

Filtrage, ondes et mécanique

Tout moyen de communication est interdit

Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs

Les calculatrices sont interdites

Au programme

Toute l'électrocinétique, oscillateurs en RSF résonance et filtrage ; toutes les ondes et interférences ; cinématique et dynamique du point sans mouvement courbe.

Sommaire

E1	Ondes gravitationnelles	2
E2	Chute d'une bille	3
P1	Microphone pour guitare	4
P2	Le bleu du ciel	6

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. **Cependant**, vous indiquerez le numéro correct de chaque question. Vous prendrez soin d'indiquer sur votre copie si vous reprenez une question d'un exercice plus loin dans la copie, sous peine qu'elle ne soit ni vue ni corrigée.

Vous porterez une attention particulière à la **qualité de rédaction**. Vous énoncerez clairement les hypothèses, les lois et théorèmes utilisés. Les relations mathématiques doivent être reliées par des connecteurs logiques.

Vous prendre soin de la **présentation** de votre copie, notamment au niveau de l'écriture, de l'orthographe, des encadrements, de la marge et du cadre laissé pour la note et le commentaire. Vous **encadrerez les expressions littérales**, sans faire apparaître les calculs. Vous ferez apparaître cependant le détail des grandeurs avec leurs unités. Vous **soulignerez les applications numériques**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

Malus

- ◇ A : application numérique mal faite ;
- ◇ N : numéro de copie manquant ;
- ◇ P : prénom manquant ;
- ◇ E : manque d'encadrement des réponses ;
- ◇ M : marge non laissée ou trop grande ;
- ◇ V : confusion ou oubli de vecteurs ;
- ◇ Q : question mal ou non indiquée ;
- ◇ C : copie grand carreaux ;
- ◇ U : mauvaise unité (flagrante) ;
- ◇ H : homogénéité non respectée ;
- ◇ S : chiffres significatifs non cohérents ;
- ◇ φ : loi physique fondamentale brisée.

Exemple application numérique

$$n = \frac{PV}{RT} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa} \\ V = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ T = 300 \text{ K} \end{cases}$$

A.N. : $n = 5,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$

~~$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1}{8,32 \cdot 300} = 0,56$$~~

/23 E1 Ondes gravitationnelles

Le prix Nobel 2017 a été remis aux responsables de l'expérience Ligo, qui a détecté des ondes gravitationnelles trois fois en un an. Cette expérience n'est pas la seule dans le monde. L'expérience franco-italienne Virgo a également détecté cette même année et pour la première fois des ondes gravitationnelles. Ces expériences exploitent le phénomène d'interférences lumineuses.



FIGURE 5.1 – Photo aérienne de l'interféromètre Virgo

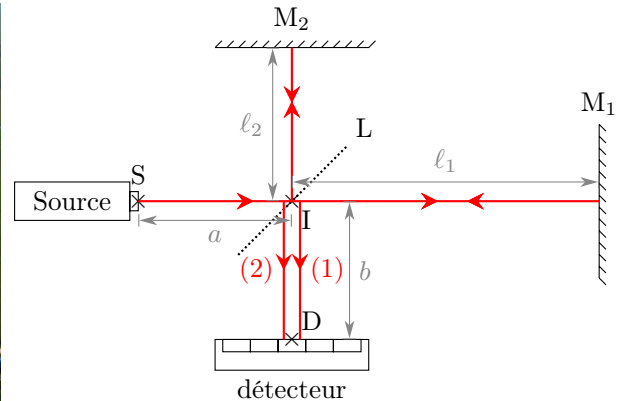


FIGURE 5.2 – Schématisation de l'interféromètre

Une source laser de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ se trouve au point S et émet un faisceau de lumière le long de l'axe (Ox) . Ce faisceau laser est séparé en deux par une lame séparatrice L, qui divise l'amplitude d'un signal la rencontrant par 2. On considère alors que la moitié de la lumière entre dans le bras 1 et l'autre moitié dans le bras 2. Chaque faisceau ainsi obtenu parcourt un bras de l'interféromètre, est réfléchi sur un miroir (M_1 ou M_2) et revient vers la séparatrice.

Le faisceau est recombinaison par la séparatrice et le signal résultant est détecté par le détecteur D. La source laser émet au point S un signal de la forme $A \cos(\omega t)$. Les deux bras de l'interféromètre ont pour longueurs respectives ℓ_1 et ℓ_2 . La distance entre la source S et la séparatrice est noté a et la distance entre la séparatrice et le détecteur D est notée b .

On négligera toute diminution de l'amplitude de l'onde lumineuse au cours de sa propagation (sur la Figure 5.2, les rayons incidents et réfléchis sont décalés dans les bras de l'interféromètre pour améliorer la lisibilité de la figure ; en pratique, les rayons sont superposés).

