

Correction du DS

Tout moyen de communication est interdit

Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs

Les calculatrices sont autorisées

Au programme

Toute l'optique.

Sommaire

E1	Étude de quelques lentilles minces (D'après IESEA 2022)	2
E2	Optique d'un périscope (D'après ENAC 2024)	4
P1	Formation d'un arc-en-ciel (D'après banque PT 2024)	7
P2	Module photographique d'un smartphone (D'après CCS MPI 2023)	10

Les différentes questions peuvent être traitées dans l'ordre désiré. **Cependant**, vous indiquerez le numéro correct de chaque question. Vous prendrez soin d'indiquer sur votre copie si vous reprenez une question d'un exercice plus loin dans la copie, sous peine qu'elle ne soit ni vue ni corrigée.

Vous porterez une attention particulière à la **qualité de rédaction**. Vous énoncerez clairement les hypothèses, les lois et théorèmes utilisés. Les relations mathématiques doivent être reliées par des connecteurs logiques.

Vous prendre soin de la **présentation** de votre copie, notamment au niveau de l'écriture, de l'orthographe, des encadrements, de la marge et du cadre laissé pour la note et le commentaire. Vous **encadrerez les expressions littérales**, sans faire apparaître les calculs. Vous ferez apparaître cependant le détail des grandeurs avec leurs unités. Vous **soulignerez les applications numériques**.

Ainsi, l'étudiant-e s'expose aux malus suivants concernant la forme et le fond :

Malus

- | | |
|---|---|
| ◇ A : application numérique mal faite ; | ◇ Q : question mal ou non indiquée ; |
| ◇ N : numéro de copie manquant ; | ◇ C : copie grand carreaux ; |
| ◇ P : prénom manquant ; | ◇ U : mauvaise unité (flagrante) ; |
| ◇ E : manque d'encadrement des réponses ; | ◇ H : homogénéité non respectée ; |
| ◇ M : marge non laissée ou trop grande ; | ◇ S : chiffres significatifs non cohérents ; |
| ◇ V : confusion ou oubli de vecteurs ; | ◇ φ : loi physique fondamentale brisée. |

Exemple application numérique

$$n = \frac{PV}{RT} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa} \\ V = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ T = 300 \text{ K} \end{cases}$$

A.N. : $n = 5,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$

~~$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1}{8,32 \cdot 300} = 0,56$$~~

/32 E1 Étude de quelques lentilles minces (D'après IESEA 2022)

I/A Lentille convergente de focale donnée

On considère une lentille convergente \mathcal{L} de centre optique O et de distance focale $f' = 20$ cm. Elle est utilisée dans les conditions de GAUSS sur un banc d'optique. Elle donne d'un objet A sur l'axe optique une image A' sur l'axe optique.

Pour les trois questions suivantes :

- ◇ Faire un schéma à l'échelle ;
- ◇ Caractériser l'image (virtuelle ou réelle, droite ou renversée, agrandie, de même taille ou rétrécie) ;
- ◇ Déterminer par le calcul la position de l'image ;
- ◇ Calculer le grandissement .

/8 **1** On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique et placé à 40 cm de la lentille.

Réponse

On obtient donc une image réelle, renversée et de même taille **①** que l'objet. Avec la relation de DESCARTES :

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'} &= \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} &= \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{\overline{OA} + f'}{\overline{OA}f'} \\ \Leftrightarrow \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = -40 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases} \\ \text{A.N. : } \overline{OA'} &= 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

De plus,

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = 40 \text{ cm} \\ \overline{OA} = -40 \text{ cm} \end{cases} \\ \text{A.N. : } \gamma &= -1 \end{aligned}$$

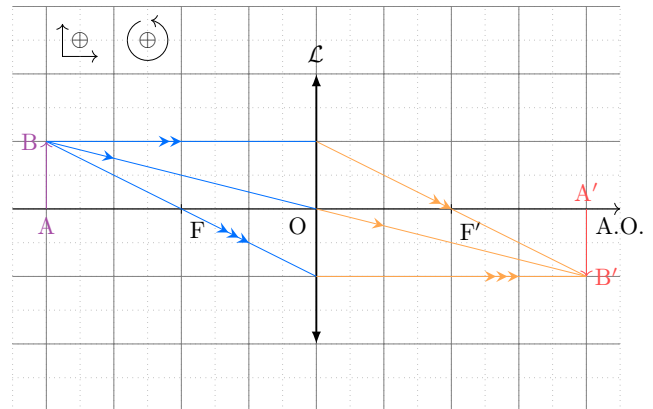


FIGURE 1.1 – **①+①**

/5 **2** On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique et placé à 10 cm de la lentille.

Réponse

On obtient donc une image virtuelle, droite et agrandie.

① Avec la relation de DESCARTES :

$$\begin{aligned} \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = -10 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases} \\ \text{A.N. : } \overline{OA'} &= -20 \text{ cm} \end{aligned}$$

De plus,

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = -20 \text{ cm} \\ \overline{OA} = -10 \text{ cm} \end{cases} \\ \text{A.N. : } \gamma &= +2 \end{aligned}$$

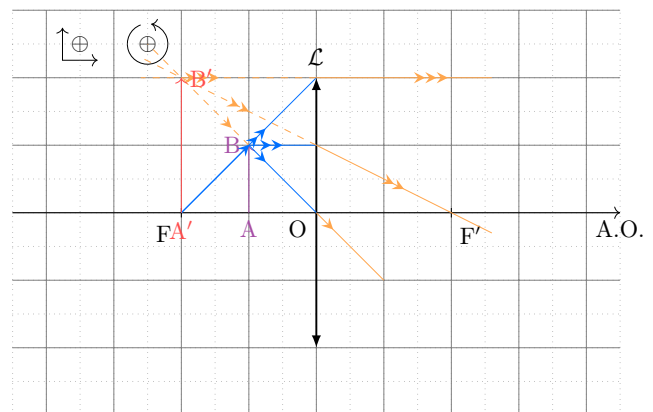


FIGURE 1.2 – **①+①**

/5 **3** On considère un objet virtuel AB perpendiculaire à l'axe optique et placé à 20 cm de la lentille.

Réponse

On obtient donc une image réelle, droite et rétrécie. ①

Avec la relation de DESCARTES :

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = 20 \text{ cm} \\ f' = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA'} = 10 \text{ cm} \quad ①$$

De plus,

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA'} = 10 \text{ cm} \\ \overline{OA} = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \gamma = +0.5 \quad ①$$

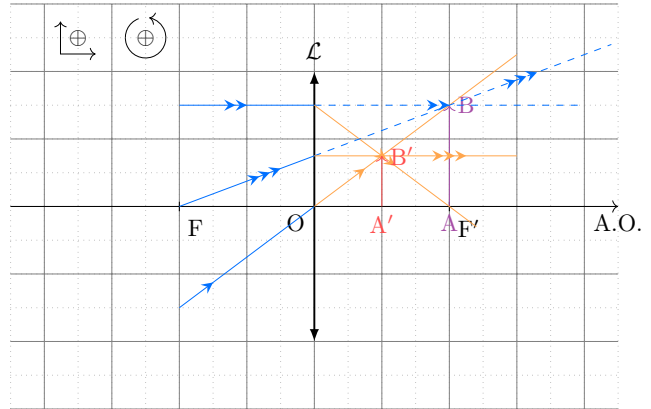


FIGURE 1.3 – ①+①

I/B Lentille convergente quelconque

- /3 ④ Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle? Toujours virtuelle? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte? Justifier.

Réponse

Les questions 1 et 2 montrent que pour un objet réel, une lentille convergente peut donner aussi bien une image réelle ① (question 1) que virtuelle (question 2). ① Donc pour l'image d'un objet réel à travers une lentille convergente, les deux cas peuvent se présenter. ①

- /5 ⑤ L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle? Toujours virtuelle? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte? Justifier.

Réponse

Nous avons vu qu'avec la relation de DESCARTES, en isolant $\overline{OA'}$ on obtenait

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} \quad ①$$

Si l'objet est virtuel, alors $\overline{OA} > 0$. ① Or, la lentille est convergente, donc $f' > 0$. ① Ainsi, $\overline{OA'} > 0$. ① En conclusion, l'image d'un objet virtuel au travers d'une lentille convergente est toujours réelle. ①

I/C Lentille divergente quelconque

- /4 ⑥ Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle? Toujours virtuelle? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte? Justifier.

