Programme de Colle PSI

Semaine 18 : du 5 au 9 février

Tout exercice sur les ondes de SPE, en particulier réflexion/transmission et propagation en milieux dispersifs. pas d'exercices sur les fluides.

Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Utiliser la notation complexe. Établir la relation entre le vecteur champ électrique, le vecteur champ magnétique et le vecteur d'onde. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Associer le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire). Utiliser le principe de superposition d'ondes planes progressives harmoniques.
Polarisation rectiligne.	Identifier l'expression d'une onde électromagnétique plane progressive polarisée rectilignement. **Utiliser des polariseurs et étudier quantitativement la loi de Malus.**

La partie « **Phénomènes de propagation linéaires : absorption et dispersion** » est consacrée aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques unidimensionnelles lorsque l'équation de propagation est linéaire mais n'est pas une équation de d'Alembert. On évoque ensuite la théorie de Fourier pour justifier qu'une onde quelconque limitée dans le temps est la superposition d'ondes harmoniques : on définit ainsi la notion de paquet d'onde. Pour finir, on applique les notions nouvellement introduites sur la dispersion à la propagation des ondes dans les milieux conducteurs et les plasmas. L'étude de la propagation des ondes dans un plasma dilué est exclusivement limitée aux ondes transverses électriques ; le professeur est invité à signaler, sans soucis d'exhaustivité, quelques limites du modèle.

2.2.4. Ondes thermiques	
Relation de dispersion.	Établir la relation de dispersion des ondes thermiques en géométrie unidirectionnelle.
Effet de peau thermique.	Mettre en évidence le déphasage lié à la propagation. Établir une distance caractéristique d'atténuation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6.2. Phénomènes de propagation linéaires : absorption et dispersion	
6.2.1. Relation de dispersion	
Propagation unidimensionnelle d'une onde harmonique dans un milieu linéaire.	Identifier le caractère linéaire d'une équation aux dérivées partielles. Établir la relation de dispersion. Relier, pour un signal proportionnel à $\exp(j(\omega t-\underline{k}x))$, la partie réelle de $\underline{k}$ à la vitesse de phase et la partie imaginaire de $\underline{k}$ à une dépendance spatiale de l'amplitude.
6.2.2. Paquet d'ondes	
Superposition de deux ondes de fréquences proches dans un milieu non absorbant et dispersif.	Déterminer la vitesse de groupe. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, simuler la propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif et visualiser le phénomène d'étalement.
Domaine spectral d'un paquet d'onde de durée finie.	Énoncer et exploiter la relation entre les ordres de grandeur de la durée temporelle d'un paquet d'onde et la largeur fréquentielle de son spectre.
6.2.3. Ondes électromagnétiques planes dans des milieux conducteurs	
Conducteur ohmique de conductivité réelle : effet de peau.	Identifier une analogie formelle avec les phénomènes de diffusion. Établir l'expression de l'épaisseur de peau. Citer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau du cuivre à 50 Hz. Associer l'atténuation de l'onde à une dissipation d'énergie.
Modèle du conducteur parfait en présence d'un champ électromagnétique variable.	Justifier que les champs électrique et magnétique sont nuls dans le conducteur.
Onde plane transverse électrique harmonique dans un plasma dilué. Conductivité complexe du milieu. Fréquence de coupure. Vitesse de phase, vitesse de groupe. Ondes évanescentes.	Exprimer la conductivité complexe du milieu et établir la relation de dispersion. Relier la fréquence de coupure aux caractéristiques du plasma et citer son ordre de grandeur dans le cas de l'ionosphère. Associer le caractère imaginaire pur de la conductivité complexe à l'absence de puissance moyenne échangée entre le champ et les porteurs. Distinguer qualitativement les ondes évanescentes et les ondes progressives du point de vue du transport de l'énergie.

L'objectif de la partie « **Fluides en écoulement** » est d'introduire les grandeurs pertinentes caractérisant un écoulement, en cohérence avec les autres phénomènes de transport. L'expression de l'accélération comme la dérivée particulaire de la vitesse est abordée mais les équations d'Euler ou de Navier-Stokes ne sont pas au programme.
La notion de viscosité est introduite sur un exemple d'écoulement de cisaillement simple. Le nombre de Reynolds est présenté comme le rapport de deux temps caractéristiques construits par analyse dimensionnelle. Il est exploité afin d'évoquer les propriétés de similitude entre des systèmes réalisés à des échelles différentes et caractérisés par les mêmes nombres sans dimension.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
2.4. Fluides en écoulement	
2.4.1. Débits et lois de conservation	
Particule de fluide.	Définir la particule de fluide comme un système mésoscopique de masse constante.
Champ eulérien des vitesses.	Distinguer vitesse microscopique et vitesse mésoscopique. Définir une ligne de courant, un tube de courant.
Dérivée particulaire du vecteur vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer la dérivée particulaire du vecteur vitesse à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Citer et utiliser l'expression de l'accélération avec le terme convectif sous la forme (**v.grad**) **v**.
Masse volumique μ.	Citer des ordres de grandeur des masses volumiques de l'eau et de l'air dans les conditions usuelles.
Débit massique.	Définir le débit massique et l'écrire comme le flux du vecteur μ**v** à travers une surface orientée.
Conservation de la masse.	Énoncer l'équation locale traduisant la conservation de la masse.
Écoulement stationnaire.	Exploiter la conservation du débit massique le long d'un tube de courant.
Débit volumique.	Définir le débit volumique et l'écrire comme le flux de **v** à travers une surface orientée.
Écoulement incompressible et homogène.	Définir un écoulement incompressible et homogène par un champ de masse volumique constant et uniforme et relier cette propriété à la conservation du volume pour un système fermé. Exploiter la conservation du débit volumique le long d'un tube de courant indéformable.
2.4.2. Actions de contact sur un fluide	
Pression.	Identifier la force de pression comme étant une action normale à la surface. Utiliser l'équivalent volumique des actions de pression - **grad** P.
Éléments de statique des fluides.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans les cas d'un fluide incompressible et de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.

