Sujet 1 – corrigé

Cristallographie du lithium

Le lithium métallique cristallise dans une maille cubique centrée (les atomes de lithium occupent les sommets d'un cube de côté a et son centre).

1. Représenter la maille de lithium, déterminer le nombre d'atomes par maille ainsi que la coordinence du lithium dans la maille.

Réponse :

Z=2, coordinence de 8

2. Déterminer la valeur du paramètre de maille a ainsi que la masse volumique du lithium et sa compacité.

Réponse :

Contact sur la grande diagonale : $a\sqrt{3} = 4R$, donc

$$a = \frac{4R}{\sqrt{3}} = 358\,\mathrm{pm}$$

Masse volumique:

$$\rho = \frac{2M}{a^2 N_A} = 502 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Compacité:

$$C = \frac{2 \times 4\pi R^3/3}{a^3}$$
 soit $C = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \approx 0.68$

Données:

• rayon du lithium métallique : $R = 155 \,\mathrm{pm}$

• masse molaire du lithium : $M = 6.94\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$

• nombre d'Avogadro : $N_A = 6.02 \times 10^{23} \,\mathrm{mol}^{-1}$

Sujet 2 – corrigé

l | Variétés allotropiques du calcium

1. Rappeler les règles générales permettant d'établir la configuration électronique d'un atome dans l'état fondamental et les appliquer à l'atome de calcium puis à l'atome de magnésium situé juste au-dessus dans la classification périodique.

Réponse :

Ca:
$$1s^22s^22p^63s^23p^64s^2$$
 et Mg: $1s^22s^22p^63s^2$

2. Justifier la stabilité du degré d'oxydation +II pour ces éléments.

Réponse :

Ils cherchent à atteindre la configuration du gaz rare le précédant.

3. Comparer les pouvoirs réducteurs respectifs du calcium et du magnésium, justifier.

Réponse :

Pouvoir réducteur augmente dans une colonne de haut en bas, donc Ca est plus réducteur que Mg.

Le calcium métallique cristallise sous deux types de structure. L'une est de type cubique à faces centrées, notée Ca_{α} et l'autre de type cubique centrée, notée Ca_{β} .

4. Représenter la maille conventionnelle de ces deux types de structure. Préciser la coordinence et le nombre d'atomes par maille dans chaque cas.

Réponse:

5. En expliquant le raisonnement, exprimer en fonction des données le rayon de l'atome de calcium dans la structure Ca_{α} .

Réponse:

$$a/\sqrt{2} = 4r$$
, donc $r = a\sqrt{2}/8 = 99 \,\mathrm{pm}$

Données : numéro atomique : Z(Ca) = 20 ; masse molaire : $M(Ca) = 40.1 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; paramètre de maille de la structure Ca_{α} : $a = 560 \,\mathrm{pm}$.

Sujet 3 – corrigé

I \mid Oxyde de nickel

L'objectif de cet exercice est de déterminer la structure cristalline de l'oxyde de nickel NiO. La structure cristalline d'un solide ionique est celle qui maximise la coordinence anion-cation, tout en respectant la contrainte sur les rayons ioniques.

Données.

- * numéros atomiques : Z(Ni) = 28 et Z(O) = 8,
- * masses molaires : $M(Ni) = 59.0 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et $M(O) = 16.0 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$,
- * rayons ioniques : $R(Ni^{2+}) = R_{\oplus} = 69 \,\mathrm{pm} \,\mathrm{et} \,R(O^{2-}) = R_{\ominus} = 140 \,\mathrm{pm},$
- * densité de NiO: 6,91.
- * nombre d'Avogadro : $N_A = 6.02 \times 10^{23} \, \text{mol}^{-1}$.
- 1. En raisonnant sur les configurations électroniques, justifier la charge des ions formant la structure. Commenter la stœchiométrie du cristal.

Réponse :

Les structures électroniques des atomes d'oxygène et de nickel sont :

$$O: 1s^2 2s^2 2p^4$$
; $Ni: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^8$

On s'attend donc à avoir les ions suivants :

$$O^{2-}:1s^22s^22p^6$$
 ; $Ni^{2+}:1s^22s^22p^63s^23p^63d^8$

2. Quels sont les ions qui seront en contact dans la structure cristalline?

Réponse

Le contact aura lieu entre cations et anions à cause de l'interaction électromagnétique.

