

I Quelques ondes (★)

A Onde sur une corde

On excite l'extrémité d'une corde à une fréquence de 50 Hz. Les vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité de 10 m s^{-1} .

1. Quelle est la longueur d'onde ?

Réponse :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{10}{50} = \boxed{0,2 \text{ m}}$$

B Ondes infrasonores des éléphants

Les éléphants émettent des infrasons dont la fréquence est inférieure à 20 Hz. Cela leur permet de communiquer sur de longues distances et de se rassembler. Un éléphant est sur le bord d'une étendue d'eau et désire indiquer à d'autres éléphants sa présence. Pour cela, il émet un infrason. Un autre éléphant, situé à une distance $L = 24,0 \text{ km}$, reçoit l'onde au bout d'une durée $\Delta t = 70,6 \text{ s}$.

Donnée numérique. $24/70,6 \approx 3,3994334$.

2. Quelle est la valeur de la célérité c de l'infrason dans l'air ?

Réponse :

$$c = \frac{L}{\Delta t} = \frac{24 \cdot 10^3}{70,6} = 3,4 \cdot 10^2 = \boxed{340 \text{ m/s}}.$$

C Ondes à la surface de l'eau

Au laboratoire, on dispose d'une cuve à onde contenant de l'eau immobile à la surface de laquelle flotte un petit morceau de polystyrène. On laisse tomber une goutte d'eau au-dessus de la cuve, à l'écart du morceau de polystyrène. Une onde se propage à la surface de l'eau. Quelles sont les affirmations exactes ?

3. Ceci correspond :

- a) à une onde mécanique,
- b) à une onde longitudinale,
- c) à une onde transversale.

Réponse :

- a) oui

- b) non
- c) oui

4. L'onde atteint le morceau de polystyrène.

- a) Celui-ci se déplace parallèlement à la direction de propagation de l'onde,
- b) Celui-ci se déplace perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde,
- c) Celui-ci monte et descend verticalement,
- d) Celui-ci reste immobile.

Réponse :

- a) non
- b) oui
- c) oui
- d) non

II Applications directes du cours (★)

1. Soit $f(t)$ la fonction modélisant le signal en $x = 0$. Donner l'expression du signal en $M(x)$ ($x > 0$) en considérant une onde qui se propage vers les x croissants de O à M à la célérité c .

Réponse :

$$s(x, t) = f(t - x/c)$$

2. Soit $f(t)$ la fonction modélisant le signal en $x = 0$. Donner l'expression du signal en $M(x)$ ($x < 0$) en considérant une onde qui se propage vers les x décroissants de O à M à la célérité c .

Réponse :

$$s(x, t) = f(t + x/c)$$

3. Soit $g(x)$ la fonction donnant à la date $t = 0$ la valeur d'une grandeur physique en fonction de l'abscisse x du point d'observation. Donner l'expression de cette grandeur en fonction de x à la date t en considérant une onde se propageant vers les x décroissants à la célérité c .

Réponse :

$$s(x, t) = g(x + ct)$$

4. Une onde progressive sinusoïdale d'amplitude A_0 et de longueur d'onde λ se propage dans le sens des x décroissants à la célérité c . La phase à $t = 0$ au point A d'abscisse $x_A = \lambda/4$ est nulle. Donner l'expression de la fonction $s(x, t)$ en fonction de A_0 , λ , c , x et t . Quel est le déphasage entre A et l'origine O du repère ?

Réponse :

$$s(x, t) = A_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

De plus, avec $k = 2\pi/\lambda$,

$$s(x_A = \lambda/4, 0) = A_0 \cos(k\lambda/4 + \varphi) = A_0 \cos(\pi/2 + \varphi)$$

Or, la phase est nulle d'après l'énoncé donc $\varphi = -\pi/2$. Finalement,

$$s(x, t) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + ct) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Le déphasage en A par rapport à l'origine est par définition la différence des phases instantanées entre les points A et O soit

$$\Delta\varphi_{A/O} = \left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_A + ct) - \frac{\pi}{2}\right] - \left[\frac{2\pi}{\lambda}(0 + ct) - \frac{\pi}{2}\right] = \frac{2\pi}{\lambda}x_A = \frac{\pi}{2}$$

5. Donner la période, la fréquence, la pulsation, la longueur d'onde, le nombre d'onde et le vecteur d'onde, de l'onde :

$$s(x, t) = 5 \sin(2,4 \times 10^3 \pi t - 7,0 \pi x + 0,7 \pi x)$$

où x et t sont exprimés respectivement en mètres et en secondes. Quelle est sa vitesse de propagation ?

