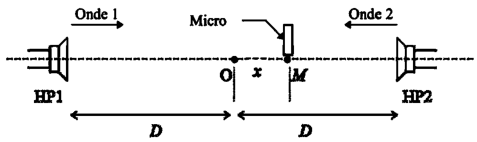
Correction du TD

I Interférences de 2 ondes sonores frontales

Dans le montage ci-contre, les deux haut-parleurs, notés HP1 et HP2 et séparés de la distance $2D$, sont alimentés en parallèle par une même tension électrique : les deux sources sonores émettent donc des vibrations p_1 et p_2 de même pulsation ω, même phase à l'origine φ_0 et même amplitude P_0. Les deux ondes arrivent au point M d'abscisse x avec des phases différentes et donc interfèrent. On considère que les ondes sonores se propagent sans déformation ni atténuation à la célérité c constante.



1) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ au point M entre les ondes issues de HP1 et HP2.

Réponse

À partir de HP1, les ondes parcourent la distance $D + x$ pour arriver au micro. À partir de HP2, elles parcourent la distance $D - x$. Ainsi,

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) &= -k\Delta L_{1/2}(\mathrm{M}) + \underbrace{\Delta\varphi_0(\mathrm{M})}_{=0 \text{ d'après l'énoncé}} \\
&= -k\left(|\mathrm{HP_1M}| - |\mathrm{HP_2M}|\right) \\
&= -k\left(\cancel{D} + x - (\cancel{D} - x)\right) \\
\Leftrightarrow &\boxed{\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = -2kx}
\end{aligned}$$

◇

2) En déduire l'amplitude de l'onde sonore résultante au point M.

Réponse

Les ondes p_1 et p_2 étant de même amplitude P_0, on a que l'onde somme $p(t) = p_1(t) + p_2(t)$ est d'amplitude P telle que

$$P = 2P_0 \cos\left(\frac{\Delta\varphi(\mathrm{M})}{2}\right) \Leftrightarrow \boxed{P = 2P_0\cos(-kx)}$$

◇

3) Déterminer les positions x_n pour lesquelles il y a interférences constructives au point M.

Réponse

On a interférences constructives si l'amplitude est maximale, ici pour $\cos(-kx_n) = \pm 1 \Leftrightarrow -kx_n = n\pi$. Or,

$$-kx_n = n\pi \Leftrightarrow -\frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}x_n = n\cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{x_n = n\frac{\lambda}{2}}$$

◇

4) Exprimer la distance d entre deux maximums successifs d'intensité sonore.

Réponse

Les maximums se trouvent aux positions x_n. La distance entre deux maximums est donc

$$\boxed{d = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2}}$$

◇

5) Expérimentalement on trouve $d = 21{,}2\,\mathrm{cm}$ pour une fréquence sonore $f = 800\,\mathrm{Hz}$. En déduire la valeur de la célérité du son dans l'air pour cette expérience.

Réponse

Étant donné que $\lambda = cT = c/f$, on trouve

$$\frac{\lambda}{2} = d \Leftrightarrow \frac{c}{2f} = d \Leftrightarrow \boxed{c = 2df} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 21{,}2 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \\ f = 800\,\mathrm{Hz} \end{cases}$$

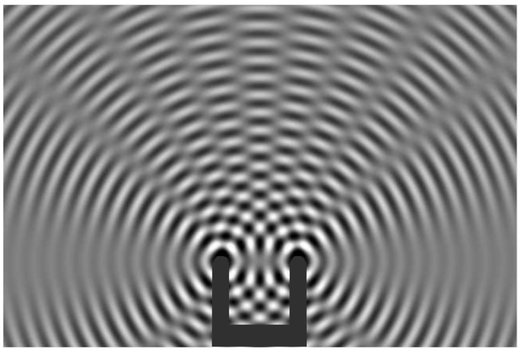
$$\text{A.N. :} \quad \boxed{c = 339\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

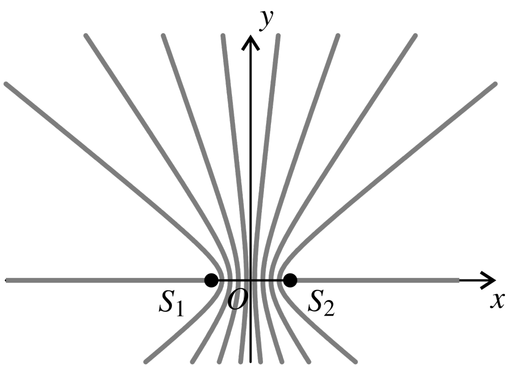
C'est la valeur usuelle de célérité du son dans l'air à 20 °C.

