Khôlles MPSI3 – semaine 15

Sujet 1 – corrigé

I Question de cours

Présenter les coordonnées cylindriques avec un schéma introduisant la base et indiquant les coordonnées, donner l'expression de $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ dans cette base, donner **et démontrer** l'expression de la vitesse, du déplacement élémentaire et de l'accélération en coordonnées cylindriques.

II Mesurer la masse d'un-e astronaute sur l'ISS

Les astronautes passant plusieurs mois dans la station spatiale internationale (ISS) doivent se soumettre à des bilans de santé très réguliers, et en particulier vérifier qu'ils et elles ne perdent ni ne prennent de poids. Néanmoins, l'absence de gravité rend les balances terrestres inopérantes dans l'espace. Pour permettre des pesées malgré cela, un dispositif original a été développé par l'agence spatiale russe, dont une photographie est présentée ci-contre. Il s'agit d'une chaise de masse $m_0 = 25{,}0\,\mathrm{kg}$ attachée à l'extrémité d'un ressort. L'autre extrémité du ressort est attachée à un point fixe de la station. On note L_0 la longueur à vide du ressort et k sa constante de raideur. La position de la chaise est repérée par son point d'attache au ressort, le long d'un axe (Ox) dont l'origine est définie telle que le point d'attache de la chaise se trouve en $x = 0$ lorsque la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide.

1. Tracer un schéma complet, précis et propre de la situation à un instant quelconque, indiquant en particulier la position $x(t)$ de la chaise et l'origine $x = 0$.

   Réponse :

   - référentiel de l'ISS supposé galiléen
   - repérage cartésien unidimensionnel
   - système : chaise de masse m_0
   - bilan des actions mécaniques : uniquement la force de rappel élastique

   $$\vec{F} = -k(\ell(t) - \ell_0)\,\vec{u}_x = -kx(t)\,\vec{u}_x$$

2. En s'appuyant sur un bilan des forces, établir l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$ de la chaise.

   Réponse :

   Par principe fondamental de la dynamique en projection selon $\overrightarrow{u_x}$:

   $$\boxed{m\ddot{x} = -kx}$$

3. Écrire cette équation sous forme canonique (préfacteur 1 devant la dérivée d'ordre le plus élevé). Exprimer alors la pulsation propre des oscillations de la chaise.

Réponse :

Sous forme canonique
$$\boxed{\ddot{x} + {\omega_0}^2 = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_0}}}$$

4. On cherche dans un premier temps à mesurer la constante de raideur k du ressort. Pour cela, la chaise vide est mise en mouvement et on mesure la période $T_0 = 1{,}28\,\mathrm{s}$ de ses oscillations. Exprimer puis calculer la constante de raideur.

Réponse :

On a
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}}$$

D'où
$$\boxed{k = 4\pi^2\frac{m_0}{{T_0}^2}}$$

L'application numérique donne (attention à bien préciser l'unité) :
$$\boxed{k = 602\,\mathrm{N\,m^{-1}}}$$

On s'intéresse maintenant à la pesée proprement dite d'un-e astronaute dont on veut déterminer la masse m_{ast}. L'astronote s'assoit sur la chaise et la met en mouvement. Les oscillations ont alors pour période $T_{\text{ast}} = 2{,}34\,\mathrm{s}$.

5. Donner **sans calcul** l'équation différentielle vérifiée par la position du point d'attache de la chaise lorsqu'un-e astronaute est assis-e.

Réponse :
L'unique différence avec la première question est que dorénavant le système est l'ensemble {chaise + astronaute} de masse $m_0 + m_{\text{ast}}$. La nouvelle équation différentielle devient, sous forme canonique :
$$\boxed{\ddot{x} + {\omega_{\text{ast}}}^2 = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_{\text{ast}} = \sqrt{\frac{k}{m_0 + m_{\text{ast}}}}}$$

6. En déduire la nouvelle pulsation propre ω_{ast} et la nouvelle période T_{ast} des oscillations de la chaise en fonction de k, m_0 et m_{ast}.

