Correction du DS

Tout moyen de communication est interdit

Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs

Les calculatrices sont *interdites*

Au programme

Cristallographie et induction chapitres 1 à 3.

Sommaire

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. **Cependant**, vous indiquerez le numéro correct de chaque question. Vous prendrez soin d'indiquer sur votre copie si vous reprenez une question d'un exercice plus loin dans la copie, sous peine qu'elle ne soit ni vue ni corrigée.

Vous porterez une attention particulière à la **qualité de rédaction**. Vous énoncerez clairement les hypothèses, les lois et théorèmes utilisés. Les relations mathématiques doivent être reliées par des connecteurs logiques.

Vous prendrez soin de la **présentation** de votre copie, notamment au niveau de l'écriture, de l'orthographe, des encadrements, de la marge et du cadre laissé pour la note et le commentaire. Vous **encadrerez les expressions littérales**, sans faire apparaître les calculs. Vous ferez apparaître cependant le détail des grandeurs avec leurs unités. Vous **soulignerez les applications numériques**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

Malus

- A : application numérique mal faite ;
- N : numéro de copie manquant ;
- P : prénom manquant ;
- E : manque d'encadrement des réponses ;
- M : marge non laissée ou trop grande ;
- V : confusion ou oubli de vecteurs ;
- Q : question mal ou non indiquée ;
- C : copie grand carreaux ;
- U : mauvaise unité (flagrante) ;
- H : homogénéité non respectée ;
- S : chiffres significatifs non cohérents ;
- φ : loi physique fondamentale brisée.

Exemple application numérique

$$\boxed{n = \frac{PV}{RT}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = 1{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa} \\ V = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3} \\ R = 8{,}314\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}} \\ T = 300\,\mathrm{K} \end{cases}$$

A.N. : $\underline{n = 5{,}6 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol}}$

$$\cancel{n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1}{8.32 \cdot 300} = 0.56}$$

/33 E1 Étude cristallographique de la chromite *(D'après Banque PT 2023)*

Le trioxyde de chrome est un oxydant fort, très utilisé au laboratoire. Il est obtenu industriellement à partir de la chromite de formule $Fe_xCr_yO_z$ qui est le principal minerai du chrome. Nous nous intéressons à la structure de la chromite pour déterminer x, y et z ainsi que le degré d'oxydation (t) du chrome dans le minerai.

La chromite $Fe_xCr_yO_z$ cristallise dans une structure que l'on peut décrire de la façon suivante : les ions O^{2-} forment un réseau cubique à faces centrées (cfc), les ions Fe^{2+} occupent certains sites tétraédriques et les ions Cr^{t+} occupent certains sites octaédriques.

/5 **1** Représenter la maille conventionnelle du réseau cubique à faces centrées formé par les anions O^{2-}. Indiquer la position des sites tétraédriques et des sites octaédriques dans un réseau cubique à faces centrées. Préciser sur le schéma la position d'un site tétraédrique et d'un site octaédrique.

Réponse

1 ◇ **Site T** : On trouve les sites tétraédriques aux centres les petits cubes d'arêtes $a/2$;

1 ◇ **Site O** : On trouve les sites octaédriques au milieu des arêtes, ainsi qu'un au centre du cube.

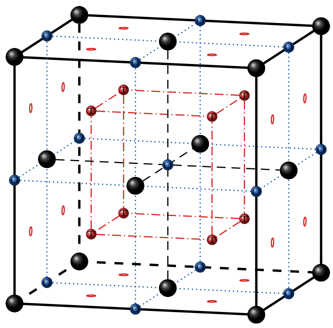


Figure 10.1 – Schéma. 1+1+1

◇

/2 **2** Déterminer le nombre d'ions O^{2-} par maille.

Réponse

Il y a 8 ions oxyde aux sommets, qui comptent pour 1/8, et 6 aux centres des faces, qui comptent pour 1/2, soit

$$\boxed{N_{O^{2-}} \overset{1}{=} 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} \overset{1}{=} 4}$$

◇

/4 **3** Déterminer le nombre de sites tétraédriques et le nombre de sites octaédriques par maille. Sachant que les ions Fe^{2+} occupent 1/8 des sites tétraédriques et les ions Cr^{t+} occupent la moitié des sites octaédriques, déterminer le nombre d'ions Fe^{2+} et Cr^{t+} par maille.

