Sujet 1 – corrigé

I Question de cours

Présenter le défaut d'un œil hypermétrope **avec un schéma**, comment corriger ce défaut et les points caractéristique du verre correcteur et de l'œil qui doivent être confondus pour corriger la vision de loin. Une schématisation optique (du type $AB \xrightarrow[O]{\mathcal{L}} A'B'$) et un schéma sont nécessaires ;

II Doublet de Huygens

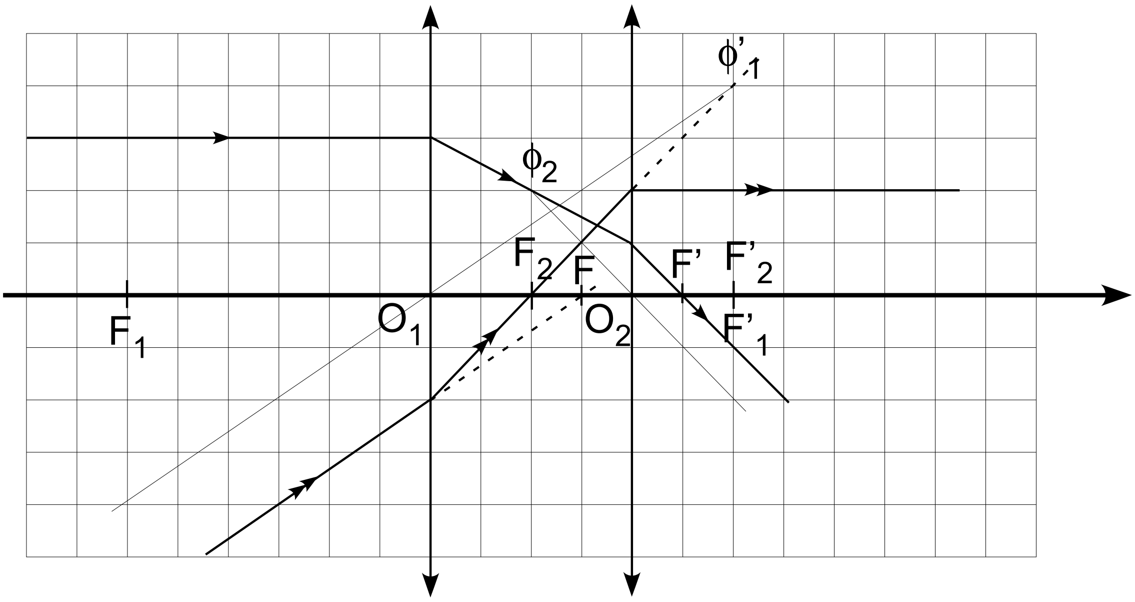
Un doublet de lentilles non accolées est constitué d'une lentille convergente L_1 de centre optique O_1, de distance focale f_1' et d'une autre lentille convergente L_2 de centre optique O_2, de distance focale f_2'. On note $e = \overline{O_1O_2} > 0$. Un doublet de Huygens est de type :

$$f_1' = 3a \qquad e = 2a \qquad f_2' = a$$

Pour l'application numérique, on prendra $a = 2{,}0\,\mathrm{cm}$. On note $\Delta = \overline{F_1'F_2}$.

1. Déterminer par construction géométrique les foyers objet et image, notés F et F', du doublet optique. Sur le schéma, on prendra un carreau pour $1{,}0\,\mathrm{cm}$.

Réponse :
Sur le schéma, on trouve : $\overline{F_1F} = 9{,}0\,\mathrm{cm}$ et $\overline{F_2'F'} = -1{,}0\,\mathrm{cm}$



2. Exprimer $\overline{F_1F}$ et $\overline{F_2'F'}$ en fonction de e, f_1' et f_2'. Faire l'application numérique. Conclure.