- 1 Quelles sont les conditions pour que 2 ondes interfèrent ? Expliquer en détail la nécessité de faire des interférences lumineuses avec une unique source.
- 2 Exprimer la distance parcourue par le rayon qui effectue le parcours $(SD)_1$ se réfléchissant sur M_1 en fonction de a , ℓ_1 et b .
- 3 En déduire l'expression du signal s_1 au point D de l'onde lumineuse ayant effectuée le parcours $(SD)_1$. Comment s'appelle la valeur ω/c ?
- 4 Exprimer la distance parcourue par le rayon qui effectue le parcours $(SD)_2$ se réfléchissant sur M_2 en fonction de a , ℓ_2 et b .
- 5 En déduire l'expression du signal s_2 au point D de l'onde lumineuse ayant effectuée le parcours $(SD)_2$.

On rappelle la formule d'addition :

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$$

- 6 Déterminer l'expression du signal lumineux total $s(t)$ mesuré par le détecteur au point D.
- 7 Proposer une condition sur ℓ_1 et ℓ_2 pour que les deux signaux s_1 et s_2 soient en quadrature de phase au niveau du détecteur.

Lors du passage d'une onde gravitationnelle, les bras de l'interféromètre se déforment. Les longueurs ℓ_1 et ℓ_2 varient alors en fonction du temps.

- 8 Expliquer comment cet interféromètre permet de détecter le passage d'une onde gravitationnelle.

Qu'observe-t-on au niveau du détecteur ?

/33 **E2** | Chute d'une bille

On dispose du matériel suivant :

- ◇ une bille de masse volumique $\rho_a = 7900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, de rayon $R = 5 \text{ mm}$;
- ◇ une éprouvette graduée ;
- ◇ de la glycérine de masse volumique $\rho_g = 1260 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$;
- ◇ un dynamomètre, avec un point d'accroche permettant de mesurer une force de traction ;
- ◇ trois béchers ;
- ◇ une boîte de masses variées.

- 1 Donner l'expression générale de la poussée d'Archimède. Que devient son expression pour la bille dans la glycérine en fonction des données de l'énoncé ?
- 2 Proposer un protocole expérimental permettant de vérifier l'expression de la poussée d'Archimède en utilisant le matériel listé.

La bille en acier tombe dans un tube rempli de glycérine. On considère que la force de frottement fluide exercée par la glycérine est $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où η est une constante appelée constante de viscosité dynamique de la glycérine. L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

- 3 Établir le système d'étude et faire un bilan des forces exercées sur la bille. On prendra un axe vertical descendant.
- 4 Montrer que considérer la poussée d'Archimède sur la bille est équivalent à considérer une bille de masse volumique $\rho = \rho_a - \rho_g$ qui n'est pas soumise à la poussée d'Archimède.
- 5 Établir l'équation différentielle vérifiée par v , la norme de la vitesse, en utilisant le résultat de la question précédente. La mettre sous forme canonique et en déduire la constante de temps τ caractéristique du régime transitoire, ainsi que la vitesse limite v_l atteinte par la bille.

L'expérience est réalisée dans un tube vertical contenant de la glycérine. On lâche la bille à la surface du liquide choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée $\Delta t = 1,6 \text{ s}$ mise pour passer de l'altitude $z_1 = 40 \text{ cm}$ à $z_2 = 80 \text{ cm}$.

- 6 En déduire la valeur de la vitesse limite, puis l'expression et la valeur de la viscosité η . L'exprimer en terme de pascals (Pa).
- 7 Pourquoi ne pas avoir réalisé de mesure depuis la surface du liquide ?
- 8 Que vaut numériquement τ ? Commenter.
- 9 Pourquoi avoir choisi de la glycérine plutôt que de l'eau ?

/53 P1 Microphone pour guitare

Situés sous les cordes, les microphones sont l'un des éléments les plus fondamentaux d'une guitare électrique, car c'est sur eux que repose toute production du son, même en l'absence totale de caisse de résonance. Un microphone de guitare est composé d'un ou plusieurs aimants, entourés d'une bobine de cuivre.

Le comportement électrique du microphone est donné sur la figure ci-dessous. L'excitation sinusoïdale provoquée par la vibration de la corde, est modélisée par un générateur de tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω .

Le condensateur de capacité C_0 et le dipôle ohmique de résistance R_0 sont dus à la présence d'un aimant à l'intérieur du bobinage.

