

I/1) Le gaz est isolé thermiquement, donc $Q=0$, et il n'y a pas de parties mobiles, donc $W=0$. Ainsi, avec la 1^{ère} ppe. $\Delta U = W + Q = 0$.

2) GP \Rightarrow 1^{ère} loi de Laplace $\Rightarrow U(T)$. Or, $U = cte$, donc $T = cte$ et $T_0 = T_F$

3) On a toujours $\Delta U = 0$, soit

$$\frac{3}{2} n R T_F - \frac{n a}{V_F} = \frac{3}{2} n R T_0 - \frac{n a}{V_0}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} n R (T_F - T_0) = n^2 a \left(\frac{1}{V_F} - \frac{1}{V_0} \right) = n^2 a \left(\frac{V_0 - V_F}{V_F V_0} \right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2} \frac{n R (T_F - T_0) \times V_F V_0}{n^2 (V_0 - V_F)}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2} \frac{R (T_F - T_0) V_F V_0}{n (V_0 - V_F)} \quad \text{avec}$$

$$R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$T_F - T_0 = 5,4 \text{ K}$$

$$V_0 = 4,0 \text{ L}$$

$$V_F = 2,0 \text{ L}$$

$$n = 4,0 \text{ mol}$$

A.N.:

$$a = 1,3 \cdot 10^2 \text{ J.L.mol}^{-2}$$

IV/1)

On a $T_2 = T_0$, $V_2 = V_0$. Au départ, avec $PV = nRT$, on a $P_0 V_0 = nRT_0$; à la fin, $P_2 V_2 = nRT_0$; soit

$$P_0 (V_0 + V_p) = P_2 V_0$$

$$\Rightarrow P_2 = P_0 (1 + d)$$

$$\text{avec } \begin{cases} P_0 = 1 \text{ bar} \\ V_p = 2,0 \text{ L} \\ V_0 = 5,0 \text{ L} \end{cases}$$

A.N.:

$$P_2 = 1,4 \text{ bar}$$

2) Même état initial, m. état final après refroidissement: $PV = nRT$ lgs. vrai, donc m. valeurs.

3) Travail isotherme : $W = - \int_{V_i}^{V_f} p_{ext} dV$, avec $p_{ext} = p = \frac{nRT_0}{V}$ et $T = \text{cte}$ donc $\Rightarrow W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT_0 \frac{dV}{V}$

$\Rightarrow W = - nRT_0 \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$ et $p_0(V_0 + V_p) = nRT_0$

$\Rightarrow W = p_0(V_0 + V_p) \ln(1.4) = 235 \text{ J}$

4) a- Chg. brutal \Rightarrow suffisamment rapide pour négliger les transferts thermiques, soit $Q=0$. On a l'gs. $p = p_{ext}$.

b- GA adiabatique réversible $\Rightarrow PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte}$

Soit $T_1' V_1'^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow T_1' = T_0 \left(\frac{V_0 + V_p}{V_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

