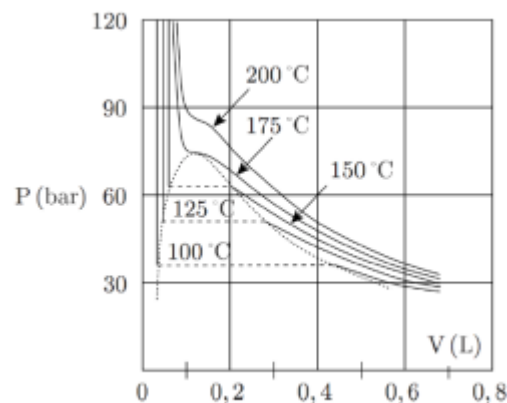


# TD : Changements d'états

## I Isothermes d'ANDREWS

La figure ci-contre représente un ensemble de courbes expérimentales appelées isothermes d'ANDREWS, représentant la pression  $P$  d'une mole de fluide en fonction du volume **molaire**, pour différentes températures.

- 1) Déterminer les coordonnées  $(P_C, V_C)$  du point critique.
- 2) Indiquer la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.
- 3) Préciser l'état physique et calculer, s'ils sont définis, les titres massiques  $x_V$  et  $x_L$  de la vapeur et du liquide pour :
  - a -  $V = 0,6 \text{ L}$  et  $T = 110^\circ\text{C}$  ;
  - b -  $P = 110 \text{ bars}$  et  $T = 200^\circ\text{C}$  ;
  - c -  $V = 0,2 \text{ L}$  et  $T = 125^\circ\text{C}$ .
- 4) Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante à la pression de 40 bars ?



## II Calorimétries

Données

$$c_{\text{eau}} = 4185 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ et } \Delta h_{\text{fus}} = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

### A Première expérience

Dans un calorimètre parfaitement isolé de capacité thermique  $C = 150 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , on place  $m = 100 \text{ g}$  d'eau à la température  $\theta = 18^\circ\text{C}$  en équilibre thermique avec le vase intérieur et une masse  $m_g = 25 \text{ g}$  de glace sèche à  $0^\circ\text{C}$ . Calculer la température d'équilibre.

### B Seconde expérience

Dans un calorimètre parfaitement isolé de capacité thermique  $C = 246 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , on place  $m = 100 \text{ g}$  d'eau à la température  $\theta = 18^\circ\text{C}$  en équilibre thermique avec le vase intérieur et une masse  $m_g = 50 \text{ g}$  de glace sèche à  $0^\circ\text{C}$ . Déterminer la température d'équilibre. Quelle proportion de glace a fondu ?

## III Stockage d'eau chaude

Une masse  $m = 100 \text{ kg}$  d'eau chaude est stockée dans une cuve fermée de volume  $V_0 = 200 \text{ L}$ , que l'on modélise comme étant indéformable. Pour simplifier, on ne tient pas compte de l'air contenu dans la cuve en plus de l'eau. Suite à un échauffement accidentel, l'eau normalement maintenue à  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  passe à  $T = 500^\circ\text{C}$ .

La vapeur d'eau est modélisée par un gaz parfait. On tient compte de la légère compressibilité et dilatabilité de l'eau liquide par une équation d'état de la forme :

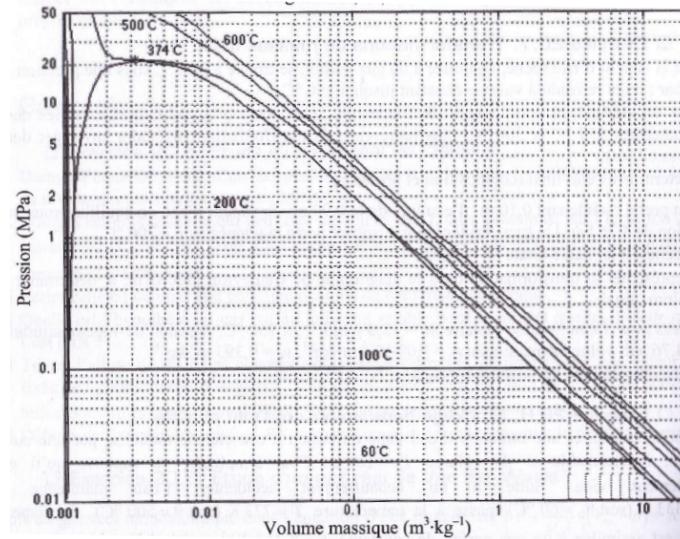
$$\ln \frac{V}{V_0} = \alpha(T - T_0) - \chi_T(P - P_0) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \alpha = 3,0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1} \\ \chi_T = 5,0 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} \end{cases}$$

