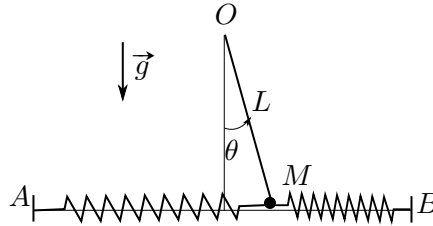


## Sujet 1

## I Oscillateur linéarisé

Soit une tige rigide de longueur  $L$ , de masse négligeable, accrochée en  $O$ . Une masse  $m$  est accrochée à l'autre extrémité, et reliée à deux ressorts identiques de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide. On repère la position du point  $M$  par l'angle  $\theta$  entre la verticale et la tige. A l'équilibre  $\theta = 0$  et les deux ressorts sont horizontaux. La distance  $AB$  entre les deux points d'attache des deux ressorts est notée  $D$ .

On écarte le point  $M$  de sa position d'équilibre d'un angle  $\theta_0$  faible et on le lâche sans vitesse initiale.



- 1) Justifier que le système est conservatif à une dimension. Quelle coordonnée permet de décrire le mouvement ?
- 2) Montrer que le mouvement est harmonique. Exprimer la pulsation des petites oscillations.

On donne le développement limité de la fonction cosinus à l'ordre 2 autour de 0 :

$$\cos(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2} + o(\theta^2)$$

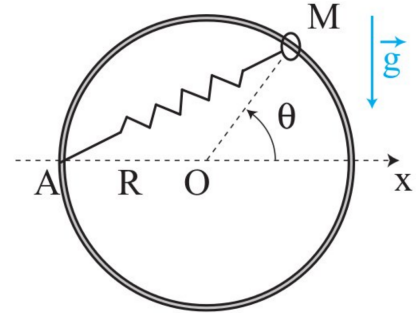


## Sujet 2

Énoncer et démontrer les théorèmes de la puissance mécanique et de l'énergie mécanique.

### I Positions d'équilibre d'un anneau sur un cercle

Un anneau assimilable à un point matériel M de masse  $m$  peut glisser sans frottement sur une glissière circulaire de rayon  $R$  et de centre O. L'anneau est attaché à un ressort de raideur  $k$  dont une extrémité est fixée à la glissière au point A. Sa position est repérée par l'angle  $\theta$  entre le rayon OM et l'axe horizontal (Ox). Pour simplifier les calculs, on considérera que la longueur à vide  $\ell_0$  du ressort est nulle.



- 1) Montrer que la longueur  $\ell$  s'exprime  $\ell = R\sqrt{2(1 + \cos \theta)}$ .
- 2) Exprimer l'énergie potentielle  $\mathcal{E}_p$  du système constitué de l'anneau et du ressort en fonction de l'angle  $\theta$ .
- 3) Déterminer les positions d'équilibre de l'anneau.
- 4) Préciser si les positions d'équilibre obtenues sont stables.



## Sujet 3

### I Cycliste au Tour de France

Une cycliste assimilée à un point matériel se déplace en ligne droite. Elle fournit une puissance mécanique constante  $\mathcal{P}$ , les forces de frottement de l'air sont proportionnelles au carré de la vitesse  $v$  de la cycliste selon

$$\vec{F}_f = -kv\vec{v}$$

où  $k$  est une constante positive. On néglige les forces de frottement du sol sur la roue et on choisit un axe horizontal  $(Ox)$  orienté dans la direction du mouvement de la cycliste.

- 1) En appliquant le théorème de la puissance cinétique, établir une équation différentielle en  $v$  et montrer qu'on peut la mettre sous la forme :

$$mv^2 \frac{dv}{dx} = k(v_\ell^3 - v^3)$$

où  $v_\ell$  est une constante homogène à une vitesse dont on cherchera la signification physique.

On pose  $f(x) = k(v_\ell^3 - v^3)$ .

- 2) Dédire des résultats précédent, l'équation différentielle vérifiée par  $f$ .
- 3) Déterminer l'expression de la vitesse en fonction de  $x$ , si elle aborde la ligne droite avec une vitesse  $v_0$ .
- 4) Lors d'un sprint, la puissance développée vaut  $P = 2 \text{ kW}$  et la vitesse limite  $v_\ell$  vaut  $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Déterminer la valeur de  $k$  et en déduire la distance caractéristique pour qu'un-e coureur-euse de masse  $m = 85 \text{ kg}$  avec son vélo atteigne cette vitesse. Conclure quant à la faisabilité d'atteindre une telle vitesse.

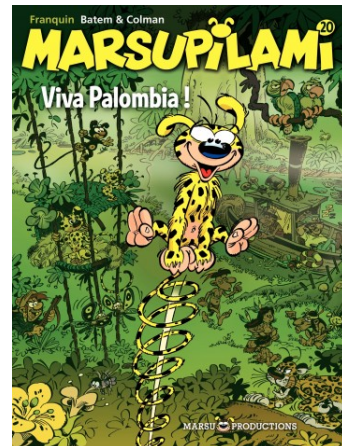


## Sujet 4

## I Le Marsupilami (★)

Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin aux capacités physiques remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante. Pour se déplacer, le Marsupilami enroule sa queue comme un ressort entre lui et le sol et s'en sert pour se propulser vers le haut.

On note  $l_0 = 2\cdot\text{m}$  la longueur à vide du ressort équivalent. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur du ressort est  $l_m = 50\cdot\text{cm}$ . La masse  $m$  de l'animal est  $50\cdot\text{kg}$  et la queue quitte le sol lorsque le ressort mesure  $l_0$ . On prendra  $g = 10\cdot\text{m/s}^2$ .



- 1) Quelle est la constante de raideur du ressort équivalent si la hauteur maximale d'un saut est  $h = 10\cdot\text{m}$  ?
- 2) Quelle est sa vitesse  $v$  lorsque la queue quitte le sol ?