/23 E1 Ondes gravitationnelles

Le prix Nobel 2017 a été remis aux responsables de l'expérience Ligo, qui a détecté des ondes gravitationnelles trois fois en un an. Cette expérience n'est pas la seule dans le monde. L'expérience franco-italienne Virgo a également détecté cette même année et pour la première fois des ondes gravitationnelles. Ces expériences exploitent le phénomène d'interférences lumineuses.

Figure 1 – Photo aérienne de l'interféromètre Virgo

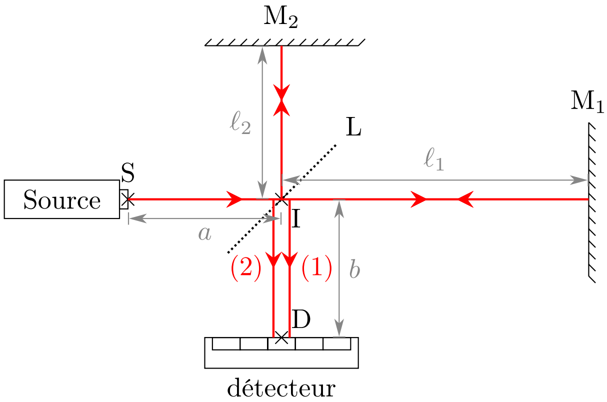

Figure 2 – Schématisation de l'interféromètre

Une source laser de longueur d'onde $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$ se trouve au point S et émet un faisceau de lumière le long de l'axe (Ox). Ce faisceau laser est séparé en deux par une lame séparatrice L, qui divise l'amplitude d'un signal la rencontrant par 2. On considère alors que la moitié de la lumière entre dans le bras 1 et l'autre moitié dans le bras 2. Chaque faisceau ainsi obtenu parcourt un bras de l'interféromètre, est réfléchi sur un miroir ($\mathrm{M_1}$ ou $\mathrm{M_2}$) et revient vers la séparatrice.

Le faisceau est recombiné par la séparatrice et le signal résultant est détecté par le détecteur D. La source laser émet au point S un signal de la forme $A\cos(\omega t)$. Les deux bras de l'interféromètre ont pour longueur respectives ℓ_1 et ℓ_2. La distance entre la source S et la séparatrice est noté a et la distance entre la séparatrice et le détecteur D est notée b.

On négligera toute diminution de l'amplitude de l'onde lumineuse au cours de sa propagation (sur la Figure 2, les rayons incidents et réfléchis sont décalés dans les bras de l'interféromètre pour améliorer la lisibilité de la figure ; en pratique, les rayons sont superposés).

/6 **1** Quelles sont les conditions pour que 2 ondes interfèrent ? Expliquer en détail la nécessité de faire des interférences lumineuses avec une unique source.

Réponse

Pour interférer, il faut que deux ondes soient **de même nature** 1 et **de même fréquence** 1.

Les sources lumineuses ont une phase à l'origine qui varie 1 aléatoirement sur un temps très court, appelé **temps de cohérence** 1, bien plus petit que le temps d'acquisition des capteurs classiques : on dit qu'elles émettent des **trains d'onde** 1.

Pour pouvoir interférer de manière continue dans l'espace, il faut que les ondes aient la **même phase à l'origine** ($\Delta\varphi_0 = 0$ 1), sinon l'intensité moyenne du signal serait nulle. On utilise pour cela une unique source.

◇

/2 **2** Exprimer la distance parcourue par le rayon qui effectue le parcours $(\mathrm{SD})_1$ se réfléchissant sur $\mathrm{M_1}$ en fonction de a, ℓ_1 et b.

Réponse

$$\boxed{(\mathrm{SD})_1 \overset{1}{=} (\mathrm{SI}) + (\mathrm{IM_1}) + (\mathrm{M_1I}) + (\mathrm{ID}) \overset{1}{=} a + 2\ell_1 + b}$$

◇

/5 **3** En déduire l'expression du signal s_1 au point D de l'onde lumineuse ayant effectuée le parcours $(\mathrm{SD})_1$. Comment s'appelle la valeur ω/c ?