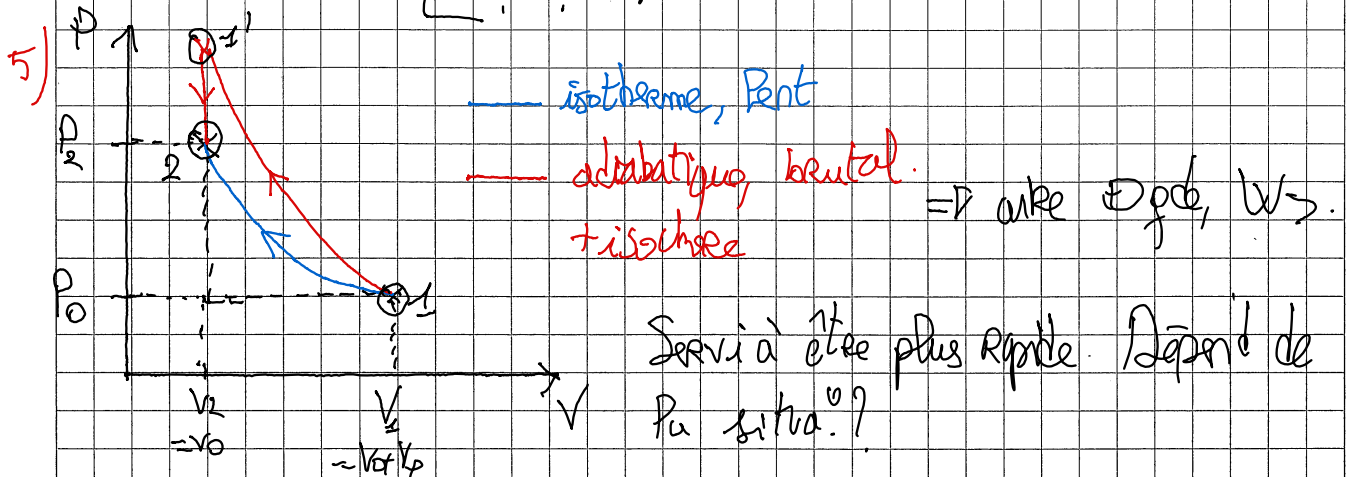
$\Rightarrow T_1' = T_0 (1.4)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ avec $\begin{cases} T_0 = 300 \text{ K} \\ \gamma = 1.4 \\ \gamma = 1.4 \end{cases}$

$T_1' = 343 \text{ K}$

A.N:

c- 1' \rightarrow 2 isochore, donc $W_{12} = 0$: on cherche $W_{11'}$. Or, $Q_{11'} = 0$ donc $\Delta U_{11'} = W_{11'}$. De plus, $\Delta U_{11'} = C_V (T_1' - T_0)$ et $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$. Or, $p_0(V_0 + V_p) = nRT_0$, soit $nR = \frac{p_0(V_0 + V_p)}{T_0}$; ainsi,

$W_{11'} = \frac{p_0(V_0 + V_p)}{T_0(\gamma-1)} (T_1' - T_0) = 251 \text{ J}$



III/1) a- Isolation $\Rightarrow \Delta H = Q$: pas d'échange avec l'extérieur $\Rightarrow Q_{\text{ext}} = 0$

$$\Delta H = 0$$

b- $\Delta H = \Delta H_{\text{eau solide}} + \Delta H_{\text{eau liquide}} + \Delta H_{\text{calo}}$

$$\Leftrightarrow 0 = mc(T_0 - T_f) + mc(T_f - T_1) + C(T_0 - T_f)$$

$$\Leftrightarrow C = mc \left(\frac{T_1 - T_f}{T_0 - T_f} - 1 \right)$$

avec $m = 400 \text{ g} = 400 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$$T_f = 353 \text{ K}$$

$$T_0 = 283 \text{ K}$$

$$T_1 = 346 \text{ K}$$

$$c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

A.N.: $C = 226 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

c- $C = \mu c \Leftrightarrow \mu = \frac{C}{c}$ avec

$$C = 226 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

A.N.: $\mu = 54 \text{ g}$

d- En réalité, $Q \neq 0$: $T_f \xrightarrow[t \rightarrow 0]{} T_0$

2) a- $\Delta H = W_{\text{autre}} + Q = W_{\text{gén}} \cdot \Delta R$, $P = \frac{W_{\text{gén}}}{\tau} \Leftrightarrow W_{\text{gén}} = P \cdot \tau$

De plus, $\Delta H = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{glac}} + \Delta H_{\text{calo}}$

b- $\Leftrightarrow P \cdot \tau = (T_f' - T_0) (mc + m_g c_g + C)$

$$\Leftrightarrow m_g c_g = \frac{P \tau}{T_f' - T_0} - mc - C$$

$$\Leftrightarrow c_g = \frac{P \tau}{m_g (T_f' - T_0)} - \frac{cm}{m_g} - \frac{C}{m_g}$$

c- A.N.: $c_g = 467 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$P = 350 \text{ W} = 350 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\tau = 30 \text{ s}$$

