

SUP MPSI3 02 juin 2023

DEVOIR SURVEILLÉ DE SCIENCES PHYSIQUES N°9 (3H00)

Tout moyen de communication est interdit
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.
Les calculatrices sont autorisées.

Le devoir est composé de cinq exercices indépendants.

EXERCICE 1 : Étude de transformations thermodynamiques du diazote.

EXERCICE 2 : Étude d'un moteur de Stirling.

EXERCICE 3 : Transformation d'une quantité d'eau.

EXERCICE 4 : Étude d'une pompe à chaleur.

EXERCICE 5 : Question ouverte : Coût de chauffage d'une piscine.

A l'intérieur des sujets, certaines questions sont indépendantes.

L'étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.

L'ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l'étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu'une partie soit traitée dans sa continuité.

*Une attention particulière sera portée à la **qualité de la rédaction** (vocabulaire, orthographe...) et **à la présentation de la copie** (numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques...).*

*Et il est indispensable de **numéroter vos copies**.*

Les résultats numériques doivent être accompagnés d'une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Une minoration pouvant aller jusqu'à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.

Programme de révision de ce devoir :

Toute la thermodynamique de sup MPSI.

EXERCICE 1 : Étude de transformations thermodynamiques du diazote :

(≈ 43 pts)

Dans la partie QCM, indiquer la ou les bonnes réponses, en justifiant tout votre raisonnement. Une réponse juste sans justification (ou avec une justification fausse) ne rapportera aucun point.

Une quantité de n moles de diazote, gaz supposé parfait, subit, successivement, les transformations thermodynamiques suivantes :

- T1 : une transformation adiabatique réversible de l'état initial E_i (température T_i , pression P_i) à l'état E' (température T' , pression $P_i(1 + \varepsilon)$ avec $\varepsilon > 0$) ;
- T2 : une transformation isobare de l'état E' à l'état final E_f (température $T_f = T_i$, pression P_f).

On note :

- V_i, V' et V_f les volumes occupés par le gaz dans les états E_i, E' et E_f respectivement ;
- γ le rapport $\frac{C_p}{C_v}$ des capacités thermiques du gaz à pression constante (C_p) et volume constant (C_v) ;
- $R \approx 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits.
- Pour $\varepsilon \ll 1$, un développement limité à l'ordre 1 donne $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha \varepsilon$.

Q1. Dessiner l'allure des transformations T1 et T2 sur un diagramme de Clapeyron. Justifier votre tracé.

Q2. Quelles sont, en fonction de V_i , ε et γ , les expressions de V' et de V_f ?

A) $V' = V_i(1 + \varepsilon)^{-\frac{1}{\gamma}}$; B) $V' = V_i(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{\gamma}}$; C) $V_f = V_i(1 + \varepsilon)$; D) $V_f = \frac{V_i}{1 + \varepsilon}$.

Q3. Donner l'expression de T' en fonction de T_i , ε et γ .

A) $T' = T_i(1 + \varepsilon)^{-\frac{1}{\gamma}}$; B) $T' = T_i(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}}$; C) $T' = T_i(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{\gamma} - 1}$; D) $T' = T_i(1 + \varepsilon)^{\gamma - 1}$.

Q4. Déterminer le travail (algébrique) $W_{E_i E'}$ reçu par le gaz au cours de la transformation T1.

A) $W_{E_i E'} = \frac{P_i V_i}{1 - \gamma} \left[(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$; C) $W_{E_i E'} = \frac{P_i V_i}{\gamma - 1} \left[(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$;
B) $W_{E_i E'} = \frac{P_i V_i}{\gamma - 1} \left[(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{\gamma} - 1} - 1 \right]$; D) $W_{E_i E'} = P_i V_i \frac{(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}}}{\gamma - 1}$.

Q5. Déterminer le travail (algébrique) $W_{E' E_f}$ reçu par le gaz au cours de la transformation T2.

