

Introduction à la thermodynamique

- /8 1 Donner la définition de la température cinétique en fonction du degré de liberté D . Déterminer alors l'énergie interne d'un gaz parfait mono- puis diatomique en fonction de R qu'on reliera à deux autres constantes. En déduire les capacités thermiques $C_{V,\text{mono}}^{\text{G.P.}}$ et $C_{V,\text{dia}}^{\text{G.P.}}$

Soit un gaz parfait de N molécules, D le nombre de degrés de liberté :

$$\langle e_{c,i} \rangle D \times \frac{1}{2} k_B T \quad (1)$$

◇ **Monoatomique** $\Rightarrow D = 3$ car 3 translations x, y, z ;

◇ **Diatomique** $\Rightarrow D = 5$ (1) car 3 translations x, y, z + 2 rotations ;

$$U = e_c = \sum_i \langle e_{c,i} \rangle = \frac{1}{2} D N k_B T \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{D}{2} n \underbrace{\mathcal{N}_A k_B}_{=R} T \quad (1) \quad \left. \vphantom{\sum_i} \right\} N = n \mathcal{N}_A$$



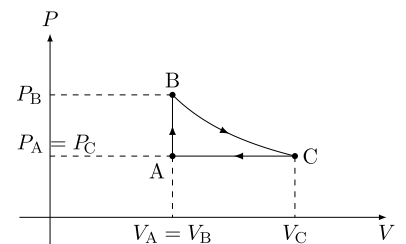
FIGURE 25.1 – Degrés de libertés gaz diatomique (1).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} U_{\text{mono}} = \frac{3}{2} n R T \\ C_{V,\text{mono}} = \frac{3}{2} n R \end{cases} \quad (1) \quad \text{et} \quad \begin{cases} U_{\text{dia}} = \frac{5}{2} n R T \\ C_{V,\text{dia}} = \frac{5}{2} n R \end{cases} \quad (1)$$

$$\left. \vphantom{\begin{cases} U_{\text{mono}} \\ C_{V,\text{mono}} \end{cases}} \right\} C_V = \frac{\partial U}{\partial T}$$

- /12 2 On fait subir à 1 mol de gaz parfait le cycle mécaniquement réversible suivant :

- (A) P_A et V_A ;
- (B) Chauffage isochore, $P_B = 2P_A$;
- (C) Détente isotherme quasi-statique, $V_C = 2V_B$;
- (A) Refroidissement isobare, on retourne à l'état initial.



Cycle de LENOIR. (1)+(1)

- 1 Tracer ce cycle dans le diagramme de WATT. Déterminer la nature du cycle (moteur ou récepteur).
- 2 Exprimer sans démonstration le travail infinitésimal des forces de pression. Donner sans démonstration l'expression de W_p dans les cas isochore et monobare. Démontrer l'expression de W_p pour une transformation quasi-statique et isotherme à $T = T_0$ en fonction des volumes V_i et V_f .
- 3 Exprimer les travaux associés à chaque transformation puis celui du cycle. Simplifier les expressions en analysant les relations entre les volumes.

- 1 Pour la nature, on voit que le cycle s'effectue en **sens horaire**, donc $W_{p,\text{cycle}} < 0$ donc **moteur**. (1)

$$2 \quad \delta W_p = -P_{\text{ext}} dV \quad (1) \quad \Leftrightarrow \quad \delta W_{p,\text{isoch}} = 0 \quad \text{et} \quad (1) \quad W_p = \int \delta W_p = -P_{\text{ext}} \Delta V$$

$$P = P_{\text{ext}} \quad \text{et} \quad T = T_0 \quad (1) \quad \Rightarrow \quad W_p = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_0}{V} dV \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow W_p = -nRT_0 (\ln V_f - \ln V_i) \Leftrightarrow \boxed{W_p = nRT_0 \ln \left(\frac{V_i}{V_f} \right)} \quad (1)$$

- 3 ◇ AB : transformation isochore, donc $W_{p,AB} = 0$ (1)

$$\diamond BC : \text{isoT et Q.S. donc} \quad W_{p,BC} = nRT_B \ln \left(\frac{V_B}{V_C} \right) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,BC} = -nRT_B \ln 2} \quad (1)$$

$$\diamond CA : \text{isobare, donc} \quad W_{p,CA} = P_C (V_C - V_A) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,CA} = 2P_A V_A} \quad (1)$$

$$\diamond \text{Cycle :} \quad W_{p,\text{cycle}} = \sum_i W_i = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 2P_A V_A - nRT_B \ln 2 \quad (1)$$