

Correction du TD



I Transformations de tous les jours

- 1) Transformation adiabatique d'une phase condensée, isobare et isochore.
- 2) Transformation monotherme, isobare et isochore.



II Travail reçu le long d'un chemin donné

- 1) Le gaz étant parfait,

$$P_1 V_1 = nRT_1 \quad \text{et} \quad P_2 V_2 = nRT_2$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \boxed{T_2 = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1}$$

$$\Rightarrow \underline{T_2 = 300 \text{ K}}$$

- 2) $W_{AB} = W_{AC} + W_{CB}$.

◇ $W_{CB} = 0$ car isochore ;

◇ Si $A \rightarrow C$ quasi-statique,

$$W_{AC} = - \int_A^C P dV$$

Comme $A \rightarrow C$ isobare, $P = P_1$ et

$$W_{AC} = -P_1(V_2 - V_1)$$

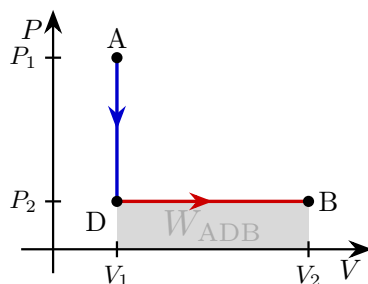
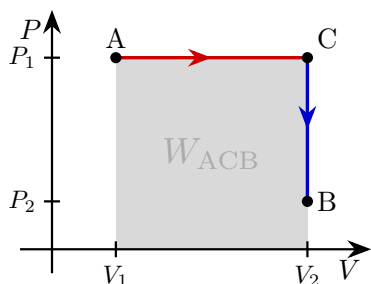
Ainsi,

$$W_{AB} = W_{AC} \Rightarrow \underline{W_{AB} = -4,0 \text{ kJ}}$$

- 3) De même que précédemment, la transformation isochore a un travail nul, donc seule la transformation de D vers B travaille, et $W_{AB} = W_{DB}$. Seulement, la pression de l'isobare n'est plus la même, et on trouve

$$W_{AB} = W_{DB} = -P_2(V_2 - V_1) \Rightarrow \underline{W_{AB} = -1,0 \text{ kJ}}$$

- 4)

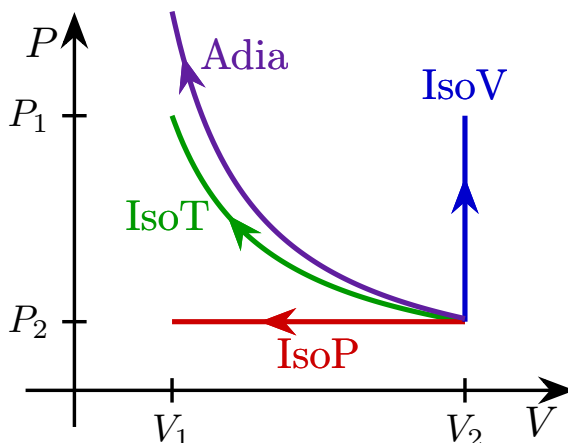


L'aire sous la courbe est en effet plus grande pour la transformation ACB. On voit que le signe est négatif puisqu'on parcourt le trajet dans le sens horaire.



III Diagramme de CLAPEYRON

- 1)



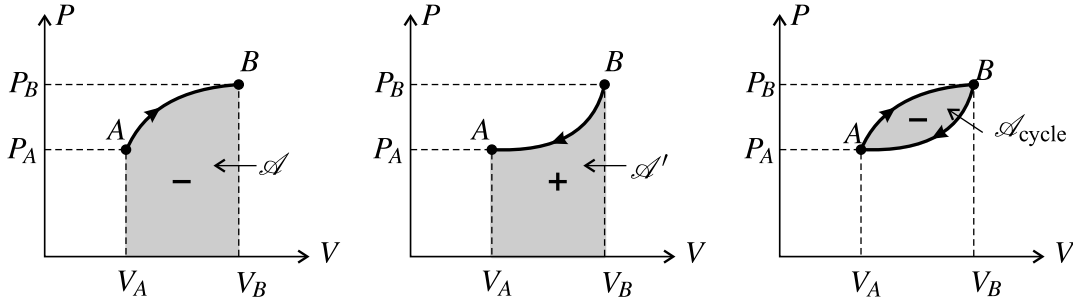
2)

$$\mathcal{A} = \int_{v_i}^{v_f} P dv = -\frac{1}{m} \left(- \int_{V_i}^{V_f} P dV \right)$$

Or $P = P_{\text{ext}}$ pour quasi-statique

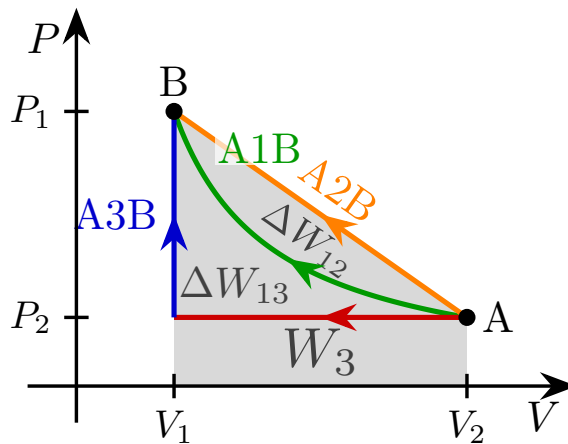
$$\mathcal{A} = -\frac{W_p}{m}$$

3) $dV > 0 \Leftrightarrow W_p < 0$ et inversement. Or, si le cycle est parcouru dans le **sens direct**, alors la transformation de $dV > 0$ passe en-dessous de la transformation de $dV < 0$; ainsi l'aire entourée correspond à un travail **positif**.