Réponse

1 ◇ **Site T** : Il y a 8 petits cubes d'arête $a/2$, et les sites T appartiennent en propre à la maille : $N_T = 8$;

1 ◇ **Site O** : Les arêtes comptent pour 1/4 et le centre pour 1 : $N_O = 12 \times 1/4 + 1 = 4$

Ainsi,

$$N_{Fe^{2+}} = \frac{1}{8} \times N_T \Leftrightarrow \boxed{N_{Fe^{2+}} \overset{1}{=} 1} \qquad \text{et} \qquad N_{Cr^{t+}} = \frac{1}{2} \times N_O \Leftrightarrow \boxed{N_{Cr^{t+}} \overset{1}{=} 2}$$

◇

/3 **4** En déduire la formule de la chromite $Fe_xCr_yO_z$. Quelle est la formule de l'ion du chrome dans le cristal ?

Réponse

On en déduit la formule $\boxed{FeCr_2O_4}$ 1. On trouve la charge du chrome par neutralité électrique :

$$N_{Fe^{2+}} \times q_{Fe^{2+}} + N_{Cr^{t+}} \times q_{Cr^{t+}} + N_{O^{2-}} \times q_{O^{2-}} \overset{1}{=} 0 \Leftrightarrow 1 \times 2 + 2 \times t + 4 \times (-2) = 0 \Leftrightarrow \boxed{t = 3} \Rightarrow \boxed{Cr^{3+}} \text{ 1}$$

◇

/8 **5** Le paramètre de la maille vaut $a = 420\,\text{pm}$, le rayon ionique de l'ion O^{2-} vaut $r(O^{2-}) = 140\,\text{pm}$. Rappeler les conditions de stabilité d'un crital ionique, puis calculer le rayon du plus gros cation que l'on puisse insérer dans un site octaédrique. Calculer de même le rayon du plus gros cation que l'on puisse insérer dans un site tétraédrique. On précise que dans la structure les ions O^{2-} ne sont pas tangents.

Réponse

Dans un cristal ionique, il y a tangence cation/anion 1 et non-contact anion/anion 1.

◇ **Site T** : Il y a tangence sur la **grande diagonale** (1) des petits cubes, soit

$$r_T + r_{O^{2-}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \boxed{r_T \overset{(1)}{=} \frac{a\sqrt{3}}{4} - r_{O^{2-}}}$$

$$\text{A.N. : } \underline{r_T \overset{(1)}{\approx} 40\,\text{pm}}$$

◇ **Site O** : Il y a tangence sur la **une arête** (1) du cube, soit

$$r_O + r_{O^{2-}} = \frac{a}{2} \Leftrightarrow \boxed{r_O \overset{(1)}{=} \frac{a}{2} - r_{O^{2-}}}$$

$$\text{A.N. : } \underline{r_O \overset{(1)}{\approx} 70\,\text{pm}}$$

◇

/5 [6] En réalité, les rayons ioniques sont les suivants : $r(\text{Fe}^{2+}) = 76\,\text{pm}$ et $r(\text{Cr}^{t+}) = 61{,}5\,\text{pm}$. Comparer ces valeurs aux valeurs calculées à la question précédente. Commenter.

Réponse

◇ **Site T** : $r_{\text{Fe}^{2+}} \overset{(1)}{>} r_{T,\max}$, ce qui est impossible ! Soit il y a **déformation** (1) de la structure par les ions fer, soit le modèle des **sphères dures** (1) est à remettre en cause. Les liaisons ne seraient pas entièrement ioniques, mais pourraient être en partie covalente.

◇ **Site O** : $r_{\text{Cr}^{3+}} \overset{(1)}{<} r_{O,\max}$, donc il n'y a **pas de contact** $\text{O}^{2-} - \text{Cr}^{3+}$ (1)

◇

/4 [7] Rappeler la définition puis **établir** la formule de la masse volumique de la chromite en fonction, notamment, des masses molaires des éléments.

Réponse

On a, avec $m = M/\mathcal{N}_A$ (1)

$$\rho \overset{(1)}{=} \frac{\text{masse des ions}}{\text{volume maille}} \Leftrightarrow \rho \overset{(1)}{=} \frac{\sum_i N_i m_i}{a^3} \Leftrightarrow \boxed{\rho \overset{(1)}{=} \frac{M_{\text{Fe}} + 2M_{\text{Cr}} + 4M_{\text{O}}}{\mathcal{N}_A \times a^3}}$$

◇

/2 [8] Rappeler la définition puis établir l'expression de la compacité en fonction du rayon des ions et du paramètre de maille a.