◇

II Interférences sur la cuve à ondes

La figure ci-dessous représente une cuve à ondes éclairée en éclairage stroboscopique. Deux pointes distantes de a frappent la surface de l'eau de manière synchrone (même fréquence et phase à l'origine), générant deux ondes qui interfèrent. La figure est claire là où la surface de l'eau est convexe et foncée là où elle est concave. L'amplitude d'oscillation est plus faible là où la figure est moins contrastée.





1) On suppose pour simplifier que des ondes sinusoïdales partent des deux points S_1 et S_2 où les pointes frappent la surface. En notant λ la longueur d'onde, donner la condition pour que l'interférence en un point M situé aux distances d_1 et d_2 respectivement de S_1 et S_2, soit destructrice. Cette condition fait intervenir un entier m.

Réponse

Par définition,

$$\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = -k\Delta L_{1/2}(\mathrm{M}) = -k(d_1 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$

Et pour avoir des interférences destructives,

$$\Delta\varphi_{1/2}(\mathrm{M}) = (2m+1)\pi \Leftrightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2m+1)\cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{d_2 - d_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}$$

◇

2) Pour chaque entier m le lieu des points vérifiant cette condition est une courbe que l'on appelle dans la suite ligne de vibration minimale. Les lignes de vibration minimale sont représentées sur la figure de droite : ce sont des hyperboles. Les parties $x < -a/2$ et $x > a/2$ de l'axe (Ox) sont des lignes de vibration minimale. En déduire un renseignement sur a/λ.

Réponse

Avec $S_1S_2 = a$, on observe que tout l'axe $x > a/2$ correspond à une ligne de vibration minimale, c'est-à-dire un endroit de l'espace où les interactions sont destructives, i.e. $d_2 - d_1 = (m + 1/2)\lambda$. Or, pour $x > a/2$, on a

$$d_2 - d_1 = S_2M - S_1M = \cancel{S_2M} - S_1S_2 + \cancel{S_2M} \Leftrightarrow \boxed{d_2 - d_1 = -a}$$

On en déduit donc

$$\boxed{\left|\frac{a}{\lambda}\right| = m + \frac{1}{2}}$$

c'est-à-dire que a/λ est un demi-entier (1/2, 3/2, 5/2...). Le résultat est le même en raisonnant sur $x < -a/2$.

◇

3) Sur le segment S_1S_2, quel est l'intervalle de variation de $d_2 - d_1$? Déduire de la figure la valeur de a/λ.

Réponse

Entre S_1 et S_2, on prend 3 cas extrêmes pour déterminer l'amplitude de $d_2 - d_1$:

- ◇ En S_1, $d_2 = -a$ et $d_1 = 0$, donc
$$d_2 - d_1 = -a$$
- ◇ En O, $d_2 = -a/2$ et $d_1 = a/2$, donc
$$d_2 - d_1 = 0$$
- ◇ En S_2, $d_2 = 0$ et $d_1 = a$, donc
$$d_2 - d_1 = -a$$

Ainsi,

$$\boxed{-a \leqslant d_2 - d_1 \leqslant a}$$

Or, entre S_1S_2 on observe plusieurs vibrations minimales, donnant chacune $d_2 - d_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda$. On en compte 8 entre S_1S_2, correspondant chacune à un ordre d'interférence m. À partir de O et vers les x croissants, on a la première vibration minimale pour $m = 0$, la deuxième pour $m = 1$, la troisième pour $m = 2$ et la dernière pour $m = 3$; on a de même par symétrie vers les x décroissants. Ainsi, **l'ordre d'interférence obtenu le plus grand est** $m = 3$, et **on n'a pas l'ordre d'interférence** $m = 4$ sinon on aurait une parabole en plus de chaque côté. Ainsi,

