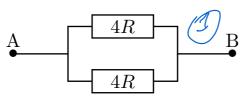
Électrocinétique : permanent et ordre 1 - corrigé

/49 E1 Modélisation d'un dipôle linéaire

/5 1 Si D est un interrupteur ouvert, alors le circuit est composé de deux branches parallèles, avec des résistances R et 3R soit $R_{\rm serie} = R + 3R$ 4R. Or, pour deux résistances R_1 et R_2 en parallèle, on a



$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{2}{4R}$$

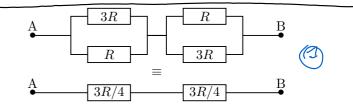
$$\Leftrightarrow R_{\infty} = 2R$$

$$\Rightarrow R_{\infty} = 200 \,\Omega$$

$$R_{\infty} = 100 \,\Omega$$

/4 2 Si D est un fil, le circuit est l'association en série de deux résistances $R_{\rm eq}$ identiques correspondant à l'association en parallèle de la résistance 3R et de la résistance R, soit $R_{\rm eq} = 3R/4$.

$$R_0 = 3R/2 \Rightarrow R_0 = 150 \Omega$$

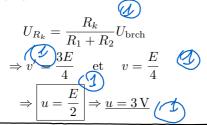


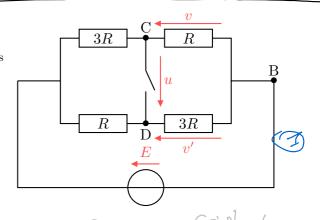
A Sur une source de tension

/8 3

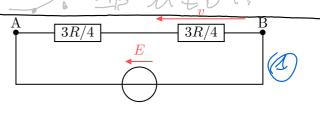
$$u = U_{DC}$$
 $\Leftrightarrow u = U_{DB} + U_{BC}$
 $\Leftrightarrow u = v' - v$
Additivité des tensions
Attention au signe

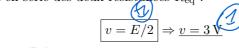
On reconnait deux ponts diviseurs de tension. Or, pour une résistance R_2 en série avec une résistance R_1 dans une branche de tension U_{brch} , on a





Dans ce cas, d'après la question 2, la tension v correspond à la tension aux bornes de la résistance équivalente $R_{\rm eq}=3R/4$. On applique la formule du pont diviseur de tension sur l'association en série des deux résistances $R_{\rm eq}$:

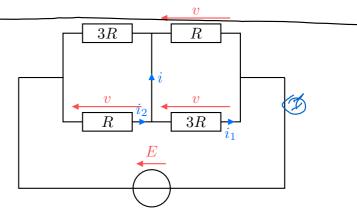




/5 $\boxed{5}$ Par l'application de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm :

$$i = i_2 - i_1 = \frac{v}{R} - \frac{v}{3R}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i = \frac{E}{3R}} \Rightarrow \underline{i = 20 \text{ mA}}$$

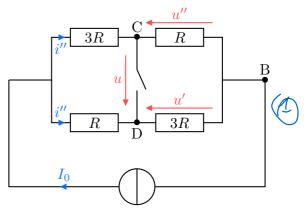


Sur une source de courant

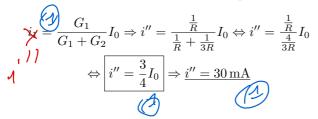
Si D est un interrupteur ouvert, alors le courant est le même dans les deux branches qui ont la même résistance équivalente, donc $i'' = I_0/2$ avec la loi des nœuds.

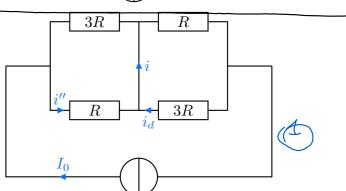
Or, par l'additivité des tensions, u=u'-u''. En appliquant la loi d'Ohm, on obtient

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u = RI_0 \\ \checkmark \end{bmatrix}} \Rightarrow \underbrace{u = 4 \, \text{V}}_{\checkmark}$$



On reconnaît les conditions d'application d'un pont diviseur de courant : pour deux résistances R_1 et R_2 en parallèle alimentées par un courant I_0 se divisant en i_1 et i_2 respectivement, on a





/4 8 D'après la formule du pont diviseur de courant, $i_d = -I_0$ insi,

$$i = i'' + i_d \Leftrightarrow \boxed{i = \frac{I_0}{2}} \Rightarrow \underline{i = 20 \,\mathrm{mA}}$$