Réponse

Le signal met une durée $\Delta t_1 \overset{1}{=} (a + 2\ell_1 + b)/c$ pour aller de la source au détecteur. De plus, la moitié du signal est perdu à chaque fois que le faisceau traverse la lame semi-réfléchissante. Finalement
1

$$s_1(t) \overset{1}{=} \frac{A}{4}\cos(\omega(t - \Delta t_1)) = \frac{A}{4}\cos\left(\omega(t - \frac{a + 2\ell_1 + b}{c})\right) \overset{1}{=} \boxed{\frac{A}{4}\cos(\omega t - k(a + 2\ell_1 + b))}$$

avec $k \overset{1}{=} \frac{\omega}{c}$ le vecteur d'onde.

/1 $\boxed{4}$ Exprimer la distance parcourue par le rayon qui effectue le parcours $(\mathrm{SD})_2$ se réfléchissant sur M_2 en fonction de a, ℓ_2 et b.

Réponse

$$\boxed{(\mathrm{SD})_2 = (\mathrm{SI}) + (\mathrm{IM}_2) + (\mathrm{M}_2\mathrm{I}) + (\mathrm{ID}) \overset{1}{=} a + 2\ell_2 + b}$$

/1 $\boxed{5}$ En déduire l'expression du signal s_2 au point D de l'onde lumineuse ayant effectue le parcours $(\mathrm{SD})_2$.

Réponse

De la même manière,

$$\boxed{s_1(t) \overset{1}{=} \frac{A}{4}\cos(\omega t - k(a + 2\ell_2 + b))}$$

On rappelle la formule d'addition :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

/3 $\boxed{6}$ Déterminer l'expression du signal lumineux total $s(t)$ mesuré par le détecteur au point D.

Réponse

$$s(t) \overset{1}{=} \frac{A}{4}\left(\cos\left(\omega t - k(a + 2\ell_1 + b)\right) + \cos\left(\omega t - k(a + 2\ell_2 + b)\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow s(t) \overset{1}{=} \frac{A}{2}\left(\cos\left(\omega t - \frac{k}{2}(a + 2\ell_1 + b) - \frac{k}{2}(a + 2\ell_2 + b)\right) \times \cos\left(-\frac{k}{2}(a + 2\ell_1 + b) + \frac{k}{2}(a + 2\ell_2 + b)\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{s(t) \overset{1}{=} \frac{A}{2}\left(\cos\left(\omega t - k(a + \ell_1 + \ell_2 + b)\right) \times \cos\left(k(\ell_2 - \ell_1)\right)\right)}$$

/3 $\boxed{7}$ Proposer une condition sur ℓ_1 et ℓ_2 pour que les deux signaux s_1 et s_2 soient en quadrature de phase au niveau du détecteur.

Réponse

On veut $k(\ell_2 - \ell_1) \overset{1}{=} \pi/2$. Avec $k \overset{1}{=} 2\pi/\lambda$:

$$\frac{2\pi(\ell_2 - \ell_1)}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\ell_2 - \ell_1 \overset{1}{=} \frac{\lambda}{4}}$$

Lors du passage d'une onde gravitationnelle, les bras de l'interféromètre se déforment. Les longueurs ℓ_1 et ℓ_2 varient alors en fonction du temps.

/2 $\boxed{8}$ Expliquer comment cet interféromètre permet de détecter le passage d'une onde gravitationnelle.

Qu'observe-t-on au niveau du détecteur ?

Réponse

Quand il y a une onde gravitationnelle, les longueurs ℓ_2 et ℓ_1 ne varient pas de la même façon et $(\ell_2 - \ell_1)$ varie. On voit donc une variation du signal en D qui est maximum quand les 2 ondes sont en phase (interférence constructives) et minimale quand les 2 ondes sont en opposition de phase (interférences destructives).