Mécanique – chapitres 1 et 2

Correction du TD d'application

I Collision entre deux voitures

Pendant le GP explorer organisé par Squeezie en octobre 2022, Pierre suit Xari de près en vue de le dépasser. On considère ici que les deux voitures se suivent sur une ligne droite à la vitesse de $v_0 = 30\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ à une distance $d = 20\,\mathrm{m}$ l'une de l'autre. À la date $t = 0$, la première freine avec une décélération constante $a_1 = -20{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Celle qui suit commence son freinage $\tau = 1\,\mathrm{s}$ plus tard (à cause du temps de réaction du conducteur), avec une accélération de $a_2 = -10{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ (décélération).

1) En prenant pour origine du repère spatial la position de la seconde voiture à la date $t = 0$, établir les équations horaires du mouvement des deux véhicules.

Réponse

Notons M_1 et M_2 les points matériels représentant chacun une des deux voitures. On se limite au mouvement unidimensionnel selon l'axe x et on notera $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions respectives de M_1 et M_2 selon cet axe. Initialement, $x_1(t=0) = d = 20\,\mathrm{m}$ et $x_2(t=0) = 0$.

La voiture M_1 de Xari subit l'accélération (qui est négative donc c'est une décélération) constante a_1. Ainsi, par intégration successive,

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + \alpha t + \beta$$

Avec α et β deux constantes d'intégration. En considérant par ailleurs une vitesse initiale v_0 et une position initiale d, on obtient :

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + d$$

Pour le second véhicule, il faut décomposer le mouvement en deux étapes successives :

◇ pour $t \in [0\ ;\ 1]\,\mathrm{s}$, $a = 0$. La position initiale étant par ailleurs nulle et la vitesse initiale étant égale à v_0, il vient, pour $t \in [0\ ;\ 1]\,\mathrm{s}$:

$$x_2(t) = v_0t$$

◇ pour $t > 1$, l'accélération vaut a_2 constante. Notons par ailleurs $t_2 = 1\,\mathrm{s}$. On a par intégration :

$$v_2(t) = a_2t + \gamma$$

Avec γ une constante à déterminer. Or, par continuité de la vitesse, $v_2(t = t_2) = v_0$. Ainsi,

$$v_2(t) = a_2(t - t_2) + v_0$$

Intégrons une nouvelle fois, avec δ une nouvelle constante d'intégration :

$$x_2(t) = \frac{1}{2}a_2(t - t_2)^2 + v_0t + \delta$$

En utilisant le fait que $x(t_2) = v_0t_2$, il vient finalement

$$x_2(t) = \frac{1}{2}a_2(t - t_2)^2 + v_0t$$

◇

2) Déterminer la position x_c et la date t_c du contact. Pierre avait-il le temps d'esquiver Xari ?

Réponse

Il y a contact à l'instant t_c tel que

$$x_1(t_c) = x_2(t_c)$$

Supposons d'abord le contact sur l'intervalle $t \in [0\ ;\ 1]$ s. Il faut alors résoudre :

$$\frac{1}{2}a_1{t_c}^2 + \cancel{v_0 t_c} + d = \cancel{v_0 t_c}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{t_c = \sqrt{\frac{-2d}{a_1}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 20\,\mathrm{m} \\ a_1 = -30{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{t_c = 1{,}41\,\mathrm{s} > 1\,\mathrm{s}}$$

Cette solution est donc exclue puisqu'elle n'est pas en accord avec notre hypothèse initiale $t \in [0\ ;\ 1]$ s.