A) $W_{E' E_f} = -P_i V_i \left[1 + (1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} \right]$; C) $W_{E' E_f} = -P_i V_i \left[1 - (1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} \right]$;
B) $W_{E' E_f} = P_i V_i \left[1 - (1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} \right]$; D) $W_{E' E_f} = P_f V_f (1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}}$.

Q6. Après avoir donné l'expression du bilan d'énergie interne ΔU entre les états E_i et E_f , déterminer la chaleur, ou transfert thermique (algébrique), Q , reçue par le gaz au cours de la série de transformations qui l'amène de E_i à E_f .

A) $\Delta U = 0$; C) $Q = -P_i V_i \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$;
B) $\Delta U = P_i V_i \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[(1 + \varepsilon)^{1 - \frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$; D) $Q = P_i V_i \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{\gamma} - 1} - 1 \right]$.

Q7. Que deviennent les expressions du travail total $W = W_{E_i E'} + W_{E' E_f}$ et de Q si $\varepsilon \ll 1$?

A) $W = 0$; B) $W \approx P_i V_i \varepsilon$; C) $Q = 0$; D) $Q \approx -P_i V_i \varepsilon$.

EXERCICE 2 : Étude d'un moteur de Stirling :

(≈ 53 pts)

Au début du XIX siècle, les chaudières des machines à vapeur, soumises à de trop fortes pressions, explosent assez souvent. Robert Stirling a ainsi imaginé en 1816 un moteur dépourvu de chaudière où la chaleur est apportée de l'extérieur de la machine (moteur à « air chaud »). L'utilisation de ce moteur restera limitée, en particulier en raison de la trop faible puissance des modèles proposés, insuffisante pour concurrencer la machine à vapeur et le moteur à combustion interne.

Le moteur Stirling bénéficie actuellement d'un nouvel intérêt car il présente de nombreux avantages. Il peut utiliser n'importe quelle source d'énergie produisant de la chaleur, combustion de tout matériau mais également énergie solaire, nucléaire, géothermique, etc. Il produit peu de vibrations et est silencieux (pas d'explosion interne ni d'échappement gazeux, absence de valves et soupapes). Grâce à l'utilisation de matériaux modernes qui supportent de grands écarts de température et qui améliorent les transferts thermiques, son rendement est comparable, voire supérieur à celui des moteurs à combustion interne. Son entretien est facile et il s'use moins que les moteurs à explosion.

La conception d'un moteur Stirling est cependant délicate, en raison des gros écarts de température qu'il doit supporter et de la nécessité d'une excellente étanchéité ; son prix reste donc élevé. Par ailleurs, il est difficile de faire varier son régime. Son emploi reste ainsi cantonné à des utilisations de niches : générateur d'électricité en milieux extrêmes, propulseur pour sous-marins, etc. Sa réversibilité conduit à l'utiliser comme pompe à chaleur capable de refroidir à $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ou de chauffer à plus de $700\text{ }^{\circ}\text{C}$.

