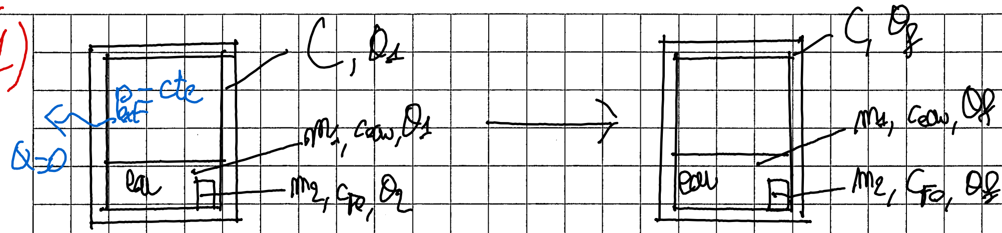
I/1)



Système = {eau + calo + fer}

Transformation monobare $\Rightarrow \Delta H = Q$ $\}$ $\Delta H = 0$

Calorimètre $\Rightarrow Q = 0$

H additive : $\Delta H = 0 \Leftrightarrow m_1 c_{eau}(T_f - T_1) + C(T_f - T_1) + m_2 c_{Fe}(T_f - T_2) = 0$

$\Leftrightarrow T_f(m_1 c_{eau} + C + m_2 c_{Fe}) = (m_1 c_{eau} + C)T_1 + m_2 c_{Fe} T_2$

$$\Leftrightarrow \boxed{T_f = \frac{(m_1 c_{eau} + C)T_1 + m_2 c_{Fe} T_2}{m_1 c_{eau} + C + m_2 c_{Fe}}}$$ avec

$T_1 = 293\,K$
$T_2 = 353\,K$
$m_1 = 200\,g$
$m_2 = 100\,g$
$c_{eau} = 4185 \ldots$
$c_{Fe} = 452 \ldots$
$C = 150\,J.K^{-1}$

A.N : $\boxed{T_f = 296\,K \Leftrightarrow \theta_f = 23\,°C}$

Remarque : la température finale est la moyenne pondérée des températures initiales

2) Pour les phases condensées, $\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$.

- Eau : $\Delta S_{eau} = m_{eau} c_{eau} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) = 7,47\ J.K^{-1}$
- Calo : $\Delta S_{calo} = C \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) = 1,34\ J.K^{-1}$
- Fer : $\Delta S_{Fer} = m_2 c_{Fe} \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = -8,02\ J.K^{-1}$

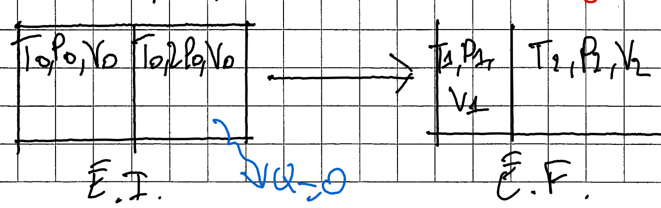
⚠ $\Delta S \geq 0$ pour syst. isolé et à l'équilibre !

3) Pour l'ensemble, $Q = 0$ donc $S_{éch} = 0$

Soit $\boxed{S_{cr} = \Delta S} = 7,90 \cdot 10^{-1}\ J.K^{-1} > 0$: irréversible

Ici, irréversible car inhomogénéité de température

II/



1) Pas d'échange de matière : $n_1 = n_0$ à gauche, et $2P_0V_0 = n_2RT_0$
$\Leftrightarrow$ $n_2 = 2n_0$.

2) On cherche des relation à exploiter. Déjà : équilibre thermodynamique,
donc 1) équilibre thermique : (1) $T_1 = T_2$ (parois diathermanes $\Rightarrow$ échange de chaleur, pas de matière)

2) équilibre mécanique : force gauche = force droite
$\Leftrightarrow$ $P_1 \cancel{S} = P_2 \cancel{S}$

donc $P_1 = P_2$ (2)

pour l'ensemble

De plus, ΔU de l'ensemble est nul : $Q = 0$, $W = 0$

Donc $C_V(T_1 - T_0) + C_V(T_2 - T_0) = 0$

$\Leftrightarrow$ $T_1 + T_2 = 2T_0$ et $T_1 \overset{(1)}{=} T_2$ donc $T_1 + T_2 = 2T_1$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{T_1 = T_2 = T_0}$

Ensuite, le volume se conserve : $V_1 + V_2 = 2V_0$ (3)

