Travaux pratiques – TP 1

Correction du TP

Capacités exigibles

- ◇ Former une image.
- ◇ Éclairer un objet de manière adaptée.
- ◇ Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.
- ◇ Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations).
- ◇ Estimer une valeur approchée d'une distance focale.

I Objectifs

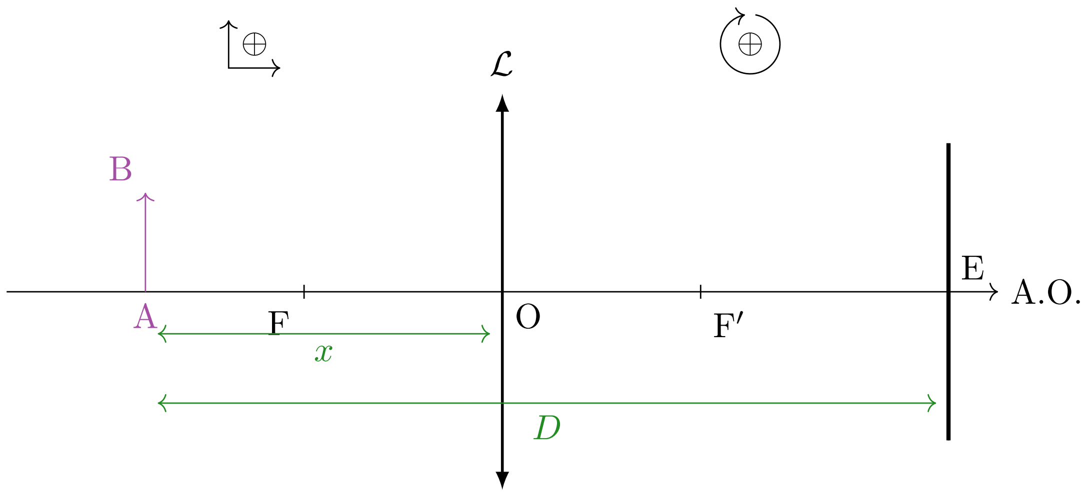
- ◇ Réaliser des alignements sur un banc optique ;
- ◇ Reconnaître rapidement une lentille convergente et une lentille divergente ;
- ◇ Déterminer une distance focale par différentes méthodes.

II S'approprier

Trois méthodes sont possibles pour la détermination expérimentale de la distance focale d'une lentille convergente.

II/A Méthode de Bessel

La méthode de Bessel utilise le montage ci-dessous où D, la distance objet-écran, est fixée, avec $D > 4f'$.
La méthode de Bessel pour déterminer la distance focale f' consiste donc à imposer une distance D entre un objet et un écran et à rechercher les deux positions de la lentille $\mathcal{L}$ qui donnent une image nette de l'objet sur l'écran E. En mesurant les deux distances D et d (distance entre les deux



positions de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette), on peut calculer la valeur de la distance focale image f' de la lentille.

II/B Méthode de Silbermann

La méthode de Silberman est le cas particulier de la méthode de Bessel pour lequel $D = 4f'$.

II/C Utilisation de la relation de conjugaison

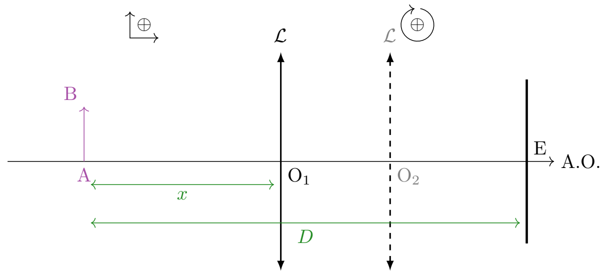
Cette méthode consiste à utiliser une régression linéaire permettant de vérifier la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}$$

III Analyser

III/A Méthode de Bessel

À l'aide d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}$ de distance focale image f', on veut former l'image d'un objet réel sur un écran situé à une distance D de l'objet. En déplaçant la lentille, on trouve une ou deux positions O_1 et O_2 qui donnent une image nette sur l'écran (cf. figure ci-contre).



① Déterminer dans ce cas, les deux expressions des positions correspondantes de la lentille notées $x_1 = \overline{\mathrm{O_1A}}$ et $x_2 = \overline{\mathrm{O_2A}}$ en fonction de D et f' et vérifier que celles-ci n'existent que si $D > 4f'$.

Réponse

Avec les notations de l'énoncé, la relation de Descartes devient

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'} &= \frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'} &= \frac{x + D - x}{x(D-x)} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{x(D-x)}{D} \\ \Leftrightarrow 0 &= x^2 - xD + f'D \end{aligned}$$

Ce trinôme du second degré a pour discriminant

$$\boxed{\Delta = D^2 - 4f'D = D(D-4f')}$$

x étant une distance physique, on cherche $\Delta \geq 0$.

