TD (~~T3~~) Premier principe : bilans d'énergie

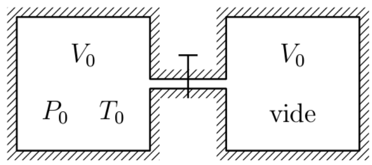
T2 bis

Capacités exigibles

- *Exprimer l'énergie interne (ou l'enthalpie) d'un gaz parfait ou d'une phase condensée à l'aide d'une capacité thermique :* tout les exercices !
- *Réaliser des bilans d'énergie interne :* exercices 1,2,4,5,6,7 et 8
- *Réaliser des bilans d'enthalpie pour des transformations monobares :* exercice 3
- *Exploiter la loi de Laplace :* exercices 2,5,6 et 7

1. Détente de Joule/Gay-Lussac

Deux compartiments aux parois calorifugées (donc adiabatiques) et indéformables communiquent par un robinet. Ce robinet, initialement fermé, sépare 2 compartiments de même volume V_0, l'un initialement remplit d'une quantité n de gaz en équilibre à la température T_0 et la pression P_0, l'autre initialement vide.



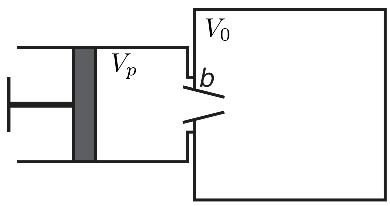
On ouvre le robinet (sans provoquer de transfert d'énergie avec l'extérieur) et on attend l'établissement d'un nouvel équilibre caractérisé par une température T_F du gaz remplissant les deux compartiments.

1. Montrer que l'énergie interne du gaz ne varie pas au cours de la transformation.
2. Déterminer la température T_F en supposant le gaz comme parfait.
3. On réalise l'expérience avec de l'argon et l'on observe une diminution de température au cours de la détente $\Delta T = T_F - T_0 = -5,4$ K pour $V_0 = 1,0$ L et $n = 1,0$ mol.
   Le modèle du gaz de Van der Waals permet de rendre compte de ce comportement. Dans ce modèle l'énergie interne d'un gaz s'exprime :
   $$U = \frac{3}{2}nRT - \frac{n^2 a}{V}$$
   a une constante positive caractéristique du gaz.
   Déterminer la valeur de coefficient a pour l'argon.

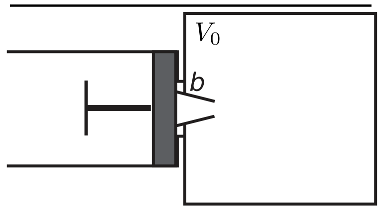
2. Pompage optimal

On s'intéresse au gonflage d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe manuelle. On étudiera uniquement le premier coup de pompe, décrit ci-contre, pendant lequel la soupape b reste toujours ouverte. Le volume de la pompe est $V_p = 2,0$ L, celui de la chambre à air est $V_0 = 5,0$ L (constant), et l'ensemble est initialement à la pression $p_0 = 1$ bar et à la température $T_0 = 300$ K. On note 1 l'état initial et 2 l'état final. On envisage deux moyens de réaliser la compression $1 \to 2$:

- Compression lente : Dans ce cas les échanges thermiques ont le temps de s'établir et la température reste constante égale à T_0.
- Compression brutale : Dans ce cas la température du gaz va augmenter et il faudra, après la compression, attendre qu'elle redescende à T_0.



état 1, volume $V_1 = V_0 + V_p$



état 2, volume $V_2 = V_0$

On suppose dans les deux cas la transformation mécaniquement réversible ($p = p_{\text{ext}}$), et le gaz est modélisé par un gaz parfait d'indice adiabatique $\gamma = 1,4$.

