

Sujet 1 – corrigé

I Compression isotherme d'une vapeur d'eau

Un récipient de volume initial $V_i = 3,0 \text{ L}$ contient seulement $m = 1,0 \text{ g}$ d'eau à la température $t_0 = 100^\circ\text{C}$. On donne la pression de vapeur saturante à t_0 , $P_v = 1,0 \text{ atm}$, l'enthalpie massique de vaporisation $\Delta h_{\text{vap}} = 2,26 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ à la température t_0 . On considère la vapeur d'eau sèche comme un gaz parfait.

Par déplacement réversible d'un piston, on réalise sur ce système une compression isotherme réversible jusqu'au volume final $V_f = 1,0 \text{ L}$.

On donne

$$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad ; \quad M_{\text{eau}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

1. Préciser la composition du système dans les états initial et final.

Réponse :

On suppose que l'eau est initialement sous forme de vapeur sèche. Cette hypothèse est vraie si la pression du système $P_i < P_v$.

On calcule P_i dans l'hypothèse d'un gaz parfait

$$P_i = \frac{mRt_0}{M_{\text{eau}}V_i} = \frac{1 \times 8,314 \times 373}{18 \times 3 \cdot 10^{-3}} = 57 \times 10^3 \text{ Pa} = 0,57 \text{ atm}$$

On a bien $P_i < P_v$, donc l'hypothèse d'un système sous forme de vapeur sèche est juste.

Dans l'état final, si le système est sous forme de vapeur sèche alors on aurait

$$P_f = \frac{mRt_0}{M_{\text{eau}}V_f} = \frac{1 \times 8,314 \times 373}{18 \times 10^{-3}} = 1,7 \text{ atm}$$

On obtient $P_f > P_v$ donc l'hypothèse est fausse.

On suppose le système à l'équilibre liquide-vapeur. Alors $P_f = P_v$. D'après le théorème des moments, le titre massique en phase vapeur vaut :

$$x_v = \frac{v_M - v_l}{v_v - v_l}$$

Avec $v_M = V_f/m = 1,0 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, $v_v = \frac{Rt_0}{M_{\text{eau}}P_v} = 1,7 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_l \approx 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On peut négliger v_l devant v_M et v_v , alors

$$x_v \approx \frac{v_M}{v_v} = 0,58$$

L'état final est donc composé de $m_v = 0,58 \text{ g}$ de vapeur et de $m_l = 42 \text{ g}$ liquide.

2. Calculer le travail W et le transfert thermique Q reçus par le système.

Réponse :

La transformation étant réversible, elle se décompose en deux étapes :

- Compression isotherme réversible de la masse m de vapeur :

$$\{m, t_0, P_i, V_i\}_{\text{vap}} \xrightarrow[W_1, Q_1]{\text{isoth. rev.}} \{m, t_0, P_v, V_1\}_{\text{vap}}$$

La transformation subie par la vapeur assimilable à un gaz parfait étant isotherme, on peut écrire d'après le premier principe

$$\Delta U_1 = C_v \Delta T = 0 \quad \text{et} \quad \Delta U_1 = Q_1 + W_1$$

D'où $Q_1 = -W_1$.

On peut montrer que le travail des forces de pression dans le cas d'une transformation isotherme mécaniquement réversible d'un gaz parfait s'exprime

$$W_1 = nRt_0 \ln(P_i/P_v)$$

- La liquéfaction de la masse m_l de manière réversible à température t_0 et pression de changement d'état P_v :

$$\{m, t_0, P_v, V_1\}_{\text{vap}} \xrightarrow[W_2, Q_2]{\text{liquéfaction rev.}} \{(m_l, m_v), t_0, P_v, V_f\}_{\text{liq+vap}}$$

D'après le premier principe

$$\Delta H_2 = Q_2 \quad \text{et} \quad \Delta H_2 = m_l \Delta h_{\text{liq}} = -m_l \Delta h_{\text{vap}}$$