Réponse :
Position du foyer objet F : $F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$
On applique la relation de conjugaison de Newton sur la lentille L_1 :

$$\overline{F_1'F_2} \cdot \overline{F_1F} = -f_1'^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_1F} = \frac{-f_1'^2}{\overline{F_1'F_2}} = \frac{-f_1'^2}{\Delta}$$

Or $\Delta = \overline{F_1'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = e - f_1' - f_2'$, donc

$$\boxed{\overline{F_1F} = \frac{f_1'^2}{f_1' + f_2' - e} \quad ; \quad \overline{F_1F} = \frac{9a^2}{3a + a - 2a} = 9{,}0\,\mathrm{cm}}$$

Position du foyer image F' : $A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F'$
On applique la relation de conjugaison de Newton sur la lentille L_2 :

$$\overline{F_2'F'} \cdot \overline{F_2F_1'} = -f_2'^2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_2'F'} = \frac{-f_2'^2}{-\overline{F_1'F_2}} = \frac{f_2'^2}{\Delta}$$

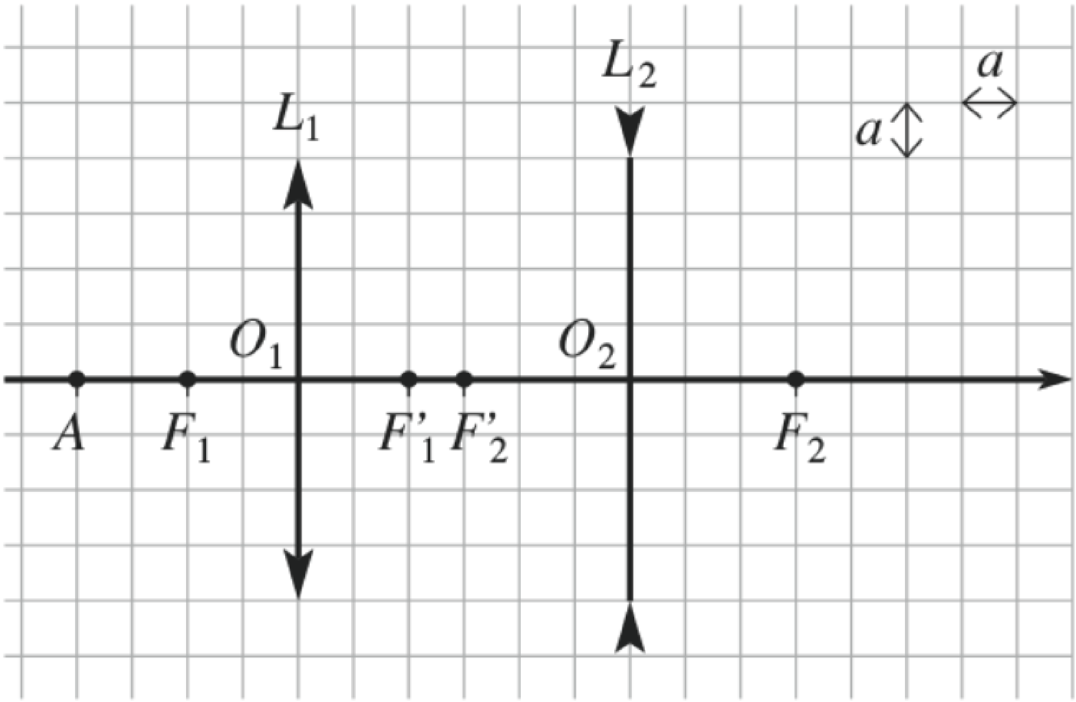
$$\boxed{\overline{F_2'F'} = \frac{-f_2'^2}{f_1' + f_2' - e} \quad ; \quad \overline{F_2'F'} = \frac{-a^2}{3a + a - 2a} = -1{,}0\,\mathrm{cm}}$$

Sujet 2 – corrigé

I Question de cours

Savoir comment se modélise un microscope et construire le chemin de deux rayons parallèles quelconques. Les positions des points d'intérêt nécessaires au tracé seront données par l'examinataire. Définir alors le grossissement **sans** donner ou démontrer son expression, en donner un ordre de grandeur et commenter son signe ;