Puis,

$\begin{cases} P_1V_1 = n_0RT_0 \\ P_2V_2 = 2n_0RT_0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\cancel{P_2}V_2 = 2\cancel{P_1}V_1$ $\overset{(2)}{\Leftrightarrow}$ $V_2 = 2V_1$ (4)

(4) + (3) $\Leftrightarrow$ $3V_1 = 2V_0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{V_1 = \frac{2}{3}V_0}$ et $\boxed{V_2 = \frac{4}{3}V_0}$

Enfin, $P_1 \cdot \frac{2}{3}V_0 = n_0RT_0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{P_1 = \frac{3n_0RT_0}{2V_0} = P_2}$

3) Avec $\Delta S_{GP} = C_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$, on a :

◇ $\Delta S_1 = C_V \underbrace{\ln\left(\frac{T_0}{T_0}\right)}_{=0} + n_0R \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = n_0R \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

◇ $\Delta S_2 = 2n_0R\ln\left(\frac{4}{3}\right)$

S est additive donc pour l'ensemble,

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n_0 R \left(\ln\left(\frac{2}{3}\right) + 2\ln\left(\frac{4}{3}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta S = n_0 R \left(\ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{16}{9}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta S = n_0 R \ln\left(\frac{32}{27}\right)} \geq 0$$

Comme $Q=0$, $S_{ech}=0$, donc $\Delta S = S_{cr}$. Ici, irréversibilité par inhomogénéité de pression / matière / température

III/

$$C_p, T_0 \xrightarrow{1} C_p, T_1 \xrightarrow{2} C_p, T_2 \ldots \xrightarrow{n} C_p, T_n = T_f$$

1) $\Delta S_i = C_p \ln\left(\frac{T_{i+1}}{T_i}\right) = mc \ln \alpha$

2) $\Delta U_i = \boxed{mc\,(T_{i+1} - T_i) = Q_i}$ et $\boxed{S_{ech,i} = \frac{Q_i}{T_i} = mc(\alpha - 1)}$

3) $\boxed{\Delta S = \sum_i \Delta S_i = n C_p \ln \alpha}$

$\boxed{S_{ech} = \sum_i S_{ech,i} = n C_p (\alpha - 1)}$

$\boxed{S_{cr} = \Delta S - S_{ech} = n C_p \left(\ln(\alpha) + 1 - \alpha\right)}$

4) $\alpha = \frac{T_n}{T_{n-1}} = \frac{T_{n-1}}{T_{n-2}} = \ldots = \frac{T_1}{T_0} \Rightarrow \alpha^n = \frac{T_n}{\cancel{T_{n-1}}} \times \frac{\cancel{T_{n-1}}}{\cancel{T_{n-2}}} \times \cdots \times \frac{\cancel{T_2}}{T_1} \times \frac{\cancel{T_1}}{T_0}$

$$\Leftrightarrow \alpha^n = \frac{T_f}{T_0} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = \left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{1/n}}$$

Ainsi, $S_{cr} = C_p \cdot n \cdot \left(\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{\frac{1}{n}} + 1 - \left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{\frac{1}{n}}\right)$

$$\Leftrightarrow S_{cr} = C_p \left(\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + n - n \cdot \left(\frac{T_f}{T_0}\right)^{\frac{1}{n}}\right)$$

$$\Leftrightarrow S_{cr} = C_p \left(\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + n - n \exp\left(\frac{1}{n} \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)\right)\right)$$

comme $\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) = cte$, $\frac{1}{n}\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

Avec $\exp(x) \underset{x\to 0}{\sim} 1 + x + \frac{x^2}{2}$, on trouve

$$S_{cR} \underset{n\to 0}{\sim} C_p\left(\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + n - n\left(1 + \frac{1}{n}\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + \frac{1}{2n^2}\left[\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)\right]^2\right)\right)$$

$$\iff S_{cR} \underset{n\to 0}{\sim} C_p\left(\cancel{\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)} + \cancel{n} - \cancel{n} - \cancel{\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)} - \frac{1}{2n}\left[\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)\right]^2\right)$$

$$\iff S_{cR} \underset{n\to 0}{\sim} -C_p \cdot \frac{1}{2n}\left[\ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)\right]^2 \quad \text{soit} \quad \boxed{S_{cR} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0}$$

