I/ 1) Le gaz est isolé thermiquᵗ, donc $Q=0$, et il n'y a pas de parties mobiles, donc $W=0$. Ainsi, avec le 1er ppe. $\Delta U = W+Q = 0$.

2) GP $\Rightarrow$ 1ère loi de Joule $\Rightarrow U(T)$. Or, $U=cte$, donc $T=cte$ et $\boxed{T_0 = T_F}$

3) On a toujours $\Delta U = 0$, soit

$$\frac{3}{2}nRT_F - \frac{n^2a}{V_F} = \frac{3}{2}nRT_0 - \frac{n^2a}{V_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}nR(T_F-T_0) = n^2a\left(\frac{1}{V_F}-\frac{1}{V_0}\right) = n^2a\left(\frac{V_0-V_F}{V_FV_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{3}{2}\frac{nR}{n^2}(T_F-T_0)\times\frac{V_FV_0}{V_0-V_F}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a = \frac{3}{2}\frac{R(T_F-T_0)V_FV_0}{n(V_0-V_F)}}$$ avec $\begin{cases} R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1} \\ T_F-T_0 = -5{,}4\ K \\ V_0 = 1{,}0\ L \\ V_F = 2{,}0\ L \\ n = 1{,}0\ mol \end{cases}$

A.N. : $\boxed{a = 1{,}3.10^2\ J.L.mol^{-2}}$

II/ 1) On a $T_2 = T_0$, $V_2 = V_0$. Au départ, avec $PV=nRT$, on a $P_0V_1 = nRT_0$; à la fin, $P_2V_2 = nRT_0$; soit

$$P_0(V_0+V_p) = P_2V_0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_2 = P_0(1+\alpha)}$$ avec $\begin{cases} P_0 = 1\ bar \\ V_p = 2{,}0\ L \\ V_0 = 5{,}0\ L \end{cases}$

A.N. : $\boxed{P_2 = 1{,}4\ bar}$

2) Même état initial, m. état final après refroidissᵗ : $PV=nRT$ tjs. vrai, donc m. valeurs.

3) Travail isotherme : $W = -\int_{V_i}^{V_f} P_{ext}\,dV$, avec $P_{ext} = p = \frac{nRT_0}{V}$ et $T = cte$ donc $\Leftrightarrow W = -\int_{V_i}^{V_f} nRT_0 \frac{dV}{V}$

$\Leftrightarrow W = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_0}{V_0+V_p}\right)$ et $P_0(V_0+V_p) = nRT_0$

$\Leftrightarrow \boxed{W = P_0(V_0+V_p)\ln(1+\alpha)} = 235\ J$

4) a- Chgt brutal $\Rightarrow$ suffisamment rapide pour négliger les transferts thermiques, soit $Q = 0$. On a tjs. $p = p_{ext}$.

b- GP adiabatique réversible $\Rightarrow PV^{\gamma} = cte \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = cte$

Soit $T_1' V_1'^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_1' = T_0\left(\frac{V_0+V_p}{V_0}\right)^{\gamma-1}$

$\Leftrightarrow \boxed{T_1' = T_0(1+\alpha)^{\gamma-1}}$ avec $T_0 = 300\ K$, $\alpha = 0{,}4$, $\gamma = 1{,}4$

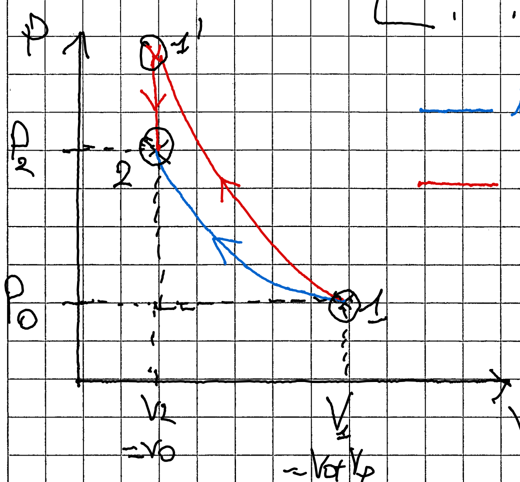
A.N : $\boxed{T_1' = 343\ K}$

c- $1' \to 2$ isochore, donc $W_{1'2} = 0$: on cherche $W_{11'}$. Or, $Q_{11'} = 0$ donc $\Delta U_{11'} = W_{11'}$. De plus, $\Delta U_{11'} = C_v(T_1' - T_0)$ et $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$.

