

# TD d'application : Cinématique et dynamique du point

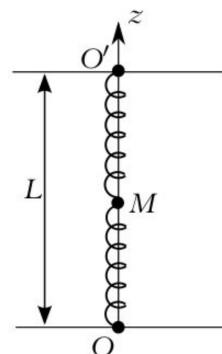
## ★☆☆ I Collision entre deux voitures

Pendant le GP explorer organisé par Squeezie en octobre 2022, Pierre suit Xari de près en vue de le dépasser. On considère ici que les deux voitures se suivent sur une ligne droite à la vitesse de  $v_0 = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  à une distance  $d = 20 \text{ m}$  l'une de l'autre. À la date  $t = 0$ , la première freine avec une décélération constante  $a_1 = -20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Celle qui suit commence son freinage  $\tau = 1 \text{ s}$  plus tard (à cause du temps de réaction du conducteur), avec une accélération de  $a_2 = -10,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  (décélération).

- 1) En prenant pour origine du repère spatial la position de la seconde voiture à la date  $t = 0$ , établir les équations horaires du mouvement des deux véhicules.
- 2) Déterminer la position  $x_c$  et la date  $t_c$  du contact. Pierre avait-il le temps d'esquiver Xari ?

## ★☆☆ II Masse attachée à 2 ressorts

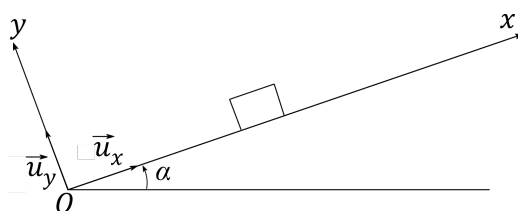
On considère un point M de masse  $m$  attaché à deux ressorts identiques verticaux, de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . Les deux autres extrémités O et O' des ressorts sont fixes et espacées d'une distance  $L$ . On définit l'axe (Oz) vertical ascendant.



- 1) Déterminer la position d'équilibre  $z_{\text{eq}}$  de M.
- 2) Déterminer l'équation différentielle à laquelle satisfait  $z(t)$ . On écrira cette équation en fonction de  $\omega_0$  à définir et de  $z_{\text{eq}}$ .
- 3) On écarte M d'une hauteur  $a$  par rapport à sa position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse. Déterminer  $z(t)$ .

## ★☆☆ III Plan incliné et frottements solides

On considère un plan incliné d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale. Une brique de masse  $m = 600 \text{ g}$  est lancée depuis le bas du plan vers le haut, avec une vitesse  $v_0 = 2,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Pour étudier le mouvement, on utilise le repère (O,x,y) avec O coïncidant avec la position de départ de la brique. On note  $g$  l'accélération de la pesanteur, avec  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



- 1) On suppose en premier lieu que le contact entre la brique et le plan incliné se fait sans frottements
  - a – Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.
  - b – Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.
- 2) On suppose ensuite qu'il existe des frottements solides, avec  $f$  le coefficient de frottements solides tel que  $f = 0,20$ .
  - a – Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.
  - b – Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.
- 3) On suppose finalement que la brique est **posée** sur le plan avec  $\alpha$  variable.
  - a – Quel doit être l'angle  $\alpha$  pour que l'objet se mette en mouvement ?
  - b – Si le plan est en bois et la brique en métal, donner la valeur de cet angle. Même question si la brique est en bois. On donne
 
$$f_{\text{fer/chêne}} = 0,26 \quad \text{et} \quad f_{\text{chêne/chêne}} = 0,34$$
- 4) Avec  $\alpha = 0^\circ$ , on souhaite déplacer une armoire de 100 kg en tirant dessus avec la force  $\vec{F}$ . On donne  $f_{\text{armoire/sol}} = 0,25$ .
  - a – Déterminer la valeur de  $\vec{F}$  pour mettre en mouvement l'armoire.
  - b – En déduire à quoi sert de mettre des patins en téflon sur les pieds de l'armoire.



## IV Charge soulevée par une grue

Une grue de chantier de hauteur  $h$  doit déplacer d'un point à un autre du chantier une charge  $M$  de masse  $m$  supposée ponctuelle. On appelle  $A$  le point d'attache du câble sur le chariot de la grue.

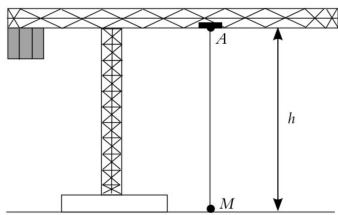


FIGURE M2.1 – Mouvement vertical

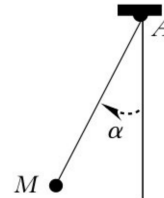


FIGURE M2.2 – Mouvement horizontal

- 1) Le point  $A$  est à la verticale de  $M$  posée sur le sol. Déterminer la tension du câble lorsque  $M$  décolle (figure M2.1).
- 2) L'enrouleur de câble de la grue remonte le câble avec une accélération  $a_v$  constante. Déterminer la tension du câble et conclure.
- 3) La montée de  $M$  est stoppée à mi-hauteur mais le chariot  $A$  se met en mouvement vers la droite (figure M2.2) avec une accélération  $a_h$  constante.
  - a – Quelle est l'accélération de  $M$  sachant que  $M$  est alors immobile par rapport à  $A$  ?
  - b – Déterminer l'angle  $\alpha$  (figure M2.2) que fait le câble avec la verticale en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $a_h$  ainsi que la tension du câble.