Réponse :
$$\boxed{\omega_{\text{ast}} = \sqrt{\frac{k}{m_0 + m_{\text{ast}}}} \quad \text{d'où} \quad T_{\text{ast}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0 + m_{\text{ast}}}{k}}}$$

7. En déduire que la masse de l'astronaute peut s'écrire
$$m_{\text{ast}} = m_0\left[\left(\frac{T_{\text{ast}}}{T_0}\right)^2 - 1\right]$$

Réponse :
On cherche une expression qui fait intervenir les périodes T_0 et T_{ast} et qui fait disparaître k. On constate que le quotient des deux périodes réalise cela (on le prend au carré pour se débarasser des racines) :
$$\left(\frac{T_{\text{ast}}}{T_0}\right)^2 = \frac{m_0 + m_{\text{ast}}}{m_0}$$

Ainsi, en isolant m_{ast}, il vient $$\boxed{m_{\text{ast}} = m_0 \left\{ \left(\frac{T_{\text{ast}}}{T_0} \right)^2 - 1 \right\}}$$

8. Donner la valeur numérique de m_{ast} avec un nombre de chiffres significatifs adapté.

Réponse :
L'application numérique permet de conclure :

$$\boxed{m_{\text{ast}} = 58{,}6\,\text{kg}}$$

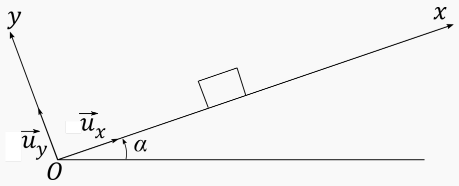
Sujet 2 – corrigé

I Question de cours

Présenter les lois du frottement de Coulomb, et refaire l'exercice :

Plan incliné et frottements solides

On considère un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. Une brique de masse $m = 600\,\mathrm{g}$ est lancée depuis le bas du plan vers le haut, avec une vitesse $v_0 = 2{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Pour étudier le mouvement, on utilise le repère (O,x,y) avec O coïncidant avec la position de départ de la brique. On note g l'accélération de la pesanteur, avec $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. On suppose qu'il existe des frottements solides, avec f le coefficient de frottements solides tel que $f = 0{,}20$.



1. Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.
2. Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.

II Chute d'une bille dans un fluide

On dispose du matériel suivant :

- une bille de masse volumique $\rho_a = 7900\mathrm{kgm^{-3}}$, de rayon $R = 5\mathrm{mm}$,
- une éprouvette graduée,
- de la glycérine de masse volumique $\rho_g = 1260\mathrm{kgm^{-3}}$,
- un dynamomètre, avec un point d'accorche permettant de mesurer une force de traction,
- trois béchers,
- une boite de masse marquée.

1. Donner l'expression générale de la poussée d'Archimède.

   Réponse :
   L'expression de la poussée d'Archimède est :
   $$\boxed{\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{immerge}} \vec{g}}.$$

2. Proposer un protocole expérimental permettant de vérifier l'expression de la poussée d'Archimède en utilisant le matériel listé.

   Réponse :
   On mesure le poids des masses dans l'air d'abord, puis on les plonge dans l'éprouvette et on mesure leur masse dite « apparente » dans la glycérine, c'est-à-dire la force qu'elles exercent en étant accrochées au dynamomètre lorsqu'elles sont immergées, ainsi que le volume de liquide déplacé.

La bille en acier tombe dans un tube rempli de glycérine. On considère que la force de frottement fluide exercée par la glycérine est $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où η est une constante appelée constante de viscosité dynamique de la glycérine. L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

3. Faire un bilan des forces exercées sur la bille.

   Réponse :
   Les forces qui s'appliquent sur la bille sont :

   - le poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$,
   - la poussée d'Archimède $\overrightarrow{\Pi} = -\frac{4\rho_g \pi R^3}{3}\overrightarrow{g}$,
   - la force de frottement visqueux : $\overrightarrow{f} = -6\pi\eta R\overrightarrow{v}$.

4. Montrer que considérer la poussée d'Archimède sur la bille est équivalent à considérer une bille de masse volumique $\rho = \rho_a - \rho_g$ qui n'est pas soumise à la poussée d'Archimède.

   Réponse :
   On a :
   $$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{\Pi} = \left(m - \frac{4\rho_g \pi R^3}{3}\right)\overrightarrow{g} = m'\overrightarrow{g} = \overrightarrow{P'} \quad ; \quad m' = m - \frac{4\rho_g \pi R^3}{3}.$$
   Écrit autrement :
   $$m' = \rho_a V_{\text{solide}} - \rho_g V_{\text{solide}} = (\rho_a - \rho_g)\, V_{\text{solide}}.$$

5. Établir l'équation différentielle vérifiée par v, la norme de la vitesse.