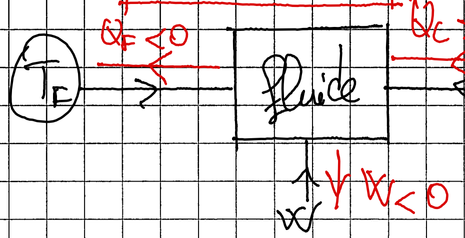
anomalie

IV/1) $\Delta U_{cycle} = 0 \iff W + \sum_i Q_i = 0 \iff \boxed{W = -Q_C - Q_F}$

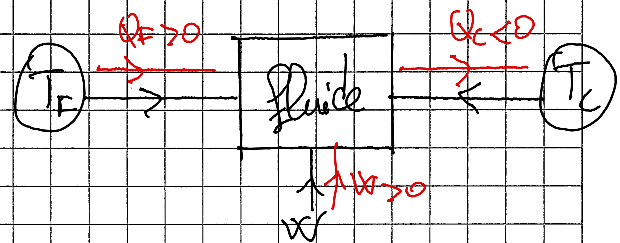
2) $\Delta S_{cycle} = 0 \iff S_{ech} + S_{cR} = 0 \iff \underbrace{\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}}_{\le 0} + \underbrace{S_{ech}}_{\ge 0} = 0$

$\iff \boxed{\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \le 0}$

3)



Moteur



Frigo et PAC

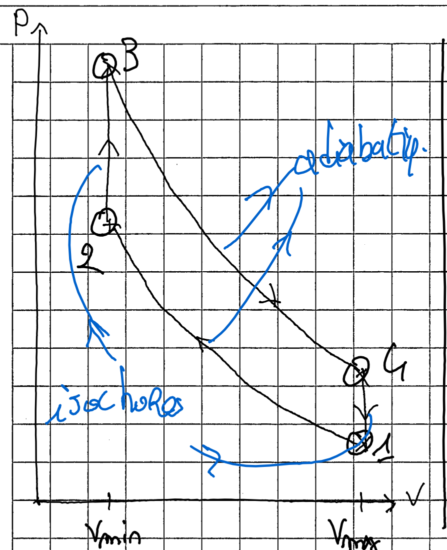
4) $e = \frac{-W}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$ et $\frac{Q_F}{T_F} \le -\frac{Q_C}{T_C} \underset{Q_C>0}{\iff} \frac{Q_F}{Q_C} \le -\frac{T_F}{T_C}$

D'où $\boxed{e \le 1 - \frac{T_F}{T_C}}$

5) $e = -\frac{Q_C}{W} = +\frac{Q_C}{Q_C+Q_F} = +\frac{1}{1+\frac{Q_F}{Q_C}}$ et $\frac{Q_F}{T_F} \le -\frac{Q_C}{T_C} \underset{Q_C<0}{\iff} \frac{Q_F}{Q_C} \ge -\frac{T_F}{T_C}$

Soit $\frac{1}{1+Q_F/Q_C} \le \frac{1}{1-T_F/T_C}$ donc $\boxed{e \le \frac{T_C}{T_C - T_F}}$

IV/ 1)



2) Adiabatique $\Rightarrow Q = 0$ et $\Delta U = C_V \Delta T$

Isochore $\Rightarrow W_r = 0$ $\quad C_V = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$

◇ Ainsi, pour $1 \to 2$:

$Q_{12} = 0$; $\underline{W_{12} = \Delta U_{12} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_2 - T_1)}$

◇ Pour $2 \to 3$:

$W_{23} = 0$; $\underline{Q_{23} = \Delta U_{23} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2)}$

◇ Pour $3 \to 4$: $Q_{34} = 0$; $\underline{W_{34} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_4 - T_3)}$

◇ Pour $4 \to 1$: $W_{41} = 0$; $\underline{Q_{41} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_4)}$

Pour un moteur, $r = \dfrac{-W_{tot}}{Q_c}$ et $Q_c = Q_{23}$ (car $Q_{23} > 0$, $Q_{41} < 0$)

Donc $r = -\dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1 + T_4 - T_3) \times \dfrac{\gamma-1}{nR} \times \dfrac{1}{T_3 - T_2} = \dfrac{T_3 + T_1 - T_2 - T_4}{T_3 - T_2}$

soit $\boxed{r = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}}$

3) Sur les adiabatiques QS du GP : $PV^\gamma = c^{te} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = c^{te}$

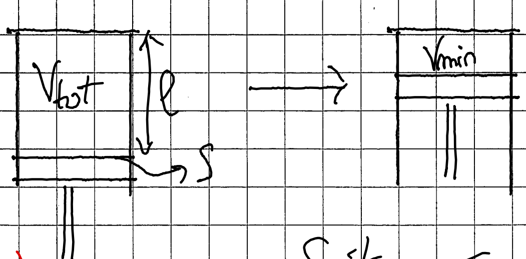
isochores

$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \Leftrightarrow \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_3}{T_4} \Rightarrow \underline{T_3 = T_4 \alpha^{\gamma-1}}$

et $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Leftrightarrow \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow \underline{T_2 = T_1 \alpha^{\gamma-1}}$

