

SUP MPSI3 30 septembre 2022

DEVOIR SURVEILLÉ DE SCIENCES PHYSIQUES N°1 (3H00)

Tout moyen de communication est interdit
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.

Les calculatrices sont interdites !

Le devoir est composé de deux exercices et de deux problèmes indépendants.

EXERCICE 1 : Etude de différentes lentilles minces.

EXERCICE 2 : Etude d'un microscope.

PROBLEME 1 : Etude d'une transmission optique par fibre optique.

PROBLEME 2 : Etude d'un système autofocus d'appareil photographique numérique.

A l'intérieur des problèmes, certaines questions sont indépendantes.

L'étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.

L'ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l'étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu'une partie soit traitée dans sa continuité.

*Une attention particulière sera portée à la **qualité de la rédaction** (vocabulaire, orthographe...) et à la **présentation de la copie** (numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques...).*

*Et il est indispensable de **numéroter vos copies.***

Les résultats numériques doivent être accompagnés d'une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Une minoration pouvant aller jusqu'à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.

Programme de révision de ce devoir :

Toute la partie propagation de la lumière, miroirs et lentilles minces de l'optique géométrique de SUP.

EXERCICE 1 : Etude de différentes lentilles minces :

(≈ 32 pts)

I - On considère une lentille convergente (L) de centre O et de distance focale $f' = 20$ cm. Elle est utilisée dans les conditions de Gauss sur un banc d'optique. Elle donne d'un objet A sur l'axe optique une image A', elle aussi sur l'axe optique.

Q1. On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique et placé à 40 cm de la lentille. Faire un schéma de cette configuration à l'échelle. Caractériser son image (virtuelle ou réelle, droite ou renversée, agrandie, de même taille ou rétrécie). Déterminer (par le calcul) la position de l'image et calculer le grandissement dans ce cas.

Q2. On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à 10 cm de la lentille. Répondre aux mêmes questions qu'en Q1.

Q3. On considère un objet virtuel AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à 20 cm de la lentille. Répondre aux mêmes questions qu'en Q1.

II - On considère maintenant une lentille convergente quelconque.

Q4.a - Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? Justifier.

Q4.b - L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? On attend une justification grâce à une expression littérale dont on exploitera le signe.

III - On considère enfin une lentille divergente quelconque.

Q5.a - Dans ce cas, l'image d'un objet réel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? On attend une justification grâce à une expression littérale dont on exploitera le signe.

Q5.b - L'image d'un objet virtuel est-elle toujours réelle ? Toujours virtuelle ? Ou aucune de ces deux affirmations n'est correcte ? On attend une justification grâce à une expression littérale dont on exploitera le signe.

EXERCICE 2 : Etude d'un microscope :

(≈ 36 pts)

Dans ce sujet, on réalise des montages optiques à l'aide de différentes lentilles minces (L_n), de vergence V_n , de distance focale image f'_n , de foyers objet F_n et image F'_n et de centre optique O_n .

L'objet de (L_n) sera noté A_nB_n et son image $A'_nB'_n$. Le grandissement transversal sera noté : $(G_t)_n = \frac{\overline{A'_nB'_n}}{\overline{A_nB_n}}$.

Toutes les expériences sont réalisées dans l'air et dans le cadre de l'approximation de Gauss. Tous les éléments optiques sont centrés sur un même axe.

1 – Soit une lentille convergente (L_1) dont la distance focale image vérifie $|f'_1| = 10$ cm.

1.a – Indiquer quelle est sa distance focale et sa vergence. Justifier.

1.b - Soit un objet A_1B_1 tel que $\overline{OA_1} = +15$ cm.

Cet objet est-il réel ou virtuel ? Justifier.

Etablir l'expression de la position de l'image par rapport à la lentille en fonction des données de l'énoncé. Faire l'application numérique. Cette image est-elle réelle ou virtuelle ?

En déduire la valeur numérique du grandissement transversal $(G_t)_1$.

2 – Afin d'illustrer le principe du microscope et pour observer un objet lumineux A_1B_1 de petites dimensions, on associe à droite de (L_1) une lentille convergente (L_2) dont la distance focale image vérifie $|f'_2| = 4$ cm.

Pour les 2 questions suivantes, indiquer la ou les bonnes réponses sans justification.

2.a – Alors :

A) (L_2) est l'objectif ; B) (L_2) est l'oculaire ; C) (L_2) est le réticule ; D) (L_1) est l'objectif.


2.b – Le système est réglé de manière à ce qu'un œil normal (œil emmétrope) n'ait pas à accommoder. L'image finale donnée par le système ($L_1 + L_2$) :

A) Se forme à l'infini ; B) Se forme dans le plan focal image de (L_2) ;
C) Se forme dans le plan focal image du système ($L_1 + L_2$) ; D) Se forme dans le plan focal image de (L_1).

2.c – *Pour cette question, indiquer la ou les bonnes réponses en justifiant tous vos calculs* : Le grandissement transversal $(G_t)_1$ de la lentille (L_1) peut s'écrire :


A) $(G_t)_1 = 1 + \frac{\overline{O_1A_1}}{f'_1}$; B) $(G_t)_1 = 1 - \frac{\overline{O_1A'_1}}{f'_1}$; C) $(G_t)_1 = \left(1 + \frac{\overline{O_1A_1}}{f'_1}\right)^{-1}$; D) $(G_t)_1 = \left(1 - \frac{\overline{O_1A'_1}}{f'_1}\right)^{-1}$.


2.d – On considère un objet réel A_1B_1 de hauteur $h = 1$ mm, centré sur l'axe optique et situé à 11 cm de la face d'entrée de l'appareil, réglé comme à la question 2.b).


 Exprimer $\overline{O_1O_2}$ en fonction de f'_1 , f'_2 et $\overline{O_1A_1}$, puis le calculer.

 En déduire la valeur numérique du grandissement transversal $(G_t)_1$ de la lentille (L_1).

2.e – Toujours dans le cas de figure de la question 2.d), on appelle G le grossissement de l'appareil c'est-à-dire le rapport entre α' (diamètre apparent de l'image finale) et θ (angle sous lequel l'observateur verrait l'objet initial, sans instrument, à la distance minimale de vision distincte $d = 25$ cm).

 Exprimer α' en fonction de h , $(G_t)_1$ et f'_2 , puis le calculer en radians.

 Exprimer θ en fonction des données des questions 2.d et 2.e, puis le calculer en radians.

 En déduire la valeur numérique du grossissement.

PROBLEME 1 : Etude d'une transmission optique par fibre optique : (≈ 36 pts)

Les signaux optiques peuvent être utilisés pour transporter une grande quantité d'information sur d'importantes distances.

Nous nous intéresserons ici à quelques caractéristiques d'une ligne de transmission optique, dont le synoptique est représenté ci-dessous (figure 1).

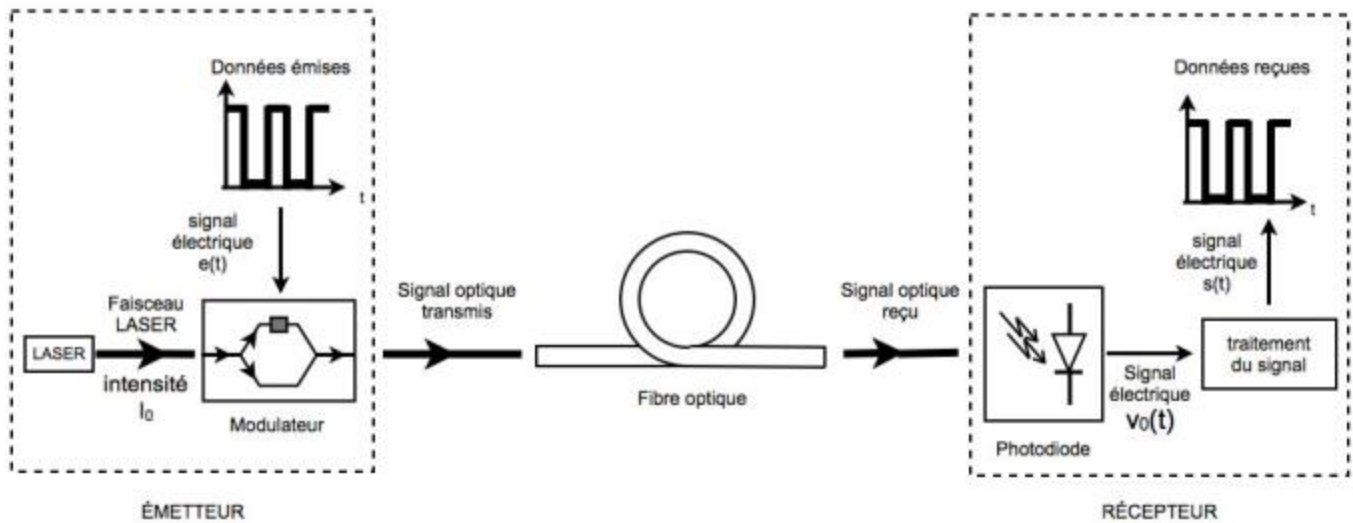


Figure 1 - Synoptique d'une ligne de transmission optique

Le problème traite de la propagation guidée dans une fibre optique et des problèmes associés qui altèrent la qualité de la transmission.

