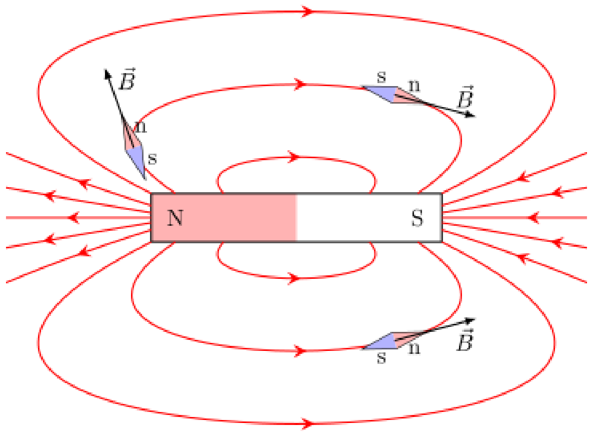
Induction – chapitre 2

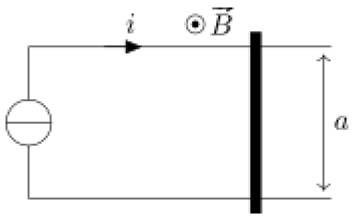
Actions mécaniques du champ magnétique

I Observations expérimentales

Aimant Pour introduire la notion d'aimant et définir la boussole, nous avons dit qu'une petite aiguille aimantée s'alignait sur la direction du champ magnétique. Il y a donc une action mécanique entre aimant et champ.



Rails de Laplace Une autre manifestation remarquable est celle des **rails de Laplace**. Soit l'expérience suivante : On utilise un aimant en U pour créer un champ magnétique uniforme sur une



assez grande partie d'un barreau métallique mobile, posé sur un bout de circuit électrique. Le barreau permet de ferme le circuit.

◇

◇

◇

Ces observations suggèrent l'existence d'une force dépendant du courant et du champ magnétique, ainsi que de la direction du barreau.

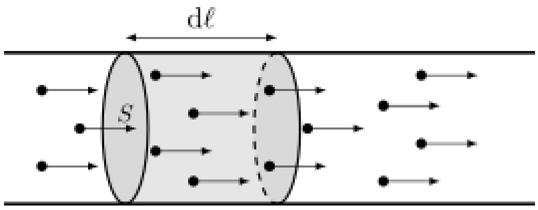
II La force de Laplace

A Densité linéique de la force de Laplace

Dans un fil électrique parcouru par un courant, les électrons de conduction sont en mouvement. Placés dans un champ magnétique, ils subissent la force de Lorentz $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$: c'est l'origine de la force de Laplace. Établissons son expression en fonction de l'intensité parcourant le circuit.

Hypothèses de calcul

Expression de l'intensité du courant

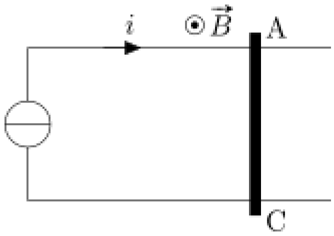


Expression de la force subie par une section de fil

Définition

B Expression intégrale de la force de Laplace

Si le champ magnétique est homogène sur un fil rectiligne AC (schéma), alors on **intègre** sur la longueur :



Définition

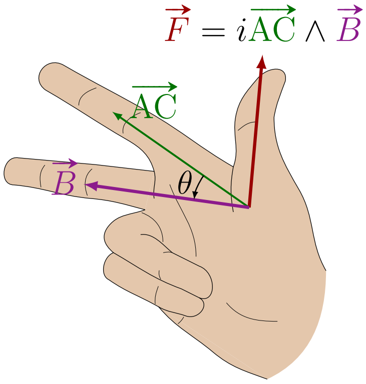
Remarques

1) On peut orienter la force selon la règle de la main droite, version « trois doigts » :

   ◇

   ◇

   ◇



2) Cette expression permet d'obtenir la dimension de B en fonction des dimensions fondamentales :

