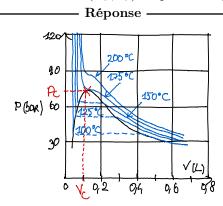
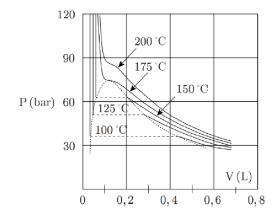
Correction du TD

I Isothermes d'Andrews

La figure ci-contre représente un ensemble de courbes expérimentales appelées isothermes d'Andrews, représentant la pression P d'une mole de fluide en fonction du volume **molaire**, pour différentes températures.

1) Déterminer les coordonnées (P_C, V_C) du point critique.

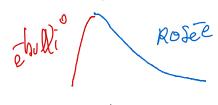




On lit $V_{\rm C}=0.1\,{\rm L}$ et $P_{\rm C}=70\,{\rm bar}.$

2) Indiquer la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.

Réponse



- Réponse -

3) Préciser l'état physique et calculer, s'ils sont définis, les titres massiques x_V et x_L de la vapeur et du liquide pour :

a –
$$V_m = 0.6 \,\mathrm{L}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$$
 et $T = 110\,^{\circ}\mathrm{C}$;

P (box) 60

Ici, on est dans l'état gazeux car $T_{\rm A} < T_{\rm critique}$, soit $x_g = 0$ et $x_\ell = 0$.

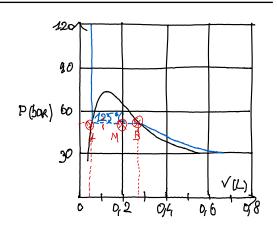
b - $P = 110 \,\text{bars et } T = 200 \,^{\circ}\text{C};$

Réponse —

Dans ce cas, $T_{\rm B} > T_{\rm critique}: x_g$ et x_ℓ ne sont pas définis : on est dans l'état du fluide supercritique.

 $\sqrt{(L)}$

$$c - V_m = 0.2 \,L \cdot mol^{-1} \text{ et } T = 125 \,^{\circ}C.$$



- Réponse -

On est dans la zone diphasée. D'après le théorème des moments,

$$\begin{split} x_g &= \frac{AM}{AB} = \frac{v - v_\ell}{v_g - v_\ell} = \frac{V_m - V_{m,\ell}}{V_{m,g} - V_{m,\ell}} \\ &\text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_g = 0.28 \, \mathrm{L} \\ V_\ell = 0.05 \, \mathrm{L} \\ V = 0.2 \, \mathrm{L} \end{array} \right. \\ \mathrm{A.N.} \; : \; x_g = 0.65 \quad \text{et} \quad x_\ell = 0.35 \end{split}$$

4) Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante à la pression de 40 bars?

- Réponse -

Pour lire le volume (molaire) de la vapeur saturante à 40 bars, on se reporte sur la courbe de rosée, et on lit $V_m \approx 0.4 \, \mathrm{L \cdot mol}^{-1}$.

II | Calorimétries



Données

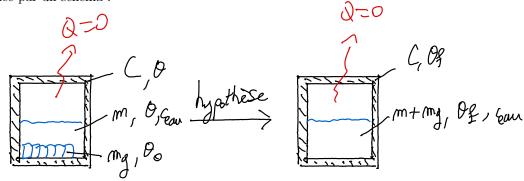
$$c_{\text{eau}} = 4185 \,\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ et } \Delta h_{\text{fus}} = 335 \,\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Dans un calorimètre parfaitement isolé de capacité thermique C, on place $m=100\,\mathrm{g}$ d'eau à la température $\theta=18\,^{\circ}\mathrm{C}$ en équilibre thermique avec le vase intérieur et une masse m_q de glace sèche à $\theta_0=0\,^{\circ}\mathrm{C}$.