Une première structure possible est celle de type NaCl : les anions forment un réseau CFC dont tous les sites octaédriques sont occupés par les cations.

3. Dessiner la maille type NaCl et vérifier que les populations d'anions et cations sont compatibles avec la stœchiométrie de NiO.

Réponse :

Dans une maille il y a $8 \times 1/8 + 6 \times 1/2 = 4$ anions O^{2-} et $1 + 12 \times 1/4 = 4$ cations Ni^{2+} . Cette structure est donc compatible avec la stœchiométrie de NiO.

4. Déterminer la coordinance de chaque ion dans la structure.

Réponse:

La coordinence pour un cation ou un anion est 6.

5. Montrer que cette structure cristalline n'est possible que si les rayons ioniques sont tels que :

$$\frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}} > \sqrt{2} - 1.$$

Réponse:

Le contact anion-cation se situe le long d'une arrête :

$$a = 2R_{\oplus} + 2R_{\ominus}$$
.

Il n'y a pas de contact entre anions sur la diagonale d'une face :

$$a\sqrt{2} > 4R_{\ominus}$$

En combinant ces 2 équations :

$$2R_{\oplus} + 2R_{\ominus} > \frac{4R_{\ominus}}{\sqrt{2}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}} + 1 > \frac{2}{\sqrt{2}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}} > \sqrt{2} - 1}.$$

Pour un cristal contenant autant d'anions que de cations, une autre structure possible est celle de type CsCl, où la maille élémentaire est cubique avec occupation de tous les sommets par un anion et du centre du cube par un cation.

6. Représenter la maille type CsCl.

Réponse :

7. Déterminer la coordinence de chaque ion dans la structure. De ce point de vue, laquelle des deux structures étudiées est la plus stable ?

Réponse :

La coordinence pour un anion ou un cation est 8. Cette structure est donc plus stable car plus de liaisons.

8. Montrer que cette structure n'est possible que si les rayons ioniques sont tels que :

$$\frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}} > \sqrt{3} - 1.$$

Réponse:

Il y a contact entre anion et cation sur la grande diagonale du cube :

$$2R_{\oplus} + 2R_{\ominus} = \sqrt{3}a.$$

Il n'y a pas de contact entre les anions sur les arrêtes du cube :

$$a > 2R_{\triangle}$$
.

Avec ces 2 équations, on obtient :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}(R_{\ominus} + R_{\oplus}) > 2R_{\ominus} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{2}{\sqrt{3}}\left(1 + \frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}}\right) > 2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\frac{R_{\oplus}}{R_{\ominus}} > \sqrt{3} - 1}.$$

9. En déduire dans laquelle des deux structures l'oxyde de nickel NiO peut cristalliser.

Aides numériques. $6.9/1.4 \approx 4.92$ et $\sqrt{2} \approx 1.414$ et $\sqrt{3} \approx 1.732$.

Réponse :

Numériquement :

$$\sqrt{2} - 1 = 0.414 < \frac{R(\text{Ni}^{2+})}{R(\text{O}^{2-})} = 0.492 < \sqrt{3} - 1 = 0.732$$

NiO a donc une structure de type NaCl.

10. Calculer le paramètre de maille de NiO à partir de sa masse volumique. Comparer à la valeur obtenue avec les rayons ioniques. Commenter.

I. Oxyde de nickel

Aide numérique. $\left(\frac{3}{6,02\times6,91}\right)^{1/3}=0,416.$ Réponse :

La masse volumique est :

$$\rho = \frac{4(M_{\rm Ni} + M_{\rm O})}{N_A a^3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \left(\frac{4(M_{\rm Ni} + M_{\rm O})}{N_A \times d \times \rho_{\rm eau}}\right)^{1/3}}$$

Numériquement on trouve :

$$a = \left(\frac{4 \times (59.0 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}} + 16 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}})}{6.02 \times 10^{23} \,\mathrm{mol^{-1}} \times 6.91 \times 10^{3} \,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}}\right)^{1/3} = 0.416 \times 10^{-9} \,\mathrm{m} = \boxed{416 \,\mathrm{pm}}.$$

Cette valeur est très proche de $2R(Ni^{2+}) + 2R(O^{2-}) = 418 \text{ pm}$.