Application

/4 | 9 | Dans le cas où D' est un générateur de tension de f.e.m. u' = E:

 \diamond Si D est un interrupteur ouvert, i=0 et u=E/2: E=bE/2, donc b=2

 \diamond Si D est un fil, u=0 et i=E/(3R) : E=aE/(3R), donc a=3R



Dans le cas où D' est un générateur de courant de c.e.m. $i'=I_0$:

 \diamond Si D est un fil, u=0 et $i=I_0/2:I_0=cI_0/2$, donc c=2

 \diamond Si D est un interrupteur ouvert, i=0 et $u=RI_0:I_0=dRI_0$, donc d=1/R

/3|10|Par application de la loi d'Ohm sur le dipôle AB, et sur la résistance ρ :

$$R_{AB} = u'/i'$$
 et $u = \rho i$

On remplace u dans les expressions de u' et de i' :

$$u' = (3R + 2\rho)i$$
 et $i' = \left(2 + \frac{\rho}{R}\right)i$

En faisant le rapport des deux, on obtient la résistance équivalente :

$$R_{AB} = R \times \frac{3R + 2\rho}{2R + \rho}$$

- |2|11 $\lim_{\rho\to\infty}R_{AB}=2R=R_{\infty}$, il y a cohérence avec la réponse à la question |1|
- |2|12 $\lim_{\rho\to 0} R_{AB} = 3R/2 = R_0$, il y a cohérence avec la réponse à la question |2|

Point de fonctionnement d'une diode /39

- Une diode bloquée est modélisable par un interrupteur ouvert (i = 0)
- Le coefficient directeur est donné par le taux d'accroissement

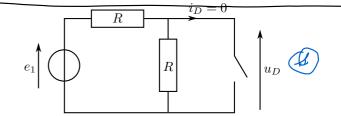
$$a = \frac{i_C}{u_C - u_s} \text{ avec} \begin{cases} i_C = 0,500 \text{ A} \\ u_C = 0,70 \text{ V} \\ u_s = 0,60 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \underline{a = 5,0 \text{ S}}$$

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine, on utilise le point d'abscisse u_s et d'ordonnée nulle :

$$0 = au_s + b \quad \text{soit} \quad b = -au_s = \frac{-i_C u_s}{u_C - u_s} \Rightarrow b = -3.0 \, \text{A}$$
 D'après l'additivité des tensions et la loi d'Ohm, $u = ri - e$, soit $i = \frac{e}{r} + \frac{u}{r}$

- Deux dipôles sont équivalents s'ils ont la même caractéristique. On en déduit $i=i_D$ si $u=u_D$, soit e/r=b et 1/r=a; $e=b/a=-u_s=-0.60\,\mathrm{V}$ et $r=1/a=0.20\,\Omega$.
- En remplaçant la diode par un interrupteur, on reconnait un En remplaçant la diode par un interrupceur, en pont diviseur de tension : $u_D = \frac{e_1}{2}$. La diode est bloquée si $u_D \searrow u_s$, donc il faut que





/10On refait le circuit en faisant attention à l'orientation de la tension e. La loi des nœuds et les lois d'Ohm sont appliquées sur le schéma. On définit u_D comme étant la tension aux bornes des trois branches en parallèle :

$$u_D = e_1 - Ri_1$$

$$\Leftrightarrow u_D = R(i_1 - i_D)$$

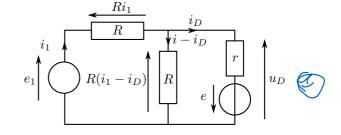
$$\Leftrightarrow u_D = ri_D - e$$

$$(2.1)$$

$$(2.2)$$

$$\Leftrightarrow u_D = R(i_1 - i_D) \tag{2.2}$$

$$\Leftrightarrow u_D = ri_D - e \tag{2.3}$$



$$(2.1) + (2.2) \Rightarrow 2u_D = e_1 - Ri_D \quad \text{soit} \quad i_D = \frac{e_1 - 2u_D}{R}$$

$$(2.3) \Rightarrow u_D = \frac{r}{R}(e_1 - 2u_D) - e \quad \text{soit} \quad u_D = \frac{re_1 - Re}{2r + R}$$

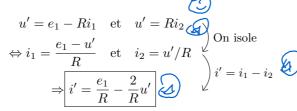
$$\text{avec} \quad \begin{cases} r = 0.20 \,\Omega \\ e_1 = 10 \,\text{V} \\ R = 4.0 \,\Omega \\ e = -0.60 \,\text{V} \end{cases}$$