Réponse :

- Pulsation : $\omega = 2,4 \times 10^3 \pi = 7,5 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$
- Période : $T = 2\pi/\omega = 8,3 \times 10^{-4} \text{ s}$
- Fréquence : $f = \omega/2\pi = 1,2 \times 10^3 \text{ Hz}$
- Vecteur d'onde : $k = 6,3\pi = 19,8 \text{ rad s}^{-1}$
- Longueur d'onde : $\lambda = 2\pi/k = 0,32 \text{ m}$
- Nombre d'onde : $\sigma = k/2\pi = 3,15 \text{ m}^{-1}$
- La vitesse de propagation est : $c = \lambda f = 384 \text{ m s}^{-1}$

6. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens négatif avec la célérité c . On donne :

$$s_2(0, t) = A \sin(\omega t)$$

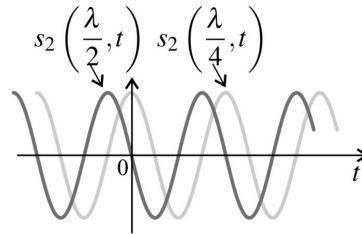
Déterminer l'expression de $s_2(x, t)$. Représenter graphiquement $s_2(\lambda/4, t)$ et $s_2(\lambda/2, t)$ en fonction de t .

Réponse :

L'onde se propageant avec la célérité c dans le sens négatif de (Ox) , on a :

$$s_2(x, t) = s_2(0, t + x/c) = A \sin(\omega t + kx)$$

$s_2(\lambda/4, t)$ est en quadrature avance sur $s_2(0, t)$ et $s_2(\lambda/2, t)$ est en quadrature avance sur $s_2(\lambda/4, t)$ et en opposition de phase par rapport à $s_2(0, t)$.



7. En $x = 0$ on excite un train d'onde de la forme

$$s(0, t) = S_0 \exp \left(- \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right)$$

Avec $T = 0,2 \text{ s}$ et $\tau = 1 \text{ s}$. L'onde se propage dans la direction des x positifs à la célérité $c = 2 \text{ m s}^{-1}$. Donner l'expression de $s(x, t)$.

Réponse :

$$s(x, t) = s(0, t - x/c) = S_0 \exp \left(- \left(\frac{t - x/c}{\tau} \right)^2 \right) \cos \left(\frac{2\pi(t - x/c)}{T} \right)$$

8. La vibration d'une corde tendue horizontalement est modélisée par la fonction d'onde donnant l'altitude y à la date t et au point d'abscisse x (en mètre) :

$$y(x, t) = 0,050 \cos(10\pi t + \pi x)$$

- Préciser les valeurs et unités de l'amplitude Y_0 , la pulsation ω , la fréquence f , la période T , le vecteur d'onde k et la longueur d'onde λ .
- L'onde se propage-t-elle vers les x croissants ou décroissants ?
- La célérité d'une onde le long d'une corde vibrante est donnée par l'expression $c = \sqrt{T/\mu}$ avec T la tension de la corde et $\mu = 0,10 \text{ kg m}^{-1}$ la masse linéique de la corde. Calculer la tension de la corde.
- On multiplie la tension de la corde par 2 et on garde même fréquence d'excitation f . Comment varie alors la longueur d'onde ?

Réponse :

L'amplitude de l'onde vaut $Y_0 = 0,050 \text{ m}$. On a par ailleurs :

- $\omega = 10\pi \text{ rad s}^{-1}$
- $f = \omega/(2\pi) = 5 \text{ Hz}$
- $T = 1/f = 0,2 \text{ s}$
- $k = \pi \text{ rad m}^{-1}$
- $\lambda = 2\pi/k = 2 \text{ m}$

L'onde se propage vers les x décroissants d'après son expression. De plus

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{et} \quad c = \lambda f \quad \text{donc} \quad T = \mu(\lambda f)^2 = 10 \text{ N}$$

λ évolue en \sqrt{T} donc si T est multiplié par 2 alors λ est multiplié par $\sqrt{2}$.

