

# Dipôles et associations

## Sommaire

<b>I Généralité sur les dipôles . . . . .</b>	<b>3</b>
I/A Caractéristique d'un dipôle . . . . .	3
I/B Classification de dipôles . . . . .	3
<b>II Résistance . . . . .</b>	<b>3</b>
II/A Définition et schéma . . . . .	3
II/B Interrupteurs ouverts et fermés . . . . .	4
II/C Associations de résistances . . . . .	4
II/D Les ponts diviseurs . . . . .	6
<b>III Sources . . . . .</b>	<b>7</b>
III/A Sources de tension . . . . .	7
III/B Sources de courant . . . . .	8
III/C Entraînements . . . . .	8
<b>IV Condensateur et bobine . . . . .</b>	<b>9</b>
IV/A Présentation du condensateur . . . . .	9
IV/B Présentation de la bobine . . . . .	13

## ✂ Capacités exigibles

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Connaître les relations entre l'intensité et la tension.</li> <li><input type="checkbox"/> Citer des ordres de grandeurs des composants <math>R</math>, <math>L</math>, <math>C</math>.</li> <li><input type="checkbox"/> Exprimer la puissance dissipée par effet JOULE dans une résistance.</li> <li><input type="checkbox"/> Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.</li> <li><input type="checkbox"/> Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.</li> <li><input type="checkbox"/> Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Modéliser une source en utilisant la représentation de THÉVENIN.</li> <li><input type="checkbox"/> Évaluer une résistance d'entrée ou de sortie à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.</li> <li><input type="checkbox"/> Étudier l'influence des résistances d'entrée ou de sortie sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</li> </ul> |
|---|--|

## ✓ L'essentiel

### 📖 Définitions

<input type="checkbox"/> E2.1 : Caractéristique . . . . .	3
<input type="checkbox"/> E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques . . . . .	3
<input type="checkbox"/> E2.3 : Résistor . . . . .	3
<input type="checkbox"/> E2.4 : Interrupteurs ouvert et fermé . . . . .	4
<input type="checkbox"/> E2.5 : Générateur idéal de tension . . . . .	7
<input type="checkbox"/> E2.6 : Générateur réel de tension . . . . .	7
<input type="checkbox"/> E2.7 : Générateur idéal de courant . . . . .	8
<input type="checkbox"/> E2.8 : Générateur réel de courant . . . . .	8
<input type="checkbox"/> E2.9 : Condensateur . . . . .	10
<input type="checkbox"/> E2.10 : Bobine . . . . .	13

### ⚡ Propriétés

<input type="checkbox"/> E2.1 : Interrupteurs ouvert et fermé . . . . .	4
<input type="checkbox"/> E2.2 : Association en série . . . . .	4
<input type="checkbox"/> E2.3 : Association en parallèle . . . . .	5
<input type="checkbox"/> E2.4 : Pont diviseur de tension . . . . .	6
<input type="checkbox"/> E2.5 : Pont diviseur de courant . . . . .	6
<input type="checkbox"/> E2.6 : Résistance de sortie . . . . .	7
<input type="checkbox"/> E2.7 : Résistance de sortie . . . . .	8
<input type="checkbox"/> E2.8 : Charge et capacité . . . . .	10
<input type="checkbox"/> E2.9 : Relation courant-tension . . . . .	10
<input type="checkbox"/> E2.10 : Association en série . . . . .	11
<input type="checkbox"/> E2.11 : Association en parallèle . . . . .	12
<input type="checkbox"/> E2.12 : Énergie stockée dans un condensateur . . . . .	13
<input type="checkbox"/> E2.13 : Relation courant-tension . . . . .	13
<input type="checkbox"/> E2.14 : Association en série . . . . .	14
<input type="checkbox"/> E2.15 : Association en parallèle . . . . .	15
<input type="checkbox"/> E2.16 : Énergie stockée dans une bobine . . . . .	16

### ⚙️ Démonstrations

<input type="checkbox"/> E2.1 : Association en série . . . . .	5
<input type="checkbox"/> E2.2 : Association en parallèle . . . . .	5
<input type="checkbox"/> E2.3 : Pont diviseur de tension . . . . .	6
<input type="checkbox"/> E2.4 : Pont diviseur de courant . . . . .	6
<input type="checkbox"/> E2.5 : Résistance de sortie . . . . .	7
<input type="checkbox"/> E2.6 : Résistance de sortie . . . . .	8
<input type="checkbox"/> E2.7 : Relation courant-tension . . . . .	10
<input type="checkbox"/> E2.8 : Association en série . . . . .	11
<input type="checkbox"/> E2.9 : Association en parallèle . . . . .	12
<input type="checkbox"/> E2.10 : . . . . .	12
<input type="checkbox"/> E2.11 : Association en série . . . . .	14
<input type="checkbox"/> E2.12 : Association en parallèle . . . . .	15
<input type="checkbox"/> E2.13 : . . . . .	15

### » Implications

<input type="checkbox"/> E2.1 : Puissance de $R$ . . . . .	4
<input type="checkbox"/> E2.2 : Continuité . . . . .	11
<input type="checkbox"/> E2.3 : Régime permanent . . . . .	11
<input type="checkbox"/> E2.4 : Continuité . . . . .	14
<input type="checkbox"/> E2.5 : Régime permanent . . . . .	14