Supposons maintenant $t_c > 1$ s. Il faut résoudre :

$$\frac{1}{2}a_1{t_c}^2 + \cancel{v_0 t_c} + d = \frac{1}{2}a_2(t_c - t_2)^2 + \cancel{v_0 t_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}a_1{t_c}^2 + d = \frac{1}{2}a_2\left({t_c}^2 - 2t_2t_c + {t_2}^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_1 - a_2)\,{t_c}^2 + a_2t_2t_c + d - \frac{1}{2}a_2{t_2}^2 = 0$$

C'est un polynôme de degré 2 dont le discriminant Δ est tel que

$$\boxed{\Delta = (a_2t_2)^2 - 2(a_1 - a_2)\left(d - \frac{1}{2}a_2{t_2}^2\right)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 20\,\mathrm{m} \\ a_1 = -30{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \\ a_2 = -20{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \\ t_2 = 1\,\mathrm{s} \end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{\Delta = 600\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$$

$$\text{D'où} \quad t_{c,\pm} = \frac{-a_2t_2 \pm \sqrt{\Delta}}{(a_1 - a_2)}$$

$$\Leftrightarrow t_{c,+} = -3{,}45\,\mathrm{s} \quad \text{ou} \quad t_{c,-} = 1{,}45\,\mathrm{s}$$

La solution négative étant exclue, on trouve finalement

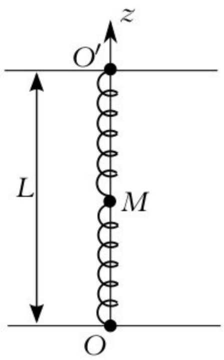
$$\boxed{t_c = 1{,}45\,\mathrm{s}} \quad \text{et} \quad \boxed{x_1(t_c) = 42{,}5\,\mathrm{m}}$$

Il était donc pratiquement impossible que Pierre esquive Xari, étant donné qu'en freinant au plus tôt il n'a eu que 0,45 s avant de rentrer en collision avec lui, laissant peu de marge à un autre temps de réaction et à une autre manœuvre évasive.

◇

II Masse attachée à 2 ressorts

On considère un point M de masse m attaché à deux ressorts identiques verticaux, de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Les deux autres extrémités O et O' des ressorts sont fixes et espacées d'une distance L. On définit l'axe (Oz) vertical ascendant.



1) Déterminer la position d'équilibre z_{eq} de M.

Réponse

On étudie ici le point matériel M de masse m, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen avec le repère $(\mathrm{O}, \overrightarrow{u_z})$, $\overrightarrow{u_z}$ vertical ascendant. On repère le point M par son altitude $\mathrm{OM} = z(t)$. On effectue le **bilan des forces** :

$$\begin{aligned}
&\textbf{Poids} && \overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\,\overrightarrow{u_z}\\
&\textbf{Ressort 1} && \overrightarrow{F}_{\text{ressort 1}} = -k(\mathrm{OM} - \ell_0)\,\overrightarrow{u_z} = -k(z - \ell_0)\,\overrightarrow{u_z}\\
&\textbf{Ressort 2} && \overrightarrow{F}_{\text{ressort 2}} = +k(\mathrm{O'M} - \ell_0)\,\overrightarrow{u_z} = +k(L - z - \ell_0)\,\overrightarrow{u_z}
\end{aligned}$$

avec le ressort 1 celui d'en-dessous, le ressort 2 celui d'au-dessus. On notera simplement $\overrightarrow{F}_1$ et $\overrightarrow{F}_2$ dans la suite. Avec le PFD, on a

$$\begin{aligned}
m\overrightarrow{a} &= \overrightarrow{P} + \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2\\
\Leftrightarrow m\ddot{z} &= -mg - k(z - \cancel{\ell_0}) + k(L - z - \cancel{\ell_0})\\
\Leftrightarrow & \boxed{\ddot{z} + \frac{2k}{m}z = \frac{k}{m}L - g}
\end{aligned}$$

À l'équilibre, le ressort ne bouge plus ; on a donc $\dot{z} = \ddot{z} = 0$, et on trouve ainsi z_{eq} :

$$\boxed{z_{\text{eq}} = \frac{L}{2} - \frac{mg}{2k}}$$

Sans la pesanteur, la masse sera à l'équilibre entre les deux ressorts, en toute logique. La gravité diminue cette altitude. On remarque que cette association de ressort est équivalente à avoir un seul ressort de raideur $2k$.