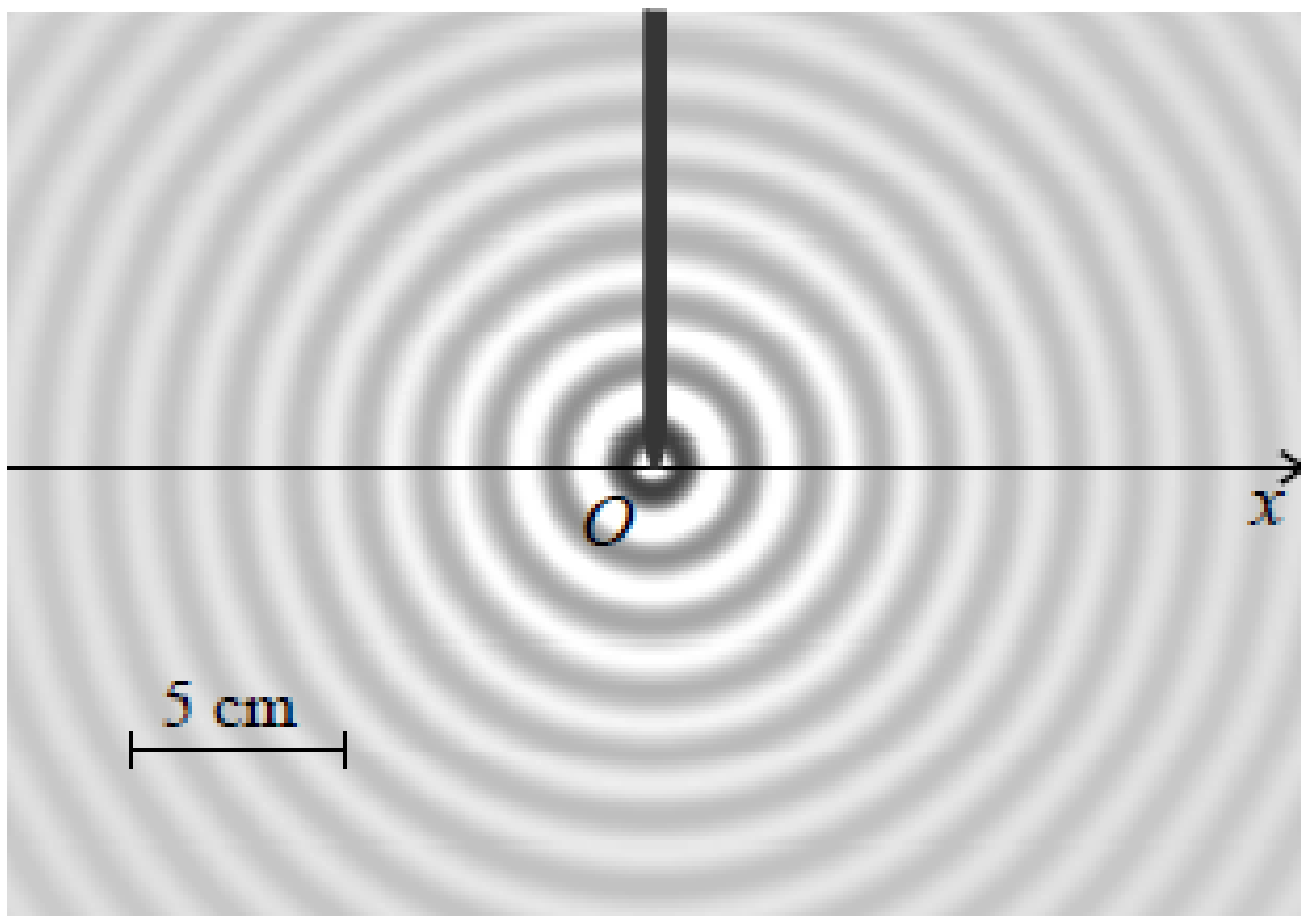
9. Calculer la longueur d'onde correspondant à la note La_3 , de fréquence $f = 440 \text{ Hz}$ se propageant dans l'air à la célérité $c = 340 \text{ m s}^{-1}$.

Réponse :

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,77 \text{ m}$$

III Cuve à ondes

La figure représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18 \text{ Hz}$. L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe, foncée là où elle est concave.