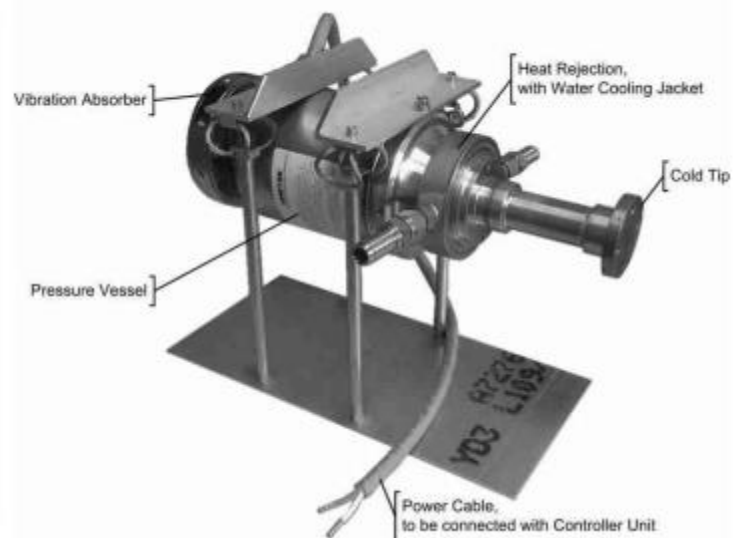
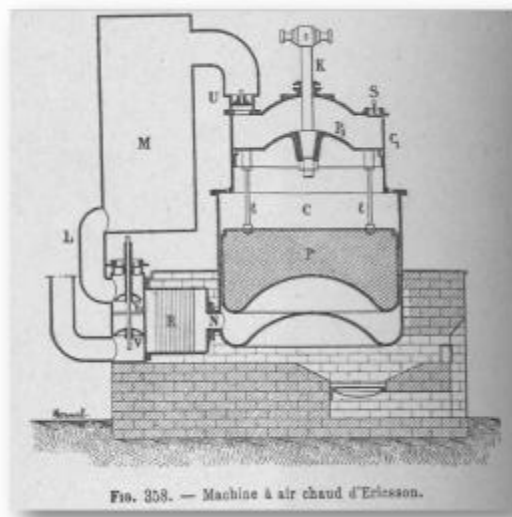


Figure 1 : Gravure de 1899 d'un moteur Ericsson M1851 avec régénérateur type Stirling et moteur Stirling de l'entreprise Sunpower fournissant le projet Krusty.

A – Description du moteur :

Une enceinte étanche est séparée en deux chambres, une chambre chaude (chauffée par l'extérieur), de volume maximal V_1 et une chambre froide équipée d'un dissipateur thermique (ailettes), de volume minimal V_2 . Chaque chambre est dotée d'un piston permettant de faire varier son volume et le fluide peut circuler librement d'une chambre à l'autre. Le piston de la chambre froide est le piston de travail, il entraîne le piston de la chambre chaude appelé « déplaceur » car son rôle est de faire circuler le fluide entre les deux chambres. Lors du transvasement, le fluide passe de la chambre chaude à la température T_3 à la chambre froide à la température $T_1 < T_3$ et réciproquement.

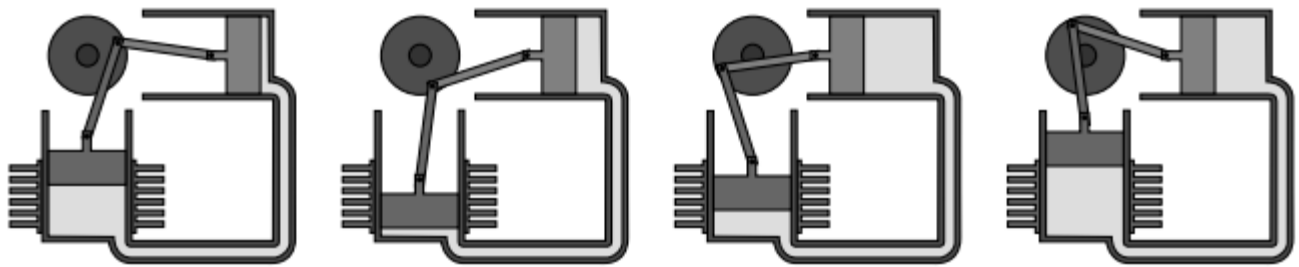


Figure 2 : Phases de fonctionnement d'un moteur de Stirling de type Alpha.