### 🔧 Applications

<input type="checkbox"/> E2.1 : Résistance équivalente . . . . .	5
<input type="checkbox"/> E2.2 : Pont diviseur de tension . . . . .	9
<input type="checkbox"/> E2.3 : Pont diviseur de courant . . . . .	9

### ♥ Points importants

<input type="checkbox"/> E2.1 : Utilisation des ponts . . . . .	9
---	---

# I Généralité sur les dipôles

## I/A Caractéristique d'un dipôle

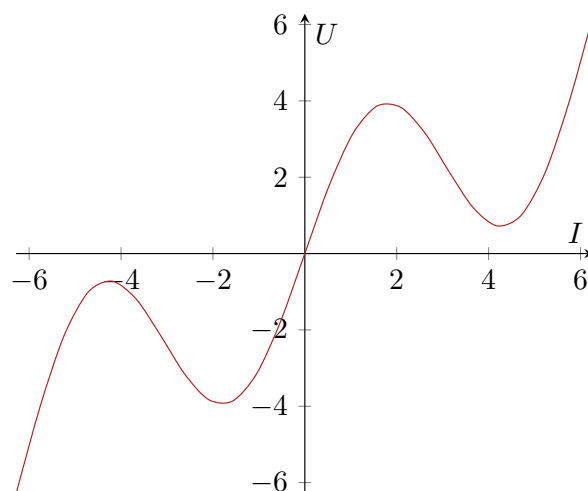
### ♥ Définition E2.1 : Caractéristique

On appelle **caractéristique** d'un dipôle la fonction  $I = f(U)$  (ou  $U = g(I)$  selon la convention). Sauf indication contraire, elle est déterminée **en régime continu**.

#### Cas particuliers

- ◇ **Court-circuit** (fil branché aux bornes)  $\Rightarrow U = 0$ , et ce pour tout  $I$ .
- ◇ Un dipôle qui n'est **pas relié à un circuit fermé** a pour intensité  $I = 0$ .

### Exemple E2.1 :



## I/B Classification de dipôles

### ♥ Définition E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques

#### Passif

- ◇ Pas alimenté, récepteur.
- ◇ Passe par (0,0).

#### Actif

- ◇ Est alimenté, générateur.
- ◇ Passe pas par (0,0).

#### Linéaire

Un dipôle est dit **linéaire** si sa caractéristique est une **droite**.

#### Non-linéaire

Un dipôle est dit **non-linéaire** si sa caractéristique n'est **pas** une droite.

#### Symétrique

**Symétrique**  $\Leftrightarrow$  **impair**.  
Symétrique  $\Rightarrow$  passif.

#### Asymétrique

**Asymétrique** si sa caractéristique n'est **pas** impaire.

# II Résistance

## II/A Définition et schéma

### ♥ Définition E2.3 : Résistor

Un résistor est un dipôle **récepteur**, dont la caractéristique en convention récepteur suit la **loi d'Ohm** :

$$U = RI \Leftrightarrow GU = I$$

#### Unités

- ◇ Résistance en Ohm ( $\Omega$ ) avec  $R > 0$ .
- ◇ Conductance  $G = 1/R$  en Siemens (S).

### ♥ Implication E2.1 : Puissance de $R$

En utilisant la caractéristique de la résistance et l'expression de la puissance d'un dipôle, on a

$$P_{\text{reçue}} = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2$$

qui est positive. Dans le cas de la résistance, cette puissance est entièrement **dissipée** par effet JOULE.

### Exemple E2.2 : Caractéristique de $R$

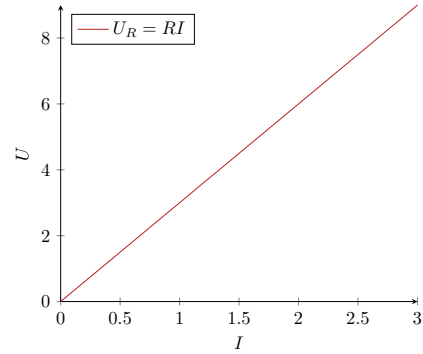


FIGURE 2.1 – Caractéristique d'une résistance.

## II/B Interrupteurs ouverts et fermés

La valeur de la résistance permet de quantifier à quel point le courant circule ou non. Il y a alors deux situations extrêmes, celle pour  $R = 0$  et celle pour  $R = +\infty$ , qui correspondent à deux dipôles.

### ♥ Définition E2.4 : Interrupteurs ouverts et fermés

#### Interrupteur ouvert

$$R = +\infty$$

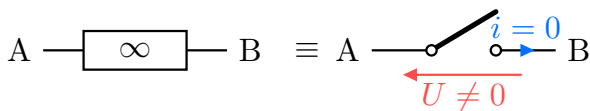
#### Interrupteur fermé

$$R = 0$$

### ♥ Propriété E2.1 : Interrupteurs ouverts et fermés

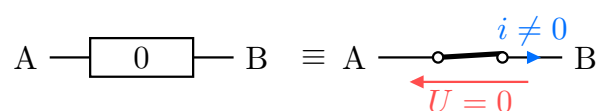
#### Interrupteur ouvert

- ◇  $i = 0$  : un interrupteur ouvert **ne laisse pas passer le courant**.
- ◇  $U \neq 0$  : il y a accumulation de charges d'un côté, donc une **tension non nulle**.



