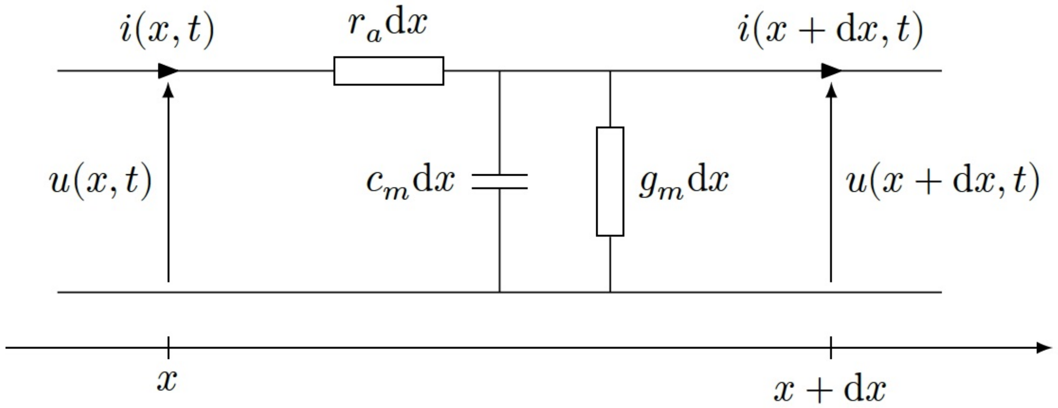
Sujet 1

I Fibre nerveuse

On considère une chaîne électrique dont on représente une longueur élémentaire dx, modélisant une fibre nerveuse.



Attention, $g_m\,\mathrm{d}x$ représente une conductance (l'inverse d'une résistance).

1) Déterminer les équations différentielles couplées vérifiées par $u(x,t)$ et $i(x,t)$

2) En déduire l'équation vérifiée par $u(x,t)$ seulement.

On envisage dans la suite une solution sous forme d'onde plane progressive monochromatique $\underline{u}(x,t) = u_0\mathrm{e}^{j(\omega t-kx)}$.

3) À quelle condition sur ω, c_m et g_m l'équation différentielle vérifiée par $u(x,t)$ se simplifie-t-elle en

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = r_a c_m \frac{\partial u}{\partial t}$$

On supposera cette condition vérifiée par la suite.

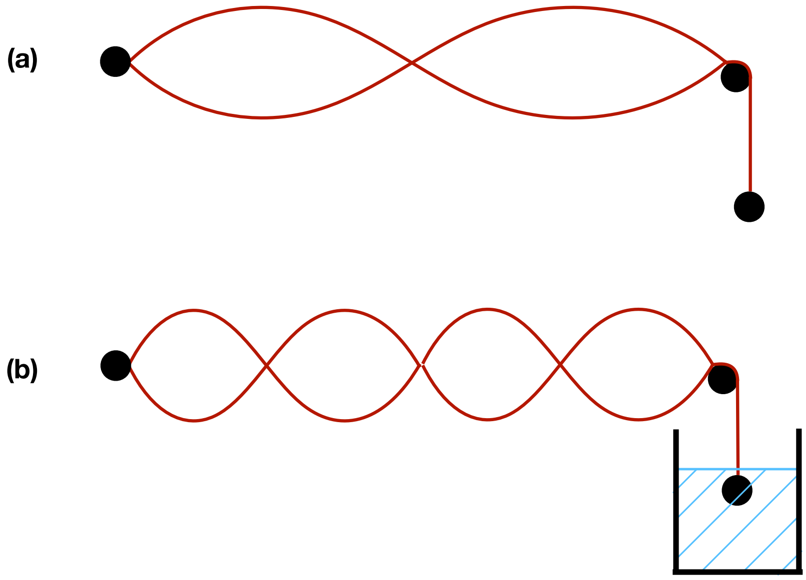
4) Déterminer la relation de dispersion entre ω et k. Montrer que le milieu est dispersif et absorbant. Que valent les vitesses de phase et de groupe ? Quelle relation lie ces deux grandeurs ?