1) Calculer la température d'équilibre pour $C=150\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ et $m_g=25\,\mathrm{g}.$

Réponse

On commence par un schéma :



Hypothèse : on suppose que toute la glace a fondu. Dans ce cas, comme la transformation est isobare et que le calorimètre est calorifugé, on a

$$\begin{split} \Delta H_{\text{tot}} &= Q = 0 \\ &\Leftrightarrow 0 = \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{glace}} \\ \text{Or}, \qquad \Delta H_{\text{calo}} &= C(T_f - T) \\ \Delta H_{\text{eau}} &= mc_{\text{eau}}(T_f - T) \\ \Delta H_{\text{glace}} &= m_g c_{\text{eau}}(T_f - T_0) + m_g \Delta h_{\text{fus}} \\ \Leftrightarrow (C + mc_{\text{eau}} + m_f c_{\text{eau}})T_f &= (C + mc_{\text{eau}})T + m_g c_{\text{eau}}(T_f - T_0) - m_g \Delta h_{\text{fus}} \end{split}$$

$$\Leftrightarrow T_{f} = \frac{(C + mc_{\text{eau}})T + m_{g}c_{\text{eau}}(T_{f} - T_{0}) - m_{g}\Delta h_{\text{fus}}}{C + mc_{\text{eau}} + m_{f}c_{\text{eau}}}$$
 avec
$$\begin{cases} \theta = 18 \,^{\circ}\text{C} \\ \theta_{0} = 0 \,^{\circ}\text{C} \\ C = 150 \,\text{J·K}^{-1} \\ m = 100 \times 10^{-3} \,\text{kg} \\ m_{g} = 25 \times 10^{-3} \,\text{kg} \\ c_{\text{eau}} = 4,185 \times 10^{3} \,\text{J·K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \Delta h_{\text{fus}} = 335 \times 10^{3} \,\text{J·K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \end{cases}$$

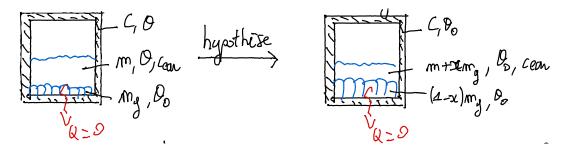
A.N. : $\theta_f = 2.76 \,^{\circ}$ C

Ce qui est cohérent avec l'hypothèse.

2) Calculer la température d'équilibre pour $C = 246 \,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$ et $m_g = 50 \,\mathrm{g}$. Quelle proportion de glace a fondu?

- Réponse -

Même expérience mais C et m_g changent. En appliquant la même formule, on obtient $\theta_f = -5.5$ °C! C'est incohérent avec l'hypothèse. On la reformule, en supposant un **équilibre diphasé glace/eau**. La température doit alors être $T_f = T_0$. On appelle x la fraction d'eau qui a gelé. Nouveau schéma :



Dans ce cas, l'eau et le calorimètre refroidissent jusqu'à 0 °C, et une fraction x de la glace fond. Ainsi,

$$\Delta H_{\rm calo} = C(T_f - T)$$

$$\Delta H_{\rm eau} = mc_{\rm eau}(T_0 - T)$$

$$\Delta H_{\rm glace} = xm_g\Delta h_{\rm fus}$$

$$\Delta H_{\rm tot} = 0,$$

$$0 = (C + mc_{\rm eau})(T_0 - T) + xm_g\Delta h_{\rm fus}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(C + mc_{\rm eau})(T - T_0)}{m_g\Delta h_{\rm fus}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} C = 245\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1} \\ m_g = 50 \times 10^{-3}\,\text{kg} \end{cases}$$

$$A.N. : x = 0.71$$

Autrement dit, 71% de la glace a fondu.

III Stockage d'eau chaude

Une masse $m=100\,\mathrm{kg}$ d'eau chaude est stockée dans une cuve fermée de volume $V_0=200\,\mathrm{L}$, que l'on modélise comme étant indéformable. Pour simplifier, on ne tient pas compte de l'air contenu dans la cuve en plus de l'eau. Suite à un échauffement accidentel, l'eau normalement maintenue à $T_0=60\,^{\circ}\mathrm{C}$ passe à $T=500\,^{\circ}\mathrm{C}$.

