Chapitre 10

Systèmes soumis à une excitation sinusoïdale

I Système linéaire

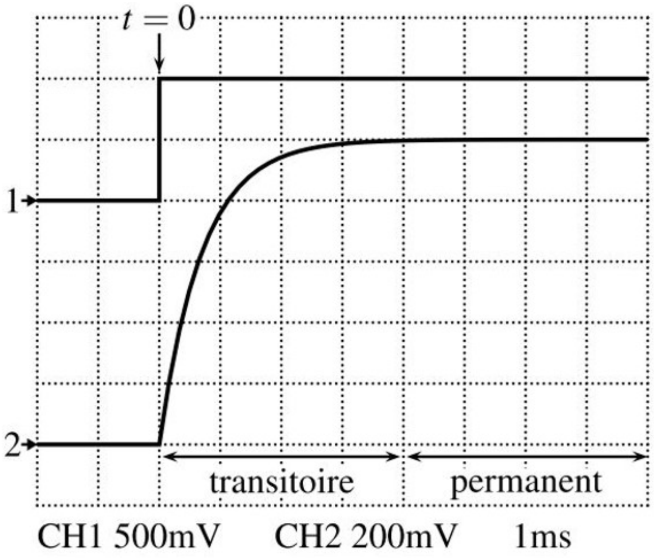
A Définition

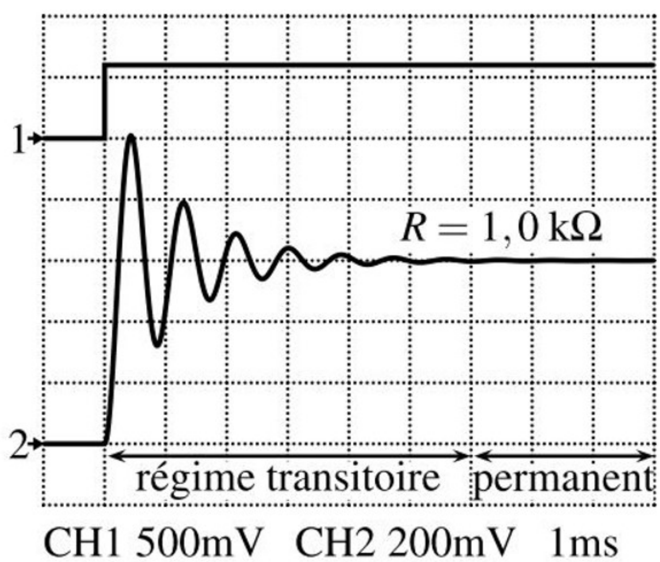
Un système linéaire est un système physique dont le **comportement peut être décrit par une équation différentielle linéaire**. Le comportement d'un système est le lien qui peut être fait entre son signal d'entrée et son signal de sortie.

Nous avons vu des systèmes linéaires d'ordre 1 et 2.

B Qu'avons nous déjà vu ?

Pour le moment, nous avons étudié la réponse (c'est-à-dire la forme de la sortie du système) de systèmes linéaires d'ordre 1 et 2 soumis à une modification rapide de l'entrée (régime libre et réponse indicielle).





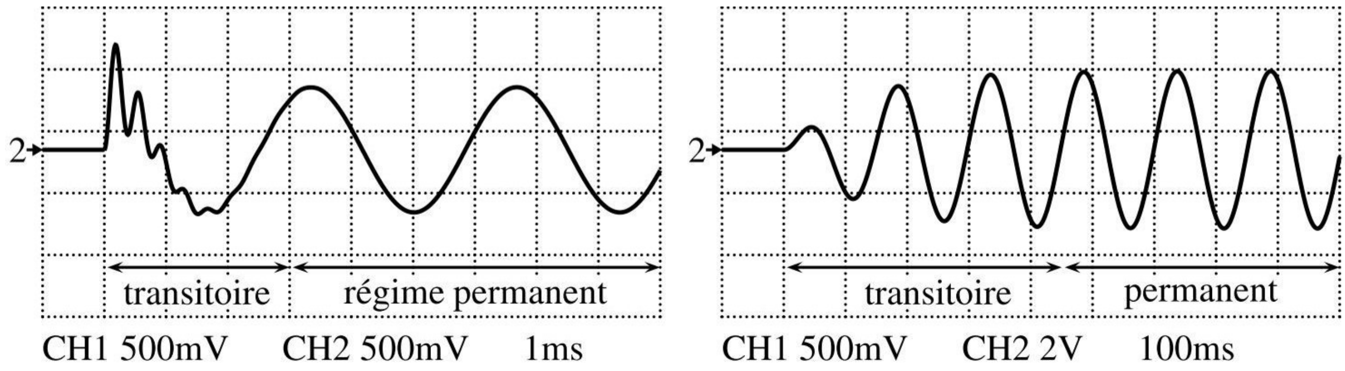
(gauche) Réponse indicielle d'un premier ordre. (droite) Réponse indicielle d'un second ordre (régime pseudo-périodique).

