Ondes – chapitre 0

Correction du TD

I Quelques ondes

I/A Onde sur une corde

1)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{10}{50} = \boxed{0{,}2\,\mathrm{m}}$$

I/B Ondes infrasonores des éléphants

2)

$$c = \frac{L}{\Delta t} = \frac{24.10^3}{70{,}6} = 3{,}4.10^2 = \boxed{340\,\mathrm{m/s}}.$$

I/C Ondes à la surface de l'eau

3) a) oui b) non c) oui

4) a) non b) oui c) oui d) non

II Applications directes du cours ($\star$)

1)

$$s(x,t) = f(t - x/c)$$

2)

$$s(x,t) = f(t + x/c)$$

3)

$$s(x,t) = g(x + ct)$$

4)

$$s(x,t) = A_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

De plus, avec $k = 2\pi/\lambda$,

$$s(x_A = \lambda/4, 0) = A_0 \cos(k\lambda/4 + \varphi) = A_0 \cos(\pi/2 + \varphi)$$

Or, la phase est nulle d'après l'énoncé donc $\varphi = -\pi/2$. Finalement,

$$s(x,t) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + ct) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Le déphasage en A par rapport à l'origine est par définition la différence des phases instantanées entre les points A et O soit

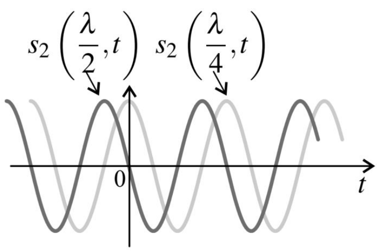
$$\Delta\varphi_{A/O} = \left[\frac{2\pi}{\lambda}(x_A + ct) - \frac{\pi}{2}\right] - \left[\frac{2\pi}{\lambda}(0 + ct) - \frac{\pi}{2}\right] = \frac{2\pi}{\lambda}x_A = \frac{\pi}{2}$$

5) ◇ Pulsation : $\omega = 2{,}4 \times 10^3\pi = 7{,}5 \times 10^3\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$
   ◇ Période : $T = 2\pi/\omega = 8{,}3 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$
   ◇ Fréquence : $f = \omega/2\pi = 1{,}2 \times 10^3\,\mathrm{Hz}$
   ◇ Vecteur d'onde : $k = 6{,}3\pi = 19{,}8\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$
   ◇ Longueur d'onde : $\lambda = 2\pi/k = 0{,}32\,\mathrm{m}$
   ◇ Nombre d'onde : $\sigma = k/2\pi = 3{,}15\,\mathrm{m^{-1}}$
   ◇ La vitesse de propagation est : $c = \lambda f = 384\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

6) L'onde se propageant avec la célérité c dans le sens négatif de (Ox) , on a :

$$s_2(x,t) = s_2(0,t + x/c) = A\sin(\omega t + kx)$$

$s_2(\lambda/4,t)$ est en quadrature avance sur $s_2(0,t)$ et $s_2(\lambda/2,t)$ est en quadrature avance sur $s_2(\lambda/4,t)$ et en opposition de phase par rapport à $s_2(0,t)$.



7) $$s(x,t) = s(0, t - x/c) = S_0 \exp\left(-\left(\frac{t - x/c}{\tau}\right)^2\right)\cos\left(\frac{2\pi(t - x/c)}{T}\right)$$

8) L'aplitude de l'onde vaut $Y_0 = 0{,}050\,\mathrm{m}$. On a par ailleurs :
   ◇ $\omega = 10\pi\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$
   ◇ $f = \omega/(2\pi) = 5\,\mathrm{Hz}$
   ◇ $T = 1/f = 0{,}2\,\mathrm{s}$
   ◇ $k = \pi\,\mathrm{rad\cdot m^{-1}}$
   ◇ $\lambda = 2\pi/k = 2\,\mathrm{m}$

L'onde se propage vers les x décroissants d'après son expression. De plus

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{et} \quad c = \lambda f \quad \text{donc} \quad T = \mu(\lambda f)^2 = 10\,\mathrm{N}$$

λ évolue en $\sqrt{T}$ donc si T est multiplié par 2 alors λ est multiplié par $\sqrt{2}$.