Données pour les composants :

$$e(t) = E_m \cos(\omega t) \quad ; \quad C_0 = 100 \text{ pF} \quad ; \quad R_0 = 1 \text{ M}\Omega \quad ; \quad R_L = 3 \text{ k}\Omega$$

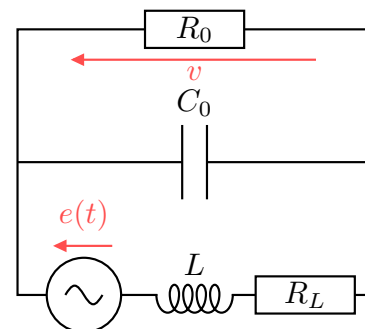


FIGURE 5.3 – Circuit étudié.

- 1 Déterminer qualitativement l'expression de la tension v à basse fréquence puis à haute fréquence. On utilisera pour cela les schémas équivalents pour les fréquences concernées. Quel est le type de filtre correspondant à cette situation ?
- 2 Déterminer, en fonction des données, de l'inductance de la bobine L et de la pulsation ω , la fonction de transfert complexe $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V}}{\underline{E}}$ où \underline{V} et \underline{E} sont les amplitudes complexes associées aux signaux $v(t)$ et $e(t)$. La mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{1}{\dots}$.

On rappelle les formes canoniques pour deux types de filtre d'ordre 2 :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}} \quad (\text{passe-bas})$$

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \quad (\text{passe-bande})$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite et Q le facteur de qualité.

- 3 Écrire la fonction de transfert précédente sous la forme canonique appropriée. En déduire le facteur de qualité et la pulsation propre ω_0 en fonction de C_0 , R_0 , R_L , et L .

Dans toute la suite, on utilisera la forme canonique.

- 4 Qu'est-ce que la résonance ? Établir la condition d'existence d'une résonance et déterminer la pulsation réduite de résonance x_r en fonction du facteur de qualité.
- 5 Établir l'expression des asymptotes des diagrammes de BODE en gain et en phase. Tracer les allures de G_{dB} et $\Delta\varphi_{s/e}$ en fonction de la pulsation réduite x pour $Q \approx 0,5$ et $Q \approx 5$.

Dans les questions suivantes, on suppose que le facteur de qualité est grand. La réponse expérimentale du microphone (amplitude de la tension v en fonction de la fréquence f pour une amplitude de tension d'entrée constante) est donnée par la Figure 5.4. On propose d'étudier trois méthodes pour estimer le facteur de qualité à l'aide de cette courbe. **On exprimera Q avec un seul chiffre significatif.**

- 6 Comment se simplifie l'expression de la pulsation de résonance lorsque $Q \gg 1$? Exprimer la valeur maximale du gain G_{max} en fonction du facteur de qualité et de H_0 .
- 7 Où peut-on lire H_0 ? En déduire après lecture graphique une valeur numérique pour Q .

On définit l'acuité A de la résonance par la relation suivante :

$$A = \frac{f_r}{\Delta f} \approx Q$$

avec Δf la largeur de la bande passante. On admet que A est égal à Q dans le cas étudié ici.

- 8 Rappeler la définition d'une fréquence de coupure.
- 9 Faire une seconde estimation du facteur de résonance à l'aide d'une mesure de l'acuité. Comparer avec la première méthode.
- 10 À l'aide des expressions de ω_0 et Q déterminées dans la question 3, donner une estimation de la valeur de l'inductance L à partir d'une lecture graphique de la fréquence de résonance f_r . En déduire le facteur de qualité puis commenter le résultat obtenu.
- 11 La fréquence de résonance varie selon le type de microphone utilisé. Quel est l'effet sur le son restitué ?

