Contrôle de connaissances 25

Introduction à la thermodynamique

/8 $\boxed{1}$ Donner la définition de la température cinétique en fonction du degré de liberté D. Déterminer alors l'énergie interne d'un gaz parfait mono- puis diatomique en fonction de R qu'on reliera à deux autres constantes. En déduire les capacités thermiques $C_{V,\text{mono}}^{\text{G.P.}}$ et $C_{V,\text{dia}}^{\text{G.P.}}$

Soit un gaz parfait de N molécules, D le nombre de degrés de liberté :

$$\langle e_{c,i}\rangle\, D \times \frac{1}{2} k_B T \quad 1$$

- ◇ **Monoatomique** $\Rightarrow D = 3$ car 3 translations x,y,z ;
- ◇ **Diatomique** $\Rightarrow D = 5$ 1 car 3 translations x,y,z + 2 rotations ;

$$U = e_c = \sum_i \langle e_{c,i}\rangle \overset{1}{=} \frac{D}{2} N k_b T \qquad N = n\mathcal{N}_A$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{D}{2} n \underbrace{\mathcal{N}_A k_B}_{=R\ 1} T$$

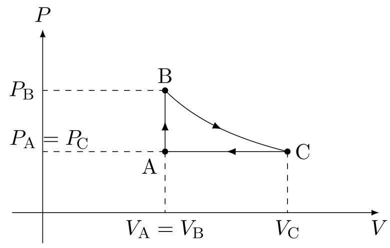
FIGURE 25.1 – Degrés de libertés gaz diatomique 1.

$$\Leftrightarrow \boxed{U_{\text{mono}} = \frac{3}{2} nRT} \ \overset{1}{\text{et}}\ \boxed{U_{\text{dia}} = \frac{5}{2} nRT} \qquad C_V \overset{1}{=} \frac{\partial U}{\partial T}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{V,\text{mono}} = \frac{3}{2} nR} \ \overset{1}{\text{et}}\ \boxed{C_{V,\text{dia}} = \frac{5}{2} nR}$$

/12 $\boxed{2}$ On fait subir à 1 mol de gaz parfait le cycle mécaniquement réversible suivant :

- (A) P_A et V_A ;
- (B) Chauffage isochore, $P_B = 2P_A$;
- (C) Détente isotherme quasi-statique, $V_C = 2V_B$;
- (A) Refroidissement isobare, on retourne à l'état initial.



Cycle de LENOIR. 1+1

$\boxed{1}$ Tracer ce cycle dans le diagramme de WATT. Déterminer la nature du cycle (moteur ou récepteur).

$\boxed{2}$ Exprimer sans démonstration le travail infinitésimal des forces de pression. Donner sans démonstration l'expression de W_p dans les cas isochore et monobare. Démontrer l'expression de W_p pour une transformation quasi-statique et isotherme à $T = T_0$ en fonction des volumes V_i et V_f.

$\boxed{3}$ Exprimer les travaux associés à chaque transformation puis celui du cycle. Simplifier les expressions en analysant les relations entre les volumes.

$\boxed{1}$ Pour la nature, on voit que le cycle s'effectue en **sens horaire**, donc $W_{p,\text{cycle}} < 0$ donc **moteur**. 1

$\boxed{2}$

$$\delta W_p = -P_{\text{ext}}\, \mathrm{d}V \ 1 \quad \Leftrightarrow \quad \delta W_{p,\text{isoV}} = 0 \quad \text{et } 1 \quad W_p = \int \delta W_p = -P_{\text{ext}} \Delta V$$

$P = P_{\text{ext}}$ et $T = T_0$ 1 $\Rightarrow$

$$W_p = -\int_{V_i}^{V_f} P\, \mathrm{d}V = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_0}{V}\, \mathrm{d}V \ 1$$

$$\Leftrightarrow W_p = -nRT_0(\ln V_f - \ln V_i) \Leftrightarrow \boxed{W_p \overset{1}{=} nRT_0 \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)}$$

$\boxed{3}$ ◇ AB : transformation isochore, donc $\boxed{W_{p,AB} = 0}$ 1

◇ BC : isoT et Q.S. donc $W_{p,BC} = nRT_B \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,BC} = -nRT_B \ln 2}$ 1

◇ CA : isobare, donc $W_{p,CA} = P_C(V_C - V_A) \Leftrightarrow \boxed{W_{p,CA} = 2P_A V_A}$ 1

◇ Cycle : $W_{p,\text{cycle}} = \sum_i W_i = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 2P_A V_A - nRT_B \ln 2$ 1