Réponse

De même que précédemment, le calcul de $\overline{OA'}$ avec un objet réel ($\overline{OA} < 0$ ①) pour une lentille divergente ($f' < 0$ ①) implique que $\overline{OA'} < 0$. ① Ainsi, l'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est donc toujours virtuelle. ①

- /2 ⑦ L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle? Toujours virtuelle? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte? Justifier.

Réponse

Cette fois, si $\overline{OA} > 0$ et $f' < 0$, alors $\overline{OA'}$ peut changer de signe selon les valeurs de \overline{OA} et f' : le produit est toujours négatif, mais $\overline{OA} + f' > 0$ si $\overline{OA} > -f'$ et inversement. ①

Ainsi, pour un objet virtuel au travers d'une lentille divergente, les deux cas peuvent se présenter. ①

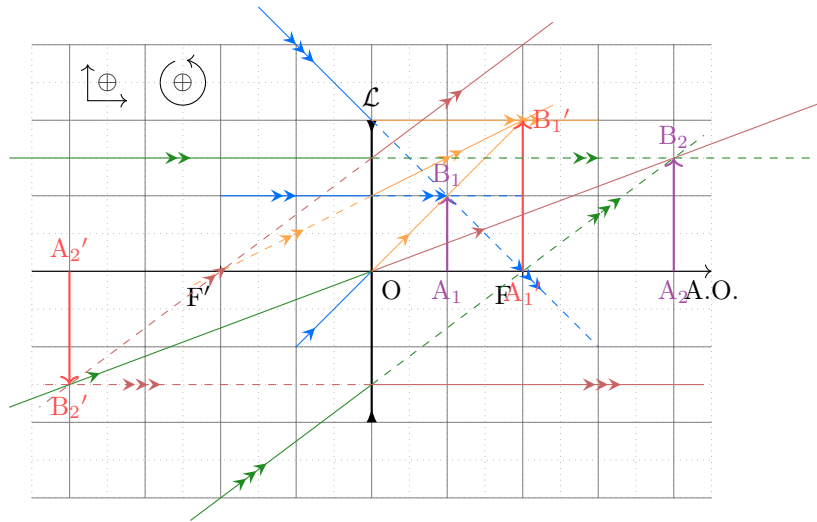


FIGURE 1.4 – Image réelle ou virtuelle pour une lentille divergente.

/35 E2 Optique d'un périscope (D'après ENAC 2024)

L'entrée d'un périscope est constituée de deux miroirs plans \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 , circulaires et de centres respectifs S_1 et S_2 (Figure 1.5). Après réflexions réflexions sur \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 , la lumière entre dans un système de deux lentilles \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 , assimilées à des lentilles minces de centres respectifs O_1 et O_2 . Les miroirs sont inclinés d'un angle de 45° par rapport à l'axe optique du système représenté en pointillés.

L'orientation algébrique de l'axe optique ainsi que celle de l'axe transversal sont indiquées sur la figure. Les distances focales images algébriques de \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 sont respectivement $f'_1 = 1,0\text{ m}$ et $f'_2 = -0,125\text{ m}$. Un œil emmétrope (sans défaut) est placé juste derrière \mathcal{L}_2 . Le périscope \mathcal{S}_p est donc l'ensemble catadioptrique $\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2\}$. On observe un objet placé dans un plan transversal, en avant de \mathcal{S}_p .

On introduit les distances $a = S_2S_1 > 0$, $b = S_2O_1 > 0$, $e = O_1O_2 > 0$ et $d = AS_1 > 0$. Dans tout l'exercice, on admet que les lentilles fonctionnent dans les conditions de GAUSS.

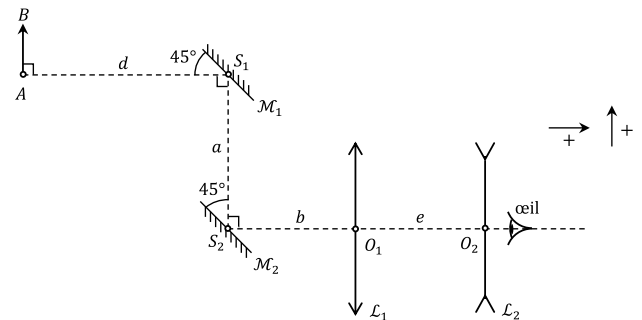


FIGURE 1.5 – Schéma du périscope.

- /3 1 Justifier simplement que le système est équivalent à une observation de AB sur un seul axe optique. Donner alors la distance AO_1 et dessiner le schéma équivalent.

Réponse

Dans cet exercice, les deux miroirs ne font que renvoyer l'objet AB à une distance $AO_1 = a + b + d$ ① de la lentille 1. En effet, un miroir ne **modifie pas les distances** ① objet-image mais juste l'angle. En faisant continuer le rayon de S_1 à S_2 par le miroir \mathcal{M}_1 (dans le « monde miroir »), on garde le même fonctionnement géométrique, et de même pour \mathcal{M}_2 . On se retrouve alors avec le simple problème de lunette terrestre suivant :

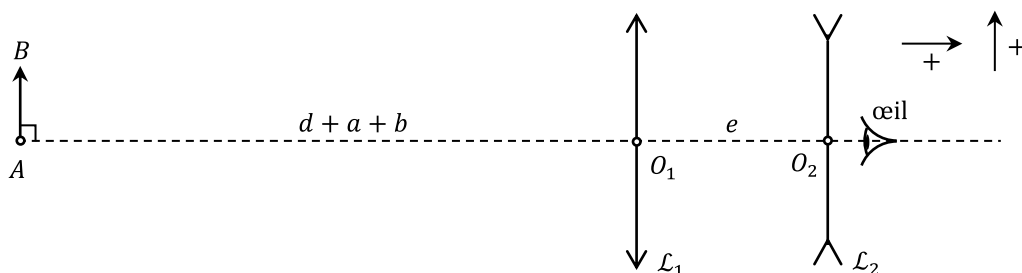


FIGURE 1.6 – Schéma simplifié ①





Pour les questions suivantes, indiquer la ou les bonnes réponses clairement et en toutes lettres (« Réponse X »), en justifiant entièrement votre choix.

- /9 [2] L'objet AB est placé à grande distance du périscope, suffisamment loin pour que d puisse être considéré infini. On note e_0 la valeur de e permettant à l'œil d'observer AB à travers \mathcal{S}_p sans accommoder. Exprimer e_0 :

A) $e_0 = f'_1 - f'_2$

B) $e_0 = f'_1$

C) $e_0 = f'_2$

D) $e_0 = f'_1 + f'_2$

Réponse

Réponse D. On représente la situation avec un schéma de principe ① :

$$\overline{AB} \xrightarrow[\text{O}_1]{\mathcal{L}_1} \overline{A_1B_1} \xrightarrow[\text{O}_2]{\mathcal{L}_2} \overline{A'B'}$$

$-\infty \xrightarrow{\text{A}_1 = \text{F}'_1} \text{A}' = +\infty$
 $\text{A}_1 = \text{F}_2 \leftarrow$

En effet, avec AB à l'infini, son image se situe dans le plan focal image π'_1 de \mathcal{L}_1 , soit $\boxed{\text{A}_1 = \text{F}'_1}$ ①. De plus, un œil emmétrope voit net sans accommoder un objet provenant de l'infini ①, donc l'image finale $A'B'$ par \mathcal{S}_p doit être à l'infini. Pour cela, l'image intermédiaire doit se situer dans le plan focal objet π_2 de \mathcal{L}_2 , soit $\boxed{\text{A}_1 = \text{F}_2}$ ① : c'est un **système afocal** ① avec $\text{F}'_1 = \text{F}_2$. Ainsi,

$$\begin{aligned} e_0 &= \overline{\text{O}_1\text{O}_2} \\ \Leftrightarrow e_0 &= \underbrace{\overline{\text{O}_1\text{F}'_1}}_{=f'_1 \text{ ①}} + \underbrace{\overline{\text{F}'_1\text{O}_2}}_{=\text{F}_2\text{O}_2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On décompose} \\ \overline{\text{F}_2\text{O}_2} = \overline{\text{O}_2\text{F}'_2} \text{ ①} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \Leftrightarrow & \boxed{e_0 = f'_1 + f'_2} \end{aligned}$$

- /9 [3] **Question difficile mais indépendante de la suite.** L'objet étant encore à l'infini, on règle \mathcal{S}_p de telle sorte que $e = e_0 - \varepsilon$, où $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \ll |f'_2|$ et $\varepsilon \ll |f'_1|$. On donne le développement asymptotique (approximation) suivant :

$$\boxed{\frac{1}{1+x} \underset{x \ll 1}{\sim} 1-x}. \text{ Que peut-on affirmer ?}$$

A) L'image de AB par \mathcal{S}_p est réelle.B) L'image de AB par \mathcal{S}_p est virtuelle.C) L'œil peut observer une image nette à travers \mathcal{S}_p .D) L'œil ne peut pas observer d'image nette à travers \mathcal{S}_p .