#### Interrupteur fermé

- ◇  $i \neq 0$  : un interrupteur fermé **laisse passer le courant**.
- ◇  $U = 0$  : il n'y a pas de différence de potentiel, donc la **tension est nulle**.



## II/C Associations de résistances

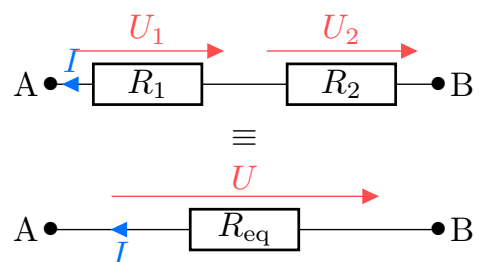
### II/C)1 Association de résistances en série

### ♥ Propriété E2.2 : Association en série

Des résistances  $R_k$  en série forment un dipôle équivalent de résistance

$$R_{\text{eq}} = \sum_k R_k$$

On dit qu'en série, les résistances s'ajoutent.



### ♥ Démonstration E2.1 : Association en série

À partir du schéma précédent, on écrit la loi d'additivité des tensions, puis on applique la loi d'OHM et on factorise.

La démonstration s'étend naturellement avec la somme.

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 \\ \Leftrightarrow U &= R_1 I + R_2 I \\ \Leftrightarrow U &= (R_1 + R_2) I \\ \Leftrightarrow U &= R_{\text{eq}} I \end{aligned}$$

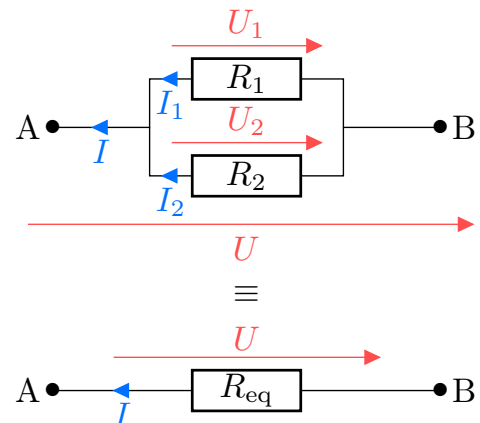
### II/C) 2 Association de résistances en parallèle

### ♥ Propriété E2.3 : Association en parallèle

Des résistances  $R_k$  en dérivation forment un dipôle équivalent de résistance

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_k \frac{1}{R_k} \Leftrightarrow G_{\text{eq}} = \sum_k G_k$$

On dit qu'en **parallèle**, l'inverse des résistances s'ajoutent.



### ♥ Démonstration E2.2 : Association en parallèle

On applique la loi des nœuds et la loi d'OHM :

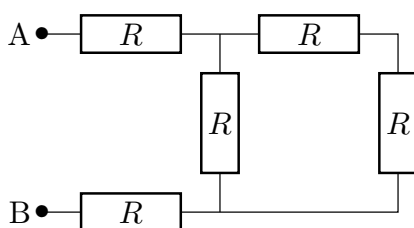
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U$$

Or,  $I = \frac{U}{R_{\text{eq}}} = G_{\text{eq}} U$ . Ainsi, On a bien l'expression d'un unique conducteur ohmique de résistance

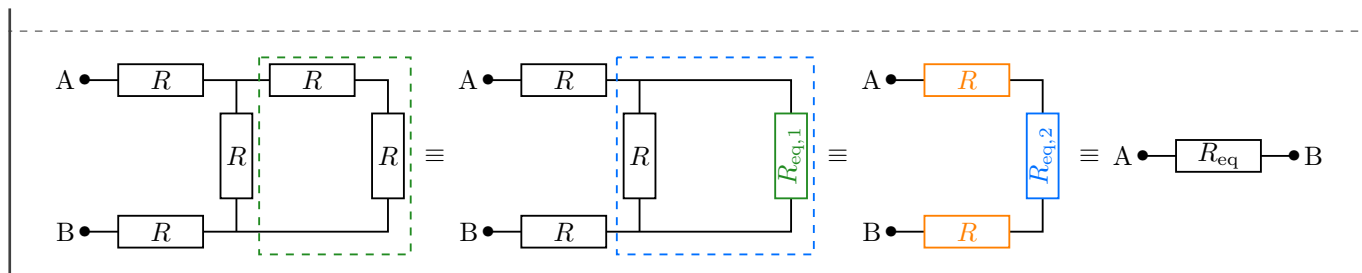
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

### ♥ Application E2.1 : Résistance équivalente

Exprimer en fonction de  $R$  la résistance équivalente entre A et B pour l'association ci-dessous.