Or, $P_0(V_0+V_p) = nRT_0$, soit $nR = \frac{P_0(V_0+V_p)}{T_0}$: ainsi,

$W_{11'} = \frac{P_0}{T_0}\frac{(V_0+V_p)}{\gamma-1}(T_1'-T_0) = 251\ J$.

5)



—— isotherme, lent

—— adiabatique, brutal + isochore $\Rightarrow$ aire $\oplus$ grde, $W >$.

Servir à être plus rapide. Dépend de la situa° ?

III/1) a- Isobare $\Rightarrow \Delta H = Q$: pas d'échange avec l'extérieur $\Rightarrow Q = 0$

$$\boxed{\Delta H = 0}$$

b- $\Delta H = \Delta H_{eau\ froide} + \Delta H_{eau\ chaude} + \Delta H_{calo}$

$\Leftrightarrow 0 = mc(T_0 - T_f) + mc(T_1 - T_f) + C(T_0 - T_f)$

$\Leftrightarrow \boxed{C = mc\left(\frac{T_1 - T_f}{T_0 - T_f} - 1\right)}$ avec $\begin{cases} m = 100\,g = 100.10^{-3}\,kg \\ T_1 = 353\,K \\ T_0 = 293\,K \\ T_f = 316{,}6\,K \\ c = 4{,}18\ kJ.K^{-1}.kg^{-1} \end{cases}$

A.N. : $\underline{C = 226\ J.K^{-1}}$.

c- $C = \mu c \Leftrightarrow \boxed{\mu = \frac{C}{c}}$ avec $\begin{cases} C = 226\ J.K^{-1} \\ c = 4{,}18.10^{3}\,J.kg^{-1}.K^{-1} \end{cases}$

A.N. : $\underline{\mu = 54\,g}$.

d- En réalité, $Q \neq 0$: $\boxed{T_f \xrightarrow[t \to \infty]{} T_0}$

2) a- $\Delta H = W_{autre} + Q = W_{géné}$. Or, $\mathcal{P} = \frac{W_{géné}}{\tau} \Leftrightarrow \underline{W_{géné} = \mathcal{P}.\tau}$.

De plus, $\Delta H = \Delta H_{eau} + \Delta H_{fer} + \Delta H_{calo}$

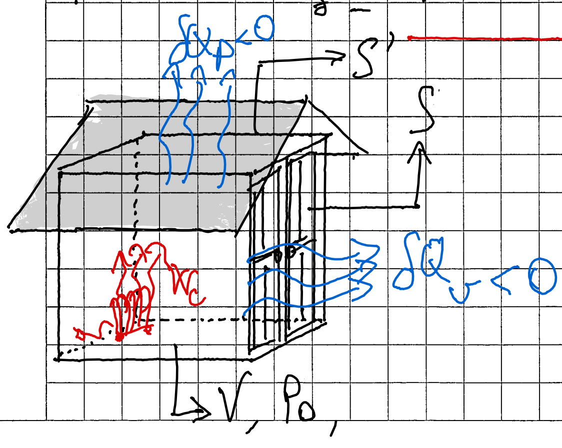
b- $\Leftrightarrow \mathcal{P}\tau = (T_f' - T_0)(mc + m_f c_f + C)$

