

Correction du DS

/24 E1 Circuit de résistances

- /5 1 Des résistances sont en série si elles **partagent une borne** ① qui **n'est pas un nœud** ①. Elles sont en parallèle si elles **partagent leurs deux bornes** ①.

Dans ce circuit, on a R_1 et R_2 en série ①, et R_3 et R_5 en parallèle ①.

- /4 2 On commence par l'association série entre R_1 et R_2 , qu'on appelle $R_{eq,1} = 2R$ ①. Celle-ci est en parallèle avec R_4 . Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{AB}} &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{eq,1}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{R_{AB}} &= \frac{2}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \\ \Leftrightarrow R_{AB} &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{2R}{3} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} R_4 = R \\ R_{eq,1} = 2R \\ (\cdot)^{-1} \end{array}$$

① pour un schéma.

- /4 3 R_{BC} est l'association en parallèle de R_5 et R_3 . D'après ce qui précède, on obtient alors

$$R_{BC} = \frac{R^2}{2R} \Leftrightarrow R_{BC} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R}{2}$$

Enfin, $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}$, soit

$$R_{AC} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{7}{6}R$$

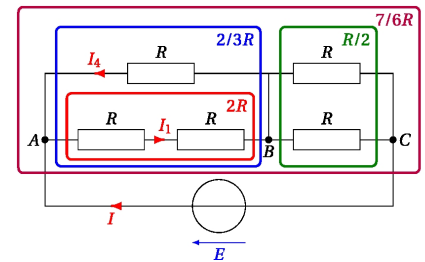


FIGURE 2.1 – ①+①

- /6 4

Avec un schéma équivalent, on observe que u_{AB} s'obtient par pont diviseur de tension, tel que :

$$u_{AB} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC}} E \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{4}{7} E$$

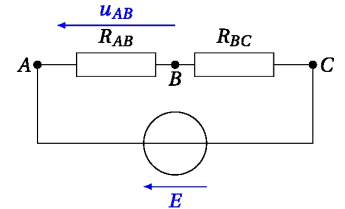


FIGURE 2.2 – ①

Pour u_{CB} , en faisant attention au sens de la flèche, on obtient

$$u_{CB} \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}} E \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{3}{7} E$$

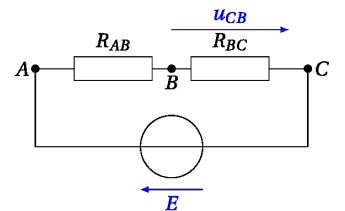


FIGURE 2.3 – ①

- /5 5

Avec un pont diviseur de courant, on obtient aisément :

$$I_1 \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R_{AB}}{2R} I \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{3} I$$

De même, en faisant attention au signe :

$$I_4 \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{R_{AB}}{R} I \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{2}{3} I$$

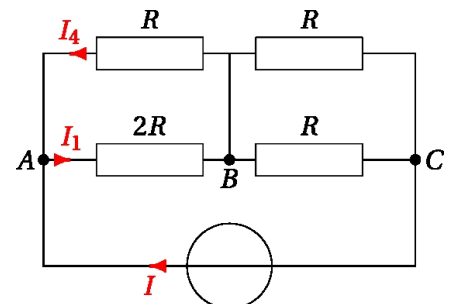


FIGURE 2.4 – ①

/47 P1 Alimentation d'un train

I/A Alimentation par une seule sous-station

/3 1 Par la loi des mailles et le loi d'Ohm :
$$\overset{\textcircled{1}}{u} \overset{\textcircled{1}}{=} E - (\rho_r + \rho_c)xi$$

Pour un dipôle à caractère récepteur, la puissance reçue est positive. $\textcircled{1}$

/2 2 La puissance reçue par la motrice est $P = ui$ (u et i en convention récepteur).

$$\overset{\textcircled{1}}{u} \overset{\textcircled{1}}{=} E - (\rho_r + \rho_c)xP/u \Leftrightarrow \overset{\textcircled{1}}{u^2} \overset{\textcircled{1}}{=} Eu - (\rho_r + \rho_c)xP \Leftrightarrow \boxed{u^2 - Eu + (\rho_c + \rho_r)xP = 0}$$

/5 3 Les solutions sont réelles si le discriminant est positif ou nul.

$$\Delta \overset{\textcircled{1}}{=} E^2 - 4(\rho_r + \rho_c)xP \overset{\textcircled{1}}{\geq} 0 \Rightarrow \boxed{u \overset{\textcircled{1}}{=} \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2}}$$