D'où $r = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{(T_4 - T_1)\alpha^{\gamma-1}} \Leftrightarrow \boxed{r = 1 - \alpha^{1-\gamma}}$

4)



: $V_{tot} = S\ell = 500\ cm^3 = V_1$

$V_{min} = 100\ cm^3 = V_2$

a) Soit $\underline{r = 47{,}5\ \%}$

900 K

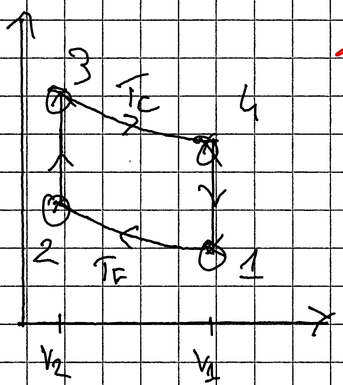
1) $W_{tot} = -r Q_C = -r \cdot \frac{nR}{\gamma-1}\left(T_3 - T_2\right) = -r$

Or $\begin{cases} T_2 = \alpha^{\gamma-1} \cdot T_1 \\ nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} \end{cases}$ avec $\begin{cases} T_1 = 300\ K \\ P_1 = 1\ bar = 1.10^5\ Pa \\ V_1 = 500\ cm^3 = 500\,(.10^{-2}\ m)^3 = 500.10^{-6}\ m^3 \end{cases}$

Soit $\boxed{W_{tot} = -\left(\frac{1-\alpha^{1-\gamma}}{\gamma-1}\right) \frac{P_1 V_1}{T_1}\left(T_3 - T_1 \alpha^{\gamma-1}\right)}$ avec $\begin{cases} \alpha = 5 \\ \gamma = 1,4 \\ T_3 = 900\ K \end{cases}$

A.N : $W = -65,1\ J$

VI/1)



$a = \frac{V_1}{V_2}$

2) a- $\Delta U_{23} = \underbrace{\frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_F)}_{C_v \Delta T} = \underbrace{W}_{=0}^{isochore} + Q_{23} \Leftrightarrow \underline{Q_{23} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_F)} > 0$

$\Delta U_{34} = \underbrace{0}_{isotherme} = W_{34} + Q_{34} = nRT_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + Q_{34}$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{a}$

$\Leftrightarrow \underline{Q_{34} = nRT_C \ln(a)} > 0$

D'où $Q_C = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_F) + nRT_C \ln(a) > 0$

b- De même, $\Delta U_{41} = Q_{41} = \underline{\frac{nR}{\gamma-1}(T_F - T_C)} < 0$

et $\Delta U_{12} = 0 \Leftrightarrow Q_{12} = -W_{12}$

$\Leftrightarrow \underline{Q_{12} = -nRT_F \ln(a)} < 0$

D'où $Q_F = \frac{nR}{\gamma-1}(T_F - T_C) - nRT_F \ln(a)$

c- Pour un moteur, $\eta = -\frac{W}{Q_C} = -\frac{W_{12} + W_{34}}{Q_{23} + Q_{34}}$

$\Leftrightarrow \eta = -\frac{\cancel{n}RT_F \ln(a) - \cancel{n}RT_C \ln(a)}{\frac{\cancel{n}R}{\gamma-1}(T_C - T_F) + \cancel{n}RT_C \ln(a)}$

$\Leftrightarrow \boxed{\eta = \frac{\ln(a)\left[T_C - T_F\right]}{\left[T_C - T_F\right] + (\gamma-1) T_C \ln(a)} (\gamma-1)}$

3) Dans ce cas, Q_{23} n'est plus dépensée : $\eta' = -\frac{W_{12} + W_{34}}{Q_{34}}$

$$\Leftrightarrow \eta' = -\frac{nRT_F \ln(a) - nRT_C \ln(a)}{nRT_C \ln(a)} = \frac{\cancel{\ln(a)}\,[T_C - T_F]}{\cancel{\ln(a)}\,T_C}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\eta' = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

On trouve le rendt. de Carnot. On ne peut pas cependant considérer la machine réversible : Th-de Carnot ≡ réversible $\Rightarrow \eta_C$, et $\eta_{réel} \leq \eta_C$, mais ~~pas~~ $\eta = \eta_C \Rightarrow$ réversible.