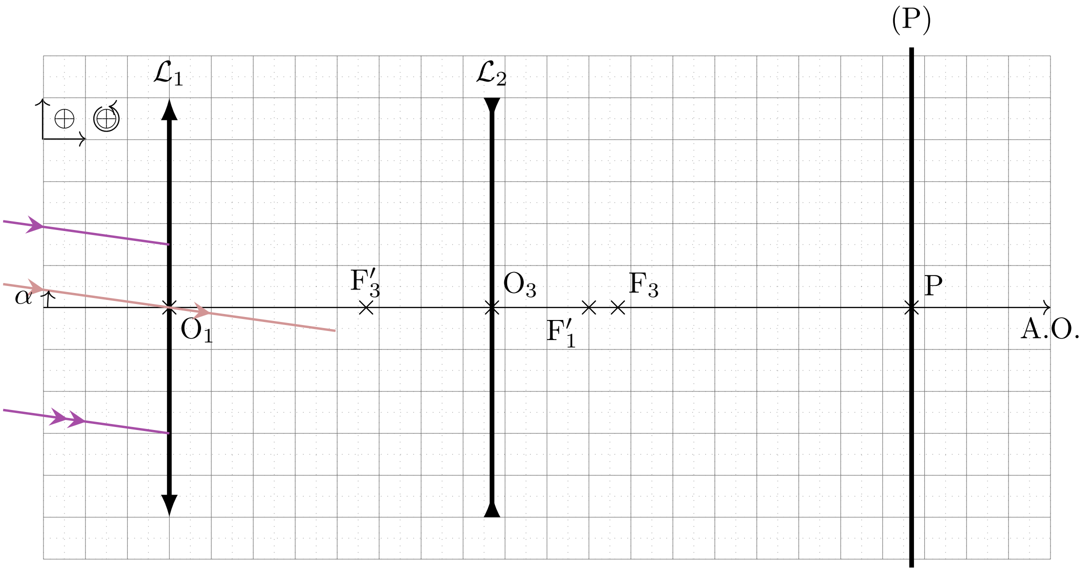

**Figure 1.7** – Vue de coupe du gobelet.

Nom :

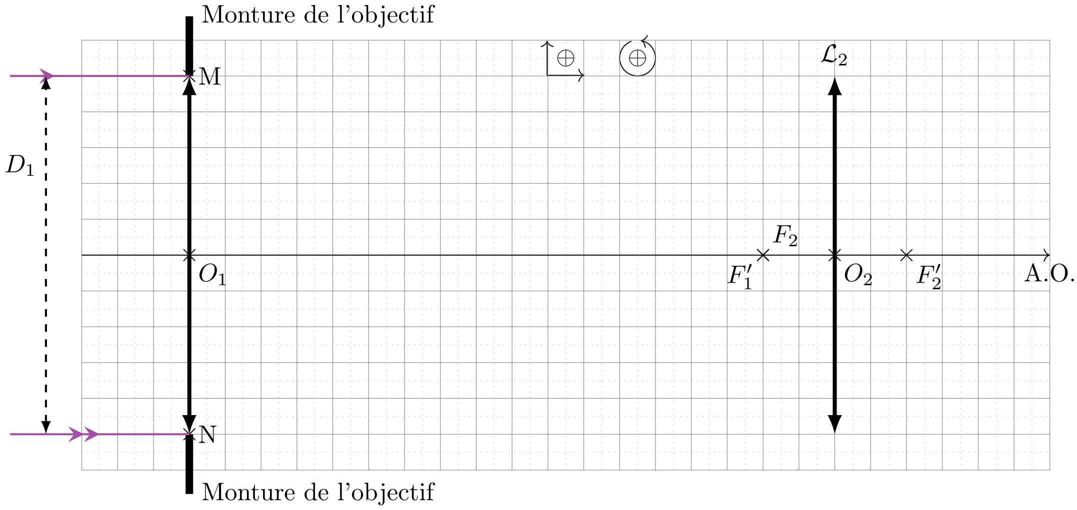
Prénom :