I Questions de cours à choisir parmi celles-ci

Ondes thermiques, introduction aux milieux dispersifs

1. Considérons un problème unidimensionnel selon x tel que

$$T(x=0,t) = T_0 + \theta_m \cos(\omega t)$$

Déterminer, en justifiant les étapes, le champ de température $T(x,t)$. On rappelle l'expression de l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Expliquer alors :

- A quelle profondeur faut-il enterrer un réseau géothermique pour optimiser le fonctionnement d'une PAC ?
- A quelle profondeur faut-il enterrer une cave afin que la température y reste quasiment constante tout au long de l'année (on souhaite des écarts inférieurs à 1 °C de la moyenne) ?

On donne

matériau	c (J.K^{-1}.kg^{-1})	ρ (kg.m^{-3})	λ (W.K^{-1}.m^{-1})
terre	9.10^2	2.10^3	0,8
terre+paille	3.10^2	4.10^2	0,1

2. Généralisation de l'étude des milieux dispersifs et/ou atténuants. Déterminer la relation de dispersion associée à l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

En déduire l'expression de $\underline{k}$ complexe en fonction d'une longueur δ que l'on explicitera. Obtenir la forme réelle d'une solution harmonique et commenter son expression. On fera apparaître δ et la vitesse de phase v_φ dont on aura préalablement explicité l'expression.

3. Qu'est-ce qu'on paquet d'onde ? Faire le lien qualitatif entre son extension temporelle Δt et son extension spectrale Δf.

Dans le cas de la superposition de deux OPPH de même amplitude et de pulsations voisines ω_1 et ω_2 (vecteurs d'onde associés k_1 et k_2) en propagation dans un milieu supposé dispersif mais non atténuant, déterminer l'expression de l'onde résultante et tracer cette onde. Vous montrerez qu'on fait alors naturellement apparaître une vitesse de phase et une vitesse dite de groupe dont vous donnerez l'expression et expliciterez le sens.

4. En généralisant, quelle est l'expression mathématique de la vitesse de groupe ? Calculer la vitesse de phase ainsi que la vitesse de groupe dans le cas de la relation de dispersion de Klein-Gordon dans le cas $\omega > \omega_p$:

$$k = \pm \frac{\sqrt{\omega^2 - {\omega_p}^2}}{c}$$

Ondes électromagnétiques das les milieux conducteurs

1. Déterminer, après avoir justifié avec rigueur les hypothèses utilisées, l'expression de la conductivité complexe dans un métal à l'aide d'un bilan de quantité de mouvement sur un électron. Que devient cette expression pour un bon conducteur tel que le cuivre aux fréquences usuelles ?

2. Déterminer l'équation de propagation sur le champ électrique dans un conducteur de conductivité réelle et constante γ_0. On justifiera avec rigueur les hypothèses simplificatrices utilisées.
3. A partir de l'équation de propagation sur le champ électrique dans un conducteur de conductivité γ (qui pourra être rappelée par le colleur), déterminer la relation de dispersion. Déterminer alors l'expression de $\underline{k}$ en identifiant une longueur caractéristique δ. En déduire ensuite l'expression du champ électrique et du champ magnétique en réel.
4. Introduire le modèle du plasma dilué. En déduire l'expression de la conductivité dans un plasma. Que peut-on dire de la puissance moyenne cédée par le champ aux porteurs de charges ?
5. Obtenir l'équation de propagation sur le champ électrique dans un plasma dilué de conductivité complexe :

$$\underline{\gamma} = -j\frac{n_e e^2}{m_e \omega}$$

6. A partir de l'équation de propagation sur le champ électrique dans un plasma (qui pourra être rappelée par le colleur), déterminer la relation de dispersion. Déterminer alors l'expression de $\underline{k}$ en fonction des valeurs de la pulsation ω par rapport à une pulsation ω_p que l'on explicitera.
   - Dans le cas $\omega > \omega_p$, donner la forme de l'onde. Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Le milieu est-il dispersif ? atténuant ?
   - Dans le cas $\omega < \omega_p$, déterminer la forme de l'onde. Comment nomme-t-on cette onde ? Déterminer la valeur du vecteur de Poynting moyen de cette onde ?

II Questions de cours à choisir parmi celles-ci

1. Donner l'expression de la force volumique de pesanteur et de la force volumique électrostatique.

   Donner l'expression de la force surfacique de pression et montrer, en coordonnées cartésiennes, que la résultante des forces de pression peut également s'écrire comme une force volumique que l'on explicitera.

   En déduire finalement la relation fondamentale de la statique des fluides.
2. Déterminer le champ de pression dans (au choix du colleur) :
   - le modèle du fluide incompressible (on évaluera alors la pression ressentie par un plongeur atteignant une profondeur $h = 100\,\mathrm{m}$)
   - le modèle de l'atmosphère isotherme (on évaluera alors la hauteur caractéristique de variation de la pression). Discuter brièvement la validité du modèle isotherme.

Programme spécifique 5/2

Toute la partie machine synchrone, MCC et hacheurs en exercices. Pas de questions de cours supplémentaires cette semaine.