9) $$\lambda = \frac{c}{f} = 0{,}77\,\mathrm{m}$$

III Cuve à ondes

1) La distance entre deux maxima lumineux correspond à une longueur d'onde. En effet, les parties concaves du dioptre air-eau se comportent comme des lentilles convergentes alors que les parties convexes se comportent comme des lentilles divergentes.

   On mesure 10 maximum de luminosité consécutifs :

$$10\lambda = 3 \times 5\text{cm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 1{,}5\,\text{cm}}.$$

2)
$$c = \lambda f = 1{,}5.10^{-2} \times 18 = \boxed{2{,}7.10^{-1}\text{m/s}}.$$

3) Pour $x < 0$, l'onde se déplace vers la gauche :

$$s(x{,}t) = A\cos(\omega t + kx).$$

   Pour $x > 0$, l'onde se déplace vers la droite :

$$s(x{,}t) = A\cos(\omega t - kx)$$

4) L'amplitude d'onde circulaire (sphérique) diminue lorsque l'on s'éloigne du centre car l'énergie, qui se conserve, est repartie équitablement sur les vagues circulaire dont le périmètre augmente.

IV Propagation en milieu dispersif

1) La relation liant ω et k n'est pas linéaire. Par conséquent, le milieu est qualifié de dispersif.

2) La vitesse de phase est définie comme

$$v_\varphi(k) = \tfrac{\omega}{k} = \tfrac{g}{\omega}$$

   Comme attendu pour un milieu dispersif, la vitesse de phase dépend de la pulsation ω, ce qui signifie que la vitesse de propagation dans le milieu d'une OPPM de pulsation ω dépend de ω.

V Distance d'un impact de foudre

1) Une onde est un phénomène de propagation d'une perturbation de proche en proche sans déplacement de matière du milieu considéré. Progressive signifie qu'elle se propage dans un unique sens. La variation de la pression de l'air est une grandeur physique qui se propage de proche en proche pour une onde acoustique.

2) Le son se propage dans un milieu matériel élastique comme toute onde mécanique. On peut, par exemple, observer des ondes mécaniques :

   - Le long d'une corde tendue (instrument à cordes type violon/guitare ou à percussion type piano).
   - À la surface de la croûte terrestre et à l'intérieur des roches : ondes sismiques.

3) Les longueurs d'onde du spectre du visible sont telles que $\lambda \in [400\,\text{nm}, 800\,\text{nm}]$. La célérité de la lumière étant très élevée par rapport à celle du son, on peut considérer que l'on observe l'éclair à l'instant t_0 où il est émis (durée de propagation supposée nulle). L'onde acoustique nous arrive en revanche après s'être propagée à la célérité c_{air}. Nous entendons donc le tonnerre avec un certain retard :

$$\Delta t = t_{\text{propagation}} - t_0 = \frac{L}{c_{\text{air}}}$$

L étant la distance qui nous sépare de l'endroit où la foudre est tombée. D'après le texte, $L/\text{km} = (\Delta t/\text{s})/3$; donc $L/\text{m} = 1000 \times \Delta t/3\,\text{s}$; D'où

$$c_{\text{air}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{1000\,\text{m}}{3\,\text{s}} \approx 333\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette valeur est très proche de celle proposée dans l'énoncé à la question suivante. L'estimation semble donc fiable.

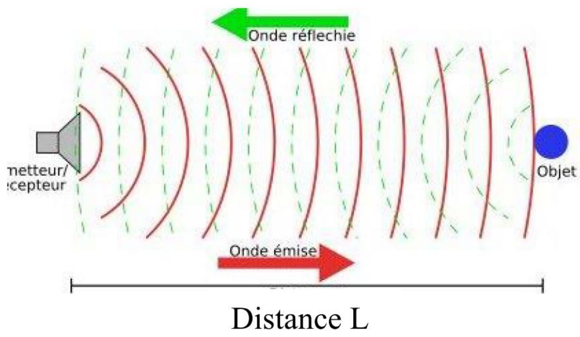
VI Propriétés du son et principe du sonar (⋆⋆)

1) Les fréquences des ultrasons se situent au-dessus des 20 kHz. L'échographie utilise la réflexion des ultrasons à l'interface entre des tissus de caractéristiques mécaniques différentes (en terme de densité et de vitesse de propagation du son) pour imager de manière non invasive l'intérieur du corps.