Copie /

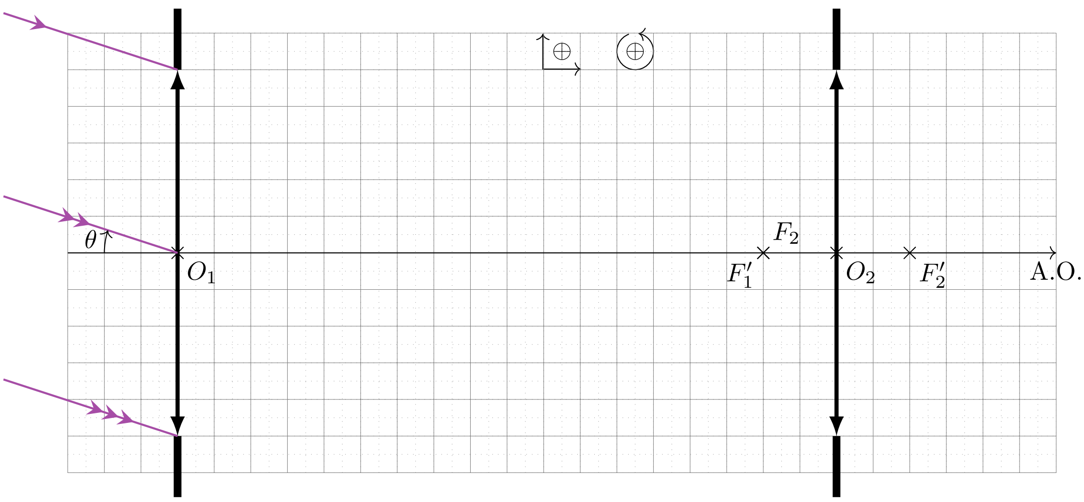
# Annexe : exercice 2




**(a)** Téléobjectif



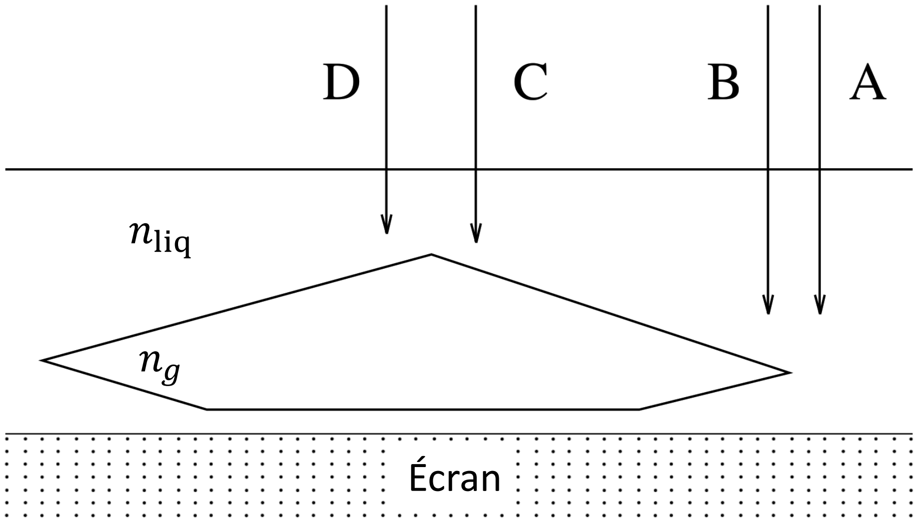

**(b)** Rayons de l'infini parallèles



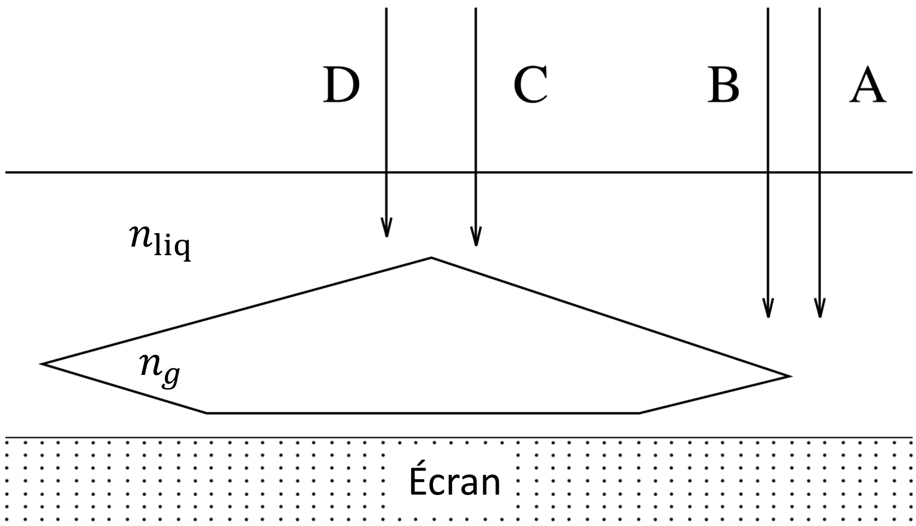

**(c)** Rayons de l'infini avec un angle

**Figure 1.8**

# Annexe : problème 1




**(a)** Cas où $n_g > n_{\text{liq}}$




