Ondes – chapitre 1

Ondes progressives

Sommaire

Capacités exigibles

- ☐ Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
- ☐ Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent.
- ☐ Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive.
- ☐ Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.
- ☐ Définir un milieu dispersif. Citer des exemples de situations de propagation dispersive et non dispersive.
- ☐ Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.
- ☐ Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $f(x+ct)$, et sous la forme $g(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$.
- ☐ Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.
- ☐ Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
- ☐ Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.

L'essentiel

Définitions

Propriétés

Démonstrations

Applications

Exemples

Points importants

Erreurs communes

I Introduction

I/A Signal

On appelle **signal** une grandeur physique mesurable pouvant varier dans le temps et qui transporte une information.

- ◇ Signal **sonore** : voix, instrument de musique ;
- ◇ Signal sismique ;
- ◇ Signal électrique…

La notion de signal **dépend de l'observation**. Par exemple, la découverte des ondes radios était perturbée par le premier signal lumineux de l'Univers, le fonds diffus cosmologique : il baigne la totalité de l'Univers et est fondamental dans la cosmologie, mais peut être parasite selon l'objectif.

I/B Perturbation

Une **perturbation** est une modification locale et temporaire des propriétés d'un milieu.

- ◇ Jet d'un caillou dans un lac ;
- ◇ Séisme ;
- ◇ Déplacement de la membrane d'un haut-parleur…

Une perturbation, quand elle est créée, se propage autour d'elle de proche en proche : chaque point impacté va subir des modifications temporaires similaires à celle de la source. Après le passage de cette perturbation, chaque point retrouve sa position initiale.

I/C Onde

Définition ON1.1 : Onde

On appelle **onde** la propagation d'une perturbation, dans un milieu matériel ou dans le vide.

Certaines ondes ont besoin d'un milieu matériel pour se propager : ce sont les ondes **mécaniques**. Les ondes sismiques, les ondes dans la corde ou les ondes sonores en sont des exemples. Certaines ondes peuvent se propager dans le vide, comme les ondes **électromagnétiques**. Les infrarouges, la lumière visible ou les micro-ondes sont des exemples d'ondes électromagnétiques.

Exemple ON1.1 : Ondes

- ◇ Lorsqu'on secoue l'extrémité d'une corde tendue, les positions des différents points sont modifiées. Une fois l'onde passée, les points retrouvent leur position initiale.
- ◇ Le caillou dans le lac forme des **rides qui s'éloignent** du point d'impact, mais il n'y a pas de mouvement d'ensemble du fluide.
- ◇ La membrane du haut-parleur, lors de son déplacement elle provoque une brève **compression-dilatation** de l'air qui la touche. Cette propagation se déplace ensuite dans l'air : ce sont les ondes sonores. Elles peuvent aussi se déplacer dans les liquides et dans les solides.

I/D Perturbation et propagation

Définition ON1.2 : Transversale et longitudunale

◇ **Onde transversale**[1] : la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation ;

◇ **Onde longitudunale**[2] : la perturbation est parallèle à la direction de propagation.

Exemple ON1.2 : Transversales et longitudunales

◇ **Longitudinales** :

▷ Certaines ondes sismiques ;

▷ Contraction-élongation d'un ressort.

◇ **Transversales** :

▷ Mouvement d'une corde secouée ;

▷ Vagues sur l'eau.

II Onde progressive à une dimension

II/A Définition

Définition ON1.3 : Onde progressive à une dimension

◇ **Progressive** : sa propagation ne se fait que **dans un seul sens depuis sa source**. À un instant ultérieur, on retrouve la perturbation *à l'identique plus loin.*

◇ **À une dimension** :

▷ une onde qui se propage dans un milieu matériel à une dimension ;

▷ ou une onde qui se propage dans un milieu matériel à deux ou trois dimensions, avec une direction de propagation unique.

Exemple ON1.3 : OPP1D

◇ **1D** : onde le long d'une corde, compression le long d'un ressort ;

◇ **2D** : vagues sur l'eau ;

◇ **3D** : son, lumière.

II/B Représentation spatiale et célérité des ondes

Important ON1.1 : Représentation spatiale

Dans une représentation **spatiale**, on regarde à un **temps fixé** la perturbation dans **tout l'espace** ; on parle également de représentation **photographique**[3].

