

# Programme de Colle PSI

*Semaine 9 : du 20 au 24 novembre*

Tout exercice en magnétostatique, induction dans l'ARQS magnétique. A partir de mercredi, on pourra interroger sur des exercices portant sur les courants de Foucault et la puissance en régime sinusoïdal. Aucun exercice sur les milieux magnétiques.

La partie « **Champ magnétique en régime stationnaire** » introduit les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson comme des postulats de l'électromagnétisme. La conservation du flux du champ magnétique, traduction intégrale de l'équation de Maxwell-Thomson, est l'occasion de revenir sur les connaissances de première année. La loi de Biot et Savart et le potentiel vecteur sont hors programme. L'expression de la densité volumique d'énergie magnétique est établie sur le cas particulier d'une bobine longue, sa généralisation est admise. L'usage des distributions surfaciques de courant sont strictement limité à l'étude de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.4. Champ magnétique en régime stationnaire</b>	
Équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson.	Énoncer les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson en régime variable et en régime stationnaire
Conservation du flux magnétique.	Exploiter la conservation du flux magnétique et ses conséquences sur les lignes de champ magnétique.
Théorème d'Ampère.	Énoncer et appliquer le théorème d'Ampère. Établir l'expression du champ magnétique créé par un fil épais et infini, par un solénoïde infini en admettant que le champ extérieur est nul, et par une bobine torique.
Forces de Laplace.	Exprimer les forces de Laplace s'exerçant sur un conducteur filiforme et sur une distribution volumique de courant.

La partie « **Électromagnétisme dans l'ARQS** » étudie l'électromagnétisme en régime variable, principalement dans le cadre de l'ARQS magnétique, afin d'établir le lien avec le cours sur l'induction de première année. La notion de champ électromoteur est hors programme, la force électromotrice induite est calculée à l'aide de la loi de Faraday. Cette partie prépare également le cours sur la conversion de puissance en abordant les courants de Foucault et l'énergie magnétique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.5. Électromagnétisme dans l'ARQS</b>	
Courants de déplacement.	Établir la compatibilité des équations de Maxwell avec la conservation de la charge.
ARQS magnétique.	Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge dans l'ARQS en admettant que les courants de déplacement sont négligeables. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.

Énergie magnétique. Densité volumique d'énergie magnétique.	Exprimer l'énergie magnétique d'une bobine seule ou de deux bobines couplées en fonction des coefficients d'inductance et des intensités. Déterminer, à partir de l'expression de l'énergie magnétique, l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique dans le cas d'une bobine modélisée par un solénoïde long. Citer l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.
Couplage partiel, couplage parfait.	Établir, dans le cas de deux bobines couplées, l'inégalité $M^2 \leq L_1 L_2$ .
Induction.	Relier la circulation du champ électrique à la dérivée temporelle du flux magnétique.
Courants de Foucault.	Décrire la géométrie des courants de Foucault dans le cas d'un conducteur cylindrique soumis à un champ magnétique parallèle à son axe, uniforme et oscillant. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule en négligeant le champ propre et expliquer le rôle du feuilletage.
Actions subies par un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur.	Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle, de la résultante et du moment. Décrire qualitativement l'évolution d'un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur.
Magnéton de Bohr.	Établir l'expression du magnéton de Bohr dans le cadre du modèle de Bohr.
Aimantation d'un milieu magnétique.	Définir le champ d'aimantation d'un milieu magnétique.
Courants d'aimantation.	Associer à une distribution d'aimantation une densité volumique de courants liés équivalente, l'expression étant admise.
Vecteurs champ magnétique, excitation magnétique et aimantation. Équation de Maxwell-Ampère écrite avec le vecteur excitation magnétique.	Définir le vecteur excitation magnétique. Écrire l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique. Interpréter qualitativement que les sources de l'excitation magnétique sont les courants électriques libres, et que celles de champ magnétique sont les courants électriques libres et l'aimantation.
Milieu ferromagnétique.	Représenter l'allure des cycles d'hystérésis (excitation magnétique, aimantation) et (excitation magnétique, champ magnétique) d'un milieu ferromagnétique. Distinguer milieu dur et milieu doux ; citer des exemples de matériaux.  <b>Tracer le cycle d'hystérésis d'un milieu ferromagnétique.</b>
Milieu ferromagnétique doux.	Modéliser un milieu doux par une relation constitutive linéaire. Définir la perméabilité relative et donner un ordre de grandeur.

La partie « **Puissance électrique en régime sinusoïdal** » présente quelques résultats généraux relatifs à la puissance électrique en régime sinusoïdal. La représentation de Fresnel est introduite pour illustrer le facteur de puissance. La notion de puissance réactive est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5.1. Puissance électrique en régime sinusoïdal</b>	
Puissance moyenne, facteur de puissance. Représentation de Fresnel.	Définir le facteur de puissance, faire le lien avec la représentation des tensions et des courants sur un diagramme de Fresnel. Citer et exploiter la relation $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ .
Puissance moyenne absorbée par une impédance.	Citer et exploiter les relations : $P = \Re_e(\underline{Z}) I_{\text{eff}}^2$ et $P = \Re_e(\underline{Y}) U_{\text{eff}}^2$ . Justifier qu'un dipôle purement réactif n'absorbe aucune puissance en moyenne.