◇

2) Déterminer l'équation différentielle à laquelle satisfait $z(t)$. On écrira cette équation en fonction de ω_0 à définir et de z_{eq}.

Réponse

On a commencé la détermination de l'équation différentielle dans la question 2. On peut simplifier son expression en remarquant qu'à droite du signe égal, on doit trouver quelque chose homogène à ${\omega_0}^2 z$. On commence par identifier ω_0 avec la forme canonique :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{donc} \quad \frac{k}{m}L - g = {\omega_0}^2 z_{\text{eq}}$$

et finalement,

$$\boxed{\ddot{z} + {\omega_0}^2 z = {\omega_0}^2 z_{\text{eq}}}$$

◇

3) On écarte M d'une hauteur a par rapport à sa position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse. Déterminer $z(t)$.

Réponse

ion complète $z(t)$ et la somme de la solution particulière constante z_p et de la solution homogène z_h. La solution particulière est, par définition, z_{eq} (on l'a montré question 1). La solution homogène est celle d'un oscillateur harmonique, à savoir

$$z_h = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

Ainsi,

$$z(t) = z_{\text{eq}} + A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

On trouve A et B avec les conditions initiales :

◇ $z(0) = z_{\text{eq}} + a$ (masse lâchée d'une hauteur a par rapport à la position d'équilibre), or $z(0) = A + z_{\text{eq}}$, donc

$$A = a$$

◇ $\dot{z}(0) = 0$ (masse lâchée sans vitesse initiale), or $\dot{z}(0) = B\omega_0$ donc

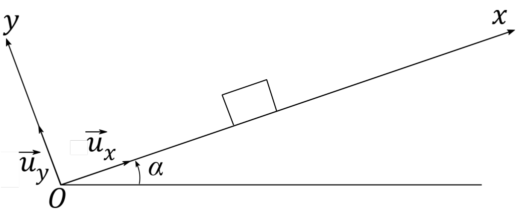
$$B = 0$$

Ainsi, $$\boxed{z(t) = z_{\text{eq}} + a\cos(\omega_0 t)}$$

◇

III Plan incliné et frottements solides

On considère un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. Une brique de masse $m = 600\,\text{g}$ est lancée depuis le bas du plan vers le haut, avec une vitesse $v_0 = 2{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pour étudier le mouvement, on utilise le repère (O,x,y) avec O coïncidant avec la position de départ de la brique. On note g l'accélération de la pesanteur, avec $g = 9{,}81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



1) On suppose en premier lieu que le contact entre la brique et le plan incliné se fait sans frottements

a – Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.

Réponse

◇ **Système** : {brique}

◇ **Référentiel** : galiléen (O, $\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$) (voir schéma)

◇ **Repérage** : $\overrightarrow{\text{OM}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{u_x} + y(t)\,\overrightarrow{u_y}$, $\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}(t)\,\overrightarrow{u_y}$, $\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\,\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}(t)\,\overrightarrow{u_y}$

◇ **O et t initial** : tels que $\overrightarrow{\text{OM}}(0) = \vec{0}$

◇ **Vitesse initiale** : $\vec{v}(0) = v_0\,\overrightarrow{u_x}$

◇ **Bilan des forces** :

Poids $\vec{P} = -mg\cos\alpha\,\overrightarrow{u_y} - mg\sin\alpha\,\overrightarrow{u_x}$

Réaction $\vec{R} = R\,\overrightarrow{u_y}$

◇ **PFD** :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{m}\ddot{x} = -\cancel{m}g\sin\alpha \\ \underbrace{\cancel{m\ddot{y}}}_{=0} = -mg\cos\alpha + R \end{cases}$$