$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= R + R + R_{\text{eq},2} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{R \times R_{\text{eq},1}}{R + R_{\text{eq},1}} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{R \times 2R}{R + 2R} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= 2R + \frac{2R^2}{3R} \\ \Leftrightarrow R_{\text{eq}} &= \frac{8R}{3} \end{aligned}$$



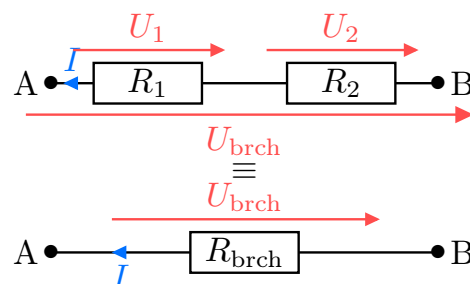
## II/D Les ponts diviseurs

### II/D) 1 Pont diviseur de tension

#### ♥ Propriété E2.4 : Pont diviseur de tension

Soit une branche de tension totale  $U_{\text{brch}}$  connue, composée de résistances  $R_k$ . On cherche la tension  $U_k$  d'une des résistances  $R_k$  de la branche. Avec  $R_{\text{brch}}$  la résistance équivalente de la branche, on a alors :

$$U_k = \frac{R_k}{R_{\text{brch}}} U_{\text{brch}}$$



#### ♥ Démonstration E2.3 : Pont diviseur de tension

On part de ce qui est constant dans le circuit, ici l'intensité :

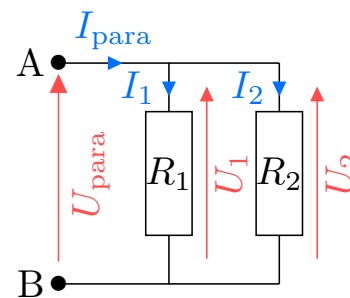
$$I = \frac{U_{\text{brch}}}{R_{\text{brch}}} \quad \text{or} \quad I = \frac{U_k}{R_k} \quad \text{soit} \quad U_k = \frac{R_k}{R_{\text{brch}}} U_{\text{brch}}$$

### II/D) 2 Pont diviseur de courant

#### ♥ Propriété E2.5 : Pont diviseur de courant

Soit une maille parallèle d'intensité totale  $I_{\text{para}}$  connue, de tension  $U_{\text{para}}$ . Les branches parallèles sont composées de résistances  $R_k$ . On cherche l'intensité  $I_k$  d'une des résistances  $R_k$  de la maille. Avec  $R_{\text{para}}$  la résistance équivalente de la branche, on a alors :

$$I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}} \Leftrightarrow I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}}$$



#### ♥ Démonstration E2.4 : Pont diviseur de courant

On part de ce qui est constant dans le circuit, ici la tension :

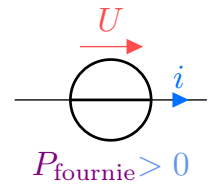
$$U_{\text{para}} = R_{\text{para}} I_{\text{para}} \quad \text{or} \quad U_{\text{para}} = R_k I_k \quad \text{soit} \quad I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}}$$

## III Sources

### III/A Sources de tension

#### ♥ Définition E2.5 : Générateur idéal de tension

Il **impose une tension**, le courant débité est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si la tension imposée est **constante**, quel que soit le courant débité.

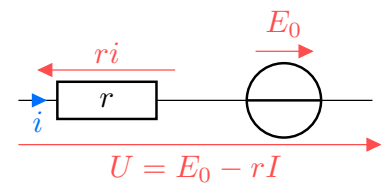


#### ♥ Définition E2.6 : Générateur réel de tension

À cause des effets résistifs, la tension imposée et le courant débité sont liés :

$$U = E_0 - ri$$

On parle de **générateur de Thévenin**, et  $E_0$  est la **force électromotrice**.



#### ♥ Exemple E2.3 : Caractéristique de générateurs de tension

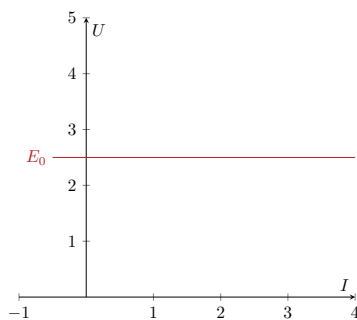


FIGURE 2.2 – Caractéristique idéale.

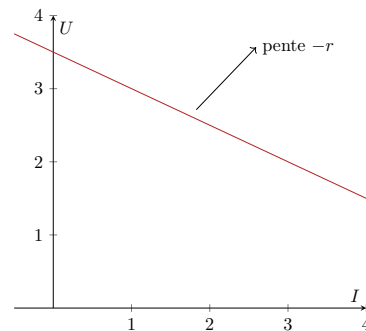
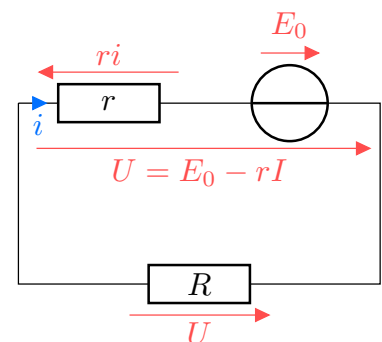


FIGURE 2.3 – Caractéristique réelle.

#### ♥ Propriété E2.6 : Résistance de sortie

Un générateur réel de f.e.m.  $E_0$  branché sur une résistance  $R$  est un générateur idéal si la tension reçue par  $R$  est très proche de  $E_0$ . Pour ce faire,

$$r \ll R$$



#### ♥ Démonstration E2.5 : Résistance de sortie

On applique la formule du pont diviseur de tension pour avoir la tension  $U$  :

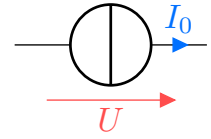
$$U = \frac{R}{R + r} E_0$$

$U \neq E_0$  en général, mais si  $R \gg r$  on a tout de même  $U \approx E_0$ .