Sujet 4 – corrigé

I | Le platine

Le platine cristallise dans le système cubique à faces centrées.

Données. Paramètre de maille $a = 0.39 \,\mathrm{nm}$, masse molaire du platine $M_{\mathrm{Pt}} = 195.1 \,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

1. Représenter la maille élémentaire du platine.

Réponse:

cf cours

2. Déterminer la coordinence des atomes de platine, ainsi que la distance minimale séparant deux atomes de platine voisins.

Réponse:

Coordinence : 12. Les atomes sont tangents sur la diagonale d'une face : la distance minimale est 0 entre les sphères, et $d=2r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ entre leurs centres.

On suppose que les atomes de platine sont des sphères indéformables et que la structure est compacte.

3. Calculer le rayon de l'atome de platine. En déduire la compacité C de la structure après l'avoir définie. Commenter.

Réponse:

Sur la diagonale d'une face :

$$4R = a\sqrt{2}$$
 \Rightarrow $R = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 0.138 \,\mathrm{nm}$

Il y a 4 atomes en propre dans la maille (6 par face et 12 par arête). La compacité est :

$$C = \frac{4\frac{4}{3}\pi R^3}{a^3} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0.74.$$

C'est la compacité la plus grande qui existe avec 1 seule espèce atomique.

4. Déterminer la masse volumique μ du platine.

Réponse:

$$\mu = \frac{4M_{\text{Pt}}}{N_A a^3} = 21.8 \times 10^3 \,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Une impureté, notée X, vient se glisser dans les sites tétraédriques du réseau.

5. Indiquer le nombre et la position de ces sites dans la maille du platine.

Réponse:

Il y a 8 sites tétraédriques au milieu des petits cubes de coté a/2.

6. Déduire la formule du composé obtenu dans le cas où tous les sites sont occupés.

Réponse :

Si ils sont tous occupés, dans une maille, il y a 4 atomes de platine et 8 de X, d'où le composé :

$$Pt_4X_8 \Rightarrow PtX_2$$

7. Exprimer, en fonction de R_{Pt} , le rayon maximum R_{X} des atomes d'impuretés susceptibles d'occuper ces sites. Déterminer sa valeur numérique.

Réponse :

Sur la moitié de la diagonale d'un petit cube, on peut placer 1/2 atome de platine et 1/2 atome de X :

$$\frac{\sqrt{3}a}{4} \ge R_{\mathrm{Pt}} + R_{\mathrm{X}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{\mathrm{X}} \le \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1\right) R_{\mathrm{Pt}} = 31.0 \,\mathrm{pm}}.$$

Sujet 5 – corrigé

I Autour du Strontium

Données pour l'élément Strontium :

$$Z = 38$$
; $N_A = 6.02 \times 10^{23} \,\mathrm{mol}^{-1}$; $M(Sr) = 87.62 \,\mathrm{g \cdot mol}^{-1}$ et $M(Ag) = 107.87 \,\mathrm{g \cdot mol}^{-1}$

1. Placer Sr dans la classification périodique. A quelle famille appartient-il ? Quels sont les degrés d'oxydation possibles ?

Réponse:

La structure électronique du Strontium est : $1s^22s^22p^63s^2sp^64s^23d^{10}5s^2$.

Sr se trouve sur la 5ème ligne du tableau périodique, et à la 2ème colonne, ce qui correspond à la famille des alcalino-terreux. Il peut perdre jusqu'à 2 électrons. Ses nombres d'oxydation possibles sont donc +I et +II.

2. Sr cristallise dans une structure cfc ; le paramètre de la maille vaut 619 pm ; déterminer le rayon de l'atome de Strontium et sa masse volumique.

Réponse:

En structure cfc, la tangence des atomes se fait selon la diagonale d'une face, donc $a\sqrt{2}=4R_{\rm Sr}$, d'où $R_{\rm Sr}=219\,{\rm pm}$.