1. En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde.

Réponse :

La distance entre deux maxima lumineux correspond à une longueur d'onde. En effet, les parties concaves du dioptre air-eau se comportent comme des lentilles convergentes alors que les parties convexes se comportent comme des lentilles divergentes.

On mesure 10 maximum de luminosité consécutifs :

$$10\lambda = 3 \times 5 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 1,5 \text{ cm}}.$$

2. En déduire la célérité de l'onde.

Réponse :

$$c = \lambda f = 1,5 \cdot 10^{-2} \times 18 = \boxed{2,7 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}}.$$

On suppose l'onde sinusoïdale, d'amplitude A constante et de phase initiale nulle en O.

3. Écrire le signal $s(x, t)$ pour $x > 0$ et pour $x < 0$.

Réponse :

Pour $x < 0$, l'onde se déplace vers la gauche :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t + kx).$$

Pour $x > 0$, l'onde se déplace vers la droite :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

4. Expliquer pourquoi A n'est pas, en fait, constante.

Réponse :

L'amplitude d'onde circulaire (sphérique) diminue lorsque l'on s'éloigne du centre car l'énergie, qui se conserve, est répartie équitablement sur les vagues circulaire dont le périmètre augmente.

IV Propagation en milieu dispersif

Pour les ondes progressives sinusoïdales se propageant à la surface de l'eau, la relation de dispersion s'écrit

$$\omega^2 = gk$$

avec g l'accélération de pesanteur constante.

1. Le milieu est-il dispersif ?

Réponse :

La relation liant ω et k n'est pas linéaire. Par conséquent, le milieu est qualifié de dispersif.

2. Exprimer la vitesse de phase $v_\varphi(k)$.

Réponse :

La vitesse de phase est définie comme

$$v_\varphi(k) = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega}$$

Comme attendu pour un milieu dispersif, la vitesse de phase dépend de la pulsation ω , ce qui signifie que la vitesse de propagation dans le milieu d'une OPPM de pulsation ω dépend de ω .

V Distance d'un impact de foudre

On peut lire, dans une revue de vulgarisation scientifique :

“Lorsque nous parlons, nos cordes vocales mettent en mouvement l'air qui les entoure. L'air étant élastique, chaque couche d'air se comporte comme un ressort. La couche d'air comprimé se détend, et ce faisant comprime la couche qui la suit dans le sens de propagation du son, etc.”

1. Définir une onde progressive. Quelle grandeur physique constitue la perturbation pour une onde acoustique ?

Réponse :

Une onde est un phénomène de propagation d'une perturbation de proche en proche sans déplacement de matière du milieu considéré. Progressive signifie qu'elle se propage dans un unique sens. La variation de la pression de l'air est une grandeur physique qui se propage de proche en proche pour une onde acoustique.

2. Le son est une onde mécanique. Que peut-on alors dire de son milieu de propagation ? Donner deux autres exemples d'ondes mécaniques (mais non acoustiques).

Réponse :

Le son se propage dans un milieu matériel élastique comme toute onde mécanique. On peut, par exemple, observer des ondes mécaniques :

- Le long d'une corde tendue (instrument à cordes type violon/guitare ou à percussion type piano).
 - À la surface de la croûte terrestre et à l'intérieur des roches : ondes sismiques.
3. Pendant un orage, on peut grossièrement évaluer la distance à laquelle est tombée la foudre. Si on divise par trois la durée (en secondes) entre l'éclair (phénomène visible) et le tonnerre (phénomène audible), on obtient la distance cherchée (en kilomètres). À quel type d'onde est associé l'éclair ? Donner l'intervalle de longueurs d'onde dans le vide du spectre visible. À partir de l'observation faite pendant l'orage, estimer approximativement la valeur numérique de la vitesse c_{air} de propagation du son dans l'air. La réponse sera justifiée avec soin.