Réponse

Réponses B et C. AB étant encore à l'infini, on a toujours A_1B_1 située en F'_1 . La relation de conjugaison de la seconde lentille donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} - \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{F}'_1}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} - \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{O}_1} + f'_1} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On développe } \overline{\text{O}_2\text{F}'_1} \\ \overline{\text{O}_2\text{O}_1} = \varepsilon - e_0 \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} - \frac{1}{\varepsilon - (f'_1 + f'_2) + f'_1} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} + \frac{1}{f'_2 - \varepsilon} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On change le - en +} \\ \text{On fait apparaître } \varepsilon/f'_2 \text{ pour le développement} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} + \frac{1}{f'_2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{f'_2}\right)} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} &\approx \frac{1}{f'_2} - \frac{1}{f'_2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{f'_2}\right) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On isole } \overline{\text{O}_2\text{A}'} \text{ et on développe} \\ \text{On simplifie} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \Leftrightarrow & \boxed{\frac{1}{\overline{\text{O}_2\text{A}'}} \approx -\frac{\varepsilon}{f'^2_2}} \end{aligned}$$

Ainsi, $\boxed{\overline{\text{O}_2\text{A}'} < 0}$ ①, donc l'image se forme **avant** \mathcal{L}_2 : elle est **virtuelle**. ①

De plus, la distance O_2A sera suffisamment grande pour être vue par l'œil **en accommodant**. ①

- /3 4 L'objet est maintenant placé à distance finie. On note A_1B_1 l'image de AB par le système $\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{L}_1\}$ et $p'_1 = \overline{O_1A_1}$. Exprimer p'_1 :

A) $p'_1 = \frac{f'_1(a+b+d)}{a+b+d-f'_1}$ B) $p'_1 = \frac{f'_1(a+b+d)}{a+b+d+f'_1}$ C) $p'_1 = \frac{f'_1(a+b+e)}{a+b+d+f'_1}$ D) $p'_1 = \frac{f'_1d}{d-f'_1}$

Réponse

Réponse A. Grâce au schéma de la Question 1, la relation de conjugaison pour \mathcal{L}_1 donne

$$\begin{aligned} \frac{1}{f'_1} &= \frac{1}{p'_1} - \frac{1}{-(d+a+b)} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{p'_1} &= \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{d+a+b} && \left. \begin{array}{l} \text{On isole } p'_1 \\ \text{On met sur même dénominateur} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{p'_1} &= \frac{d+a+b-f'_1}{f'_1(d+a+b)} && \left. \begin{array}{l} \text{On inverse} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow p'_1 &= \frac{f'_1(d+a+b)}{d+a+b-f'_1} \end{aligned}$$

- /3 5 Quelle est alors la taille (grandeur algébrique) $\overline{A_1B_1}$ de cette image intermédiaire ?

A) $\overline{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_1+a+b+d} \overline{AB}$ B) $\overline{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_1+f} \overline{AB}$
C) $\overline{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_1-d} \overline{AB}$ D) $\overline{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_1-a-b-d} \overline{AB}$

Réponse

Réponse D. Avec le grandissement, on a

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \\ \Leftrightarrow \overline{A_1B_1} &= \frac{p'_1}{-(a+b+d)} \overline{AB} && \left. \begin{array}{l} \text{On remplace par les distances} \\ p'_1 = \frac{f'_1(d+a+b)}{d+a+b-f'_1} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \overline{A_1B_1} &= \frac{-f'_1}{a+b+d-f'_1} \overline{AB} && \left. \begin{array}{l} \text{On réarrange} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \overline{A_1B_1} &= \frac{f'_1}{f'_1-a-b-d} \overline{AB} \end{aligned}$$

- /4 6 L'image $\overline{A'B'}$ de AB par \mathcal{S}_p se forme maintenant en avant de \mathcal{L}_2 , à une distance $\overline{A'O_2} = d_m$, avec $d_m = 25$ cm, et telle que $\overline{A'B'} = 1$ mm.

On note $\theta > 0$ l'angle sous lequel l'image AB par \mathcal{S}_p est vue par l'observateur (on rappelle que l'œil est derrière et à proximité immédiate de \mathcal{L}_2). Que peut-on affirmer ?

- A) $\theta \approx 10^{-3}$ rad B) $\theta \approx 4 \times 10^{-3}$ rad C) L'image est ponctuelle D) L'image est étendue pour l'œil.

Réponse

Réponses B et D. L'angle θ sous lequel est vu $\overline{A'B'}$ est tel que, en utilisant l'approximation des petits angles (le système est dans les conditions de GAUSS ①) :

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{\overline{A'B'}}{d_m} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{A'B'} = 1 \text{ mm} \\ d_m = 250 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \theta \approx 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Ceci est plus de dix fois plus grand que le pouvoir de résolution de l'œil $\theta_{\min} = 3 \times 10^{-4}$ rad ①. Ainsi l'image est étendue.

- /4 7 Pour un objet à distance infinie, de quelle distance $\Delta e > 0$ faut-il déplacer \mathcal{L}_2 depuis la position précédente pour retrouver le réglage initial $e = e_0$?

A) $\Delta e = 1,0 \text{ mm}$ B) $\Delta e = 1,25 \text{ cm}$ C) $\Delta e = 5,0 \text{ cm}$ D) $\Delta e = 12,5 \text{ cm}$ **Réponse**

Réponse D. L'image intermédiaire revient en F'_1 . Depuis la situation précédente où $\overline{O_2A'} = -d_m$, on a $e = e_0 + \Delta e$ avec Δe à trouver. Ainsi, avec 3 chiffres significatifs pour répondre à la question,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{f'_2} &= \frac{1}{-d_m} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} && \left. \begin{aligned} &\overline{O_2F'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} \\ &e_0 = f'_1 + f'_2 \end{aligned} \right\} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= -\frac{1}{d_m} - \frac{1}{-(e_0 + \Delta e) + f'_1} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2} &= -\frac{1}{d_m} - \frac{1}{-(f'_1 + f'_2 + \Delta e) + f'_1} && \left. \begin{aligned} &\text{On isole } \Delta e \\ &\text{Même dénominateur} \end{aligned} \right\} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2 + \Delta e} &= \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{d_m} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_2 + \Delta e} &= \frac{d_m + f'_2}{f'_2 d_m} && \left. \begin{aligned} &\text{On inverse, isole, puis même} \\ &\text{dénominateur} \end{aligned} \right\} \\
 \Leftrightarrow \Delta e &= \frac{f'_2 d_m}{d_m + f'_2} - f'_2 \times \frac{d_m + f'_2}{d_m + f'_2} \\
 \Leftrightarrow \Delta e &= \frac{-f'^2_2}{d_m + f'_2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f'_2 = -0,125 \text{ m} \\ d_m = 25 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}
 \end{aligned}$$

A.N. : $\Delta e = 1,25 \times 10^{-1} \text{ m}$



/51 P1 Formation d'un arc-en-ciel (D'après banque PT 2024)

Lorsque le beau temps revient juste après une averse, on observe parfois la formation d'un arc-en-ciel à l'horizon. Il s'agit d'un phénomène optique de dispersion de la lumière solaire, qui se réfracte et se réfléchit dans des gouttelettes d'eau en suspension dans l'air. La première théorie permettant d'expliquer ce phénomène a été établie par Descartes en 1637 à l'aide des lois de la réflexion et de la réfraction. Il mit en évidence qu'un-e observateur-ice situé-e au niveau du sol reçoit un faisceau de rayons émergents correspondant au maximum de l'angle de déviation des gouttelettes d'eau. Comme celui-ci dépend de la longueur d'onde des rayons lumineux, on peut ainsi observer la dispersion de la lumière solaire. Dans cette partie, nous allons mettre en évidence les principaux résultats de cette théorie.