Il y a 4 atomes en propre par maille, d'où l'expression de la masse volumique

$$\rho = \frac{4M_{\rm Sr}}{N_a a^3} = 2{,}45 \times 10^3 \,\rm kg \cdot m^{-3}$$

Diagramme binaire solide-liquide des systèmes Sr-Ag

Données:

	Eutectique E_1	Composé A	Eutectique E_2	Sr pur
% massique en Sr	50	55	72,5	100
$T_{\rm fus.}/^{\circ}{\rm C}$	645	660	450	765

Le composé A correspond à un extremum du liquidus.

3. Comment appelle-t-on le composé A; déterminer sa formule.

Réponse:

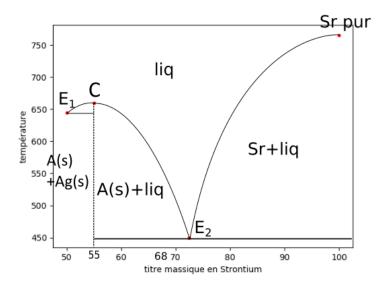
Il s'agit d'un composé défini. Pour déterminer sa formule, il faut calculer le titre molaire associé.

$$x_{\rm Sr} = \frac{n_{\rm Sr}}{n_{\rm Ag} + n_{\rm Sr}} = \frac{\frac{m_{\rm Sr}}{M_{\rm Sr}}}{\frac{m_{\rm Sr}}{M_{\rm Sr}} + \frac{m_{\rm Ag}}{M_{\rm Ag}}} = \frac{\frac{w_{\rm Sr}}{M_{\rm Sr}}}{\frac{w_{\rm Sr}}{M_{\rm Sr}} + \frac{w_{\rm Ag}}{M_{\rm Ag}}} = 0,60$$

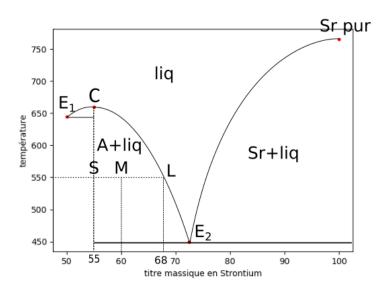
Il y a donc 60 % d'atomes de strontium, ce qui correspond à la formule $A = Sr_3Ag_2(s)$.

4. Construire le diagramme pour 50 % $< w_{\rm Sr} < 100\%$ préciser la signification des domaines.

Réponse :



5. Soit $1000\,\mathrm{g}$ d'un système Sr-Ag à $60\,\%$ de Sr en masses. À $550\,^\circ\mathrm{C}$, le diagramme montre que la phase liquide contient $68\,\%$ de Sr en masses. Déterminer la masse de la phase liquide. **Réponse :**



On applique le théorème des moments

$$\frac{m_l}{m_{tot}} = \frac{SM}{SL} = \frac{5}{13}$$

On en déduit $m_l = \frac{5}{13} \times 1000 \,\text{g} = 385 \,\text{g}.$

Remarque : dans le cas d'un diagramme à composés définis, le théorème des moments peut être appliqué avec les titres massiques, mais pas avec les titres molaires.

Sujet 6 – corrigé

${ m I} \mid { m Le~calcium}$

Le calcium de masse molaire $M_{\rm Ca}=40,1{\rm g\cdot mol^{-1}}$ existe sous deux formes cristallines qu'on notera ${\rm Ca}_{\alpha}$ et ${\rm Ca}_{\beta}$. ${\rm Ca}_{\alpha}$ correspond à un arrangement cubique à faces centrées et ${\rm Ca}_{\beta}$ cristallise dans un système cubique centré.

1. Représenter une maille conventionnelle du calcium α . Quelle est la coordinence d'un atome dans la maille ?

Réponse :

La coordinence dans une maille cfc est 12.

2. Le paramètre de la maille pour le Ca_{α} est de 559pm. Calculer le rayon de l'atome de calcium ainsi que la masse volumique du cristal en kg·m⁻³.

Réponse:

Dans une maille cfc, les atomes se touchent sur la diagonale d'une face :

$$4r_{\text{Ca}} = a\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad r_{\text{Ca}} = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 197 \text{pm}.$$

Dans une maille cfc, il y a 4 atomes en propre. La masse volumique est :

$$ho_{\alpha} = \frac{4M_{\text{Ca}}}{N_A a^3} = 1525 \text{kg/m}^3$$
.