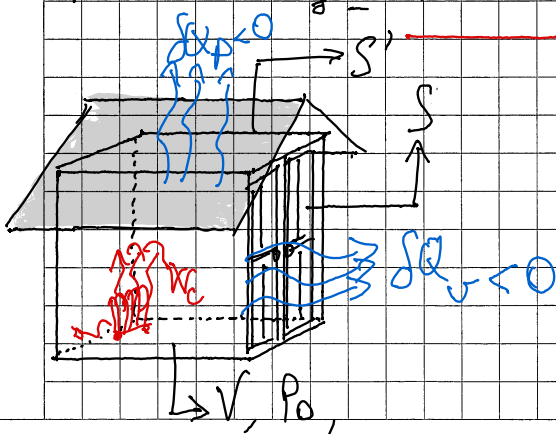
$$m_g = 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m = 400 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$T_f' - T_0 = 14,8 \text{ K}$$

IV/



Les pertes thermiques par la vitre et le toit sont des pertes, donc correspondent à des $S_Q < 0$ du point de vue du gaz.

$$1) P_0 V = n R T_{i,c} \Leftrightarrow n = \frac{P_0 V}{R T_{i,c}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P_0 = 1.10^5 \text{ Pa} \\ V = 45 \text{ m}^3 \\ R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1} \\ T_{i,c} = 292 \text{ K} \end{cases}$$

$$\text{A.N.: } n = 2,9.10^3 \text{ mol}$$

Par défini^o: $C_{v,m} = \frac{C_v}{n}$, donc $C_v = n C_{v,m}$ A.N.: $C_v = 39 \text{ kJ.K}^{-1}$

2) Le volume de la véranda étant fixé, il n'y a pas de W_{pression} .
Le radiateur compense les pertes si la température est constante, donc si $dU = C_v dT = 0$

$$\text{Or, } dU = \delta W_{\text{radia}} + \delta Q = 0 \Leftrightarrow \delta W_{\text{radia}} = -(\delta Q_p + \delta Q_r)$$

Une puissance est une énergie / travail divisé par un temps $\left[\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} = \text{J.s}^{-1} \right]$

$$\text{On a donc } P_c = \frac{\delta W}{dt} \text{ et, comme } \delta Q_p < 0, \quad \delta Q_p = -P_p dt \quad \left| \quad \delta Q_r = -P_r dt \right.$$

$$\text{Ainsi, (1) } \Leftrightarrow P_c dt = (P_p + P_r) dt$$

$$\Leftrightarrow P_c = P_p + P_r$$

$$\Leftrightarrow P_c = (g_0 S + g_p S') (T_{i,c} - T_e)$$

Remarque: Les ex^o de P_r et P_p montrent qu'il n'y a pas de suite si $T_i = T_e$, logique, et P_r et $P_p \propto S$ et S' , logique.
proportionnels à

$$\text{A.N.: } P_c = 8,6.10^2 \text{ W}$$

3) $t=0 \Rightarrow$ arrêt du chauffage ; $t_1 \Rightarrow$ retour ds. la véranda

a- Ici aussi, $dV=0$ donc $\delta W_{\text{pre}} = 0$: il n'y a que les pertes thermiques, $dU = \delta Q \Leftrightarrow C_v dT_i = -(P_p + P_r) dt$.

$$\Leftrightarrow C_v \frac{dT_i}{dt} = -(g_0 S (T_i - T_e) + g_p S' (T_i - T_e))$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT_i}{dt} + \frac{(g_0 S + g_p S')}{C_v} T_i = \frac{g_0 S + g_p S'}{C_v} T_e$$