I - Lois de Descartes :

On considère un dioptre plan séparant 2 milieux transparents et homogènes : le milieu (1) d'indice n_1 et le milieu (2) d'indice n_2 . De la lumière se propage du milieu (1) vers le milieu (2).

On isole un rayon frappant le dioptre en I, et formant un angle i_1 avec (N), la normale au dioptre en I. On observe l'existence d'un rayon réfléchi dans le milieu (1) formant un angle i' avec (N) et éventuellement d'un rayon réfracté formant un angle i_2 avec (N). Les angles sont non orientés.

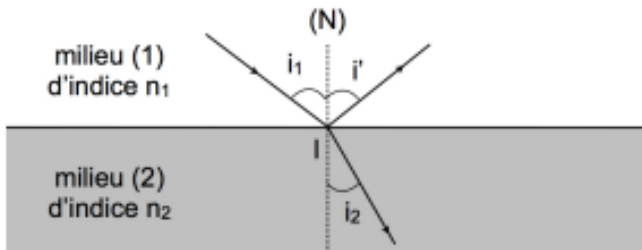


Figure 2 - Lois de Descartes

Q1. Enoncer les lois de Descartes relatives à la réfraction et à la réflexion.

Q2. Décrire le phénomène de réflexion totale : On précisera notamment la condition sur les indices et la condition sur l'angle i_1 , pour qu'une réflexion totale puisse avoir lieu en I.

II - Fibre optique à saut d'indice :

Une fibre optique est un fin cylindre de verre, capable de guider la lumière sur de longues distances. Un rayon lumineux rentrant à une extrémité de la fibre reste piégé à l'intérieur par réflexion totale interne. Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique d'indice n_c d'un rayon r_c , entouré par une gaine d'indice $n_g < n_c$ de rayon r_g .

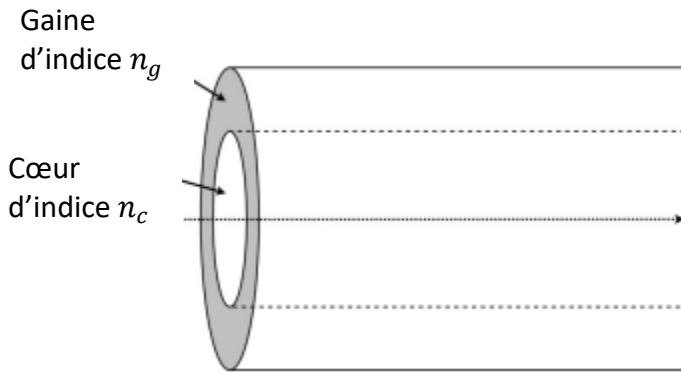


Figure 3 - Fibre à saut d'indice

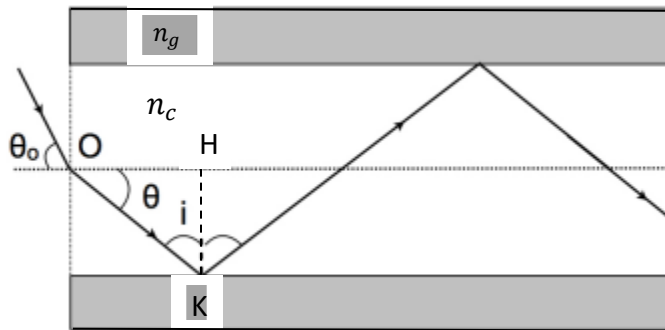


Figure 4 - Coupe dans le plan méridien d'une fibre à saut d'indice

Q3. Montrer que tout rayon situé dans un plan contenant l'axe de la fibre et formant dans la fibre un angle θ avec l'axe peut se propager dans le cœur en restant dans ce plan si $\theta < \theta_c$, avec $\theta_c = \cos^{-1}(n_g/n_c)$.

Q4. On définit l'ouverture numérique ON de la fibre par $ON = n_c \sin(\theta_c)$. Montrer que $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$.

Q5. On considère que l'indice de l'air à l'extérieur de la fibre est égal à 1. Soit O le point de l'axe de la fibre situé sur le dioptré air-cœur. On note θ_0 l'angle d'incidence du rayon lumineux entrant dans la fibre en O (cf. figure 4). A quelle condition sur $\sin(\theta_0)$ et ON le rayon se propage-t-il dans la fibre ?

III - Pertes associées à l'usage de la fibre optique :

A - Pertes liées à la courbure :

Si la fibre peut être courbée sans grand inconvénient mécanique, cette courbure peut néanmoins conduire à une perte de l'énergie guidée.

Q6. En raisonnant sur la **figure 5** ci-dessous, expliquer (qualitativement) la raison de cette perte dans une fibre optique à saut d'indice.

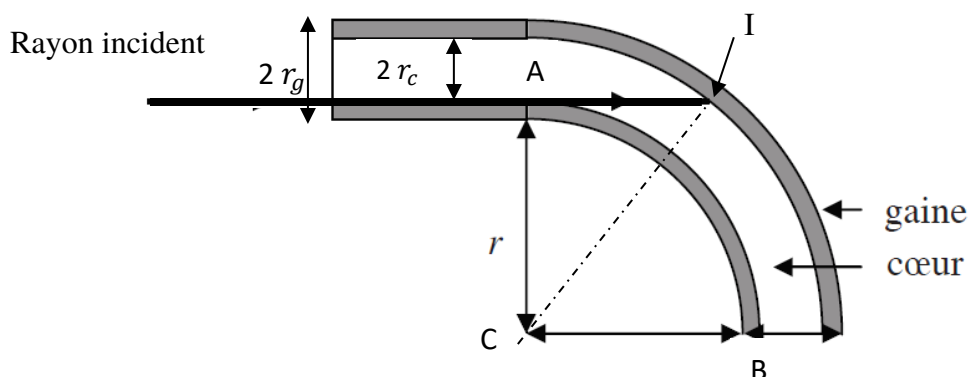


Figure 5 - Perte de courbure dans la fibre optique à saut d'indice

Q7. On rappelle que r_c est le rayon du cœur de la fibre et r_g celui de la gaine extérieure comme indiqué figure 5. En considérant un rayon pénétrant dans la fibre, perpendiculairement à sa section, à la limite du bord inférieur comme sur la figure 5, donner en fonction de n_c , n_g , r_c et r_g , l'expression du rayon de courbure r_l à partir duquel la perte de courbure apparaîtra. On simplifiera l'expression grâce à l'approximation : $r_c - r_g \approx 0$. Calculer ce rayon en considérant que $r_c + r_g = 1 \text{ mm}$, $n_c = 1,500$ et $n_g = 1,485$. Conclure.

B - Pertes liées au raccordement :

Pour assurer les transmissions à grande distance, il faut raccorder de nombreuses fibres optiques. La difficulté pour abouter deux fibres réside dans les dimensions en jeu : le cœur d'une fibre optique unimodale est de l'ordre de 9 microns... Cependant, la liaison entre fibres optiques doit être particulièrement soignée sinon il peut y avoir une perte de puissance du signal.

Q8. D'après vos connaissances personnelles, définir et illustrer par trois schémas simples, chacun des trois problèmes rencontrés lors de la jonction entre deux fibres de même diamètre de cœur et de gaine : Défaut de concentricité, défaut d'écartement longitudinal et défaut de désalignement angulaire.

Q9. Les fibres optiques multimodales OM1, aussi appelées 62,5/125, ont un cœur de diamètre de 62,5 microns et une gaine de diamètre extérieur de 125 microns. Peuvent-elles être aboutées à des fibres optiques multimodales OM2, aussi appelées 50/125, dont le cœur a un diamètre de 50 microns et la gaine un diamètre extérieur de 125 microns ? Discuter selon le sens de propagation de la lumière dans les fibres.

PROBLEME 2 : Etude d'un système autofocus d'appareil photographique numérique :

(≈ 54 pts)

I) Présentation :

Nous nous intéressons dans ce sujet à l'étude de différentes méthodes permettant de réaliser l'autofocus sur les appareils photos numériques. L'autofocus consiste à régler de manière automatique la netteté de l'image avant d'effectuer la prise de vue.