### III/B Sources de courant

#### ♥ Définition E2.7 : Générateur idéal de courant

Il impose un courant, la tension à ses bornes est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si le courant débité est constant quelle que soit la tension à ses bornes.

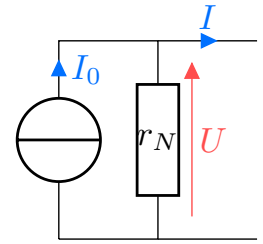


#### ♥ Définition E2.8 : Générateur réel de courant

À cause des effets résistifs, le courant imposé et la tension induite sont liés :

$$I = I_0 - \frac{U}{r_N}$$

On parle de **générateur de Norton**.



#### ♥ Exemple E2.4 : Caractéristique de générateurs de courant

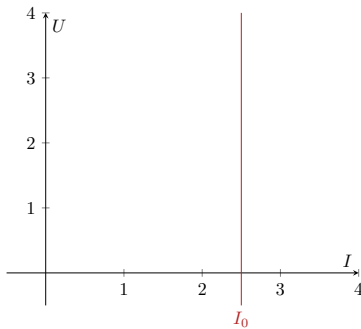


FIGURE 2.4 – Caractéristique idéale.

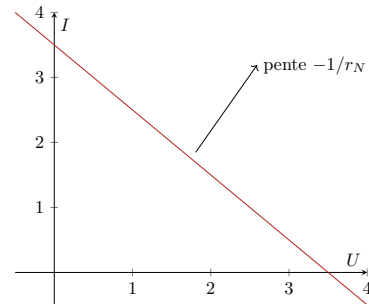
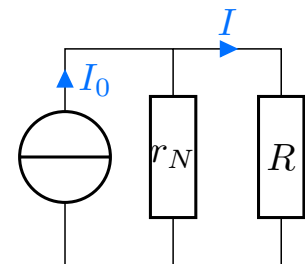


FIGURE 2.5 – Caractéristique réelle.

#### ♥ Propriété E2.7 : Résistance de sortie

Un générateur réel de courant  $I_0$  branché sur une résistance  $R$  est un générateur idéal si le courant reçu par  $R$  est très proche de  $I_0$ . Pour ce faire,

$$r_N \gg R$$



#### ♥ Démonstration E2.6 : Résistance de sortie

On applique la formule du pont diviseur de courant pour avoir le courant  $I$  :

$$I = \frac{r_N}{r_N + R} I_0$$

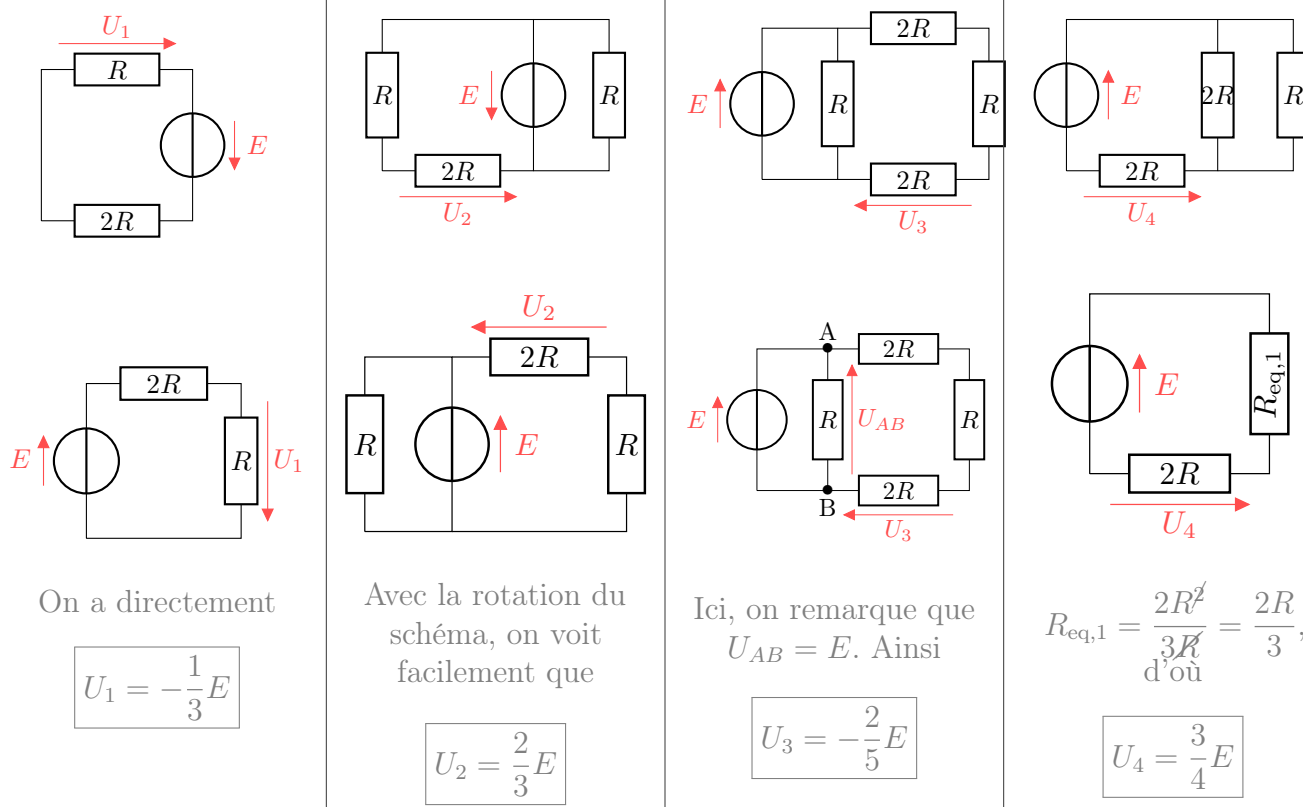
$I \neq I_0$  en général, mais si  $R \ll r_N$  on a tout de même  $I \approx I_0$ .