La vapeur d'eau est modélisée par un gaz parfait. On tient compte de la légère compressibilité et dilatabilité de l'eau liquide par une équation d'état de la forme :

$$\ln \frac{V}{V_0} = \alpha (T - T_0) - \chi_T (P - P_0)$$

$$\begin{cases} \alpha = 3.0 \times 10^{-4} \,\mathrm{K}^{-1} \\ \chi_T = 5.0 \times 10^{-10} \,\mathrm{Pa}^{-1} \end{cases}$$

avec

On donne le diagramme de Clapeyron (P,v) de l'eau Figure 6.1. Plusieurs isothermes sont représentées pour des températures allant de 60 à 600 °C. Attention, les échelles sont logarithmiques.

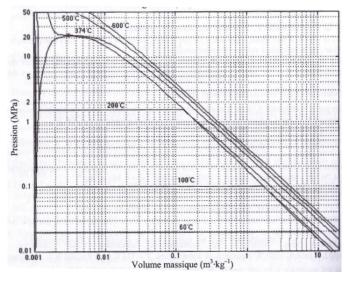
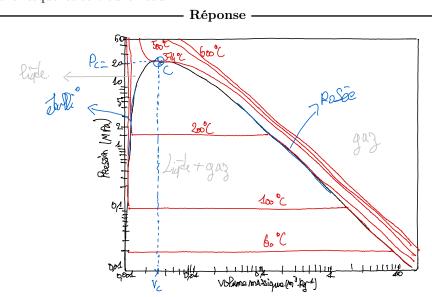


FIGURE 6.1

- 4
- 1) Identifiez, sur le diagramme de Clapeyron, la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, le point critique et les différentes phases dans lesquelles se trouve l'eau.



2) Montrez que pour un équilibre liquide-vapeur, on a :

$$x_g = \frac{m_g}{m_g + m_\ell} = \frac{v - v_l}{v_g - v_\ell}$$

où m_g représente la masse d'eau sous la forme vapeur, m_ℓ , la masse d'eau sous forme de liquide, v, le volume massique du mélange, v_g et v_ℓ , les volumes massiques des phases vapeur et liquide.

— Réponse —

Soit V_g et V_ℓ les volumes de gaz et de liquide, et $V=V_g+V_\ell$ le volume total.

$$\begin{aligned} v &= \frac{V_g}{m} + \frac{V_\ell}{m} \\ \Leftrightarrow v &= \frac{m_g v_g}{m} + \frac{m_\ell v_\ell}{m} \\ \Leftrightarrow v &= x_g v_g + x_\ell v_\ell \\ \Leftrightarrow v &= (1 - x_\ell) v_g + x_\ell v_\ell \end{aligned} \right) v = V/m \Leftrightarrow V = mv$$

$$\Leftrightarrow v = x_g v_g + x_\ell v_\ell \\ \Leftrightarrow v &= (1 - x_\ell) v_g + x_\ell v_\ell \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x_\ell = \frac{v_g - v}{v_g - v_\ell} \quad \text{et} \quad x_g = \frac{v - v_\ell}{v_g - v_\ell}$$



3) En utilisant le diagramme de Clapeyron, déterminer la composition du mélange liquide-gaz initial.

- Réponse

- 🔷 -

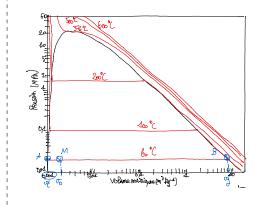
On a
$$v_0 = \frac{V_0}{m}$$
, avec $V_0 = 200 \,\mathrm{L}$ et $m = 100 \,\mathrm{kg}$, soit

$$v_0 = 2,00 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

On est à $T=60\,^{\circ}\mathrm{C}$, soit avec le graphique un **mélange liquide-gaz**. Le théorème des moments donne alors

$$x_g = \frac{AM}{AB} = \frac{v_0 - v_\ell}{v_g - v_\ell}$$
 avec
$$\begin{cases} v_\ell = 1 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \\ v_0 = 2,33 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \\ v_g = 8 \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \end{cases}$$

A.N. :
$$\underline{x_g = 1,25 \times 10^{-4}}$$
 D'où
$$\begin{cases} m_g = mx_g = 13\,\mathrm{g} \\ m_\ell = m(1-x_g) \approx 100\,\mathrm{kg} \end{cases}$$



4) Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel? Déterminer la pression P correspondante. Commenter.