1. Dans le premier cas, que valent la température et le volume final ? Donner ensuite l'expression de la pression finale p_2 en fonction de p_0 , et $\alpha = V_p/V_0$, et sa valeur.
2. Justifier que ces valeurs sont les mêmes dans le second cas.
3. Dans le premier cas, donner l'expression du travail à fournir au gaz pour le comprimer en fonction de p_0 , et $\alpha = V_p/V_0$.
4. Dans le second cas, il faut décomposer la transformation en deux étapes : de l'état 1 à un état $1'$ il s'agit de la compression où le volume passe de $V_1 = V_0 + V_p$ à $V_{1'} = V_0$; puis de l'état 1' à l'état 2 le volume ne change plus et le gaz se refroidit jusqu'à T_0.
   a) Expliquer pourquoi l'étape $1 \to 1'$ peut être supposée adiabatique et mécaniquement réversible.
   b) Calculer la température atteinte en $1'$.
   c) Calculer le travail à fournir au gaz durant l'évolution $1 \to 1' \to 2$.
5. Tracer sur un même diagramme $p = f(V)$ les deux transformations. Pouvait-on prédire le fait que le travail à fournir est plus grand pour une des deux compressions ? À quoi a servi le surplus de travail fourni dans la compression qui en nécessite le plus ? En conclusion, vaut-il mieux être brutal ou lent ?

3. Calorimétrie

La calorimétrie consiste en la mesure d'échanges thermiques. On utilise pour cela un calorimètre, dont les parois son conçues pour minimiser les échanges thermiques entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre. Ces échanges seront considérés comme nuls. Les transformations se font à la pression atmosphérique constante, et sont donc supposées monobares.

1. *Mesure de la capacité thermique C du calorimètre*
   Le calorimètre contient initialement une masse $m = 100$ g d'eau, l'ensemble étant à la température ambiante $\theta_0 = 20,0$ °C. On ajoute alors la même masse d'eau à $\theta_1 = 80,0$ °C. On remue pour homogénéiser le système et on mesure la température $\theta_f = 43,6$ °C. La capacité thermique massique de l'eau est $c = 4{,}18\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
   a) Montrer que l'enthalpie du système {parois internes du calorimètre + deux masses d'eau} reste constante au cours de la transformation.
   b) En déduire la capacité thermique C des parois interne du calorimètre.
   c) Quelle masse μ d'eau possède la même capacité thermique que le calorimètre. On appelle μ la valeur en eau du calorimètre.
   d) Pourquoi ne faut-il pas trop attendre pour mesurer la température finale ? Quelle serait sa valeur si on attendait un temps très long ?

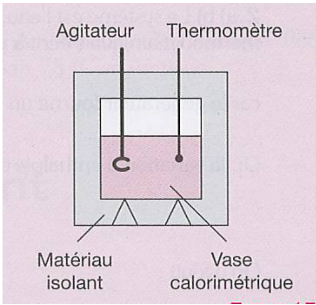


Figure 1

2. *Mesure de la capacité thermique massique du fer*
   On considère l'état initial où une masse $m = 100$ g d'eau et une masse $m_f = 140$ g de fer sont dans le calorimètre. Une résistance électrique de masse négligeable est aussi immergée dans le liquide. L'ensemble est initialement à la température $\theta_0 = 20,0$ °C. Pendant une durée $\tau = 30$ s, un générateur électrique fourni à la résistance une puissance $\mathscr{P} = 350$ W. On homogénéise la solution et on mesure la température $\theta'_f = 34,8$ °C.
   a) Exprimer la variation d'enthalpie du système {parois interne du calorimètre + eau + fer + résistance } au cours de la transformation précédente.
   b) En déduire la capacité thermique massique du fer c_f.
   c) Quelle est sa valeur numérique ?

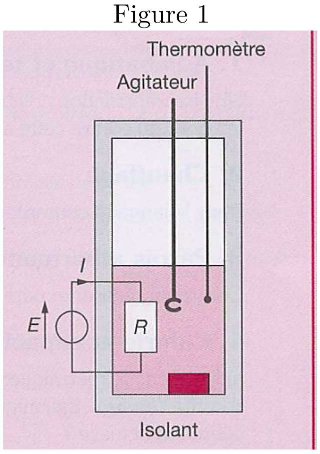


Figure 2

4. Chauffage d'une véranda

Thierry a installé dans sa véranda un radiateur électrique d'appoint qui lui permet de profiter de son jardin d'hiver plus longtemps dans l'année. Ce radiateur fournit à la véranda une puissance de chauffe que nous noterons $\mathscr{P}_c$. Le volume de cette véranda est $V = 45\,\text{m}^3$, elle est remplie d'air supposé être un gaz parfait diatomique de capacité thermique molaire $C_{Vm} = \dfrac{5}{2}R$. On supposera dans la suite que la véranda n'est pas meublée.