$\Leftrightarrow m_f c_f = \frac{\mathcal{P}\tau}{T_f' - T_0} - mc - C$

$\Leftrightarrow \boxed{c_f = \frac{\mathcal{P}\tau}{m_f(T_f' - T_0)} - c\frac{m}{m_f} - \frac{C}{m_f}}$ avec $\begin{cases} \mathcal{P} = 350\,W = 350\,J.s^{-1} \\ \tau = 30\,s \\ m_f = 440.10^{-3}\,kg \\ m = 100.10^{-3}\,kg \\ c = 4{,}18.10^{3}\,J.K^{-1}.kg^{-1} \\ T_f' - T_0 = 14{,}8\,K \end{cases}$

c- A.N. : $\underline{c_f = 467\ J.K^{-1}.kg^{-1}}$

IV/



Les pertes thermiques par la vitre et le toit sont des pertes, donc correspondent à des $\delta Q < 0$ du point de vue du gaz.

$$P_0 = 1.10^5\ Pa$$
$$V = 45\ m^3$$
$$R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$$
$$T_{i,c} = 292\ K$$

1) $P_0 V = nRT_{i,c} \Leftrightarrow \boxed{n = \frac{P_0 V}{RT_{i,c}}}$ avec les valeurs ci-dessus.

A.N : $n = 2{,}9.10^3\ mol$

Par définition, $C_{v,m} = \frac{C_v}{n}$, donc $\boxed{C_v = nC_{v,m}}$ A.N : $C_v = 39\ kJ.K^{-1}$.

2) Le volume de la véranda étant fixé, il n'y a pas de $W_{pression}$.
Le radiateur compense les pertes si la température est constante, donc si $dU = C_v dT = 0$

Or, $dU = \delta W_{radia} + \delta Q = 0 \Leftrightarrow \delta W_{radia} = -(\delta Q_p + \delta Q_v)$

Une puissance est une énergie / travail divisée par un temps ($1\ W = 1\ J.s^{-1}$)

On a donc $\mathcal{P}_c = \frac{\delta W}{dt}$ et, comme $\delta Q_p < 0$, $\begin{cases} \delta Q_p = -\mathcal{P}_p . dt \\ \delta Q_v = -\mathcal{P}_v . dt \end{cases}$

Ainsi, $(1) \Leftrightarrow \mathcal{P}_c dt = (\mathcal{P}_p + \mathcal{P}_v) dt$

$$\Leftrightarrow \mathcal{P}_c = \mathcal{P}_p + \mathcal{P}_v$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathcal{P}_c = (g_v S + g_p S')(T_{i,c} - T_e)}$$

Remarque : les expre° de $\mathcal{P}_v$ et $\mathcal{P}_p$ montrent qu'il n'y a pas de fuite si $T_i = T_e$, logique, et $\mathcal{P}_v$ et $\mathcal{P}_p$ $\propto$ (proportionnels à) S et S', logique.

A.N : $\mathcal{P}_c = 86.10^2\ W$

3) $t = 0 \Rightarrow$ arrêt du chauffage ; $t_1 \Rightarrow$ retour ds. la véranda

a- Ici aussi, $dV = 0$ donc $\delta W_{pre°} = 0$: il n'y a que les pertes thermiques, $dU = \delta Q \Leftrightarrow C_v dT_i = -(\mathcal{P}_v + \mathcal{P}_p) dt$.

$$\Leftrightarrow C_v \frac{dT_i}{dt} = -(g_v S(T_i - T_e) + g_p S'(T_i - T_e))$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT_i}{dt} + \frac{(g_v S + g_p S')}{C_v} T_i = \frac{g_v S + g_p S'}{C_v} T_e$$

On reconnaît une éq°. diff. linéaire d'ordre 1, où on fait apparaître un temps caractéristique :

$$\boxed{\frac{dT_i}{dt} + \frac{T_i}{\tau} = \frac{T_e}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \frac{C_v}{g_v S + g_p S'}}$$

A.N. : $\tau = 4{,}0 \cdot 10^2\ s$.