On considère un rayon lumineux monochromatique issu du Soleil S , qui arrive sur une gouttelette d'eau sphérique en suspension dans l'air sous un angle d'incidence i_1 , comme représenté sur la Figure 1.7. Après une première réfraction, une réflexion et une seconde réfraction, le rayon émerge de la gouttelette sous un angle de réfraction i_4 . Il se dirige alors vers un-e observateur-ice O situé-e au niveau du sol. On suppose que l'air est un milieu d'indice optique égal à 1, et on note n l'indice optique de l'eau.

L'orientation des différents angles à chaque interface est définie sur la Figure 1.7, et on définit positivement les angles orientés dans le sens trigonométrique.

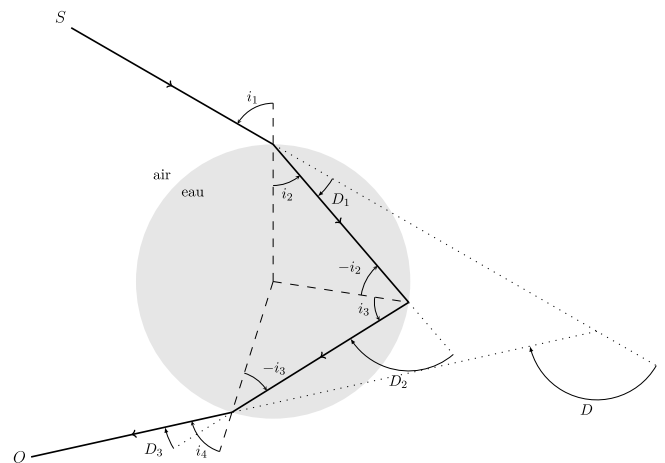


FIGURE 1.7 – Trajet d'un rayon lumineux dans une gouttelette d'eau sphérique en suspension dans l'air.

- /3 1 Exprimer les angles de déviation D_1 , D_2 et D_3 à chaque interface et en fonction de i_1 , i_2 , i_3 et i_4 , en tenant compte de l'orientation de ces angles.

Réponse

On lit sur la figure :

$$i_2 - D_1 = i_1 \quad -(-i_2) + i_3 - D_2 = \pi \quad D_3 + (-i_3) = i_4$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_1 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_2 - i_1} \quad \boxed{D_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_2 + i_3 - \pi} \quad \boxed{D_3 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_3 + i_4}$$

/4 [2] À l'aide des lois de SNELL-DESCARTES, exprimer les angles i_2 , i_3 et i_4 en fonction de i_1 et n .

Réponse

D'après la loi de la réfraction,

$$1 \times \sin(i_1) \stackrel{\textcircled{1}}{=} n \sin(i_2) \Leftrightarrow \boxed{i_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right)}$$

D'après la loi de la réflexion,

$$i_3 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right)$$

Enfin, d'après la loi de la réfraction encore,

$$\sin(i_4) = n \sin(-i_3) = -n \sin(i_2) = -\sin(i_1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i_4 \stackrel{\textcircled{1}}{=} -i_1}$$

/2 [3] En déduire que l'angle de déviation totale D peut s'exprimer :

$$D = 4 \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right) - 2i_1 - \pi$$

Réponse

La déviation totale s'écrit

$$\begin{aligned} D &\stackrel{\textcircled{1}}{=} D_1 + D_2 + D_3 \\ \Leftrightarrow D &= (i_2 - i_1) + (i_2 + i_3 - \pi) + (i_4 + i_3) \\ \Leftrightarrow D &= -i_1 + 2i_2 + 2i_3 + i_4 - \pi \\ \Leftrightarrow \boxed{D &\stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right) - 2i_1 - \pi} \end{aligned}$$

On représente l'évolution de D en fonction de i_1 sur la Figure 1.8, en prenant $n = 1,33$ pour l'indice optique de l'eau. L'angle de déviation présente un maximum D_{\max} pour un certain angle d'incidence $i_{1,\max}$ qui correspond au faisceau de rayons émergents reçu par l'observateur-ice.

On rappelle que la dérivée de la fonction trigonométrique $f(x) = \arcsin(x)$ s'exprime :

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

/8 [4] Montrer que l'angle d'incidence $i_{1,\max}$ vérifie l'équation suivante :

$$\sin(i_{1,\max}) = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

Réponse

Posons $x = \sin(i_1)$. Alors,

$$\begin{aligned} D(x) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 \arcsin \frac{x}{n} - 2 \arcsin x - \pi \\ \Rightarrow \frac{dD}{dx} &\stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 \times \frac{1}{n} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{n^2}}} - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{dD}{dx}} \right\} \text{On dérive}$$

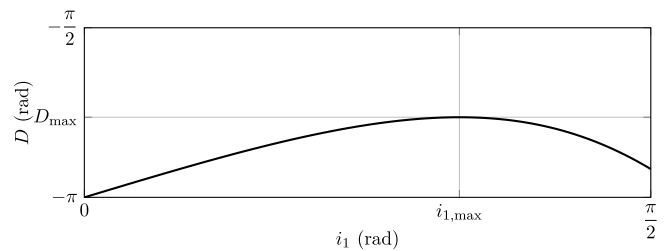


FIGURE 1.8 – Évolution de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i_1 .

Cette dérivée s'annule au niveau du maximum, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} \frac{4}{n} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x_{\max}^2}{n^2}}} &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{2}{\sqrt{1 - x_{\max}^2}} \\ \Leftrightarrow \frac{n^2}{16} \left(1 - \frac{x_{\max}^2}{n^2}\right) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1 - x_{\max}^2}{4} \\ \Leftrightarrow n^2 - x_{\max}^2 &\stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 - 4x_{\max}^2 \\ \Leftrightarrow 3x_{\max}^2 &\stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 - n^2 \\ \Leftrightarrow \sin(i_{1,\max}) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} \end{aligned}$$



- /2 [5] En déduire l'expression du maximum D_{\max} en fonction de n .

Réponse

On injecte cette valeur dans l'expression de D :

$$D_{\max} \stackrel{\textcircled{1}}{=} 4 \arcsin \left(\frac{1}{n} \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} \right) - 2 \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} - \pi$$



On représente l'évolution de D_{\max} en fonction de n sur la Figure 1.9, pour $1 \leq n \leq 2$.

L'eau étant un milieu dispersif, son indice optique n dépend de la longueur d'onde λ du rayon lumineux considéré. En 1836, CAUCHY établit que l'indice optique d'un tel milieu peut s'exprimer sous la forme :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B des constantes positives, caractéristiques du milieu.

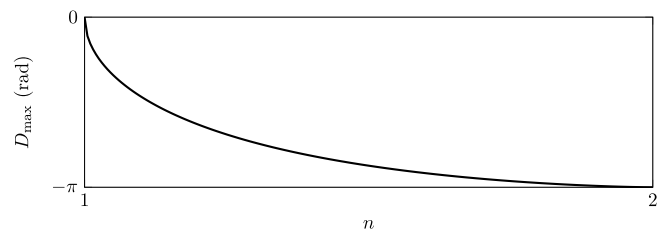


FIGURE 1.9 – Évolution du maximum D_{\max} en fonction de l'indice optique n .

- /2 [6] Comment évolue le maximum D_{\max} lorsque la longueur d'onde λ augmente ? Justifier votre raisonnement.

Réponse

Si la longueur d'onde augmente, alors d'après la loi de CAUCHY l'indice diminue $\textcircled{1}$, et d'après la courbe représentée l'angle de déviation maximale **augmente**. $\textcircled{1}$



- /1 [7] Rappeler l'intervalle de longueur d'onde constituant le spectre visible.