3. En supposant que le calcium garde le même rayon dans la forme β , calculer le paramètre de la maille cubique centrée. La valeur expérimentale est de 448pm. Qu'en concluez-vous ?

Réponse:

Dans une maille cubique centrée, la tangence se fait sur la grande diagonale :

$$4r_{\text{Ca}} = a\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{4r_{\text{Ca}}}{\sqrt{3}} = 455 \text{pm}}.$$

On en conclut que les rayons sont légèrement différents.

4. Calculer, en kg · m^3, la masse volumique du calcium β à partir de cette valeur expérimentale.

Réponse :

Il y a 2 atomes en propre dans la maille cubique centrée.

$$\rho = \frac{2 \times M_{\text{Ca}}}{N_A a^3} = 1480 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Sujet 7 – corrigé

I | Le cuivre

Le cuivre métal cristallise dans le réseau cubique à face centrée dont le paramètre de maille est noté a. On note R le rayon d'un atome de cuivre.

Données. Densité du cuivre : d=8,96, masse molaire atomique du cuivre : $M_{\text{Cu}}=63,5\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, constante d'Avogadro : $N_A=6,02\times10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.

1. Combien trouve-t-on d'atome de cuivre en propre dans cette maille ?

Réponse

Dans une maille cfc, il y a $\boxed{4}$ atomes en propre : 8 qui comptent pour 1/8 sur chaque sommet et 6 qui comptent pour 1/2 sur chaque face.

2. Dans une maille c.f.c, un atome de cuivre au centre d'une face est en contact avec les atomes du sommet du cube les plus proches. Montrer alors que $4R = a\sqrt{2}$.

Réponse:

Les atomes se touchent sur la diagonale d'une face, d'où le résultat.

3. Quelle est la compacité de ce cristal ?

Réponse :

La compacité est :

$$C = \frac{4 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \frac{4^2 \pi}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^3 = \frac{\pi \sqrt{2}}{6} = \left[\frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0.74\right].$$

4. Quelle est la densité d de ce cristal ?

Réponse:

$$d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{4 \times M_{\text{Cu}}}{N_A a^3} \times \frac{1}{\rho_{\text{eau}}}$$

5. En déduire le rayon d'un atome de cuivre.

Réponse :

D'après la question précédente

$$a = \left(\frac{4 \times M_{\rm Ni}}{N_A d\rho_{\rm eau}}\right)^{1/3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{4M_{\rm Ni}}{N_A d\rho_{\rm eau}}\right)^{1/3}}$$

On trouve

$$R = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{4 \times 6,35 \times 10^{-2} \,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}}{6,02 \times 10^{23} \,\mathrm{mol^{-1}} \times 8,96 \times 10^{3} \,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}} \right)^{1/3} = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{4 \times 6,35}{6,02 \times 8,96} \right)^{1/3} \times \left(10^{-22} \right)^{1/3} \,\mathrm{m} = \boxed{1,28 \times 10^{-8} \,\mathrm{m}^{-1}} = \boxed{1,28$$

Sujet 8 – corrigé

I | Le phosphore

Le phosphore est un élément chimique découvert au 17^{ieme} siècle. Il est blanc et lumineux (phosphorescent). Il est indispensable à la vie et est donc présent dans la plupart des engrais utilisés. Cepedant, sa consommation pourrait dépasser les ressources disponibles : il est donc considéré comme matière première minérale critique par l'ONU. Son rayon atomique est de $R=180\,\mathrm{pm}$.

On donne l'extrait de la classification périodique des éléments suivant :



Figure 30.1: Extrait du tableau périodique des éléments, d'après Wikipedia

1. Par lecture de la classification périodique, recopier et compléter le tableau suivant concernant le phosphore :

numéro atomique	
nombre de neutrons	
nombre de protons	
nombre de nucléons	
nombre d'électrons	

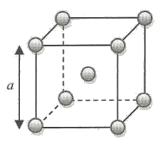
Réponse :

numéro atomique	15	
nombre de neutrons	31 - 15 = 16	
nombre de protons	15	
nombre de nucléons	31	
nombre d'électrons	15	

Le phoshpore cristallise dans une maille cubique centrée. On appelle a le paramètre de la maille.