Réponse

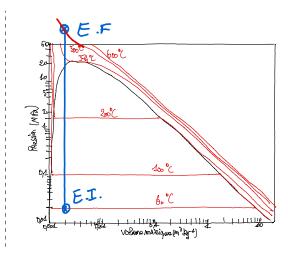
Volume V fixé et masse m fixée, donc v fixé : on se déplace verticalement depuis v_0 pour atteindre l'isotherme 500 °C. On est alors dans l'état supercritique. Avec $V = V_0$,

$$\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \alpha(T - T_0) - \chi_T(P - P_0)$$

$$\Leftrightarrow P = P_0 + \frac{\alpha(T - T_0)}{\chi_T}$$

$$\Rightarrow P = 2.1 \times 10^3 \text{ bar}$$

Il a donc risque d'explosion!



5) La soupape de sécurité permet au fur et à mesure du chauffage de laisser de la vapeur d'eau s'échapper : la cuve est finalement presque vide et ne contient plus que $m_0 = 400 \,\mathrm{g}$ d'eau. Déterminer la pression finale et conclure.

- Réponse

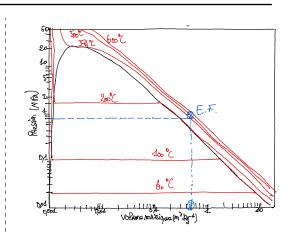
Toujours à V_0 , mais $m_0 = 400 \,\mathrm{g}$ donc

$$v_0 = 0.500 \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

On est donc sur l'isotherme à 500 °C pour l'abscisse v_0 ; on lit

$$P = 0.7 \,\mathrm{MPa} = 7 \,\mathrm{bar}$$

et le système est totalement gazeux. Il n'y a plus de risque d'explosion.



IV Cycle de RANKINE

Un moteur fonctionne avec une masse m d'eau. Cette masse d'eau subit les transformations suivantes :

- \Diamond AB : isotherme (A liquide saturant à T_1 et P_1 ; B à P_2);
- \diamond BC : échauffement réversible isobare qui amène l'eau à la température T_2 (C liquide saturant);
- \Diamond CD : vaporisation to tale sous la pression P_2 et à la température T_2 ;
- \Diamond DE : détente adiabatique réversible jusqu'à la température T_1 ;
- \diamond EA : liquéfaction totale à la température T_1 .

La capacité thermique massique de l'eau liquide vaut $c_{\text{liq}} = 4.18 \,\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Dans le tableau suivant, on donne les caractéristiques des points se trouvant sur la courbe de saturation aux pressions P_1 et P_2 .

	P (bar)	T (K)	$v_{\ell} \; (\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1})$	$v_g \; (\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1})$	$h_{\ell} \; (\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}})$	$h_g \; (\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}})$
P_1	0,250	338,15	$1,02 \times 10^{-3}$	6,202	272,02	2618,4
P_2	1,208	$378,\!15$	$1{,}05\times10^{-3}$	1,419	$440,\!17$	2683,7

La variation d'entropie massique d'un liquide pour une transformation d'une température T_A à une température T_B s'exprime

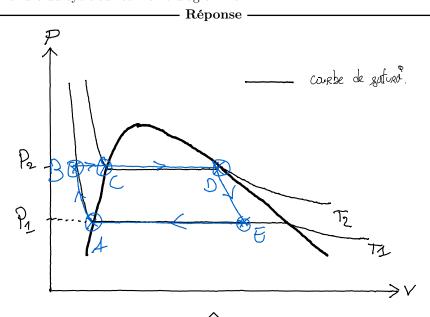
$$\Delta s_{\mathrm{AB}} = s_{\mathrm{B}} - s_{\mathrm{A}} = c_{\mathrm{liq}} \ln \left(\frac{T_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{A}}} \right)$$

La variation d'entropie massique lors d'un changement d'état est :

$$\Delta s = \frac{\Delta h}{T}$$

avec Δh la variation d'enthalpie massique lors du changement d'état et T la température du changement d'état.

1) Tracer l'allure de deux isothermes d'Andrews dans le diagramme de Clapeyron. On fera apparaître la courbe de saturation. Dessiner l'allure du cycle sur ce même diagramme.