   Réponse :
   On applique la loi de la quantité de mouvement à la bille dans le référentiel galiléen du laboratoire :
   $$m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{\Pi} + \overrightarrow{f}.$$
   On projette alors cette équation sur l'axe vertical orienté vers le bas :
   $$\rho_a V_{\text{solide}}\frac{dv}{dt} = \rho V_{\text{solide}} g - 6\pi\eta R v.$$
   On peut écrire cette équation sous la forme canonique :
   $$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta R v}{\rho_a V_{\text{solide}}} = \frac{\rho g}{\rho_a} \qquad ; \qquad \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_l}{\tau}.$$

6. En déduire la constante de temps τ caractéristique du régime transitoire, ainsi que la vitesse limite v_l atteinte par la bille.

   Réponse :

   On en déduit que :
   $$\tau = \frac{\rho_a V_{\text{solide}}}{6\pi\eta R} = \boxed{\frac{2\rho_a R^2}{9\eta}} \quad ; \quad v_l = \frac{\tau\rho g}{\rho_a} = \boxed{\frac{2\rho g R^2}{9\eta}}.$$
   On suppose que le régime permanent est atteint (on vérifiera *a posteriori* cette hypothèse) :
   $$\boxed{v_l = \frac{z_2 - z_1}{\Delta t} = 0{,}25\,\mathrm{m/s}} \quad ; \quad \boxed{\eta = \frac{2\rho g R^2}{9 v_l} = 1{,}45\,\mathrm{Pa\,s}}.$$

L'expérience est réalisée dans un tube vertical contenant de la glycérine. On lâche la bille à la surface du liquide choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée $\Delta t = 1{,}6$s mise pour passer de l'altitude $z_1 = 40$cm à $z_2 = 80$cm.

7. En déduire l'expression puis la valeur de la viscosité η.

Réponse :
On suppose que le régime permanent est atteint (on vérifiera *a posteriori* cette hypothèse) :

$$\boxed{v_l = \frac{z_2 - z_1}{\Delta t} = 0{,}25\,\mathrm{m/s}} \quad ; \quad \boxed{\eta = \frac{2\rho g R^2}{9 v_l} = 1{,}45\,\mathrm{Pa\,s}}.$$

8. Pourquoi ne pas avoir réalisé de mesure depuis la surface du liquide ?

Réponse :
Il faut attendre d'être sûr que la bille ait atteint le régime permanent.

9. Que vaut numériquement τ ? Commenter.

Réponse :

$$\tau = \frac{2\rho_a R^2}{9\eta} = \boxed{30.10^{-3}\,\mathrm{s}}$$

L'hypothèse de régime permanent est donc bien validée car $\tau \ll \Delta t$.

10. Pourquoi avoir choisi de la glycérine plutôt que de l'eau ?

Réponse :
La glycérine est plus visqueuse donc le régime permanent est atteint plus rapidement. Avec de l'eau ($\eta = 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}$), il n'est pas sûr que la bille puisse atteindre sa vitesse limite avant la fin de la chute.

Sujet 3 – corrigé

I Question de cours

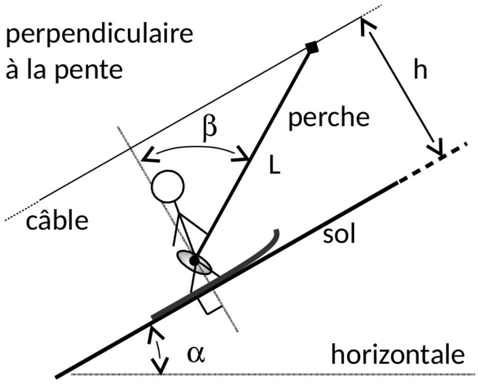
Étude du pendule simple : mise en situation, équation différentielle, linéarisation, résolution.

II Quelques notions de ski (⋆)

A Leçon n° 1 : le remonte-pente

On considère une skieuse de masse m remontant une pente d'angle α à l'aide d'un téléski. Celui-ci est constitué de perches de longueur L accrochées à un câble parallèle au sol situé à une hauteur h.

On néglige les frottements de la neige sur les skis.