Lors de cette étape, le système total de masse m subit une compression réversible à la pression constante P_v du volume V_1 au volume final V_f . Ainsi l'expression du travail vaut

$$W_2 = - \int P_e dV = -P_v \int dV = -P_v(V_f - V_1) = -P_v V_f + nRt_0$$

On en déduit

$$Q = Q_1 + Q_2 = -nRt_0 \ln(P_i/P_v) - m_l \Delta h_{\text{vap}} = -95 \text{ kJ}$$

$$W = W_1 + W_2 = nRt_0 \ln(P_i/P_v) - P_v V_f + nRt_0 = -24 \text{ J}$$

Sujet 2 – corrigé

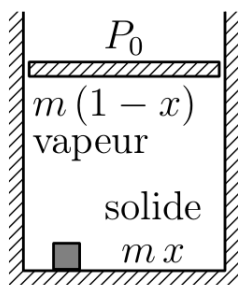
I Un glaçon et de la vapeur d'eau

On considère une enceinte calorifugée et maintenue à pression constante $P_0 = 1,0 \text{ bar}$. Initialement l'enceinte contient une masse $(1 - \alpha)m$ de vapeur d'eau à la température d'ébullition de l'eau sous la pression P_0 , soit $T_{\text{eb}} = 373 \text{ K}$. On introduit dans l'enceinte un glaçon de masse αm dont la température initiale est la température de fusion de l'eau solide sous la pression P_0 , soit $T_{\text{fus}} = 273 \text{ K}$. La masse totale d'eau dans l'enceinte est donc égale à m .

1. Expliquer qualitativement ce qui va se passer dans l'enceinte. On pourra s'aider d'un schéma.

Réponse :

Il va y avoir des transferts thermiques entre la glace froide et la vapeur chaude. La glace étant à sa température de fusion, une partie de la glace va fondre alors qu'une partie de la vapeur va se liquéfier. Dans l'état final, il y aura donc de l'eau liquide.



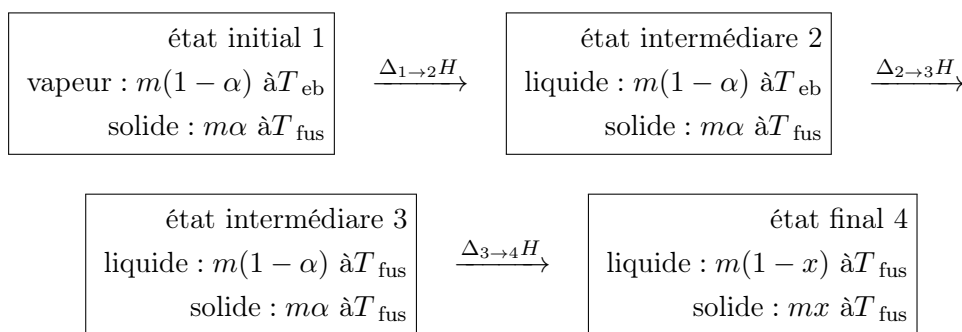
La transformation était isobare, nous utiliserons l'enthalpie.

2. Déterminer la composition du système dans l'état final lorsque la température finale est égale à T_{fus} . Montrer qu'un tel état final n'est possible que si α est supérieur à une valeur minimale α_{min} à préciser.

Réponse :

Si la température finale est T_{fus} , cela signifie que la composition finale est un mélange de glace et d'eau liquide. Toute la vapeur a été liquéfiée. On appelle x la fraction massique de glace à l'état final et $(1 - x)$ celle d'eau liquide à l'état final.

On peut alors choisir une succession de transformations fictives qui conduisent à cet état final car l'enthalpie est une fonction d'état (elle ne dépend que de l'état initial et de l'état final).