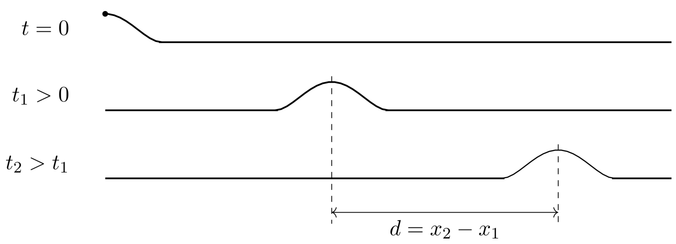


FIGURE ON1.1 – Exemple représentation spatiale

1. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_transversale.php
2. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_longitudinale.php
3. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/retard.php

Lorsqu'une onde se propage, on peut définir une **vitesse de propagation de la perturbation**. Pour la distinguer de la vitesse d'un point matériel, on emploi plutôt le terme **célérité**. Par convention, celle-ci est toujours positive.

Définition ON1.4 : Célérité

La célérité c d'une onde est le quotient de la distance d parcourue par la perturbation, sur l'intervalle de temps Δt que dure ce parcours :

$$\boxed{c = \frac{d}{\Delta t}}$$

Exemple ON1.4 : Célérité

Sur le schéma précédent,

$$\boxed{c = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

En première approximation, la célérité ne dépend pas de la perturbation mais seulement de la nature et des propriétés du **milieu**.

♥ Ordre de grandeur ON1.1 :

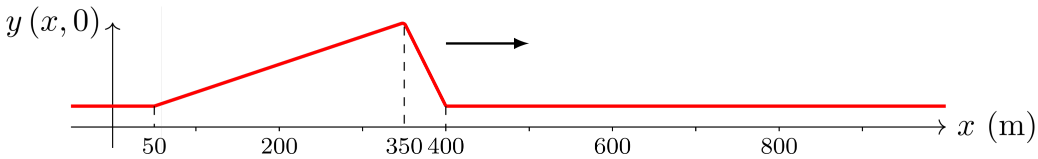
Tableau ON1.1 – Ordres de grandeur de célérité à connaître

Signal	Célérité
Ondes électromagnétiques	$3{,}0 \times 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Son dans l'air (20 °C, 1 bar)	$\approx 340\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Son dans les métaux	quelques $\mathrm{km{\cdot}s^{-1}}$
Son dans l'eau	$1{,}5\,\mathrm{km{\cdot}s^{-1}}$

♥ Application ON1.1 : Vague en représenta° spatiale

On considère ici une vague solitaire qui se déplace à la vitesse $\boxed{c = 18\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}}$ le long d'un fleuve rectiligne, et on définit un axe (Ox) dans la direction du sens de sa propagation.

À l'instant $t = 0$, le profil du niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :



Faire un schéma du profil du fleuve à $\tau = 1\,\mathrm{min}$ en supposant que l'onde se propage sans déformation.

La queue de la vague est à $x_{q,0} = 50\,\mathrm{m}$. À $\tau = 1\,\mathrm{min}$, elle est en $x_{q,1}$. Par définition de la célérité,

$$\frac{x_{q,1} - x_{q,0}}{\tau - 0} = c \Leftrightarrow x_{q,1} = x_{q,0} + c\tau = 350\,\mathrm{m}$$

On procèderait de même pour repérer le haut de la vague et sa tête : en réalité, chaque point du mascaret se déplace de $c\tau = 300\,\mathrm{m}$ vers la droite.

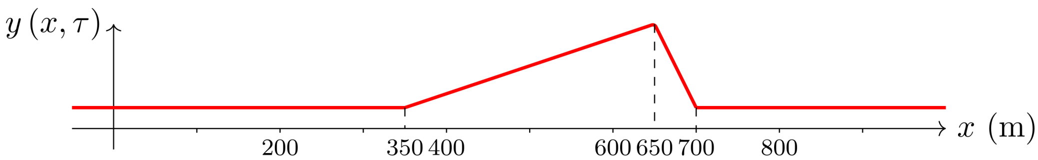


Figure ON1.2 – Vague solitaire à $\tau = 1\,\mathrm{min}$

II/C Représentation temporelle et retard

Important ON1.2 : Représentation temporelle

Dans une représentation **temporelle**, on regarde à un **endroit fixé** la perturbation **sur sa durée**. Voir cette animation [4].

Définition ON1.5 : Retard d'une onde

La grandeur τ est le **retard** du point M' par rapport au point M :

$$\tau = \frac{\mathrm{MM'}}{c}$$

avec c la célérité de l'onde.

En effet, en créant à l'instant $t = 0$ une déformation à un endroit M, cette perturbation se propage le long de l'axe corde avec une célérité c. Elle parvient donc en un point M' après le temps τ.

Application ON1.2 : Vague en représenta° temporelle

On reprend l'exemple de la vague précédente.

1) À quel instant la vague arrive-t-elle au point d'abscisse $x_1 = 2{,}2\,\mathrm{km}$?