**(b)** Cas où $n_g < n_{\text{liq}}$

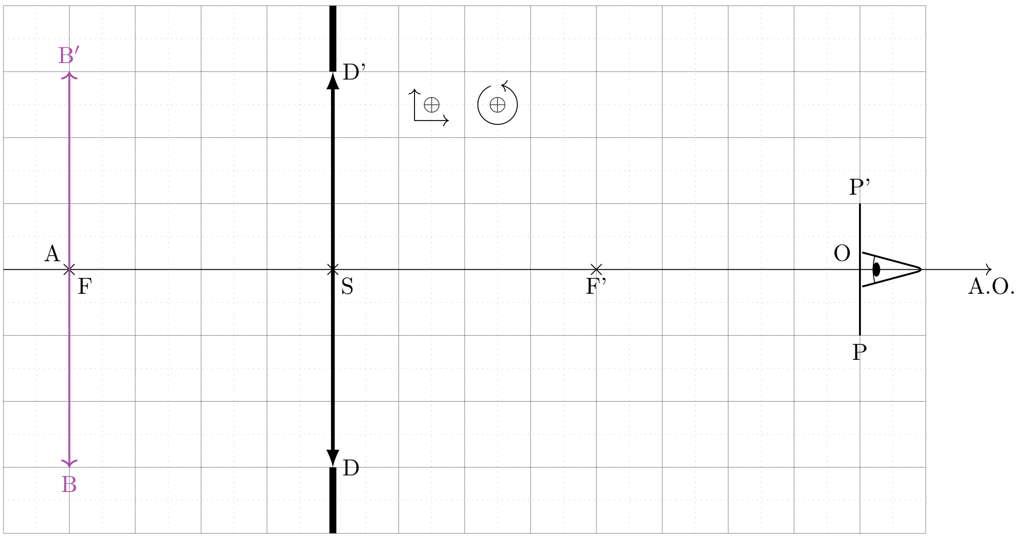
**Figure 1.9**

Nom :

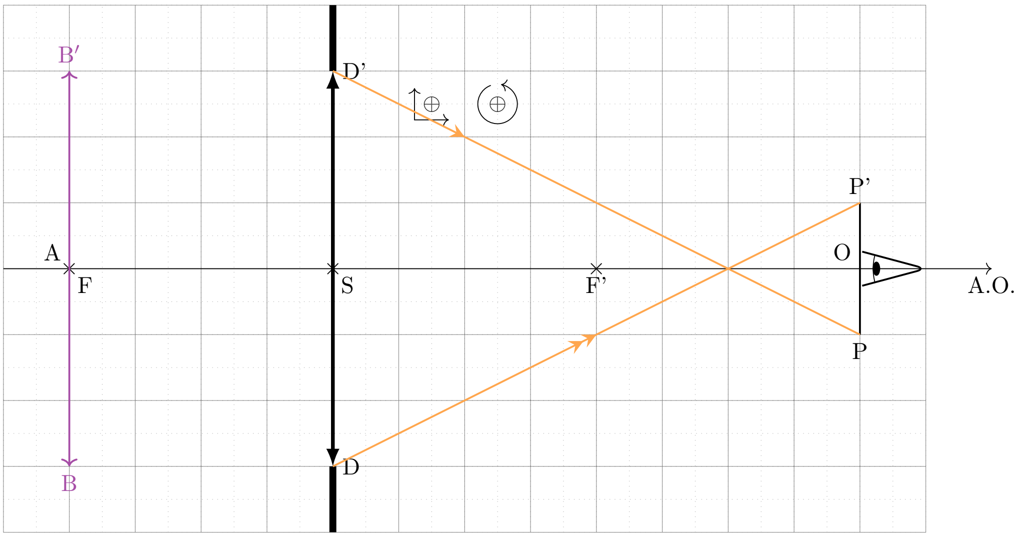
Prénom :

Copie /

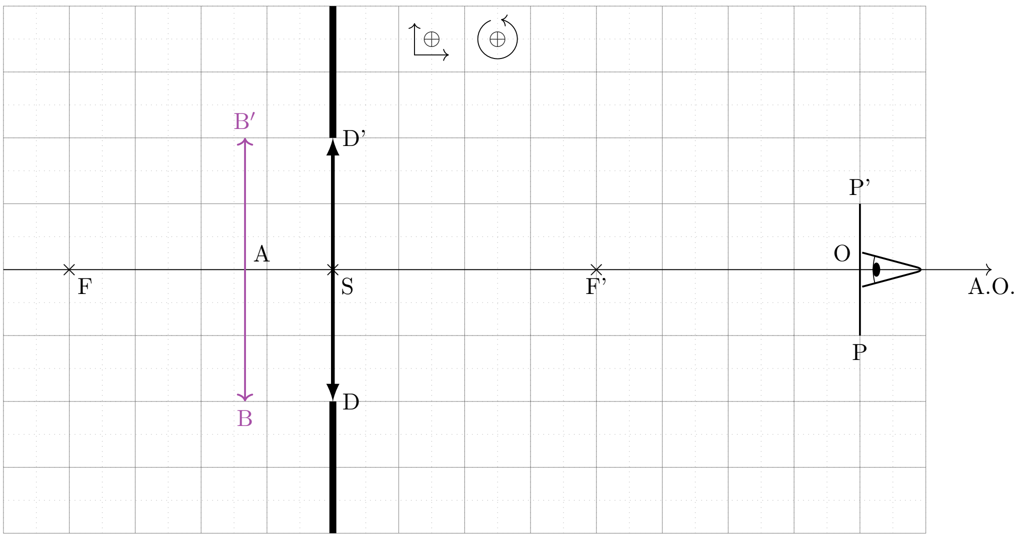
# Annexe : problème 2




**(a)** Annexe question 2




**(b)** Annexe question 3




**(c)** Annexe question 6

**Figure 1.10**