Réponse :

Les longueurs d'onde du spectre du visible sont telles que $\lambda \in [400 \text{ nm}, 800 \text{ nm}]$. La célérité de la lumière étant très élevée par rapport à celle du son, on peut considérer que l'on observe l'éclair à l'instant t_0 où il est émis (durée de propagation supposée nulle). L'onde acoustique nous arrive en revanche après s'être propagée à la célérité c_{air} . Nous entendons donc le tonnerre avec un certain retard :

$$\Delta t = t_{\text{propagation}} - t_0 = \frac{L}{c_{\text{air}}}$$

L étant la distance qui nous sépare de l'endroit où la foudre est tombée. D'après le texte, $L/\text{km} = (\Delta t/\text{s})/3$; donc $L/\text{m} = 1000 \times \Delta t/3 \text{ s}$; D'où

$$c_{\text{air}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{1000 \text{ m}}{3 \text{ s}} \approx 333 \text{ m s}^{-1}$$

Cette valeur est très proche de celle proposée dans l'énoncé à la question suivante. L'estimation semble donc fiable.

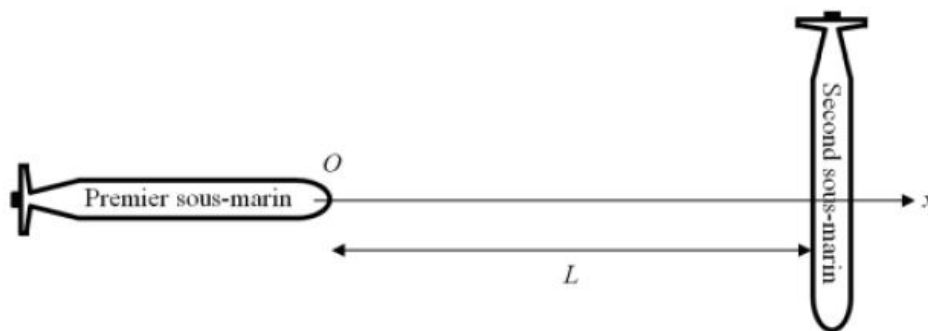
VI Propriétés du son et principe du sonar (★★)

Un sonar (“SOund NAvigation and Ranging”) est un dispositif de détection utilisant les ondes acoustiques comme signal détectant. Il permet aux marins de naviguer correctement (mesure de la profondeur) ou aux sous-marins de repérer les obstacles et les autres navires. Certains animaux (chauve-souris, dauphins...) utilisent des systèmes similaires au sonar pour repérer leurs proies ou des obstacles.

On suppose dans cette partie que la mer est un milieu homogène dans lequel le son se propage rectilignement. À 20 °C, la vitesse du son dans l’eau de mer est $c_{\text{mer}} = 1,5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$.

L’avant d’un sous-marin est équipé d’un sonar lui permettant d’éviter d’entrer en collision avec un obstacle. Le sonar est constitué d’un émetteur d’ondes sonores et d’un récepteur capable d’identifier l’écho de l’onde précédemment émise.

On note O l’avant du sous-marin équipé du sonar et (Ox) l’axe du sous-marin, correspondant à l’axe de propagation de l’onde sonore. Un second sous-marin est à la distance L du premier, dans la configuration représentée sur la figure ci-dessous.



1. Quelles sont les fréquences des ultrasons ? Connaissez-vous un des usages autres que dans les sonars que l'être humain peut faire des ultrasons ?

Réponse :

Les fréquences des ultrasons se situent au-dessus des 20 kHz. L'échographie utilise la réflexion des ultrasons à l'interface entre des tissus de caractéristiques mécaniques différentes (en terme de densité et de vitesse de propagation du son) pour imager de manière non invasive l'intérieur du corps.

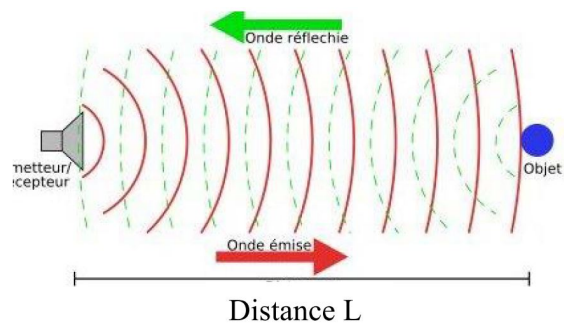
2. Expliquer le principe de fonctionnement d'un sonar. Il est conseillé de faire un schéma.

Réponse :

Le sonar mesure le décalage temporel entre l'émission et la réception de l'onde sonore réfléchie par la cible :

$$\Delta t = \frac{2L}{c_{\text{mer}}}$$

Connaissant la vitesse du son dans l’eau de mer c_{mer} , la mesure de Δt permet de déterminer L .