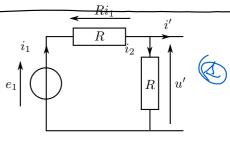
A.N. : $u_D = 1.0 \,\text{V}$

On remarque que $u_D > u_s$, donc la diode est bien passante. Pour trouver i_D on utilise la caractéristique de la diode :

$$i_D = au_D + b \Rightarrow i_D = 2.0 \,\mathrm{A}$$

/5 | 7 | Loi des mailles et loi d'Ohm :



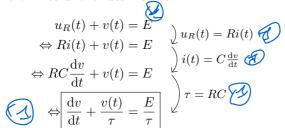


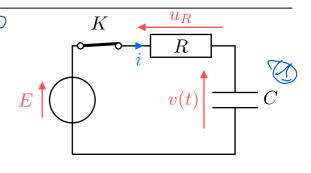
Voir Figure 2.6. On lit les coordonnées du point d'intersection I(1,0 V; 2,0 A). Cela correspond aux valeurs déterminées 8 précédemment

P1. Balise lumineuse

/45 P1 Balise lumineuse

/16 1 La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps donc $v(t=0^+)=v(t=0^-)$ $< U_a$ Le tube est par conséquent éteint et la lampe est donc assimilable à un interrupteur ouvert. Avec une loi des mai<u>l</u>les :





L'équation homogène est

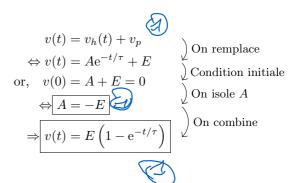
$$\frac{\mathrm{d}v_h}{\mathrm{d}t} + \frac{v_h}{\tau} = 0$$

de solution

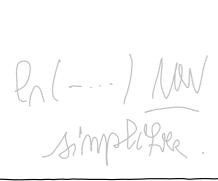
$$v_h(t) = Ae^{-t/\tau}$$

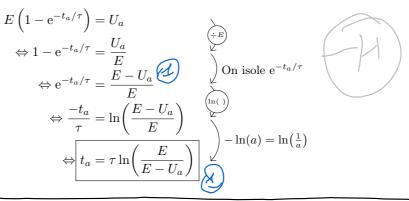
Une solution particulière $v_p(t) = \lambda$ donne

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d} \chi}{\mathrm{d} t}}_{} + \frac{\lambda}{\tau} = E \Leftrightarrow \boxed{\lambda = E}$$

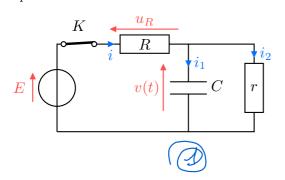


/3 2 La décharge s'amorce à l'instant t_a tel que $v(t_a) = U_a$. Soit





/11 $\boxed{3}$ La lampe est maintenant assimilable à une résistance r. On obtient alors le nouveau schéma équivalent :



Avec une loi des mailles et la loi d'Ohm:

$$u_R + v = E$$

$$\Leftrightarrow Ri + v = E$$

$$\Leftrightarrow R(i_1 + i_2) + v = E$$

$$\Leftrightarrow R\left(C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{r}\right) + v = E$$

$$\Leftrightarrow RC\frac{dv}{dt} + \left(\frac{R}{r} + 1\right)v = E$$

$$\Leftrightarrow rC\frac{dv}{dt} + \left(1 + \frac{r}{R}\right)v = \frac{r}{R}E$$
On néglige les termes en $\frac{r}{R}$

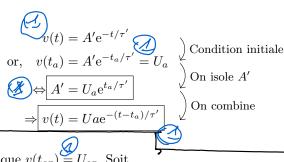
$$\Rightarrow rC\frac{dv}{dt} + v = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau'} = 0$$

$$T' = rC$$

P1. Balise lumineuse 5

Ainsi,



/3 4 La décharge se termine à l'instant t_{ex} tel que $v(t_{ex}) = U_{ex}$. Soit

$$U_{a}e^{-(t_{ex}-t_{a})/\tau'} = U_{ex}$$

$$\Leftrightarrow e^{-(t_{ex}-t_{a})/\tau'} = \frac{U_{ex}}{U_{a}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{t_{ex}-t_{a}}{\tau'} = \ln\left(\frac{U_{ex}}{U_{a}}\right)$$

$$\Leftrightarrow t_{ex} = t_{a} + \tau' \ln\left(\frac{U_{a}}{U_{ex}}\right)$$

$$/2$$
 5

$$T_1 = t_{ex} t_a = \tau' \ln \left(\frac{U_a}{U_{ex}} \right)$$

/6 6 Par analogie directe avec la première question, dans cette phase,

$$v(t) = Ae^{-t/\tau} + E$$
 et $\tau = RC$



La nouvelle condition initiale s'écrit désormais $v(t = t_{ex})U_{ex}$. Soit

$$Ae^{-t_{ex}/\tau} + E = U_{ex} \Leftrightarrow A = (U_{ex} - E)e^{t_{ex}/\tau}$$

