

# TD : Unités et analyse dimensionnelle



## I Vitesse du son

- 1) Donner l'expression de la célérité  $c$  du son dans un fluide en fonction de la masse volumique du  $\rho$  du fluide et du coefficient d'incompressibilité  $\chi$ , homogène à l'inverse d'une pression.



## II Faire cuire des pâtes

Sur une facture d'électricité, on peut lire sa consommation d'énergie électrique exprimée en kWh (kilowatt-heure).

- 1) Quelle est l'unité SI associée ? Que vaut 1 kWh dans cette unité SI ?
- 2) Sachant que la capacité thermique massique de l'eau est  $c = 4,18 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et que le prix du kilowatt-heure est de 0,16 €, évaluer le coût du chauffage électrique permettant de faire passer 1 L d'eau de 20 °C à 100 °C.
- 3) Si la plaque chauffe avec une puissance de  $P = 1200 \text{ W}$ , combien de temps faudra-t-il pour chauffer ce litre d'eau ?



## III TAYLOR meilleur que James BOND ?

À l'aide d'un film sur bande magnétique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, le physicien Geoffrey TAYLOR a réussi en 1950 à estimer l'énergie  $\mathcal{E}$  dégagée par l'explosion nucléaire du test TRINITY de 1945, valeur pourtant évidemment classifiée. Le film permet d'avoir accès à l'évolution du rayon  $R(t)$  du « nuage » de l'explosion au cours du temps. Nous supposons que les grandeurs influant sur ce rayon sont le temps  $t$ , l'énergie  $\mathcal{E}$  de l'explosion et la masse volumique  $\rho$  de l'air.

- 1) Quelles sont les dimensions de ces grandeurs ?
- 2) Chercher une expression de  $R$  sous la forme  $R = k \times \mathcal{E}^\alpha t^\beta \rho^\gamma$ , avec  $k$  une constante adimensionnée.
- 3) L'analyse du film montre que le rayon augmente au cours du temps comme  $t^{2/5}$ . Exprimer alors  $\mathcal{E}$  en fonction de  $R$ ,  $\rho$  et  $t$ .
- 4) En estimant que  $R \approx 70 \text{ m}$  après  $t = 5 \text{ ms}$ , sachant que la masse volumique de l'air vaut  $\rho \approx 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  et en prenant  $k \approx 1$ , calculer la valeur de  $\mathcal{E}$  en joules puis en kilotonnes de TNT (une tonne de TNT libère  $4,18 \times 10^9 \text{ J}$ ).