Contrôle de connaissances 14

Cinématique et dynamique du point

/2 $\boxed{1}$ Donner les valeurs de $\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M})$ et de $\Delta L_{2/1}(\mathrm{M})$ donnant des interférences constructives et destructives pour $\Delta\varphi_0 = 0$.

$$\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = 2p\pi \Leftrightarrow \boxed{\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = p\lambda} \qquad \text{et} \qquad \Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = (2p+1)\pi \Leftrightarrow \boxed{\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda}$$

/2 $\boxed{2}$ Soient deux points A et B de masses respectives m_A et m_B. Exprimer et représenter la force d'attraction gravitationnelle de A sur B.

$$\overrightarrow{F}_{g,\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\mathcal{G}\frac{m_A m_B}{\mathrm{AB}^2}\,\overrightarrow{u_r} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{u_r} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{\mathrm{AB}}$$

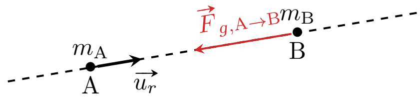

Fig. C14.1 – Interaction gravitationnelle.

/3 $\boxed{3}$ Énoncer les trois lois de Newton. On travaille avec un système ouvert.

a – $\exists\mathcal{R}$ galiléens : $(\forall \mathrm{M} \mid \sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}\to\mathrm{M}} = \overrightarrow{0})$, M est soit au repos, soit en translation rectiligne uniforme ;

b – $\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}_{/\mathcal{R}}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t} = \sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}\to\mathrm{M}}$;

c – $\forall(\mathrm{M}_1,\mathrm{M}_2), \overrightarrow{F}_{1\to 2} = -\overrightarrow{F}_{2\to 1}$.

/4 $\boxed{4}$ Donner les **deux expressions** donnant la position du centre d'inertie d'un ensemble de points. Démontrer le lien entre la quantité de mouvement d'un ensemble de points et la vitesse du centre d'inertie. Pourquoi applique-t-on le PFD avec uniquement les forces extérieures au système ? Répondre en français.

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \sum_i \frac{m_i}{m_{\mathrm{tot}}}\overrightarrow{\mathrm{OM}_i}} \Leftrightarrow \boxed{\sum_i m_i \overrightarrow{\mathrm{GM_i}} = \overrightarrow{0}}$$

Or, $\quad \overrightarrow{p}_{/\mathcal{R}}(\mathcal{S}) = \sum_i \overrightarrow{p}_{/\mathcal{R}}(\mathrm{M}_i) \quad$ et $\quad \overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(\mathrm{G}) = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OG}}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{m_{\mathrm{tot}}}\sum_i m_i \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}_i}}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{p}_{/\mathcal{R}}(\mathcal{S}) = m_{\mathrm{tot}}\,\overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(\mathrm{G})}$

Les forces intérieures se compensent d'après la troisième loi de Newton.

/9 $\boxed{5}$ Soit une balle lancée avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige toute autre force que le poids. Faire un schéma puis déterminer les équations horaires des composantes sur $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$ du mouvement, et déterminer l'équation de la trajectoire. Portez une attention particulière à l'établissement du système.

$\boxed{1}$ **Système** : {balle} dans $\mathcal{R}_{\mathrm{labo}}$ supposé galiléen

$\boxed{2}$ **Schéma** : cf. figure.

$\boxed{3}$ **Modélisation** : repère $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ (cf. schéma),

repérage $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{v} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{a} = \ddot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\,\overrightarrow{u_y}$.

$\boxed{4}$ **Conditions initiales** : $\overrightarrow{\mathrm{OM}}(0) = \overrightarrow{0}$ et

$\overrightarrow{v}(0) = v_0\cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_x} + v_0\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_y}$

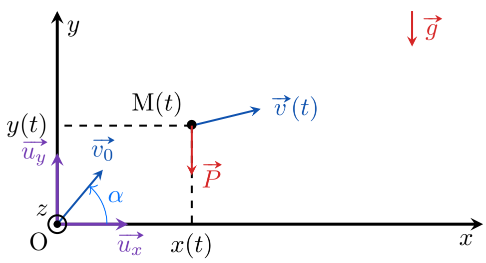

Fig. C14.2 – Chute libre.

$\boxed{5}$ **BdF** : $\overrightarrow{P} = -mg\,\overrightarrow{u_y}$

$\boxed{6}$ **PFD** :

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = v_0\cos\alpha \\ \dot{y}(t) = -gt + v_0\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 t\cos\alpha \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha \end{cases}}$$

Ainsi,

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} \Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2\cos^2\alpha} + v_0\sin\alpha\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y(x) = -\frac{g}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha}$$