Dont on déduit, après calcul,

$$v(t) = (U_{ex} - E)e^{-(t - t_{ex})/\tau} + E$$

Le nouvel allumage de la lampe est réalisée à la condition $v(t=t_{ex}+T_2)=U_a$, soit

$$(U_{ex} - E)e^{-T_2/\tau} + E = U_a$$

D'où $T_2 = \tau \ln \left(\frac{U_{ex} - E}{U_a - E}\right)$

$$T = T_1 + T_2 \Leftrightarrow \boxed{T = \tau \ln\left(\frac{U_{ex} - E}{U_a - E}\right) + \tau' \ln\left(\frac{U_a}{U_{ex}}\right)}$$

/2 8 Les flashs lumineux sont très brefs devant la durée entre deux flashs, permettant de bien les distinguer d'un autre signal lumineux (phare).



/84 P2 Régimes transitoires successifs d'un circuit RL

A Étude pour $t \in]0,t_1[$

/6 1 À l'instant $t = 0^-$, le circuit est en régime permanent, et les interrupteurs sont ouverts. Comme le circuit est ouvert, il n'y a pas de courant circulant dans le circuit. Par continuité de l'intensité traversant la bobine, on en déduit $i(0^+) = i(0^-) = 0$. Comme il n'y a pas de courant à $t = 0^+$, les tensions aux bornes des résistances sont nulles. En appliquant la loi des mailles : $u(0^+) = E$

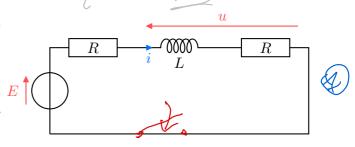


FIGURE 2.1 – Schéma à $t = 0^-$.

/4 2 En régime permanent, la bobine se comporte comme un fil. Le circuit se résume à un générateur alimentant deux résistances :



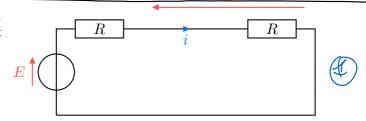


FIGURE 2.2 – Schéma à $t = t_1^-$.

/5 3 On utilise le circuit en régime transitoire pour $t \in]0,t_1[$. On applique la loi des mailles :

$$E = Ri + L \frac{dt}{dt} + Ri \quad \text{soit} \quad \frac{di}{dt} + \frac{2R}{L}i = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_1 = \frac{L}{2R} \quad \text{et} \quad A_1 = \frac{E}{L}}$$

/8 4 On a :

Équation homogène :

$$\frac{\mathrm{d}i_h}{\mathrm{d}t} + \frac{i_h}{\tau_1} = 0$$

de solution

$$i_h = B_1 e^{-t/\tau_1}$$

Une solution particulière $i_p(t) = \lambda$ donne

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t}}_{=0} + \frac{\lambda}{\tau_1} = \frac{E}{L} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \frac{E}{2R}}$$

 $i(t) = i_h(t) + i_p(t)$ $\Leftrightarrow i(t) = B_1 \exp(-t/\tau_1) + \frac{E}{2R}$ On remplace $or, \quad i(0) = 0 = B_1 + \frac{E}{2R}$ $\Leftrightarrow B_1 = -\frac{E}{2R}$ On isole B_1 $\Rightarrow i(t) = \frac{E}{2R} \left(1 - e^{-t/\tau_1}\right) \quad \text{pour} \quad t \in]0; t_1[$

Quand on atteint le régime permanent, $\lim_{t\gg\tau_1}i(t)=E/(2R)$, ce qui cohérent avec la réponse à la question 2

/4 $\boxed{5}$ On applique la loi des mailles :

$$u(t) = E - Ri(t)$$
 donc $u(t) = \frac{E}{2} \left(1 + e^{-t/\tau_1}\right)$ pour $t \in]0; t_1[$

On vérifie que u(0) = E.





Quand on atteint le régime permanent, $\lim_{t\gg\tau_1}u(t)=E/2$, ce qui cohérent avec la réponse à la question 2.

