Thermodynamique – chapitre 3

TD : Second principe et machines thermiques

Données

Pour un système fermé, de température T, de pression P et de volume V subissant une transformation entre deux états d'équilibre (i) et (f), la variation d'entropie est :

- pour un gaz parfait,

$$\boxed{\Delta S = C_V \ln \frac{P_f}{P_i} + C_P \ln \frac{V_f}{V_i}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta S = C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}}$$

- pour une phase condensée,

$$\boxed{\Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_i}}$$

I Méthode des mélanges dans un calorimètre

Un calorimètre de capacité thermique $C = 150\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ contient initialement une masse $m_1 = 200\,\mathrm{g}$ d'eau à $\theta_1 = 20\,°\mathrm{C}$, en équilibre thermique avec le calorimètre. On plonge dans l'eau un bloc de fer de masse $m_2 = 100\,\mathrm{g}$ initialement à la température $\theta_2 = 80{,}0\,°\mathrm{C}$.

1) Calculer la température d'équilibre T_f.
2) Calculer la variation d'entropie de l'eau, du fer et du calorimètre.
3) En déduire l'entropie créée au cours de la transformation. Celle-ci est-elle réversible ?

Données

$c_{\mathrm{Fe}} = 452\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$ et $c_{\mathrm{eau}} = 4185\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

II Équilibre d'une enceinte à deux compartiments

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0,P_0,V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0,2P_0,V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

1) Exprimer les quantités de matière n_1,n_2 dans chaque compartiment en fonction de $n_0 = P_0V_0/RT_0$.
2) Exprimer la température, le volume et la pression du gaz de chaque compartiment dans l'état final, en fonction de n_0,T_0 et V_0.
3) Exprimer l'entropie créée en fonction de n_0.

III Corps en contact avec n thermostats quasi-statiques

Un métal de capacité thermique C_p passe de la température initiale T_0 à la température finale $T_f = T_n$ par contacts successifs avec une suite n thermostats de températures T_i étagées entre T_0 et T_f. On prendra le rapport $T_{i+1}/T_i = \alpha$ constant.

1) Exprimer pour chaque étape la variation d'entropie du corps ΔS en fonction de m, c et α.
2) Calculer le transfert thermique reçu par le métal sur une étape en fonction de T_{i+1} et T_i, puis l'entropie échangée S_e en fonction de m, c et α.
3) Calculer la variation d'entropie du corps ΔS, l'entropie échangée S_e ainsi que l'entropie créée S_c sur l'ensemble en fonction de C_p, α et n.
4) Étudier S_c pour $n \to \infty$. On exprimera α en fonction de T_f, T_i et n, et on utilisera le développement limité $\exp(x) = 1 + x + x^2/2$ pour x petit devant 1.

IV Questions de cours : efficacités de Carnot

1) Énoncer (sans démonstration) le premier principe pour une machine ditherme.

2) Énoncer (sans démonstration) l'inégalité de Clausius pour une machine ditherme.
3) Indiquer sans démonstration le sens des transferts thermiques et du travail pour les machines dithermes suivantes :
   - moteur ;
   - réfrigérateur ;
   - pompe à chaleur.
4) Pour un moteur, établir l'expression du rendement de Carnot.
5) De même pour une pompe à chaleur.

V Moteur à explosion – cycle de Beau de Rochas

Dans un moteur à explosion, n moles de gaz parfait subit le cycle de Beau de Rochas, composé de deux adiabatiques et de deux isochores :
- compression adiabatique de l'état (P_1,V_1,T_1) à l'état (P_2,V_2,T_2) ;
- échauffement isochore de l'état (P_2,V_2,T_2) à l'état (P_3,V_3,T_3) ;
- détente adiabatique de l'état (P_3,V_3,T_3) à l'état (P_4,V_4,T_4) ;
- refroidissement isochore qui ramène le fluide à l'état initial.

Les transformations sont supposées quasi-statiques.
1) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron (P,V).
2) Exprimer les travaux et transferts thermiques au cours des différentes étapes en fonction n,R,γ et des températures. En déduire le rendement théorique r de ce cycle en fonction des températures T_1,T_2,T_3 et T_4.
3) En déduire l'expression de r en fonction du rapport volumétrique $x = \frac{V_1}{V_2}$ et du coefficient adiabatique $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ du fluide.
4) Le piston du cylindre où évolue l'air ($\gamma = 1{,}4$) a une course $\ell = 10\,\mathrm{cm}$, une section $S = 50\,\mathrm{cm}^2$ et emprisonne un volume d'air de $100\,\mathrm{cm}^3$ en fin de compression. Calculer :
   a – le rendement théorique du cycle ;
   b – le travail fourni au cours d'un cycle, si l'air est admis à une pression de 1 bar et à 300 K et si la température maximale est de 900 K.

VI Étude d'un moteur de Stirling

Un cycle de Stirling est formé de deux isothermes ($T_F < T_C$) et de deux isochores alternées. Le cycle est décrit de façon quasistatique dans le sens moteur par n moles de gaz parfait, caractérisé par un coefficient adiabatique γ supposé constant, et commence par une compression isotherme.
1) Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron.
2) En fonction des températures T_F et T_C, du taux de compression $a = \frac{V_1}{V_2}$ et de n, R et γ, établir les expressions :
   a – de la quantité de chaleur reçue par le système au cours d'un cycle (notée Q_C et égale à $Q_{23} + Q_{34}$) ;
   b – de la quantité de chaleur cédée par le système au cours d'un cycle (notée Q_F et égale à $Q_{41} + Q_{12}$) ;
   c – du rendement thermodynamique de ce cycle.
3) On admet que la chaleur fournie au fluide lors du chauffage isochore est récupérée par un régénérateur lors du refroidissement isochore. Que devient le rendement ? Comparer ce rendement à celui de Carnot. Que peut-on en déduire sur l'entropie créée au cours du cycle ?