Comme nous l'avons vu, la sortie est composé d'un **transitoire** (de durée variable) et d'un **régime permanent** qui commence à la fin du transitoire et qui a cours jusqu'à une nouvelle modification de l'entrée.

TRES IMPORTANT : Le régime permanent est continu car l'entrée est continue.

C Qu'allons-nous étudier ?

L'entrée du système est maintenant sinusoïdale de la forme :



Doc 2 : Réponse d'un système du second ordre à une excitation sinosoïdale de fréquence f (l'excitation étant nulle pour $t < 0$). (gauche) $f = 300$ Hz, $f_0 = 2,7$ kHz et $Q = 5$ (droite) $f = 6,6$ Hz, $f_0 = 7$ Hz et $Q = 2,5$.

En sortie, on obtient alors :
un transitoire (de durée variable) + un permanent **sinusoïdal** (car l'entrée est ici sinusoïdale).

Remarque :

1. Comme déjà vu, un régime continu est permanent mais un régime permanent n'est pas nécessairement continu.
2. L'allure du transitoire dépend de l'écart entre f et f_0 sachant que la durée caractéristique des variations durant le transitoire est en $1/f_0$.

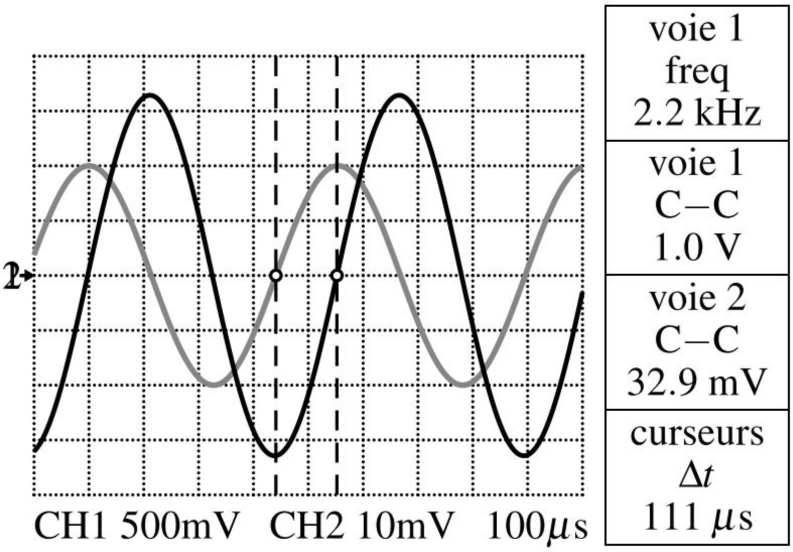
Dans ce chapitre, seul le régime permanent sinusoïdal est étudié. On ne s'intéressera pas au transitoire. On suppose donc que l'entrée sinusoïdale est allumée depuis une durée suffisamment longue. On parle souvent de **régime sinusoïdal forcé** pour qualifier ce régime, c'est-à-dire que la forme de la sortie est imposée (forcée) par une entrée sinusoïdale.

D Forme de la réponse d'un système linéaire

Pour un système **linéaire** soumis à une **entrée sinusoïdale** de la forme $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, la sortie en **régime permanent sinusoïdal** sera de la forme :

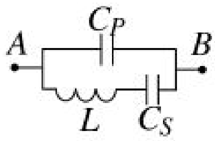
La fréquence de la sortie est égale à la fréquence de l'entrée. Déterminer la réponse $s(t)$ du système en régime permanent sinusoïdal revient à déterminer uniquement l'**amplitude** S_0 et le **déphasage** φ.

Figures chapitre 14



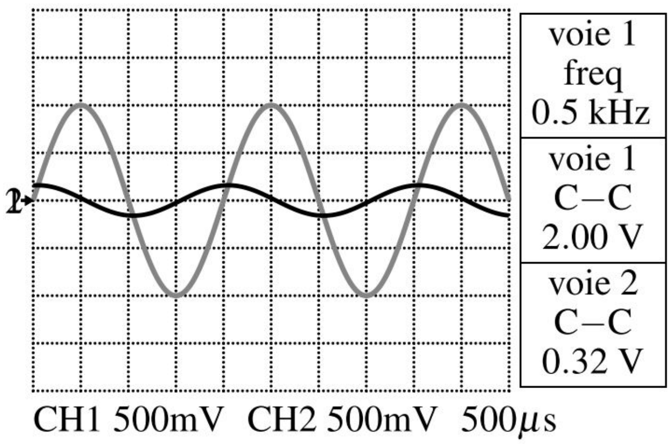
Doc 3 : Réponse en régime permanent sinusoïdal d'un système du premier ordre. L'entrée $e(t)$ est en gris, la sortie $s(t)$ en noire.