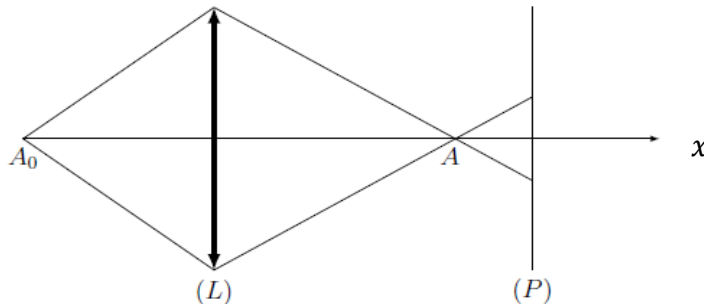
II) Modélisation : principe de la méthode de l'autofocus :

Un appareil photo est modélisé par une lentille mince convergente (L), l'objectif, de focale $f_0' = 10$ cm et un plan récepteur (P) placé orthogonalement à l'axe optique. Ce plan récepteur est de taille $20 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ et contient 6 méga pixels.

Lorsque le réglage de l'appareil est optimal, l'image de l'objet à photographier se trouve sur le plan (P). Sinon, il convient de modifier la position de ce plan.

Prenons l'exemple d'un objet réduit à un point objet A_0 qui donne un point image A . En cas de défaut de réglage, on a la situation décrite sur la figure 1 ci-dessous.

Figure 1 : Défaut de réglage.



Sur (P) se forme alors une tache à la différence d'un point.

Il faut donc déplacer le plan (P) d'une certaine distance pour obtenir une image nette. Pour cela, la méthode la plus rapide consiste à calculer cette distance à partir de la différence d'ordonnées des points inférieurs et supérieurs de la tache.

Il y a cependant une difficulté du fait que l'on obtient la même tache que (P) soit placé devant ou derrière l'image.

Nous allons étudier un dispositif astucieux qui permet de calculer algébriquement le déplacement à opérer partant d'un défaut de réglage.

II.1) Mise au point :

Dans cette partie on attend, pour chaque question, **une expression littérale, puis une valeur numérique.**

On souhaite photographier un objet de hauteur $h = 10$ cm, transverse à l'axe de l'objectif et situé à une position $x_0 = -5$ m, l'origine étant prise au centre de la lentille (L). L'axe optique est orienté de la gauche vers la droite.

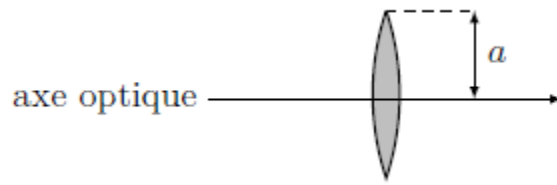
Q1. A quelle distance d' du centre de la lentille (L) faut-il placer (P) pour avoir une image nette (ceci définit le plan P_0) ? **On ne fait aucune approximation dans ce calcul.** On donnera l'expression littérale de d' en fonction de x_0 et f_0' . Puis exprimer la taille h' de l'image en fonction de d' , $|x_0|$ et h . Faire les applications numériques.

On se place dans le cas où l'objet précédent se ramène à un point situé sur l'axe toujours à la position $x_0 = -5$ m. (P) est placé à une distance $\delta = +0,5$ cm derrière P_0 . La lentille a un rayon $a = 5$ cm (figure 2). On observe alors une tache lumineuse sur (P).

Q2. Faire un schéma et tracer les rayons qui parviennent à l'extrémité de cette tache. Déterminer l'expression du rayon a' de la tache lumineuse formée sur (P) en fonction de a , δ et d' . Faire l'application numérique de a' .

NB : Le rayon de la lentille a est défini par la hauteur de lentille par rapport à l'axe optique (figure 2).

Figure 2 : Illustration de la lentille.



Q3. Après avoir déterminé la taille d'un pixel, supposé carré de côté C , donner un critère sur a' , puis sur δ pour que l'image transmise par le capteur soit nette. On donnera l'expression de a' sous forme d'une inégalité en fonction de C et l'expression de δ sous forme d'une inégalité en fonction de a' , d' et C . Faire les applications numériques.

II.2) Principe simplifié de l'autofocus :

Dans un souci de simplification on considère un objet réduit à un point objet situé sur l'axe de la lentille (L) qui donne un point image noté A .

Pour déterminer si A se trouve ou non sur (P), on utilise deux lentilles annexes (L_1) et (L_2), situées à une distance d_0 de (P), de focale f' et de rayon a auxquelles sont associées des capteurs plans (P_1) et (P_2) situés à une distance d de chaque lentille. (P_1) (**respectivement** (P_2)) **est conjugué de** (P) **par** (L_1) (**respectivement** (L_2)).

Attention : en réalité les deux lentilles sont désaxées par rapport à l'axe optique de (L), les rayons étant déviés par des miroirs. Ici, on considère simplement que tout se passe comme si (P) est transparent.

Le schéma est représenté figure 3 ci-dessous.

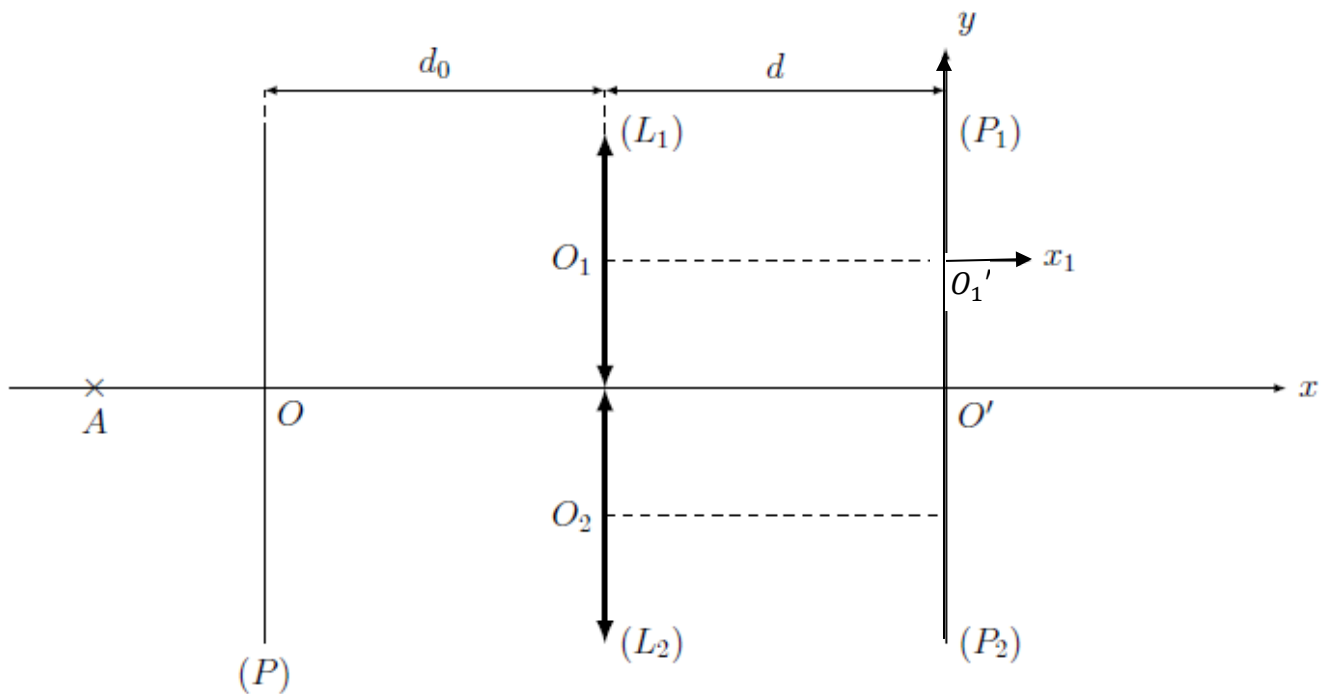


Figure 3 : Principe des lentilles de l'autofocus.

Q4. Dans cette question, afin de simplifier les calculs, on fait comme si les lentilles (L_1) et (L_2) étaient centrées sur l'axe (Ox). Exprimer alors d en fonction de d_0 et f' .

Q5. On reprend la « vraie » figure 3. On se place dans le cas où A est sur (P). On note A_1 son image par (L_1) sur (P_1).

Faire un schéma représentant A et A_1 , puis les rayons issus de A passant par les bords inférieurs et supérieurs de (L_1). En déduire la position du foyer image de (L_1), qui l'on notera F_1' .

Q6. On note y_1 l'ordonnée de A_1 par rapport à l'origine O' située sur l'axe (Ox) Montrer que y_1 peut se mettre sous la forme : $y_1 = a(1 + \frac{d}{d_0})$. (On pourra préalablement déterminer l'ordonnée par rapport à l'axe optique de la lentille (L_1), soit ($O_1'x_1$)).

En déduire l'expression de y_2 l'ordonnée de A_2 l'image de A par (L_2) en prenant également l'origine en O' .

Q7. Calculer $\Delta\Phi_0 = y_1 - y_2$ (appelé différence de phase, même si c'est une longueur) que l'on exprimera en fonction de d_0 , d et a .

On se place dans le cas où A est avant le plan (P) (cas de la figure 3) et on pose $\overline{OA} = p$ (mesure algébrique). On note à nouveau A_1 l'image de A par (L_1).