II Doublet



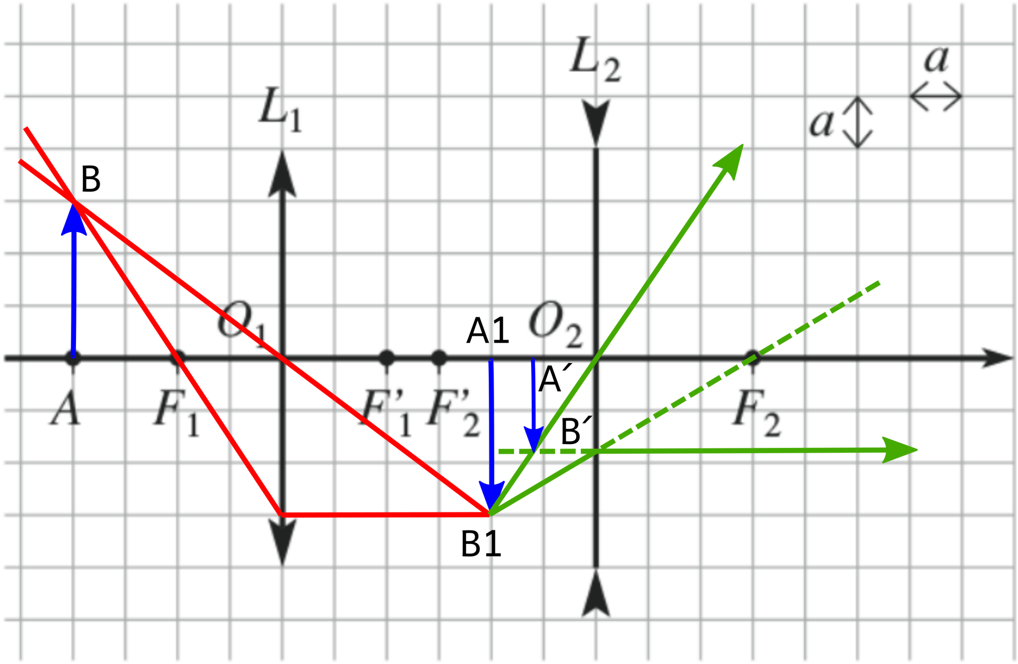
Données. Relations de conjugaison et de grandissement pour une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad ; \qquad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

La distance focale image est notée f' alors que la distance focale objet est notée $f = -f'$.

1. Déterminer, par construction géométrique, la position de l'image A' de l'objet A à travers le système de deux lentilles L_1 et L_2. On précisera la position de l'image intermédiaire A_1 (image de A par L_1 ainsi que sa nature (réelle ou virtuelle)).

   Réponse :
   La position de A' se trouve à une distance un peu supérieure à a, en amont de O_2.



2. Vérifier le résultat en utilisant la relation de conjugaison.

Réponse :
Position de la première image A_1 :
On note $\overline{O_1A} = -4a$ la distance algébrique entre le centre optique de la première lentille et l'objet. La relation de conjugaison pour L_1 s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

D'où :

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}f_1'}{\overline{O_1A} + f_1'} \overset{\text{A.N.}}{=} \frac{(-4a)\,(2a)}{-4a+2a} = 4a$$

Position de la seconde image A' :
La relation de conjugaison pour L_2 s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$$

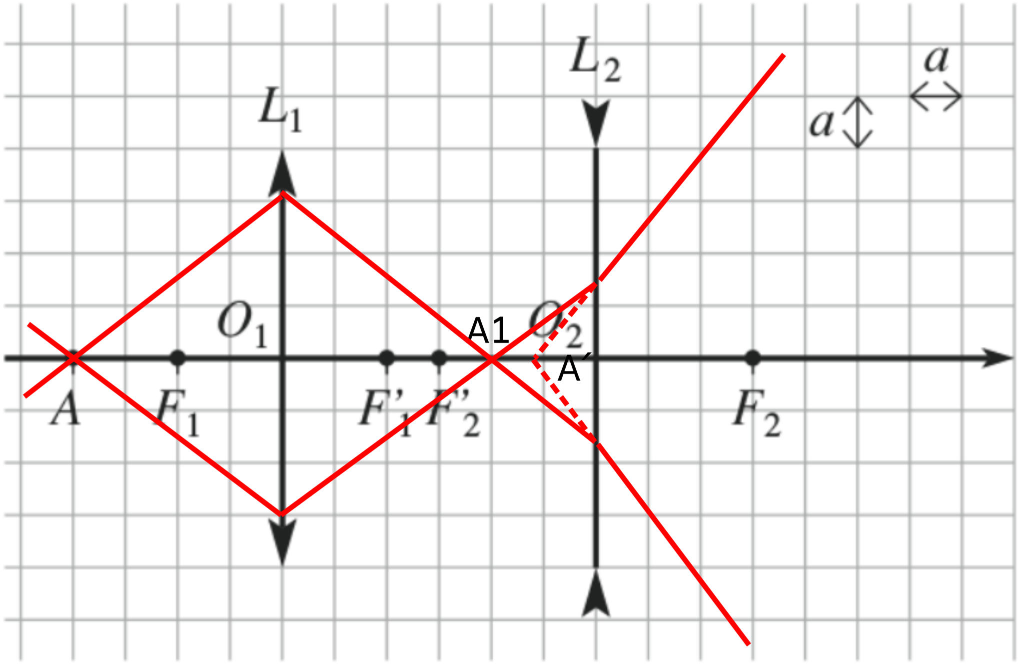
D'où :