### III/C Entraînements

Donner les expressions de  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$  en fonction de  $E$  pour les schémas suivants.

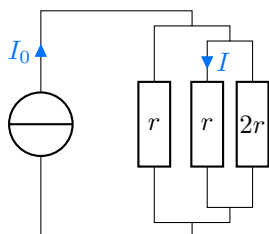


### ♥ Application E2.2 : Pont diviseur de tension



### ♥ Application E2.3 : Pont diviseur de courant

Exprimer  $I$  selon  $I_0$ .



On a  $I = \frac{R_{\text{para}}}{r} I_0$

Or,  $\frac{1}{R_{\text{para}}} = \frac{2}{r} + \frac{r}{2} = \frac{5}{2r}$

Ainsi,

$$I = \frac{2}{5} I_0$$

### ♥ Important E2.1 : Utilisation des ponts

**Attention** aux conditions d'application de ces formules : résistances **en série** pour le pont diviseur de **tension**, et en **parallèle** pour le pont diviseur de **courant**.

Si non, simplifier le circuit pour se ramener à cette forme. Vérifier également le **sens d'orientation des tensions et intensités**.

## IV Condensateur et bobine

### IV/A Présentation du condensateur

#### IV/A) 1 Composition

Après les résistances, les condensateurs sont les composants les plus répandus en électronique. Le condensateur est un composant électronique couramment utilisé dans les circuits les plus divers : microprocesseurs, mémoires, horloges électroniques, émetteurs et récepteurs radio, amplificateurs, etc.

### ♥ Définition E2.9 : Condensateur

Un condensateur est un composant constitué de deux **surfaces conductrices**<sup>1</sup> appelées *armatures* et séparées par un **matériau isolant**<sup>2</sup>. Son symbole est représenté ci-contre.

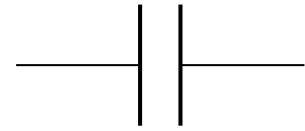


FIGURE 2.6

### IV/A) 2 Relations fondamentales

Quand un courant traverse le condensateur, des charges s'accumulent sur les plaques : si l'une est chargée  $q$ , l'autre est chargée  $-q$ .

### ♥ Propriété E2.8 : Charge et capacité

La **tension à ses bornes** est **proportionnelle à  $q$** , et on appelle ce coefficient de proportionnalité sa **capacité** notée  $C$ . On a donc

$$q = Cu$$

Unité

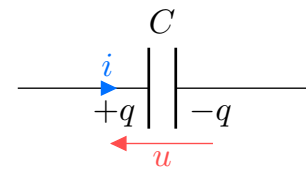
 $C$  en Farad (F)

FIGURE 2.7

### ♥ Ordre de grandeur E2.1 : Ordre de grandeur

Le Farad est une « grande » unité : on trouvera des valeurs entre le mF ( $10^{-3}$  F) et le pF ( $10^{-12}$  F) :

- ◇ En électronique, on est entre le nF et le  $\mu$ F ;
- ◇ En électrotechnique, on est plutôt de l'ordre de 10 mF ;
- ◇ Une capacité parasite est autour du pF.

Pour caractériser le fonctionnement d'une capacité, on s'intéresse au lien entre son courant et sa tension, comme on le fait pour une résistance ( $U = RI$ ). On remarque que :

- ◇ si  $i > 0$ , des charges arrivent sur l'armature de gauche, la charge augmente donc la tension aussi ;
- ◇ si  $i < 0$ , des charges repartent, la charge diminue donc la tension aussi ;
- ◇ si  $i = 0$ , aucune charge ne bouge, la quantité de charge sur l'armature de gauche ne varie pas, la tension est constante.

Cette relation entre le **signe de  $i$**  et la **variation de  $u$**  suggère que  $i$  est relié à la dérivée de  $u$ . On a alors :

### ♥ Propriété E2.9 : Relation courant-tension

Pour un condensateur **en convention récepteur**, l'intensité que le traverse s'exprime par

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

### ♥ Démonstration E2.7 : Relation courant-tension

Par définition de  $i$  et de la charge,

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ i &= C \frac{du_C}{dt} \end{aligned} \right\} q = Cu_C$$

1. Ce sont souvent des plaques, parfois des demi-sphères ou d'autres formes.

2. Par exemple l'air ou du polyéthylène.

## IV/A) 3 Cas particuliers

## ♥ Implication E2.2 : Continuité

Si  $u_C$  présente une variation brusque, alors  $\frac{du_C}{dt}$  devrait être infini. Or, comme  $i = C \frac{du_C}{dt}$ , ceci n'est pas possible puisque ça impliquerait que le courant le soit. Ainsi,

La tension  $u_C(t)$  aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier instantanément, c'est une fonction continue.