Le mouvement du gaz peut être décrit par 4 phases plus ou moins distinctes (figure 2) :

- une phase de compression, pendant laquelle le volume de la chambre chaude est minimal, le fluide, entièrement situé dans la zone froide, est comprimé par le piston de travail dans sa course vers le bas ;
- une fois le piston de travail au point mort bas, le déplaceur est ramené à gauche, ce qui a pour effet de transvaser le fluide comprimé, qui passe de la zone froide vers la zone chaude et reçoit un transfert thermique de la source externe ;
- une phase de détente, pendant laquelle le fluide se détend dans le volume d'expansion où il continue d'être chauffé. Cette détente a pour effet de repousser le déplaceur et le piston de travail ;
- une fois que le piston de travail a atteint le point mort haut, le déplaceur est ramené à droite, ce qui a pour effet de transvaser le fluide de la zone chaude (volume d'expansion) vers la zone froide (volume de compression). Au cours de ce transfert, le fluide cède de la chaleur au refroidisseur.

Un cycle réel d'un moteur de Stirling est représenté dans le diagramme (P, V) en figure A du document réponse fourni p 9.

Q1. Justifier que ce cycle est celui d'un moteur.

Q2. Estimer un ordre de grandeur de la valeur du travail fourni par le moteur pendant un cycle. Expliquer votre démarche. On le notera W_{cycle} .

B – Modélisation du cycle :

On étudie le cycle de Stirling idéal. Au cours de celui-ci, n moles de gaz parfait de coefficient adiabatique γ subissent les transformations suivantes :

- une compression $(1 \rightarrow 2)$ isotherme réversible à la température T_1 ,
- un échauffement $(2 \rightarrow 3)$ isochore jusqu'à l'état 3 de température T_3 ,
- une détente $(3 \rightarrow 4)$ isotherme réversible à la température T_3 ,
- un refroidissement $(4 \rightarrow 1)$ isochore jusqu'à l'état 1.

Il n'y a pas d'autre travail que celui des forces de pression.

Q3. Représenter sur la figure A du document réponse p 9, à rendre avec la copie, l'allure du diagramme correspondant au cycle idéal. On positionnera aussi les points 1 ; 2 ; 3 et 4.

On note $r = \frac{V_1}{V_2}$ le rapport de compression entre les volumes fixés par construction.

On note R la constante des gaz parfaits.

Q4. Exprimer W_{12} , le travail reçu par le fluide au cours de la compression $(1 \rightarrow 2)$, en fonction de n , R , T_1 et r . En déduire le transfert thermique Q_{12} reçu par le fluide au cours de cette compression en fonction de n , R , T_1 et r . Préciser les signes de W_{12} et de Q_{12} .

Q5. Exprimer Q_{23} , le transfert thermique reçu par le fluide au cours de l'échauffement isochore ($2 \rightarrow 3$), en fonction de n , R , T_1 , T_3 et γ . Préciser son signe.

Q6. Exprimer W_{34} , le travail reçu par le fluide au cours de la détente ($3 \rightarrow 4$), en fonction de n , R , T_3 et r . En déduire le transfert thermique Q_{34} reçu par le fluide au cours de cette détente en fonction de n , R , T_3 et r . Préciser les signes de W_{34} et Q_{34} .

Q7. Exprimer le transfert thermique Q_{41} reçu par le fluide au cours du refroidissement ($4 \rightarrow 1$) en fonction de n , R , T_1 , T_3 et γ . Préciser son signe.

C – Rendement du moteur :

Q8. Définir, puis exprimer le rendement, noté η , du moteur modélisé (de la partie B) en fonction de n , R , T_1 , T_3 , r et γ .

Q9. Donner l'expression du rendement de Carnot, noté η_C , en fonction de T_1 et T_3 . La démonstration n'est pas demandée.

En réalité, le moteur de Stirling utilisé dans le projet KRUSTY contient un régénérateur. Dans ce cas, la chaleur perdue par le gaz lors du refroidissement isochore ($4 \rightarrow 1$) est récupérée par le gaz lors du chauffage isochore ($2 \rightarrow 3$). Si le régénérateur est idéal, cette récupération est totale.

Q10. Que devient le rendement du moteur modélisé (de la partie B) noté η' , dans ce cas ? Commenter.

