Sujet 1

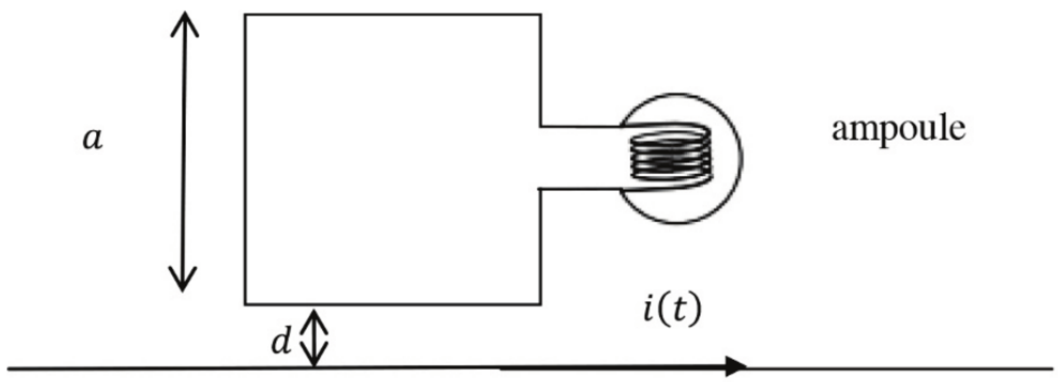
I Ligne haute-tension

Une ligne haute tension assimilable à un fil droit infini selon (Oz) transporte un courant sinusoïdal $i(t)$ de fréquence $f = 50\,\text{Hz}$ et de valeur efficace $I = 1000\,\text{A}$.
On approche de cette ligne HT une bobine plate de N spires carrées de côté $a = 30\,\text{cm}$ à une distance $d = 2\,\text{cm}$.
Cette bobine d'inductance propre et de résistances négligeables est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension efficace E à ses bornes est supérieure à 1,5 V.
On utilisera les coordonnées cylindriques (r,θ,z) et de base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. On se trouve ici dans l'ARQS.

1) Donner la définition et la validité de l'ARQS. Justifier ici le choix de l'ARQS. Donner, en la justifiant, l'expression des équations de Maxwell dans l'ARQS.

2) Déterminer, en coordonnées cylindriques, le champ magnétique $\vec{B}(r)$ créé dans tout l'espace par cette ligne HT.

3) Déterminer le flux magnétique total créé par cette ligne HT à travers la bobine plate.



4) En déduire le nombre de spires N nécessaires pour que l'ampoule puisse s'éclairer. Faire l'application numérique avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{SI}$.

5) On assimile maintenant l'ampoule à une résistance $r = 10\,\Omega$ en série avec une inductance propre $L = 10\,\text{mH}$. Calculer alors la valeur efficace I' de $i'(t)$ dans la bobine plate lorsque $E = 1{,}5\,\text{V}$ et le déphasage φ' entre $i'(t)$ et $i(t)$ en régime sinusoïdal forcé. Faire les applications numériques.

Sujet 2

I Champ magnétique variable dans un solénoïde

On considère un solénoïde long, de rayon a, d'axe Oz et comportant n spires par unité de longueur, à l'intérieur duquel règne un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \overrightarrow{u_z}$ et on s'intéresse à une section de celui-ci de longueur l. On supposera dans tout l'exercice que l'on se place dans le cadre de l'ARQS.

1) Déterminer le courant $i(t)$ parcourant le solénoïde pour créer un tel champ.

2) Montrer que le champ $\overrightarrow{E}$ associé peut se mettre sous la forme $\overrightarrow{E}(r,t)\,\overrightarrow{e}_\theta$

3) A l'aide de la formulation intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday, retrouver l'expression de ce champ électrique.

4) Quelle est la chute de tension associée à ce champ électrique pour une spire.

5) En déduire l'inductance propre d'une couche d'épaisseur l de ce solénoïde.

6) Calculer ensuite le rapport μ des densités volumiques d'énergies électrique et magnétique en $r = a$.

7) Faire l'application numérique avec $a = 10\,\mathrm{cm}$ et $\tau = 1{,}0\,\mathrm{ms}$. Conclure.

Sujet 3

I Courant de Foucault dans un cylindre

On place un cylindre conducteur d'axe Oz, de section $S_0 = \pi R^2$, de longueur $L \gg R$ et de conductivité γ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{u}_z$.
On suppose dans un premier temps que le champ magnétique induit est négligeable devant le champ magnétique extérieur appliqué. On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique et on néglige les effets de bords.

1) Montrer que le champ électrique peut se mettre sous la forme $\vec{E} = E(r,t)\vec{u}_\theta$. Montrer que $\vec{E}(M) = \frac{r\omega B_0 \sin(\omega t)}{2}\vec{u}_\theta$.

2) Déterminer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le cylindre.