$$\left(3 + \frac{1}{2}\right)\lambda < a \leqslant \left(4 + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

puisqu'on observe qu'il reste une distance sur S_1S_2 après l'ordre 3 avant d'atteindre S_2 et que si a dépasse $(4 + 1/2)\lambda$ on verrait la parabole correspondant à l'ordre 4. Comme on a déterminé à la question précédente que $\frac{a}{\lambda} = m + \frac{1}{2}$, avec cette étude on a $3 < m \leqslant 4$ avec $m \in \mathbb{N}$, autrement dit $\boxed{m = 4}$, soit

$$\boxed{\frac{a}{\lambda} = \frac{9}{2}}$$

◇

4) Expliquer pourquoi l'image est bien contrastée au voisinage de l'axe $(\mathrm{O}y)$.

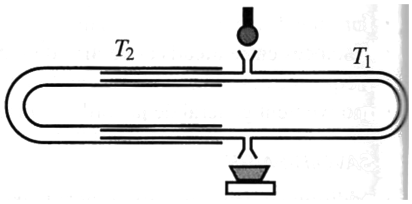
Réponse

Le contraste correspond à une grande différence entre les valeurs maximales et minimales. Or, sur $(\mathrm{O}y)$ on a $d_2 = d_1$ donc $d_2 - d_1 = 0$, c'est-à-dire que les ondes sont en phase et les interférences constructives, donc l'amplitude est maximale et le contraste est élevé.

◇

III Trombone de Kœnig

Le trombone de Kœnig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents. Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = (1500 \pm 1)$ Hz. On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope.



1) Exprimer en fonction de la distance d de coulissage de T_2 par rapport à T_1 le déphasage au niveau de la sortie entre l'onde sonore passée par T_2 et celle passée par T_1.

Réponse

$$\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = -k\Delta L_{2/1}(\mathrm{M}) = -k(\mathrm{OT}_2 - \mathrm{OT}_1)$$

Or, si on déplace T_2 par rapport à T_1 de d, l'onde passant dans T_2 doit parcourir $2d$ de plus, une fois pour chaque partie rectiligne ; ainsi

$$\boxed{\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = -2kd}$$

◇

2) En déplaçant la partie mobile T_2, on fait varier l'amplitude du signal observé. On observe que lorsqu'on déplace T_2 de $d = (11{,}5 \pm 0{,}2)$ cm, on passe d'un minimum d'amplitude à un autre. En déduire la valeur de la célérité du son dans l'air à 20 °C, température à laquelle l'expérience est faite.

Réponse

Cette observation traduit qu'un décalage de 11,5 cm fait passer d'une interférence destructive à celle qui la suit, donc augmente le déphasage de 2π ou la différence de marche de λ. On a donc

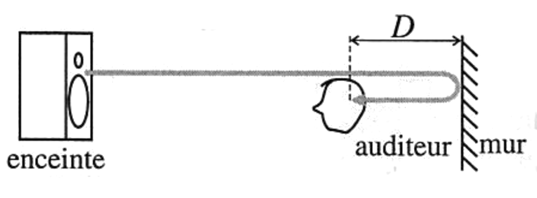
$$|\cancel{2}kd| = \cancel{2}\pi \Leftrightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}d = \cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{2df = c} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = 11{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \\ f = 1500\,\mathrm{Hz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{c = 345\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

◇

IV Interférences et écoute musicale

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaîne hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditaire. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à une « petite » distance D derrière l'auditaire.



Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ la célérité du son dans l'air.

1) Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditaire : l'onde arrivant directement et l'onde réfléchie.

Réponse

Chaque onde parcourt la distance enceinte – auditaire directement, mais l'onde réfléchie parcourt en plus $2D$ entre l'auditaire et le mur. Ainsi, la célérité étant notée c, on a

$$\tau = \frac{2D}{c}$$

◇

2) En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f. La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la vibration acoustique.

Réponse

La source étant similaire pour les deux ondes, la phase à l'origine des temps est la même ; de plus il est indiqué que la réflexion sur le mur n'implique pas de déphasage supplémentaire, donc le déphasage n'est dû qu'à la propagation. Ainsi, l'onde réfléchie a un déphasage

$$\Delta\varphi_{r/i}(\mathrm{M}) = \omega\tau = \frac{4\pi f D}{c}$$

◇

3) Expliquer pourquoi il y a risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier n. Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible. Est-elle réalisable ?