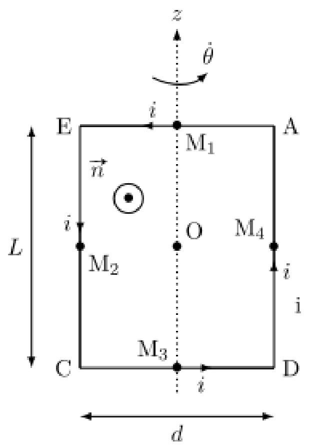
3) L'ordre de grandeur de cette force pour un fil de 5 cm dans un champ de 0,1 T parcouru par une intensité de 1 A est :

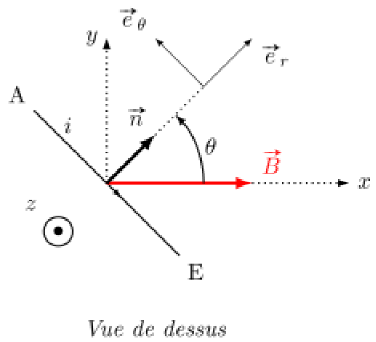
4) La puissance de la force de LAPLACE correspondante est :

III Le couple des actions de LAPLACE

A Spire rectangulaire plongée dans un champ constant

On commence par un cas particulier : une spire rectangulaire dans un champ constant.





- On considère un cadre rectangulaire AECD parcouru par un courant i. Ce cadre peut tourner autour de l'axe (Oz).
- On impose un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_x}$. On note θ l'angle entre $\overrightarrow{B}$ et la normale au cadre, orientée **dans le sens de** i. On note cette normale $\overrightarrow{n}$.

Résultante des forces

Remarque

Tant que le champ magnétique est homogène, alors peu importe le circuit fermé, on aura

$$\oint_{\mathcal{C}} i\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B} = i\left(\oint_{\mathcal{C}} \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}\right) \wedge \overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}$$

Couple des forces On a la force agissant sur le côté $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$:

Sur le côté $\overrightarrow{\mathrm{EC}}$:

La force agissant sur le côté $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ s'applique en M_3, qui est sur l'axe de rotation, donc immédiatement :

Et enfin sur le côté $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$:

En sommant tous ces moments, on trouve donc :

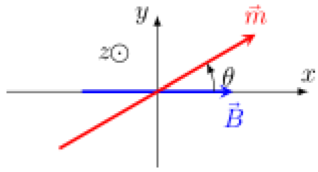
Avec le moment magnétique de la spire $\vec{\mu} = iS\vec{n}$, on trouve :

Moment des forces de Laplace

B Effet sur un aimant

Par analogie avec la spire, on peut dire qu'un moment magnétique soumis à un champ magnétique génère un couple de forces, de moment résultant :

$$\mathcal{M}_z = \left(\vec{m} \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{u_z}$$



Application

1) Exprimer le couple de Laplace subit par $\vec{m}$ en fonction de θ.
2) En déduire les positions d'équilibre de $\vec{m}$.
3) En étudiant dans quel sens le couple de Laplace tend à faire tourner $\vec{m}$ en cas de petites perturbations, déterminer laquelle des deux positions d'équilibre en stable, et laquelle est

instable.

La dynamique de la rotation de l'aimant est alors équivalente à celle du pendule pesant ! En effet, en appliquant le théorème du moment cinétique à l'aimant :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_z}{\mathrm{d}t} = J\ddot{\theta} = \sum \mathcal{M}_z$$

avec J le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation. Or, d'après ce qui précède,

$$\begin{aligned} \sum \mathcal{M}_z &= -mB\sin\theta \\ \Leftrightarrow J\ddot{\theta} &= -mB\sin\theta \\ \Leftrightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{mB}{J}\sin\theta = 0} \end{aligned}$$

qui est bien l'équation du pendule.