En utilisant le premier principe de la thermodynamique lors de cette transformation calorifugée isobare avec l'enthalpie qui est une fonction d'état :

$$\Delta_{1 \rightarrow 4} H = 0 = \Delta_{1 \rightarrow 2} H + \Delta_{2 \rightarrow 3} H + \Delta_{3 \rightarrow 4} H.$$

Lors de ces différentes transformations fictives :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} H = -m(1 - \alpha)l_{\text{vap}} \quad ; \quad \Delta_{2 \rightarrow 3} H = mc(1 - \alpha)(T_{\text{fus}} - T_{\text{eb}}) \quad ; \quad \Delta_{3 \rightarrow 4} H = m(\alpha - x)l_{\text{fus}}.$$

On trouve alors :

$$0 = -m(1 - \alpha)l_{\text{vap}} + mc(1 - \alpha)(T_{\text{fus}} - T_{\text{eb}}) + m(\alpha - x)l_{\text{fus}},$$

et donc au final :

$$x = \frac{(1 - \alpha)(cT_{\text{fus}} - cT_{\text{eb}} - l_{\text{vap}})}{l_{\text{fus}}} + \alpha = \frac{cT_{\text{fus}} - cT_{\text{eb}} - l_{\text{vap}} + \alpha(cT_{\text{eb}} - cT_{\text{fus}} + l_{\text{vap}} + l_{\text{fus}})}{l_{\text{fus}}}.$$

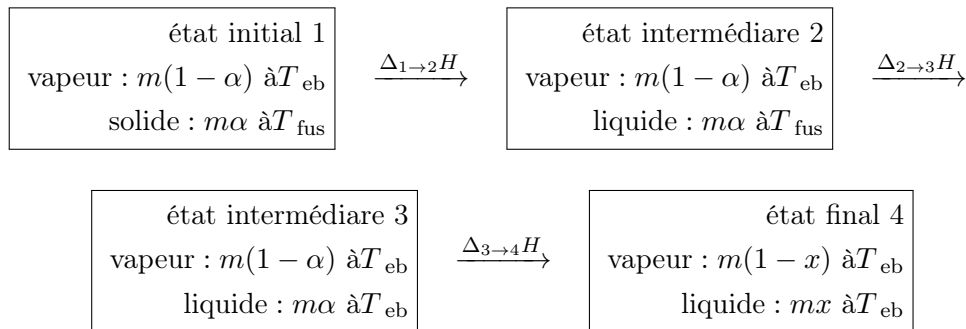
Ce raisonnement n'a de sens que si $x > 0$; donc si :

$$\alpha \geq \frac{cT_{\text{eb}} - cT_{\text{fus}} + l_{\text{vap}}}{cT_{\text{eb}} - cT_{\text{fus}} + l_{\text{vap}} + l_{\text{fus}}} = \alpha_{\min} \approx 0,891\,732\,3$$

3. Déterminer la composition du système dans l'état final lorsque la température finale est égale cette fois à T_{eb} . Montrer qu'un tel état final n'est possible que si α est inférieur à une valeur maximale α_{\max} à préciser.

Réponse :

On effectue le même raisonnement mais avec cette fois la température finale qui est T_{eb} en découplant la transformation en une suite de transformations fictives :



Lors de ces différentes transformations fictives :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} H = m\alpha l_{\text{fus}} \quad ; \quad \Delta_{2 \rightarrow 3} H = mc\alpha(T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}}) \quad ; \quad \Delta_{3 \rightarrow 4} H = m(\alpha - x)l_{\text{vap}}.$$

On obtient :

$$0 = m\alpha l_{\text{fus}} + mc\alpha(T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}}) + m(\alpha - x)l_{\text{vap}} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\alpha l_{\text{fus}} + c\alpha(T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}})}{l_{\text{vap}}} + \alpha.$$

Finalement :

$$x = \alpha \times \frac{l_{\text{fus}} + l_{\text{vap}} + c(T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}})}{l_{\text{vap}}}.$$

Ce résultat n'a de sens que si

$$x \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha \leq \alpha_{\max} = \frac{l_{\text{vap}}}{l_{\text{fus}} + l_{\text{vap}} + c(T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}})} = 0,754\,593$$

4. Déterminer la température finale T du système dans l'état final lorsque $\alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max}$.