Physiquement, quand x augmente, u décroît. Comme Δ diminue quand x augmente (on rappelle que $P > 0$), alors la

seule solution physiquement acceptable est
$$\boxed{u \overset{\textcircled{1}}{=} \frac{E + \sqrt{\Delta}}{2}}.$$

Comme $0 \leq \Delta \leq E^2$, on en déduit $\boxed{E/2 \leq u \leq E}$. $\textcircled{1}$



Remarque

Pour $x \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow E^2$, physiquement u est maximale, donc $u_{max} = E$. La solution $u = (E - \sqrt{\Delta})/2 = 0$ n'est pas physiquement acceptable, car cela impliquerait $i \rightarrow +\infty$ pour avoir $P = ui = cste$.

/4 4 x_{max} vérifie $\Delta = 0$:

$$\boxed{x_{max} \overset{\textcircled{1}}{=} \frac{E^2}{4(\rho_c + \rho_r)P}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_{min} \overset{\textcircled{1}}{=} E/2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = 1,5 \times 10^3 \text{ V} \\ \rho_c = 30 \mu\Omega \cdot \text{m}^{-1} \\ \rho_r = 20 \mu\Omega \cdot \text{m}^{-1} \\ P = 1,5 \text{ MW} \end{cases}$$

A.N. : $\underline{x_{max} \overset{\textcircled{1}}{=} 7,5 \text{ km}}$ et $\underline{u_{min} \overset{\textcircled{1}}{=} 750 \text{ V}}$

I/B Transformation Thévenin/Norton

/3 5

$$\boxed{u_{th} \overset{\textcircled{1}}{=} e_{th} - r_{th}i_{th}}$$

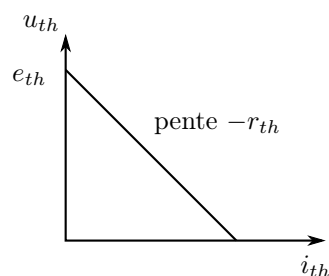


FIGURE 2.5 – $\textcircled{1} + \textcircled{1}$

/3 6

$$\boxed{u_N \overset{\textcircled{1}}{=} r_N\eta - r_Ni_N}$$

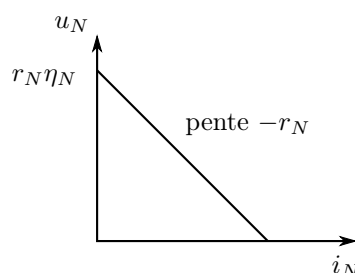


FIGURE 2.6 – $\textcircled{1} + \textcircled{1}$

/2 [7] Il y a équivalence si les caractéristiques des deux dipôles sont les mêmes, donc $r_N = r_{th}$ et $\eta = e_{th}/r_{th}$

I/C Alimentation par plusieurs sous-stations

/4 [8] 1) $R_{c1} = \rho_c x$ 2) $R_{c2} = \rho_c (L - x)$ 3) $R_{r1} = \rho_r x$ 4) $R_{r2} = \rho_r (L - x)$

/6 [9]

$$\begin{aligned} R_1 = R_{c1} + R_{r1} = (\rho_c + \rho_r)x \quad \text{et} \quad \eta_1 = E/R_1 = \frac{E}{(\rho_c + \rho_r)x} \\ R_2 = R_{c2} + R_{r2} = (\rho_c + \rho_r)(L - x) \quad \text{et} \quad \eta_2 = E/R_2 = \frac{E}{(\rho_c + \rho_r)(L - x)} \end{aligned}$$

/7 [10] Par association en parallèle de générateurs de Norton :

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 = \frac{E}{(\rho_c + \rho_r)} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{L - x} \right) \Leftrightarrow \eta_3 = \frac{EL}{(\rho_c + \rho_r)x(L - x)}$$

Par association en parallèle des résistances R_1 et R_2 :

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow R_3 = \frac{(\rho_c + \rho_r)x(L - x)}{L}$$

Transformation Thévenin/Norton : $E' = R_3 \eta_3 = E$; $R_4 = R_3 = \frac{(\rho_c + \rho_r)x(L - x)}{L}$

/2 [11] On remplace E par E' et $(\rho_c + \rho_r)x$ par R_4 : $u'^2 - Eu' + P(\rho_c + \rho_r)x(1 - x/L) = 0$