Q8. Construire A_1 sur le document réponse p 10, **à rendre avec vos copies.**

On note x_1 l'abscisse de A_1 mesurée sur l'axe (O_1x_1) que l'on ne cherchera pas à exprimer et qui sera donc considérée comme une donnée.

Déterminer son ordonnée y_1 **mesurée à partir de l'axe (Ox)** en fonction de a , x_1 , d_0 et p .

Q9. Sur le document réponse p 10, tracer les rayons issus de A passant par les extrémités des lentilles (L_1) et (L_2).

On obtient donc une tâche lumineuse sur les plans (P_1) et (P_2). On note y_s l'ordonnée du point supérieur de la tâche lumineuse sur (P_1) et y_i l'ordonnée du point inférieur de cette tâche, l'origine étant en O' sur l'axe (Ox).

Q10. Exprimer y_s en fonction de y_1 , x_1 et d , puis montrer que $y_i = 2a \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) + \frac{d y_1}{x_1}$.

Le principe de la méthode est de mesurer ce qui est appelé « la différence de phase » définie par $\Delta\Phi = y_s - y_s'$ où y_s' est l'ordonnée du point supérieur de la tâche lumineuse sur (P_2). Ce qui revient à déterminer $\Delta\Phi = y_s + y_i$.

Q11. Pourquoi a-t-on $y_i = -y_s'$? Montrer que $\Delta\Phi = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p}$.

Q12. Exprimer alors la différence de phase entre le cas où la mise au point n'est pas réalisée et celui où elle l'est. Soit $\Delta^2\Phi = \Delta\Phi - \Delta\Phi_0$. On donnera l'expression en fonction de a , d , d_0 et p .

Le principe de l'autofocus consiste donc à mesurer la différence de phase et d'en déduire p . Il suffit ensuite de déplacer la lentille (L) afin de faire coïncider A sur (P).

Le déplacement de la lentille se fait au moyen d'un moteur pas à pas.

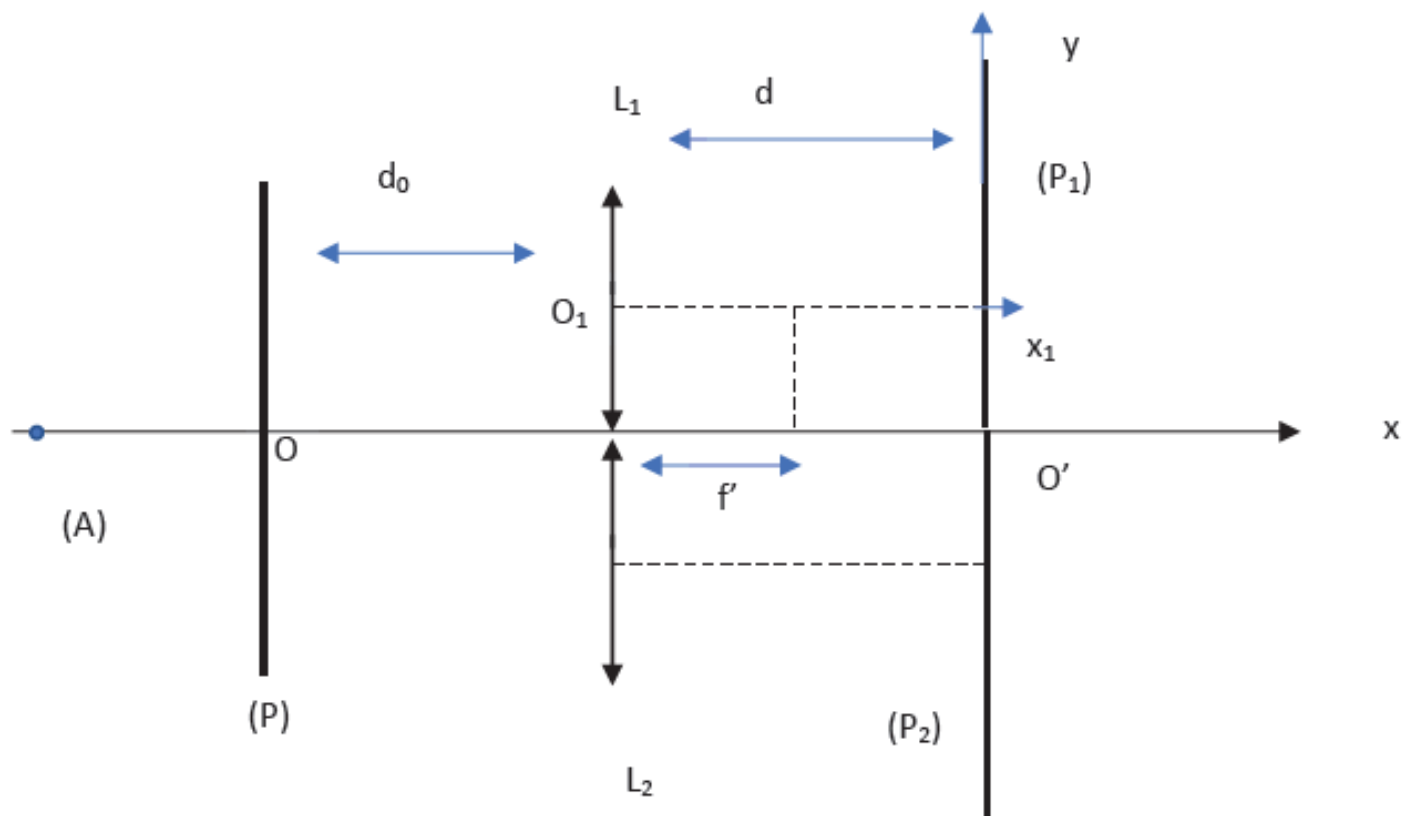
Q13. On mesure $\Delta^2\Phi = 0,5$ cm. Donner la distance de laquelle on doit translater (P) pour obtenir une image nette. On précisera la direction (*non précisé par l'énoncé original : « et le sens » !*) de la translation.

On donne $d = 2f'$ et $d_0 = 2f'$ avec $f' = 10$ cm et $a = 3$ cm.

Précision : Pour un objet étendu orthogonal à l'axe, on peut montrer que la différence de phase due à chaque point source de l'objet est identique. Le principe de la méthode peut alors être généralisé.

NOM et Prénom :

Document réponse pour le problème 2, questions 8 et 9



EXERCICE 1 : Etude de différentes lentilles minces :**(≈ 32 pts)****(D'après IESEA 2022)****I – Avec une lentille convergente de distance focale $f' = 20$ cm :****Q1.**

Schéma ci-contre.

On obtient donc une **image réelle, renversée et de même taille que l'objet.**Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

Soit : $\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f'} = \frac{OA + f'}{OA f'}$,

avec $OA = -40$ cm (< 0)

Ainsi : $OA' = \frac{OA f'}{OA + f'}$;

AN : $OA' = \frac{(-40) \times 20}{-40 + 20} = \frac{800}{-20} = -40$; On obtient : **$OA' = 40$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = \frac{40}{-40}$; On obtient : **$\gamma = -1$** . (Cohérent avec la figure).

Q2. Schéma ci-contre.On obtient donc une **image virtuelle, droite et agrandie.**

Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$;

Avec $OA = -10$ cm (< 0)

AN : $OA' = \frac{(-10) \times 20}{-10 + 20} = -\frac{200}{10}$;

On obtient : **$OA' = -20$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = -\frac{20}{-10}$; On obtient : **$\gamma = +2$** . (Cohérent avec la figure).