Réponse

Le spectre visible contient les longueurs d'ondes comprises entre $[400 ; 800]$ nm. $\textcircled{1}$



- /8 [8] Lorsque l'observateur-ice O situé-e au niveau du sol regarde l'arc-en-ciel, aperçoit-il l'anneau rouge situé au-dessus ou en-dessous de l'anneau violet ? Justifier votre raisonnement. Un schéma est attendu.

Réponse

La lumière atteint les gouttes avec toutes les incidences possibles, mais la courbe de déviation étant plus plate au voisinage du maximum, il y a le plus d'**intensité lumineuse** en sortie de la goutte dans la direction donnée par le **maximum de déviation**. On peut dire qu'il y a accumulation de lumière dans cette direction. $\textcircled{1} + \textcircled{1}$

Compte tenu de ce qui précède, l'angle de déviation maximale est plus grand pour le rouge que pour le violet, **mais** comme l'angle de déviation est négatif, alors en valeur absolue

$$|D_{\text{violet}}| \stackrel{\textcircled{1}}{>} |D_{\text{rouge}}|$$

Autrement dit, l'angle entre les rayons entrant et sortant de la goutte, égal à $2\pi - |D|$, est plus grand pour le rouge que pour le violet. $\textcircled{1}$

Les rayons du Soleil arrivent tous parallèles les uns aux autres, pour une goutte donnée le rayon rouge part donc davantage vers le bas que le rayon violet. Cependant, les rayons « qui comptent » sont ceux qui aboutissent à l'œil de l'observateur-ice... qui ne sont pas déviés par la même goutte ! Comme le montre la Figure 1.10, les rayons rouges atteignant l'œil de l'observateur sont déviés par une goutte située plus haut ① que celle qui dévie les rayons violets. Ainsi, l'**anneau rouge paraît au dessus de l'anneau violet** dans le ciel. ①

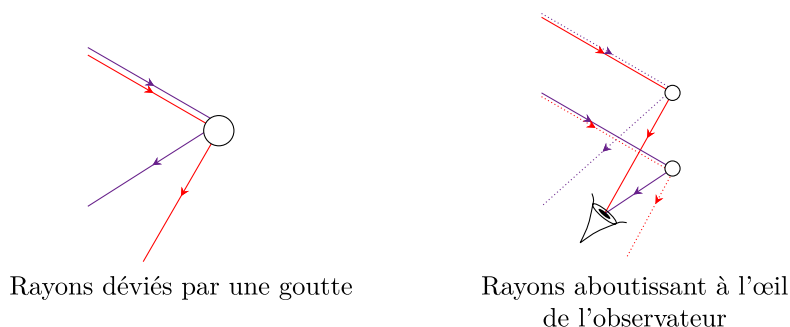


FIGURE 1.10 – Déviation des rayons et formation d'un arc-en-ciel. ① + ①



Lorsque les conditions d'observation sont excellentes, il est possible d'apercevoir un second arc-en-ciel dans le ciel, situé au-dessus de l'arc-en-ciel précédemment étudié. Il est même possible d'observer, dans de très rares occasions, un troisième arc-en-ciel qui s'ajoute aux deux précédents.

- /4 9 En considérant toujours des gouttelettes d'eau sphériques en suspension dans l'air, expliquer l'origine de ces différents arc-en-ciel. Un schéma simple est attendu pour au moins une de ces situation.

Réponse

Ces arcs-en-ciel dits surnuméraires sont dus à des rayons dont les trajets dans les gouttes sont différents ①, et qui subissent deux voire trois réflexions au lieu d'une seule. ① La Figure 1.11 montre un schéma de principe à deux réflexions.

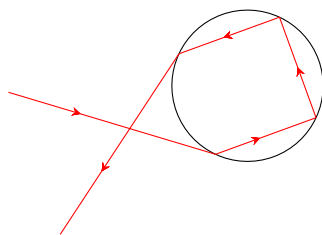


FIGURE 1.11 – Schéma de principe de réflexions conduisant à un arc surnuméraire. ① + ①



/75 P2 Module photographique d'un smartphone (D'après CCS MPI 2023)

En 1973, Martin Cooper invente, avec son équipe, le premier téléphone cellulaire. Depuis, l'usage du téléphone portable n'a cessé de croître, ce qui en fait l'un des biens de consommation les plus répandus de la planète.



Appareil photographique d'un téléphone portable

Résolution du capteur	4000×3000 pixels
Nombre d'ouverture	$N = 2,2$
Diagonale du capteur	$d = 1/3$ de pouce
Indice de réfraction de l'air	$n_{\text{air}} = 1,00$
Indice de réfraction de la lentille	$n = 1,52$
Rayon de courbure de la lentille	$R = 4,0$ mm
Diamètre réel la lentille	$\Phi = 5,0$ mm
Distance focale effective de l'objectif	$f' = 9,0$ mm

Propriétés de l'œil humain

Distance normale d'observation d'un téléphone portable	30 cm
Pouvoir de résolution d'un œil « normal »	$\alpha = 3,0 \times 10^{-4}$ rad

Conversion

$$1 \text{ pouce} = 25,4 \text{ mm}$$

Estimation d'une incertitude-type composée

Si la grandeur y calculée est un produit ou un quotient du type $y = x_1 x_2$ ou $y = x_1/x_2$, alors l'incertitude-type sur y , notée $u(y)$ est reliée à l'incertitude-type sur chacun des facteurs par

$$\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2$$

Les trois parties sont indépendantes.

II/A Étude du capteur de l'appareil photographique

On considère dans un premier temps les paramètres géométriques du capteur principal, afin de vérifier si le phénomène de diffraction dégrade ou non l'image formée sur le capteur. Tous les pixels considérés sont carrés de côté a .

- /5 ① À partir des données du téléphone portable fournies, déterminer la longueur L et la largeur l ($L > l$) du capteur de ce téléphone. En déduire la taille a d'un pixel du capteur.

Réponse

Soit $L = 4000a$ la longueur du capteur et $l = 3000a$ sa largeur, avec a la taille d'un pixel supposé carré. On a donc $l = 3L/4$. ①

La diagonale du capteur d vaut $1/3$ de pouce soit $d = 1/3 \times 25,4 = 8,47$ mm. ①

On en déduit

$$d^2 = L^2 + l^2 = L^2 \left(1 + \frac{3^2}{4^2}\right) = \left(\frac{5}{4}L\right)^2 \quad \text{donc} \quad \boxed{L = \frac{4}{5}d = 6,77 \text{ mm}} \quad ①$$

On trouve alors

$$\boxed{l = \frac{3}{4}L = 5,08 \text{ mm} \quad \text{et} \quad a = \frac{L}{4000} = 1,69 \mu\text{m}} \quad ①$$



Le nombre d'ouverture N de l'appareil photographique est défini par la formule ci-après, où D est le diamètre de l'ouverture et f' la distance focale de l'objectif,

$$N = \frac{f'}{D}$$

On souhaite estimer la taille caractéristique de la tache de diffraction visible sur le capteur. Pour cela on considère que l'objectif est éclairé par un « point unique » A situé à l'infini. Les rayons issus de A sont diffractés par le diaphragme de diamètre D . Les rayons extrêmes après diffraction sont caractérisés par l'angle θ .

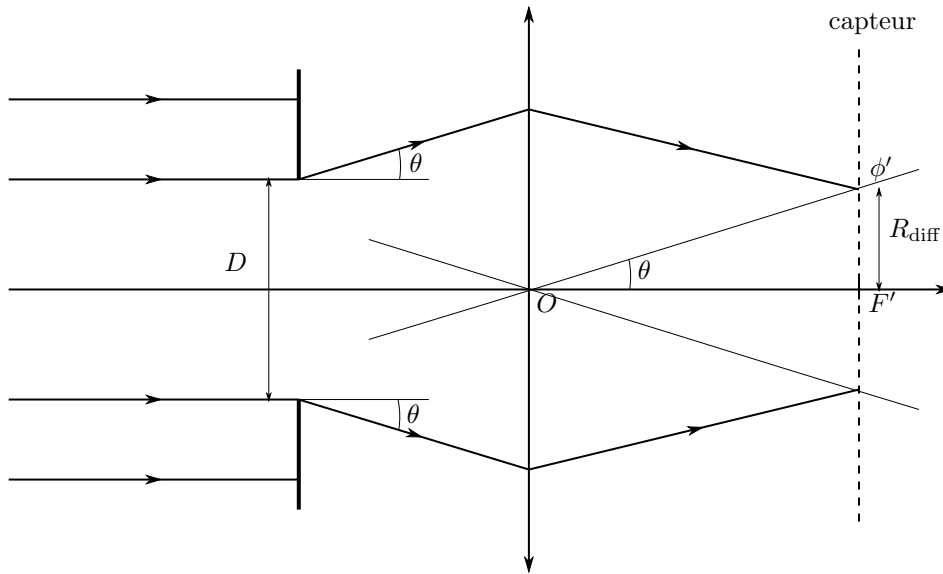
- /4 ② Préciser où doit être placé le capteur pour former l'image de A , puis compléter la figure 1.16 du document réponse en traçant les rayons émergents de la lentille issus des deux rayons incidents déjà tracés. Placer le rayon R_{diff} de la tache centrale de diffraction perçue sur le capteur.