- /8 6 Voir Figure 3.1 : on lit $\tau_1 = 0.5 \,\mathrm{ms} \ll t_1$, donc on peut considérer que le greuit est en régime permanent à l'instant $t = t_1^-$.
- On lit u(t=0)=6 V et $i(t\gg\tau_1)=30$ mA. Or d'après l'étude théorique, u(t=0)=E=6 V, $i(t\gg\tau_1)=E/2R$, donc $R=100\Omega$. Enfin $\tau_1=L/2R$, donc L=0.1 H

B Étude pour $t \in]t_1; t_2[$

Par continuité du courant circulant à travers une bobine :

$$i(t_1^+) = i(t_1^-) = \frac{E}{2R}$$

D'après la loi des mailles :

$$E = R(i_g(t_1^+)) + u(t_1^+)$$

$$\Leftrightarrow E = R\left(i(t_1^+) + i_d(t_1^+)\right) + u(t_1^+)$$

$$\Leftrightarrow E = Ri(t_1^+) + 2u(t_1^+)$$

$$\Leftrightarrow u(t_1^+) = \frac{E - Ri(t_1^+)}{2}$$

$$\Leftrightarrow u(t_1^+) = \frac{E}{4}$$

$$\Leftrightarrow u(t_1^+) = \frac{E}{4}$$

$$\Leftrightarrow u(t_1^+) = \frac{E}{2R}$$

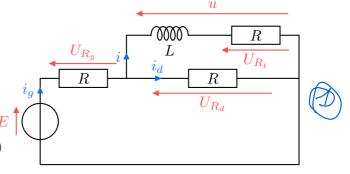
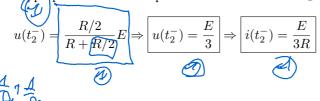


FIGURE 2.3 – Schéma à $t = t_1^+$.

/8 | 8 | En régime permanent, la bobine se comporte comme un fil. Le circuit se résume à un générateur alimentant trois résistances. On associe les deux résistances en paralléle et on applique la formule du pont diviseur de tension



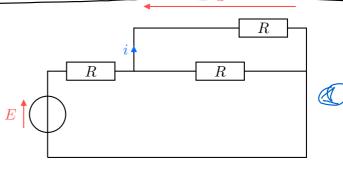


FIGURE 2.4 – Schéma à $t = t_2^-$.

On utilise le circuit en régime transitoire pour $t \in]t_1,t_2[$.

$$E = R(i_g) + u$$

$$\Leftrightarrow E = Ri + Ri_d + u$$

$$\Leftrightarrow E = Ri + 2u$$

$$\Leftrightarrow E = Ri + 2L \frac{di}{dt} + 2Ri$$

$$\Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{3R}{2L}i = \frac{E}{2L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_2 = \frac{2L}{3R} \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{E}{2L}}$$

$$On identifie$$

/6 10 La solution est la somme de la solution de l'équation homogène et d'une solution particulière :

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) = B_2 \exp(-t/\tau_2) + \frac{E}{3R}$$

On utilise la condition initiale pour déterminer la constante B_2 :

$$i(t_1) = \frac{E}{2R} = B_2 e^{-t_1/\tau_2} + \frac{E}{3R}$$
 soit $B_2 = \frac{E}{6R} e^{t_1/\tau_2}$

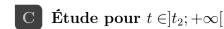


/4 11

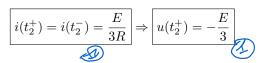
Quand on atteint le régime permanent, $\lim_{(t-t_1)\gg\tau_2}i(t)=E/(3R)$ ce qui cohérent avec la réponse à la question 8 $u(t)=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri=\frac{E}{6}\left[2-\frac{1}{2}e^{-(t-t_1)/\tau_2}\right]$ On vérifie que $u(t_1) = E/4$



Quand on atteint le régime permanent, $\lim_{(t-t_1)\gg\tau_2}u(t)=E/3$, ce qui cohérent avec la réponse à la question 8



La branche contenant le générateur est ouverte donc n'a aucune influence sur le circuit et n'est pas représentée. Par continuité du courant circulant à travers une bobine :



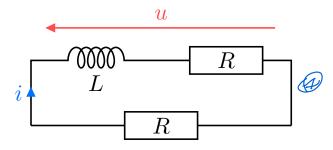


FIGURE 2.5 – Schéma à $t = t_2^+$.