Q3. Schéma ci-contre.On obtient donc une **image réelle, droite et rétrécie.**

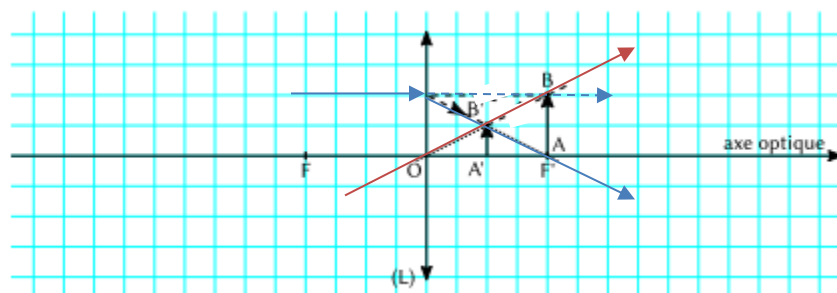
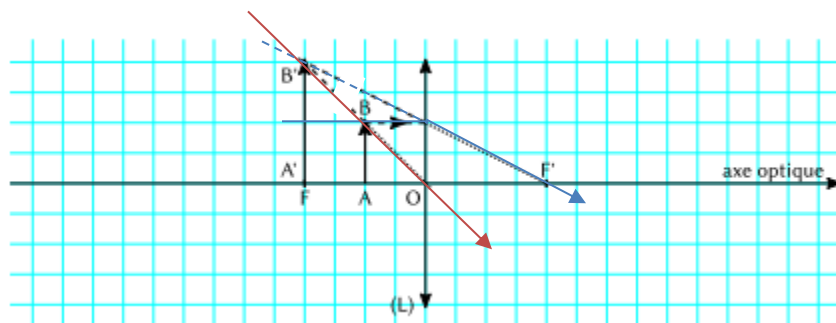
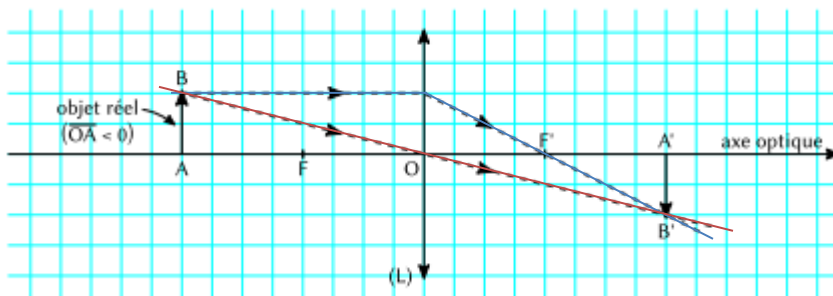
Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$;

Avec $OA = +20$ cm (> 0)

AN : $OA' = \frac{(+20) \times 20}{+20 + 20} = +\frac{400}{40}$;

On obtient : **$OA' = +10$ cm.** (Cohérent avec la figure).

Enfin $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; AN : $\gamma = +\frac{10}{+20}$; On obtient : **$\gamma = +1/2$** . (Cohérent avec la figure).

II – Avec une lentille convergente quelconque :**Q4.a** - Les questions Q1 et Q2 montrent que pour un objet réel, une lentille convergente peut donner aussi bien une image réelle (Q1) que virtuelle (Q2). Donc pour l'image d'un objet réel à travers une lentille convergente, **les deux cas peuvent se présenter.**

Q4.b – Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est virtuel $\overline{OA} > 0$ et avec une lentille convergente $f' > 0$ alors $\overline{OA'} > 0$.

L'image d'un objet virtuel à travers une lentille convergente est donc **toujours réelle**.

III – Avec une lentille divergente quelconque :

Q5.a - Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est réel $\overline{OA} < 0$ et avec une lentille divergente $f' < 0$ alors $\overline{OA'} < 0$.

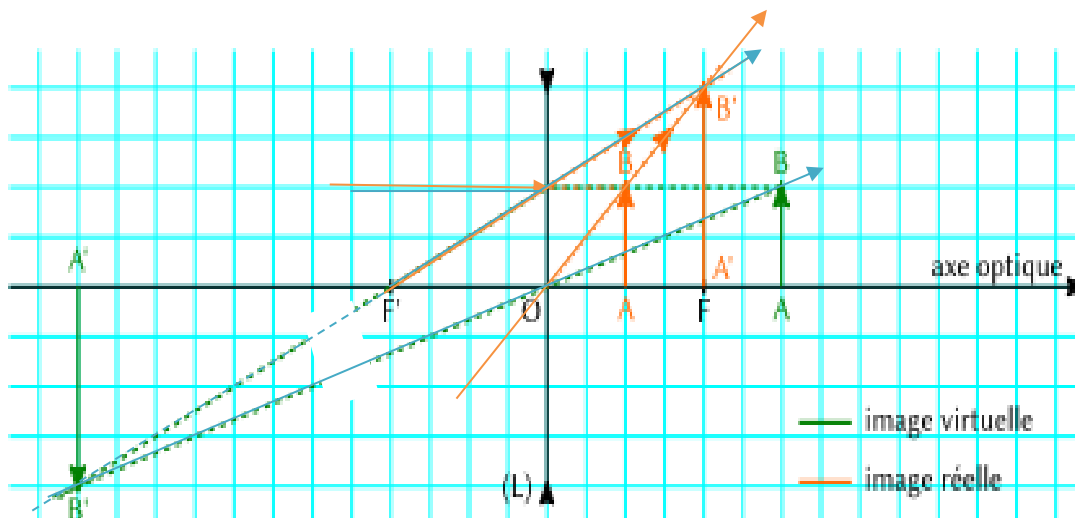
L'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est donc **toujours virtuelle**.

Q5.b - Nous avons vu que la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, conduisait à $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$.

Si l'objet est virtuel $\overline{OA} > 0$ et avec une lentille divergente $f' < 0$ alors $\overline{OA'}$ peut changer de signe selon les valeurs de \overline{OA} et f' .

Conclusion : Pour l'image d'un objet virtuel à travers une lentille divergente, **les deux cas peuvent se présenter**.

Illustration :



EXERCICE 2 : Etude d'un microscope :

(D'après ICNA)

(≈ 36 pts)

1.a - On nous donne $|f'_1| = 10 \text{ cm}$ et on nous indique que la lentille (L_1) convergente.

Ainsi sa **distance focale image est positive**. D'où : $f'_1 = 10 \text{ cm}$ et par définition : $V_1 = \frac{1}{f'_1}$.

AN : $V_1 = \frac{1}{0,1}$, Soit : $V_1 = 10 \delta$.

1.b - On nous donne $\overline{OA_1} = +15 \text{ cm}$. Ainsi $\overline{OA_1} > 0$; L'objet est à droite de la lentille. C'est donc un **objet virtuel**.

On cherche $\overline{OA'_1}$: Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_1}$.

Soit : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} = \frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{\overline{OA_1} + f'_1}{\overline{OA_1} f'_1}$; Ainsi : $\overline{OA'_1} = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1}$;

AN : $\overline{OA'_1} = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = \frac{150}{25} = \frac{30}{5}$; On obtient $\overline{OA'_1} = 6 \text{ cm} > 0$. Comme $\overline{OA'_1} > 0$, **l'image est réelle**.

On cherche aussi $(G_t)_1 = \frac{\overline{A_1 B'_1}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA_1}}$ d'après la formule du grandissement de Descartes.

AN : $(G_t)_1 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; On obtient donc $(G_t)_1 = 0,4$.

2 - Principe du microscope :

2.a - D'après le cours, **(L_1) est l'objectif et (L_2) est l'oculaire**.

Réponse B et D.

2.b - L'œil voit sans accommoder, si **l'image finale se forme à l'infini**.

Réponse A.

2.c - On sait d'après la question 1.b) que $(G_t)_1 = \frac{\overline{A_1 B'_1}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA_1}}$.

On cherche une expression en fonction de $\overline{OA_1}$ uniquement et $\overline{OA'_1}$ uniquement.

Remplaçons $\overline{OA'_1}$ par la relation trouvée en 1.b) : $\overline{OA'_1} = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1}$.

Il vient alors : $(G_t)_1 = \frac{\overline{OA_1} \times f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1} \times \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{f'_1}{\overline{OA_1} + f'_1} = \frac{1}{1 + \frac{\overline{OA_1}}{f'_1}}$; On obtient : $(G_t)_1 = \left(1 + \frac{\overline{OA_1}}{f'_1}\right)^{-1}$

Réponse C.

Si on cherche une expression en fonction de $\overline{OA'_1}$, il faut supprimer $\overline{OA_1}$.

On reprend la relation de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_1}$. Soit : $\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{-\overline{OA'_1} + f'_1}{\overline{OA'_1} f'_1}$;

Ainsi : $\overline{OA_1} = \frac{\overline{OA'_1} \times f'_1}{f'_1 - \overline{OA'_1}}$; Alors : $(G_t)_1 = \frac{\overline{OA'_1}}{\frac{\overline{OA'_1} \times f'_1}{f'_1 - \overline{OA'_1}}} = \overline{OA'_1} \times \frac{f'_1 - \overline{OA'_1}}{\overline{OA'_1} f'_1} = \frac{-\overline{OA'_1} + f'_1}{f'_1}$.

On obtient donc : $(G_t)_1 = 1 - \frac{\overline{OA'_1}}{f'_1}$.

Réponse B.

2.d - C'est un microscope. L'objet n'est pas à l'infini, mais il est tel que $\overline{O_1 A_1} = -11 \text{ cm}$.

L'image finale étant à l'infini, l'image intermédiaire sera dans le plan focal objet de (L_2).

D'où le schéma simplifié :

On cherche $\overline{O_1 O_2}$. On va calculer $\overline{O_1 F_2}$ grâce à la relation de Descartes appliquée à (L_1), puis on utilisera une relation de Chasles pour passer à $\overline{O_1 O_2}$.

Relation de Descartes à (L_1) : $\frac{1}{\overline{O_1 A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{f'_1}$.