2. Dessiner la maille cubique centrée.

Réponse :





3. Combien y a-t-il d'atome en propre dans la maille ?

Réponse :

Il y a $1 + 8 \times \frac{1}{8} = \boxed{2}$ atomes en propre dans la maille.

4. Dans cette maille, quels sont les atomes qui se touchent?

Réponse:

L'atome central touche tous les atomes des sommets, mais les atomes des sommets ne se touchent pas entre eux.

5. En déduire que :

$$\sqrt{3}a = 4R.$$

Réponse:

La longueur de la grande diagonale du cube est $\sqrt{3}a$. Cette grande diagonale est composée de 2 demis atomes et d'un atome complet, sa longueur est donc 4R.

6. Exprimer la compacité C de la maille.

Réponse:

La compacité est :

$$C = \frac{2\frac{4}{3}\pi R^3}{a^3} = \frac{2\frac{4}{3}\pi 3\sqrt{3}}{4^3} = \boxed{\frac{\pi\sqrt{3}}{8}}.$$

7. L'application numérique donne C = 68%. Commenter cette valeur.

Réponse:

Dans le cristal de phosphore, il y a donc 32% de vide. La compacité étant inférieure à 74%, ce cristal n'est pas le plus compact possible.

8. Exprimer la masse volumique ρ du phosphore en fonction de R, du nombre d'Avogadro N_A et de la masse molaire du phosphore M_P .

Réponse :

Le volume de la maille est $a^3 = \frac{4^3 R^3}{3\sqrt{3}}$. La masse des atomes dans la maille est $\frac{2 \times M_P}{N_A}$. La masse volumique est alors :

$$\rho = \frac{3\sqrt{3}M_{\rm P}}{32N_A R^3}$$

On donne $\frac{3\sqrt{3}\times31}{32\times6\times1,8^3} = 0.14385495.$

9. Calculer la masse volumique du phosphore.

Réponse:

On trouve:

$$\rho = 1440 \, \mathrm{kg/m^3}$$

Sujet 9 – corrigé

I | L'uraninite

L'uraninite de formule U_xO_y est un cristal composé d'ions oxygène O^{2-} , de rayon $r_-=100\,\mathrm{pm}$ et d'ion U^{q+} , de rayon $r_+=140\,\mathrm{pm}$. Cet oxyde d'uranium sert de combustible à la plupart des centrales nucléaire actuelles. Dans l'uraninite, les cations forment un réseau cubique faces centrées de paramètre de maille a. Les anions occupent les centres de chaque petit cube de coté a/2.

1. Représenter la maille de l'uraninite

Réponse:

La maille est la même que celle du chlorure de sodium

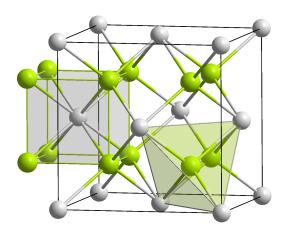


Figure 30.1: Uraninite, image provenant de Wikipedia.

2. Donner le nombre d'ions de chaque type qui appartient en propre la maille et en déduire la formule de l'uraninite.

Réponse:

Dans une maille, il y a 8 ions oxygène (car il y a 8 petits cubes).

Il y a aussi $8 \times 1/8 + 6 \times 1/2 = 4$ ions uranium en propre.

La formule chimie de ce cristal est donc U_4O_8 , c'est-à-dire UO_2

3. En déduire q.

Réponse :

Puisque le cristal est neutre : xq = 2y, on trouve alors q = 4.

4. On suppose que les ions de signes opposés plus proches voisins se touchent. Exprimer puis calculer alors la valeur du paramètre de maille.