- $\Delta = 0$ si $D = 4f'$, et alors

$$\boxed{x = \frac{D}{2}}$$

- $\Delta > 0$ si $D > 4f'$, et alors

$$\boxed{x_\pm = \frac{D \pm \sqrt{D(D-4f')}}{2}}$$

◇

② Exprimer $d = \overline{\mathrm{O_1O_2}}$, puis montrer qu'alors $\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$

Réponse

Ainsi, la zone de netteté de l'image se situe entre x_+ et x_-, et a donc une largeur

$$\boxed{d = x_+ - x_- = \sqrt{D(D-4f')}} \Leftrightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$$

◇

(3) À l'aide du chapitre N2 – mesures et incertitudes, déterminer analytiquement l'expression de l'incertitude-type sur f' en fonction de d, D, $u(d)$ et $u(D)$. Il faut pour cela déterminer l'incertitude d'une fraction avec IV/A), l'incertitude sur $d^2/4D$ avec IV/B) produit de puissances, et enfin l'incertitude sur f' avec IV/B) somme ou différence.

Réponse

Soit d, D les valeurs mesurées. Pour calculer l'incertitude d'une fraction, par exemple $u(D/4)$, on utilise

$$u\left(\frac{D}{4}\right) = \left|\frac{D/4}{D}\right| u(D) \Leftrightarrow u\left(\frac{D}{4}\right) = \frac{u(D)}{4}$$

Ensuite,

$$\begin{aligned}
u\left(\frac{d^2}{4D}\right) &= \frac{u\left(\frac{d^2}{D}\right)}{4} \\
\text{et} \quad \frac{u\left(d^2 D^{-1}\right)}{d^2 D^{-1}} &= \sqrt{2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + 1\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} \\
\Rightarrow u\left(\frac{d^2}{4D}\right) &= \frac{d^2}{4D}\sqrt{2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + 1\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}
\end{aligned}$$

Finalement,

$$\begin{aligned}
u\left(f'\right) &= \sqrt{u\left(\frac{D}{4}\right)^2 + u\left(\frac{d^2}{4D}\right)^2} \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{d^2}{D}\right)^2\left[2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2\right]} \\
\Leftrightarrow & \boxed{u\left(f'\right) = \frac{1}{4}\sqrt{u(d)^2 \times 2\frac{d^2}{D^2} + u(D)^2\left[1 + \frac{d^4}{D^4}\right]}}
\end{aligned}$$

◇

(4) Déterminer un protocole expérimental permettant la mesure d'une distance focale par cette méthode.

Réponse

On place la lentille convergente sur le banc optique, avec l'objet le plus près de la lampe source pour maximiser son éclairement et l'écran fixé à une distance $D \approx 50\,\text{cm}$ de l'objet.

On cherche une première position de la lentille telle que l'image soit nette sur l'écran. On mesure distance objet-lentille x_1. On déplace la lentille jusqu'à ce qu'on retrouve une image nette, et on mesure x_2.

On calcule $d = x_2 - x_1$ et on calcule f'.

◇

III/B Méthode de Silbermann

(5) Montrer qu'il existe un cas particulier intéressant où $x_1 = x_2$.

Réponse

Déjà fait en III/A

◇

(6) En déduire la nouvelle expression de f' dans ce cas.

Réponse

Avec la relation de conjugaison, on trouve aisément

$$\boxed{f' = \frac{D}{4}}$$

◇

(7) Déterminer un protocole expérimental permettant d'utiliser cette deuxième méthode.

Réponse

Avec le même montage que précédemment, on place l'écran loin de la lentille. On déplace la lentille pour trouver les deux positions de netteté. Si on en distingue effectivement deux, on rapproche l'écran, et on recherche une nouvelle fois les positions.

Procéder ainsi jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'une position pour laquelle l'image est nette. On aura alors $f' = D/4$.

◇

III/C Méthode utilisant la relation de conjugaison

(8) Déterminer un protocole expérimental permettant d'utiliser cette troisième méthode. Vous l'expliciterez clairement et me le proposerez avant mise en application.

Réponse

Avec la même lentille, on prend une distance aléatoire OA et on déplace l'écran pour avoir une image nette. On mesure OA'.

On répète l'expérience pour environ 10 mesures. On tracera ensuite

$$y = ax + b \quad \text{avec} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} \\ a = -1 \\ x = \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} \\ b = \frac{1}{f'} \end{cases}$$

On pourra forcer $a = -1$, et on cherchera l'ordonnée à l'origine pour avoir $1/f'$: ainsi, on aura $f' = 1/b$.