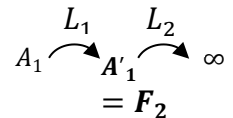
Soit : $\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} = \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{f'_1 + \overline{O_1 A_1}}{f'_1 \overline{O_1 A_1}}$; Soit $\overline{O_1 F_2} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1 A_1}}{f'_1 + \overline{O_1 A_1}}$.

Relation de Chasles : $\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_2} + \overline{F_2 O_2} = \overline{O_1 F_2} + \overline{O_2 F'_2} = \overline{O_1 F_2} + f'_2$

Conclusion : $\overline{O_1 O_2} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1 A_1}}{f'_1 + \overline{O_1 A_1}} + f'_2$; AN : $\overline{O_1 O_2} = \frac{10 \times (-11)}{10 - 11} + 4 = 110 + 4$.

On obtient donc : $\overline{O_1 O_2} = 114 \text{ cm}$.

Dans ce cas, $(G_t)_1 = \frac{\overline{O_1 F_2}}{\overline{O_1 A_1}}$; AN : $(G_t)_1 = -\frac{110}{11}$; D'où $(G_t)_1 = -10$.



2.e – Pour α' , on est dans le cas de figure ci-contre.

📏 Dans l'approximation de Gauss :

$$\tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{\overline{A'_1 B'_1}}{\overline{O_2 F_2}} = - \frac{\overline{A'_1 B'_1}}{\overline{F_2 O_2}} = - \frac{(G_t)_1 \overline{A_1 B_1}}{f'_{t_2}}, \text{ car } \alpha' > 0$$

$$\text{Ainsi : } \alpha' = - \frac{(G_t)_1 h}{f'_{t_2}};$$

$$\underline{\text{AN}} : \alpha' = - \frac{-10 \times 1}{40}; \text{ On obtient : } \alpha' = \underline{0,25 \text{ rad} > 0}$$

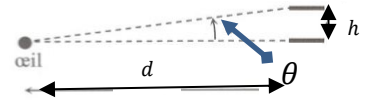
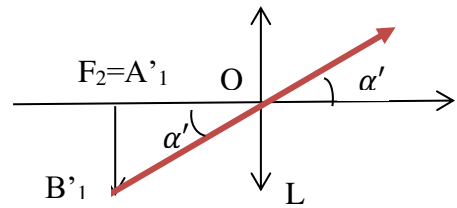
📏 Pour θ : Vision à l'œil nu :

Toujours dans l'approximation de Gauss :

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{h}{d}; \underline{\text{AN}} : \theta = \frac{1}{250}; \text{ On obtient : } \theta = \underline{4 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}.$$

📏 Enfin pour le grossissement :

$$\underline{G} = \frac{\alpha'}{\theta}; \underline{\text{AN}} : G = \frac{0,25}{4 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,25}{4} 10^3 = 0,0625 \cdot 10^3; \text{ On obtient donc } \underline{G = 62,5}.$$



PROBLEME 1 : Etude d'une transmission optique par fibre optique : (≈ 36 pts)

(D'après banque PT 2013 & CCINP PC 2018)

I - Lois de Descartes : Les angles étant non orientés :

Q1. 1^{ère} loi de Descartes : Les **rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence.**

2^{ème} loi de Descartes : loi de la réflexion : L'angle que fait le rayon réfléchi avec la normale au dioptre est opposé à l'angle d'incidence : $i' = i_1$. (car angles non orientés dans cet exercice !!)

3^{ème} loi de Descartes : loi de la réfraction : Le rayon réfracté fait un angle i_2 avec la normale, tel que : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$.

Q2. Phénomène de réflexion totale : Ce phénomène ne peut exister que lorsqu'on passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, avec une incidence supérieure à l'angle limite ;

Soit si $n_1 > n_2$ et que $i_1 > i_{1l} = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$ ou encore : $n_1 \sin(i_1) > n_2$.

II - Fibre optique à saut d'indice :

Q3. En K, passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, car $n_g < n_c$.

On veut une réflexion totale pour que le signal se propage.

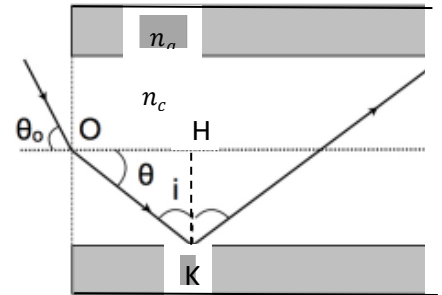
Il faut donc que $i > i_l$ tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$ ou encore $i_l = \sin^{-1}(\frac{n_g}{n_c})$.

D'autre part, dans le triangle (OKH), la somme des angles vaut 180° , soit $i + \theta + \frac{\pi}{2} = \pi$; Donc $i = \frac{\pi}{2} - \theta$;

Alors $i > i_l$ n'est possible que si $\frac{\pi}{2} - \theta > i_l$; Donc que si $\theta < \frac{\pi}{2} - i_l = \theta_c$.

A la limite, $\cos(\theta_c) = \cos(\frac{\pi}{2} - i_l) = \sin(i_l) = \frac{n_g}{n_c}$

Conclusion : le rayon se propage si : $\theta < \theta_c = \cos^{-1}(n_g/n_c)$. CQFT.



Q4. On nous donne $ON = n_c \sin(\theta_c) = n_c \sqrt{\sin^2(\theta_c)} = n_c \sqrt{1 - \cos^2(\theta_c)} = n_c \sqrt{1 - (\frac{n_g}{n_c})^2}$

On obtient donc : $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ CQFT.

Q5. De plus, en O, $n_a \sin(\theta_0) = n_c \sin(\theta) < n_c \sin(\theta_c)$;

Soit $n_a \sin(\theta_0) < n_c \sin(\theta_c) = n_c \sin(\frac{\pi}{2} - i_l) = n_c \cos(i_l) = n_c \sqrt{\cos^2(i_l)}$.

Ainsi $\sin(\theta_0) < \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - \sin^2(i_l)} = \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - (\frac{n_g}{n_c})^2} = \frac{n_c}{n_a} \sqrt{\frac{n_c^2 - n_g^2}{n_c^2}}$;

Or $n_a = 1$; Donc : $\sin(\theta_0) < \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = ON$

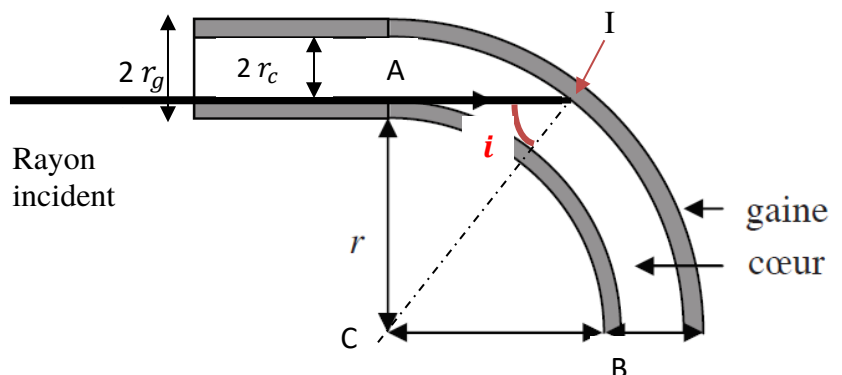
III - Pertes associées à l'usage de la fibre optique :

Perte liée à la courbure :

Q6. Pour que l'onde reste dans la fibre, il faut qu'il y ait réflexion totale au moment où la lumière atteint la gaine.

Or, lorsque la fibre est courbée, **l'angle d'incidence i à l'interface cœur-gaine est diminué.** Il risque donc de devenir plus faible que l'angle limite tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$.

Sinon, un rayon réfracté apparaîtrait dans la gaine et cela conduirait à des pertes.



Q7. On veut toujours une réflexion totale pour que le signal se propage. Il faut donc que $i > i_l$ tel que $\sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$.

D'autre part, comme la fonction $x \rightarrow \sin(x)$ est croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on aura réflexion totale si $\sin(i) > \sin(i_l) = \frac{n_g}{n_c}$.

Dans le triangle AIC, à la limite, on a : $\sin(i_l) = \frac{r_l + r_g - r_c}{r_l + (r_g - r_c) + 2r_c}$; Or, on nous précise que $r_c - r_g \approx 0$.

Alors l'expression se simplifie en : $\sin(i_l) \approx \frac{r_l}{r_l + 2r_c}$;

Ou encore : $r_l \approx (r_l + 2r_c) \sin(i_l)$; D'où : $r_l(1 - \sin(i_l)) \approx 2r_c \sin(i_l)$

D'où $r_l \approx \frac{2r_c \sin(i_l)}{1 - \sin(i_l)} = \frac{2r_c \frac{n_g}{n_c}}{1 - \frac{n_g}{n_c}}$; On obtient donc : $r_l \approx \frac{2r_c n_g}{n_c - n_g}$.

AN: On a besoin de $2r_c \approx r_c + r_g = 1 \text{ mm}$, car $r_c - r_g \approx 0$.

