

# Correction du TP

## Au programme



### Savoir-faire

- ◇ Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage et la durée totale d'acquisition.
- ◇ Évaluer, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique et en estimer la précision.
- ◇ Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
- ◇ Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.



## I Objectifs

- ◇ Reconnaître si le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme ou non.
- ◇ Reconnaître le régime transitoire et le régime permanent. Déterminer la vitesse limite.
- ◇ Évaluer le temps caractéristique  $\tau$  par deux méthodes.
- ◇ Trouver un ordre de grandeur de la viscosité  $\eta$  de l'huile de silicone.

## II S'approprier

### Matériel

- ◇ Éprouvette contenant l'huile de silicone et des billes
- ◇ Webcam
- ◇ Ordinateur et logiciel Latispro
- ◇ Chronomètre

### Données

- ◇ Bille orange :  $R = 1,0 \text{ cm}$  et  $m = 10,4 \text{ g}$ .
- ◇ Masse volumique de l'huile de silicone :  $\rho_0 = 970 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .
- ◇  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

## II/A Principe

Une éprouvette contenant un liquide visqueux sert de support à l'étude de la chute d'une bille d'acier. La bille, qui constitue le système matériel étudié, est lâchée sans vitesse initiale à l'instant  $t = 0$ .

Le système d'acquisition vidéo est assuré par une webcam couplée à un ordinateur et réglée de manière à enregistrer 20 images par seconde. La position instantanée  $y$  du centre de gravité  $G$  de la bille est repérée par l'axe vertical ( $Oy$ ) orienté vers le bas, de vecteur unitaire  $\vec{u}_y$ .

### III Analyser

On étudie le mouvement de translation d'une bille de rayon  $R$  et de masse volumique  $\rho$  dans de l'huile de silicone de viscosité  $\eta$ . On admettra que les actions de frottement exercées par le liquide sur la bille en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$  sont modélisables par une force de frottement  $\vec{f}$  telle que

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$$

On dépose la bille en O sans vitesse initiale dans l'huile de silicone contenue dans une grande éprouvette. On exprimera toutes les expressions littérales en fonction de  $\rho_0$ ,  $\eta$ ,  $R$ ,  $m$  et  $g$ .

- ① Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède  $\vec{\Pi}$  exercée sur la bille plongeant dans l'huile de silicone.

#### Réponse

C'est une force verticale, orientée vers le haut, de module égal au **poids du fluide qui serait occupé par le volume de l'objet** :

$$\vec{\Pi} = -\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$



- ② Faire le bilan des forces exercées sur la bille plongeant dans l'huile de silicone en précisant le référentiel de travail.

#### Réponse

On établit le système d'étude :

- ◇ **Système** : {bille} dans  $\mathcal{R}_{\text{labo}}$  supposé galiléen
- ◇ **Schéma** : cf. Figure 18.1.
- ◇ **Modélisation** : repère  $(O, \vec{u}_y)$ , repérage :  $\overrightarrow{OM} = y \vec{u}_y$ ,  $\vec{v} = \dot{y} \vec{u}_y$ ,  $\vec{a} = \ddot{y} \vec{u}_y$ .
- ◇ **Bilan des forces** :

<b>Poids</b>	$\vec{P} = mg \vec{u}_y$
<b>Poussée d'Archimède</b>	$\vec{\Pi} = -\frac{4\pi\rho_0 R^3}{3} g \vec{u}_y$
<b>Frottement fluide</b>	$\vec{f} = -6\pi\eta R v \vec{u}_y$

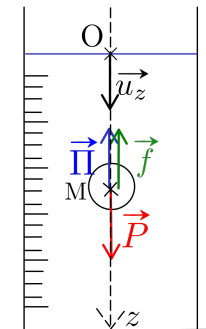


FIGURE 18.1 – Schéma



- ③ Établir l'équation différentielle que vérifie la valeur de la vitesse  $\vec{v}$  du centre d'inertie de la bille, sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m} v = g \left( 1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m} \right)$$

#### Réponse

On applique le PFD à la bille :

$$\begin{aligned}
 m \frac{d\vec{v}}{dt} &= \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} \\
 \Rightarrow m \frac{dv}{dt} &= g \left( m - \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \right) - 6\pi\eta R v \\
 \Leftrightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m} v} &= g \left( 1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m} \right)
 \end{aligned}$$

Forme canonique



- ④ Montrer que la vitesse de la bille tend vers une vitesse limite  $v_{\text{limTheo}}$  telle que :

$$v_{\text{limTheo}} = \frac{g}{6\pi\eta R} \left( m - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3} \right)$$

**Réponse**

On trouve  $v_{\text{lim}}$  en l'injectant dans l'équation différentielle, avec  $\frac{dv_{\text{lim}}}{dt} = 0$ , d'où le résultat immédiat.