À $t = 0$, la tête de la vague est à $x_0 = 400\,\mathrm{m}$. Elle arrive en x_1 avec un retard :

$$t = \frac{x_1 - x_0}{c} = 6\,\mathrm{min}$$

2) Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_d = 1{,}6\,\mathrm{km}$. Dessiner l'allure des variations $y(x_d,t)$ en fonction du temps à cette abscisse.

Les différents éléments de la vagues arrivent avec les retards :

$$\tau_{\text{tête}} = \frac{x_d - x_{t,0}}{c} = 4\,\mathrm{min} \quad \tau_{\text{haut}} = \frac{x_h - x_{h,0}}{c} = 4\,\mathrm{min}10\,\mathrm{s} \quad \tau_{\text{queue}} = \frac{x_q - x_{q,0}}{c} = 5\,\mathrm{min}10\,\mathrm{s}$$

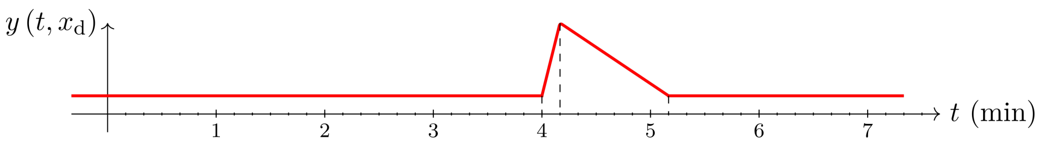


Figure ON1.3 – Vague solitaire en représentation temporelle.

II/D Lien entre les représentations

Nous avons vu deux représentations graphiques différentes, une selon l'espace et une selon le temps. En réalité, le signal d'une onde est une fonction de **deux** variables :

$$y(x,t)$$

Pour obtenir l'une au l'autre des représentations, on fixe l'une des variables. Une animation sur les représentations temporelles et spatiales est disponible au lien suivant : https://www.geogebra.org/m/RkmRF9M6

4. https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/evolution_temporelle.php

Démonstration ON1.1 : Lien entre représentations

Depuis représentation spatiale

L'onde observée à $t = 0$ se déplace vers la droite. À l'instant t, elle est décalée vers la droite de $\boxed{\delta = ct}$: la valeur de $y(x,t)$ en x et à l'instant t était en $x - ct$ à l'instant $t = 0$, soit :

$$y(x,t) = y(x - ct,0)$$

On note alors $f(x) = y(x,0)$: c'est la représentation spatiale de l'onde à $t = 0$. On a alors

$$\boxed{y(x,t) = f(x - ct)}$$

Depuis représentation temporelle

Lorsqu'une onde se propage sans atténuation ni déformation, les valeurs observées en $x = 0$ au cours du temps sont aussi observées en $x > 0$ mais avec un retard $\boxed{\tau = x/c}$ lié à la propagation. La valeur de $y(x, t)$ en x à l'instant t était en $x = 0$ plus tôt, à l'instant $t - x/c$. Ainsi,

$$y(x,t) = y\left(0,t - \frac{x}{c}\right)$$

La fonction $y(0,t)$ est la hauteur de la perturbation en $x = 0$ à l'instant t : c'est la perturbation imposée par la source. On la note alors $g(t) = y(0,t)$: c'est la représentation temporelle de l'onde à $x = 0$. On a alors

$$\boxed{y(x,t) = g\left(t - \frac{x}{c}\right)}$$

Important ON1.3 : Lien entre représentations

La représentation **spatiale en $\mathbf{t_0}$** est le graphique de la fonction $x \mapsto y(x,t_0)$, soit :

$$x \mapsto f(x - ct_0) = g\left(t_0 - \frac{x}{c}\right)$$

La représentation **temporelle en $\mathbf{x_0}$** est le graphique de la fonction $t \mapsto y(x_0,t)$, soit :

$$t \mapsto f(x_0 - ct) = g\left(t - \frac{x_0}{c}\right)$$

Attention ON1.1 : Vers la droite ou vers la gauche ?

Vous ferez bien attention, à défaut de travailler votre intuition pour comprendre que $f(x - ct)$ est une onde se propageant vers la droite, à ne pas penser « signe moins donc vers la gauche » !

Vers la gauche

$$f(x + ct) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

Vers la droite

$$f(x - ct) = g\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

III Onde progressive sinusoïdale

Définition ON1.6 : Onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive est dite **sinusoïdale** si la source impose une **perturbation sinusoïdale**.