Réponse

On a

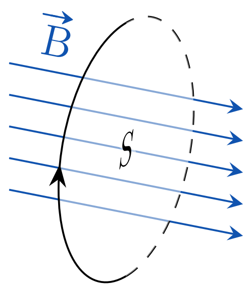
$$C \overset{(1)}{=} \frac{\text{volume des ions}}{\text{volume maille}} \Leftrightarrow \boxed{C \overset{(1)}{=} \frac{4}{3}\pi \times \frac{r_{\text{Fe}^{2+}}^3 + 2r_{\text{Cr}^{3+}}^3 + 4r_{\text{O}^{2-}}^3}{a^3}}$$

◇

/42 E2 Les phénomènes d'induction – QCM

Indiquer la ou les bonnes propositions pour chaque question et **justifiez entièrement** vos choix.

/4 [1] Soit $\vec{B}$ un champ magnétique uniforme. Que vaut le flux Φ du champ magnétique à travers la surface $\vec{S}$?



A $\phi = BS$ B $\phi = -BS$ C $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ D $\phi = -\vec{B} \cdot \vec{S}$

Réponse

C : pour un champ magnétique uniforme, le flux de $\vec{B}$ est, par définition : $\Phi \overset{1}{=} \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S}$. 1

B : le vecteur $\vec{S}$ étant dans le sens opposé à $\vec{B}$ (en utilisant la règle de la main droite 1 par rapport au contour orienté), on a $\Phi = -BS$ 1.

◇

/6 2 Qu'est-ce qui peut faire varier le flux d'un champ magnétique extérieur à travers un circuit ? Donner un exemple pour chaque bonne réponse. Expliquer pourquoi la ou les mauvaises réponses le sont.

A un déplacement du circuit
B une déformation du circuit
C une variation du champ magnétique
D une variation de courant dans le circuit

Réponse

A : si $\vec{B}$ n'est pas uniforme dans tout l'espace, le flux change 1.

Exemple : un aimant qu'on approche d'une spire 1.

B : si la surface change, le flux change 1.

Exemple : les rails de LAPLACE, le mouvement du barreau change la surface du circuit 1.

C : idem que la A 1.

Une variation du courant dans le circuit fait varier le champ magnétique **propre** mais pas le champ magnétique **extérieur** 1.

◇

/2 3 Dans la relation de Faraday $e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$, que représente e ? Répondre sans justification.

A une énergie
B une tension

Que représente Φ ? Répondre sans justification.

C le flux d'un champ magnétique
D un déplacement

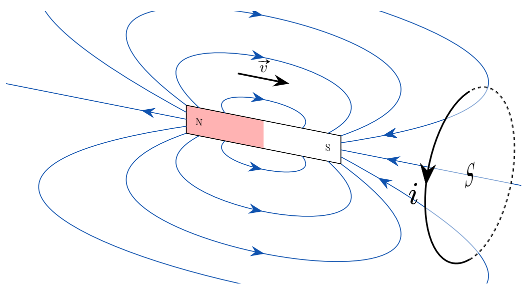
Réponse

B : e est une tension, une force électro-motrice. 1

C : Φ est le flux d'un champ magnétique. 1

◇

/5 4 On approche l'aimant de la spire en le translatant vers la droite, il en résulte un courant i.



Que peut-on dire de i ? Justifier entièrement. Un schéma est attendu.

A i est positif.
B i est négatif.
C i est nul.

Réponse

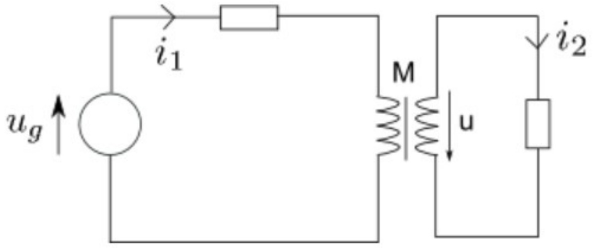
A : le champ magnétique est orienté vers la **gauche**, et son intensité augmente puisqu'on rapproche l'aimant. On a donc $\frac{\mathrm{d}\vec{B}_{\text{ext}}}{\mathrm{d}t}$ **positif vers la gauche**. 1

Comme le flux varie, il y a un phénomène d'induction 1 dans la spire donnant lieu à une f.é.m. induite e_{ind}, elle-même donnant lieu à une intensité induite i_{ind}, à l'origine d'un champ propre induit $\vec{B}_{\text{p,ind}}$. Cette conséquence doit modérer la cause 1 qui lui a donné naissance, donc $\frac{\mathrm{d}\vec{B}_{\text{p,ind}}}{\mathrm{d}t}$ doit être **vers la droite**. 1

Avec la règle de la main droite, on sait que l'intensité qui génère ce champ doit être **positive** 1 avec la convention tracée sur le schéma.