Réponse

L'objet étant à l'infini sur l'axe optique, son image (en l'absence de diffraction) est F' . ① Donc on place le capteur dans le plan focal image. ①

Pour déterminer le rayon émergent, on trace le rayon incident incliné de θ par rapport à l'axe optique et passant par O . Ce rayon n'est pas dévié et passe par ϕ' . ①

On fait de même pour l'autre rayon. On pose alors R_{diff} , ① distance entre F' et ϕ' .



/6 3 Après avoir justifié la longueur d'onde lumineuse choisie, déterminer R_{diff} . Commenter.

Réponse

On choisit $\lambda = 500 \text{ nm}$, ① longueur dans le visible, proche du maximum de sensibilité de l'œil.

La demi-ouverture angulaire de la tâche centrale de diffraction vaut $\theta \approx \frac{\lambda}{D}$. ①

D'après la figure précédente, $\tan \theta = R_{\text{diff}}/f'$. La lentille étant utilisée dans les conditions de Gauss, on a

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{\lambda}{D} \quad \text{donc} \quad R_{\text{diff}} = \frac{\lambda f'}{D} = \lambda N$$

L'application numérique donne $R_{\text{diff}} \approx 1,1 \mu\text{m}$. ①

On obtient une valeur du même ordre de grandeur que a , la taille d'un pixel, donc on est à la limite de résolution ① de l'appareil liée au phénomène de diffraction.

/3 4 Proposer une justification du choix de l'entreprise de configurer par défaut la prise d'image en full HD (1920×1080 pixels) au lieu de la résolution 4K (3840×2160 pixels).

Réponse

Déterminons la taille des pixels dans les deux cas

$$a_{\text{HD}} = \frac{L}{1920} = 3,5 \mu\text{m} > R_{\text{diff}} \quad \text{et} \quad a_{4\text{K}} = \frac{L}{3840} = 1,7 \mu\text{m} \approx R_{\text{diff}}$$

Ainsi en full HD, on ne sera pas sensible à la diffraction ①. De plus, l'enregistrement de l'image nécessitera moins de capacité de mémoire ① qu'en résolution 4K sans que cela soit visible sur la qualité de l'image pour un photographe amateur.

II/B**Étude des aberrations géométriques dues à la lentille de l'appareil photographique**

La lentille de forme plano-convexe est constituée de silice fondue associée à du quartz. On peut la modéliser comme une demi-boule de rayon $R = 4,0 \text{ mm}$ et d'indice de réfraction $n = 1,52$, plongée dans l'air dont l'indice de réfraction est pris égal à 1. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon $r_m < R$, arrive sous incidence normale sur la face plane de cette lentille. On note C l'intersection de la face plane de la demi-boule avec l'axe optique (Ox) et S l'intersection de la face hémisphérique avec ce même axe. On s'intéresse au rayon lumineux incident qui arrive parallèle à l'axe optique et à une distance r de cet axe.

II/B) 1

 Condition de traversée de la lentille

/10 5 Compléter sur la figure 1.17 du document réponse le trajet de ce rayon lumineux lors de son passage à travers la lentille.

- ◇ On notera I le point d'incidence sur le dioptre verre-air et J son projeté orthogonal sur l'axe x .
 ◇ On notera i l'angle d'incidence **orienté** sur le dioptre verre-air et t l'angle de réfraction correspondant.

Déterminer l'expression de r_0 , valeur limite du rayon du faisceau à respecter si l'on souhaite que tous les rayons incidents émergent de la lentille. Calculer numériquement la valeur de r_0 . En réalité, le constructeur a choisi un diamètre de la lentille $\Phi = 5,0 \text{ mm}$. Justifier ce choix.

Réponse

Le rayon arrive normalement au dioptre air-verre, donc il n'est pas dévié. Il arrive avec un angle d'incidence i sur le dioptre verre-air et est réfracté dans une direction caractérisée par l'angle de réfraction $t > i$ car $n_{\text{air}} < n$.

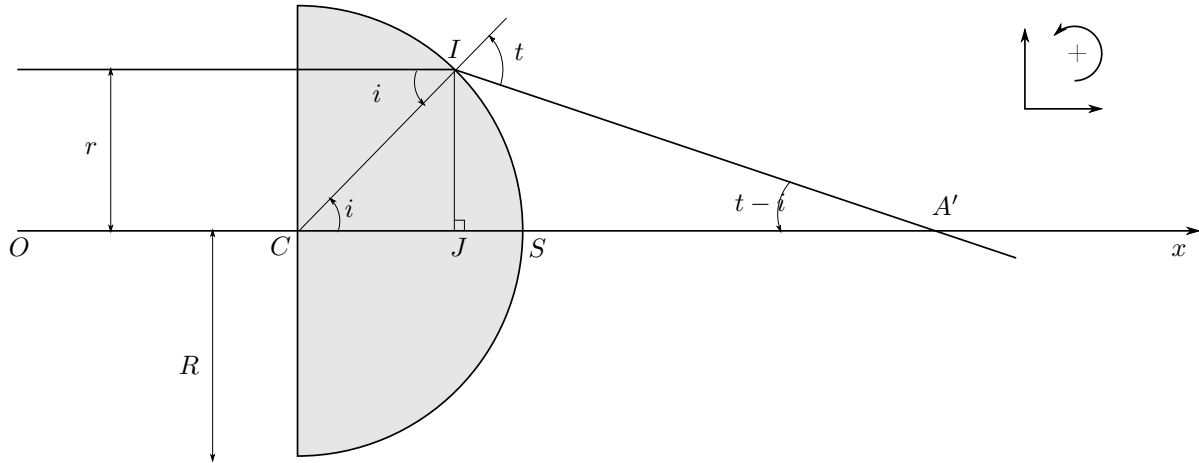


FIGURE 1.12 – ① pour incidence normale, ① pour angle qui s'écarte de la normale, ① pour les sens de comptage, ① pour les flèches sur les rayons.

Le rayon réfracté existe tant que $t < \pi/2$, ① i.e. par application de la relation de Snell-Descartes

$$n \sin i < 1 \text{ ① } \quad \text{avec} \quad \sin i = \frac{r}{R} \text{ ①}$$

On en déduit

$$r < \frac{R \text{ ①}}{n} = r_0 \quad ; \quad r_0 = 2,6 \text{ mm} \text{ ①}$$

Le constructeur choisit un rayon $\Phi/2 = 2,5 \text{ mm} < r_0 < R$ afin de n'avoir que des rayons pouvant émerger. ① Néanmoins il risque d'y avoir des aberrations géométriques car il y a des rayons très éloignés de l'axe optique (cf la suite).



II/B) 2

 Étude des rayons proches de l'axe optique

/5 6 On note A' la position de l'intersection du rayon incident avec l'axe optique après son passage au travers de la lentille. Le placer sur le schéma annexe, puis montrer que la distance algébrique $\overline{CA'}$ vérifie

$$\overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(t - i)}$$

Réponse

① Pour le schéma et l'angle $t - i$.

