

# Correction du TP

## ✂ Capacités exigibles

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages. | <input type="checkbox"/> Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.<br><br><input type="checkbox"/> Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences. |
|--|--|

## I Objectifs

- ◇ Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.
- ◇ Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges.

## II S'approprier : analyse spectrale

### II/A Décomposition en série de Fourier

#### Propriété TP15.1 : Décomposition en série de Fourier

Toute fonction périodique peut se décomposer en série de Fourier, c'est-à-dire en une somme de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes. Soit  $y$  une fonction périodique de période  $T$  et de pulsation  $\omega = 2\pi/T$ . La décomposition en série de Fourier de  $y$  est :

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi)$$

Avec  $a_n$  et  $\varphi_n$  respectivement l'amplitude et la phase de l'harmonique de rang  $n$ .

#### Exemple TP15.1 :

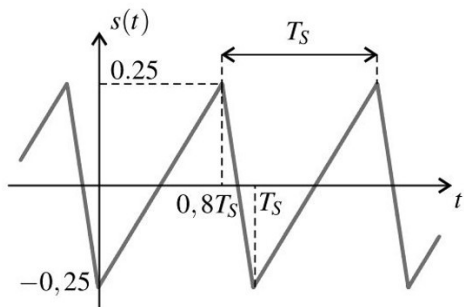


FIGURE TP15.1 – Représentation temporelle d'un signal périodique.

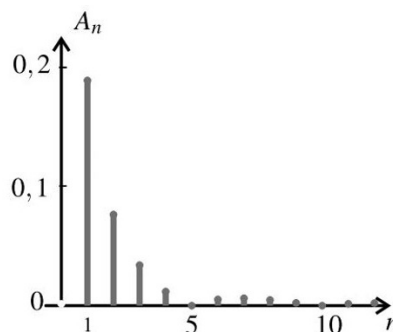


FIGURE TP15.2 – Spectrogramme du même signal périodique.

## II/B Vocabulaire

### Notation TP15.1 : Vocabulaire

- ◇ Spectre : représentation de l'amplitude de chacune des composantes spectrales d'un signal en fonction de leurs pulsations ou de leurs fréquences.
- ◇  $y_0 = \langle y(t) \rangle$  est la valeur moyenne du signal  $y(t)$ , c'est-à-dire sa **composante continue** ;
- ◇  $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  est appelé **fondamental** ;
- ◇  $a_i \cos(n\omega t + \varphi_i)$  est l'**harmonique** de rang  $i$ .

### Remarque TP15.1 :

- 1) Le fondamental est aussi l'harmonique de rang 1.
- 2) Le spectre d'un signal temporel pair ne contient que des harmoniques de rang pair ( $n = 2p, p \in \mathbb{N}$ )
- 3) Le spectre d'un signal temporel impair ne contient que des harmoniques de rang impair ( $n = 2p + 1, p \in \mathbb{N}$ )

## II/C Durée d'enregistrement et fréquence d'échantillonnage

### Propriété TP15.2 : Échantillonnage

Le critère de SHANNON (vu en seconde année) impose que la **fréquence d'échantillonnage** (fréquence de calcul) soit **supérieure à deux fois la fréquence maximale du signal** étudié.

Par ailleurs, le temps d'acquisition total  $T_{\text{acq tot}}$  doit être égal à un multiple entier de fois la période du signal étudié :  $T_{\text{acq tot}} = nT$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ . Si ce n'est pas possible, il faut que la durée d'acquisition soit longue, sachant que le pas fréquentiel du spectre vaudra :

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{acq tot}}}$$

## III Réaliser et valider

### III/A Analyses spectrales de signaux périodiques de différentes formes


#### III/A) 1 Signal sinusoïdal

#### Expérience TP15.1 :

Réaliser une acquisition :

- 1) Connecter le générateur basses fréquences (GBF) à l'interface SYSAM entre les voies EA0 et la masse.
- 2) Ouvrir le logiciel Latispro en suivant le chemin : programmes → discipline → physique-chimie → latispro.
- 3) Allumer le GBF, choisir un signal sinusoïdal de fréquence 500 Hz et d'amplitude moyenne

(5 – 10 V par exemple).

4) Pour faire une acquisition : cliquer sur le bouton 

◇ *Pour activer la voie EA0* : Dans le cadre entrées analogiques, cliquer sur les boutons des entrées à activer (EA0 ici!).

◇ *Pour paramétrer l'acquisition* : Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition. On choisira :

▷ Nombre de points : 10 000 ;

▷ Acquisition temporelle ;

① Durée totale d'acquisition  $T_{\text{acq tot}}$  à choisir. Justifier ce choix succinctement.

\_\_\_\_\_ **Réponse** \_\_\_\_\_  
 solu

▷ Fin des réglages, vous êtes prêt-e à faire vos enregistrements.