/4 [12] u' admet des solutions réelles si $\Delta = E^2 - 4P(\rho_c + \rho_r)x(L - x)/L \geq 0$. On a alors

$$u' = \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2} \in [E/2, E]$$

Ainsi u' est minimale quand $\Delta = 0$, soit $x^2 - xL + \frac{LE^2}{4P(\rho_c + \rho_r)} = 0$

/2 [13] On remplace $x_{\max} = L/2$ dans l'équation précédente : $L = \frac{E^2}{(\rho_c + \rho_r)P}$ soit $L = 30 \text{ km}$

/68 P2 Étude d'une lampe de secours rechargeable (D'après CCINP TSI 2022)

/10 [1] Avec une loi des mailles :

$$\begin{aligned} u_C(t) - Ri(t) &= 0 \\ \Leftrightarrow u_C(t) + RC \frac{du_C}{dt} &= 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{RCT convention générateur} \\ \text{Forme canonique et } \tau = RC \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} &= 0 \end{aligned}$$

On résout en injectant la forme générique $u_C(t) = Ke^{rt}$:

$$r \cdot Ke^{rt} + \frac{Ke^{rt}}{\tau} = 0$$

$$\Leftrightarrow r = -\frac{1}{\tau}$$

Donc la forme générale de $u_C(t) = Ke^{-t/\tau}$. Or, $u_C(0^-) = U_0 = u_C(0^+)$ par continuité de la tension aux bornes de C . Cela donne donc $U_0 = K$, et ainsi

$$u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}$$

/3 2 La décharge d'un condensateur s'accomplit à $t_{99} \approx 5\tau = 5RC$. Ainsi,

$$5\tau = t_{99} \Leftrightarrow RC = \frac{t_{99}}{5} \Leftrightarrow R = \frac{t_{99}}{5C} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} t_{99} = 20 \text{ minutes} = 240 \text{ s} \\ C = 10 \text{ F} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } R = 24 \Omega$$

/4 3 Avec $R_f \rightarrow \infty$, on a un interrupteur ouvert, et avec $R_s = 0$ on a un fil, ce qui correspond bien à une capacité idéale seule.

/14 4 Lorsque la DEL est bloquée, on a $i = 0$ et c'est donc un **interrupteur ouvert**.
 Lorsque elle est passante, on a une caractéristique affine, d'équation

$$i = au_d + b$$

▷ a est le coefficient directeur :

$$a = \frac{i_{\max} - i_{\min}}{u_{d,\max} - u_{d,\lim}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{\max} = 250 \text{ mA} \\ \quad = 0,250 \text{ A} \\ i_{\min} = 0 \\ u_{d,\max} = 2,8 \text{ V} \\ u_{d,\lim} = 2,3 \text{ V} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } a = 0,50 \text{ S}$$

▷ b est l'ordonnée à l'origine, que l'on obtient en connaissant les coordonnées d'un point. Ici, pour le point limite de blocage, on a

$$\underbrace{i_{\lim}}_{=0} = au_{d,\lim} + b \Leftrightarrow b = -au_{d,\lim}$$

$$\text{A.N. : } b = -1,15 \text{ A}$$

Pour la modéliser en générateur de THÉVENIN, il faut écrire sa caractéristique sous la forme $u_d = ri + U_S$; on l'isole de l'équation précédente puis on détermine a' et b' en fonction des données précédemment trouvées :

$$i = au_d + b \Leftrightarrow au_d = i - b \Leftrightarrow u_d = \frac{1}{a}i + \frac{-b}{a}$$

donc $r = \frac{1}{a}$ et $U_S = \frac{-b}{a}$

$$\text{A.N. : } r = 2 \Omega \quad \text{et} \quad U_S = 2,3 \text{ V}$$

D'où le schéma équivalent Figure 2.7.