## ♥ Implication E2.3 : Régime permanent

En régime permanent (continu), les tensions et courants ne dépendent pas du temps. Alors  $i = C \frac{du_C}{dt} = 0$ , ainsi

En régime permanent, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et bloque le courant.

## IV/A) 4 Associations

## ♥ Propriété E2.10 : Association en série

Deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  en série forment un dipôle équivalent de capacité

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

On dit qu'en série, l'inverse des capacités s'ajoutent.

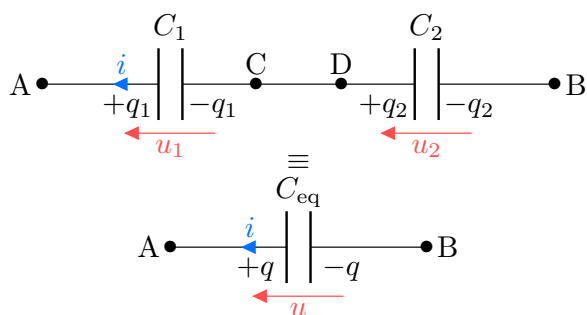


FIGURE 2.8

## ♥ Démonstration E2.8 : Association en série

Entre les deux condensateurs se situe un fil. Or, il n'y a pas de différence de potentiel sur un fil : les deux points C et D sont au même potentiel. On déduit ainsi

$$u_{CD} = u_C - u_D = 0 \Leftrightarrow q_2 - q_1 = 0 \\ \Leftrightarrow q_2 = q_1 = q$$

et les condensateurs en série portent la même charge  $q$ . Ainsi,

$$u = u_1 + u_2 \\ \Leftrightarrow u = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \quad \left. \vphantom{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}} \right\} q = Cu \\ \Leftrightarrow u = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) q$$

On a bien l'expression d'un unique condensateur de capacité  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

## ♥ Propriété E2.11 : Association en parallèle

Deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  en dérivation forment un dipôle équivalent de capacité

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

On dit qu'en **parallèle**, les **capacités s'ajoutent**.

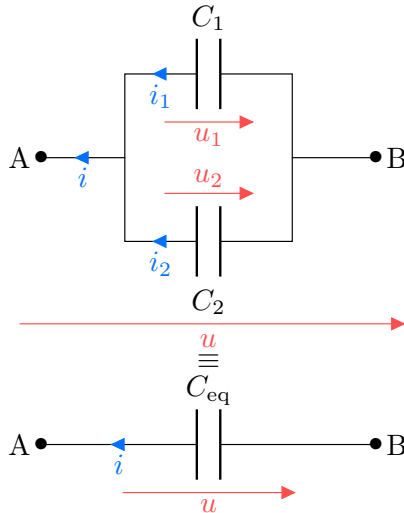


FIGURE 2.9

## ♥ Démonstration E2.9 : Association en parallèle

$$i = i_1 + i_2$$

On utilise ensuite la relation courant-tension :

$$C_{\text{eq}} \frac{du}{dt} = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt}$$

On a bien l'expression d'un unique condensateur de capacité

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

### IV/A) 5 Condensateur réel

Dans la réalité, un condensateur possède des effets résistifs. Les deux armatures d'un condensateur réel sont séparés par un matériau qui conduit très légèrement le courant. Ainsi, un condensateur réel se modélise par un condensateur idéal en parallèle avec une résistance  $R_f$ , nommée résistance de fuite.

L'ordre de grandeur de  $R_f$  est de  $10^7 \Omega$

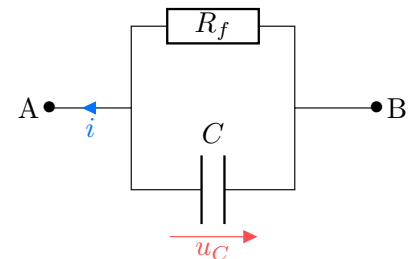


FIGURE 2.10

### IV/A) 6 Énergie stockée dans un condensateur

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_C &= u_C i \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_C &= C u_C \frac{du_C}{dt} \triangleq \frac{d\mathcal{E}_C}{dt} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{d\mathcal{E}_C}{dt}} \right) i = C \frac{du_C}{dt}$$

Or,  $\forall f$  fonction dérivable,

$$f \times f' = \left( \frac{1}{2} f^2 \right)'$$

Ainsi,

$$\mathcal{P}_C = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} C u_C^2 \right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C(t)^2$$

### ♥ Propriété E2.12 : Énergie stockée dans un condensateur

$$\mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$$

### ♥ Remarque E2.1 : Condensateur récepteur ou générateur

Par l'étude de la relation précédente,

$$u_C \nearrow \Rightarrow \frac{du_C}{dt} > 0 \Rightarrow \mathcal{P}_C > 0$$

ainsi, le condensateur reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et il se **comporte comme récepteur**.

À l'inverse, on lit que

$$u_C \searrow \Rightarrow \frac{du_C}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{P}_C < 0$$

ainsi, le condensateur cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **il peut se comporter comme générateur** !

## IV/B Présentation de la bobine

### IV/B) 1 Composition

Les bobines sont fréquemment utilisées dans les applications électrotechniques (moteurs électriques, transformateurs). Comme elles sont lourdes et encombrantes, elles sont plus rares en électronique.