Réponse

Il peut y avoir une atténuation de l'amplitude si les deux ondes sont en opposition de phase, et donc que les interférences sont destructives, c'est-à-dire

$$\Delta\varphi_{r/i}(\mathrm{M}) = (2n+1)\pi \Leftrightarrow \frac{4\cancel{\pi} f D}{c} = (2n+1)\cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{f = (2n+1)\frac{c}{4D}}$$

avec $n \in \mathbb{N}$. Étant donné que le domaine audible s'étant de $(20\ ;\ 20\times 10^3)\,\mathrm{Hz}$, il faudrait que la plus petite fréquence d'atténuation, celle avec $n = 0$, soit au-delà de $20\,\mathrm{kHz}$; autrement dit on cherche

$$f_{\max} < \frac{c}{4D} \Leftrightarrow \boxed{D < \frac{c}{4f_{\max}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c = 342\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \\ f_{\max} = 20\,\mathrm{kHz} \end{cases}$$

$$\text{A.N. :} \quad \boxed{D < 4{,}3\,\mathrm{mm}}$$

On est donc sûrx de ne pas avoir d'atténuation dans l'audible si on colle notre oreille au mur… ce qui est réalisable, mais correspond presque à ne pas avoir d'interférences du tout.

◇

4) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditaire du mur.

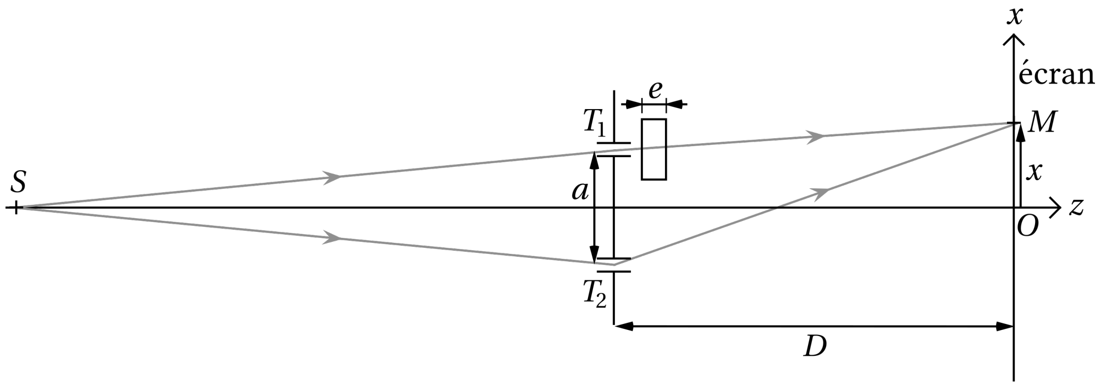
Réponse

Quand D augmente, l'onde réfléchie par le mur finit par avoir une amplitude faible devant l'onde directe étant donné qu'une onde sphérique voit son amplitude diminuer avec le rayon : les interférences deviennent de plus en plus négligeables.

◇

V Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

On considère un dispositif de trous d'Young composé de deux trous T_1 et T_2 séparés d'une distance $a = 100\,\mu\text{m}$. Ce dispositif est éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde dans l'air $\lambda = 532\,\text{nm}$ située sur l'axe optique. La figure d'interférences est observée sur un écran situé à une distance $D = 1{,}00\,\text{m}$ du plan des trous. Une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e inconnue et d'indice $n_v = 1{,}57$ est positionnée en sortie du trou T_1. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.