Réponse :

Si $\alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max}$, alors la température finale sera comprise entre la température d'ébullition et celle de fusion. Pour une pression $P_0 = 1$ bar, l'eau sera entièrement liquide (cf diagramme PT).

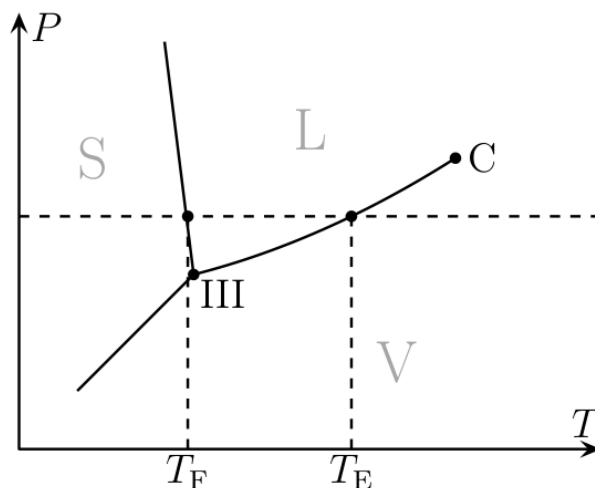
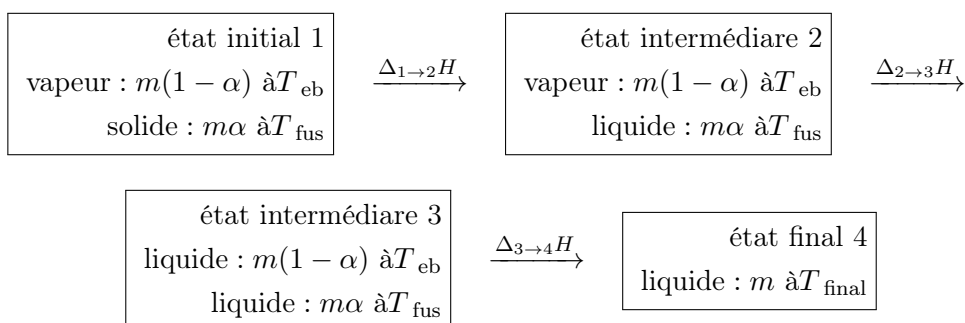


Figure 2.1: Diagramme PT de l'eau.

On peut alors considérer les transformations fictives suivantes :



Lors de ces différentes transformations fictives :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} H = m\alpha l_{\text{fus}} \quad ; \quad \Delta_{2 \rightarrow 3} H = -m(1 - \alpha)l_{\text{vap}}$$

$$\Delta_{3 \rightarrow 4} H = mc[(1 - \alpha)(T_{\text{final}} - T_{\text{eb}}) + \alpha(T_{\text{final}} - T_{\text{fus}})] .$$

On obtient donc :

$$m\alpha l_{\text{fus}} - m(1 - \alpha)l_{\text{vap}} + mc(1 - \alpha)(T_{\text{final}} - T_{\text{eb}}) + mc\alpha(T_{\text{final}} - T_{\text{fus}}) = 0.$$

Finalement :

$$T_{\text{final}} = \frac{(1 - \alpha)l_{\text{vap}} - \alpha l_{\text{fus}} + c[\alpha T_{\text{fus}} + (1 - \alpha)T_{\text{eb}}]}{c} = 339,890\text{K} .$$

5. La valeur numérique pour $\alpha = 0,8$ de la température finale est 339,89 K. Que pouvez-vous en conclure ?

Réponse :

La température finale est bien comprise entre celle de fusion et celle d'ébullition. L'hypothèse que tout le système est liquide est donc bien correcte.