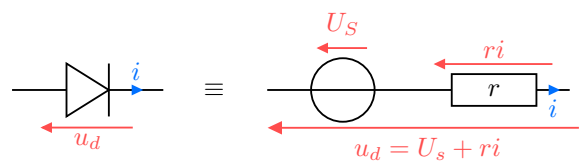


FIGURE 2.7 – 1+1

/6 5

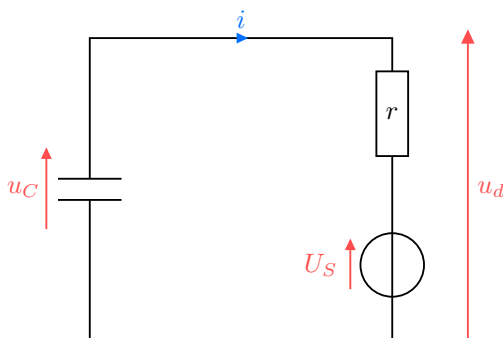


FIGURE 2.8 – Schéma équivalent 1+1

$$u_C - ri - U_S = 0$$

$$\Leftrightarrow u_C + rC \frac{du_C}{dt} = U_S \quad \left. \begin{array}{l} \text{RCT C conv. gén.} \\ \text{Canonique et } \tau' = rC \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau'} = \frac{U_S}{\tau'}$$

/8 6

On trouve comme précédemment une solution homogène de la forme

$$u_{C,h}(t) = Be^{-t/\tau'} \quad (1). \text{ La solution particulière constante donne } u_{C,p}(t) = U_S$$

(1). D'où la solution générale totale :

$$u_C(t) \stackrel{(1)}{=} u_{C,h}(t) + u_{C,p} = Be^{-t/\tau'} + U_S$$

On a toujours $u_C(0) = U_0$, soit ici

$$U_0 = B + U_S \Leftrightarrow B \stackrel{(1)}{=} U_0 - U_S$$

$$\Rightarrow u_C(t) \stackrel{(1)}{=} U_S + (U_0 - U_S)e^{-t/\tau'} \quad \text{avec} \quad \tau' = rC$$

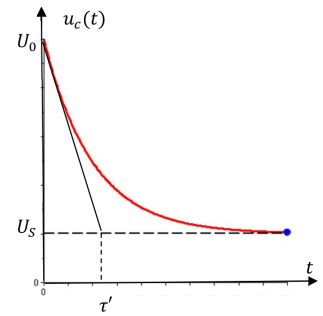


FIGURE 2.9 - (1)+(1)+(1)

/7 [7] Avec la RCT de C en convention générateur :

$$\begin{aligned} i \stackrel{(1)}{=} -C \frac{du_C}{dt} &\Leftrightarrow i = -C \left(-\frac{1}{\tau'} \right) (U_0 - U_S) e^{-t/\tau'} \\ &\Leftrightarrow i(t) \stackrel{(1)}{=} \frac{U_0 - U_S}{r} e^{-t/\tau'} \end{aligned}$$

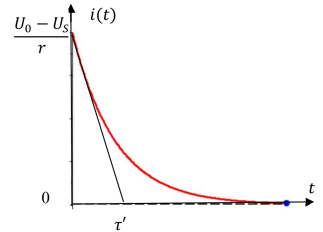


FIGURE 2.10 - (1)+(1)+(1)

/6 [8] On remarque que $u_{C,\max} = U_0 = 3,3 \text{ V}$ (1) et que $i_{\max} = \frac{U_0 - U_S}{r} = 0,5 \text{ A}$. (1)

Or, d'après le Tableau donné, $i_{\max} = 250 \text{ mA}$ (1) et $u_{C,\max} = 2,8 \text{ V}$. (1)

Ainsi, il faut restreindre la charge initiale du condensateur en **secouant moins longtemps** (1) ($\approx 20 \text{ s}$). On peut aussi **ajouter une résistance en série** (1) avec la DEL pour diviser la valeur initiale de l'intensité.

/7 [9] D'après l'énoncé, la lampe éclaire tant que $u_d > U_s + 0,1 \text{ V}$ (1); or, d'après le schéma de la question [5], $u_d = u_C$ (1). La condition d'éclairage est donc

$$\begin{aligned} U_S + (U_0 - U_S)e^{-t/\tau'} &\stackrel{(1)}{>} U_S + 0,1 \text{ V} \\ \Rightarrow (U_0 - U_S)e^{-T/\tau'} &= 0,1 \text{ V} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} U_S + (U_0 - U_S)e^{-t/\tau'} &\stackrel{(1)}{>} U_S + 0,1 \text{ V} \\ \Rightarrow (U_0 - U_S)e^{-T/\tau'} &= 0,1 \text{ V} \end{aligned}} \right\} T \text{ la limite} \\ \Leftrightarrow e^{-T/\tau'} &= \frac{0,1 \text{ V}}{U_0 - U_S} \\ \Leftrightarrow \frac{-T}{\tau'} &\stackrel{(1)}{=} \ln \frac{0,1 \text{ V}}{U_0 - U_S} \quad \left(\ln(\cdot) \right) \\ \Leftrightarrow T &\stackrel{(1)}{=} \tau' \ln \frac{U_0 - U_S}{0,1 \text{ V}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \tau' = rC \\ r = 2 \Omega \\ C = 10 \text{ F} \\ U_0 - U_S = 1,0 \text{ V} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{A.N. : } T \stackrel{(1)}{\approx} 46 \text{ s}$$