★☆☆ IV Calculs de travaux et transferts thermiques

1)



2) \diamond A et B sont reliés par une isotherme, donc $T_A = T_B = 300 \text{ K}$.

\diamond On a donc $PV = \text{cte}$, soit

$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_A}{3}$$

3) On considère les transformations comme quasi-statique, soit $P = P_{\text{ext}}$. Ainsi :

A1B :
$$W_1 = - \int_A^B P dV = -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} \Leftrightarrow W_1 = P_A V_A \ln 3$$

A2B :
$$W_2 = W_{\text{rect}} + W_{\text{trgl}} = P_A(V_B - V_A) + \frac{1}{2}(P_B - P_A)(V_B - V_A) \Leftrightarrow W_2 = \frac{4}{3}P_A V_1$$

A3B :
$$W_3 = -P_A(V_B - V_A) \Leftrightarrow W_3 = -\frac{2}{3}P_A V_A$$

Le travail des forces de pression dépend ainsi du chemin suivi.

4) Comme $T_A = T_B$, on a $\Delta U = 0$. Avec le premier principe :

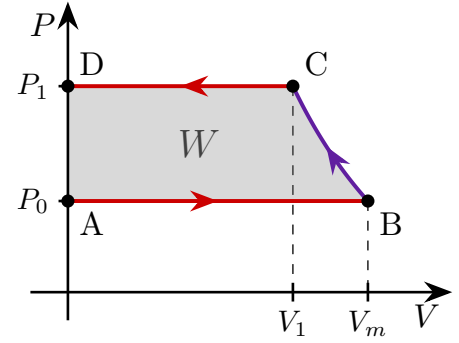
$$Q = -W$$



V Étude d'un compresseur

- 1) a – On étudie le gaz qui entre dans le corps de la pompe pendant la première phase. L'évolution étudiée comporte les trois étapes suivantes :

- ① Admission du gaz de A à B à la pression P_0 ;
- ② Compression de B à C ;
- ③ Refoulement de C à D à la pression P_1 .



- b – La pression extérieure est constante, donc le travail des forces de pression du gaz à droite du piston est :

$$W_{\text{droite}} = W_{\text{droite,AB}} + W_{\text{droite,BC}} + W_{\text{droite,CD}} = P_0(V_B - V_A) + P_0(V_C - V_B) + P_1(V_D - V_C) = 0$$

En effet, puisque le piston effectue un aller-retour, le volume balayé est le même à l'aller (travail résistant) qu'au retour (travail moteur).

- c – La force exercée par le moteur pour déplacer le piston est $F = (P - P_0)S$ avec S la section du piston. Ainsi, le travail fourni par le moteur est :

$$W_{\text{moteur}} = - \int_{ABCD} (P - P_0) dV = - \int_{ABCD} P dV - W_{\text{droite}} \Leftrightarrow W_{\text{moteur}} = - \int_{ABCD} P dV$$

En effet, le travail **fourni par le moteur** est le travail **reçu par le gaz**, en supposant la pression P définie à chaque instant. C'est ce qu'on appelle habituellement le travail de l'opérateur.

- 2) On étudie le gaz entre B et C. On a trois équations d'états :

$$\begin{aligned} P_B V_m &= nRT_B & \text{et} & & P_C V_C &= nRT_C & \text{et} & & P_B V_B^k &= P_C V_C^k \\ \Rightarrow \left(\frac{P_C}{P_B}\right) &= \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^k & \Leftrightarrow & & \left(\frac{P_C}{P_B}\right)^{1-k} &= \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{-k} \\ k &= \frac{\ln \frac{P_B}{P_C}}{\ln \frac{P_B}{P_C} - \ln \frac{T_B}{T_C}} & \Leftrightarrow & & k &= \frac{\ln \frac{P_0}{P_1}}{\ln \frac{P_0}{P_1} - \ln \frac{T_0}{T_1}} & \Rightarrow & & k &= 1,2 \end{aligned}$$

- 3) On calcule le travail sur les trois transformations élémentaires :