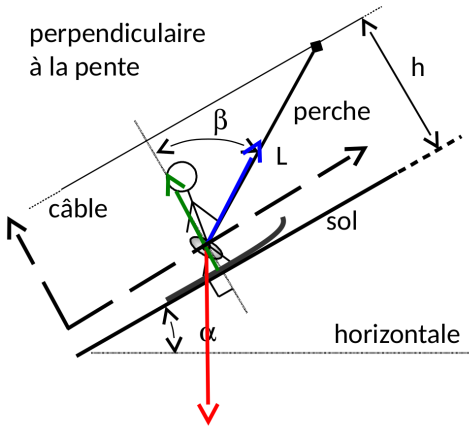
1. Quelles sont les trois forces que subit la skieuse ?

   Réponse :
   Les 3 forces sont :

   - tension de la perche $\vec{F}$,
   - réaction normale du sol $\vec{R}_N$ (il n'y a pas de frottement donc la réaction est uniquement normale),
   - poids de la skieuse $\vec{P}$.

2. Que sait-on sur chacune d'elles a priori ?

   Réponse :
   On connaît leurs direction et leur sens. On ne connaît que la norme du poids ($P = mg$).



On considère une skieuse de 50kg sur une pente de 15% (c'est-à-dire que la skieuse s'élève de 15 m lorsqu'elle parcourt horizontalement 100 m). La force exercée par la perche sur la skieuse sera supposée fixée et égale à $F = 100$N.

3. Existe-t-il un angle limite β_l pour lequel le contact entre les skis et le sol serait rompu ?

Réponse :
Le contact entre la skieuse et le sol sera rompu lorsque $R_N = 0$. On cherche donc à calculer R_N et voir s'il existe une valeur de β telle que $R_N = 0$.

On applique alors la loi de la quantité de mouvement au skieur dans le référentiel de la montagne (galiléen) et on la projette selon l'axe orthogonal à la pente. La projection de l'accélération est alors nulle car la skieuse se déplace perpendiculairement à cet axe.

$$0 = R_N + F\cos\beta - mg\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad R_N = mg\cos\alpha - F\cos\beta.$$

$$R_N > 0 \quad \Rightarrow \quad mg\cos\alpha > F\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \cos\beta < \frac{mg\cos\alpha}{F}.$$

On peut calculer l'angle α puisque la pente est de 15% :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{15}{100}\right) = 8{,}5°.$$

On en déduit que :

$$\frac{mg\cos\alpha}{F} = \frac{50 \times 9{,}8 \times \cos(8{,}5°)}{100} \approx 5.$$

Finalement, quelque soit β,

$$\cos\beta < 5 \quad \Rightarrow \quad R_N > 0,$$

donc il n'existe pas d'angle limite : la skieuse touche toujours le sol.

On suppose maintenant que sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse constante.

4. Quelle relation les 3 forces que subit la skieuse doivent-elles vérifier ?

Réponse :
Si la trajectoire de la skieuse est rectiligne uniforme, alors d'après la loi de l'inertie :

$$\boxed{\vec{F} + \vec{R}_N + \vec{P} = \vec{0}}.$$

On note β l'angle que forme la perche du téléski avec la perpendiculaire à la pente.

5. Représenter les trois forces sur une même figure en repérant bien les angles α et β.

Réponse :
cf question 2

6. En déduire une relation entre m, g, α, β et F (la norme de la force exercée par la perche).

Réponse :
On a déjà projeté cette relation sur l'axe orthogonal à la pente :

$$0 = R_N + F\cos\beta - mg\cos\alpha.$$

On peut également la projeter sur l'axe de la pente :

$$0 = 0 + F\sin\beta - mg\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \frac{mg\sin\alpha}{\sin\beta}}.$$

7. En négligeant la distance entre la rondelle et le sol, exprimer F en fonction m, g, α, h et L. Comment varie F avec α et h ? Commenter.