Dans les conclusions du test de la NASA du dispositif KRUSTY réalisé en 2018, les ingénieurs indiquent que l'efficacité du moteur a évolué pendant l'expérience et vaut actuellement environ 40 % de l'efficacité de Carnot. De plus, la puissance électrique obtenue est d'environ 180 W.

Q11. En prenant une température chaude de 640 °C et une température froide de 60 °C et en supposant la conversion du travail mécanique en travail électrique parfaite, estimer numériquement la puissance thermique fournie par la source chaude au moteur de Stirling.

EXERCICE 3 : Transformation d'une quantité d'eau :

(≈ 50 pts)

Données et hypothèses de l'étude :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Pression de vapeur saturante de l'eau à la température $T_1 = 373 \text{ K}$: $P_S(T_1) = 1,00 \text{ bar}$.
- Pression de vapeur saturante de l'eau à la température $T_2 = 353 \text{ K}$: $P_S(T_2) = 0,50 \text{ bar}$.
- Capacité thermique molaire de l'eau liquide supposée constante : $C_L = 75,2 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- Dans tout le problème, on supposera le volume de l'eau liquide négligeable devant celui de la phase vapeur.
- La vapeur d'eau sera assimilée à un gaz parfait caractérisé par le rapport des capacités thermiques à pression constante C_P et à volume constant C_V : $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,40$.

Dans une enceinte à volume constant $V = 4,0 \text{ L}$, on introduit $n = 0,1 \text{ mol}$ d'eau. Les parois sont calorifugées à l'exception d'un côté en contact avec un thermostat à la température $T_1 = 373 \text{ K}$ (cf figure 1). L'eau atteint alors un état d'équilibre constituant l'état initial.

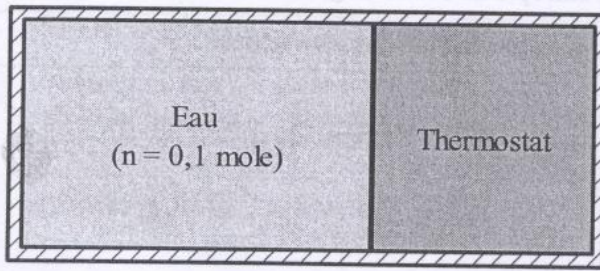


Figure 1

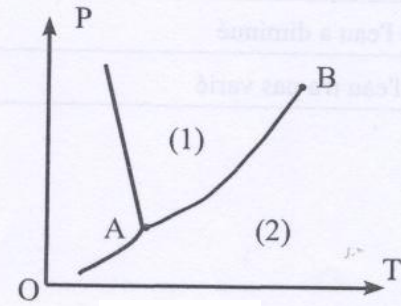


Figure 2

Q1. La figure 2 ci-dessus représente le diagramme de phase de l'eau simplifié et sans échelle. Indiquer la ou les affirmations exactes :

- A) La zone (1) correspond à l'état gazeux de l'eau. B) La zone (1) correspond à l'état liquide de l'eau.
C) Le point A est le point critique. D) Le point B est le point critique.

Q2. Après justification complète, indiquer la réponse correcte correspondant à l'état initial.

- A) L'état physique de l'eau ne peut être déterminé. B) L'eau est à l'état vapeur uniquement.
C) L'eau est à l'état liquide uniquement. D) L'eau est à l'équilibre liquide-vapeur.

Q3. La température du thermostat est abaissée jusqu'à la température $T_2 = 353 \text{ K}$. On attend l'équilibre thermique correspondant à l'état final. Déterminer l'expression littérale du titre massique en vapeur, noté x_V , en fonction des données de l'énoncé uniquement, puis le calculer et indiquer la bonne réponse :

- A) $x_V = 100 \%$; B) $x_V = 68 \%$; C) $x_V = 32 \%$; D) $x_V = 95 \%$.

Q4. Sur un diagramme de Clapeyron, tracer l'allure de la courbe de saturation et des isothermes T_1 et T_2 . Situer l'état initial EI et l'état final EF du système constitué par les $0,1 \text{ mole}$ d'eau et représenter la transformation.