III/A Double périodicité spatiale et temporelle

Observation ON1.1 : Animation `Geogebra`

1) Lorsque l'on impose une excitation temporelle sinusoïdale, la représentation spatiale est aussi sinusoïdale.
2) À célérité constante, lorsque la fréquence de l'excitation augmente (la période diminue), la période spatiale diminue.
3) À fréquence de l'excitation constante, si on augmente la célérité, la période spatiale diminue.

Définition ON1.7 : Périodicités

Périodicité temporelle

Si la perturbation créée en S est sinusoïdale avec une période T, alors l'onde en M l'est également (il n'y a qu'un retard entre les deux dû à la propagation).

Périodicité spatiale

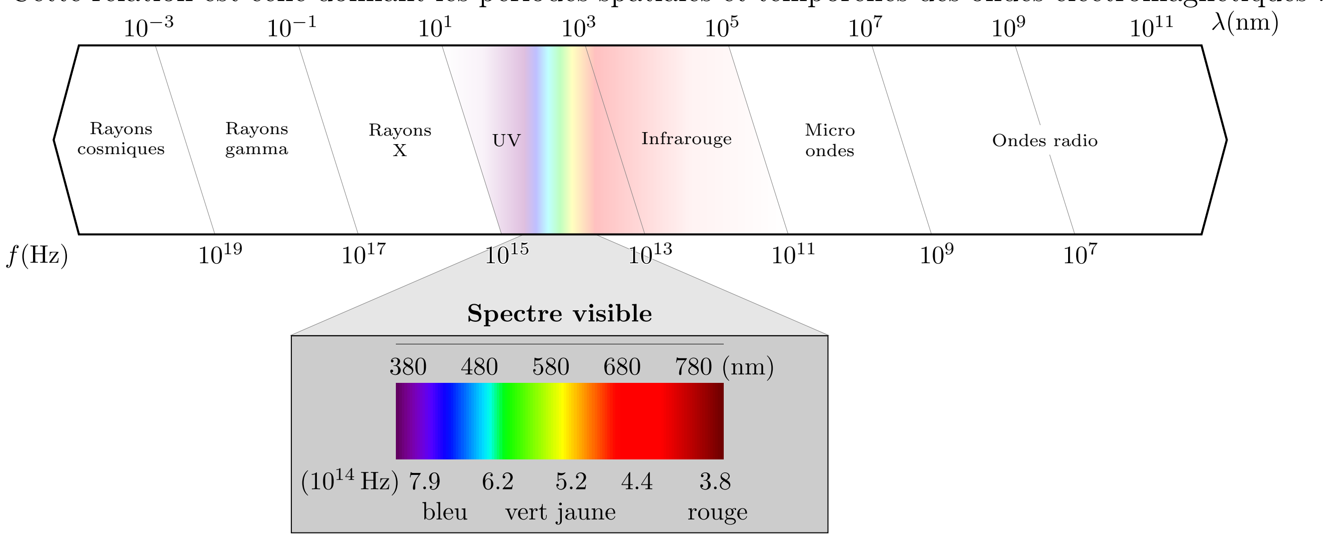
Au moment de l'émission du deuxième maximum, le premier maximum a déjà parcouru une distance cT. L'écart spatial entre deux maximum successifs est la période spatiale.

Important ON1.4 : Longueur d'onde d'une OPS

Une onde progressive sinusoïdale présente à la fois une périodicité spatiale, nommée **longueur d'onde** et notée λ, et une périodicité temporelle, notée T. Elles sont reliées par la relation

$$\boxed{\lambda = cT = \frac{c}{f}}$$

Cette relation est celle donnant les périodes spatiales et temporelles des ondes électromagnétiques :



III/B Expression mathématique de l'onde progressive sinusoïdale

Propriété ON1.1 : Forme générale d'une OPS

L'expression générale d'une onde progressive sinusoïdale se propageant *vers la droite* sans déformation ni atténuation est :

$$\boxed{s(x,t) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi\right)}$$

Définition ON1.8 : Vecteur d'onde

Comme pour la fréquence et la pulsation, on relie la longueur d'onde à une autre grandeur permettant une expression simple dans une fonction sinusoïdale : le **vecteur d'onde** k, tel que

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}} \quad \text{avec} \quad k \quad \text{en} \quad \boxed{\mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}}$$

Attention ON1.2 : Faux-ami

Sous cette forme, le vecteur d'onde n'est pas un vecteur ! ! C'est vraiment un vecteur quand on travaille en trois dimensions d'espace.