Conclusion

En effet, au voisinage de la position d'équilibre, on a $\sin\theta \sim \theta$, d'où

$$\ddot{\theta} + \frac{mB}{J}\theta = 0$$

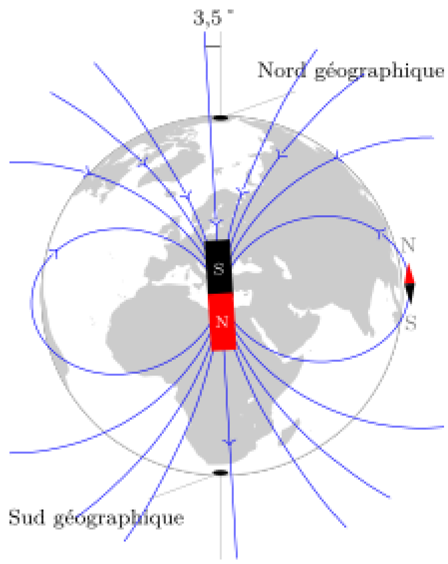
qui est l'équation d'un **oscillateur harmonique**, de période propre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mB}}$$

C Boussole sur Terre

On peut donc pleinement expliquer l'alignement d'une boussole à la surface de la Terre, toujours en modélisant son champ magnétique par un aimant : l'aiguille aimantée de moment magnétique $\vec{\mu}$ s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre.

On notera bien que dans ce cas, la boussole pointe bien vers le Nord géographique, mais qu'il correspond au Sud magnétique de la Terre.



IV Effet moteur d'un champ magnétique tournant

Si un aimant a tendance à s'orienter sur un champ magnétique, on peut utiliser ce couple pour forcer la rotation continue d'un aimant grâce à un **champ tournant** : c'est le principe du **moteur synchrone**.

Définition

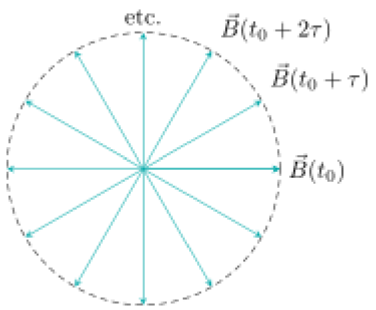


Figure 2.1 – Champ magnétique tournant.

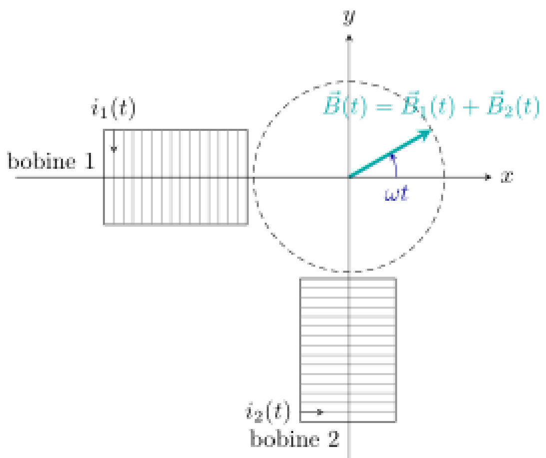
Pour réaliser un champ tournant, on peut utiliser deux bobines identiques, de courants déphasés de $\pi/2$:

$$i_1(t) = I_0 \cos \omega t$$
$$\text{et} \qquad i_2(t) = I_0 \cos \omega t - \pi/2 = I_0 \sin \omega t$$

Ainsi, proche de l'axe des bobines on aura des champs

$$\overrightarrow{B_1}(t) = kI_0 \cos \omega t \, \overrightarrow{u_x} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{B_2}(t) = kI_0 \sin \omega t \, \overrightarrow{u_y}$$

Soit, par somme :



qui est bien un champ tournant.

Il est également possible de faire un champ tournant à l'aide de trois bobines, décalées de $2\pi/3$: c'est ce qu'on appelle un courant **triphasé**, et c'est ce qui est utilisé dans le transport d'électricité de manière industrielle.