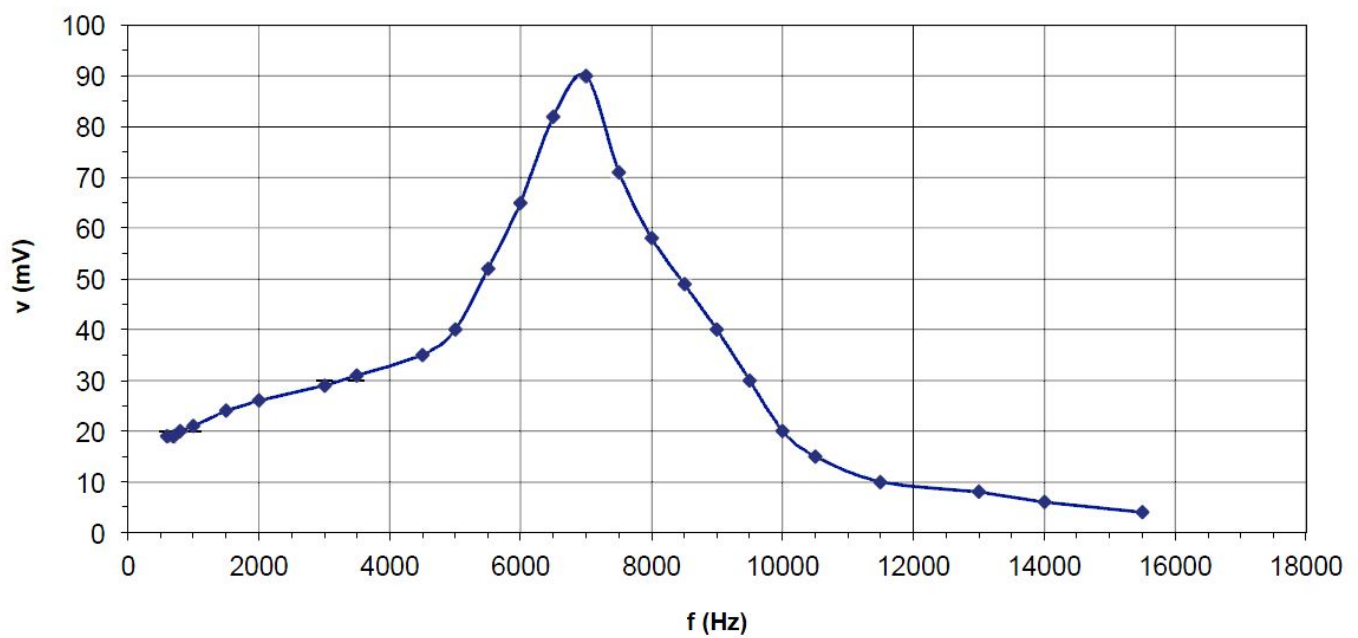


FIGURE 5.4 – Gain expérimental.

/42 P2 | Le bleu du ciel

Thomson a proposé un modèle d'atome dans lequel chaque électron (M) est élastiquement lié à son noyau (O) : il est soumis à une force de rappel \vec{F}_R passant par le centre de l'atome. Dans tout l'exercice, on admettra que l'on peut se ramener à un problème selon une unique direction $(0, \vec{e}_x)$, c'est-à-dire que $\vec{F}_R = -kx\vec{e}_x$, où x est la distance entre l'électron et l'atome.

Nous supposons que cet électron est freiné par une force de frottement de type fluide proportionnel à sa vitesse $\vec{F}_f = -h\vec{v} = -h\frac{dx}{dt}\vec{e}_x$ et que le centre O de l'atome est fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen.

On admet qu'une onde lumineuse provenant du Soleil impose sur un électron de l'atmosphère, une force $\vec{F}_E = -eE_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$.

Données. masse d'un électron : $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg, charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹, $k = 500$ SI, $h = 1 \times 10^{-20}$ SI.

- 1 Quelles sont les dimensions des grandeurs k et h ? En quelles unités du système international les exprime-t-on ?
- 2 En utilisant le PFD, donner l'équation différentielle vérifiée par la position de l'électron $x(t)$.
- 3 Montrer qu'on peut l'exprimer sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x(t) = -\frac{e}{m} E_0 \cos(\omega t)$$

On donnera les expressions de ω_0 et Q en fonction des données.

- 4 Calculer Q . Que peut-on en déduire sur le régime transitoire ?
- 5 Montrer que le temps caractéristique du régime transitoire est $\tau = 2Q/\omega_0$, et donnez l'expression de la pseudo-pulsation Ω . Au bout de combien de temps peut-on considérer le régime transitoire comme terminé ? Calculer τ . Peut-on considérer que l'électron est en régime permanent ?
- 6 Pourquoi peut-on alors dire que $x(t) \approx X_m \cos(\omega t + \varphi)$?
- 7 Exprimer X_m en fonction de ω_0 , de Q et des données. On pourra utiliser la notation complexe.
- 8 Exprimer $\tan \varphi$ en fonction de ω_0 et de Q .

Les longueurs d'ondes λ du Soleil sont principalement incluses dans le domaine du visible, ainsi on considère que $\lambda \in [\lambda_b, \lambda_r]$, où λ_b (resp. λ_r) est la longueur d'onde du rayonnement bleu (resp. rouge).

- 9 Que valent λ_b et λ_r ?
- 10 En déduire que $\omega \in [\omega_r, \omega_b]$. On donnera les valeurs littérales de ω_r et ω_b et on effectuera les applications numériques.
- 11 Calculer ω_0 .
- 12 En déduire que :

$$X_m \approx \frac{eE_0}{m\omega_0^2}$$

Un électron diffuse dans toutes les directions un rayonnement dont la puissance moyenne \mathcal{P} est proportionnelle au carré de l'amplitude de son accélération.

- 13 Montrer que :

$$P = K \left(\frac{eE_0\omega^2}{m\omega_0^2} \right)^2$$

où K est une constante que l'on ne cherchera pas à exprimer.

- 14 Expliquer alors pourquoi le ciel est bleu.
- 15 Pourquoi le ciel est-il rouge quand le Soleil se couche ?