◇ Lancer l'acquisition en cliquant sur 

Tracer le spectre :

1) Aller dans traitements → calculs spécifiques → analyse de Fourier.

2) Accéder à la liste des courbes grâce à 

3) Glisser la courbe et cliquer sur calcul.

① Quelle est l'allure du spectre ? Observez-vous des harmoniques ?

\_\_\_\_\_ **Réponse** \_\_\_\_\_  
 solu

② En cliquant droit sur le graphe, prendre la loupe + pour zoomer, plusieurs fois si nécessaire ou utiliser le calibrage. Relever la fréquence fondamentale grâce à la fonction réticule (toujours en cliquant droit sur le graphe) et la comparer à celle indiquée par le GBF. Commenter l'éventuelle différence.

\_\_\_\_\_ **Réponse** \_\_\_\_\_  
 solu

III/A) 2 Signaux triangulaires et carrés

### Expérience TP15.2 :

Changer la forme du signal délivré par le GBF en gardant la même fréquence fondamentale et recommencer le même protocole.

③ Quelle est l'allure de chacun des spectres (signal triangulaire et carré) ? Observez-vous des harmoniques ?

\_\_\_\_\_ **Réponse** \_\_\_\_\_  
 solu

- 4] Quelle est la particularité de ces deux spectres ? Quelles sont leurs différences ?

Réponse

solu



### III/B Étude du spectre obtenu en sortie du filtre de Rauch

On reprend le filtre de RAUCH de la semaine précédente afin de filtrer le signal carré :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{H_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Avec  $Q = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}}, \quad H_0 = -1 \quad \text{et} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}} \frac{1}{RC}$

Notre objectif est d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale triple**.

#### Expérience TP15.3 : Manipulation amplificateur

- 1) Connecter la borne +15 V du boîtier à la sortie +15 V d'un générateur de tension continue,
- 2) Connecter la borne -15 V du boîtier à la sortie -15 V du générateur
- 3) Connecter le point milieu du boîtier à la masse du générateur.



#### Attention TP15.1 : Attention

**À la fin de la séance, on coupe le signal du GBF avant les alimentations de l'amplificateur opérationnel qui doivent être coupées en dernier.**

- 4) Réalisez ensuite le montage en prenant  $C = 1 \text{ nF}$  (cavalier prêt à être connecté sur la boîte) et  $\alpha R$  avec une boîte de résistances variables.

On réalise le montage en prenant  $C = 1 \text{ nF}$  (cavalier prêt à être connecté sur la boîte) et  $\alpha R$  est une boîte de résistances variables. Le filtre a été fabriqué avec  $R = 100 \text{ k}\Omega$ .

On s'intéresse tout d'abord au cas où  $\alpha = 1$  : On prend donc  $\alpha R = 100 \text{ k}\Omega$ . On injecte à l'entrée du filtre un signal crête de fréquence fondamentale  $f_e$ .

- 5] Comment choisir  $f_e$  *a priori* afin d'obtenir à partir de ce signal un signal sinusoïdal de **fréquence fondamentale triple** ? Choisir cette fréquence sur le GBF.

Réponse

Il faut  $f_r = 3f_e$ , comme ça seule l'harmonique de rang 3 passe et les autres sont atténuées. Or, avec  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $f_r = f_0 = 11,3 \text{ kHz}$ , soit

$$f_e = 3,8 \text{ kHz}$$



#### Expérience TP15.4 :

Choisir une durée d'enregistrement telle que  $T_{\text{acq tot}} = 2T$ , ou une durée d'enregistrement très grande pour que l'analyse spectrale soit de bonne qualité. Faire l'analyse spectrale du signal à l'entrée et à la sortie du filtre.

- 6] Qu'observez-vous ? Quelle est l'allure du signal de sortie ?

Réponse

solu



#### Expérience TP15.5 :

Refaire le même protocole pour  $\alpha = 10^{-2}$  : on prend donc  $\alpha R = 1000 \Omega$ . On rappelle que la fréquence de résonance trouvée la semaine précédente dans ce cas est différente.

- 7] Quelle valeur faut-il alors choisir pour la fréquence fondamentale du créneau ? En déduire la valeur à donner à  $T_{\text{acq tot}}$ .

Réponse

De même mais avec  $f_0 = 1,5 \text{ kHz}$  :

$$\underline{f_e = 0,5 \text{ kHz}} \Leftrightarrow T_e = \frac{1}{f_e} = 2 \text{ ms} \Leftrightarrow \underline{T_{\text{acq tot}} = 2T_e = 4 \text{ ms}}$$



## IV Conclure

- 8] Comparez les deux spectres de sortie. Interprétez les différences obtenues. Quel filtre permet d'atteindre l'objectif que l'on s'est initialement fixé ?

Réponse

$\alpha = 1 \times 10^{-2}$  a une bien plus petite bande passante donc fonctionne bien mieux.