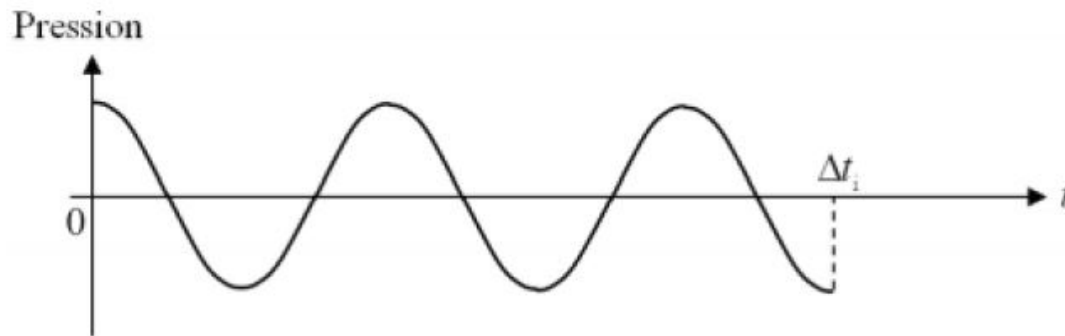


3. L'émetteur produit une très brève impulsion sonore. Le récepteur en reçoit l'écho au bout d'une durée $\Delta t_e = 38,8 \text{ ms}$. Exprimer la distance L à laquelle se situe le second sous-marin en fonction de Δt_e et c_{mer} ; faire l'application numérique.

Réponse :

$$\Delta t = \frac{2L}{c_{\text{mer}}} \quad \text{donc} \quad L = \frac{\Delta t_e \times c_{\text{mer}}}{2} = \frac{38,8 \cdot 10^{-3} \times 1500}{2} = 29,1 \text{ m}$$

À partir de l'instant $t = 0$, le sonar émet l'impulsion sonore sinusoïdale de la figure ci-dessous, pendant une durée $\Delta t_i = 800 \mu\text{s}$.



4. Déterminer, en justifiant, la valeur numérique de la fréquence f de l'onde émise par le sonar.

Réponse :

D'après le schéma, on a : $2,5T = \Delta t_i$, soit $2,5/f = \Delta t_i$. Ainsi,

$$f = \frac{2,5}{\Delta t_i} = \frac{2,5}{800 \cdot 10^{-6}} = 3125 \text{ Hz}$$

On s'intéresse à la propagation spatiale de l'impulsion sonore.

5. Exprimer et calculer numériquement la longueur spatiale Δx de l'impulsion.

Réponse :

Pour la longueur spatiale de l'impulsion, on a

$$\Delta x = c_{\text{mer}} \times \Delta t_i = 1500 \times 800 \cdot 10^{-6} = 1,2 \text{ m}$$

6. Reproduire sur la copie le système d'axes de la figure ci-dessous et y représenter l'impulsion sonore à l'instant $t = 12,0 \text{ ms}$; calculer numériquement, en justifiant précisément, les positions du début (ou front) de l'impulsion et de sa fin.

**Réponse :**

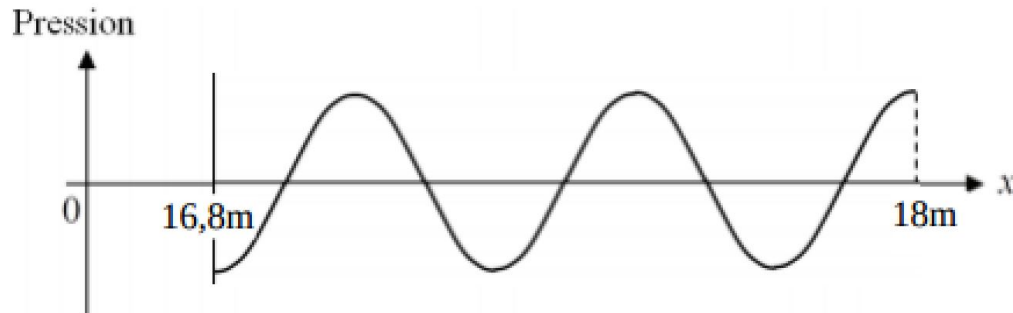
On cherche à passer d'une analyse temporelle (en $x = 0$) à une analyse spatiale. A $t = 12 \text{ ms}$, le début de l'impulsion émis à $t = 0$ se retrouve en $M_0(x_0)$, tel que

$$x_0 = c_{\text{mer}} \Delta t_0 = 1500 \times 0,012 = 18 \text{ m}$$

La fin de l'impulsion (front d'onde) émise à Δt_i se retrouve en $M_1(x_1)$, tel que

$$x_1 = c_{\text{mer}}(12 \cdot 10^{-3} - \Delta t_i) = 1500(12 \cdot 10^{-3} - 800 \cdot 10^{-6}) = 16,8 \text{ m}$$