2) Le sonar mesure le décalage temporel entre l'émission et la réception de l'onde sonore réflechie par la cible :

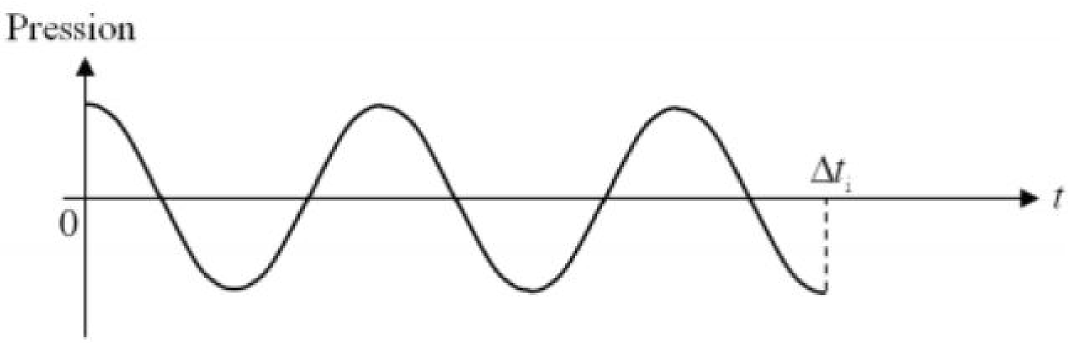
$$\Delta t = \frac{2L}{c_{\text{mer}}}$$

Connaissant la vitesse du son dans l'eau de mer c_{mer}, la mesure de Δt permet de déterminer L.



3) $$\Delta t = \frac{2L}{c_{\text{mer}}} \quad \text{donc} \quad L = \frac{\Delta t_e \times c_{\text{mer}}}{2} = \frac{38{,}8.10^{-3} \times 1500}{2} = 29{,}1\,\text{m}$$

À partir de l'instant $t = 0$, le sonar émet l'impulsion sonore sinusoïdale de la figure ci-dessous, pendant une durée $\Delta t_i = 800\,\mu\text{s}$.



4) D'après le schéma, on a : $2{,}5T = \Delta t_i$, soit $2{,}5/f = \Delta t_i$. Ainsi,

$$f = \frac{2{,}5}{\Delta t_i} = \frac{2{,}5}{800.10^{-6}} = 3125\,\text{Hz}$$

5) Pour la longueur spatiale de l'impulsion, on a

$$\Delta x = c_{\text{mer}} \times \Delta t_i = 1500 \times 800.10^{-6} = 1{,}2\,\text{m}$$

6) On cherche à passer d'une analyse temporelle (en $x = 0$) à une analyse spatiale. A $t = 12\,\text{ms}$, le début de l'impulsion émis à $t = 0$ se retrouve en $M_0(x_0)$, tel que

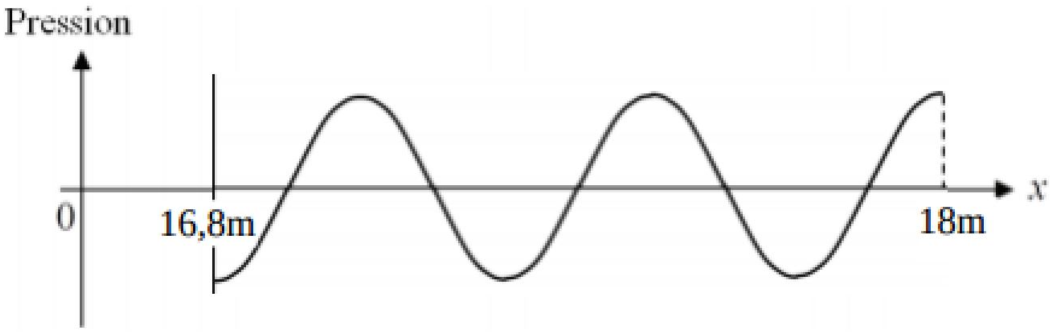
$$x_0 = c_{\text{mer}}\Delta t_0 = 1500 \times 0{,}012 = 18\,\text{m}$$

La fin de l'impulsion (front d'onde) émise à Δt_i se retrouve en $M_1(x_1)$, tel que

$$x_1 = c_{\text{mer}}(12.10^{-3} - \Delta t_i) = 1500(12.10^{-3} - 800.10^{-6}) = 16{,}8\,\text{m}$$

En x_1 , La pression est minimale et elle augmente. Entre x_1 et x_0, on a 2,5 longueurs d'ondes.