3) Que devient la puissance moyenne dissipée par effet Joule si au lieu d'un seule conducteur cylindrique on utilise N conducteurs cylindriques identiques de même longueur L, de section $S_0' = \frac{S_0}{N}$ sachant que le volume total occupé par les N cylindres est le même que précédemment ? Commenter.

4) Calculer le champ magnétique induit. On admet qu'il est nul pour $r = R$.

5) Donner une condition pour que le champ magnétique induit soit négligeable devant B_0.

Sujet 4

I Étude d'une comète

Dans le référentiel Héliocentrique, on considère le mouvement d'une comète et celui de la Terre. La masse du Soleil sera notée M_0. La trajectoire de la Terre est supposée circulaire de rayon r_0.

1) Calculez, en fonction de M_0, r_0 et $\mathcal{G}$ (la constante de gravitation), la vitesse v_0 de la Terre sur son orbite ainsi que sa période de rotation T_0.

2) La trajectoire de la comète est coplanaire à celle de la Terre, sa distance au périgée est $\frac{r_0}{2}$ et sa vitesse maximale est alors $2v_0$. Préciser la forme de la trajectoire de la comète (elliptique, parabolique ou hyperbolique). On rappelle que l'expression de la forme générale d'une conique est :

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e\cos(\theta)}$$

Exprimez la vitesse de la comète en fonction de la distance r qui la sépare du soleil.

3) L'orbite de la comète croise celle de la Terre en deux points A et B. Montrez que AB est un diamètre de l'orbite terrestre.

4) Quel est le temps τ passé par la comète à l'intérieur de l'orbite terrestre en fonction de T_0 ? Ce temps donne un ordre de grandeur de la durée de visibilité à l'œil nu de la comète depuis la Terre. On donne $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{(1+\cos\theta)^2} = \frac{4}{3}$

Sujet 5

I Charge dans B et avec frottements fluides.

Une particule de masse m et de charge $q = -e < 0$ se trouve initialement en un point O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$.
Elle se déplace dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent $\vec{B} = B\vec{e}_z$ et subit également une force de frottement fluide de la forme $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$ avec λ une constante positive.

1) Quelle est le mouvement (trajectoire et vitesse) de la particule si $\lambda = 0$? Représentez la trajectoire associée.

2) On considère maintenant $\lambda \neq 0$ mais faible. Représentez, sans calcul supplémentaire, l'allure de la nouvelle trajectoire.

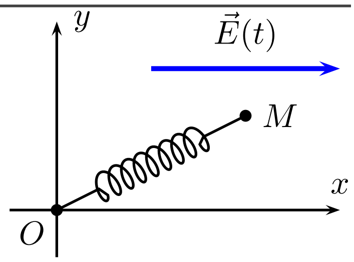
3) Déterminez les équations différentielles du mouvement dans le cas général.

On pose $\underline{u} = x + jy$, $\omega = \frac{eB}{m}$ et $\tau = \frac{m}{\lambda}$.

4) Déterminez $\underline{u}(t)$. Comment calculerait-on $x(t)$ et $y(t)$? Précisez la position finale de la particule.

Sujet 6

I La couleur du ciel



Pour décrire les interactions entre une onde lumineuse (électromagnétique) caractérisée par le vecteur champ électrique $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos \omega t = E_0 \cos(\omega t).\vec{e}_x$ et les électrons de la couche externe d'un atome, on utilise l'hypothèse de l'électron élastiquement lié de J.J THOMSON. Dans cette hypothèse, la force d'interaction entre le noyau et un électron de la couche externe est modélisée par une force de rappel élastique (qui tend à maintenir l'électron à une certaine distance de son noyau).

1) Établissez l'équation différentielle et vectorielle du mouvement d'un tel électron quand il est excité par $\vec{E}$ en admettant qu'il est rappelé vers le centre O de l'atome par une force de rappel $\vec{F} = -k\overrightarrow{OM}$ et qu'il est freiné par une force proportionnelle à sa vitesse $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$. On ne cherchera pas à projeter cette équation pour le moment.

   On notera q et m la charge et la masse de l'électron et on posera $2\alpha = \frac{\lambda}{m}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

2) Démontrez, par projection de l'équation précédente sur une base cartésienne, qu'en régime permanent l'électron oscille parallèlement à $\vec{E}_0$. On notera $x(t)$ son élongation.

3) Calculez $\underline{X}(\omega)$ l'amplitude complexe de l'élongation $x(t)$ puis en déduire $A_x(\omega)$, l'amplitude de son accélération sachant que $\ddot{x}(t) = a_x(t)$.

4) Cet atome est éclairé par de la lumière blanche composée d'ondes dont les pulsations sont comprises entre ω_1 (rouge) et ω_2 (violet). Sachant que ω_1 et ω_2 sont tous deux très inférieurs à ω_0, montrez que, dans ces conditions, l'amplitude $A(\omega)$ est proportionnelle à ω^2.

5) Sachant qu'un électron accéléré rayonne, en moyenne, une puissance lumineuse P proportionnelle au carré de son accélération ($< P > \propto A^2$), expliquer pourquoi le ciel est bleu.