1) Montrer que la différence de marche $\delta(\mathrm{M})$ en un point M de l'écran s'écrit

$$\delta(\mathrm{M}) = \frac{ax}{D} + (n_v - 1)e$$

Réponse

En notant (SM) le chemin optique de S à M, la différence de marche en M est donnée par

$$\delta_{1/2}(\mathrm{M}) = (\mathrm{ST_1M}) - (\mathrm{ST_2M}) = \cancel{(\mathrm{ST_1})} + (\mathrm{T_1M}) - \cancel{(\mathrm{ST_2})} - (\mathrm{T_2M})$$

La source étant sur l'axe optique et l'indice étant le même sur cette portion, on a $\boxed{(\mathrm{ST_1}) = (\mathrm{ST_2})}$. On se retrouve donc à calculer le chemin optique à partir des trous. Or, le chemin de $\mathrm{T_2}$ à M se fait dans l'air, donc $\boxed{(\mathrm{T_2M}) = \mathrm{T_2M}}$. En notant $\mathrm{F_1}$ et $\mathrm{F_2}$ les points d'entrée et de sortie du rayon lumineux dans la lame de verre tels que $\mathrm{F_1F_2} = e$, on a

$$\begin{aligned}
(\mathrm{T_1M}) &= (\mathrm{T_1F_1}) + (\mathrm{F_1F_2}) + (\mathrm{F_2M}) \\
&= \mathrm{T_1F_1} + n_v e + F_2M \\
&= \mathrm{T_1F_1} + n_v e + \mathrm{F_1F_2} - \mathrm{F_1F_2} + \mathrm{F_2M} \\
&= \mathrm{T_1F_1} + \mathrm{F_1F_2} + \mathrm{F_2M} + (n_v - 1)e \\
&= \mathrm{T_1M} + (n_v - 1)e
\end{aligned}$$

Avec $\mathrm{T_1M} = \mathrm{T_1F_1} + \mathrm{F_1F_2} + \mathrm{F_2M}$. Autrement dit,

$$\delta_{1/2}(\mathrm{M}) = \mathrm{T_1M} - \mathrm{T_2M} + (n_v - 1)e$$

et avec le résultat usuel de différence de marche des trous d'Young, c'est-à-dire $\Delta L_{1/2}(\mathrm{M}) = ax/D$ (attention à la notation de la distance entre les fentes !), on trouve bien

$$\boxed{\delta_{1/2}(\mathrm{M}) = \frac{ax}{D} + (n_v - 1)e}$$

Autrement dit, la différence de chemin optique est celle sans la lame à laquelle s'ajoute le retard pris par l'onde issue de $\mathrm{T_1}$ qui va moins vite/parcourt une plus grande distance (à la célérité c) à cause du verre. On retrouve bien que si $n_v = 1$, la différence de chemin optique est celle attendue sans lame de verre.

◇

2) Déterminer la position x_c sur l'écran de la frange centrale correspondant à $\delta(\mathrm{M}) = 0$. De quelle distance s'est déplacée cette frange par rapport au cas où la lame est absente ?

Réponse

$$\delta_{1/2}(\mathrm{M}) = 0 \Leftrightarrow \frac{ax_c}{D} - (n_v - 1)e = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_c = \frac{(n_v - 1)eD}{a}}$$

En l'absence de la lame de verre, la frange centrale serait sur l'axe optique, en $x = 0$: dans cette situation, elle s'est donc décalée de x_c.

◇

3) Exprimer l'épaisseur e de la lame en fonction de x_c , a, n_v et D.

Réponse

On isole :

$$\boxed{e = \frac{ax_c}{D(n_v - 1)}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = 100\,\mu\text{m} \\ D = 1{,}00 \times 10^9\,\mu\text{m} \\ n_v = 1{,}57 \\ x_c = 28{,}5 \times 10^7\,\mu\text{m} \end{cases}$$

◇

4) Calculer e pour $x_c = 28{,}5\,\text{cm}$.

Réponse

Application numérique :

$$\boxed{e = 50{,}0\,\mu\text{m}}$$

◇

5) Expliquer pourquoi en réalité la position de la frange centrale ne peut être connue que modulo l'interfrange i. Qu'est-ce que cela implique sur e ? L'expérience vous paraît-elle réalisable ?