◇

IV Réaliser

IV/A Matériel disponible

- Lentilles convergentes et divergentes (en dioptries, δ) : -10 ; -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 8 ; 10.
- Lampe spectrale et écran dépoli
- Banc d'optique et supports
- Support magnétique constitué des lettres F et de la mini-règle
- Écran
- Réglet

IV/B Reconnaissance rapide convergente ou divergente

Attention

Afin de se protéger de la lumière émise par la lampe,
insérer un écran dépoli entre la lampe et l'objet.

Avec les lentilles disponibles, vérifier expérimentalement les critères suivants après les avoir expliqués de manière théorique à l'aide de tracés de rayons :

1) **Observation directe** : Les lentilles convergentes sont des lentilles à bords minces, les lentilles divergentes sont à bords épais.
2) **Effet loupe** : Une lentille convergente donne d'un objet placé à faible distance une image virtuelle, droite et agrandie.
3) **Effet anti-loupe** : Une lentille divergente donne d'un objet réel proche ou éloigné une image virtuelle, droite et réduite.
4) **Déplacement transversal** : Lorsqu'on déplace transversalement une lentille convergente devant un objet placé à faible distance, son image se déplace dans le sens inverse de celui de la lentille. Dans le cas d'une lentille divergente, le sens du déplacement est identique.

IV/C Projection sur un écran avec une lentille convergente

1) Réaliser un alignement sur le banc d'optique permettant de projeter l'image d'un objet sur un écran à l'aide d'une lentille convergente.
2) Pour une position de la lentille donnée, déterminer le grandissement $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ et vérifier la relation :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

en mesurant $\overline{OA'}$ et $\overline{OA}$ à l'aide d'un réglet.

IV/D Mesure précise de la distance focale d'une lentille convergente

$\boxed{1}$ Mettre en œuvre les trois méthodes proposées dans les parties Analyser et S'approprier pour déterminer la distance focale de la lentille convergente notée (+10). Vous noterez les valeurs expérimentales, calculs et résultats sur le *notebook* `Capytale` correspondant[1] et les résultats sur vos copies.

Réponse

On trouve[2] :

$$f_{\text{bessel}} = (10{,}21 \pm 0{,}03)\,\text{cm}$$
$$f_{\text{silb}} = (10{,}62 \pm 0{,}07)\,\text{cm}$$
$$f_{\text{reg}} = (10{,}42 \pm 0{,}07)\,\text{cm}$$

◇

1. https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/1228-1802331
2. https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/2761-1874421

2 Comparer alors les résultats obtenus par les différentes méthodes. Vous calculerez dans chaque cas l'écart relatif par rapport à la valeur théorique. Conclure.

Réponse

On trouve :

$$e_{r,\text{bessel}} = 0{,}02$$
$$e_{r,\text{silb}} = 0{,}06$$
$$e_{r,\text{reg}} = 0{,}04$$

Ainsi, nous concluons qu'avec ces résultats, la détermination par Bessel serait la meilleure. Seulement, cette conclusion repose sur les écarts relatifs, et ne nous informe en rien sur la précision de chaque mesure : il faut calculer les incertitudes pour conclure correctement.

◇

V Valider et conclure

3 Déterminer l'incertitude-type sur la détermination de la distance focale f' obtenue pour chaque méthode.

Pour la méthode de Bessel, on évaluera dans un premier temps l'incertitude de type B sur la détermination de D et d (avec incertitude composée de type différence) puis on calculera l'incertitude-type sur f' dont l'expression a été trouvée dans la partie Analyser. Faire de même avec une simulation Monte-Carlo.

Pour la méthode de Silbermann, on évalue l'incertitude sur f' directement par le calcul à partir de la mesure de D.

Pour la régression linéaire, il faut estimer les incertitudes sur les composantes X et Y de la régression par l'incertitude composée de type inverse, effectuer une simulation de Monte-Carlo pour avoir l'incertitude sur l'ordonnée à l'origine et trouver l'incertitude sur f' par la composition des incertitudes avec une fonction inverse.

4 Calculer alors les écarts normalisés. Conclure.

Réponse

On trouve :

$$E_{N,\text{bess}} = 7{,}82$$
$$E_{N,\text{silb}} = 8{,}66$$
$$E_{N,\text{reg}} = 5{,}94$$

Ainsi, nous concluons que la méthode la plus précise est la régression linéaire. C'était attendu, étant donné que les incertitudes aléatoires se compensent dans le calcul combiné sur f'. Seulement, aucune des expériences n'est satisfaisante du point de vue de l'écart normalisé, toutes les exépriences donnant un écart normalisé > 2. Ça n'est pas étonnant considérant la qualité des mesures, et le fait que la valeur théorique de la lentille soit connue mais sans précision.

◇