Il n'y a pas de mouvement sur $\overrightarrow{u_y}$ étant donné que le mouvement se fait selon $\overrightarrow{u_x}$; ainsi $\boxed{y = \dot{y} = \ddot{y} = 0}$, et la seconde équation donne

$$R = mg\cos\alpha$$

On intègre la première pour avoir l'équation horaire sur $x(t)$:

$$\dot{x}(t) = -gt\sin\alpha + v_0 \Rightarrow \boxed{x(t) = -\frac{1}{2}gt^2\sin\alpha + v_0 t}$$

avec les conditions initiales $\dot{x}(0) = v_0$ et $x(0) = 0$.

◇

b – Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.

Réponse

On trouve le temps d'arrêt quand la vitesse est nulle. Soit t_s ce temps d'arrêt :

$$\dot{x}(t_s) = 0 \Leftrightarrow v_0 = g t_s \sin\alpha \Leftrightarrow \boxed{t_s = \frac{v_0}{g\sin\alpha}}$$

On remarque alors que si $\alpha = 0$, $t_s \to +\infty$, ce qui est logique puisque sans frottement la brique ne s'arrêterait jamais. On obtient la distance d'arrêt en injectant ce temps dans $x(t)$:

$$x(t_s) = -\frac{1}{2}\cancel{g}\frac{{v_0}^2}{\cancel{g^2}\sin^{\cancel{2}}\alpha}\cancel{\sin\alpha} + v_0\frac{v_0}{g\sin\alpha} \Leftrightarrow \boxed{x(t_s) = \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{g\sin\alpha}}$$

◇

2) On suppose ensuite qu'il existe des frottements solides, avec f le coefficient de frottements solides tel que $f = 0{,}20$.

a – Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de sa montée.

Réponse

On reprend le même système, mais le bilan des forces change :

◇ **Bilan des forces** :

Poids $\overrightarrow{P} = -mg\cos\alpha\,\overrightarrow{u_y} - mg\sin\alpha\,\overrightarrow{u_x}$
Réaction $\overrightarrow{R} = R_N\,\overrightarrow{u_y} - R_T\,\overrightarrow{u_x}$

En effet, sur la montée de la brique, sa vitesse est dirigée vers $+\overrightarrow{u_x}$, donc la force de frottement (qui est une force de freinage et donc opposée à la vitesse) est dirigée vers $-\overrightarrow{u_x}$. De plus, avec les lois du frottement de Coulomb, sur la montée la brique glisse sur le support, on a donc

$$\boxed{R_T = fR_N}$$

◇ **PFD** :

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ddot{x} = -mg\sin\alpha - fR_N \\ \underbrace{\cancel{m\ddot{y}}}_{=0} = -mg\cos\alpha + R_N \end{cases}$$

Il n'y a pas de mouvement sur $\overrightarrow{u_y}$ étant donné que le mouvement se fait selon $\overrightarrow{u_x}$; ainsi $\boxed{y = \dot{y} = \ddot{y} = 0}$, et la seconde équation donne

$$R_N = mg\cos\alpha$$

Que l'on réinjecte dans la première :

$$\ddot{x} = -g\sin\alpha - fg\cos\alpha$$

On intègre cette dernière pour avoir l'équation horaire sur $x(t)$:

$$\dot{x}(t) = -g(\sin\alpha + f\cos\alpha)t + v_0 \Rightarrow \boxed{x(t) = -\frac{1}{2}g(\sin\alpha + f\cos\alpha)t^2 + v_0 t}$$

avec les conditions initiales $\dot{x}(0) = v_0$ et $x(0) = 0$. On retrouve le résultat précédent en posant $f = 0$.

◇

b – Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête, ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.

