

# Analyses spectrales de signaux électriques

## I Objectifs

- Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.
- Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges.

## II S'appropriier : analyse spectrale

### A Décomposition en série de Fourier

Toute fonction périodique peut se décomposer en série de Fourier, c'est-à-dire en une somme de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes. Soit  $y$  une fonction périodique de période  $T$  et de pulsation  $\omega = 2\pi/T$ . La décomposition en série de Fourier de  $y$  est :

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi)$$

Avec  $a_n$  et  $\varphi_n$  respectivement l'amplitude et la phase de l'harmonique de rang  $n$ .

Un logiciel tel que LatisPro (que l'on va utiliser ici) permet de réaliser numériquement la décomposition en série de Fourier (en réalité une transformée de Fourier numérique) d'un signal et de fournir une représentation graphique exploitable.

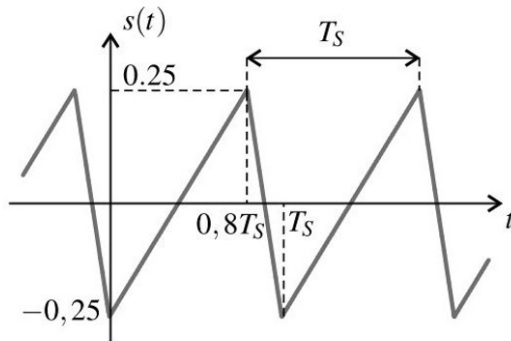


FIGURE 15.1 – Représentation temporelle d'un signal périodique.

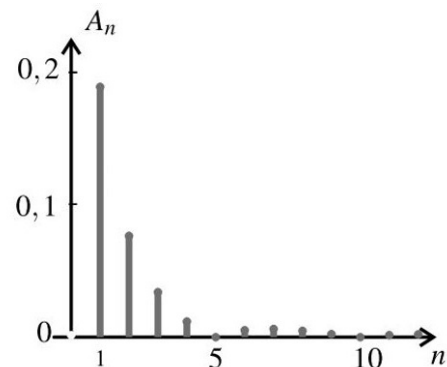


FIGURE 15.2 – Spectrogramme du même signal périodique.

### B Vocabulaire

- Spectre : représentation de l'amplitude de chacune des composantes spectrales d'un signal en fonction de leurs pulsations ou de leurs fréquences.
- $y_0 = \langle y \rangle$  est la valeur moyenne du signal  $y$ , c'est-à-dire sa **composante continue** ;
- $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  est appelé **fondamental** ;
- $a_i \cos(n\omega t + \varphi_i)$  est l'**harmonique** de rang  $i$ .

Remarques

- 1) Le fondamental est aussi l'harmonique de rang 1.
- 2) Le spectre d'un signal temporel pair ne contient que des harmoniques de rang pair ( $n = 2p, p \in \mathbb{N}$ )
- 3) Le spectre d'un signal temporel impair ne contient que des harmoniques de rang impair ( $n = 2p + 1, p \in \mathbb{N}$ )

## C Durée d'enregistrement et fréquence d'échantillonnage

Le critère de SHANNON (vu en seconde année) impose que la **fréquence d'échantillonnage** (fréquence de calcul) soit **supérieure à deux fois la fréquence maximale du signal** étudié.

Par ailleurs, le temps d'acquisition total  $T_{\text{acq tot}}$  doit être égal à un multiple entier de fois la période du signal étudié :  $T_{\text{acq tot}} = nT$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ . Si ce n'est pas possible, il faut que la durée d'acquisition soit longue, sachant que le pas fréquentiel du spectre vaudra :



$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{acq tot}}}$$

## III Réaliser et valider


### A Analyses spectrales de signaux périodiques de différentes formes

#### III.A.1 Signal sinusoïdal

Réaliser une acquisition :