Données.

- * enthalpie de vaporisation $l_{\text{vap}} = 2,3 \times 10^6 \text{ J/kg}$,
- * enthalpie de fusion $l_{\text{fus}} = 330 \cdot \text{kJ/kg}$,
- * capacité thermique de l'eau liquide $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Sujet 3 – corrigé

I Cuisson des frites (★★)

On plonge 300 g de frites (de pommes de terre ou de plantains selon les goûts) à température $T_{F0} = 0^\circ\text{C}$ dans un bain d'huile de 2,00 L à la température initiale $T_{H0} = 180^\circ\text{C}$.

Données. $c_{\text{huile}} = 4,80 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, $c_{\text{frite}} \approx c_{\text{eau}} = 4,20 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, $\rho_{\text{huile}} = 920 \text{ g/L}$.

Dans un premier temps, la température de l'ensemble s'homogénéise jusqu'à la valeur T_1 . On néglige les transferts thermiques avec l'extérieur durant cette transformation.

1. Déterminer l'expression de T_1 et effectuer l'application numérique.

Réponse :

On considère {frites + huile}, considéré comme un système isolé. On appelle 0 l'état initial et 1 le premier état d'équilibre proposés par l'exercice. Puisque le système est isolé, d'après le premier principe de la thermodynamique, son énergie interne ne varie pas :

$$\Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = 0.$$

L'énergie interne est une grandeur extensive (on dit aussi additive), donc :

$$\Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = \Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{frites}\}) + \Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{huile}\}).$$

Les frites et l'huile sont des phases condensées indilatables et incompressibles (dont les capacités thermiques ne dépendent pas de la température), donc :

$$\begin{aligned} \Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{frites}\}) &= m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} (T_1 - T_{F0}) \\ \Delta_{0 \rightarrow 1} U(\{\text{huile}\}) &= m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} (T_1 - T_{H0}). \end{aligned}$$

On a donc :

$$m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} (T_1 - T_{F0}) + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} (T_1 - T_{H0}) = 0,$$

c'est-à-dire :

$$T_1 = \frac{m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} T_{F0} + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} T_{H0}}{m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}}} = 430 \text{ K} = 158^\circ\text{C}.$$

Avec :

$$m_{\text{huile}} = \rho_{\text{huile}} V_{\text{huile}} = 1,84 \text{ kg}.$$

2. Déterminer et calculer l'entropie créée durant cette étape.

Réponse :

L'entropie étant une grandeur extensive (additive), la variation d'entropie de l'ensemble {frites + huile} est la somme des variations d'entropie des 2 sous-parties :

$$\Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = \Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{frites}\}) + \Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{huile}\}).$$

Les frites et l'huile sont des phases condensées indilatables et incompressibles, donc d'après le cours :

$$\Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{frites}\}) = m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{F0}} \right) \quad ; \quad \Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{huile}\}) = m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{H0}} \right).$$

Finalement, la variation d'entropie du système {frites + huile} est :

$$\Delta_{0 \rightarrow 1} S(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{F0}} \right) + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{H0}} \right).$$

Puisque le système {frites + huile} est isolé, alors il ne reçoit pas de transfert thermique de l'extérieur : la quantité d'entropie échangée lors de cette transformation entre le système {frites + huile} et l'extérieur est nul. On en déduit, d'après le second principe de la thermodynamique que :

$$S_{\text{créée}} = m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{F0}} \right) + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} \ln \left(\frac{T_1}{T_{H0}} \right) = 125 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Comme attendu, l'entropie créée durant cette étape est positive car cette transformation est irréversible.

Afin d'assurer la cuisson, la résistance électrique de la friteuse se remet à chauffer avec une puissance $P = 1500 \text{ W}$, elle s'éteint dès que la température atteint T_{H0} . On suppose que la température de la résistance est égale à celle de l'huile T_{H0} .

