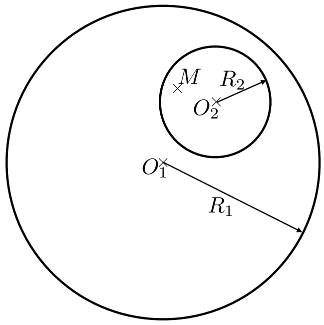
Sujet 1

I Champ électrostatique dans une cavité

1. Démontrez le théorème de Gauss pour le champ électrostatique par intégration de l'équation de Maxwell-Gauss.

Une sphère de centre O_1 et de rayon R_1 de densité de charge volumique uniforme ρ_e est percé d'un trou sphérique de centre O_2 et de rayon R_2 (donc de densité de charge volumique nulle). On cherche à déterminer le champ électrostatique à l'intérieur de cette sphère.



2. Donnez le champ électrostatique ${}_1$ créé par une sphère de centre O_1 et de rayon R_1, de densité de charge volumique uniforme ρ_e, au point M (dans le cas où M est à l'**intérieur** de cette première sphère). On l'exprimera alors en fonction du vecteur $\overrightarrow{O_1M}$.

3. Déterminez le champ électrostatique ${}_2$ créé par une sphère de centre O_2 et de rayon R_2, de densité de charge volumique uniforme ρ_e', au point M (dans le cas où M est à l'**intérieur** de cette seconde sphère). On l'exprimera alors en fonction du vecteur $\overrightarrow{O_2M}$.

4. En utilisant l'additivité des champ électrostatiques, déterminez le champ réel à l'intérieur de la cavité en fonction de ${}_1$ et ${}_2$.

5. En déduire le champ électrostatique en tout point M de la cavité et montrez qu'il s'exprime simplement en fonction de $\overrightarrow{O_1O_2}$.

Sujet 2

I Phénomène d'écrantage

On considère un conducteur plan infini d'équation $x = 0$ portant une charge surfacique uniforme positive égale à σ.

1. Déterminez la valeur du champ $\vec{E}_0$ en tout point du demi-espace vide.

2. En déduire, à une constante près, l'expression de $V_0(x)$ en tout point du demi-espace vide.

On place alors voisinage du conducteur métallique une distribution volumique uniforme de charge dont la densité volumique de charge est notée ρ, répartie dans la tranche comprise entre les valeurs $x = 0$ et $x = L$. La charge volumique ρ est de signe opposé à σ.

3. Déterminez l'expression du champ $\vec{E}_{tot}$ en tout point de l'intervalle $[0,L]$.

4. Montrez que $\vec{E}_{tot}$ est uniforme pour toute valeur $x > L$.

On dit que la distribution de charge écrante la distribution surfacique de charge lorsque le champ $\vec{E}_{tot}$ s'annule pour tout $x > L$.

5. Donnez la relation portant sur σ, ρ et L pour laquelle la condition d'écrantage est satisfaite. Dans la suite, on suppose cette condition vérifiée.

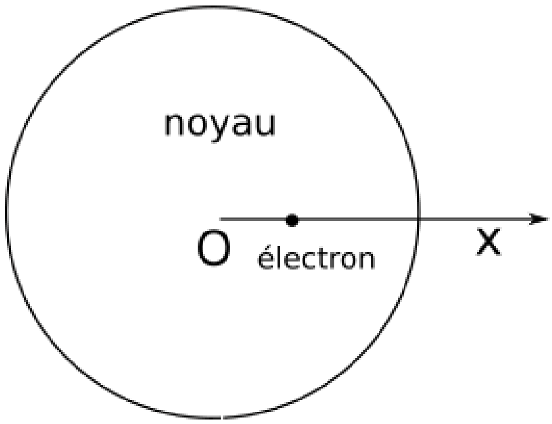
6. Donnez l'expression de $V_{tot}(x)$ en tout point du demi-espace $x > 0$. On choisira conventionnellement $V_{tot}(L) = 0$.

7. Représentez graphiquement l'amplitude de $\vec{E}_{tot}$ en fonction de x. Tracez également l'allure du carré du champ.

Sujet 3

I Modèle de Thomson

On propose dans cet exercice d'estimer la taille d'un atome d'hydrogène à partir du modèle de Thomson et du principe d'incertitude de Heisenberg.
L'électron est supposé ponctuel, de charge $-e$ et de masse m alors que le noyau, de charge positive $+e$ est modélisé par une distribution de charge homogène sphériques de densité volumique de charges ρ et de rayon a. La masse du noyau est très grande devant celle de l'électron, de sorte que le noyau est considéré comme fixe, centré sur l'origine O de l'axe des x.



1. Déterminer l'expression de ρ en fonction des autres données.

2. Déterminer le champ électrique créé par le noyau au niveau de l'électron d'abscisse x.

3. Montrer que l'abscisse $x(t)$ de l'électron vérifie une équation différentielle de type oscillateur harmonique, et en donner la forme de la solution pour une position initiale $x_0 < a$ et une vitesse initiale nulle.

4. En appliquant le principe de Heisenberg au mouvement de l'électron, montrer que le rayon a de l'atome doit être supérieur à une valeur minimale que l'on exprimera en fonction de m, e, ϵ_0 et $\hbar$.