- 1) Identifiez, sur le diagramme de CLAPEYRON, la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, le point critique et les différentes phases dans lesquelles se trouve l'eau.
- 2) Montrez que pour un équilibre liquide-vapeur, on a :

$$x_g = \frac{m_g}{m_g + m_l} = \frac{v - v_l}{v_g - v_l}$$

où  $m_g$  représente la masse d'eau sous la forme "vapeur",  $m_l$ , la masse d'eau sous forme de liquide,  $v$ , le volume massique du mélange,  $v_g$  et  $v_l$ , les volumes massiques des phases vapeur et liquide.

- 3) En utilisant le diagramme de CLAPEYRON, déterminer la composition du mélange liquide-gaz initial.
- 4) Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel ? Déterminer la pression  $P$  correspondante. Commenter.
- 5) La soupape de sécurité permet au fur et à mesure du chauffage de laisser de la vapeur d'eau s'échapper : la cuve est finalement presque vide et ne contient plus que  $m_0 = 400 \text{ g}$  d'eau. Déterminer la pression finale et conclure.



**FIGURE 4.1** – Diagramme de CLAPEYRON ( $P, v$ ) de l'eau. Plusieurs isothermes sont représentées pour des températures allant de 60 à 600 °C. Attention, les échelles sont logarithmiques.

## IV Cycle de RANKINE

Un moteur fonctionne avec une masse  $m$  d'eau. Cette masse d'eau subit les transformations suivantes :

- AB : isotherme (A liquide saturant à  $T_1$  et  $P_1$  ; B à  $P_2$ ) ;
- BC : échauffement réversible isobare qui amène l'eau à la température  $T_2$  (C liquide saturant) ;
- CD : vaporisation totale sous la pression  $P_2$  et à la température  $T_2$  ;
- DE : détente adiabatique réversible jusqu'à la température  $T_1$  ;
- EA : liquéfaction totale à la température  $T_1$ .

La capacité thermique massique de l'eau liquide vaut  $c_{\text{liq}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Dans le tableau suivant, on donne les caractéristiques des points se trouvant sur la courbe de saturation aux pressions  $P_1$  et  $P_2$ .

	$P$ (bar)	$T$ (K)	$v_l$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$v_g$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_l$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_g$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
$P_1$	0,250	338,15	$1,02 \times 10^{-3}$	6,202	272,02	2618,4
$P_2$	1,208	378,15	$1,05 \times 10^{-3}$	1,419	440,17	2683,7

La variation d'entropie massique d'un liquide pour une transformation d'une température  $T_A$  à une température  $T_B$  s'exprime

$$\Delta s_{AB} = s_B - s_A = c_{\text{liq}} \ln \left( \frac{T_B}{T_A} \right)$$

La variation d'entropie massique lors d'un changement d'état est :

$$\Delta s = \frac{\Delta h}{T}$$

avec  $\Delta h$  la variation d'enthalpie massique lors du changement d'état et  $T$  la température du changement d'état.

- 1) Tracer l'allure de deux isothermes d'ANDREWS dans le diagramme de CLAPEYRON. On fera apparaître la courbe de saturation. Dessiner l'allure du cycle sur ce même diagramme.
- 2) a – Montrer que la variation  $s_B - s_A$  est nulle.  
b – Exprimer  $s_C - s_B$  en fonction de  $c_{\text{liq}}$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .  
c – Exprimer  $s_D - s_C$  en fonction de  $h_g(T_2)$ ,  $h_l(T_2)$  et  $T_2$ .  
d – Calculer  $s_E - s_D$ .
- 3) Énoncer le théorème des moments.
- 4) Soit  $x$  la fraction massique de vapeur en E. On admet que l'on peut appliquer le théorème des moments pour l'entropie. Déterminer  $x$  littéralement puis numériquement.
- 5) Calculer les transferts thermiques massiques échangés lors des transformations BCD et EA.
- 6) Déterminer le rendement du cycle. Application numérique.

## V Résolution de problème : coca-cola

Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre votre soda au frais. Combien de glaçons faut-il ajouter pour que sa température descende à 5 °C ?