- ⑤ Donner l'expression de la constante de temps  $\tau_{\text{theo}}$  du mouvement en fonction de  $m$ ,  $\eta$  et  $R$ .

**Réponse**

On identifie le terme devant  $v$  comme étant  $1/\tau_{\text{theo}}$  par analyse dimensionnelle, soit

$$\tau_{\text{theo}} = \frac{m}{6\pi\eta R}$$



- ⑥ En déduire la forme de la solution de l'équation différentielle en  $v(t)$ .

**Réponse**

Ainsi,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau_{\text{theo}}} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau_{\text{theo}}}$$



## IV Réaliser

### IV/A Enregistrement vidéo

#### Préréglages de la *webcam* et de la prise de vue


- 1) Ouvrir le logiciel Amcap3 dans Bureau → Programmes Physique Chimie → Amcap3.
- 2) Dans le menu Options :
  - ◇ **Preview**, pour visualiser ce qu'on voit dans la caméra. Régler la distance caméra-éprouvette pour voir uniquement la moitié supérieure de l'éprouvette. Le trait noir sur l'éprouvette aide à régler l'horizontal de la caméra. Régler l'objectif de la caméra pour que l'image soit nette (faire le point sur l'éprouvette).
  - ◇ **Video capture pin** : taille de sortie choisir, 640\*360. Fréquence image : 20. Format : MJPG. → Appliquer → OK.
  - ◇ **Video capture filter** : luminosité, netteté et contraste en positions intermédiaires. → Appliquer → OK.
- 3) Puis dans le menu Capture :
  - ◇ **Set Frame Rate** : nombre d'images par seconde : 20. → Cocher : use → OK.
  - ◇ **Set time limit** : 5s → Cocher : use → OK.
  - ◇ **Start capture** : dossier élève : choisir où vous mettez vos dossiers.

#### Enregistrement de la vidéo

Aller sur : Capture ; Start Capture : Cliquer sur OK, puis lâcher la bille juste après.




### Traitement vidéo de la chute de la bille

- 1) Ouvrir le logiciel **Latispro** dans programmes → discipline → physique-chimie → Eurosmart.
- 2) Cliquer sur la 5<sup>e</sup> icône : lecture de séquence AVI (ressemblant à Google chrome).
- 3) Fichiers → ouvrir le fichier **avi**.
- 4) Revenir à zéro pour exploiter (4<sup>e</sup> icône en bas).
- 5) Grâce à **>**, choisir le début de la vidéo à exploiter (première image quand la bille commence à descendre).
- 6) Puis cliquer sur sélection de l'origine et pointer la bille, grâce à la loupe à droite.
- 7) Sélection de l'étalon : sélection de haut en bas sur la partie visible de l'éprouvette.
- 8) Indiquer la distance associée (ne pas mettre l'unité qui est le m). → correspond à la hauteur de l'éprouvette graduée.
- 9) Sens des axes : . Sélection manuelle des points.
- 10) Viser la cible et pointer grâce au zoom à droite : pointer alors ainsi une quarantaine de positions de la bille.



#### Attention

Il faut **absolument** prendre plusieurs points pendant que la balle ne bouge pas ; vous choisirez de couper les points inutiles plus tard.

- 11) Terminer la sélection manuelle, quand il y a assez de points.
- 12) Fermer la fenêtre. Pour exploiter, cliquer sur le signal sinusoïdal vert. Icône : .

## IV/B

### Modélisation des données



#### Tracé de la vitesse verticale en fonction du temps

- ◇ Traitements : → Calculs spécifiques. → Dérivée. → Faire glisser  $y$  pour obtenir  $v = \frac{dy}{dt}$
- ◇ Pour visualiser  $v = f(t)$ , faire glisser la fonction  $v$  sur le graphe. On affichera uniquement les points sans les relier.



#### Modélisation de la vitesse

- ◇ Cliquer modéliser.
- ◇ Choisir le modèle sous forme  $A(1 - e^{-t/\tau})$  (forme théorique attendue pour la loi de vitesse d'après la partie s'approprier). On forcera  $V_0 = 0$  sur le modèle. Le calculer.
- ◇ Le glisser sur la courbe en superposition.
- ◇ Pour afficher la modélisation : Copier dans le presse papier → Fermer → Créer un commentaire → Coller après avoir choisi une fenêtre.