Réponse :
Dans cette hypothèse :

$$\cos\beta = \frac{h}{L} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \sqrt{1-\left(\frac{h}{L}\right)^2}.$$

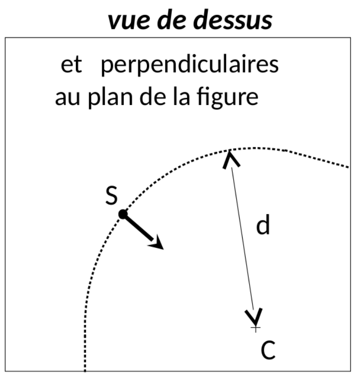
Finalement :

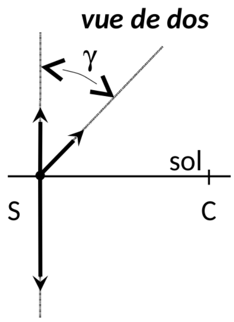
$$\boxed{F = \frac{mg\sin\alpha}{\sqrt{1-\left(\frac{h}{L}\right)^2}}}.$$

La norme de la force F augmente alors lorsque α augmente ou lorsque h augmente. On a donc tout intérêt à positionner le câble de traction horizontal le plus bas possible (en évitant bien entendu qu'il touche la tête des usagers et usagères).

B Leçon n° 2 : le virage

La skieuse est toujours sur le remonte pente et aborde une zone horizontale où sa trajectoire est un cercle de centre C et de rayon d. Sa célérité est toujours constante. On suppose pour les questions suivantes que la perche est contenue dans le plan formé par la droite SC et la verticale.





8. Que peut-on dire de son accélération ?

Réponse :
Le mouvement de la skieuse est circulaire uniforme donc son accélération est radiale et orientée vers l'intérieur du cercle (centripète) :

$$\vec{a} = \frac{-v^2}{d}\vec{e}_r \qquad \text{avec} \qquad \vec{e}_r = \frac{\overrightarrow{CS}}{||CS||}.$$

On a représenté ci-dessus différentes vues de la situation où la skieuse est modélisée par un point matériel S posé sur le sol. On néglige les frottements, on note $\vec{F}$ la force exercée par la perche du téléski et γ l'angle qu'elle forme avec la verticale.

9. Déterminer $F = ||\vec{F}||$ en fonction de m, $v = ||\vec{v}||$ la célérité, d et γ.

Réponse :
On applique la loi de la quantité de mouvement à la skieuse dans le référentiel galiléen de la montagne. On projette cette équation sur le vecteur $\vec{e}_r$:

$$ma = -F\sin\gamma \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \frac{mv^2}{d\sin\gamma}}.$$

10. En déduire $R = ||\vec{R}||$ en fonction de toutes les autres données.

Réponse :

On projette alors l'équation de la loi de la quantité de mouvement sur l'axe vertical ascendant perpendiculaire à $\vec{e}_r$. La projection de l'accélération y est nulle :

$$0 = -mg + R + F\cos\gamma$$

On combine cette équation avec celle de la question précédente :

$$\boxed{R = mg - \frac{mv^2}{d\tan\gamma}}.$$

11. Comment évolue R lorsque la célérité augmente ?

    Réponse :
    On voit que R augmente lorsque v diminue.

12. En pratique la perche n'est pas rigoureusement orthogonale à la trajectoire mais est également dirigée vers l'avant. Expliquer pourquoi.

    Réponse :
    En réalité il existe des frottements colinéaires à la vitesse, mais de sens opposé. Si le mouvement est uniforme, une composante de la force exercée par la perche doit compenser ces frottements

Sujet 4 – corrigé

I Question de cours

Énoncer les trois lois de Newton, définir le centre d'inertie d'un ensemble de points, le vecteur quantité de mouvement d'un ensemble de points et son lien avec le centre d'inertie, énoncer et démontrer le théorème de la résultante cinétique.

II Trois petits problèmes ouverts

1. Un objet lancé verticalement vers le haut passe par la même altitude h (hauteur repérée par rapport à l'origine O du repère) aux instants $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_2 = 10\,\mathrm{s}$. Déterminer h.

   Réponse :
   Appliquons le PFD au point matériel M assimilé à l'objet dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On se place dans un repère cartésien 1D avec $\overrightarrow{e_z}$ orienté selon la verticale ascendante. Une fois lancée, en supposant l'absence de frottement, seul le poids s'exerce sur l'objet. Ainsi, en projection sur $\overrightarrow{e_z}$:

   $$m\ddot{z} = -mg$$

   En intégrant deux fois successivement, et en notant α_1 et α_2 les constantes d'intégration :

   $$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \alpha_1 t + \alpha_2$$

   Soit, avec les conditions initiales $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = v_0$,

   $$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

   On cherche à déterminer h qui est solution du système de deux équations :

   $$z(t_1) = h \quad \text{et} \quad z(t_2) = h$$

   Soit encore $z(t_1) = z(t_2)$. Ainsi, il vient

   $$-\frac{1}{2}g{t_1}^2 + v_0 t_1 = -\frac{1}{2}g{t_2}^2 + v_0 t_2$$

   D'où $$v_0 = \frac{g({t_1}^2 - {t_2}^2)}{2(t_1 - t_2)} = 60\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