$r_l \approx \frac{1.10^{-3} \times 1,485}{0,015} \approx \frac{1,5.10^{-3}}{1,5.10^{-2}}$; On obtient $r_l \approx 10^{-1} \text{ m} \approx 10 \text{ cm}$.

Conclusion: **Si $r < r_l \approx 10 \text{ cm}$, il y aura réfraction du faisceau lumineux et cela induira des pertes.**

Ceci laisse une relative marge de manœuvre, mais **peut être gênant pour une installation domestique** (raccordement à une Box sans espace suffisant, passage dans un angle...)

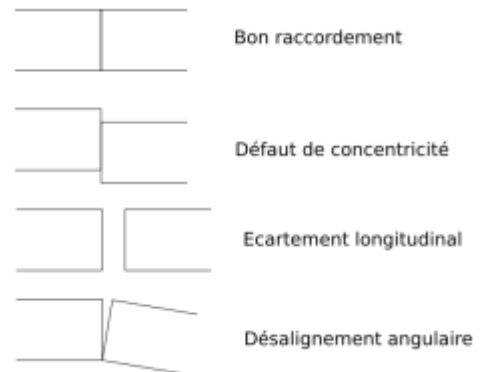
Q8. Concentricité : les deux fibres doivent être concentriques, donc de même axe.

Écartement longitudinal : les deux fibres doivent être proches pour que les rayons sortant de l'une rentrent bien dans la seconde s'ils sont inclinés.

Désalignement angulaire : les axes des 2 fibres doivent être alignés.

Q9. Si l'on passe d'une fibre 50/125 à une fibre 62,5/125, on aura beaucoup **moins de problèmes** que dans l'autre sens. En effet, si le cœur de la première fibre est étroit, le faisceau sera plus concentré et plus facile à "faire rentrer" dans la seconde.

A l'inverse, si l'on a une fibre 62,5/125 et que l'on souhaite raccorder une 50/125, on aura un problème : même avec le meilleur raccordement, les rayons lumineux éloignés de l'axe ne pourront pas rentrer dans la seconde fibre.



PROBLEME 2 : Etude d'un système autofocus d'appareil photographique numérique : (D'après Banque PT 2021) (≈ 54 pts)

II.1 - Mise au point

Q1. Soit A_0 l'objet et A l'image :

La relation de Descartes appliquée à la lentille nous donne : $\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA_0}} = \frac{1}{f'_0}$.

D'où : $\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA_0}} + \frac{1}{f'_0}$; Alors : $\overline{OA} = \frac{f'_0 \overline{OA_0}}{f'_0 + \overline{OA_0}}$. Or $\overline{OA_0} = x_0 < 0$ et $\overline{OA} = d'$.

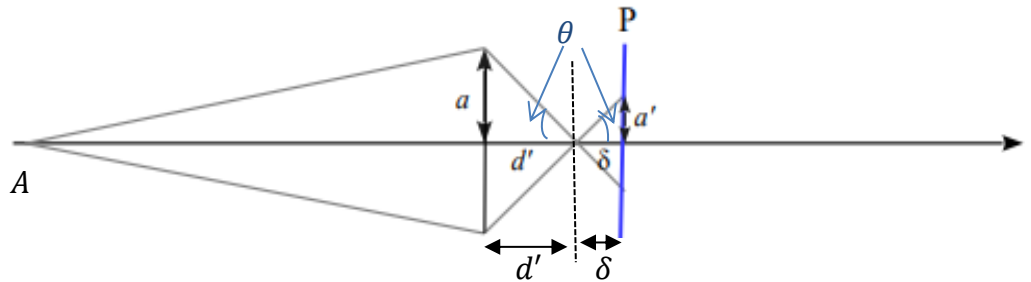
Ainsi, $\boxed{d' = \frac{f'_0 x_0}{f'_0 + x_0}}$. AN : $d' = \frac{10 \times (-500)}{10 - 500} = \frac{-5000}{-490}$; On obtient : **$d' \approx 10 \text{ cm} \approx 0,1 \text{ m}$** .

L'image peut être considérée dans le plan focal image de la lentille, ce qui est cohérent car l'objet peut être considéré à l'infini de la lentille car $|x_0| \gg f'_0$.

Le grandissement transversal de Descartes conduit à : $\gamma = \frac{\overline{AB}}{\overline{A_0 B_0}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA_0}}$. Or $|\overline{A_0 B_0}| = h$ et $|\overline{AB}| = h'$.

Ainsi : $\boxed{h' = \frac{d' h}{|x_0|}}$. AN : $h' = \frac{10 \times 10}{500}$; On obtient **$h' = 0,20 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$** .

Q2. Schéma ci-contre non à l'échelle.



D'après le théorème de Thalès, $\frac{a'}{a} = \frac{\delta}{d'}$; Ainsi $\boxed{a' = \frac{\delta a}{d'}}$. AN : $a' = \frac{0,5 \times 5}{10}$. On obtient **$a' = 0,25 \text{ cm}$** .

Autre méthode : $\tan(\theta) = \frac{a}{d'} = \frac{a'}{\delta}$; D'où : $\boxed{a' = \frac{\delta a}{d'}}$.

Q3. $\boxed{\text{taille d'un pixel} = \frac{\text{taille du récepteur}}{\text{nombre de pixels}} = \frac{2 \times 3}{6.10^6}}$. On obtient : **$\text{taille d'un pixel} = 1,0.10^{-6} \text{ cm}^2$** .

Soit C la longueur du côté d'un pixel : $C = \sqrt{10^{-6}} \text{ cm}$. On obtient **$C = 1.10^{-3} \text{ cm} = 1.10^{-2} \text{ mm}$** .

Pour que l'image soit nette, il faut que la tache soit plus petite qu'un pixel : Soit $\boxed{a' < \frac{C}{2}}$

Alors : **$a' < 0,50.10^{-3} \text{ cm}$** .

D'après Q2, on a $\delta = \frac{a'}{a} d'$; D'où la condition sur δ : $\boxed{\delta < \frac{C d'}{2a}}$;

AN : $\delta < \frac{1.10^{-3} \times 10}{2 \times 5}$. On obtient : **$\delta < 1,0.10^{-3} \text{ cm} = 0,01 \text{ mm}$** .

II.2 - Principe simplifié de l'autofocus :

Q4. P_1 et P_2 étant conjugués de P, d'après la relation de Descartes des lentilles : $\frac{1}{\overline{O_i O'}} - \frac{1}{\overline{O_i O}} = \frac{1}{f'}$

Avec $\overline{O_i O} = -d_0$ et $\overline{O_i O'} = d$. Or d'après la question Q1, alors : $\overline{O_i O'} = \frac{f' \overline{O_i O}}{f' + \overline{O_i O}}$

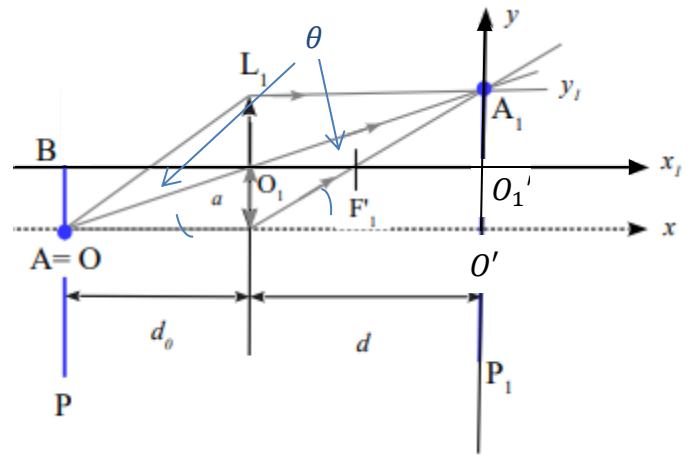
Ainsi : $\boxed{d = \frac{-f' d_0}{f' - d_0} = \frac{f' d_0}{d_0 - f'}}$.

Q5. On sait que A_1 est sur (P_1) .

Tout rayon passant par O_1 n'est pas dévié, on en déduit la position de A_1 sur P_1 .

Le rayon incident // à l'axe passant par A et l'extrémité inférieure de la lentille ressort de L_1 en passant par A_1 et F'_1 .

Le rayon passant par A et l'extrémité supérieure de la lentille ressort de L_1 en passant par A_1 .



Q6. D'après la formule du grandissement transversal :

$$|\gamma| = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{A_1 O_1'}{AB} = \frac{O_1 O_1'}{O_1 B}; \text{ D'où } A_1 B_1 = A_1 O_1' = \frac{d a}{d_0};$$

De plus : $y_1 = a + A_1 B_1$; D'où : $y_1 = a + \frac{ad}{d_0}$;

Ainsi : $y_1 = a(1 + \frac{d}{d_0})$. Et par symétrie $y_2 = -y_1 = -a(1 + \frac{d}{d_0})$.