On est très loin des 20 minutes annoncées! (1)

/3 [10] On a

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_C(t) &\stackrel{(1)}{=} \frac{1}{2} C u_C(t)^2 \\ \Rightarrow \mathcal{E}_{C,i} &= \frac{1}{2} C U_0^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{C,f} = \frac{1}{2} C U_f^2 \\ \Rightarrow p &\stackrel{(1)}{=} 100 \times \frac{\mathcal{E}_{C,f}}{\mathcal{E}_{C,i}} \Leftrightarrow p \stackrel{(1)}{=} 100 \times \frac{U_f^2}{U_0^2} \end{aligned}$$

/71 P3 Guirlandes électriques

III/A Système de base

/2 [1] L'intensité i_2 est alors nulle (1), donc $\mathcal{P}_{2,o} = 0$. (1)

/6 [2] Le circuit est équivalent à :

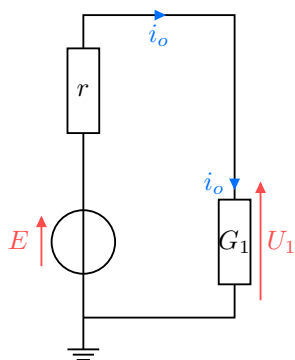


FIGURE 2.11 – ①

La loi des mailles donne :

$$E \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_o(r + R) \Rightarrow i_o \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{r + R}$$

Or, d'après la loi d'OHM, $U_1 = Ri_o$ ①.

D'où la puissance reçue par G_1 :

$$\mathcal{P}_{1,o} \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_o U_1 \stackrel{\textcircled{1}}{=} R \left(\frac{E}{r + R} \right)^2$$

/5 [3] Les deux guirlandes sont en dérivation.

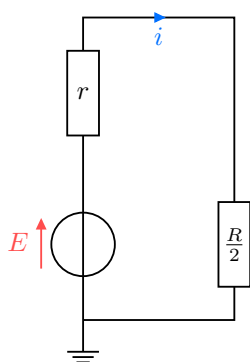


FIGURE 2.12 – ①

On peut les remplacer par une résistance équivalente :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Leftrightarrow R_{\text{eq}} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R}{2}$$

La loi des mailles donne :

$$E \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_f \left(r + \frac{R}{2} \right) \Rightarrow i_f \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{r + \frac{R}{2}}$$

/3 [4] Pour $i_{k,f}$ découlant de i_f , avec R_{eq} la résistance équivalente en parallèle et R_k la résistance dans la branche, on a

$$i_{k,f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R_{\text{eq}}}{R_k} i_f \quad \text{soit} \quad i_{k,f} = \frac{R/2}{R} i_f$$

d'où

$$i_{1,f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{2r + R} = i_{2,f}$$

① pour un schéma.

/2 [5] On a simplement

$$\mathcal{P}_{k,f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} Ri_{k,f} \Rightarrow \mathcal{P}_{1,f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \mathcal{P}_{2,f} = R \left(\frac{E}{2r + R} \right)^2$$

/3 [6] On a :

$$\mathcal{P}_{1,o} = R \left(\frac{E}{r + R} \right)^2 \stackrel{\textcircled{1}}{\neq} \mathcal{P}_{1,f} = R \left(\frac{E}{2r + R} \right)^2$$

La guirlande 1 va donc se mettre à clignoter ①, puisque la puissance lumineuse qu'elle émet varie périodiquement. Ce montage ne **satisfait donc pas le cahier des charges.** ①

/3 [7] Pour limiter cet effet, il faut que $r \ll R$ ①. Dans ce cas, on peut négliger r devant R , et il vient

$$\mathcal{P}_{1,o} \approx \mathcal{P}_{1,f} \stackrel{\textcircled{1}}{\approx} R \left(\frac{E}{R} \right)^2$$