Réponse:

Dans un petit cube, la diagonale vaut $d=(a/2)/\sqrt{3}$. De plus, le long de cette diagonale, puisque l'ion oxygène est au milieu, on a $d/2=r^++r^-$. On trouve alors :

$$\frac{a}{2\sqrt{3}} = 2(r^+ + r^-) \implies r^+ + r^- = \frac{a}{4\sqrt{3}} \implies \boxed{a = 4\sqrt{3}(r^+ + r^-) = 1660 \,\mathrm{pm}.}$$

Sujet 10 – corrigé

I | Étude du réseau cristallin NaCl

La structure du chlorure de sodium est représentée figure ci-dessous. Les ions chlorure (Cl^-) cristallisent dans un système cubique à faces centrées. Les ions sodium (Na^+) occupent tous les sites octaédriques et forment également un réseau cubique à faces centrées, décalé d'une demi-arête de celui des ions Cl^- .

Constante d'Avogadro	$N_A = 6.02 \times 10^{23} \ \mathrm{mol^{-1}}$
Rayon ionique de l'ion Na ⁺	$R^+ = 97 \text{ pm}$
Rayon ionique de l'ion Cl ⁻	$R^{-} = 181 \text{ pm}$
Masse molaire atomique de Na	$M_{ m Na} = 23.0 \ { m g \cdot mol^{-1}}$
Masse molaire atomique de Cl	$M_{\rm Cl} = 35.5 \; { m g \cdot mol^{-1}}$

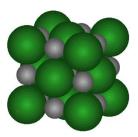


Figure 30.1: Cristal de NaCl

1. Définir et calculer le paramètre de maille a

Réponse:

Le paramètre de maille est la longueur du coté du cube de la maille. D'après le schéma, les ions Cl⁻ et Na⁺ sont en contacts donc $a = 2R^+ + 2R^- = 556 \,\mathrm{pm}$.

2. Exprimer la masse volumique du cristal de NaCl en fonction des données.

Réponse:

Dans une maille, il y a 4 ions Cl⁻ et 4 ions Na⁺ en propre. Ainsi :

$$\rho = \frac{4 \left(M_{\rm Na^+} + M_{\rm Cl^-} \right)}{N_a \left(2R^+ + 2R^- \right)^3}.$$

3. Effectuer l'application numérique et commenter le résultat.

Réponse:

$$\rho = 2,26 \times 10^3 \,\mathrm{kg}$$

Le sel est plus dense que l'eau ($\rho_{\text{eau}} = 1 \times 10^3 \,\text{kg}$).

Sujet 11 – corrigé

I | Le fer

$oxed{\mathbf{A}}$

Documents

Document 1 : Le fer et ses propriétés

L'examen des propriétés du fer, qui est un métal gris, révèle qu'il n'est pas mécaniquement très performant. Il manifeste en effet une faible résistance à la traction et une faible dureté. De plus, il est très peu résistant à la corrosion. Le fer pur existe sous différentes formes parmi lesquelles le fer α , qui est la forme stable à température ambiante et présente une structure cubique centrée et le fer γ , forme stable à température élevée et qui présente une structure cubique faces centrées. Le fer α a une masse volumique de $7.9\,\mathrm{g/cm^3}$ alors que celle du fer γ est de $7.6\,\mathrm{g/cm^3}$.

Pour augmenter les performances mécaniques du fer, il faut diminuer ses possibilités de déformation, en insérant par exemple des atomes étrangers dans la structure cristallographique. Les aciers, par exemple, sont des alliages d'insertion fer-carbone. Ils présentent de nombreux avantages tels qu'une forte résistance aux chocs et à la déformation. Ils sont de plus recyclables.

Document 2 : Les alliages

D'après Chimie tout-en-un MPSI-PTSI, Bruno Fosset, Jean-Bernard Baudin, Frédéric Lahitète (édition Dunod 2013)

Les alliages sont des solides constitués par plusieurs métaux ou obtenus par addition d'un non-métal (type carbone ou bore) à un métal. Les propriétés physiques des alliages peuvent être très différentes de celles observées pour les corps purs constituant l'alliage.

Les alliages d'insertion sont obtenus en insérant des atomes dans les sites interstitiels de la structure cristallographique d'un métal. Dans des structures compactes, seuls des atomes de petits rayons tels que le carbone $(r = 77 \times 10^{-3} \text{ nm})$ peuvent occuper les interstices.