### ♥ Définition E2.10 : Bobine

Une bobine est constituée de l'enroulement régulier d'une grande longueur d'un fil métallique, recouvert d'une gaine ou d'un vernis isolant. Son symbole est représenté ci-contre.



FIGURE 2.11

### IV/B) 2 Relation courant-tension

### ♥ Propriété E2.13 : Relation courant-tension

Quand un courant traverse la bobine, une tension apparaît à ses bornes. **En convention récepteur**, celle-ci s'exprime par

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

on appelle  $L$  l'**inductance** de la bobine.

Unité

$L$  en Henry (H)

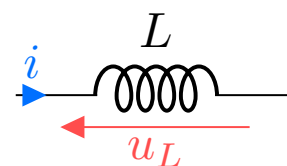


FIGURE 2.12

### ♥ Ordre de grandeur E2.2 : Ordre de grandeur

Le Henry est également un peu grande comme unité : on trouvera des valeurs entre le H et le  $\mu\text{H}$  ( $10^{-6}$  H).

## IV/B) 3 Cas particuliers

## ♥ Implication E2.4 : Continuité

Si  $i$  présente une variation brusque, alors  $\frac{di}{dt}$  devrait être infini. Or, comme  $u_L = L \frac{di}{dt}$ , ceci n'est pas possible puisque ça impliquerait que la tension le soit. Ainsi,

Le courant  $i$  traversant une bobine ne peut pas varier instantanément, c'est une fonction continue.

## ♥ Implication E2.5 : Régime permanent

En régime permanent (continu), les tensions et courants ne dépendent pas du temps. Alors  $u_L = L \frac{di}{dt} = 0$ , ainsi

En régime permanent, la bobine se comporte comme un fil et la tension à ses bornes est nulle

## IV/B) 4 Associations

## ♥ Propriété E2.14 : Association en série

Deux bobines  $L_1$  et  $L_2$  en série forment un dipôle équivalent d'inductance

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

On dit qu'en série, les inductances s'ajoutent.

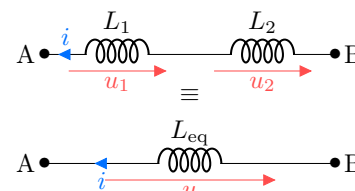


FIGURE 2.13

## ♥ Démonstration E2.11 : Association en série

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ \Leftrightarrow L_{eq} \frac{di}{dt} &= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{di}{dt}} \right\} u_L = L \frac{di}{dt}$$

On a bien l'expression d'une unique bobine d'inductance  $L_{eq} = L_1 + L_2$

### ♥ Propriété E2.15 : Association en parallèle

Deux bobines  $L_1$  et  $L_2$  en dérivation forment un dipôle équivalent d'inductance

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

On dit qu'en **parallèle**, l'**inverse des inductances s'ajoutent**.

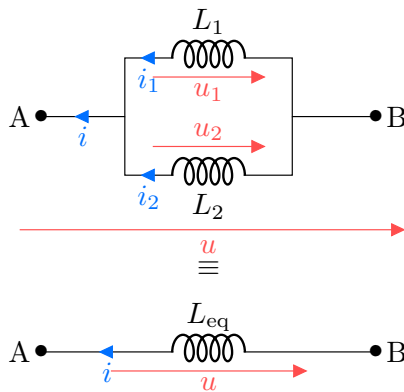


FIGURE 2.14

### ♥ Démonstration E2.12 : Association en parallèle

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ \Rightarrow \frac{di}{dt} &= \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \\ \Leftrightarrow \frac{u}{L_{\text{eq}}} &= \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt}(\ ) \\ u_L = L \frac{di}{dt} \end{array} \right\}$$

On a bien l'expression d'une unique bobine d'inductance

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

#### IV/B) 5 Bobine réelle

Dans la réalité, le fil de cuivre enroulé possède une résistance non nulle. Une bobine réelle se modélise donc par l'association en série d'une bobine idéale et d'une résistance électrique  $r$ .

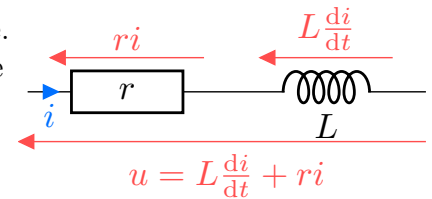


FIGURE 2.15

#### IV/B) 6 Énergie stockée dans une bobine

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L &= u_L i \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_L &= L i \frac{di}{dt} \triangleq \frac{d\mathcal{E}_L}{dt} \end{aligned} \quad \left. \right\} u_L = L \frac{di}{dt}$$

Or,  $\forall f$  fonction dérivable,

$$f \times f' = \left( \frac{1}{2} f^2 \right)'$$

Ainsi,

$$\mathcal{P}_L = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2$$



### ♥ Propriété E2.16 : Énergie stockée dans une bobine

$$\mathcal{E}_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$



### ♥ Remarque E2.2 : Bobine réceptrice ou génératrice

Par l'étude de la relation précédente,

$$i \nearrow \Rightarrow \frac{di}{dt} > 0 \Rightarrow \mathcal{P}_L > 0$$

ainsi, la bobine reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et elle se **comporte comme un récepteur**.

À l'inverse, on lit que

$$i \searrow \Rightarrow \frac{di}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{P}_L < 0$$

ainsi, la bobine cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **elle peut se comporter comme un générateur** !