## I Questions de cours à choisir parmi celles-ci

### Equations de Maxwell dans l'ARQS

- Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère est incompatible avec l'équation de conservation de la charge en régime variable.

Donner alors, sans démonstration, les quatre équations de Maxwell en régime variable.

- Préciser en quoi consiste l'ARQS magnétique. On montrera que l'ARQS magnétique est vérifié s'il est possible de négliger les effets de propagation des champs. Que deviennent alors les quatre équations de Maxwell ?

Dire, en le justifiant, si l'ARQS magnétique est vérifié pour :

- Nos circuits en TP
- Le réseau électrique français
- Une carte mère d'ordinateur

- Déterminer le champ électrique induit par un champ magnétique sinusoïdal homogène d'axe  $\vec{u}_z$  dans un conducteur massif cylindrique d'axe  $\vec{u}_z$ , de rayon  $R$  et de conductivité  $\gamma$ .

Montrer que le champ magnétique propre induit par les courants de Foucault peut être négligé sous l'hypothèse où le rayon du conducteur est négligeable devant une longueur caractéristique  $\delta$  nommée épaisseur de peau (note aux colleurs : le facteur numérique  $\sqrt{2}$  apparaissant dans l'épaisseur de peau n'a pas été introduite, le raisonnement étant pour le moment en ordre de grandeur).

- Déterminer la puissance totale cédée aux porteurs de charge par le champ lorsqu'un conducteur massif cylindrique d'axe  $\vec{u}_z$ , de rayon  $R$  et de conductivité  $\gamma$  est traversé par un champ magnétique sinusoïdal homogène d'axe  $\vec{u}_z$  (L'expression du champ électrique étant alors fournie par l'examineur).

Montrer l'effet du feuilletage en  $N$  conducteurs. Quel est l'impact sur la puissance totale dissipée pour un même volume total de conducteur.

### Puissance électrique en régime sinusoïdal

1. Pour un signal  $T$ -périodique, rappeler l'expression générale de la décomposition en série de Fourier. Tracer le spectre en amplitude et en phase pour le signal

$$s(t) = 3 \cos(30t + \pi/3) + 4 \cos(100t - \pi/4)$$

Préciser la fréquence du fondamental pour un tel signal.

Quelle est la "partie" d'un signal temporel (périodique quelconque) modélisée par les composantes basses fréquences ? Quelle est la "partie" d'un signal temporel modélisée par les composantes hautes fréquences ?

2. Rappeler la définition de valeur moyenne et valeur efficace d'un signal temporel. Savoir déterminer ces valeurs pour un signal sinusoïdal.
3. Savoir exprimer l'impédance, la résistance et la réactance des trois dipôles usuels (résistor, bobine idéale et capacité idéale). En supposant la tension à phase à l'origine nulle, faire la représentation de Fresnel des amplitudes complexe de la tension et de l'intensité pour
- un dipôle purement résistif
  - un dipôle purement capacitif
  - un dipôle purement inductif
  - un dipôle à caractère capacitif
  - un dipôle à caractère inductif
4. Montrer que la puissance moyenne reçue par un dipôle  $\mathcal{D}$  peut s'écrire, en régime sinusoïdal :

$$\mathcal{P} = U_{eff} I_{eff} \cos(\varphi)$$

Avec  $\varphi$  le déphasage de  $i(t)$  par rapport à  $u(t)$ .

Expliciter cette puissance dans le cas des trois dipôles usuels (résistor, bobine idéale, capacité idéale).

5. Montrer que la puissance moyenne peut également s'écrire :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{u} \times \underline{i}^*) = I_{eff}^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}) = U_{eff}^2 \operatorname{Re}(\underline{Y})$$

6. (exercice long) Savoir refaire l'exercice suivant :

Une installation industrielle comporte en parallèle deux machines assimilées à des impédances inductives qui consomment respectivement les puissances  $P_1 = 2000 \text{ W}$  avec un facteur de puissance  $\cos \varphi_1 = 0,6$  et  $P_2 = 3000 \text{ W}$  avec un facteur de puissance  $\cos \varphi_2 = 0,7$ , en parallèle desquels sont branchées des lampes consommant au total une puissance  $P_L = 2000 \text{ W}$ . Les lampes sont assimilées à des résistances.

La tension aux bornes de l'installation est sinusoïdale de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  et sa valeur efficace est  $230 \text{ V}$ .

**1.** Calculer le facteur de puissance et la valeur efficace du courant consommé par l'installation complète et commenter le résultat obtenu.