2) a – Montrer que la variation $s_{\rm B} - s_{\rm A}$ est nulle.

- Réponse -

Pour un liquide,

$$\Delta s_{\rm AB} = c_{\rm liq} \ln \left(\frac{T_{\rm B}}{T_{\rm A}} \right) \quad \text{AB isoT} \\ \Leftrightarrow \Delta s_{\rm AB} = 0 \quad \Rightarrow T_{\rm B} = T_{\rm A}$$

b – Exprimer $s_{\rm C}-s_{\rm B}$ en fonction de $c_{\rm liq},\,T_1$ et $T_2.$

– Réponse ——

$$\Delta s_{\rm BC} = s_{\rm C} - s_{\rm B} = c_{\rm liq} \ln \left(\frac{T_{\rm C}}{T_{\rm B}} \right) \Leftrightarrow s_{\rm C} - s_{\rm B} = c_{\rm liq} \ln \left(\frac{T_{\rm 2}}{T_{\rm 1}} \right)$$

c – Exprimer $s_{\rm D}-s_{\rm C}$ en fonction de $h_g(T_2),\,h_\ell(T_2)$ et $T_2.$

- Réponse

CD est une vaporisation totale, il y a donc transition de phase :

$$\Delta s_{\rm CD} = s_{\rm D} - s_{\rm C} = \frac{\Delta h_{\rm CD}}{T_2}$$

$$\Leftrightarrow s_{\rm D} - s_{\rm C} = \frac{h_g(T_2) - h_\ell(T_2)}{T_2}$$

d – Calculer $s_{\rm E}-s_{\rm D}$.

——— Réponse ———

DE est adiabatique, soit $Q=0 \Rightarrow S_{\rm ech,DE}=0$ et réversible, soit $S_{\rm cr,DE}=0$: elle est donc **isentropique**, c'est-à-dire

$$\Delta s_{\rm DE} s_{\rm E} - s_{\rm D} = 0$$

3) Énoncer le théorème des moments.

– Réponse –

Sur un diagramme (P,v) de transition de phase liquide-vapeur, les titres massiques x_g et x_ℓ en gaz et liquide d'un équilibre diphasé se calculent par

$$x_g = \frac{\text{MG}}{\text{LG}}$$
 et $x_\ell = \frac{\text{LM}}{\text{LG}}$

avec M le point étudié de l'équilibre, L le liquide saturant correspondant et B la vapeur saturante correspondante.

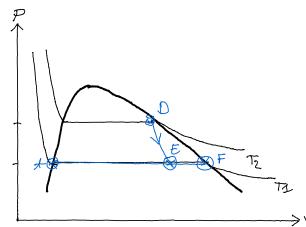
4) Soit x la fraction massique de vapeur en E. On admet que l'on peut appliquer le théorème des moments pour l'entropie. Déterminer x littéralement puis numériquement.

Réponse

Pour appliquer le théorème des moments, on prend E le point équivalent à M, A est équivalent à L et F le point équivalent à G. On a donc $x = \frac{AE}{AE}$.

Ainsi, $x = \frac{s_{\rm E} - s_{\rm A}}{s_{\rm F} - s_{\rm A}}$. Or, on sait d'après 2) d – que $s_{\rm E} = s_{\rm D}$, donc on peut réécrire

$$\begin{split} s_{\rm E} - s_{\rm A} &= s_{\rm D} - s_{\rm A} = \underbrace{s_{\rm D} - s_{\rm C}}_{\frac{h_g(T_2) - h_\ell(T_2)}{T_2}} + \underbrace{s_{\rm C} - s_{\rm B}}_{c_{\rm liq} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)} + \underbrace{s_{\rm B} - s_{\rm A}}_{0} \\ \Leftrightarrow \Delta s_{\rm AE} &= \frac{h_g(T_2) - h_\ell(T_2)}{T_2} + c_{\rm liq} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + 0 \end{split}$$