5) Mettre en évidence une distance caractéristique d'atténuation. Commenter.

Sujet 2

I Mesure d'une masse volumique (résolution de problème)

On fait apparaître des vibrations sur une corde à l'aide d'un vibreur externe (non représenté ici) et dans un premier temps on observe le résultat (a).
Dans un second temps, on immerge la sphère de masse m dans un récipient contenant de l'eau et on observe le résultat (b).



1) Estimez la masse volumique de la sphère.

Sujet 3

I Corde de Meldes avec frottement (Résolution de problème)

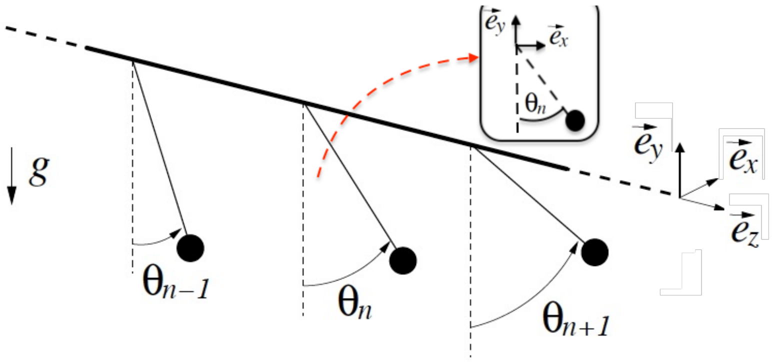
On se propose d'étudier la corde de Melde (supposée de longueur infinie) et sujette aux frottements fluides.

1) Montrez qu'une onde se propageant sur un tel dispositif sera sujette aux phénomènes d'absorption et de dispersion. *remarque :*
On supposera la corde horizontale et le poids pourra être négligé.

Sujet 4

I Chaine de pendule

On considère une chaîne de pendules de masse m et de longueur l, séparés d'une distance a et reliés par un câble de torsion. Le n-ième pendule est contenu dans un plan $x_n = na$. On note C la constante de torsion telle que le moment (par rapport à l'axe Ox) exercé par la partie gauche sur la partie droite de la chaîne s'écrit $\mathcal{M} = -C(\theta_n - \theta_{n-1})$



On se place dans l'approximation des petits angles et le poids ne sera pas négligé dans cette étude.

1) Écrivez l'équation régissant le mouvement du n-ième pendule.

L'état de torsion du câble est décrit continûment par une fonction de $\theta(x,t)$ telle que $\theta(x_n,t) = \theta_n(t)$. Nous nous plaçons dans une situation de déformation telle que le développement limité de cette fonction, dans le passage de l'abscisse na à l'abscisse $na \pm a$ peut être limité au second ordre relativement au pas a.

2) Montrez alors que la fonction θ vérifie l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - c_0^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \omega_0^2 \theta = 0$$

où c_0 et ω_0 sont des constantes que l'on exprimera et pour lesquelles on proposera une interprétation physique.

Pensez à exprimer θ_{n+1} et θ_{n-1} en fonction de θ_n et de ses dérivées.

On pose $\mu = \frac{m}{a}$ et $\kappa = Ca$. Exprimez alors c_0 en fonction de μ, l et κ. On étudie dans la suite la propagation d'une onde harmonique de pulsation ω et de nombre d'onde $\underline{k}$ complexe : $\underline{\theta}(x,t) = \theta \exp[j(\omega t - \underline{k}x)]$

3) Établissez la relation de dispersion du milieu pour cette onde.

4) Représentez l'allure de l'évolution des parties réelles et imaginaires de $\underline{k}$ avec ω.

5) Exprimez les vitesses de phase V_φ et de groupe V_G en fonction de c_0 et ω_0.