Contrôle de connaissances 11

Électrocinétique en RSF : oscillateurs

/20 $\boxed{1}$ Étude de la résonance en intensité pour le circuit RLC série en RSF : établir l'expression de $\underline{I}$, donner son amplitude réelle $I(\omega)$. Déterminer sa pulsation de résonance. Étudier sa phase. Tracer $I(\omega)$ et $\arg(\underline{I}(\omega))$ pour plusieurs facteurs de qualité (au moins 2).

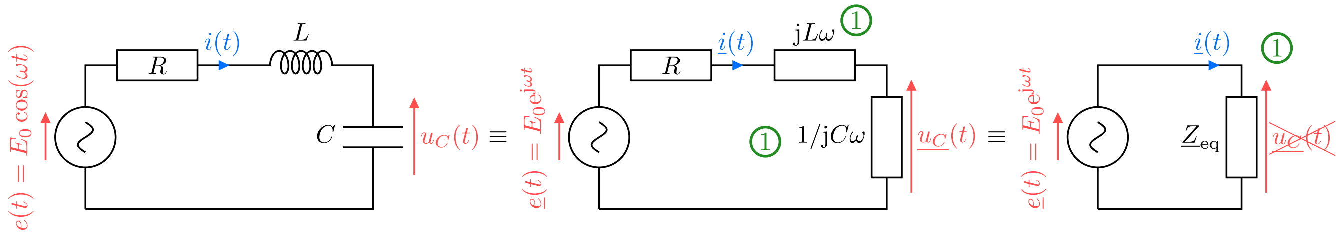

Figure 11.1 – Circuit RLC série et équivalences.

$\boxed{\text{Amplitudes complexe et réelle}}$

$$
\begin{aligned}
E_0 = \underline{Z}_{eq}\underline{I} &= \left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)\underline{I} && \text{On isole}\\
\Leftrightarrow \underline{I} &= \frac{E_0}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)} && \text{On factorise par } R\\
\Leftrightarrow \underline{I} &= \frac{E_0/R}{1 + j\left(\dfrac{L}{R}\omega - \dfrac{1}{RC\omega}\right)}
\end{aligned}
$$

De plus,

$$
\boxed{\frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}} \quad \text{et} \quad Q\omega_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{\cancel{L}}{C}}\frac{1}{\sqrt{\cancel{L}C}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{RC} = Q\omega_0}
$$

$$
\Rightarrow \underline{I} = \frac{E_0/R}{1 + j\left(\dfrac{Q\omega}{\omega_0} - \dfrac{Q\omega_0}{\omega}\right)} \Leftrightarrow \boxed{\underline{I} = \frac{E_0/R}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}}
$$

$$
\Rightarrow \boxed{I(\omega) = |\underline{I}| = \frac{E_0/R}{\sqrt{1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}}
$$

$\boxed{\text{Pulsation de résonance et phase}}$

On trouve le maximum de cette amplitude quand le dénominateur est minimal, c'est-à-dire

$$
I(\omega_r) = I_{\max} \Leftrightarrow 1 + Q^2\left(\frac{\omega_r}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_r}\right)^2 \text{ minimal}
$$

$$
\Leftrightarrow Q^2\left(\frac{\omega_r}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_r}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\omega_r = \omega_0}
$$

Pour la phase :

$$
\varphi_i = \underbrace{\arg(\cancel{E_0/R})}_{=0} - \arg\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)
$$

$$
\Leftrightarrow \boxed{\tan\varphi_i = -Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{avec} \quad \boxed{\varphi_i \in \left]-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right[}
$$

puisque $\cos\varphi_i > 0$ (la partie réelle est positive).

$$
\left\{
\begin{aligned}
\tan\varphi_i \xrightarrow[\omega\to0^+]{} +\infty &\Rightarrow \boxed{\varphi_i \xrightarrow[\omega\to0^+]{} +\frac{\pi}{2}}\\
\tan(\varphi_i(\omega_0)) = 0 &\Rightarrow \boxed{\varphi_i(\omega_0) = 0}\\
\tan\varphi_i \xrightarrow[\omega\to+\infty]{} -\infty &\Rightarrow \boxed{\varphi_i \xrightarrow[\omega\to0^+]{} -\frac{\pi}{2}}
\end{aligned}
\right.
$$

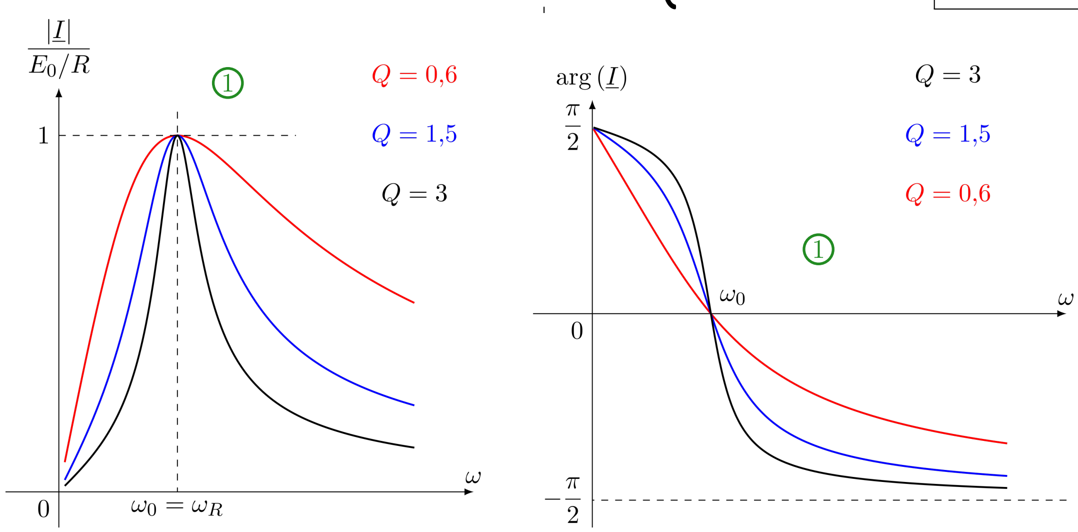

Figure 11.2 – Amplitude et phase en fonction de Q pour $\underline{I}$ en RLC série.