$$\overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1}f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'} \overset{\text{A.N.}}{=} \frac{(4a-6a)\,(-3a)}{-2a-3a} = \frac{6}{5}a$$

Où la relation $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$ a été utilisée lors de l'application numérique. Le résutlat confirme la position approximativement obtenue lors du tracé.

3. Tracer un faisceau de rayons issu de A.

Réponse :
Les rayons sont obtenus en connaissant la position de l'image intermédiaire A_1 et en assurant que les rayons sortant de L_2 proviennent de l'image virtuelle A'.



L_1
L_2
a
a
O_1
A1
O_2
A´
A
F_1
F'_1
F'_2
F_2

Sujet 3 – corrigé

I Question de cours

Démontrer le théorème des vergences pour les lentilles accolées, et démontrer la relation du grandissement d'une association de lentilles en fonction du grandissement de chacune des lentilles.

II Lunette astronomique

On considère une lunette astronomique formée d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente de distance focale $f_1' = \overline{O_1F_1'}$ et d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente de distance focale $f_2' = \overline{O_2F_2'}$. Ces deux lentilles ont même axe optique Δ. On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini. On souhaite observer la planète Mars, qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent 2α, symétriquement par rapport à l'axe optique de la lunette.
Pour voir la planète nette à travers la lunette, on forme un système afocal.

1. Définir un système afocal. Que cela implique-t-il pour les positions des lentilles ?

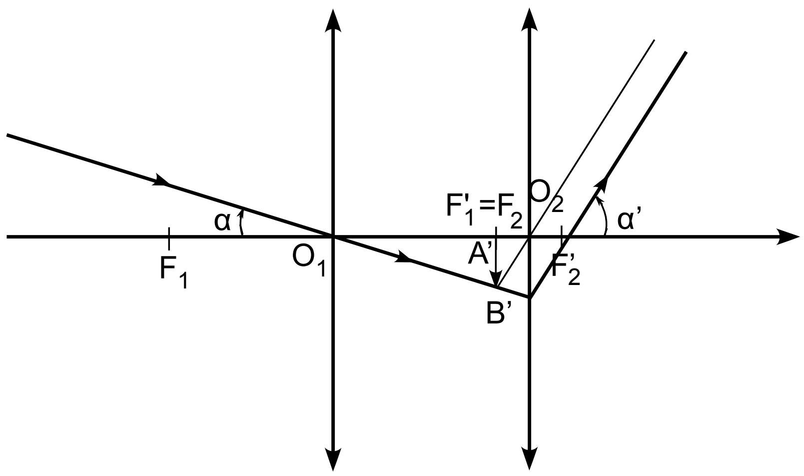
   Réponse :
   Un système est dit afocal si ses foyers sont rejetés à l'infini. Un objet à l'infini donne alors une image à l'infini.
   $$A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$
   L'image d'un objet à l'infini par la lentille L_1 est le foyer image F_1'. Si on veut que l'image de F_1' par la lentille L_2 soit à l'infini, il faut que l'objet soit au foyer objet de cette lentille.

2. On note α l'angle sous lequel est vu le bord extrême de la planète Mars. Cet objet est supposé être à l'infini. Dans le cas où $f_1' = 5f_2'$, faire une construction graphique. On placera $\overline{A'B'}$ l'image intermédiaire sur ce schéma.

   On note α' l'angle orienté que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette par rapport à l'axe optique.

   Placer l'angle α' sur la figure précédente. L'image est-elle droite ou renversée ?

   Réponse :
   L'image est renversée car l'angle α' n'est pas orienté dans le même sens que α.



3. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Exprimer G en fonction de f_1' et de f_2'. Commenter son signe. On rappelle que les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss.

Réponse :
Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss, donc les angles α et α' sont petits.

On exprime la tangente de l'angle α dans le triangle $O_1A'B'$:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F_1'}} \sim \alpha < 0$$

On exprime la tangente de l'angle α' dans le triangle $O_2A'B'$:

$$\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2F_2}} \sim \alpha' > 0$$

On en déduit le grossissement : $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'} < 0}$.

Le signe est cohérent avec le fait que α' et α sont de signe contraire.

On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2 une lentille convergente L_3 de distance focale $f_3' = \overline{O_3F_3'}$. L'oculaire L_2 est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

4. Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi ?

Réponse :
La lentille L_3 doit conjuguer F_1' et F_2.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_3} F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

5. On appelle γ_3, le grandissement de la lentille L_3. En déduire $\overline{O_3F_1'}$ en fonction de f_3' et γ_3.

Réponse :
Méthode 1 :
On utilise la relation de Newton pour le grandissement sur L_3 :

$$\gamma_3 = \frac{f_3'}{\overline{F_3F_1'}} = \frac{f_3'}{f_3' + \overline{O_3F_1'}} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma_3 \cdot (f_3' + \overline{O_3F_1'}) = f_3'$$

$$\boxed{\overline{O_3F_1'} = f_3'\left(\frac{1-\gamma_3}{\gamma_3}\right)}$$

Méthode 2 :
Le grandissement est défini par

$$\gamma_3 = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1'}}$$

De plus, on peut appliquer la relation de conjugaison de Descartes à la lentille L_3 :

$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'}$$

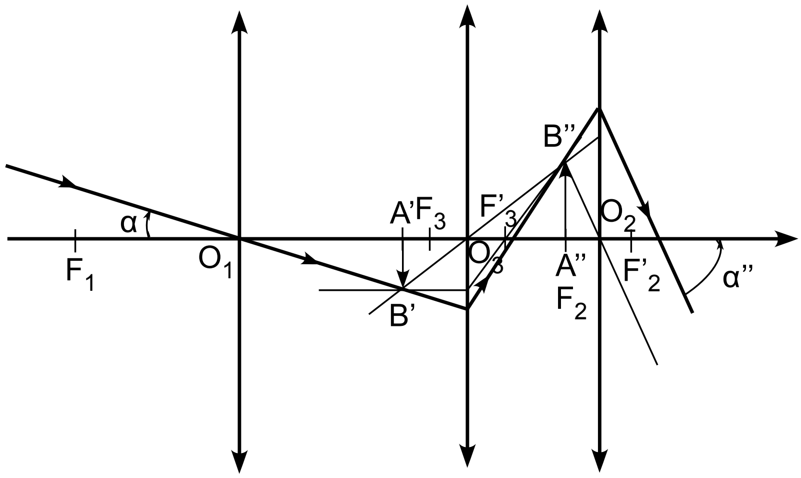
On peux alors combiner ces résultats pour obtenir :

$$\frac{1}{\gamma_3\overline{O_3F_1'}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_3F_1'}}\left(\frac{1}{\gamma_3} - 1\right) = \frac{1}{f_3'} \Rightarrow \overline{O_3F_1'} = f_3'\left(\frac{1-\gamma_3}{\gamma_3}\right)$$

et le résultat est bien identique.

6. Faire un tracé de rayons de cette situation. On appellera $\overline{A'B'}$ la première image intermédiaire et $\overline{A''B''}$ la seconde image intermédiaire. Déterminer graphiquement ces images intermédiaires, ainsi que les positions des foyers objet F_3 et image F_3' de la lentille L_3.

Réponse :



7. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de γ_3, f_1' et f_2'. On notera α'' l'angle sous lequel est vue l'image finale que l'on placera sur la figure précédente.

Réponse :

Par définition $G' = \dfrac{\alpha''}{\alpha}$. On exprime ces angles dans l'approximation des petits angles (conditions de Gauss) :

$$\alpha = \frac{\overline{A'B'}}{f_1'} \quad ; \quad \alpha'' = \frac{\overline{A''B''}}{-f_2'}$$

Par définition $\gamma_3 = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}$

On en déduit le grossissement : $\boxed{G' = -\dfrac{f_1'}{f_2'} \cdot \gamma_3 = \gamma_3 \cdot G}$

L_3 conjugue un objet réel et une image réelle donc $\gamma_3 < 0$, donc $G' > 0$. On ne peut pas conclure sur le fait que $G' > |G|$ car on ne sait pas si $|\gamma_3| > 1$ (cela dépend de la valeur de f_3').

