

Correction du TP

III Analyser

On étudie le mouvement de translation d'une bille de rayon R et de masse volumique ρ dans de l'huile de silicone de viscosité η . On admettra que les actions de frottement exercées par le liquide sur la bille en mouvement à la vitesse \vec{v} sont modélisables par une force de frottement \vec{f} telle que

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$$

On dépose la bille en O sans vitesse initiale dans l'huile de silicone contenue dans une grande éprouvette. On exprimera toutes les expressions littérales en fonction de ρ_0 , η , R , m et g .

- ① C'est une force verticale, orientée vers le haut, de module égal au **poids du fluide qui serait occupé par le volume de l'objet** :

$$\vec{\Pi} = -\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$

- ② On établit le système d'étude :

- ◇ **Système** : {bille} dans $\mathcal{R}_{\text{labo}}$ supposé galiléen
- ◇ **Schéma** : cf. Figure 18.1.
- ◇ **Modélisation** : repère (O, \vec{u}_y) , repérage : $\overrightarrow{OM} = y \vec{u}_y$, $\vec{v} = \dot{y} \vec{u}_y$, $\vec{a} = \ddot{y} \vec{u}_y$.
- ◇ **Bilan des forces** :

Poids	$\vec{P} = mg \vec{u}_y$
Poussée d'Archimède	$\vec{\Pi} = -\frac{4\pi\rho_0 R^3}{3} g \vec{u}_y$
Frottement fluide	$\vec{f} = -6\pi\eta R v \vec{u}_y$

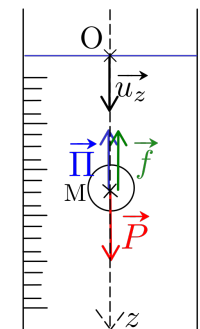


FIGURE 18.1 – Schéma

- ③ On applique le PFD à la bille :

$$\begin{aligned}
 m \frac{d\vec{v}}{dt} &= \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} \\
 \Rightarrow m \frac{dv}{dt} &= g \left(m - \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \right) - 6\pi\eta R v
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{m} v = g \left(1 - \frac{4\pi\rho_0 R^3}{3m} \right)$$

Forme canonique

- ④ On trouve v_{lim} en l'injectant dans l'équation différentielle, avec $\frac{dv_{\text{lim}}}{dt} = 0$, d'où le résultat immédiat.
- ⑤ On identifie le terme devant v comme étant $1/\tau_{\text{theo}}$ par analyse dimensionnelle, soit

$$\tau_{\text{theo}} = \frac{m}{6\pi\eta R}$$

- ⑥ Ainsi,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau_{\text{theo}}} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau_{\text{theo}}}$$

V Valider et conclure

V/A Détermination de la vitesse limite

- 1 On lit la valeur finale : $v_{\text{lim}} \approx 26 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

V/B Détermination de la constante de temps τ par deux méthodes

V/B) 1 Utilisation du temps de montée

- 7 On a $v(\tau) = 0,63v_{\text{lim}}$. On peut donc trouver τ en lisant l'abscisse pour laquelle $v = 0,63v_{\text{lim}}$.

- 2 On trouve $\tau_{\text{exp1}} = (75 \pm 2) \text{ ms}$

V/B) 2 Utilisation de la modélisation de la vitesse

- 3 On trouve $\tau_{\text{exp2}} = 72 \text{ ms}$

4
$$E_N = \frac{|\tau_{\text{exp1}} - \tau_{\text{exp2}}|}{u(\tau_{\text{exp1}})} \Leftrightarrow E_N = 1,5$$

Les deux mesures sont compatibles, malgré l'absence d'incertitude sur la valeur de la modélisation Latispro.

V/C Détermination de la viscosité η de l'huile de silicone

$$\tau_{\text{exp}} = \frac{\tau_{\text{exp1}} + \tau_{\text{exp2}}}{2} = 73,5 \text{ ms}$$

5
$$\eta_{\text{exp}} = \frac{m}{6\pi\tau_{\text{exp}}R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 10,4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \tau_{\text{exp}} = 73,5 \times 10^{-3} \text{ s} \\ R = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

A.N. : $\eta_{\text{exp}} = 0,75 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

- 6 On est à la moitié de la valeur théorique ! Avec cette valeur de η , on devrait avoir $\tau_{\text{theo}} = 37 \text{ ms} \dots$

V/D Détermination plus rapide de la vitesse limite sans enregistrement vidéo

- 7 On trouve en effet, que ce soit sur le chronogramme ou par étude de la valeur de τ , que la vitesse limite est atteinte très rapidement : au maximum après $5\tau \approx 0,4 \text{ s}$ pour un temps de chute de plusieurs secondes.
- 8 On mesure au chronomètre le temps de trajet entre deux points repérés par l'échelle derrière le tube.
- 9 Non corrigé.
- 10 Non corrigé.
- 11 Non corrigé.