On note $T_i(t)$ et $T_e = 10\,°\text{C}$ les températures de l'air intérieur et de l'air extérieur à la véranda.

L'aire de la surface vitrée est $S = 30\,\text{m}^2$, celle du toit $S' = 18\,\text{m}^2$. Les fuites thermiques à la date t à travers les vitres sont données par la puissance $\mathscr{P}_v = g_v S(T_i(t) - T_e)$ et celles à travers le toit par $\mathscr{P}_p = g_p S'(T_i(t) - T_e)$. On négligera les fuites thermiques par le sol et par le mur reliant la véranda à l'habitation principale. Thierry souhaite maintenir sa véranda à la température de confort $T_{i,c} = 19\,°\text{C}$. La pression de l'air intérieur à la véranda est $P_0 = 1{,}0\,\text{bar}$ à cette température.

On donne $g_v = 2{,}90\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, $g_p = 0{,}50\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. La constante des gaz parfaits est $R = 8{,}31\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

1. Calculer le nombre de moles d'air présentes dans la véranda dans les conditions $(T_{i,c}, P_0)$. En déduire la capacité thermique C_V de l'air contenu dans la véranda. Faire l'application numérique.

2. Quelle est la puissance $\mathscr{P}_c$ fournie par le radiateur pour maintenir une telle température de confort dans les conditions mentionnées ci-dessus ?

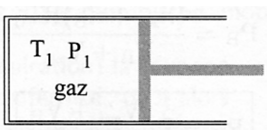
3. Devant s'absenter pour un rendez-vous, Thierry arrête le chauffage d'appoint à l'instant de son départ, pris comme origine des temps. Il revient 3 h plus tard et on note t_1 la date de son retour.

- **a.** On suppose qu'il n'y a pas de circulation d'air entre la véranda et l'extérieur. En appliquant le premier principe de la thermodynamique sous forme différentielle au système fermé constitué par l'air de la véranda, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $T_i(t)$ pour $t \in [0, t_1]$. On introduira un temps caractéristique τ qu'on ne manquera pas de calculer numériquement.
- **b.** Résoudre cette équation et tracer grâce au logiciel Python l'évolution temporelle de T_i. Déterminer la température $T_{i,f}$ atteinte par la véranda lors du retour de Thierry.

4. Ne voulant pas enfiler une polaire supplémentaire, Thierry décide alors de réchauffer son jardin d'hiver en poussant la puissance de chauffe à son maximum $\mathscr{P}_{c,m} = 2{,}0\,\text{kW}$. Écrire la nouvelle équation différentielle satisfaite par $T_i(t)$, la résoudre et calculer la durée nécessaire pour retrouver la température de confort $T_{i,c}$.

5. Détente d'un gaz parfait monoatomique

Une enceinte cylindrique fermée par un piston (sans masse et glissant sans frottements) contient $m = 500$ g d'hélium gazeux (*monoatomique*) de masse molaire $M = 4$ g.mol^{-1}. Dans l'état (1) initial, le volume de l'enceinte est $V_1 = 100$ L, le gaz (supposé parfait) est à la température $T_1 = 600$ K. On rappelle que $R = 8{,}31$ J.K^{-1}.mol^{-1}.



1. Exprimer l'énergie interne U_1 de l'hélium dans l'état (1) en fonction de m, M, R et T_1.

2. Calculer la valeur du coefficient γ de l'hélium.

3. Par déplacement du piston, le gaz subit une détente isotherme mécaniquement réversible qui le conduit à l'état d'équilibre (2) caractérisé par le volume $V_2 = 250$ L.
   a) Exprimer les pressions P_1 et P_2 du gaz en fonction de m, M, T_1, V_1 et V_2 puis les calculer.
   b) Exprimer le travail des forces de pression W_{12} reçut par le gaz au cours de cette transformation en fonction de m, M, T_1, V_1 et V_2 puis le calculer.

4. On envisage une nouvelle évolution, constituée d'une détente adiabatique quasi-statique entre l'état (1) et un état intermédiaire (3) de volume $V_3 = V_2$, suivie d'un chauffage isochore entre l'état (3) et l'état (2) définie précédemment.