En régime permanent, la bobine se comporte comme un fil. Le circuit se résume à deux résistances sans alimentation : /2|13

$$i(+\infty) = 0$$
 et $u(+\infty) = 0$

On utilise le circuit en régime transitoire pour $t \in]t_2, +\infty[$. On applique la loi des mailles

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + 2Ri = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{2R}{L}i = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_3 = \frac{L}{2R} \quad \text{et} \quad A_3 = 0}$$

/2|15

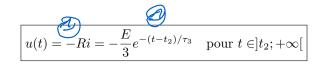


$$i(t) = B_3 e^{-t/\tau_3}$$
or, $i(t_2) = B_3 e^{-t_2/\tau_3} = \frac{E}{3R}$

$$\Leftrightarrow B_3 = \frac{E}{3R} e^{t_2/\tau_3}$$
On isole B_3

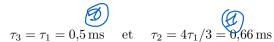
$$\Rightarrow i(t) = \frac{E}{3R} e^{-(t-t_2)/\tau_3} \quad \text{pour} \quad t \in]t_2; +\infty[$$
On combine

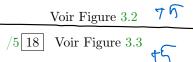
/2 16 | Par la loi d'Ohm :



Combinaison des régimes

/7 17 On calcule les temps :





Annexe: exercice 2

Me pas Rondre si pas comprete

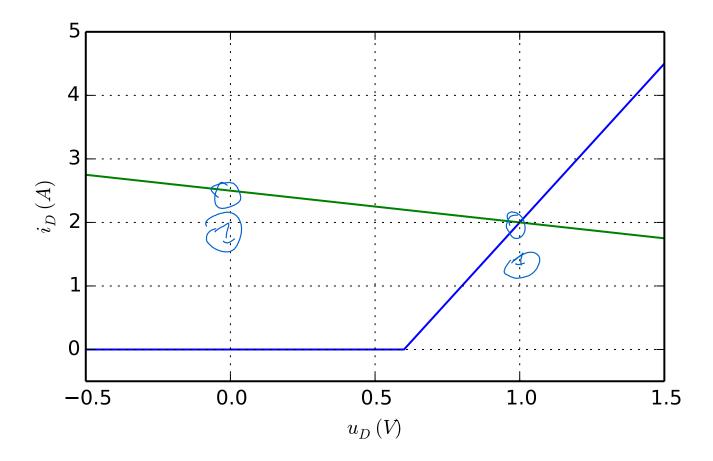


FIGURE 2.6 – Annexe question 8.

Annexe: problème 2

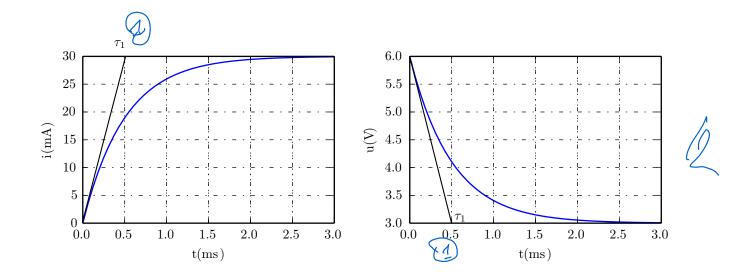


FIGURE 3.1 – Annexe question 6.

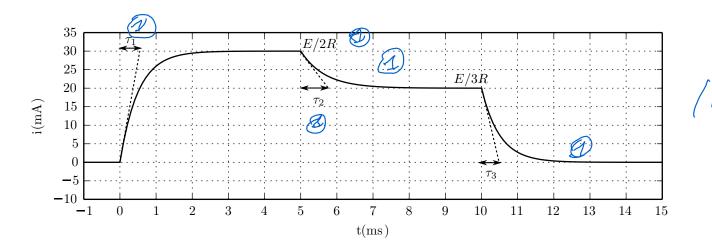


FIGURE 3.2 – Annexe question 16.

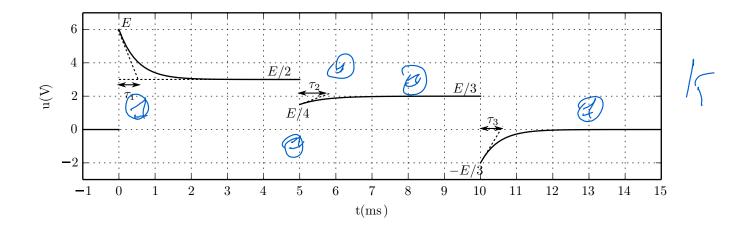


FIGURE 3.3 – Annexe question 17.