3. Déterminer la capacité thermique de l'ensemble { huile + frites }.

Réponse :

Puisque la capacité thermique est une grandeur extensive, la capacité thermique de l'ensemble {frites + huile} notée C_{HF} est :

$$C_{HF} = m_{\text{frite}} c_{\text{frite}} + m_{\text{huile}} c_{\text{huile}} = 1,0 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 10 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

4. Combien de temps la friteuse va-t-elle rester allumée ?

Réponse :

On note 2 l'état d'équilibre final et on applique le premier principe de la thermodynamique à l'ensemble {frites + huile} lors de la transformation entre l'état 1 et l'état 2 :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} U(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = Q,$$

où Q est le transfert thermique reçu par le système (et donc fourni par la résistance). Puisque la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance est P , alors le transfert thermique lors du chauffage d'une durée T est :

$$Q = P \Delta t.$$

On remarque que Q est bien positif : en effet, le système d'étude reçoit effectivement de l'énergie sous forme de transfert thermique. Enfin, le système {frites + huile} étant une phase condensée, il suit la première loi de Joule donc :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} U(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = C_{HF} (T_{H0} - T_1).$$

Finalement :

$$\Delta T = \frac{C_{HF} (T_{H0} - T_1)}{P} = 151 \text{ s} = 2,5 \text{ min}.$$

5. Déterminer et calculer l'entropie créée durant cette étape.

Réponse :

Puisque le système {frites + huile} est une phase condensée :

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} S(\{\text{frites} + \text{huile}\}) = C_{HF} \ln \left(\frac{T_{H0}}{T_1} \right).$$

Le système {frites + huile} échange une quantité d'entropie avec la résistance :

$$S_{\text{ech}} = \frac{Q}{T_{H0}} = \frac{C_{HF}(T_{H0} - T_1)}{T_{H0}}.$$

D'après le second principe de la thermodynamique appliqué lors de la transformation entre les états 1 et 2 :

$$S_{\text{créée}} = \Delta_{1 \rightarrow 2} S(\{\text{frites} + \text{huile}\}) - S_{\text{ech}}.$$

On trouve alors :

$$S_{\text{créée}} = C_{HF} \ln \left(\frac{T_{H0}}{T_1} \right) - \frac{C_{HF}(T_{H0} - T_1)}{T_{H0}} = 13 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

L'entropie créée est positive : la transformation est irréversible à cause d'une irréversibilité thermique : la résistance qui est en contact avec le système peut être considérée comme un thermostat car sa température ne change pas et le système a toujours une température différente de celle de ce thermostat (sauf au moment de l'état final).