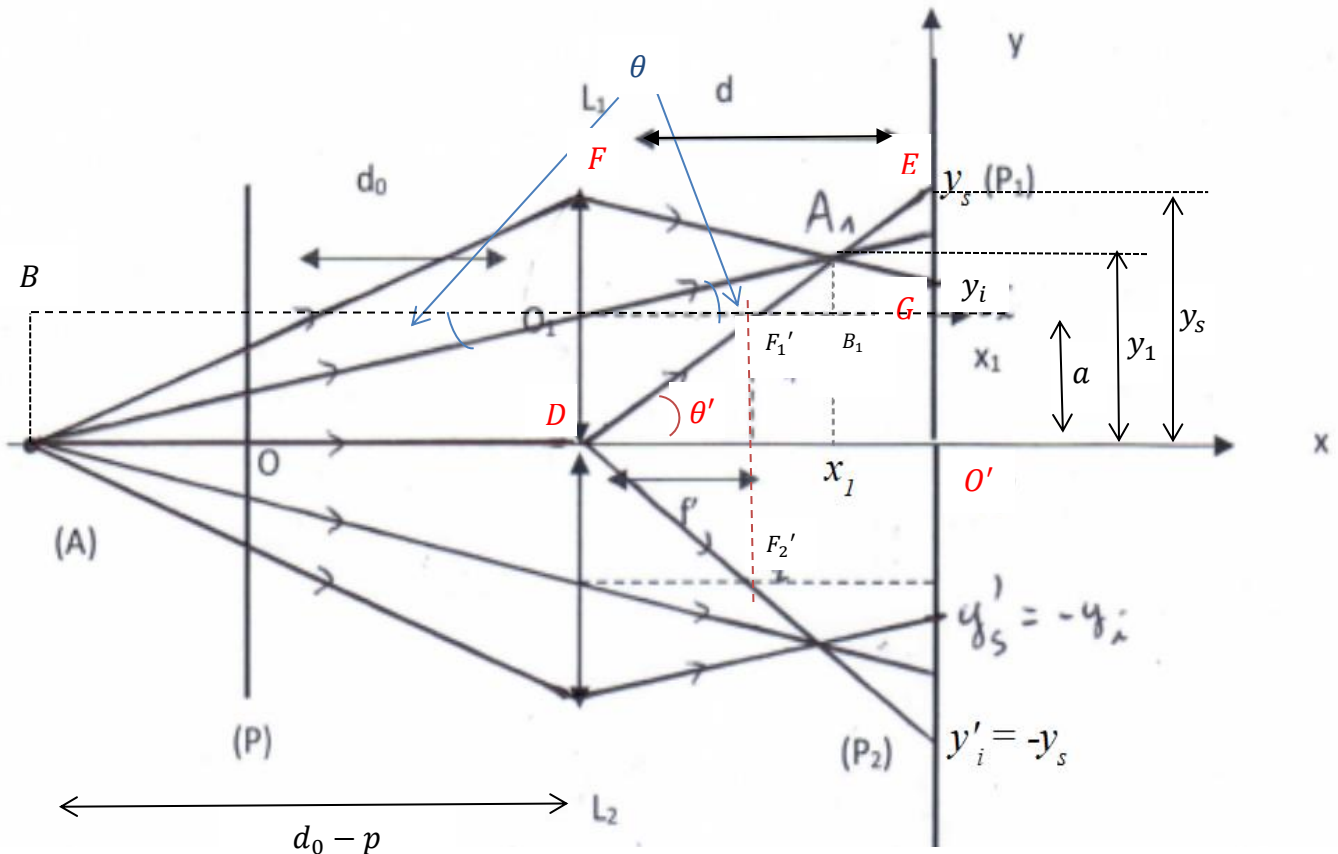
Autre méthode : $\tan(\theta) = \frac{O_1' A_1}{O_1 O_1'} = \frac{AB}{O_1 B}$; Soit alors : $\frac{O_1' A_1}{d} = \frac{a}{d_0}$; On retrouve bien que $A_1 O_1' = \frac{d a}{d_0}$.

Q7. $\Delta\phi_0 = y_1 - y_2 = 2 y_1 = a + \frac{ad}{d_0} + a + \frac{ad}{d_0}$; Alors : $\Delta\phi_0 = y_1 - y_2 = 2a(1 + \frac{d}{d_0})$.

Q8. Le rayon AO_1 n'est pas dévié.

Le rayon incident // à l'axe optique coupe l'axe optique de L_1 en F'_1 .

A_1 est l'intersection des deux rayons.



Q8 (suite). On cherche y_1 :

D'après la formule du grandissement :

$$|\gamma| = \frac{B_1A_1}{BA} = \frac{O_1B_1}{O_1B} ; \text{ Avec } O_1B_1 = x_1 ; BA = a ; \overline{O_1B} = \overline{O_1O} + \overline{OA} = -d_0 + p$$

$$\text{Ainsi : } B_1A_1 = \frac{x_1 a}{d_0 - p} ; \text{ De plus } y_1 = a + B_1A_1 ; \text{ Alors : } y_1 = a + \frac{x_1 a}{d_0 - p} ; \text{ Ou encore : } \boxed{y_1 = a \left(1 + \frac{x_1}{d_0 - p}\right)}.$$

$$\text{Autre méthode : } \tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{O_1B_1} = \frac{AB}{O_1B} ; \text{ Soit : } \frac{A_1B_1}{x_1} = \frac{a}{d_0 - p} ; \text{ On retrouve : } B_1A_1 = \frac{x_1 a}{d_0 - p}.$$

Q9. Pour la construction, on utilise le fait que tous les rayons issus de A convergent en A_1 et A_2 .

$$\text{Q10. D'après le théorème de Thalès, dans le triangle } (D, E, O') : \frac{y_s}{y_1} = \frac{d}{x_1} ; \text{ D'où : } \boxed{y_s = \frac{d y_1}{x_1}}$$

$$\text{Autre méthode : } \tan(\theta') = \frac{O'E}{DO'} = \frac{y_s}{d} = \frac{y_1}{x_1} ; \text{ Soit alors : } \frac{y_s}{d} = \frac{y_1}{x_1} ; \text{ On retrouve bien que } \boxed{y_s = \frac{d y_1}{x_1}}.$$

D'autre part, d'après le théorème de Thalès dans les triangles homothétiques (D, F, A_1) et (E, G, A_1) :

$$\frac{EG}{FD} = \frac{d - x_1}{x_1} ; \text{ Soit : } \frac{y_s - y_i}{2a} = \frac{d - x_1}{x_1} = \frac{d}{x_1} - 1 ; \text{ Alors : } y_s - y_i = 2a \left(\frac{d}{x_1} - 1 \right) ; \text{ Soit : } y_i = y_s + 2a \left(\frac{d}{x_1} - 1 \right)$$

$$\text{Et en remplaçant } y_s, \text{ il vient : } \boxed{y_i = 2a \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) + \frac{d y_1}{x_1}}.$$

$$\text{Q11. } y_i = -y'_s \text{ par symétrie. } \Delta\phi = y_s + y_i = \frac{2d y_1}{x_1} + 2a \left(1 - \frac{d}{x_1}\right).$$

En remplaçant y_1 par $y_1 = a + \frac{x_1 a}{d_0 - p} = a \left(1 + \frac{x_1}{d_0 - p}\right)$, il vient :

$$\Delta\phi = y_s + y_i = \frac{2da \left(1 + \frac{x_1}{d_0 - p}\right)}{x_1} + 2a \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) ; \text{ Ou encore : } \boxed{\Delta\phi = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p}}.$$

$$\text{Q12. D'après l'énoncé, } \Delta^2\phi = \Delta\phi - \Delta\phi_0 = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p} - 2a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right) = 2ad \left(\frac{1}{d_0 - p} - \frac{1}{d_0}\right)$$

$$\text{Ainsi : } \Delta^2\phi = 2ad \frac{d_0 - d_0 + p}{d_0(d_0 - p)}, \text{ qui se simplifie en : } \boxed{\Delta^2\phi = 2ad \frac{p}{d_0(d_0 - p)}}.$$

$$\text{Q13. D'après la question précédente, on a : } \Delta^2\phi(d_0^2 - d_0 p) = 2adp$$

$$\text{d'où } p(2ad + d_0 \Delta^2\phi) = d_0^2 \Delta^2\phi ; \text{ Soit : } \boxed{p = \frac{d_0^2 \Delta^2\phi}{(2ad + d_0 \Delta^2\phi)}}.$$

$$\text{AN : } p = \frac{20^2 \times 0,5}{(2 \times 3 \times 20 + 20 \times 0,5)} = \frac{200}{120 + 10} = \frac{20}{13} \approx 1,5. \text{ On obtient } \underline{\underline{p \approx 1,5 \text{ cm}}}.$$

$p = \overline{OA} > 0$, il faut **translater (P) de 1,5 cm vers la droite** pour amener le plan (P) au niveau du point A.