Q5. On donne l'enthalpie molaire de vaporisation de l'eau à la température T_1 : $\Delta H_{vap} = 41,4 \text{ kJ.mol}^{-1}$.

Déterminer l'expression de la variation d'enthalpie de l'eau entre l'état initial et l'état final, puis indiquer la réponse exacte. On expliquera précisément la démarche choisie.

- A) $\Delta H = n(1 - x_V)\Delta H_{vap} + nx_V \frac{\gamma^R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) + n(1 - x_V)C_L(T_2 - T_1)$;
B) $\Delta H = n(x_V - 1)\Delta H_{vap} + nx_V \frac{\gamma^R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) + n(1 - x_V)C_L(T_2 - T_1)$;
C) $\Delta H = n(1 - x_V)\Delta H_{vap} + nx_V \frac{\gamma^R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) + n(1 - x_V)C_L(T_1 - T_2)$;
D) $\Delta H = n(x_V - 1)\Delta H_{vap} + nx_V \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) + n(1 - x_V)C_L(T_2 - T_1)$.

Q6. A quelle fonction d'état peut-on identifier le transfert thermique de l'eau lors de cette transformation ? Justifier. En déduire la valeur numérique du transfert thermique de l'eau et identifier à la bonne réponse :

- A) $Q = -1,30 \text{ kJ}$; B) $Q = 0,80 \text{ kJ}$; C) $Q = 1,4 \text{ kJ}$; D) $Q = -2,6 \text{ kJ}$.

Q7. Après une justification qualitative, indiquer la ou les réponses exactes : Au cours de cette évolution l'entropie de l'univers :

- A) a augmenté ; B) a diminué ; C) n'a pas varié ; D) On ne peut pas savoir.

EXERCICE 4 : Étude d'une pompe à chaleur :

(≈ 56 pts)

Pour maintenir la température de la maison constante, on utilise une pompe à chaleur qui est une thermopompe à compression utilisant l'ammoniac NH_3 comme vapeur condensable (schéma ci-dessous). Le cycle de transformations subi par le fluide est représenté dans le diagramme de Mollier (pression P en bar, en ordonnées et h enthalpie massique en kJ.kg^{-1} , en abscisse).

Dans cette machine, le fluide pris à l'état gazeux (vapeur juste saturante à la pression P_A et à la température θ_A) est comprimé de manière adiabatique réversible jusqu'à l'état B (P_B, θ_B). Il est ensuite refroidi puis entièrement liquéfié à pression constante (état C correspondant au liquide juste saturant, température θ_C) dans un radiateur au contact de l'air de l'habitation. Il traverse ensuite un détendeur où il subit une détente isenthalpique qui ramène sa pression de P_B à P_A . Il se trouve alors partiellement liquéfié (état D). Il pénètre alors dans l'évaporateur (source froide) et se vaporise complètement à la pression P_A jusqu'au point A . L'évaporateur et le radiateur ne possèdent pas de parois mobiles. On se place en régime permanent.

Dans les différents organes de la machine, on négligera les variations d'énergie potentielle de pesanteur et d'énergie cinétique.

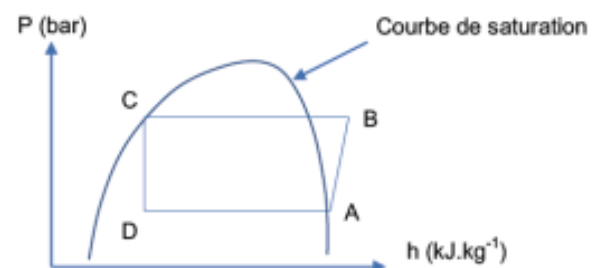
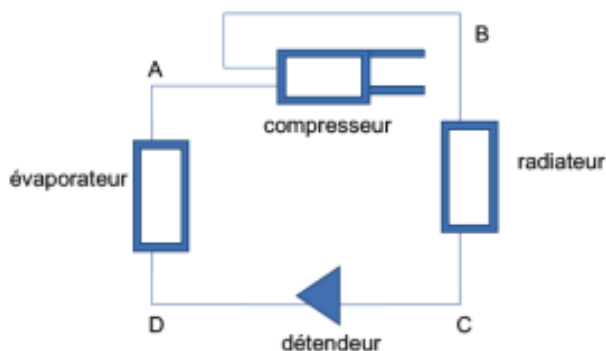
On considère une masse unité d'ammoniac.