Démonstration ON1.2 : Forme générale d'une OPS

On s'intéresse à un mouvement vers la droite. Par définition, la perturbation $g(t)$ imposée en $x = 0$ est un signal sinusoïdal :

$$\begin{aligned}
g(t) &= A\cos(\omega t + \varphi) \\
\Rightarrow s(x,t) &= A\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right) \\
\Leftrightarrow s(x,t) &= A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right) \\
\Leftrightarrow s(x,t) &= A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{cT}x + \varphi\right)
\end{aligned}$$

Application ON1.3 : Double périodicité d'une OPS

Soit un signal $s(x,t)$ double-périodique. Montrer que $s(x + \lambda,t) = s(x,t)$.

$$\begin{aligned}
s(x+\lambda,t) &= A\cos(\omega t - k(x+\lambda) + \varphi) \\
\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) &= A\cos\left(\omega t - kx - \frac{2\pi}{\lambda}\lambda + \varphi\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) &= A\cos(\omega t - kx - 2\pi + \varphi) \\
\Leftrightarrow s(x+\lambda,t) &= A\cos(\omega t - kx + \varphi) \\
\Leftrightarrow &\boxed{s(x+\lambda,t) = s(x,t)}
\end{aligned}$$

III/C Vitesse de phase

Soit une onde progressive sinusoïdale. La **phase** de l'onde est, par définition, le terme à l'intérieur de la fonction : $\omega t - kx + \varphi$. Cette phase varie spatialement *et* temporellement, de manières corrélées.

Définition ON1.9 : Vitesse de phase

Si on trouve une phase mesurée en x_1 à l'instant t_1, le signal aura la même phase en x_2 à un instant t_2 donnés par la **vitesse de phase**, notée v_φ, telle que :

$$\boxed{v_\varphi = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

Unité

$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

Propriété ON1.2 : Vitesse de phase

Pour une OPS, on a

$$\boxed{v_\varphi = \frac{\omega}{k} = c}$$

Démonstration ON1.3 : Vitesse de phase

$$\omega t_2 - kx_2 + \varphi = \omega t_1 - kx_1 + \varphi$$
$$\Leftrightarrow \omega(t_2 - t_1) = k(x_2 - x_1)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{v_\varphi = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\omega}{k}}$$

IV Milieux dispersifs

Définition ON1.10 : Milieu dispersif

Un milieu est dit **dispersif** si la célérité c dépend de la fréquence ou de la longueur d'onde.

Si c'est le cas, les différentes composantes spectrales d'un signal ne vont pas à la même vitesse, et donc le signal peut se déformer lors de la propagation.

Exemple ON1.5 : Milieux dispersifs ou non

Propagation non-dispersive

- Propagation des ondes acoustiques dans un fluide. La célérité est :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_0}}$$

avec ρ_0 la masse volumique du fluide au repos et χ_0 sa compressibilité.

- Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide :

$$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$

C'est une des constantes fondamentales de la physique.

Propagation dispersive

- Propagation des ondes à la surface de l'eau. On a

$$\omega^2 = gk \quad \text{soit} \quad v_\varphi = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

Ainsi, la vitesse de phase dépend de k, et donc de la longueur d'onde.

- Propagation des ondes électromagnétiques dans le verre :

$$v_\varphi = \frac{c}{n(\lambda)}$$

avec $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$. C'est la dispersion qui cause la décomposition spectrale de la lumière par un prisme.

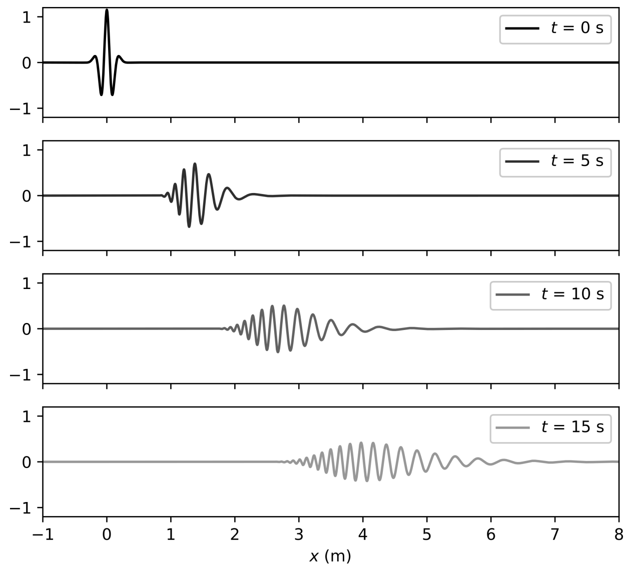


Figure ON1.4 – Propagation dispersive d'une onde à la surface de l'eau. On observe nettement que les composantes sinusoïdales de hautes fréquences se propagent avec une moins grande vitesse que les composantes de basses fréquences. En ordonnée, l'unité de la hauteur d'eau est arbitraire.