

Sujet 1

I Question de cours

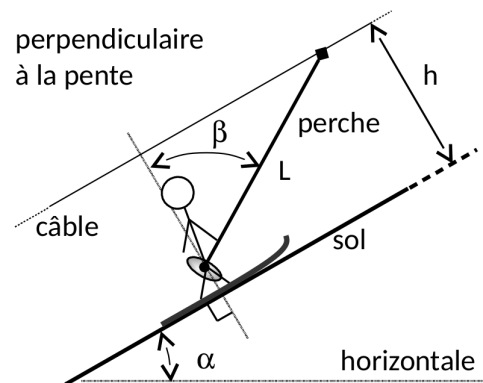
Retrouver l'équation différentielle sur θ du pendule simple non amorti à l'aide du TPM.

II Quelques notions de ski (★)

A Leçon n° 1 : le remonte-pente

On considère une skieuse de masse m remontant une pente d'angle α à l'aide d'un télési. Celui-ci est constitué de perches de longueur L accrochées à un câble parallèle au sol situé à une hauteur h .

On néglige les frottements de la neige sur les skis.



1. Quelles sont les trois forces que subit la skieuse ?
2. Que sait-on sur chacune d'elles a priori ?

On considère une skieuse de 50kg sur une pente de 15% (c'est-à-dire que la skieuse s'élève de 15 m lorsqu'elle parcourt horizontalement 100 m). La force exercée par la perche sur la skieuse sera supposée fixée et égale à $F = 100\text{N}$.

3. Existe-t-il un angle limite β_l pour lequel le contact entre les skis et le sol serait rompu ?

On suppose maintenant que sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse constante.

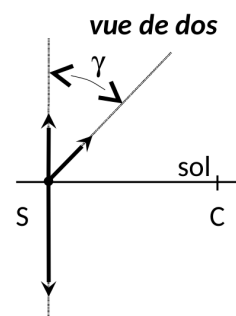
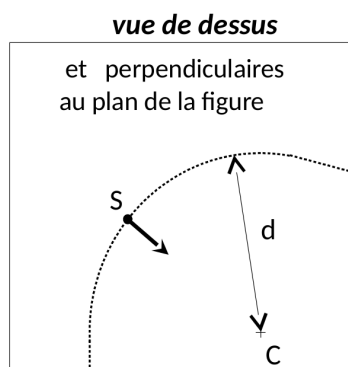
4. Quelle relation les 3 forces que subit la skieuse doivent-elles vérifier ?

On note β l'angle que forme la perche du télési avec la perpendiculaire à la pente.

5. Représenter les trois forces sur une même figure en repérant bien les angles α et β .
6. En déduire une relation entre m , g , α , β et F (la norme de la force exercée par la perche).
7. En négligeant la distance entre la rondelle et le sol, exprimer F en fonction m , g , α , h et L . Comment varie F avec α et h ? Commenter.

B Leçon n° 2 : le virage

La skieuse est toujours sur le remonte pente et aborde une zone horizontale où sa trajectoire est un cercle de centre C et de rayon d . Sa célérité est toujours constante. On suppose pour les questions suivantes que la perche est contenue dans le plan formé par la droite SC et la verticale.



8. Que peut-on dire de son accélération ?

On a représenté ci-dessus différentes vues de la situation où la skieuse est modélisée par un point matériel S posé sur le sol. On néglige les frottements, on note \vec{F} la force exercée par la perche du téléski et γ l'angle qu'elle forme avec la verticale.

9. Déterminer $F = \|\vec{F}\|$ en fonction de m , $v = \|\vec{v}\|$ la célérité, d et γ .
10. En déduire $R = \|\vec{R}\|$ en fonction de toutes les autres données.
11. Comment évolue R lorsque la célérité augmente ?
12. En pratique la perche n'est pas rigoureusement orthogonale à la trajectoire mais est également dirigée vers l'avant. Expliquer pourquoi.

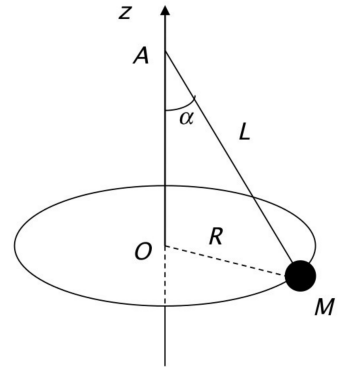
Sujet 2

I Question de cours

Énoncer et démontrer les théorèmes de la puissance mécanique et de l'énergie mécanique.

II Pendule conique

Dans un champ uniforme de pesanteur \vec{g} vertical et vers le bas, un point matériel M de masse m tourne à la vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (Oz) dirigé vers le haut en décrivant un cercle de centre O et de rayon R . M est suspendu à un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable, fixé en un point A de (Oz) . L'angle α de (Oz) avec AM est constant.



1.

- (a) Quel système de coordonnées utiliser ?
- (b) Effectuer un bilan des forces s'appliquant à la masse et les écrire dans la base choisie.
- (c) Appliquer le PFD puis exprimer $\cos \alpha$ en fonction de g , L et ω . En déduire que la vitesse angulaire doit forcément être supérieure à une vitesse angulaire limite ω_{lim} pour qu'un tel mouvement puisse être possible.
- (d) Que dire du cas où ω devient très grande ?
- (e) Application numérique : calculer α pour $L = 20 \text{ cm}$ et $\omega = 3 \text{ tours s}^{-1}$.

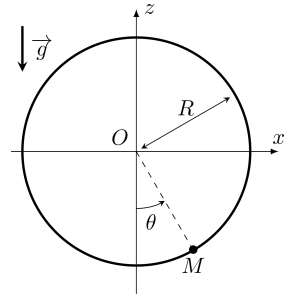
Sujet 3

I Question de cours

Retrouver les énergies potentielles de forces classiques (poids, rappel élastique, force newtonienne en K/r^2).

II Oscillations d'un anneau sur un cerceau

Un cerceau de centre O et de rayon R est maintenu dans un plan vertical, et un anneau de masse m assimilé à un point matériel M peut glisser sans frottements le long de ce cerceau.



1. Qu'est-ce que l'hypothèse « sans frottements » implique pour la réaction du cerceau sur l'anneau ?
2. Écrire le PFD appliqué à l'anneau et le projeter dans une base adaptée.
3. En déduire l'équation différentielle régissant le mouvement.

On se place dans l'approximation des petits angles ($|\theta| < \theta_0 = 20^\circ$). Initialement, l'anneau est situé à la verticale en-dessous de O et il est lancé vers la droite, avec une vitesse initiale de norme v_0 .

4. En déduire l'équation horaire du mouvement.
5. À quelle condition sur v_0 l'approximation des petits angles est-elle vérifiée ?