Document 3 : Données

- Masse molaire du fer : $M(\text{Fe}) = 56 \,\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6.0 \times 10^{23} \,\mathrm{mol}^{-1}$

B Questions

1. Le fer a pour symbole ${}^{56}_{26}$ Fe. Donner la composition (nombre de protons, de neutrons et d'électrons) de cet élément.

Réponse:

Cet élément a 26 protons, 30 neutrons et 26 électrons.

2. Le fer peut passer de la forme fer α à la forme fer γ . Quel nom donne-t-on à ce type de transformation ?

Réponse:

Il s'agit d'une transformation physique, et de façon plus précise une transformation allotropique.

L'austénite est un alliage dans lequel le fer peut adopter une structure de type cubique à faces centrées.

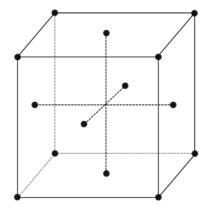


Figure 30.1: Exemple de structure cubique à faces centrées. Les points noirs représentent les centres des atomes de fer. La longueur de l'arête du cube (ou paramètre de maille) est notée a.

3. À l'aide de la figure précédente, déterminer le nombre d'atomes de fer dans une maille, noté N.

${f R\'eponse}$:

Dans cette maille, il y a $6 \times 1/2 + 8 \times 1/8 = \boxed{4}$ atomes de fer en propre.

4. Connaissant la masse volumique et la masse molaire du fer, montrer que le paramètre de maille a vaut 3.7×10^{-10} m.

Réponse :

D'après le cours :

$$\rho = \frac{4M(\text{Fe})}{N_A a^3} \quad \Rightarrow \quad \left[a = \left(\frac{4M(\text{Fe})}{\rho N_A} \right)^{1/3} \right].$$

L'application numérique donne (attention aux unités) :

$$a = \left(\frac{4 \times 56 \times 10^{-3} \,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}}{7600 \,\mathrm{kg \cdot m^{-3}} \times 6.0 \times 10^{23} \,\mathrm{mol^{-1}}}\right)^{1/3} = 3.7 \times 10^{-10} \,\mathrm{m}$$

5. Sachant que les sphères figurant les atomes sont en contact suivant la diagonale d'une face de la maille, vérifier que le rayon d'un atome de fer γ est d'environ $1,3 \times 10^{-3}$ m.

Réponse:

La longueur de la diagonale d'une face est $a\sqrt{2}$ et comme il y a contact des atomes de fer sur la diagonale, alors elle est aussi égale à 4R. On a alors :

$$4R = a\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{a\sqrt{2}}{4}}.$$

L'application numérique est :

$$R = \frac{3.7 \times 10^{-10} \,\mathrm{m} \times \sqrt{2}}{4} = \boxed{1.3 \times 10^{-10} \,\mathrm{m}}.$$

On rappelle qu'un un octaèdre régulier est un polyèdre dont les 8 faces sont des triangles équilatéraux. Il possède ainsi 6 sommets et 12 arêtes.

6. Reproduire la structure cubique à faces centrées sur votre copie. À l'aide de croix rouges, indiquer la position des sites octaédriques.

Réponse:

I. Le fer 25

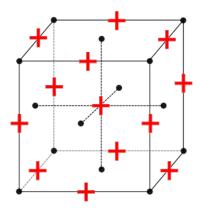


Figure 30.2: Sites octaédriques.

7. Montrer que le rayon maximal d'un atome s'insérant dans un site octaédrique pour créer un alliage est :

$$r_{\max} = \frac{a}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Réponse:

Les différents atomes se touchent sur chaque arrête du cube qui forme la maille. On a alors :

$$2R + 2r_{\text{max}} = a \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_{\text{max}} = \frac{a}{2} - R}.$$

L'application numérique est :

$$r_{\text{max}} = 5.4 \times 10^{-11} \,\text{m}$$

8. Comparer cette valeur au rayon d'un atome de carbone. Quel peut être l'effet de l'insertion d'un atome de carbone dans la maille ?

Réponse:

Puisque $7.7 \times 10^{-11} \,\mathrm{m} > r_{\mathrm{max}}$, alors il n'est pas possible d'insérer un atome de carbone sans déformer le cristal.