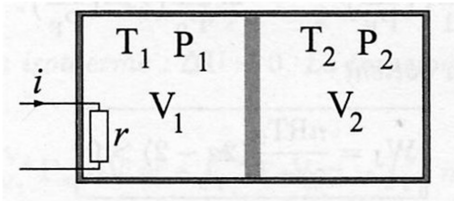
a) Déterminer la température T_3 de l'état intermédiaire (3) en fonction de T_1, V_1, V_2 et du coefficient γ de l'hélium puis la calculer.

b) Déterminer le travail W_{132} reçut par le gaz au cours de l'évolution (1) $\rightarrow$ (3) $\rightarrow$ (2) en fonction de m, R, M, T_1 et T_3.

6. Chauffage d'un gaz par effet Joule

Dans cette exercice X^I et X^F représentent les valeurs d'une grandeur X respectivement dans l'état initial et final de la transformation considérée.

On considère 2 compartiments calorifugés, contenant chacun n moles de gaz parfait de coefficient $\gamma = C_P/C_V$ constant. Ces 2 compartiments sont séparés par une paroi calorifugé et mobile sans frottement. On «chauffe» le compartiment de gauche, noté (1), à l'aide d'une résistance r parcourue par un courant d'intensité i jusqu'à ce que $P_1^F = P_F$. Cette transformation est quasi-statique.

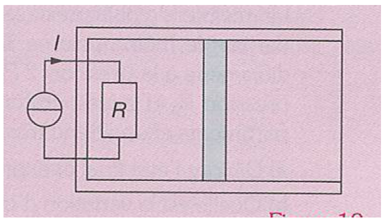


Dans l'état initial $T_1^I = T_2^I = T_0$, $P_1^I = P_2^I = P_0$ et $V_1^I = V_2^I = V_0$.

1. Expliquer pourquoi la loi de Laplace ne peut être appliquée au compartiment (1).
2. Déterminer P_2^F, T_2^F et V_2^F en fonction de P_F, T_0, V_0 et γ.
3. En déduire les valeurs finales T_1^F et V_1^F.
4. Exprimer l'énergie fournie au compartiment (1) par la résistance en fonction de n, T_0, γ et $a = P_F/P_0$.

7. Chauffage d'un gaz par effet Joule (bis)

Un récipient de volume total fixe $2V_0$ ($V_0 = 10$ L) est divisé en deux compartiments par une membrane mobile (de surface S) sans frottements. Les parois du compartiment de droite permettent les transferts thermiques avec un thermostat de température T_0 (air ambiant), alors que celles du compartiment de gauche ainsi que la membrane sont adiabatiques. Initialement l'air (gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$) contenu dans chacun des deux compartiments est à la température $T_0 = 300$ K et à la pression $P_0 = 10^5$ Pa, l'air extérieur au récipient étant T_0.



A l'intérieur du compartiment de gauche se trouve une résistance $R = 10\ \Omega$. Cette résistance est parcourue par un courant continu $I = 1$ A. On arrête le courant après une durée τ, dès que la pression dans le compartiment de gauche vaut $P_1 = 2P_0$. Les transformations sont supposées être lentes.

1. Quelle sont pression P_2, température T_2 et volume V_2 dans le compartiment de droite à la fin de l'expérience ?
2. Quelle est la température finale T_1 dans le compartiment de gauche ?
3. Quelle hypothèse peut-on faire sur la transformation subie par le gaz du compartiment de droite ?
4. Quel travail W_2 à été reçu par le compartiment de droite ? Et celui W_1 reçu par le compartiment de gauche ?
5. Quelle est la durée τ de chauffage ?

8. Transformations polytropiques

Une transformation polytropique est une transformation quasi-statique au cours de laquelle

$$PV^k = \text{constante} \qquad (k \geq 0)$$

1. Calculer le travail des forces de pression W_p au cours d'une transformation polytropique d'un gaz parfait entre les états d'équilibre (P_0, V_0, T_0) et (P_1, V_1, T_1). On exprimera le résultat en fonction de P_0, P_1, V_0, V_1 et k.
2. On note $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$, que l'on suppose constant pour tout gaz parfait. Trouver une expression du transfert thermique Q au cours de la transformation précédente de la forme $C(T_1 - T_0)$ où C est une constante.
3. Quelle est la dimension de la constante C ?
4. Identifier la nature des transformations dans les cas suivants : $k = \gamma$; $k = 0$; $k \rightarrow \infty$ et $k = 1$