**2.** Proposer une solution qui permet de réduire les pertes en lignes, puis faire l'étude du nouveau dispositif et commenter.

## Milieux ferromagnétiques

1. Soit  $\vec{M}$  un moment magnétique soumis à un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$ . Rappeler les expressions de 1) l'énergie potentielle d'interaction, 2) la force exercée sur un moment magnétique et 3) le couple exercé sur un moment magnétique. Montrer alors qu'un moment magnétique a tendance à s'orienter dans la direction du champ magnétique et à se diriger vers les zones de champs forts.
2. Dans le modèle semi-classique de Bohr, en supposant la quantification du moment cinétique, montrer que l'atome d'hydrogène a un moment magnétique quantifié. On introduira le quantum de moment magnétique (magnéton de Bohr) et on précisera son expression en fonction des constantes fondamentales de la physique.
3. Introduire l'aimantation volumique et donner sans démonstration l'expression du vecteur densité de courant lié en fonction de l'aimantation volumique. Montrer qu'alors, dans l'ARQS magnétique, l'équation de Maxwell-Ampère peut se réécrire simplement en introduisant l'excitation magnétique. En déduire le théorème d'Ampère pour les milieux magnétiques.
4. Présenter les courbes  $M = f(H)$  et  $B = f(H)$  pour un milieu magnétique quelconque. Commenter avec précision la courbe obtenue. Vous ferez qualitativement le lien entre l'allure de la courbe et le comportement microscopique des moments magnétiques dans la matière. Vous mettrez en évidence l'existence de saturation, de champs rémanents et d'une excitation coercitive.

# Programme spécifique 5/2

**Mécanique du point matériel : approche énergétique, moment cinétique, forces centrales, particules chargées.**

Questions de cours possibles :

## Energétique

1. Définir la puissance d'une force, son travail élémentaire ainsi que son travail sur un chemin  $\mathcal{C}$  entre  $A$  et  $B$ .
2. Savoir énoncer et démontrer le théorème de la puissance cinétique et de l'énergie cinétique.
3. Savoir énoncer et démontrer les théorèmes de l'énergie mécanique et de la puissance mécanique.
4. Savoir retrouver les expressions des énergies potentielles usuelles (poids, rappel élastique, forces newtoniennes en  $K/r^2$ ).
5. Retrouver par le TPC l'équation différentielle sur  $\theta$  pour le pendule simple non amorti.
6. Pour un problème à un degré de liberté, savoir discuter le mouvement d'une particule en comparant son profil d'énergie potentielle et son énergie mécanique ; Etat lié ou de diffusion. Expliquer l'obtention des positions d'équilibre et leur stabilité sur un graphique  $E_p$  en fonction du degré de liberté du problème. Traduire l'équilibre et sa stabilité en terme de conditions sur la dérivée première et seconde de l'énergie potentielle en fonction du degré de liberté du problème.
7. Savoir réaliser l'approximation harmonique d'une cuvette de potentiel par développement limité. En déduire que tout système décrit par une énergie potentielle présentant un minimum local est assimilable à un oscillateur harmonique.

## Moment cinétique

1. Connaître la relation entre moment cinétique scalaire et moment d'inertie d'un solide. Retrouver ensuite l'expression du théorème du moment cinétique scalaire pour un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté (en supposant que le TMC est toujours applicable pour un solide sans démonstration supplémentaire). Connaître la propriété d'une liaison pivot parfaite.
2. Connaître l'expression de l'énergie cinétique d'un solide (en rotation autour d'un axe fixe ou en translation). Donner l'expression de la puissance des forces extérieures pour un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté. Énoncer le théorème de la puissance cinétique pour les solides.
3. Savoir refaire l'exemple du pendule pesant avec établissement de l'équation différentielle du mouvement grâce au théorème du moment cinétique scalaire pour un **solide** en rotation.
4. Savoir refaire l'exemple du pendule pesant grâce à une approche énergétique pour un **solide** en rotation.

## Forces centrales

1. Conservation du moment cinétique pour un champ de forces centrales et conséquences : planéité du mouvement et loi des aires.
2. Conservation de l'énergie mécanique pour un champ de forces centrales et savoir retrouver l'énergie potentielle effective. Savoir faire la discussion graphique quant à la nature du mouvement à partir de l'énergie potentielle effective (distinguer le cas des forces répulsive et attractive).
3. Savoir énoncer les 3 lois de Kepler et savoir traiter le cas particulier des satellites en orbite circulaire : mouvement uniforme, période ; 3ème loi de Kepler ; énergie mécanique.
4. Cas particulier des trajectoires elliptiques : connaître l'expression de l'énergie mécanique et les 3 lois de Kepler, identifier périégée et apogée, positionner l'astre attracteur, faire le lien entre  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  et  $a$ . Quelle est la spécificité de la vitesse à l'apogée et au périégée.