Réponse

La frange centrale, en première approximation, n'est pas distinguable des autres franges brillantes correspondant également à des interférences constructives : on a donc sa position modulo l'interfrange, soit

$$x_c \equiv x_c \quad \left[\frac{\lambda D}{a}\right]$$

et ainsi

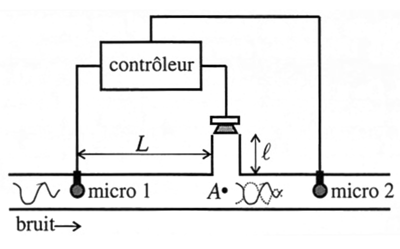
$$e \equiv e \quad \left[\frac{\lambda}{n_v - 1}\right]$$

Autrement dit, la mesure de e n'est possible que modulo $\lambda/(n_v - 1) = 0{,}9\,\mu\text{m}$: la mesure de la lame de verre ne serait donc pas réalisable avec cette expérience, puisqu'elle est plus grande que $0{,}9\,\mu\text{m}$.

◇

VI Contrôle actif du bruit en conduite

On s'intéresse à un système conçu pour l'élimination d'un bruit indésirable transporté par une conduite. Le bruit est détecté par un premier micro dont le signal est reçu par un contrôleur électronique. Le contrôleur, qui est le centre du système, envoie sur un haut-parleur la tension adéquate pour générer une onde de signal exactement opposé à celui du bruit de manière à ce que l'onde résultante au point A (voir figure ci-contre) et au-delà de A soit nulle.



1) Exprimer, en fonction de L, l et de la célérité c du son, le temps disponible pour le calcul du signal envoyé sur le haut-parleur.

Réponse

Entre l'instant où le signal est détecté par le micro 1 et l'instant où ce signal passe en A, il s'écoule un temps égal à L/c. Pendant ce temps, il faut que le contrôleur calcule et produise le signal qu'il envoie dans le haut-parleur, et que ce signal se propage jusqu'à A, ce qui prend le temps ℓ/c. Ainsi, le temps disponible pour le calcul est

$$\boxed{\frac{L-\ell}{c}}$$

◇

2) On suppose le bruit sinusoïdal de pulsation ω. On appelle φ_1 la phase initiale du signal détecté par le micro 1 et φ_{HP} la phase initiale du signal émis par le haut-parleur. Exprimer, en fonction de ω, c, L et l, la valeur que doit avoir $\Delta\varphi = \varphi_{\text{HP}} - \varphi_1$

Réponse

La phase du signal de bruit arrivant en A est

$$\varphi_{\text{bruit}} = \varphi_1 - kL$$

La phase du signal de correction arrivant en A est

$$\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{HP}} - k\ell$$

Pour avoir interférences destructives, il faut que $\varphi_{\text{corr}} = \varphi_{\text{bruit}} + \pi$, c'est-à-dire

$$\boxed{\Delta\varphi_{c/b}(\text{A}) = \varphi_{\text{HP}} - \varphi_1 = \frac{\omega}{c}(\ell - L) + \pi}$$

◇

3) L'onde émise par le haut-parleur se propage dans la conduite dans les deux sens à partir de A. Expliquer l'utilité du micro 2.

Réponse

Le micro 1 capte un signal qui est la superposition du bruit et du signal émis par le haut-parleur se propageant à partir de A vers l'amont. Le micro 2 donne un contrôle du résultat et permet la détermination du meilleur signal de correction.

◇

VII Mesure de la vitesse du son avec des trous d'Young

On considère un dispositif composé de deux trous d'Young percés dans un écran opaque et séparés d'une distance $a = 10{,}0\,\text{cm}$. Une onde ultrasonore de fréquence $f = 40\,\text{kHz}$ est envoyée en direction des trous. L'amplitude de l'onde en sortie des trous est mesurée en utilisant un récepteur qui peut être translaté suivant un axe $(\text{O}x)$ parallèle à la direction des trous et situé à une distance $D = 50{,}0\,\text{cm}$ du plan des trous. Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 1. Par la suite, les valeurs de D et a sont supposées connues avec une précision de 1 mm et l'incertitude-type sur la valeur de f est supposée négligeable.

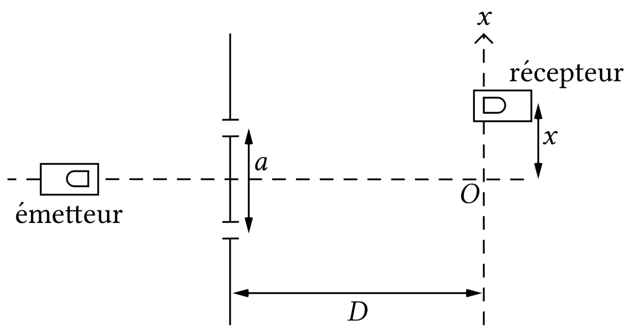


Fig. 1 – Expérience des trous de Young avec des ondes sonores.