Sujet 4 – corrigé

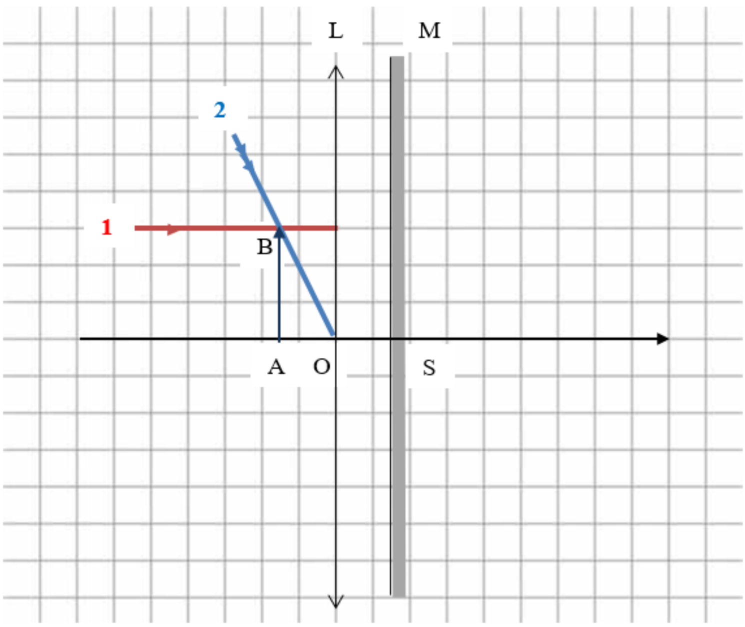
I Question de cours

Savoir comment se modélise une lunette de **Kepler** et construire le chemin de deux rayons parallèles quelconques. Les positions des points d'intérêt nécessaires au tracé seront données par l'examinataire. Définir alors le grossissement, **donner et démontrer** son expression, en donner un ordre de grandeur et commenter son signe.

II Système catadioptrique

Un système optique est formé d'une lentille mince L convergente de distance focale image $f' = 30\,\text{cm}$ et d'un miroir plan disposé à15 cm derrière la lentille, dont la normale est parallèle à l'axe optique de L. On dispose d'un objet AB situé à $15cm$ en avant de la lentille.
On notera B_1 l'image donnée par la lentille L du point B, puis B_2 l'image donnée par le miroir M du point B_1 et enfin B' l'image finale que donne L de B_2.

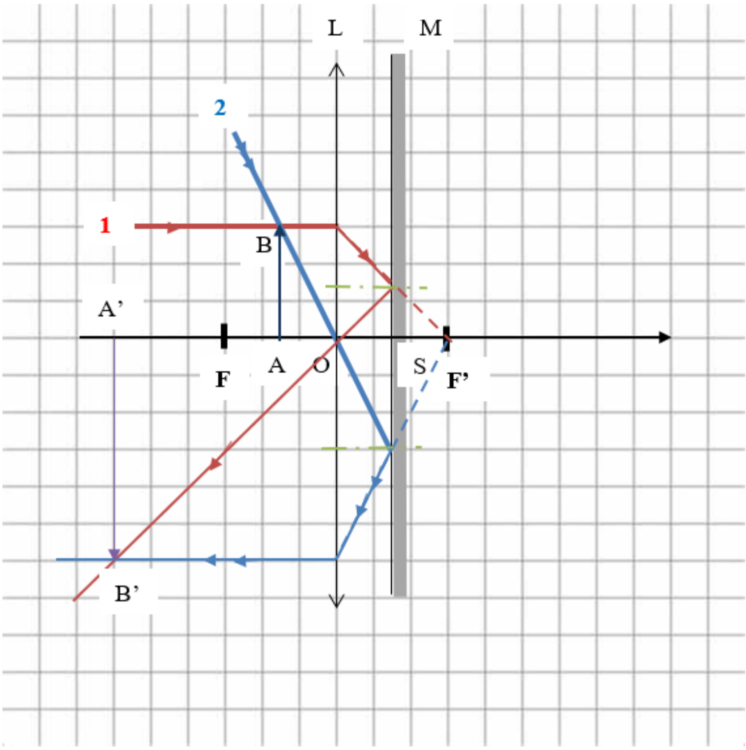
1. Compléter les tracés des deux rayons passant par B jusqu'à obtenir l'image définitive $A'B'$ sur la figure ci-dessous. Préciser les propriétés utilisées au fur et à mesure. Il n'est pas indispensable de positionner les images intermédiaires.