- ① $P = P_0 = \text{cte}$, donc

$$W_{AB} = -P_0 \int_{V_0}^{V_m} dV = -P_0 V_m \Leftrightarrow W_{AB} = -nRT_0$$

- ② $PV^k = \text{cte} = P_0 V_m^k$, d'où

$$\begin{aligned} W_{BC} &= - \int_{V_m}^{V_1} P_0 V_m^k \cdot \frac{dV}{V^k} \\ \Leftrightarrow W_{BC} &= \frac{P_0 V_m^k}{k-1} [V^{1-k}]_{V_m}^{V_1} \\ \Leftrightarrow W_{BC} &= \frac{P_0 V_m}{k-1} \left(\left(\frac{V_1}{V_m}\right)^{1-k} - 1 \right) \\ \Leftrightarrow W_{BC} &= \frac{P_0 V_m}{k-1} \left(\frac{P_1 V_1}{P_0 V_m} - 1 \right) \\ \Leftrightarrow W_{BC} &= \frac{P_0 V_m}{k-1} \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \end{aligned}$$

$\int \frac{1}{V^k} \text{ avec } k > 1$
 On développe
 $\left(\frac{V_1}{V_m}\right)^{1-k} = \frac{P_1 V_1}{P_0 V_m}$
 $\frac{P_1 V_1}{P_0 V_m} = \frac{T_1}{T_0}$

- ③ $P = P_1$ donc

$$W_{CD} = - \int_{V_1}^0 P_1 dV = P_1 V_1 \Leftrightarrow W_{CD} = nRT_1$$

D'où par somme

$$W_{\text{moteur}} = \frac{k}{k-1} nR(T_1 - T_0)$$

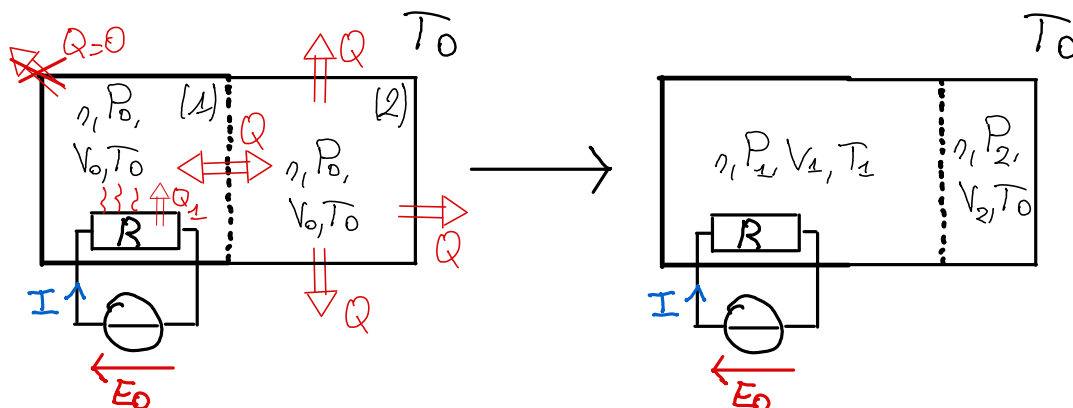
- 4) Par définition, $W_{\text{moteur}} = \mathcal{P}_{\text{moteur}} \Delta t$. Aussi, en $\Delta t = 1 \text{ s}$ on a $n = \frac{D_m \Delta t}{M}$ quantité d'air passant dans le compresseur. Ainsi,

$$\mathcal{P}_{\text{moteur}} = \frac{k}{k-1} \frac{D_m}{M} R(T_1 - T_0) \Rightarrow \mathcal{P}_{\text{moteur}} = 2,26 \text{ kW}$$



VI Apport d'énergie électrique

- 1) ◇ Équilibre mécanique et paroi mobile verticale donc $P_2 = P_1 = 2P_0$;
- ◇ Évolution lente donc transferts thermiques terminés, soit $T_2 = T_0 = 300\text{ K}$;
- ◇ Ainsi $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} \Leftrightarrow V_2 = \frac{V_0}{2} = 1,0\text{ L}$.



- 2) ◇ Conservation du volume : $V_1 + V_2 = 2V_0 \Leftrightarrow V_1 = 3V_0/2 = 3,0\text{ L}$;
- ◇ $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} - \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} T_0 \Leftrightarrow T_1 = 3T_0 = 900\text{ K}$
- 3) Gaz de gauche $\Delta U_1 = C_V \Delta T = \frac{5}{2} nR(T_1 - T_0) \Leftrightarrow \Delta U_1 = \frac{5}{2} \frac{P_0 V_0}{T_0} (T_1 - T_0) \Rightarrow \Delta U_1 = 1,0\text{ kJ}$
- Gaz de droite $\Delta T_{\text{droite}} = 0 \Leftrightarrow \Delta U_2 = 0$
- 4) Transformation lente donc quasi-statique, donc P compartiment 1 défini à chaque instant :
- $$W_2 = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = -nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} \Leftrightarrow W_2 = P_0 V_0 \ln \frac{V_0}{V_2} \Rightarrow W_2 = 70\text{ J}$$
- Travail reçu = -travail fourni donc $\Leftrightarrow W_1 = -W_2$
- 5) L'énergie thermique est la puissance par effet JOULE que multiplie le temps de chauffe, soit

$$Q_1 = RI^2 \times \tau \Leftrightarrow \tau = \frac{\Delta U_1 - W_1}{RI^2} \Rightarrow \tau = 43\text{ s}$$