Réponse

On trouve le temps d'arrêt quand la vitesse est nulle. Soit t_s ce temps d'arrêt :

$$\dot{x}(t_s) = 0 \Leftrightarrow v_0 = gt_s(\sin\alpha + f\cos\alpha) \Leftrightarrow \boxed{t_s = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + f\cos\alpha)}}$$

Ce temps est plus **court** que sans frottements. On obtient la distance d'arrêt en injectant ce temps dans $x(t)$:

$$x(t_s) = -\frac{1}{2}\cancel{g(\sin\alpha + f\cos\alpha)}\frac{{v_0}^2}{(g(\sin\alpha + f\cos\alpha))^{\cancel{2}}} + v_0\frac{v_0}{g(\sin\alpha + f\cos\alpha)}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x(t_s) = \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{g(\sin\alpha + f\cos\alpha)}}$$

◇

3) On suppose finalement que la brique est **posée** sur le plan avec α variable.

a – Quel doit être l'angle α pour que l'objet se mette en mouvement ?

Réponse

Cette fois, la brique est initialement à l'arrêt, soit $\vec{a}(0) = \vec{0}$, et la brique ne glisse pas donc $R_T < fR_N$. On aura mouvement quand il y aura glissement, c'est-à-dire quand $R_T = fR_N$. On reprend donc le système précédent avec $\vec{a} = \vec{0}$:

$$\underbrace{\cancel{m\vec{a}}}_{=\vec{0}} = \vec{P} + \vec{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -mg\sin\alpha - fR_N \\ 0 = -mg\cos\alpha + R_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha = f\cos\alpha \\ R_N = mg\cos\alpha \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow f = \tan\alpha \Leftrightarrow \boxed{\alpha = \mathrm{atan}(f)}$$

◇

b – Si le plan est en bois et la brique en métal, donner la valeur de cet angle. Même question si la brique est en bois. On donne

$$f_{\text{fer/chêne}} = 0{,}26 \quad \text{et} \quad f_{\text{chêne/chêne}} = 0{,}34$$

Réponse

On trouve $\boxed{\alpha_{\text{fer/chêne}} = 14°}$ et $\boxed{\alpha_{\text{chêne/chêne}} = 19°}$

◇

4) Avec $\alpha = 0°$, on souhaite déplacer une armoire de 100 kg en tirant dessus avec la force $\vec{F}$. On donne $f_{\text{armoire/sol}} = 0{,}25$.

a – Déterminer la valeur de $\vec{F}$ pour mettre en mouvement l'armoire.

Réponse

- **Système** : {armoire}
- **Référentiel** : (O, $\vec{u_x}$, $\vec{u_y}$) avec $\vec{u_y}$ vertical asendant
- **Repère** : On suppose la force de traction dirigée vers $+\vec{u_x}$, et donc la vitesse de l'armoire selon $+\vec{u_x}$
- **Repérage** : $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x(t)\,\vec{u_x}$, $\vec{v} = \dot{x}(t)\,\vec{u_x}$, $\vec{a} = \ddot{x}(t)\,\vec{u_x}$

◇ **Bilan des forces** :

Poids	$\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u_y}$
Réaction normale	$\vec{R}_N = R_N\,\vec{u_y}$
Réaction tangentielle	$\vec{R}_T = -R_T\,\vec{u_x}$
Traction	$\vec{F} = F\,\vec{u_x}$

À la limite du glissement, on a $R_T = fR_N$.

◇ **PDF** : quand le mouvement est lancé, l'accélération est nulle.

$$\underbrace{\cancel{m\vec{a}}}_{=0} = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{R}_T + \vec{F} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -mg + R_N \\ 0 = F - fR_N \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R_N = mg \\ \boxed{F = fmg} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m = 100\,\mathrm{kg} \\ g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \\ f = 0{,}25 \end{cases}$$

$$\text{A.N. :}\ \boxed{F = 250\,\mathrm{N}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{F}{g} = 25\,\mathrm{kg}}$$

Ainsi, il suffit de fournir une force égale à un quart du poids.

◇

b – En déduire à quoi sert de mettre des patins en téflon sur les pieds de l'armoire.