Ce n'est pas le cas avec les valeurs données dans l'énoncé. ①

III/B Système amélioré

/2 [8] En régime stationnaire, la bobine est équivalente à un fil électrique ①. Le montage est donc équivalent à celui de la partie précédente. ①

/3 [9] Puisque le montage est équivalent à celui de la partie précédente, on sait que :

$$i_1 \left(\frac{T^-}{2} \right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{r+R}$$

Or, le courant traversant une bobine est continu ①, soit

$$i_1 \left(\frac{T^-}{2} \right) = i_1 \left(\frac{T^+}{2} \right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{r+R}$$

/5 [10] L'interrupteur étant ouvert, on a :

$$i_2 \left(\frac{T^-}{2} \right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} 0$$

Une fois l'interrupteur fermé, la loi des mailles à $t = \frac{T^+}{2}$ donne :

$$\begin{aligned} E &\stackrel{\textcircled{1}}{=} r i + R i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) \\ \Leftrightarrow E &= r \left(i_1 \left(\frac{T^+}{2} \right) + i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) \right) + R i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} i \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_1 + i_2 \\ \text{On isole} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E - r i_1 \left(\frac{T^+}{2} \right)}{r + R} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On remplace} \\ \text{On simplifie} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) &= \frac{E - r \left(\frac{E}{r+R} \right)}{r + R} \\ \Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T^+}{2} \right) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} E \frac{R}{(r+R)^2} \end{aligned}$$

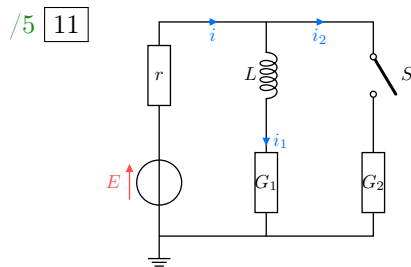


FIGURE 2.13 – ①

Loi des mailles :

$$\begin{aligned} E &\stackrel{\textcircled{1}}{=} r_1 i + u_L + R i_1 \\ \Leftrightarrow L \frac{di_1}{dt} + (r+R) i_1 &= E \\ \Leftrightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1(t)}{\tau_o} &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{L} \quad \text{avec} \quad \tau_o \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{L}{r+R} \quad \left. \begin{array}{l} u_L \stackrel{\textcircled{1}}{=} L \frac{di_1}{dt} \\ \text{Canonique} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

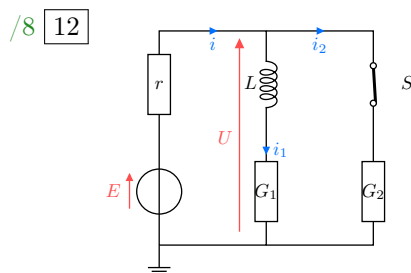


FIGURE 2.14 – ①

Loi des mailles et loi des nœuds :

$$\begin{aligned} E &\stackrel{\textcircled{1}}{=} r_1 i + R i_1 + L \frac{di_1}{dt} \\ \Leftrightarrow E &= r(i_1 + i_2) + R i_1 + L \frac{di_1}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} i \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_1 + i_2 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Or, avec les branches en parallèle,

$$R i_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} R i_1 + L \frac{di_1}{dt} \Rightarrow i_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_1 + \frac{L}{R} \frac{di_1}{dt}$$

D'où en combinant :

$$\begin{aligned}
 E &\stackrel{\textcircled{1}}{=} r \left(i_1 + i_1 + \frac{L}{R} \frac{di_1}{dt} \right) + Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} \\
 &\Leftrightarrow E = i_1(2r + R) + L \left(1 + \frac{r}{R} \right) \frac{di_1}{dt} \quad \left. \begin{array}{l} \text{On simplifie} \\ \text{Canonique} \end{array} \right\} \\
 &\Leftrightarrow \boxed{\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1(t)}{\tau_f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{L \left(1 + \frac{r}{R} \right)}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau_f \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{L \left(1 + \frac{r}{R} \right)}{2r + R}}
 \end{aligned}$$

/7 13

La solution générale est la somme de la solution homogène et de la solution particulière $\textcircled{1}$. Or, pour la solution homogène, en injectant $i_{1,h}(t) = Ae^{rt}$ $\textcircled{1}$ on obtient :

$$r + \frac{1}{\tau_f} = 0 \Leftrightarrow \boxed{r \stackrel{\textcircled{1}}{=} -\frac{1}{\tau_f}} \quad \text{soit} \quad i_{1,h}(t) \stackrel{\textcircled{1}}{=} Ae^{-\frac{t}{\tau_f}}$$