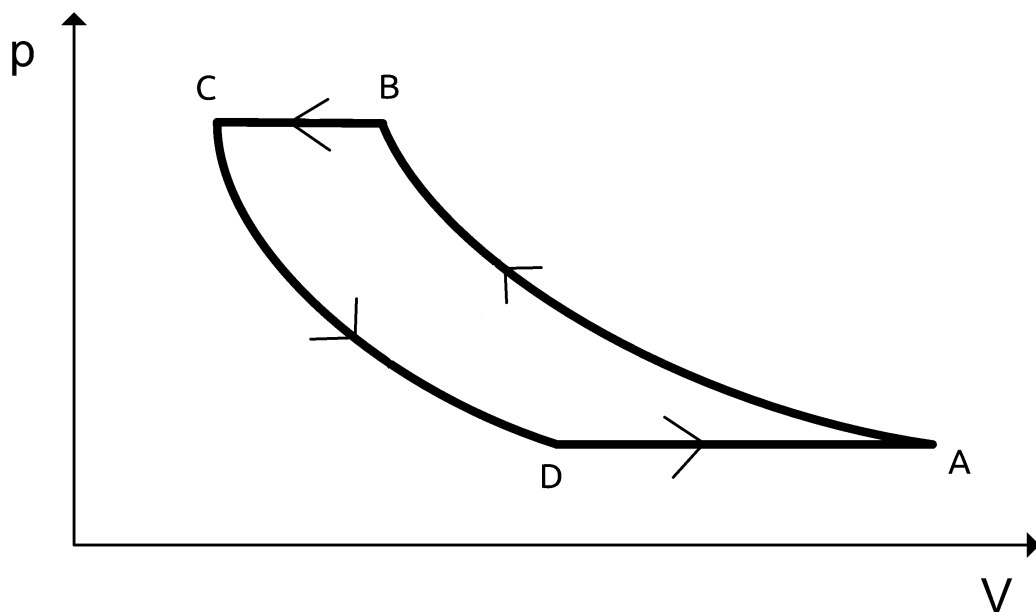
Sujet 4 – corrigé

I Pompe à chaleur d'un gaz parfait

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A à la température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression P_1 . L'air est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C . L'air est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression P_0 . Il se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial. L'air est considéré comme un gaz parfait de rapport des capacités thermiques $\gamma = 1,4$ indépendant de la température. On pose $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$ et $\alpha = \frac{P_1}{P_0}$. On prendre $T_0 = 283\text{K}$, $T_1 = 298\text{K}$, $\alpha = 5$ et $R = 8,31\text{J} \cdot \text{K}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

1. Représenter le cycle parcouru par les gaz dans un diagramme (P, v) .

Réponse :



2. Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des lois de Laplace. Donner la loi de Laplace relative à la pression et la température, et la réécrire en fonction de β .

Réponse :

Pour appliquer la loi de Laplace, il faut :

- que le système soit un gaz parfait
- que la transformation soit isentropique.

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cst.}$$

Avec la notation de l'exercice, on peut écrire cette relation :

$$TP^{-\beta} = \text{cst'}.$$

3. En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0 , T_1 , α et β .

Réponse :

On applique donc la loi de Laplace lors des deux transformations adiabatiques réversibles :

$$T_0 P_0^{-\beta} = T_B P_1^{-\beta} \quad ; \quad T_1 P_1^{-\beta} = T_D P_0^{-\beta}.$$

On trouve :

$$\boxed{T_B = T_0 \alpha^\beta} \quad ; \quad \boxed{T_D = T_1 \alpha^{-\beta}}.$$

4. Exprimer l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction des transferts thermiques.

Réponse :

L'efficacité de la pompe à chaleur est :

$$e = \frac{|Q_c|}{|W|} = \frac{-Q_{BC}}{W}.$$

En appliquant le premier principe de la thermodynamique sur un cycle (puisque l'énergie interne est une fonction d'état) :

$$W + Q_{BC} + Q_{DA} = 0.$$

Finalement

$$\boxed{e = \frac{1}{1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}}}.$$

5. En déduire l'expression de e en fonction de α et β . Donner sa valeur numérique.

Réponse :

On peut appliquer le premier principe de la thermodynamique aux transformations BC et DA qui sont isobares :

$$\Delta_{BC}H = Q_{BC} \quad ; \quad \Delta_{DA}H = Q_{DA}.$$

Puisque le système est un gaz parfait :

$$\Delta_{BC}H = C_p(T_C - T_B) \quad ; \quad \Delta_{DA}H = C_p(T_A - T_D).$$

Finalement :

$$\frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = \frac{T_0 - T_1 \alpha^{-\beta}}{T_1 - T_0 \alpha^\beta} = \boxed{-\alpha^{-\beta}}.$$