On reconnaît une eq. diff. linéaire d'ordre 1, à on peut introduire un temps caractéristique :

$$\frac{dT_i}{dt} + \frac{T_i}{\tau} = \frac{T_e}{\tau}$$

$$\text{avec } \tau = \frac{C_v}{g_p S + g_p S'}$$

$$\text{A.N.: } \tau = 410.40^2 \text{ s.}$$

b- Sol^o. particulière: $T_{ip} = T_e$

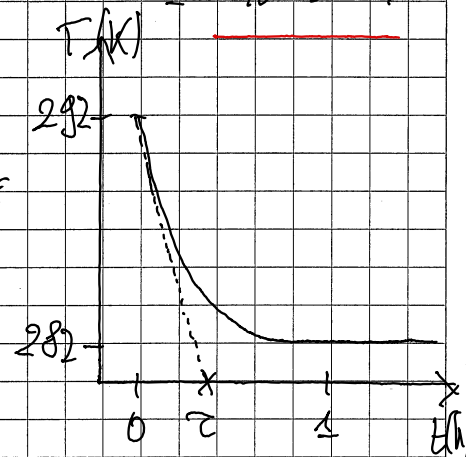
Sol^o. homogène: $T_{ih} = K e^{-t/\tau}$

Sol^o. totale: $T_i = T_e + K e^{-t/\tau}$

Condi^o. initiale: $T_i(0) = T_{i,c}$

$$\Rightarrow T_{i,c} = T_e + K$$

$$\Rightarrow K = T_{i,c} - T_e$$



Ainsi,

$$T_i(t) = T_e + (T_{i,c} - T_e) e^{-t/\tau}$$

On a bien une exponentielle décroissante, avec $\tau = 4100 \text{ s.}$

On sait donc qu'à $t = 5\tau$, on aura $T_i \approx T_e$; soit pour $t = 2000 \text{ s.}$ Comme $t_s = 3 \text{ h} = 10800 \text{ s,}$ on aura bien envie de penser que la température de la pièce pour revenir à la température extérieure.

4) On rajoute le chauffage: $dU = \dot{Q}_{\text{rad,em}} + \dot{Q}_c$

$$\Rightarrow \frac{dT_i}{dt} + \frac{T_i}{\tau} = \frac{T_e}{\tau} + \frac{\dot{Q}_{c,m}}{C_v}$$

En prenant $t \rightarrow 0$ / on rajoute le radiateur à $\dot{Q}_{c,m,\text{max}}$, on a Résult: sol^o. part: $T_{i,p} = T_e + \frac{\tau}{C_v} \dot{Q}_{c,m}$

sol. homogène: $T_{ih} = K'e^{-t/\tau}$

sol. totale: $T_i = T_e + \frac{\tau}{C} P_{cm} + K'e^{-t/\tau}$

C.I.: $T_i(0) = T_e$

$\Leftrightarrow K' + \frac{\tau}{C} P_{cm} = 0 \Leftrightarrow K' = -\frac{\tau}{C} P_{cm}$

Ainsi, $T_i = T_e + \frac{P_{cm}}{g_0 S + g_0 S'} (1 - e^{-t/\tau})$

On retrouve bien une exponentielle croissante. On trouve t_2 tel que $T_i(t_2) = T_{ic}$

$\Leftrightarrow T_e + \frac{P_{cm}}{P_c} (T_{ic} - T_e) (1 - e^{-t_2/\tau}) = T_{ic}$

$\Leftrightarrow \frac{P_{cm}}{P_c} (T_{ic} - T_e) (1 - e^{-t_2/\tau}) = T_{ic} - T_e$

$\Leftrightarrow 1 - e^{-t_2/\tau} = \frac{P_c}{P_{cm}}$

$\Leftrightarrow e^{-t_2/\tau} = 1 - \frac{P_c}{P_{cm}}$

$\Leftrightarrow -\frac{t_2}{\tau} = \ln \left(\frac{P_{cm} - P_c}{P_{cm}} \right)$

$\Leftrightarrow t_2 = \tau \ln \left(\frac{P_{cm}}{P_{cm} - P_c} \right)$

A.N.: $t_2 = 2,9 \cdot 10^2 \text{ s}$
 $\approx \underline{\underline{3 \text{ min } 50 \text{ s}}}$