- 1) Connecter le générateur basses fréquences (GBF) à l'interface SYSAM entre les voies EA0 et la masse.
- 2) Ouvrir le logiciel Latispro en suivant le chemin : programmes → discipline → physique-chimie → latispro.
- 3) Allumer le GBF, choisir un signal sinusoïdal de fréquence 500 Hz et d'amplitude moyenne (5 – 10 V par exemple).
- 4) Pour faire une acquisition : cliquer sur le bouton 
  - Pour activer la voie EA0 : Dans le cadre entrées analogiques, cliquer sur les boutons des entrées à activer (EA0 ici!).
  - Pour paramétrer l'acquisition : Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition. On choisira :
    - Nombre de points : 10 000 ;
    - Acquisition temporelle ;
    - 1) Durée totale d'acquisition  $T_{\text{acq tot}}$  à choisir. Justifier ce choix succinctement.
    - Fin des réglages, vous êtes prêt-e à faire vos enregistrements.
  - Lancer l'acquisition en cliquant sur 

Tracer le spectre :

- 1) Aller dans traitements → calculs spécifiques → analyse de Fourier.
- 2) Accéder à la liste des courbes grâce à .
- 3) Glisser la courbe et cliquer sur calcul.

Commenter :

- 4) Quelle est l'allure du spectre ? Observez-vous des harmoniques ?
- 5) En cliquant droit sur le graphe, prendre la loupe + pour zoomer, plusieurs fois si nécessaire ou utiliser le calibrage. Relever la fréquence fondamentale grâce à la fonction réticule (toujours en cliquant droit sur le graphe) et la comparer à celle indiquée par le GBF. Commenter l'éventuelle différence.

#### III.A.2 Signaux triangulaires et carrés

Changer la forme du signal délivré par le GBF en gardant la même fréquence fondamentale et recommencer le même protocole.


- 6) Quelle est l'allure de chacun des spectres (signal triangulaire et carré) ? Observez-vous des harmoniques ?
- 7) Quelle est la particularité de ces deux spectres ? Quelles sont leurs différences ?

**B Étude du spectre obtenu en sortie du filtre de Rauch**

On reprend le filtre de RAUCH de la semaine précédente afin de filtrer le signal carré. Notre objectif est d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale double**.

**Manipulation amplificateur**

Connecter la borne +15 V du boîtier à la sortie +15 V d'un générateur de tension continue, la borne -15 V du boîtier à la sortie -15 V du générateur et le point milieu du boîtier à la masse du générateur.



**À la fin de la séance, on coupe le signal du GBF avant les alimentations de l'amplificateur opérationnel qui doivent être coupées en dernier.**

On réalise le montage en prenant  $C = 1 \text{ nF}$  (cavalier prêt à être connecté sur la boîte) et  $\alpha R$  est une boîte de résistances variables. Le filtre a été fabriqué avec  $R = 100 \text{ k}\Omega$ .

On s'intéresse tout d'abord au cas où  $\alpha = 1$  : On prend donc  $\alpha R = 100 \text{ k}\Omega$ . On injecte à l'entrée du filtre un signal créneau de fréquence fondamentale  $f_0$ .

- 8] Comment choisir  $f_0$  *a priori* afin d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale double** ?

Choisir une durée d'enregistrement telle que  $T_{\text{acq tot}} = 2T$ , ou une durée d'enregistrement très grande pour que l'analyse spectrale soit de bonne qualité. Faire l'analyse spectrale du signal à l'entrée et à la sortie du filtre.

- 9] Qu'observez-vous ? Quelle est l'allure du signal de sortie ?

Refaire le même protocole pour  $\alpha = 10^{-2}$  : on prend donc  $\alpha R = 1000 \Omega$ . On rappelle la fréquence de résonance trouvée la semaine précédente dans ce cas est différente.

- 10] Quelle valeur faut-il alors choisir pour la fréquence fondamentale du créneau ? En déduire la valeur à donner à  $T_{\text{acq tot}}$ .

**IV Conclure**

- 11] Comparez les deux spectres de sortie. Interprétez les différences obtenues. Quel filtre permet d'atteindre l'objectif que l'on s'est initialement fixé ?