◇

/2 [5] Deux circuits sont en couplage mutuel. Que peut-on dire sur u ?



[A] $u = L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ [B] $u = M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ [C] $u = L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ [D] $u = L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$

Réponse

[D] : u est la somme d'un terme d'inductance propre 1 associée à i_2 et d'inductance mutuelle associée 1 à i_1 circulant dans le circuit de gauche.

◇

/4 [6] De quoi l'inductance mutuelle M dépend-elle ? Justifier chaque bonne **et** mauvaise réponse.

[A] la forme des deux circuits
[B] la position relative des deux circuits
[C] l'orientation des deux circuits
[D] des courants circulant dans les deux circuits

Réponse

[A] : selon la longueur des bobines, le flux varie même à courant constant. 1

[B] : idem, si on éloigne les bobines le flux varie alors que i contant. 1

[C] : si on retourne la bobine, l'effet d'induction est opposé (règle de la main droite). 1

M ne dépend pas du courant circulant, puisqu'il est par définition le coefficient de proportionnalité entre le flux mutuel et le courant croisé. 1

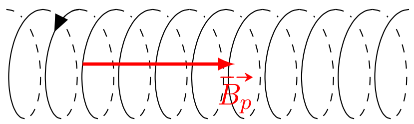
◇

/5 [7] L'inductance propre d'un solénoïde long ($\ell \gg r$) peut être estimée par quelle formule (avec ℓ la longueur du solénoïde, r son rayon, S sa section et N son nombre de spires) ? Justifier entièrement. Un schéma est attendu.

[A] $L = \frac{\mu_0 N S}{\ell}$ [B] $L = \frac{\mu_0 N \ell}{S}$ [C] $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$ [D] $L = \frac{\mu_0 N^2 \ell}{S}$

Réponse

[C] :



i et $\overrightarrow{B_p}$ respectent la règle de la main droite. 1

Pour N spires :

$$\phi_p \overset{1}{=} N \times \overrightarrow{B_p} \cdot \vec{S}$$

Or, $\overrightarrow{B_p}$ et $\vec{S}$ sont tous deux orientés à partir de i selon la règle de la main droite, donc

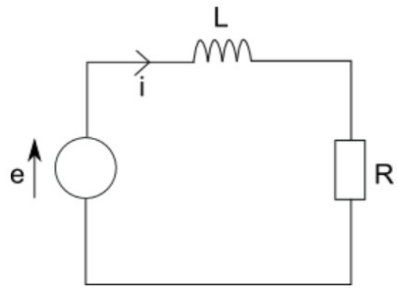
$$\vec{S} = S\,\overrightarrow{u_z} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{B_p} \overset{1}{=} \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\,\overrightarrow{u_z} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\phi_p = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S i(t)}$$

Or,

$$\phi \overset{1}{=} Li \Leftrightarrow \boxed{L \overset{1}{=} \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S}$$

◇

/2 [8] Une bobine fermée sur elle même est soumise à un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ variable, et à son champ propre $\overrightarrow{B_{\text{p}}}$. On la représente par le circuit équivalent, où R représente sa résistance interne.



e modélise l'effet de

A $\vec{B}_{\text{ext}}$ B $\vec{B}_{\text{p}}$

L modélise l'effet de

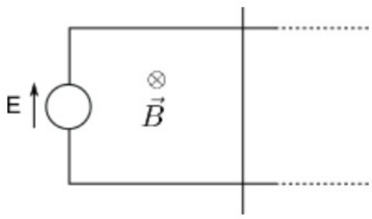
C $\vec{B}_{\text{ext}}$ D $\vec{B}_{\text{p}}$

Réponse

A : e modélise l'effet d'induction associé à la variation du flux du champ magnétique extérieur. 1

D : la bobine d'inductance L modélise l'effet auto-inductif, c'est-à-dire la variation du flux du champ magnétique propre. 1

/7 9 Un barreau est posé immobile sur les rails de Laplace et un générateur de fem $E > 0$ est allumé à l'instant initial. On ne **néglige pas l'induction**. Quel(s) scénario(s) suivant(s) est (sont) vrai(s) ? Expliquer.