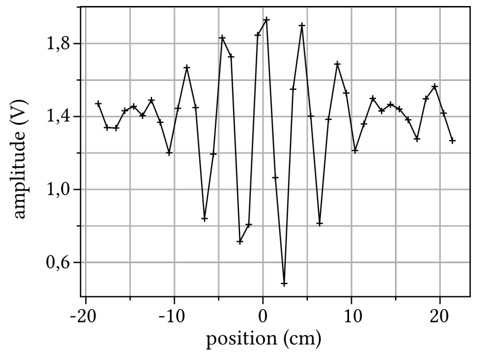


Fig. 2 – Tension délivrée par le détecteur en fonction de sa position sur l'axe Ox.

1) En supposant que la condition $D \gg a$, x est vérifiée, donner l'expression de l'interfrange i correspondant à la distance sur l'axe $(\mathrm{O}x)$ entre deux interférences constructives.

Réponse

L'interfrange dans une expérience de trous d'YOUNG dont les fentes sont séparées de a est

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

◇

Le résultat de la mesure de l'amplitude du signal électrique délivré par le récepteur en différentes positions sur l'axe $(\mathrm{O}x)$ est représenté sur la figure 2.

2) À partir de la figure 2, estimer la valeur de l'interfrange ainsi que son incertitude-type.

Réponse

On mesure avec une règle graduée au millimètre pour mesurer (conversion d'échelle comprise) $4i = 17{,}1\,\mathrm{cm}$. La précision est ici limitée par l'écart entre deux positions de mesure du détecteur. Avec l'échelle de la figure et le facteur $1/\sqrt{3}$, on trouve l'incertitude-type de mesure $u_{4i} = 0{,}8\,\mathrm{cm}$. Ainsi,

$$\boxed{i = (4{,}3 \pm 0{,}2)\,\mathrm{cm}}$$

◇

3) En déduire une estimation de la célérité c du son dans l'air ainsi que de son incertitude-type. On néglige toute incertitude sur la fréquence f.

Réponse

En utilisant l'expression de l'interfrange et de $\lambda = c/f$, on a

$$c = \lambda f = \frac{fa}{D} \Leftrightarrow c = 3{,}4 \times 10^2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

On détermine son incertitude avec la formule de propagation :

$$\frac{u(\lambda)}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \left\{\begin{aligned} \lambda &= 8{,}4\,\mathrm{mm} \\ i &= 4{,}3\,\mathrm{cm} \\ u(i) &= 0{,}2\,\mathrm{cm} \\ a &= 10{,}0\,\mathrm{cm} \\ u(a) &= \tfrac{1\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}} = 0{,}6\,\mathrm{mm} \\ D &= 50{,}0\,\mathrm{cm} \\ u(D) &= \tfrac{1\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}} = 0{,}6\,\mathrm{mm} \end{aligned}\right.$$

A.N. : $\boxed{c = (3{,}4 \pm 0{,}1) \times 10^2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$

◇

Un phénomène de diffraction est observé lorsqu'une onde traverse un trou de rayon $r \approx \lambda$. Le faisceau en sortie du trou présente alors un demi-angle d'ouverture θ tel que $\sin(\theta) \approx \lambda/2r$.

4) À partir de la figure 2, estimer l'ordre de grandeur du rayon des trous utilisés dans l'expérience.

Réponse

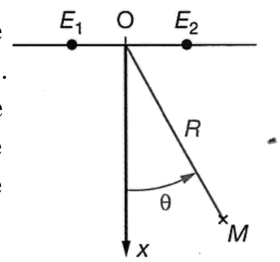
La diminution de l'amplitude des interférences lorsque x augmente est due au phénomène de diffraction par un trou d'YOUNG. Sur la figure 2, on peut voir que l'amplitude des interférences s'annule pour $x_a \approx 15\,\text{cm}$. Or, d'après la figure 1, $\tan(\theta) = x_a/D$; ainsi, en combinant avec $\sin(\theta) \approx \lambda/2r$ et avec l'approximation des petits angles ($\tan(\theta) \approx \theta$ et $\sin(\theta) \approx \theta$), on a

$$\frac{x_a}{D} \approx \frac{\lambda}{2r} \Leftrightarrow \boxed{r \approx \frac{\lambda D}{2x_a} \approx 1{,}4\,\text{cm}}$$