Réponse

Mettre des patins permet de diminuer le coefficient de frottement, et donc de diminuer la force de traction nécessaire pour déplacer le meuble.

◇

☆★☆ IV Charge soulevée par une grue

Une grue de chantier de hauteur h doit déplacer d'un point à un autre du chantier une charge M de masse m supposée ponctuelle. On appelle A le point d'attache du câble sur le chariot de la grue.

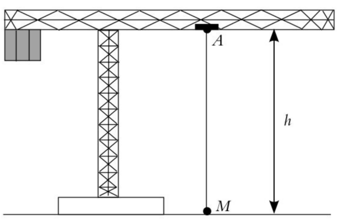


Figure M2.1 – Mouvement vertical

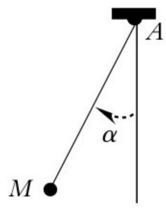


Figure M2.2 – Mouvement horizontal

1) Le point A est à la verticale de M posée sur le sol. Déterminer la tension du câble lorsque M décolle (figure M2.1).

Réponse

◇ **Système** : {masse m} repérée par son centre d'inertie M.

◇ **Référentiel** : relié au sol, galiléen.

◇ **Coordonnées** : cartésiennes, $(\mathrm{O}, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$ avec $\vec{u_z}$ vertical ascendant, O au pieds de la grue.

◇ **BDF** : avant qu'elle ne décolle, il y a la réaction du sol ; on s'intéresse au décollage, donc au moment où elle s'annule. On aura donc

Poids	$\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u_z}$
Tension	$\vec{T} = T\,\vec{u_z}$

◇ **PFD** : au moment où la masse décolle, son accélération est positive et selon $\overrightarrow{u_z}$, soit $\overrightarrow{a} = \ddot{z}\,\overrightarrow{u_z}$; en supposant un décollage en douceur, $\ddot{z} \approx 0$, soit

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{T} \Leftrightarrow 0 = -mg + T \Leftrightarrow \boxed{T = mg}$$

On a donc la tension égale au poids.

◇

2) L'enrouleur de câble de la grue remonte le câble avec une accélération a_v constante. Déterminer la tension du câble et conclure.

Réponse

Dans ce cas, on a explicitement $\boxed{T = m(a_v + g)}$

La tension est supérieure au poids, et fonction affine de a_v : si l'accélération est trop forte, le câble peut rompre.

◇

3) La montée de M est stoppée à mi-hauteur mais le chariot A se met en mouvement vers la droite (figure M2.2) avec une accélération a_h constante.

a – Quelle est l'accélération de M sachant que M est alors immobile par rapport à A ?

Réponse

L'accélération de M est $\overrightarrow{a}_M = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{d}t^2}$. Or, $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AM}}$ avec $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ constant : ainsi

$$\boxed{\overrightarrow{a}_M = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{\mathrm{OA}}}{\mathrm{d}t^2} = \overrightarrow{a}_h}$$

◇

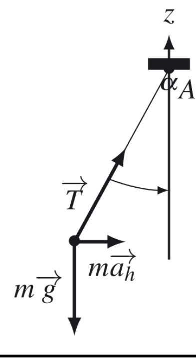
b – Déterminer l'angle α (figure M2.2) que fait le câble avec la verticale en fonction de m, g, a_h ainsi que la tension du câble.

Réponse

On a alors le PFD :

$$m\overrightarrow{a}_h = m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{T} \Leftrightarrow ma_h\,\overrightarrow{u_x} = -mg\,\overrightarrow{u_z} + T\cos\alpha\,\overrightarrow{u_z} + T\sin\alpha\,\overrightarrow{u_x}$$

Ainsi, $$\begin{cases} ma_h = T\sin\alpha \\ mg = T\cos\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{a_h}{g} \\ T = m\sqrt{{a_h}^2 + g^2} \end{cases}}$$



◇