Sujet 1

I Sol glissant

Au cours d'une de ses aventures, Indiana Jones se retrouve glissant sans frottement sur un plan horizontal verglacé, relié par une cordelette inextensible et de masse négligeable à un poteau d'axe vertical placé en O.
La cordelette peut tourner librement autour du poteau (sans frottements)
Pour simplifier, on assimile notre héros à un point matériel A de masse m.

1. Indiana Jones tourne autour du poteau à la distance $l = OA$ avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_\theta$ dans le référentiel lié au plan, supposé galiléen. Quelle est la nature de son mouvement ? Exprimez alors le module T de la tension du filin.

Après calcul, notre héros décide, pour sortir de sa situation, de "remonter" lentement de long du filin.

2. Montrez qu'au cours de l'opération son moment cinétique par rapport à O reste constant.

3. En déduire la vitesse finale v' d'Indiana Jones en A' tel que $OA' = \frac{l}{2}$.

4. Exprimez la variation d'énergie mécanique au cours de la remontée.

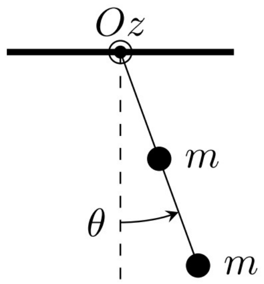
On note que la cordelette peut se rompre lorsque $T > T_0$

5. Du point de vue énergétique, quel a été le rôle de notre héros ? Discutez de ce qui va arriver s'il continue sa remontée.

Sujet 2

I Pendule à deux masses

On considère un pendule formé d'une tige rigide de longueur L sur laquelle sont fixées deux masses m identiques à distance $L/2$ et L du centre. On néglige le moment d'inertie de la tige et on suppose l'absence de frottement au niveau de la liaison pivot.



1. Montrer que l'équation du mouvement s'écrit

$$\ddot{\theta} + \frac{6g}{5L}\sin\theta = 0$$

2. Montrer que le centre de masse G du système se trouve à distance $3L/4$ de l'axe.

3. Est-il équivalent d'appliquer le théorème du moment cinétique à un point matériel de masse $2m$ situé au centre de masse G ?

Sujet 3

I Lancement d'un satellite

On souhaite lancer un satellite assimilable à un point matériel M de masse $m = 6\,\mathrm{t}$ depuis un point O à la surface de la Terre, sur une orbite basse d'altitude h. On note $E_m(h)$ l'énergie du satellite sur cette orbite. Pour cela, il faut lui communiquer une énergie $\Delta E_m = E_m(h) - E_m(O)$, où $E_m(O)$ est l'énergie du satellite au point O dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g$.
On note $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ la masse de la Terre, $R_T = 6400\,\mathrm{km}$ son rayon et $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{SI}$ la constante gravitationnelle.

1. Définir les référentiels géocentrique et terrestre. Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement du satellite ?

2. Exprimer l'énergie mécanique du satellite sur l'orbite en fonction de G, m, M_T, R_T et h. Calculer E_m pour $h = 1000\,\mathrm{km}$.

3. On note Ω la vitesse angulaire correspondant à la rotation de la Terre sur elle-même. Calculer Ω.

4. On note λ la latitude du point de lancement O du satellite. Préciser le mouvement de O dans le référentiel géocentrique. En déduire l'expression de la norme de la vitesse $v(O)$ de ce point.

5. Exprimer l'énergie mécanique dans le référentiel géocentrique $E_m(O)$ du satellite de masse m situé en O.

6. En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite.

7. Parmi les bases de lancement suivantes, laquelle choisir de préférence ?
   - Kourou en Guyane française : $\lambda = 5{,}23°$
   - Cap Canaveral aux USA : $\lambda = 28{,}5°$
   - Baïkonour au Kazakhstan : $\lambda = 46°$