On ne connaît pas a priori $s_F - s_A$. Cependant, cette transformation correspondrait à une transition de phase complète de vapeur saturante à (T_1,P_1) en liquide saturant à (T_1,P_1) , dont on connaît la variation d'enthalpie : $\Delta h_{AF} = h_q(T_1) - h_\ell(T_1)$. On connaît donc la variation d'entropie :

$$\Delta s_{\rm AF} = s_{\rm F} - s_{\rm A} = \frac{h_g(T_1) - h_\ell(T_1)}{T_1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{T_1}{T_2} \frac{h_g(T_2) - h_\ell(T_2)}{h_g(T_1) - h_\ell(T_1)} + T_1 \frac{c_{\rm liq} \ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{h_g(T_1) - h_\ell(T_1)}$$

$$\operatorname{avec} \begin{cases} T_1 = 338,15 \, \mathrm{K} & ; \ h_g(T_1) = 2,6184 \times 10^3 \, \mathrm{J \cdot kg^{-1}} \\ T_2 = 378,15 \, \mathrm{K} & ; \ h_g(T_2) = 2,6834 \times 10^6 \, \mathrm{J \cdot kg^{-1}} \end{cases} ; \ h_\ell(T_1) = 272,02 \times 10^3 \, \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$$

$$\mathrm{A.N.} : x = 0.922$$

Il y a donc 92.2% de vapeur. On remonte ainsi à $v_{\rm E}$ par le théorème des moments :

$$x = \frac{v_{\rm E} - v_{\ell}}{v_g - v_{\ell}}$$

$$\Leftrightarrow v_{\rm E} = v_{\ell} + x(v_g - v_{\ell})$$
A.N. : $v_{\rm E} = 5.72 \,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$

5) Calculer les transferts thermiques massiques échangés lors des transformations BCD et EA.

- Réponse

Entre B et C, la transformation est isobare donc

$$\Delta H_{\rm BC} = Q_{\rm BC}$$

$$\Leftrightarrow \Delta H_{\rm BC} = mc_{\rm liq}(T_2 - T_1)$$

$$\Leftrightarrow q_{\rm BC} = c_{\rm liq}(T_2 - T_1)$$

Entre C et D, on a aussi une transformation isobare, donc

$$\Delta h_{\rm CD} = q_{\rm CD}$$

$$\Leftrightarrow h_g(T_2) - h_\ell(T_2) = q_{\rm CD}$$

$$\Leftrightarrow q_{\rm BCD} - c_{\rm liq}(T_2 - T_1) + h_g(T_2) - h_\ell(T_2)$$
 On somme
$$A.N. : q_{\rm BCD} = 2{,}41\,{\rm MJ}$$

Entre E et A,

$$\Delta h_{\text{EA}} = q_{\text{EA}} = h_{\text{A}} - h_{\text{E}}$$

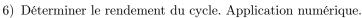
$$\Leftrightarrow \boxed{q_{\text{EA}} = x \left(h_{\ell}(T_1) - h_g(T_1) \right) \\ \Delta h_{\text{liq}}(T_1)}$$

$$A.N. : q_{\text{EA}} = -2.16 \,\text{MJ}$$



Remarque

On reçoit bien de la chaleur lors de la vaporisation, on en cède lors de la liquéfaction.



– Réponse –

Cycle dans le sens horaire donc moteur :

$$\eta = -\frac{W}{Q_C}$$

$$\Leftrightarrow \eta = \frac{q_C + q_F}{q_C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{q_C + q_F}{q_C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{q_C + q_{\text{EA}}}{q_{\text{BCD}}}$$

$$\Rightarrow \frac{q_C + q_F}{q_{\text{EA}}}$$

$$\Rightarrow \frac{q_C + q_F}{q_C}$$

$$\Rightarrow q_C = q_{\text{BCD}} = \frac{Q_C}{m}$$

$$q_F = q_{\text{EA}} = \frac{Q_F}{m}$$

$$f. : \eta = 0.102 \approx 10\%$$

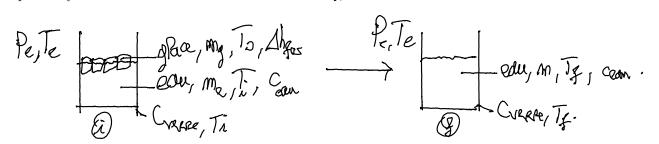


Résolution de problème : coca-cola

1) Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre votre soda au frais. Combien de glaçons faut-il ajouter pour que sa température descende à 5 °C?