## V Valider et conclure

### V/A Détermination de la vitesse limite

- 1 Imprimer la courbe, puis déterminer la valeur expérimentale de la vitesse limite.

Réponse

On lit la valeur finale :  $v_{\text{lim}} \approx 26 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$



### V/B Détermination de la constante de temps $\tau$ par deux méthodes

#### V/B) 1 Utilisation du temps de montée

- 7 Quelle est la valeur de la vitesse (en pourcentage de la vitesse limite  $v_{\text{lim}}$ ) lorsque  $t = \tau$  ? En déduire une méthode de détermination de  $\tau$  (qui est celle du cours).

Réponse

On a  $v(\tau) = 0,63v_{\text{lim}}$ . On peut donc trouver  $\tau$  en lisant l'abscisse pour laquelle  $v = 0,63v_{\text{lim}}$ .



- 2 Relever  $\tau_{\text{exp1}}$ .

Réponse

On trouve  $\tau_{\text{exp1}} = (75 \pm 2) \text{ ms}$



#### V/B) 2 Utilisation de la modélisation de la vitesse

- 3 Déduire de la modélisation de la vitesse l'ordre de grandeur de la constante de temps  $\tau_{\text{exp2}}$ , disponible dans la fenêtre de modélisation.

Réponse

On trouve  $\tau_{\text{exp2}} = 72 \text{ ms}$



- 4 Calculer l'écart normalisé entre les deux valeurs expérimentales de  $\tau$ . Conclure et discuter des limites de la mesure.

Réponse

$$E_N = \frac{|\tau_{\text{exp1}} - \tau_{\text{exp2}}|}{u(\tau_{\text{exp1}})} \Leftrightarrow E_N = 1,5$$

Les deux mesures sont compatibles, malgré l'absence d'incertitude sur la valeur de la modélisation Latispro.



### V/C Détermination de la viscosité $\eta$ de l'huile de silicone

- 5 Grâce à l'étude théorique de la partie S'approprier et à la valeur moyenne de  $\tau_{\text{exp}}$ , déterminer la valeur expérimentale de la viscosité  $\eta_{\text{exp}}$  en précisant son unité.

**Réponse**

$$\tau_{\text{exp}} = \frac{\tau_{\text{exp1}} + \tau_{\text{exp2}}}{2} = 73,5 \text{ ms}$$

$$\eta_{\text{exp}} = \frac{m}{6\pi\tau_{\text{exp}}R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 10,4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \tau_{\text{exp}} = 73,5 \times 10^{-3} \text{ s} \\ R = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{\eta_{\text{exp}} = 0,75 \text{ Pa}\cdot\text{s}}$$



- 6] La comparer à la valeur théorique de la viscosité  $\eta_{\text{theo}} = 1,5 \text{ SI}$ .

**Réponse**

On est à la moitié de la valeur théorique ! Avec cette valeur de  $\eta$ , on devrait avoir  $\tau_{\text{theo}} = 37 \text{ ms} \dots$

**V/D****Détermination plus rapide de la vitesse limite sans enregistrement vidéo**

- 7] Justifier que le régime transitoire ait une durée négligeable devant la durée totale de chute de la bille.

**Réponse**

On trouve en effet, que ce soit sur le chronogramme ou par étude de la valeur de  $\tau$ , que la vitesse limite est atteinte très rapidement : au maximum après  $5\tau \approx 0,4 \text{ s}$  pour un temps de chute de plusieurs secondes.



- 8] Proposer alors puis réaliser un protocole expérimental (sans enregistrement) qui permettrait de déterminer la vitesse limite en répétant les mesures 5 à 6 fois.

**Réponse**

On mesure au chronomètre le temps de trajet entre deux points repérés par l'échelle derrière le tube.



- 9] Partagez vos résultats de mesure avec le reste de la classe.

**Réponse**

Non corrigé.



- 10] En déduire une nouvelle valeur de  $v_{\text{lim}}$ , en tenant compte de vos différents mesurages et de ceux des autres groupes de la classe. Vous présenterez le résultat avec l'incertitude de type A.

**Réponse**

Non corrigé.



- 11] Comparer à la valeur trouvée avec la modélisation.

**Réponse**

Non corrigé.