A Le barreau reste immobile. B Le barreau est mis en mouvement vers la gauche.
C Le barreau est mis en mouvement vers la droite. D Le barreau atteint une vitesse limite.

Réponse

C : le circuit est conducteur. La force électro-motrice extérieure E va donc mettre en mouvement les électrons et un courant circulant du haut vers le bas va circuler dans le barreau 1.

La force de Laplace $\vec{F}_{\text{lap}} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ 1 est alors orientée vers la **droite**, qui est donc le sens du barreau 1.

D : le mouvement du barreau induit lors une variation du flux du champ magnétique 1, induisant à son tour une force électro-motrice e s'opposant à E (par loi de Lenz) 1.

Plus le barreau accélère et plus e augmente, jusqu'à compenser E. 1 Le courant devient alors nul, la force de Laplace également et le barreau atteint une vitesse limite 1.

/2 10 Un barreau de taille 10 cm est posé sur des rails de Laplace. On mesure un champ magnétique de 100 mT et un courant de 1 A. Combien vaut la norme de la force de Laplace subie par le barreau ?

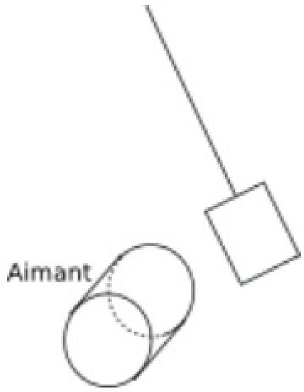
A 10 N B 1 N C 0,1 N D 0,01 N

Réponse

D : la norme de la force de Laplace est égale au produit $i\ell B$ 1. Ainsi,

$$F_{\text{L}} = 0{,}01\,\text{N} \qquad 1$$

/4 11 On considère un pendule pesant oscillant dont l'extrémité est une lame métallique conductrice. On approche alors un aimant. Que se passe-t-il ? Expliquer.



A L'aimant entretient les oscillations.	B L'aimant amortit les oscillations.
C La lame de métal s'échauffe.	D La lame de métal refroidit.

Réponse

B : par loi de Lenz (1), les effets inductifs vont s'opposer aux causes. La cause étant ici le mouvement relatif du pendule par rapport à l'aimant, on s'attend à ce que les effets inductifs (donc l'aimant) amortisse les oscillations (1).

C : des courants de Foucault (1) sont induits dans la lame de métal qui s'échauffe alors par effet Joule (1).

◇

/9 P1 Induction du champ magnétique terrestre dans un téléphone portable

Une expérimentatrice tient son téléphone portable dans sa main. Son bras passe rapidement d'une position horizontale à une position verticale afin d'entrer en communication. On tient compte de la composante horizontale du champ magnétique terrestre d'environ $B = 2.10^{-5}$T. On modélise le circuit électronique du téléphone par un circuit fermé.

/7 1 Évaluer l'ordre de grandeur de la fem induite dans le téléphone lors de son déplacement.

Réponse

La surface du circuit électrique contenu dans le téléphone est de l'ordre de :

$$S \overset{(1)}{=} 10\,\mathrm{cm} \times 5\,\mathrm{cm} = 50\,\mathrm{cm}^2 \quad (1)$$

Initialement, le téléphone est à plat, donc le champ magnétique est parallèle à la surface du téléphone. Son flux est alors nul :

$$\Phi_i = 0 \quad (1)$$

Lorsque le téléphone est au niveau de l'oreille, on peut supposer que le champ magnétique terrestre est perpendiculaire à la surface du téléphone. Le flux magnétique à travers le téléphone est alors maximal et vaut :

$$\Phi_f = BS \quad (1)$$

La durée de cette action est d'environ :

$$\Delta t = 1\,\mathrm{s} \quad (1)$$

D'après la loi de Faraday, l'ordre de grandeur de la fem induite est alors :

$$\boxed{|e| \overset{(1)}{=} \frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t} \overset{(1)}{=} 10^{-7}\,\mathrm{V}}$$

◇

/2 2 Cette tension induite perturbe-t-elle le fonctionnement du téléphone ?

Réponse

Cette fem est très faible par rapport aux tensions utilisées dans un téléphone (de l'ordre du mV). (1) Elle ne va donc pas perturber son fonctionnement. (1)

◇