- Réponse -

On pose le système : transformation isobare donc $\Delta H = Q$, et transformation monotherme. Schéma :



On suppose que le coca est assimilable à de l'eau, de capacité $c_{\text{eau}} = 4.18 \,\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Le système est initialement à l'équilibre, avec une masse de coca $m_e \approx 250\,\mathrm{g}$ (verre de 300 mL pas rempli à ras bord).

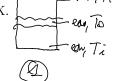
On suppose que le verre a une capacité thermique non nulle, $C_{\text{verre}} \approx 300 \,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ (plus qu'un calorimètre).

On ajouter une masse m_q de glaçons à T_0 . Pour connaître leur nombre, il faut estimer la masse d'un glaçon, sachant que leur densité est $d_{\rm glace} = 0.9$. En supposant un glaçon cubique de 2 cm de côté, on obtient $m_{\rm 1glaçon} \approx 7\,{\rm g}$.

On prend $\theta_i = 30 \,^{\circ}\text{C}$.

Reste la plus grosse hypothèse : adiabatique ou pas?! On commence par supposer que oui, soit |Q=0|. C'est donc un exercice de calorimétrie classique.

On suppose un état intermédiaire fictif (possible car H est une fonction d'état, donc on peut ajouter et soustraire des transformations) E1 où la glace a fondu (à 0 °C), et l'eau est à $T_i = 303 \,\mathrm{K}$. Sur cette transformation,



$$\Delta H_{\mathrm{eau},i\rightarrow 1} = 0 = \Delta H_{\mathrm{verre},i\rightarrow 1}$$

 $\Delta H_{\text{glace},i\to 1} = m_g \Delta h_{\text{fus}}$

Vient ensuite l'autre transformation de $1 \to f$, où le verre et l'eau refroidissent, et la glace maintenant fondue réchauffe :

$$\Delta H_{\text{eau},1\to f} = m_e c_{\text{eau}} (T_f - T_i)$$

$$\Delta H_{\text{verre},1\rightarrow f} = C_{\text{verre}}(T_f - T_i)$$

$$\Delta H_{\text{glace},1\rightarrow f} m_g c_{\text{eau}}(T_f - T_0)$$
 Ensuite,
$$\Delta H_{\text{tot}} = \Delta H_{i\rightarrow 1} + \Delta H_{1\rightarrow f} = Q = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = m_g \Delta h_{\text{fus}} + (T_f - T_i)(m_e c_{\text{eau}} + C_{\text{verre}}) + (T_f - T_0)(m_g c_{\text{eau}})$$

$$\Leftrightarrow m_g(\Delta h_{\text{fus}} + c_{\text{eau}}(T_f - T_0)) = (T_i - T_f)(m_e c_{\text{eau}} + C_{\text{verre}})$$

$$\Leftrightarrow N \cdot m_{\text{1glaçon}} = (T_i - T_f) \frac{m_e c_{\text{eau}} + C_{\text{verre}}}{\Delta h_{\text{fus}} + c_{\text{eau}}(T_f - T_0)}$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{(T_i - T_f)}{m_{\text{1glaçon}}} \frac{m_e c_{\text{eau}} + C_{\text{verre}}}{\Delta h_{\text{fus}} + c_{\text{eau}}(T_f - T_0)}$$
 A.N. : $N = 13.7$

Donc il faudrait un minimum de $14\,\mathrm{glaçons}$! Si on souhaite une température finale de $8\,^\circ\mathrm{C}$, on passe à $12\,\mathrm{glaçons}$, ce qui reste beaucoup.

Si $Q \neq 0$, alors il faut considérer les pertes thermiques par la surface du verre et par la surface en contact avec l'air :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_v = g_v S_{\text{verre}}(T(t) - T_e) & \text{avec } S_{\text{verre}} = 2\pi r.h \\ \mathcal{P}_{\text{air}} = g_{\text{air}} S_{\text{air}}(T(t) - T_e) & \text{avec } S_{\text{air}} = \pi r^2 \end{cases}$$

et résoudre une équation différentielle...

