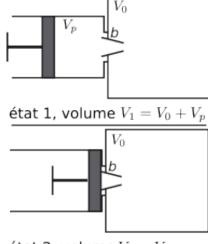
DM: Pompage optimal

On s'intéresse au gonflage d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe manuelle. On étudiera uniquement le premier coup de pompe, décrit ci-contre, pendant lequel la soupape b reste toujours ouverte.

Le volume de la pompe est $V_p = 2.0$ L, celui de la chambre à air est $V_0 = 5.0$ L (constant), et l'ensemble est initialement à la pression $P_0 = 1$ bar et à la température $T_0 = 300$ K. On note 1 l'état initial et 2 l'état final. On envisage deux moyens de réaliser la compression $1 \rightarrow 2$:

- \diamond Compression lente : dans ce cas les échanges thermiques ont le temps de s'établir, et la température reste constante et égale à T_0 ;
- \diamond Compression brusque : dans ce cas la température du gaz va augmenter et il faudra, après la compression, attendre qu'elle redescende à T_0 .

On suppose dans les deux cas la transformation mécaniquement réversible, et le gaz est modélisé par un gaz parfait d'indice adiabatique $\gamma=1,4$.



- état 2, volume $V_2 = V_0$
- 1) Dans le premier cas, que valent la température et le volume final? Donner ensuite l'expression de la pression finale P_2 en fonction de P_0 et $\alpha = V_p/V_0$. La calculer.
- 2) Justifier que ces valeurs sont les mêmes dans le second cas.
- 3) Dans le premier cas, donner l'expression du travail à fournir au gaz pour le comprimer en fonction de P_0 , V_1 et $\alpha = V_p/V_0$. Faire l'application numérique.
- 4) Dans le second cas, il faut décomposer la transformation en deux étapes : de l'état 1 à un état 1'. Il s'agit de la compression où le volume passe de $V_1 = V_0 + V_p$ à $V_{1'} = V_0$, puis de l'état 1' à l'état 2 le volume ne change plus et le gaz se refroidit jusqu'à T_0 .
 - a Expliquer pour quoi l'étape $1 \to 1'$ peut être supposée adiabatique et mécaniquement réver sible.
 - b Calculer la température atteinte en 1' grâce à une des loi de LAPLACE.
 - c Calculer le travail à fournir au gaz durant l'évolution $1 \to 1' \to 2$.
- 5) Tracer sur un même diagramme (P,V) les deux transformations. Pouvait-on prédire le fait que le travail à fournir est plus grand pour une des deux compressions? À quoi a servi le surplus de travail fourni dans celle qui en nécessite le plus? Conclure sur la meilleure méthode.



Utilité en industrie

Ce qui précède a des conséquences pratiques importantes à l'échelle industrielle. Il existe en effet des stations qui stockent de l'air comprimé dans d'immenses réservoirs (souvent des cavités géologiques) et qui réutilisent ensuite cet air pour faire tourner une turbine et produire de l'électricité. La phase de compression de l'air doit consommer le moins possible d'énergie, et ce qui précède montre donc qu'elle a intérêt à être proche de l'isotherme réversible. Cf. par exemple https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/caes-stockage-par-air-comprime.