On a $\overline{CA'} = \overline{CJ} + \overline{JA'}$ ①. Dans les triangles ICJ et IJA' :

$$\overline{CJ} = R \cos i \text{ ① } \quad \text{et} \quad \overline{JA'} = \frac{\overline{JI}}{\tan(t - i)} \text{ ① } \quad \text{avec} \quad \overline{JI} = R \sin i$$

On obtient alors

$$\overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(t - i)} \text{ ①}$$



- /5 [7] En déduire, en fonction de R et n , l'expression de la limite $\overline{CF'}$ de $\overline{CA'}$ lorsque la distance r tend vers 0. Calculer numériquement $\overline{CF'}$.

Réponse

Si $r \rightarrow 0$, alors les angles i et t sont faibles, donc

$$\cos i \approx 1 \quad \text{et} \quad \sin i \approx i \quad \text{et} \quad \tan(t - i) \approx t - i \quad (1)$$

De plus, la relation de Snell-Descartes devient

$$ni \approx t \quad \text{donc} \quad \overline{CA'} \approx R + R \times \frac{i}{ni - i} \quad \text{soit} \quad \overline{CA'} \approx R \left(1 + \frac{1}{n - 1}\right) \quad (1)$$

On a alors

$$\overline{CF'} = \lim_{r \rightarrow 0} \overline{CA'} = \frac{nR}{n - 1} \quad (1)$$

L'AN donne $\overline{CF'} = 12 \text{ mm}$. (1)



- /2 [8] Dans quelles conditions peut-on considérer que le point F' est stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe? Comment peut-on nommer le point F' ?

Réponse

Le point F' est approximativement stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe optique dans le cas des rayons paraxiaux, i.e. dans les conditions de GAUSS. (1) F' est alors le foyer principal image (1) de la lentille demi-boule utilisée dans les conditions de GAUSS.



II/B) 3

Étude de l'aberration sphérique de la lentille

Le capteur de l'appareil photographique est placé dans le plan focal image de la lentille (figure 1.13). On s'intéresse à présent au rayon lumineux qui arrive parallèle à l'axe optique à la distance $r < r_0$ de l'axe (question [5]).

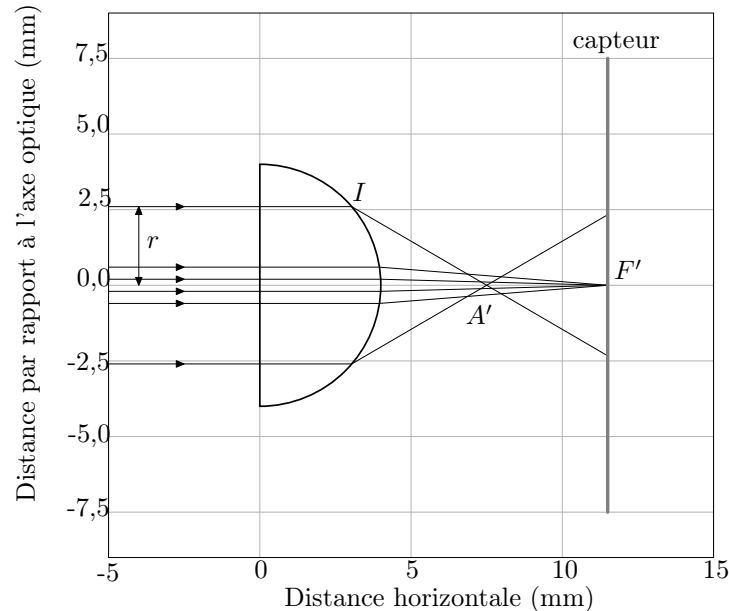


FIGURE 1.13 – Aberration sphérique

- /6 [9] On définit la distance TSA (*transversal spherical aberration*) comme la distance entre F' et le point où le rayon émergent extrême correspondant à $r = r_0$ rencontre le capteur. Faire un schéma en faisant apparaître la distance TSA. On notera i_0 l'angle d'incidence au niveau du dioptre sphérique verre-air.

Réponse

Pour $r = r_0$, $t = \pi/2$.

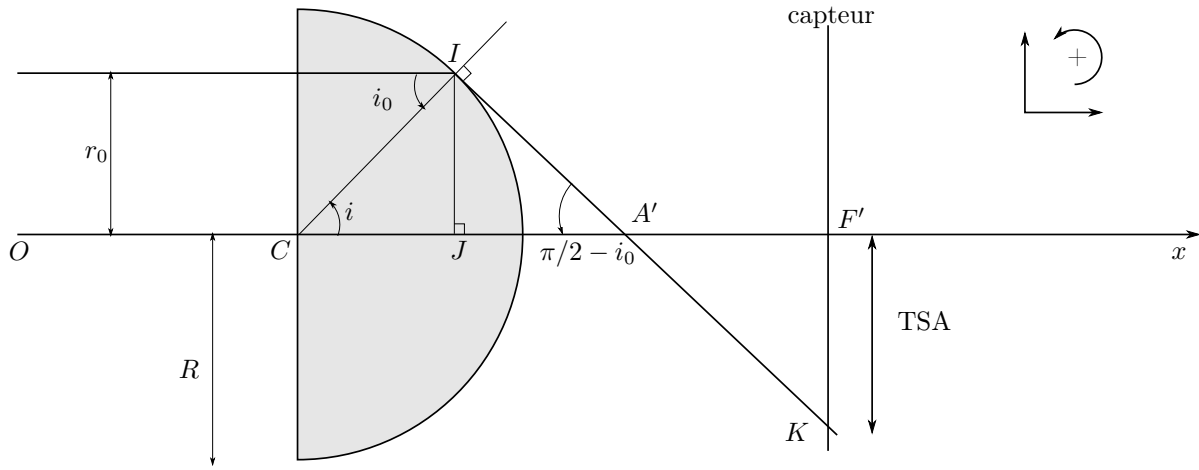


FIGURE 1.14 – ① Pour l'axe optique, ① pour les flèches sur les rayons, ① pour $t = \pi/2$, ① pour les sens de comptage, ① pour l'écran, ① pour la TSA



/10 [10] Montrer que la distance TSA peut se mettre sous la forme

$$TSA = \frac{r_0}{\sin^2 i_0} \left(\frac{\overline{CF'}}{R} \cos i_0 - 1 \right)$$

Réponse

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{\overline{F'K}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{AJ}} \quad \text{avec} \quad \overline{JI} = r_0 = R/n \quad ; \quad \overline{A'F'} = \overline{CF'} - \overline{CA'} = \overline{CF'} - \left(R \cos i_0 + \frac{R \sin i_0}{\tan(\pi/2 - i_0)} \right)$$

Or $\frac{1}{\tan(\pi/2 - i_0)} = \tan i_0$, d'où

$$\overline{A'F'} = \overline{CF'} - (R \cos i_0 + R \sin i_0 \tan i_0) = \overline{CF'} - \underbrace{\left(R \cos i_0 + R \frac{\sin^2 i_0}{\cos i_0} \right)}_{= \frac{R}{\cos i_0}} > 0$$

De plus $\overline{JA'} = R \frac{\sin^2 i_0}{\cos i_0} > 0$, on en déduit

$$TSA = |\overline{F'K}| = r_0 \times \frac{\overline{CF'}/R - \frac{1}{\cos i_0}}{\frac{\sin^2 i_0}{\cos i_0}} \quad \text{soit} \quad TSA = r_0 \left(\frac{\overline{CF'}}{R} \frac{\cos i_0}{\sin^2 i_0} - \frac{1}{\sin^2 i_0} \right)$$

On obtient alors la forme donnée dans l'énoncé

$$TSA = \frac{r_0}{\sin^2 i_0} \left(\frac{\overline{CF'}}{R} \cos i_0 - 1 \right)$$



/5 [11] Exprimer alors la distance TSA en fonction de R et n . Faire l'application numérique. Comparer la distance TSA à la taille de la tache de diffraction obtenue en question [3] et à la dimension d'un pixel. Conclure sur l'adéquation de cette lentille au téléphone portable considéré.