L'efficacité est donc :

$$\boxed{e = \frac{1}{1 - \alpha^{-\beta}} = 2,7}.$$

Sujet 5 – corrigé

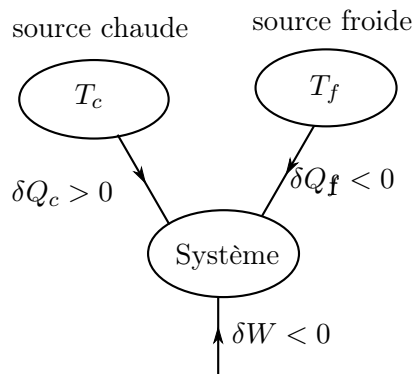
I Moteur ditherme fonctionnant avec des pseudo-sources

Soit un moteur réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité thermique, $C = 4,0 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, dont les températures initiales respectives sont $T_{f,0} = 10^\circ\text{C}$ et $T_{c,0} = 100^\circ\text{C}$. Ces températures ne sont pas maintenues constantes.

- Donner le schéma de principe de ce moteur au cours d'un cycle en indiquant par des flèches le sens des échanges de chaleur et de travail. On désignera par T_c la température de la source chaude et par T_f celle de la source froide. On définira des échanges énergétiques élémentaires δQ_c , δQ_f et δW . On pourra supposer les températures des sources constantes au cours d'un cycle.

Réponse :

On note les échanges comme des échanges élémentaires au cours d'un cycle, car ces grandeurs évoluent entre chaque cycle. Par convention, ce sont des grandeurs algébriques reçues par le système.



- Exprimer la température T des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner en fonction de $T_{f,0}$ et $T_{c,0}$. Il sera utile d'appliquer le second principe au système subissant N cycles jusqu'à l'arrêt du moteur. Calculer T .

Réponse :

Le moteur s'arrête quand les températures des deux sources sont égales $T_{c,f} = T_{f,f} = T$.

- second principe appliqué au système Σ au cours d'un cycle réversible :

$$dS = 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f}$$

On a supposé les températures des deux sources constantes au cours d'un cycle.

- premier principe appliqué sur la source chaude au cours d'un cycle :

$$dU_c = -\delta Q_c = C dT_c \quad \Rightarrow \quad \delta Q_c = -C dT_c > 0 \quad \text{car} \quad dT_c < 0$$

- premier principe appliqué sur la source froide au cours d'un cycle :

$$dU_f = -\delta Q_f = C dT_f \quad \Rightarrow \quad \delta Q_f = -C dT_f \quad \text{car} \quad dT_f > 0$$

- On remplace dans l'expression du second principe, et on intègre au cours des N cycles :

$$dS = 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \quad \Rightarrow \quad \frac{dT_c}{T_c} + \frac{dT_f}{T_f} = 0$$

$$\int_{T_{c,0}}^T \frac{dT_c}{T_c} + \int_{T_{f,0}}^T \frac{dT_f}{T_f} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ln \left(\frac{T^2}{T_{c,0} T_{f,0}} \right) = 0$$

$$T = \sqrt{T_{c,0} T_{f,0}} = 325 \text{ K}$$

3. Exprimer le travail reçu W par ce moteur jusqu'à son arrêt en fonction de C , T , $T_{f,0}$ et $T_{c,0}$. Calculer W et interpréter le signe.

Réponse :

On applique le premier principe au système sur N cycles :

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \quad \Rightarrow \quad W = -(Q_c + Q_f)$$

$$W = C(2T_f - T_{c,0} - T_{f,0}) = -2,5 \times 10^6 \text{ J} < 0$$

Le travail reçu par le système est négatif. C'est bien un moteur !

4. Exprimer, puis calculer le rendement global η . Comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources restaient constantes.

Réponse :

Expression du rendement :

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} = \frac{2T - T_{c,0} - T_{f,0}}{T_f - T_{c,0}} = 13\%$$

Rendement maximal de Carnot :

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_{f,0}}{T_{c,0}} = 24\%$$

Bien que les cycles soient réversibles, le fait que les sources ne soient pas des thermostats diminue le rendement.