En x_1 , La pression est minimale et elle augmente. Entre x_1 et x_0 , on a 2,5 longueurs d'ondes. D'où le graphe ci-dessous :



Remarque importante : L'onde apparaît "à l'envers" sur les graphes temporel et spatial.

Un détecteur d'ondes sonores est placé sur le second sous-marin, sur l'axe (Ox).

7. Représenter sur la copie l'évolution de l'amplitude enregistrée par ce détecteur au cours du temps. Calculer numériquement, en justifiant précisément, les instants auxquels le détecteur reçoit le début et la fin de l'impulsion et on repérera ces instants sur l'axe horizontal qu'on graduera.

Réponse :

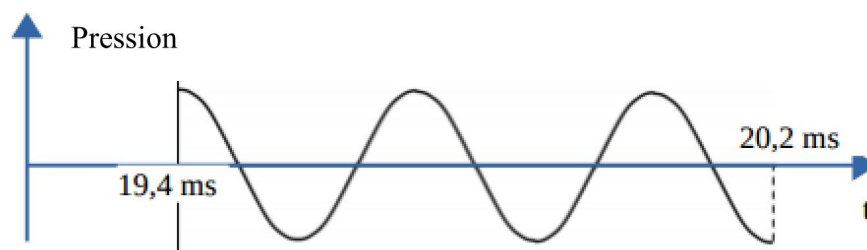
Le second sous-marin est à la distance $L = 29,1 \text{ m}$ du premier. On repasse en analyse temporelle. Le début de l'impulsion émis à $t = 0$ est reçu à

$$t_1 = \frac{L}{c_{\text{mer}}} = \frac{29,1}{1500} = 19,4 \text{ ms}$$

La fin de l'impulsion émise à $t = \Delta t_i$ est reçue à

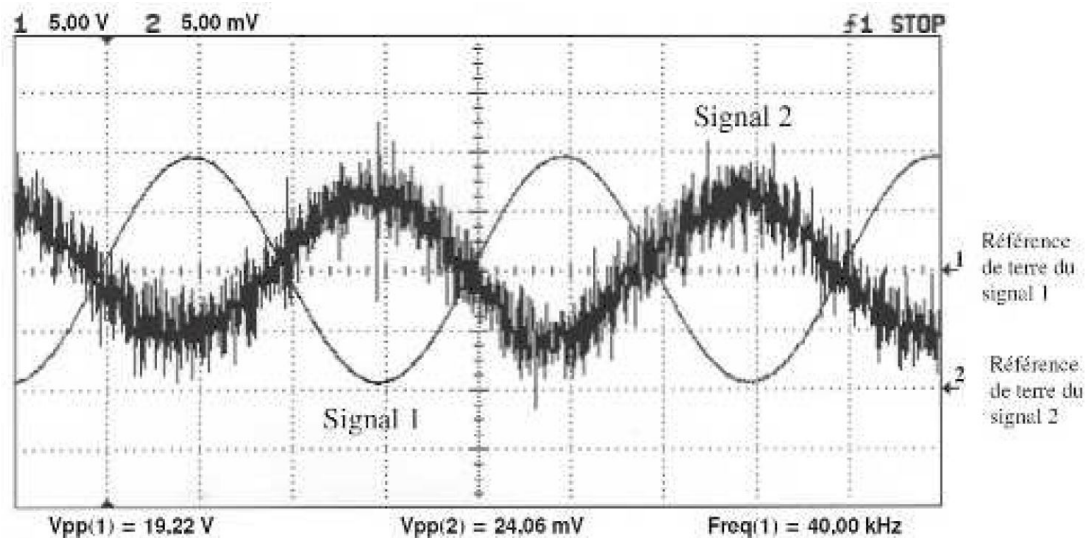
$$t_2 = \frac{L}{c_{\text{mer}}} + \Delta t_i = \frac{29,1}{1500} + 800 \cdot 10^{-6} = 20,2 \text{ ms}$$

