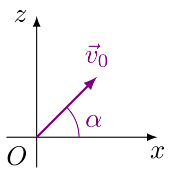
Mécanique – chapitre 3

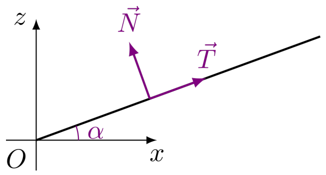
TD application : mouvements courbes

☆ I Projection de vecteurs

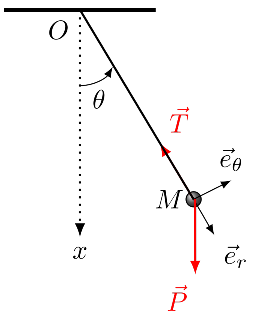
1) Exprimer $\vec{v_0}$ dans la base $(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_z})$ en fonction de v_0 et α.



2) Exprimer $\overrightarrow{N}$ et $\overrightarrow{T}$ dans la base $(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_z})$ en fonction de N, T et α.



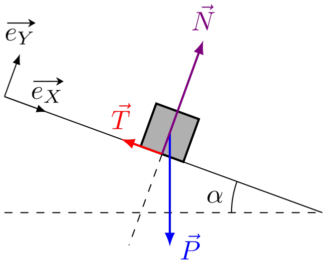
3) Exprimer $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{T}$ dans la base $(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta})$ en fonction de m, g, T et θ.



4) **Équilibre plan incliné** À l'équilibre des forces, on a

$$\overrightarrow{N}+\overrightarrow{T}+\overrightarrow{P}=\overrightarrow{0}$$

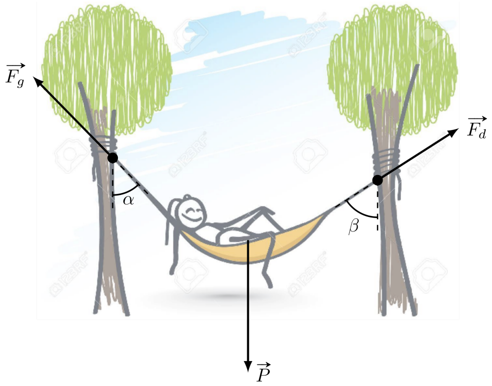
Projeter le poids dans la base inclinée et exprimer les normes de $\overrightarrow{T}$ et $\overrightarrow{N}$ en fonction de m, g et α.



5) **Équilibre hamac** À l'équilibre des forces, on a

$$\overrightarrow{F}_g+\overrightarrow{F}_d+\overrightarrow{P}=\overrightarrow{0}$$

Projeter les vecteurs $\overrightarrow{F}_g$ et $\overrightarrow{F}_d$ dans la base $(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y})$ avec $\overrightarrow{u_x}$ parallèle au sol vers la droite et $\overrightarrow{u_y}$ vertical ascendant. En déduire la norme littérale de ces deux vecteurs. On prend $m = 60\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 45°$ et $\beta = 60°$.



II Mouvement hélicoïdal

Un point matériel M a pour équations horaires en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} r(t) = R \\ \theta(t) = \omega t \\ z(t) = \alpha t \end{cases} \qquad \text{avec} \qquad (\alpha,\omega) \qquad \text{des constantes}$$

1) Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans la base cylindrique.
2) Dessiner l'allure de la trajectoire.
3) Déterminer h le pas de l'hélice, c'est-à-dire la distance selon l'axe $(\mathrm{O}z)$ dont sont séparés deux points successifs de la trajectoire correspondant à un même angle θ (modulo 2π).
4) Ce mouvement est-il uniforme ? À quelle condition est-il circulaire ?
5) Déterminer les coordonnées cartésiennes de ce mouvement.

III Masse du Soleil

La Terre subit de la part du Soleil la force d'attraction gravitationnelle :

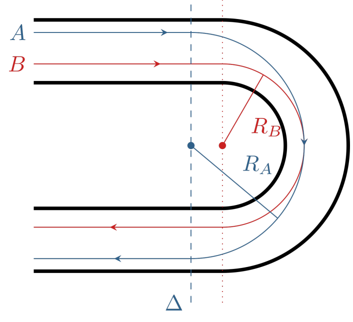
$$\vec{F}_g = -\mathcal{G}\frac{M_T M_S}{R^2}\vec{u_r} \qquad \text{où} \qquad \mathcal{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{SI}$$

avec $\vec{u_r}$ le vecteur unitaire allant du Soleil vers la Terre. La Terre tourne autour du Soleil en décrivant un cercle de rayon $R = 149{,}6 \times 10^6\,\mathrm{km}$.

1) Déterminer la masse du Soleil.

IV Course de F1

Lors des essais chronométrés d'un grand prix, Fernando ALONSO (point A) et Jenson BUTTON (point B) arrivent en ligne droite et coupent l'axe Δ au même instant de leur parcours. Ils prennent cependant le virage de deux façons différentes :



- ALONSO suit une trajectoire circulaire de rayon $R_A = 90{,}0\,\mathrm{m}$;
- BUTTON choisit une trajectoire de rayon $R_B = 75{,}0\,\mathrm{m}$.

On cherche à déterminer quelle est la meilleure trajectoire, c'est-à-dire lequel des deux pilote gagne du temps par rapport à l'autre à la sortie du virage.

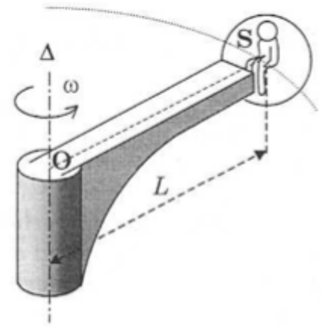
1) Déterminer les distances D_A et D_B parcourues par les deux pilotes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Que peut-on conclure ?

2) Pour simplifier, on imagine que les deux voitures roulent à des vitesse v_A et v_B constantes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Déterminer ces vitesses, sachant que l'accélération des voitures doit rester inférieur à 0,8 g sous risque de dérapage. Les calculer numériquement.

3) Conclure quant à la meilleure trajectoire des deux.

V Entraînement d'une spationaute

Une spationaute doit subir différents tests d'aptitude aux vols spatiaux, notamment le test des accélérations. Pour cela, on l'installe dans une capsule de centre O, fixée au bout d'un bras métallique horizontal dont l'autre extrémité est rigidement liée à un arbre de rotation vertical Δ. La longueur du bras est notée L. On assimilera la spationaute au point matériel S.



L'ensemble {capsule + bras + arbre} est mis en rotation avec un vitesse angulaire croissant progressivement selon la loi

$$\omega(t) = \omega_0(1 - \exp^{-t/\tau})$$

avec ω_0 la vitesse angulaire nominale du simulateur, et τ un temps caractéristique. On donne $L = 10{,}0\,\mathrm{m}$ et $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

1) Établir proprement le système d'étude.

2) À partir de quelle durée peut-on supposer que le mouvement est circulaire et uniforme ? Que deviennent les expressions des vecteurs vitesse et accélération dans ce cas ? Calculer alors la norme de l'accélération subie par la spationaute.

3) Quelle doit être la valeur de ω_0 pour que l'accélération atteigne 10 g lors du régime de rotation uniforme ? On donnera le résultat en tours par second.