De plus, avec $i_{1,p}$ la solution particulière constante, on trouve

$$\begin{aligned}
 \frac{i_{1,p}}{\tau_f} &= \frac{E}{L \left(1 + \frac{r}{R} \right)} \Leftrightarrow i_{1,p} \stackrel{\textcircled{1}}{=} E \frac{\cancel{L} \left(1 + \frac{r}{R} \right)}{(2r + R) \cancel{L} \left(1 + \frac{r}{R} \right)} \\
 &\Leftrightarrow \boxed{i_{1,p} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{2r + R}} \\
 \text{Ainsi,} \quad &\boxed{i_1(t) \stackrel{\textcircled{1}}{=} Ae^{-\frac{t}{\tau_f}} + \frac{E}{2r + R}}
 \end{aligned}$$

/6 14 On rappelle (question 9) la valeur de $i_1(T/2)$:

$$\begin{aligned}
 i_1 \left(\frac{T}{2} \right) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{r + R} \\
 \Leftrightarrow Ae^{-T/(2\tau_f)} + \frac{E}{2r + R} &= \frac{E}{r + R} \\
 \Leftrightarrow A &\stackrel{\textcircled{1}}{=} E \left(\frac{1}{r + R} - \frac{1}{2r + R} \right) e^{T/(2\tau_f)} \\
 \Leftrightarrow A &\stackrel{\textcircled{1}}{=} E \left(\frac{2r + R - (r + R)}{(r + R)(2r + R)} \right) \\
 \Leftrightarrow A &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{Er}{(r + R)(2r + R)} e^{T/(2\tau_f)}
 \end{aligned}$$

D'où, dans la forme générale

$$\begin{aligned}
 i_1(t) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{Er}{(r + R)(2r + R)} e^{(\frac{T}{2}-t)/\tau_f} + \frac{E}{2r + R} \times \frac{r + R}{\boxed{r + R} = 1} \\
 \Leftrightarrow i_1(t) &\stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{(r + R)(2r + R)} \left(re^{(\frac{T}{2}-t)/\tau_f} + r + R \right)
 \end{aligned}$$

/2 15 Il s'agit de la bobine L_a $\textcircled{1}$, puisque la charge de la bobine a le temps de se faire entièrement. $\textcircled{1}$

/5 16 Le temps τ_f correspond au temps nécessaire pour réaliser 63% de la décharge de la bobine $\textcircled{1}$. À partir du point de bascule en $t = 1$ s, 63% de la décharge correspond à une intensité de 1,69 A, ce qui s'atteint pour $t_1 = 1,033$ s ; ainsi,

$$\tau_f = 33 \text{ ms} \textcircled{1} \quad \text{et} \quad L_a \stackrel{\textcircled{1}}{=} \tau_f \frac{2r + R}{1 + \frac{r}{R}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r = 1 \Omega \\ R = 2 \Omega \end{cases} \quad \text{A.N. : } L_a \stackrel{\textcircled{1}}{=} 88 \text{ mH}$$

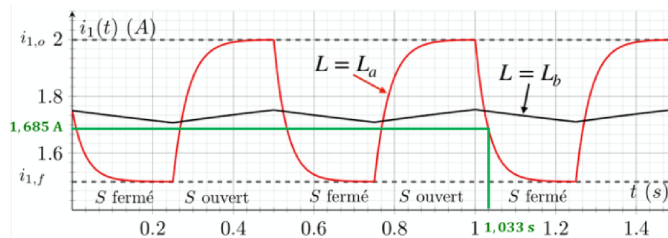


FIGURE 2.15 – $\textcircled{1}$

On peut également réaliser une tangente au point de bascule, et trouver l'intersection avec l'asymptote $i_1(t) = i_{1,f}$.

/2 17 Le temps caractéristique du régime transitoire avec L_b est très supérieur devant celui avec L_a $\textcircled{1}$, d'où $L_b \gg L_a$. $\textcircled{1}$

/2 18 Il s'agit de L_b , $\textcircled{1}$ car l'intensité $i_1(t)$ ne varie presque pas $\textcircled{1}$ (et il en va de même pour la tension U).