Analyses spectrales de signaux électriques

Au programme



Savoir-faire

- ♦ Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.
- ♦ Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- ♦ Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences.



I | Objectifs

- ♦ Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.
- ♦ Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- ♦ Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges.

II | S'approprier : analyse spectrale

II/A

Décomposition en série de Fourier



Décomposition en série de Fourier -

Toute fonction périodique peut se décomposer en série de Fourier, c'est-à-dire en une somme de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes. Soit y une fonction périodique de période T et de pulsation $\omega = 2\pi/T$. La décomposition en série de Fourier de y est :

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi)$$

Avec a_n et φ_n respectivement l'amplitude et la phase de l'harmonique de rang n.



Exemple

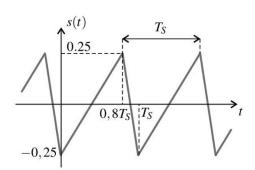


FIGURE 15.1 – Représentation temporelle d'un signal périodique.

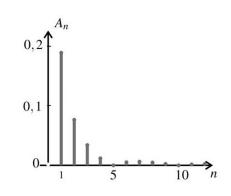


FIGURE 15.2 – Spectrogramme du même signal périodique.

II/B Vocabulaire



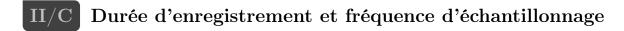
Vocabulaire

- ♦ Spectre : représentation de l'amplitude de chacune des composantes spectrales d'un signal en fonction de leurs pulsations ou de leurs fréquences.
- $\diamond y_0 = \langle y \rangle$ est la valeur moyenne du signal y, c'est-à-dire sa **composante continue**;
- $\diamond a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ est appelé **fondamental**;
- $\diamond a_i \cos(n\omega t + \varphi_i)$ est l'harmonique de rang i.



Remarques

- 1) Le fondamental est aussi l'harmonique de rang 1.
- 2) Le spectre d'un signal temporel pair ne contient que des harmoniques de rang pair $(n = 2p, p \in \mathbb{N})$
- 3) Le spectre d'un signal temporel impair ne contient que des harmoniques de rang impair $(n=2p+1,p\in\mathbb{N})$





Échantillonnage —

Le critère de Shannon (vu en seconde année) impose que la **fréquence d'échantillonnage** (fréquence de calcul) soit **supérieure à deux fois la fréquence maximale du signal** étudié.

Par ailleurs, le temps d'acquisition total T_{acqtot} doit être égal à un multiple entier de fois la période du signal étudié : $T_{\text{acqtot}} = nT$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Si ce n'est pas possible, il faut que la durée d'acquisition soit longue, sachant que le pas fréquentiel du spectre vaudra :

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\rm acq\,tot}}$$

III Réaliser et valider



Analyses spectrales de signaux périodiques de différentes formes

III/A) 1 Signal sinusoïdal



Réaliser une acquisition:

- 1) Connecter le générateur basses fréquences (GBF) à l'interface SYSAM entre les voies EA0 et la masse.
- 2) Ouvrir le logiciel Latispro en suivant le chemin : programmes \rightarrow discipline \rightarrow physique-chimie \rightarrow latispro.
- 3) Allumer le GBF, choisir un signal sinusoïdal de fréquence $500 \,\mathrm{Hz}$ et d'amplitude moyenne $(5-10 \,\mathrm{V})$ par exemple).

III. Réaliser et valider

4) Pour faire une acquisition : cliquer sur le bouton



- \diamond Pour activer la voie EA0: Dans le cadre entrées analogiques, cliquer sur les boutons des entrées à activer (EA0 ici!).
- ♦ Pour paramétrer l'acquisition : Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition. On choisira :
 - \triangleright Nombre de points : 10000;
 - ▶ Acquisition temporelle;
 - (1) Durée totale d'acquisition $T_{\text{acq tot}}$ à choisir. Justifier ce choix succintement.
 - ▶ Fin des réglages, vous êtes prêt-e à faire vos enregistrements.
- ♦ Lancer l'acquisition en cliquant sur

Tracer le spectre :

- 1) Aller dans traitements \rightarrow calculs spécifiques \rightarrow analyse de Fourier.
- 2) Accéder à la liste des courbes gràce à 🔼
- 3) Glisser la courbe et cliquer sur calcul.
- 1 Quelle est l'allure du spectre? Observez-vous des harmoniques?
- |2| En cliquant droit sur le graphe, prendre la loupe + pour zoomer, plusieurs fois si nécessaire ou utiliser le calibrage. Relever la fréquence fondamentale grâce à la fonction réticule (toujours en cliquant droit sur le graphe) et la comparer à celle indiquée par le GBF. Commenter l'éventuelle différence.

Changer la forme du signal délivré par le GBF en gardant la même fréquence fondamentale et recommencer le même protocole.

- 3 Quelle est l'allure de chacun des spectres (signal triangulaire et carré)? Observez-vous des harmoniques?
- 4 Quelle est la particularité de ces deux spectres? Quelles sont leurs différences?

Étude du spectre obtenu en sortie du filtre de Rauch

On reprend le filtre de RAUCH de la semaine précédente afin de filtrer le signal carré :

$$\frac{\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$Q = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}}, \quad H_0 = -1 \quad \text{et} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}} \frac{1}{RC}$$

Avec

Notre objectif est d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de fréquence fondamentale double.



Manipulation amplificateur

- 1) Connecter la borne +15 V du boitier à la sortie +15 V d'un générateur de tension continue,
- 2) Connecter la borne -15 V du boitier à la sortie -15 V du générateur
- 3) Connecter le point milieu du boitier à la masse du générateur.



Attention

À la fin de la séance, on coupe le signal du GBF avant les alimentations de l'amplificateur opérationnel qui doivent être coupées en dernier.

4) Réalisez ensuite le montage en prenant C = 1 nF (cavalier prêt à être connecté sur la boite) et αR avec une boite de résistances variables.

On réalise le montage en prenant $C=1\,\mathrm{nF}$ (cavalier prêt à être connecté sur la boite) et αR est une boite de résistances variables. Le filtre a été fabriqué avec $R=100\,\mathrm{k}\Omega$.

On s'intéresse tout d'abord au cas où $\alpha = 1$: On prend donc $\alpha R = 100 \,\mathrm{k}\Omega$. On injecte à l'entrée du filtre un signal créneau de fréquence fondamentale f_0 .

[5] Comment choisir f_0 a priori afin d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence** fondamentale double?

Choisir une durée d'enregistrement telle que $T_{\rm acq\,tot}=2T$, ou une durée d'enregistrement très grande pour que l'analyse spectrale soit de bonne qualité. Faire l'analyse spectrale du signal à l'entrée et à la sortie du filtre.

6 Qu'observez-vous? Quelle est l'allure du signal de sortie?

Refaire le même protocole pour $\alpha=10^{-2}$: on prend donc $\alpha R=1000\,\Omega$. On rappelle que la fréquence de résonance trouvée la semaine précédente dans ce cas est différente.

Quelle valeur faut-il alors choisir pour la fréquence fondamentale du créneau? En déduire la valeur à donner à T_{acotot} .

${ m IV}|$ Conclure

8 Comparez les deux spectres de sortie. Interprétez les différences obtenues. Quel filtre permet d'atteindre l'objectif que l'on s'est initialement fixé?