D'où le graphe ci-contre :



VII Télémètre ultrasonore

On place un émetteur et un récepteur à ultrasons côte à côte. Ce bloc est appelé le télémètre. À la distance D , on place un obstacle réfléchissant les ondes sonores, que nous appellerons la cible. Une onde sinusoïdale, de période T , est émise par l'émetteur du télémètre, elle se réfléchit sur la cible et est détectée par le récepteur du télémètre. Sur l'écran d'un oscilloscope, on visualise simultanément deux signaux ; celui capté (par un dispositif non décrit) en sortie de l'émetteur et celui du récepteur.



1. On appelle temps de vol, noté t_v , la durée du trajet aller-retour de l'onde entre le télémètre et la cible. Exprimer t_v en fonction de la distance D séparant le télémètre de la cible et de la célérité c de l'onde.

Réponse :

Le temps de vol est la durée de la propagation de l'onde sur une distance $2D$ correspondant à l'**aller-retour** jusqu'à la cible. Ainsi :

$$t_v = \frac{2D}{c}$$

2. Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre, puis on l'éloigne lentement, en comptant le nombre de coïncidences, c'est-à-dire le nombre de fois où les signaux sont en phase. Pour simplifier, on suppose que lorsque $D = 0$, les signaux sont en phase. On se place dans le cas où l'on a compté exactement un nombre n de coïncidences. Exprimer D en fonction de n et de la longueur d'onde des ondes ultrasonores.

Réponse :

Au fur et à mesure que l'on éloigne la cible, le décalage temporel entre les deux signaux augmente. Chaque fois que ce décalage est un multiple entier de la période T , les signaux sont en phases. Si on éloigne d'une distance D , on augmente de décalage temporel de $2D/c$. La première fois que les signaux sont en phase à nouveau, on a

$$\frac{2D}{c} = T \quad \text{soit} \quad D = \frac{cT}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

où λ est la longueur d'onde des ondes ultrasonores. La deuxième fois,

$$\frac{2D}{c} = 2T \quad \text{soit} \quad D = 2 \times \frac{\lambda}{2}$$

À la $n^{\text{ème}}$ coïncidence (par récurrence immédiate),

$$D = n \times \frac{\lambda}{2}$$

3. Lors du recul de la cible, 50 coïncidences ont été comptées avant d'observer les signaux suivants sur l'écran de l'oscilloscope (voir figure). Dans les conditions de l'expérience, la longueur d'onde des ondes sonores valait 8,5 mm. En exploitant les données de l'enregistrement, calculer la distance séparant le télémètre de la cible.

Réponse :

Dans l'expérience on a reculé la cible d'une distance comprise entre $50\lambda/2$ et $51\lambda/2$. Les deux signaux sont en opposition de phase, ce qui veut dire qu'après la 50^e coïncidence on a reculé la cible d'une distance ΔD telle que

$$\frac{2\Delta D}{c} = \frac{T}{2} \quad \text{soit} \quad \Delta D = \frac{\lambda}{4}$$

La distance de la cible est donc :

$$D = 50 \times \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = 10,8 \text{ cm}$$

4. Pourquoi les deux signaux de la figure sont-ils si différents ? Identifier quel est, selon toute vraisemblance, le signal capté en sortie de l'émetteur et celui reçu par le récepteur.

Réponse :

Le niveau du signal reçu par le récepteur en provenant de la cible est faible en raison de l'éloignement de celle-ci. Pour l'observer sur l'oscilloscope il faut augmenter la sensibilité, ce qui a pour conséquence d'amplifier le bruit électronique. C'est pourquoi ce signal a une allure irrégulière que l'on qualifie de « bruitée ».

5. Le comptage des coïncidences a été réalisé en plaçant l'oscilloscope en mode XY (c'est-à-dire une représentation telle que le signal 2 soit tracé comme une fonction du signal 1). Dans le cas des signaux de la figure, représenter la figure que l'on obtiendrait en se plaçant dans ce mode.

Réponse :

Les deux signaux étant en opposition de phase on observerait en mode XY un segment de droite de pente négative (de contour assez flou à cause du bruit).