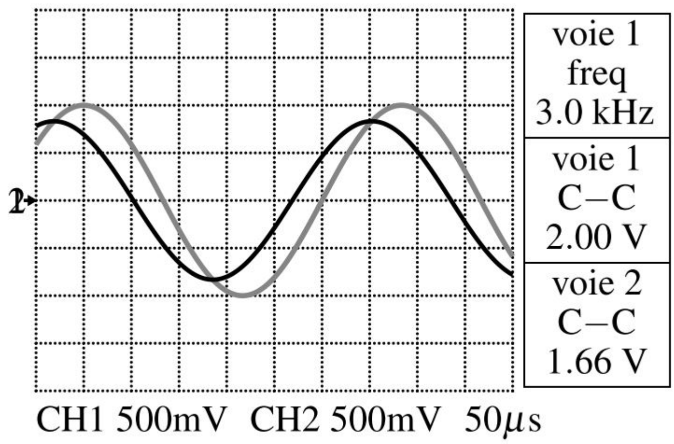
Le schéma électrique simplifié d'un quartz est donné sur la figure ci-dessous. On néglige sa résistance R. On donne $L = 500$ mH ; $C_S = 0,08$ pF et $C_P = 8$ pF.

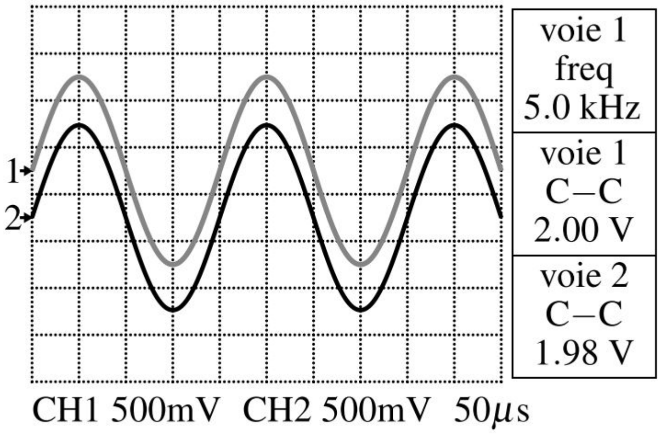


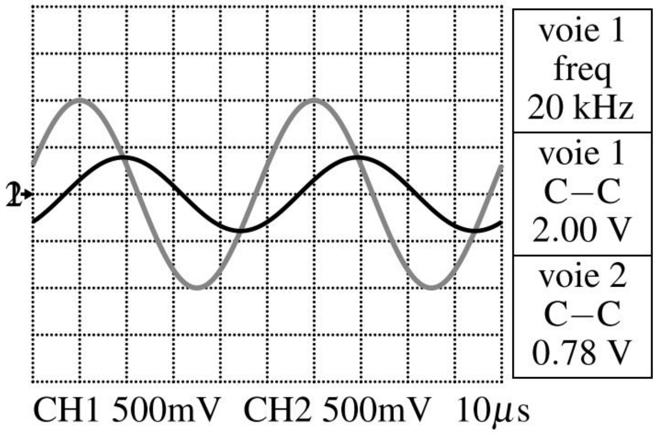
1. **a.** Calculer l'impédance complexe du quartz vue entre les bornes A et B et la mettre sous la forme : $\underline{Z}_{AB} = \left(-\frac{j}{\alpha\omega}\right)\dfrac{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_a^2}}$, où j est le nombre complexe tel que $j^2=-1$, et α, ω_r et ω_a sont à déterminer. Montrer aussi que $\omega_a^2 > \omega_r^2$.

Doc 4 : Exercice impédance équivalente









Doc 5 : Réponse en régime permanent sinusoïdal d'un système du second ordre (RLC série). L'entrée $e(t)$ est en gris, la sortie $u_{\mathrm{R}}(t)$ en noire. De gauche à droite et de bas en haut, la fréquence d'excitation est progressivement augmentée : $f = 0,5$ kHz, $f = 3,0$ kHz, $f = 5,0$ kHz et $f = 20$ kHz.

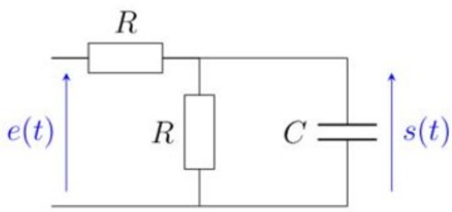
Exercice : détermination d'une fonction de transfert

On étudie le circuit suivant

1 Déterminer l'équation différentielle reliant $e(t)$ et $s(t)$.

2 La tension d'entrée est $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. En utilisant la notation complexe, déterminer $\underline{s}$ en fonction de $\underline{e}$. En déduire l'amplitude et le déphasage de $s(t)$ par rapport à $e(t)$.

3 Tracer $s(t)$ dans le cas où on travaille en basse ou haute fréquence.



Programme officiel

- Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.
- Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
- Association de deux impédances. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
- Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.
- Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé en intensité ou en vitesse.