   Il ne reste qu'à déterminer h, par exemple en $= t_1$:

   $$h = -\frac{1}{2}g{t_1}^2 + v_0 t_1 = 100\,\mathrm{m}$$

2. Tous les êtres humains vivant sur la Terre se regroupent au même endroit et sautent au même moment. Déterminer le déplacement subit par la Terre durant le saut. On suppose l'ensemble immobile (pas d'action du Soleil ou de la Lune notamment).

   Réponse :
   Le système {Terre+humain} est isolé (aucune force extérieure ne s'exerce sur le système). Il est donc possible d'appliquer le PFD sur la Terre puis sur les humains (pris comme un unique point matériel) dans un référentiel supposé galiléen (le référentiel lié au barycentre du système serait adapté, mais sa maîtrise n'est pas au programme). Il vient, en notant H pour humains et T pour Terre :

$$m_T\overrightarrow{a_T} + m_H\overrightarrow{a_H} = \vec{0}$$

On intègre une première fois, la vitesse initiale étant nulle :

$$\overrightarrow{v_T} = -\frac{m_H}{m_T}\overrightarrow{v_H}$$

On intègre une seconde fois, la position initiale des deux corps étant supposée nulle (en les assimilant à des points matériels initialement confondus. En pratique, c'est inexact mais ça ne changerait rien au résultat final puisque seul le déplacement nous intéresse et pas la position.) :

$$\overrightarrow{OM_T} = -\frac{m_H}{m_T}\overrightarrow{OM_H}$$

En sautant, les humains modifient leur position de $\left\|\overrightarrow{OM_H}\right\| = 1\,\mathrm{m}$ (hauteur d'un saut). La population humaine est de 7 milliards avec une masse estimée à $70\,\mathrm{kg}$, il vient

$$m_H = 5 \times 10^{11}\,\mathrm{kg}$$

Si la masse de la Terre n'est pas connue, on peut l'estimer à partir de sa masse volumique (qui est typiquement celle d'un métal). En prenant $R_T = 6300\,\mathrm{km}$ et $\rho_T = 5000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, il vient

$$m_T = \rho_T \times \frac{4}{3}\pi {R_T}^3 = 5{,}2 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

Ce qui est, au passage une très bonne estimation de la masse réelle de la Terre. Finalement, on trouve :

$$\left\|\overrightarrow{OM_T}\right\| = \frac{m_H}{m_T}\left\|\overrightarrow{OM_H}\right\| = 9{,}5 \times 10^{-14}\,\mathrm{m}$$

C'est une distance inférieure à la taille d'un atome ! Il est bien difficile de déplacer la Terre !

3. Le champ de gravitation à la surface de la Lune est de $\overrightarrow{g_L} = 1{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Déterminer la hauteur maximale à laquelle vous seriez capable de sauter sur la Lune.

Réponse :
Une fois que nos pieds ont quitté le sol, la seule force qui s'exerce sur nous (en supposant les frottements absents) est la force de l'interaction gravitationnelle de la Terre ou de la Lune. Appliquons dans chacun des deux cas le PFD sur un humain dans un référentiel galiléen adapté (référentiel terrestre ou lunaire selon). On obtient, après intégration en supposant une vitesse initiale v_0 dirigée vers le haut :

$$v_z(t) = -gt + v_0 \quad \text{et} \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

Soit t_m l'instant auquel la hauteur maximale est atteinte. On a alors $v(t_m) = 0$ (rebroussement), soit $t_m = v_0/g$. En réinjectant l'expression de t_m dans $z(t)$, on obtient la hauteur maximale atteinte $z_{\max}$.

$$z_{\max} = z(t_m) = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

$z_{\max}$ est donc inversement proportionnel à g. Toutes choses égales par ailleurs, $g_T \approx 6g_L$. On pourra donc sauter à une altitude six fois supérieure sur la Lune (ce qui facilitait fortement les déplacements des astronautes en mission lunaire malgré la lourdeur de leurs équipements).