Les données sont les suivantes :

L'ammoniac gazeux peut être assimilé à un gaz parfait.

Les coefficient $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,33$ pour l'ammoniac.

État	Pression P (en bars)	Température θ (en °C)	Enthalpie massique h (kJ.kg^{-1})
A	3,5	-5	1760
B	15	?	1980
C	15	38	660
D	3,5	?	?



Q1. Rappeler la définition de la pression de vapeur saturante.

Q2. Exprimer la température T_B au point B en fonction des données de l'énoncé, puis calculer la température θ_B au point B (en °C).

Q3. Reproduire sur votre copie l'allure du diagramme (P, h) et indiquer où se situe la courbe de rosée ainsi que la courbe d'ébullition. Préciser l'état physique du système dans les différents domaines. Quelle est la température θ_D au point D (en °C) ? Justifier.

Q4. Rappeler l'expression du premier principe sous forme de bilan enthalpique pour les fluides en écoulement permanent (appelé encore premier principe pour les systèmes ouverts ou encore « premier principe industriel ») en précisant la signification physique des différents termes et la simplifier dans le contexte étudié. On ne demande pas la démonstration.

Q5. Déterminer les valeurs numériques des variations d'enthalpie massique du système au sein de chaque organe de la pompe à chaleur.

Q6. Sachant que le maintien de la température dans la maison impose une puissance de chauffage $\mathcal{P}_{th} = 10 \text{ kW}$, établir l'expression du débit massique D_m d'ammoniac nécessaire en fonction de \mathcal{P}_{th} et des enthalpies massiques nécessaires. Le calculer.

Q7. Sur un cycle, on note $\mathcal{P}_m = \frac{\delta W}{dt}$ la puissance mécanique reçue par le fluide. L'exprimer en fonction de D_m et des enthalpies nécessaires. Le calculer.

Q8. A partir d'un schéma où l'on symbolisera la pompe à chaleur, grâce au fluide, aux sources de chaleur chaude et froide et à un système mécanique, indiquer les échanges d'énergie Q_C avec la source chaude, Q_F avec la source froide et W le travail échangé. Préciser le signe de ces différentes grandeurs. Indiquer aussi où se situent le radiateur, l'évaporateur et le compresseur.

Q9. Définir l'efficacité η_p de la pompe à chaleur, puis l'exprimer en fonction des puissances \mathcal{P}_{th} et \mathcal{P}_m . Le calculer.

Q10. Établir l'inégalité de Clausius pour une machine ditherme.

Q11. Montrer que l'efficacité de la pompe à chaleur est inférieure à une valeur maximale $\eta_{p_{max}}$ que l'on calculera. Conclure.

EXERCICE 5 : Question ouverte : Coût de chauffage d'une piscine : ($\approx 15 \text{ pts}$)

Un sujet d'actualité depuis l'augmentation des tarifs de l'électricité en France.

Une piscine olympique est remplie avec de l'eau à 20° , on souhaite augmenter sa température jusqu'à 27° . Estimer le coût de l'opération. (Prix de l'électricité $\approx 20 \text{ centimes/kWh}$).

Toute prise initiative sera récompensée.