D'où le graphe ci-dessous :



Remarque importante : L'onde apparait "à l'envers" sur les graphes temporel et spatial.

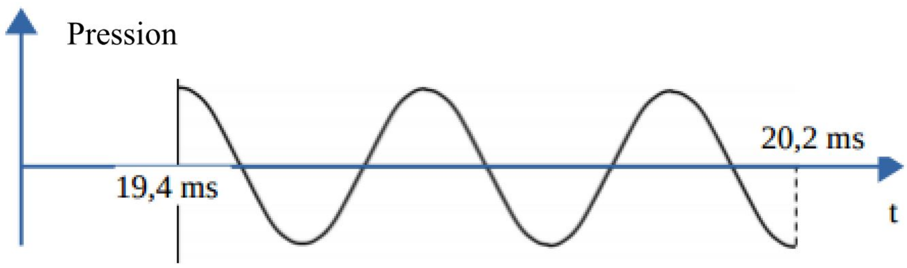
7) Le second sous-marin est à la distance $L = 29{,}1\,\text{m}$ du premier. On repasse en analyse temporelle. Le début de l'impulsion émis à $t = 0$ est reçu à

$$t_1 = \frac{L}{c_{\text{mer}}} = \frac{29{,}1}{1500} = 19{,}4\,\text{ms}$$

La fin de l'impulsion émise à $t = \Delta t_i$ est reçue à

$$t_2 = \frac{L}{c_{\text{mer}}} + \Delta t_i = \frac{29{,}1}{1500} + 800.10^{-6} = 20{,}2\,\text{ms}$$

D'où le graphe ci-contre :



VII Télémètre ultrasonore

1) Le temps de vol est la durée de la propagation de l'onde sur une distance $2D$ correspondant à l'**aller-retour** jusqu'à la cible. Ainsi :

$$t_{\text{v}} = \frac{2D}{c}.$$

2) Au fur et à mesure que l'on éloigne la cible, le décalage temporel entre les deux signaux augmente. Chaque fois que ce décalage est un multiple entier de la période T, les signaux sont en phases. Si on éloigne d'une distance D, on augmente de décalage temporel de $2D/c$. La première fois que les signaux sont en phase à nouveau, on a

$$\frac{2D}{c} = T \quad \text{soit} \quad D = \frac{cT}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

où λ est la longueur d'onde des ondes ultrasonores. La deuxième fois,

$$\frac{2D}{c} = 2T \quad \text{soit} \quad D = 2 \times \frac{\lambda}{2}$$

À la n^{ime} coïncidence (par récurrence immédiate),

$$D = n \times \frac{\lambda}{2}$$

3) Dans l'expérience on a reculé la cible d'une distance comprise entre $50\lambda/2$ et $51\lambda/2$. Les deux signaux sont en opposition de phase, ce qui veut dire qu'après la 50e coïncidence on a reculé la cible d'une distance ΔD telle que

$$\frac{2\Delta D}{c} = \frac{T}{2} \quad \text{soit} \quad \Delta D = \frac{\lambda}{4}$$

La distance de la cible est donc :

$$D = 50 \times \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = 10{,}8\,\text{cm}$$

4) Le niveau du signal reçu par le récepteur en provenant de la cible est faible en raison de l'éloignement de celle-ci. Pour l'observer sur l'oscilloscope il faut augmenter la sensibilité, ce qui a pour conséquence d'amplifier le bruit électronique. C'est pourquoi ce signal a une allure irrégulière que l'on qualifie de « bruitée ».

5) Les deux signaux étant en opposition de phase on observerait en mode XY un segment de droite de pente négative (de contour assez flou à cause du bruit).