Réponse

On a montré que $\sin i_0 = 1/n$, on en déduit

$$\cos i_0 = \sqrt{1 - \sin^2 i_0} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1}$$

De plus $r_0 = R/n$ et $\overline{CF'} = \frac{nR}{n-1}$. En remplaçant dans l'expression de la distance TSA obtenue à la question précédente, on obtient

$$TSA \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{n^2 R}{n} \left(\frac{n}{n-1} \times \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1} - 1 \right) \quad \text{soit} \quad TSA \stackrel{\textcircled{1}}{=} nR \left(\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n-1} - 1 \right)$$

L'AN donne $TSA = 7,3 \text{ mm}$. $\textcircled{1}$

On a $TSA \gg R_{\text{diff}}$ et $TSA \gg a$. La lentille demi-boule est extrêmement sensible aux aberrations géométriques. $\textcircled{1}$

II/C Estimation de la taille d'un pixel de l'écran d'un smartphone

Depuis l'apparition des premiers smartphones, la qualité des écrans a fait des progrès considérables. Un célèbre constructeur de téléphones affirme que « la densité de pixels des écrans est si élevée qu'à l'œil nu et à une distance normale, il est impossible de discerner les pixels individuels ».

L'objectif de cette partie est de vérifier si l'écran de l'objet d'étude vérifie ou non ce critère.

- /6 $\boxed{12}$ Montrer qu'il existe une taille de pixel maximale pour satisfaire à la description précédente. Calculer sa valeur numérique.

Réponse

L'œil pourra discerner deux pixels voisins s'ils sont vus sous un angle β supérieur au pouvoir de résolution de l'œil $\alpha = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$. $\textcircled{1}$

Un pixel de taille a , vu à une distance D est observé sous un angle β tel que

$$\tan \beta \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{a}{D}$$

On se place dans le cas où β est faible (proche de α qui est faible), donc $\tan \beta \approx \beta$. $\textcircled{1}$ On prend $D = 30 \text{ cm}$, on a alors

$$\frac{a}{D} > \alpha \quad \text{soit} \quad a > D\alpha = 9,0 \times 10^{-5} \text{ m} = 90 \mu\text{m} \quad \textcircled{1}$$

Cette limite est très grande devant la taille d'un pixel qui est de l'ordre du micromètre. Donc on ne peut en effet pas distinguer deux pixels à l'œil nu. $\textcircled{1}$

- /8 $\boxed{13}$ Estimer la dimension a d'un pixel de l'écran présenté dans la figure 1.15, ainsi que l'incertitude $u(a)$ de cette mesure, et conclure sur la véracité du propos du constructeur.



FIGURE 1.15 – Écran de téléphone, grossit 10 fois (source wikimediacommons)

Réponse

Je mesure la hauteur du chiffre 4 : $h = 1,7 \text{ cm}$ pour $N = 18$ pixels. $\textcircled{1}$

J'évalue les incertitudes maximales :

$$\diamond \Delta h = 0,05 \text{ cm} \text{ soit une demi-graduation} \quad \textcircled{1}$$

$$\diamond \Delta N = 1 \quad \textcircled{1}$$

On choisit une loi uniforme pour calculer les incertitudes types correspondantes

$$u(h) = \frac{\Delta h}{\sqrt{3}} \quad \textcircled{1} \quad \text{et} \quad u(N) = \frac{\Delta N}{\sqrt{3}}$$

La taille d'un pixel est donnée par la relation (en n'oubliant pas le facteur 10 du grossissement) :

$$\stackrel{\textcircled{1}}{a} = \frac{h}{10N} = 94,4 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad u(a) \stackrel{\textcircled{1}}{=} a \sqrt{\left(\frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(N)}{N}\right)^2} = 3,4 \mu\text{m}$$

Le résultat de la mesure est donc

$$a = (94,4 \pm 3,4) \mu\text{m} \text{ ①}$$

On rappelle que l'on donne 2 chiffres significatifs sur l'incertitude-type et autant que nécessaire sur la valeur moyenne pour avoir la même précision que celle de l'incertitude-type.

On constate que la valeur de a est assez élevée. Elle n'est pas cohérente avec les caractéristiques de l'appareil photo données en début d'énoncé. ①



Nom :

Prénom :

Annexe : problème 2

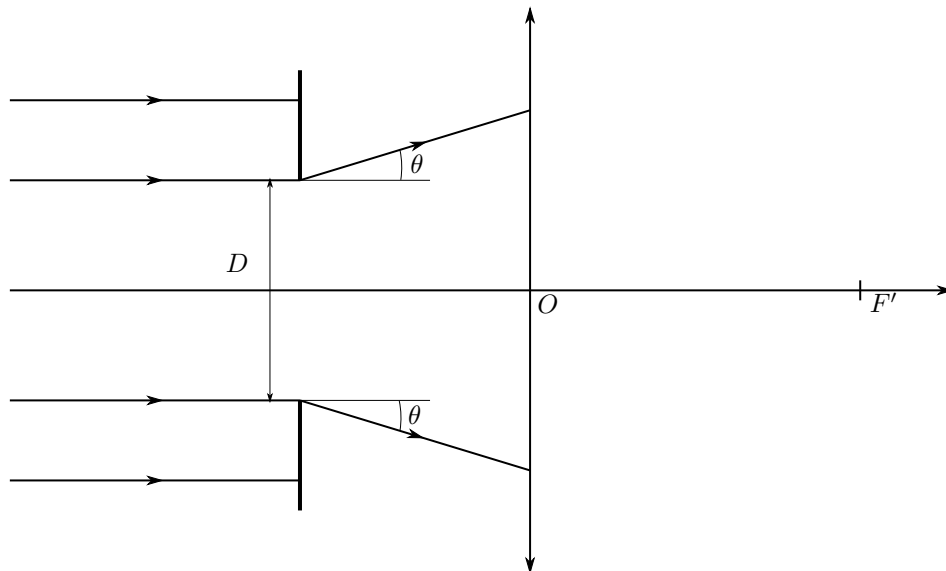


FIGURE 1.16 – Tracé de rayons lors de la diffraction par le diaphragme d'ouverture D .

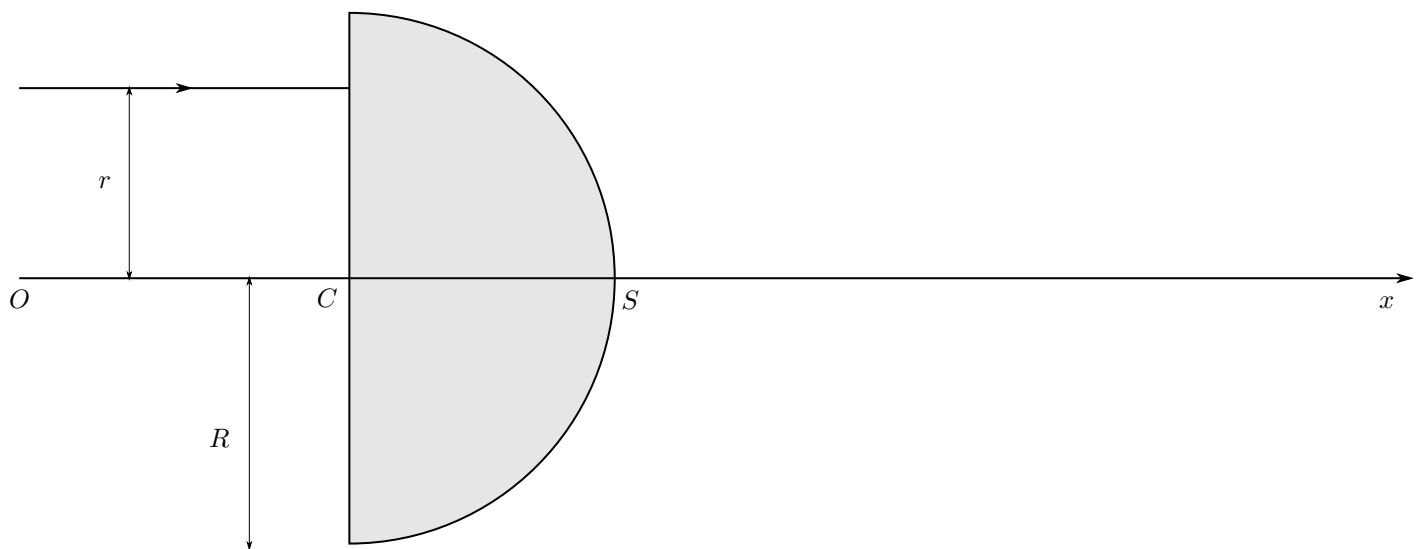


FIGURE 1.17 – Modèle de la lentille demi-boule.

Copie /