◇

VIII Interférences ultrasonores sur un cercle

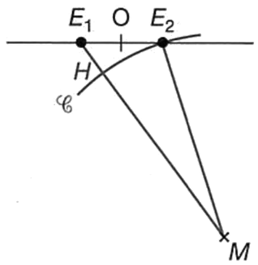
Deux émetteurs E_1 et E_2 émettent des ondes ultrasonores de même fréquence $f = 40\,\text{kHz}$ (ce qui correspond à une longueur d'onde $\lambda = 8{,}5\,\text{nm}$) et en phase. On note O le milieu du segment $[E_1\ E_2]$ de longueur $a = 4\,\text{cm}$, et (Ox) l'axe situé sur la médiatrice de ce segment. On déplace le microphone sur un grand cercle de rayon $R = 0{,}5\,\text{m}$ et on relève l'évolution de l'amplitude mesurée en fonction de l'angle θ que fait la direction $\vec{OM}$ avec l'axe (Ox).



1) a – Faire une figure faisant apparaître les points O, E_1, E_2 et M, pour un petit angle θ non nul.

Réponse

On a



◇

b – Tracer l'arc de cercle de centre M passant par E_2. On note H son intersection avec la droite (E_1M). Que représente E_1H ?

Réponse

E_1H est la différence $E_1M - E_2M = r_1 - r_2 = \Delta L_{1/2}(M)$ avec les notations du cours ; autrement dit, c'est $\boxed{\text{la différence de marche}}$ entre les deux ondes.

◇

c – Puisque $R \gg a$, on peut assimiler H et le projeté orthogonal de E_2 sur (E_1M). En déduire une expression du déphasage entre les ondes reçues en M en fonction de θ, a et λ.

Réponse

En raisonnant dans le triangle E_1E_2H, considéré rectangle, on a $E_1H = a\sin\theta$. D'où le déphasage :

$$\boxed{\Delta\varphi_{2/1}(M) = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$

◇

d – Quelles sont, dans l'intervalle $(-30\ ;\ 30)°$, les valeurs de θ où on observe un maximum d'amplitude ?

Réponse

L'amplitude est maximale pour des interférences constructives, soit pour $\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = 2p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$; sur θ ça donne donc

$$\boxed{\sin\theta = p\frac{\lambda}{a}} \Leftrightarrow \theta = \operatorname{asin}\left(p\frac{\lambda}{a}\right)$$

On regarde donc quels sont les ordres d'interférences p tels que $\theta \in (-30\ ;\ 30)°$:

- ◇ $p = 0 \Rightarrow \theta = 0°$, soit un maximum pour tout l'axe x : c'était attendu étant donné les symétries du problème ;
- ◇ $p = \pm 1 \Rightarrow \theta = \pm 12°$, donnant deux points symétriques par rapport à $(\mathrm{O}x)$;
- ◇ $p = \pm 2 \Rightarrow \theta = \pm 25°$, pratiquement le double des valeurs précédentes.

$p > 2$ donne des valeurs en-dehors de l'intervalle.

◇

2) e – Sur l'intervalle précédent, quelles sont les positions où un minimum d'amplitude est attendu ?

Réponse

On a interférences destructives si $\Delta\varphi_{2/1}(\mathrm{M}) = (2p+1)\pi$, soit

$$\boxed{\sin\theta = \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{a}} \Leftrightarrow \theta = \operatorname{asin}\left(\left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{a}\right)$$

- ◇ $p = 0 \Rightarrow \theta = \pm 6°$;
- ◇ $p = 1 \Rightarrow \theta = \pm 19°$.

◇

f – Si les ondes émises ont même amplitude, quelle est la valeur minimale d'amplitude pour le signal somme ?

Réponse

Pour des ondes reçues avec la même amplitude, l'opposition de phase conduit à une annulation totale de l'amplitude somme.

◇