Réponse :
Il faut positionner les foyers objet et image. Pour ce faire :

- Le rayon 1 est parallèle à l'axe optique, il émerge de la lentille en passant par le foyer image F'. Il est réfléchi au niveau du miroir selon la loi de la réflexion de Snell-Descartes. Ainsi il revient vers la lentille en passant par O (le rayon réfléchi passe par O car O est l'image de F' par le miroir, le rayon incident passant par F'); Il n'est donc pas dévié lors de son passage retour par la lentille.
- Le rayon 2 passe par le centre O de la lentille. Il n'est donc pas dévié. Il arrive sur le miroir et est réfléchi selon la loi de la réflexion de Snell-Descartes (le prolongement du rayon réfléchi passe par F' car F' est l'image de O par le miroir, le rayon incident passant par O). Le prolongement du rayon réfléchi passe par F', qui joue le rôle de F car propagation de la lumière de droite à gauche. Il ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique.

- L'intersection des deux rayons émergents donne la position de B'. Enfin, par aplanétisme, il est possible de placer A'
- Comme la projection orthogonale de B' sur l'axe optique. Ainsi, on obtient finalement l'image $A'B'$. Il semble que $\overline{OA'} = 60\,\text{cm}$.



2. Retrouver les positions des images successives grâce aux formules de conjugaison Descartes de la lentille et aux propriétés du miroir plan. Pour cela on exprimera :
   - $\overline{OA_1}$ en fonction de f' et $\overline{OA}$. La calculer.
   - Puis $\overline{OA_2}$ en fonction de $\overline{OA_1}$ et $\overline{OS}$. La calculer.
   - et enfin $\overline{OA'}$ en fonction de f' et $\overline{OA_2}$. La calculer.

Réponse :

Appliquons la loi de Descartes à la lentille L (en propagation gauche-droite) :

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{f' + \overline{OA}}{f'\overline{OA}}$$

D'où : $\overline{OA_1} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$

Soit, numériquement : $\overline{OA_1} = \frac{30 \times (-15)}{30 - 15} = 30\,\text{cm}$

Propriété du miroir plan :

$$\overline{SA_2} = -\overline{SA_1} \quad \text{avec} \quad \overline{SA_1} = \overline{SO} + \overline{OA_1} \quad \text{et} \quad \overline{OA_2} = \overline{OS} + \overline{SA_2}$$

Ainsi :

$$\overline{OA_2} = \overline{OS} - \overline{SA_1} = \overline{OS} - \overline{SO} - \overline{OA_1} = \overline{OS} + \overline{OS} - \overline{OA_1}$$

Enfin : $\overline{OA_2} = 2\overline{OS} - \overline{OA_1}$

Numériquement : $\overline{OA_2} = 2 \times (+15) + 30 = +60\,\text{cm}$

Puis de nouveau la loi de Descartes pour la lentille (mais en propagation droite-gauche). Cela revient à permuter F et F'. Etant donné que la propagation se fait dorénavant à l'opposé de l'orientation définie comme positive, la nouvelle distance focale image f'_{retour} s'écrit $f'_{\text{retour}} = \overline{OF'} = -f'$.

Ainsi, la relation de conjugaison de Descartes devient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = -\frac{1}{f'}$$

Soit $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{f'} = \frac{f'-\overline{OA_2}}{f'\overline{OA_2}}$

D'où $\overline{OA'} = \frac{f' \times \overline{OA_\mathbf{2}}}{f' - \overline{OA_\mathbf{2}}}$

Ainsi, numériquement : $\overline{OA'} = \frac{30 \times (60)}{30-60} = -60\,\text{cm}$.

C'est cohérent avec le résultat obtenu graphiquement !