Document réponse pour l'exercice 2 question Q3 :

Nom prénom :

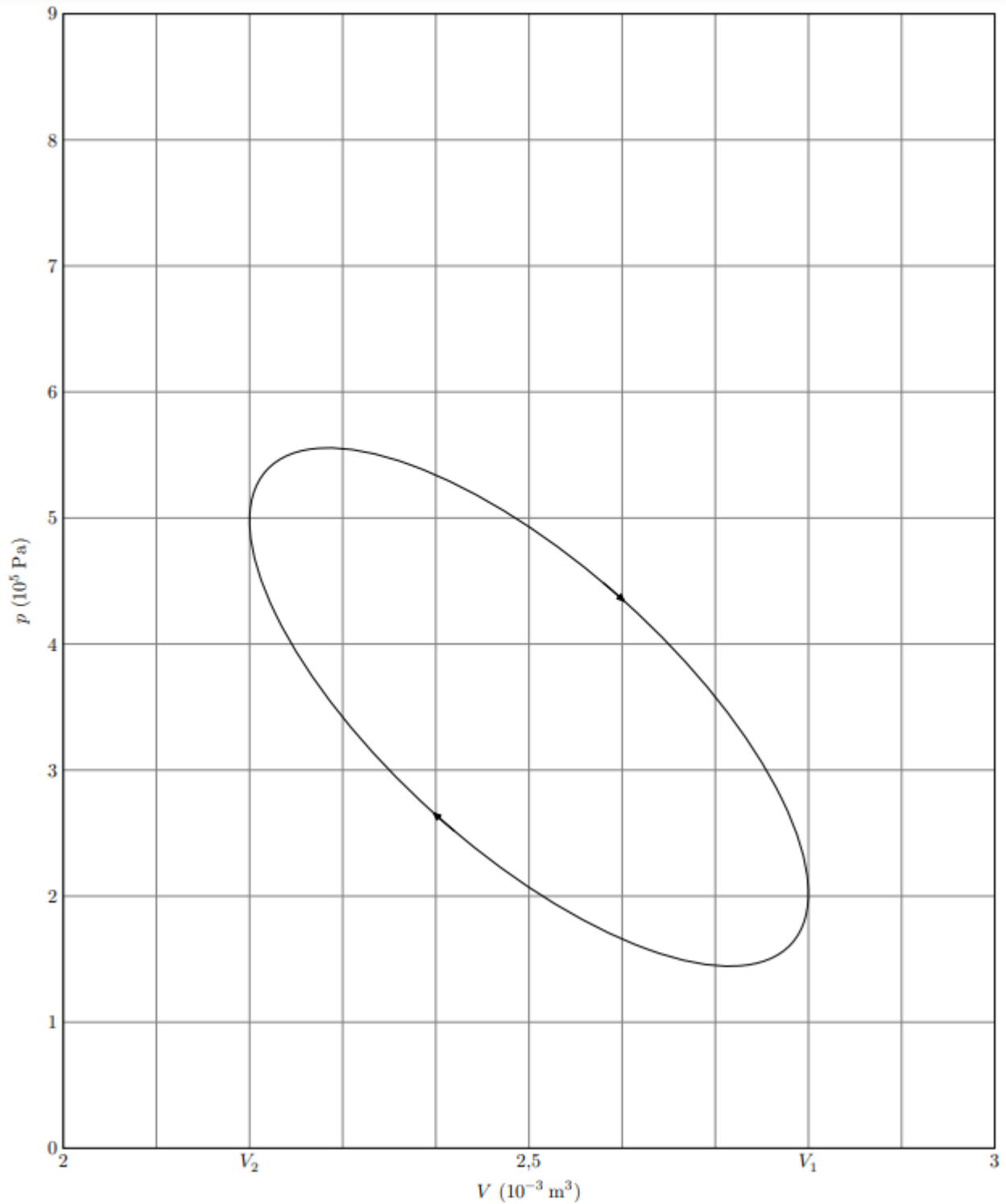


Figure A : Allure du cycle réel d'un moteur de Stirling dans le diagramme (P, V) .

Pensez à rendre ce document réponse avec votre copie.