8. Calculer l'énergie nécessaire pour mettre le satellite en orbite basse d'altitude h depuis Kourou.

9. Calculer l'énergie supplémentaire à apporter si on lance le satellite depuis Baïkonour. Commenter.

Sujet 4

I Satellite en orbite elliptique

Lors de son lancement, le satellite d'observation Hipparcos est resté sur son orbite de transfert à cause d'un problème technique. On l'assimile à un point matériel M de masse $m = 1{,}1 \times 10^3\,\mathrm{kg}$. L'orbite de transfert est elliptique et la distance Terre-satellite varie entre $d_P = 200\,\mathrm{km}$ au périgée et $d_A = 35{,}9 \times 10^3\,\mathrm{km}$ à l'apogée. On rappelle que le périgée est le point de l'orbite le plus proche du centre attracteur (ici la Terre) et que l'apogée est le point le plus éloigné. On mesure la vitesse du satellite à son apogée $v_A = 3{,}5 \times 10^2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

1. Faire un schéma de la trajectoire en faisant apparaître la position O du centre de la Terre, l'apogée A et le périgée P.

2. Déterminer le demi-grand axe a de la trajectoire.

3. En déduire l'énergie mécanique et la période du satellite.

4. On note v_A et v_P les vitesses du satellite en A et en P. Exprimer le module moment cinétique calculé au point O du satellite à son apogée puis à son périgée en fonction, entre autre, des vitesses.

5. En déduire la vitesse du satellite à son périgée.

Sujet 5

I Calcul du moment d'une force ($\star$)

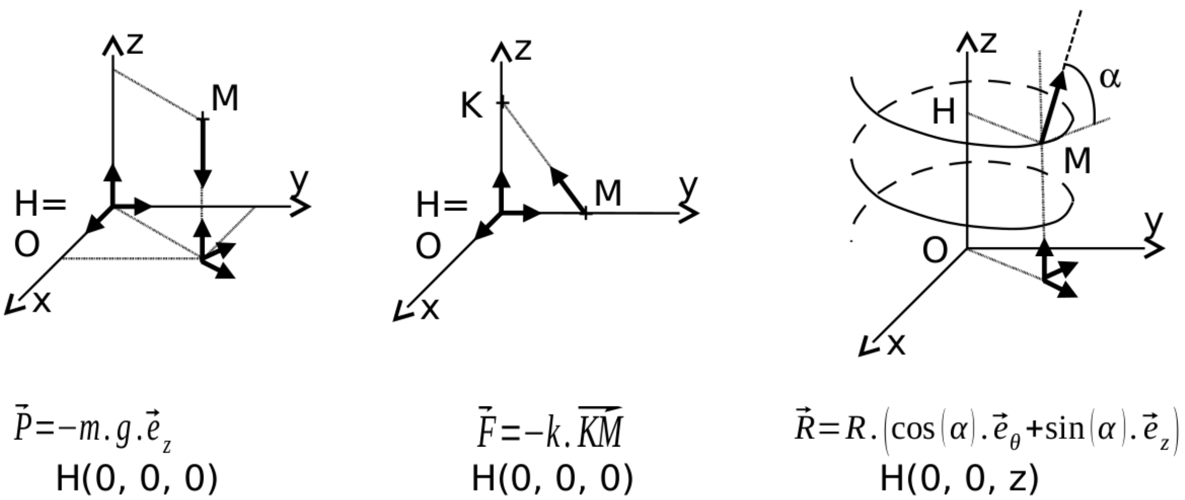


Figure 20.1: Forces dont il faut calculer le moment.

Dans chacun des cas suivants, déterminer le moment de la force en H par calcul vectoriel direct.

1. (a) Poids $\vec{P}$ appliqué en $M(x, y, z)$.

   (b) Force de rappel $\vec{F}$ appliquée en $M(0, y, 0)$.

   (c) Réaction $\vec{R}$ appliquée en $M(r,\theta,z)$.

2. Dans chacun des cas précédents, déterminer le moment de la force par rapport à l'axe $(H, \vec{e}_x)$ pour $\vec{P}$ et $\vec{F}$ et par rapport à l'axe $(H, \vec{e}_z)$ pour $\vec{R}$ par détermination de la distance à l'axe de rotation (bras de levier) et par un raisonnement sur la direction puis par projection du moment calculé à la question 1.