b- Sol°. particulière : $T_{i,p} = T_e$

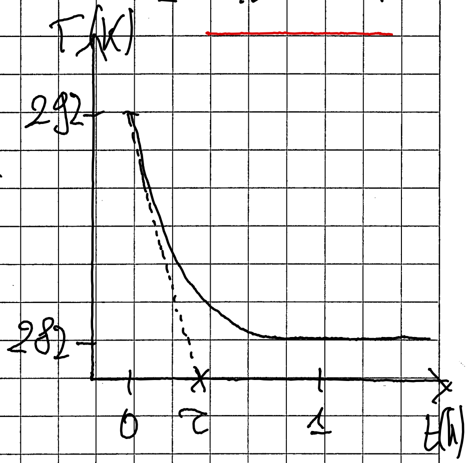
Sol°. homogène : $T_{i,h} = K e^{-t/\tau}$

Sol°. totale : $T_i = T_e + K e^{-t/\tau}$

Condi°. initiale : $T_i(0) = T_{i,c}$

$\Leftrightarrow T_{i,c} = T_e + K$

$\Leftrightarrow K = T_{i,c} - T_e$



Ainsi, $\boxed{T_i(t) = T_e + (T_{i,c} - T_e) e^{-t/\tau}}$

On a bien une exponentielle décroissante, avec $\tau = 400\ s$. On sait donc qu'à $t = 5\tau$, on aura $T_i \simeq T_e$; soit pour $t = 2000\ s$. Comme $t_1 = 3h = 10800\ s$, on aura bien évid^t. perdu toute la température de la pièce pour revenir à la température extérieure.

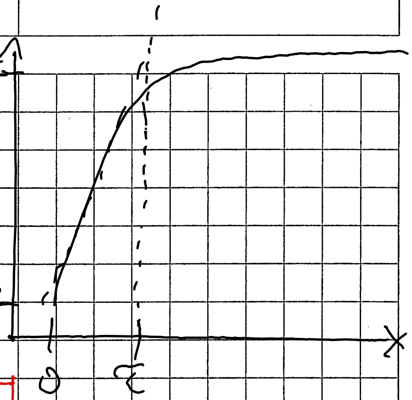
4) On rallume le chauffage : $dU = \delta W_{radia,m} + \delta Q$

$$\Leftrightarrow \frac{dT_i}{dt} + \frac{T_i}{\tau} = \frac{T_e}{\tau} + \frac{P_{c,m}}{C_v}.$$

En prenant $t=0$ / on rallume le radiateur à $P_{c,max}$, on résout : sol°. part : $T_{i,p} = T_e + \frac{\tau}{C_v} P_{c,m}$

Sol. homogène : $T_{i,h} = K' e^{-t/\tau}$

Sol. totale : $T_i = T_e + \frac{\tau}{C_v}\mathcal{P}_{c,m} + K' e^{-t/\tau}$



C.I. : $T_i(0) = T_e$

$\Leftrightarrow K' + \frac{\tau}{C_v}\mathcal{P}_{c,m} = 0 \Leftrightarrow K' = -\frac{\tau}{C_v}\mathcal{P}_{c,m}$.

Ainsi, $\boxed{T_i = T_e + \frac{\mathcal{P}_{c,m}}{g_v S + g_p S'}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

On retrouve bien une exponentielle croissante. On trouve t_2 tel que $T_i(t_2) = T_{i,c}$

$\mathcal{P}_c = (g_v S + g_p S')(T_{i,c} - T_e)$

$\Leftrightarrow T_e + \frac{\mathcal{P}_{c,m}}{\mathcal{P}_c}(T_{i,c} - T_e)\left(1 - e^{-t_2/\tau}\right) = T_{i,c}$

$\Leftrightarrow \frac{\mathcal{P}_{c,m}}{\mathcal{P}_c}(T_{i,c} \cancel{-} T_e)\left(1 - e^{-t_2/\tau}\right) = T_{i,c} \cancel{-} T_e$

$\Leftrightarrow 1 - e^{-t_2/\tau} = \frac{\mathcal{P}_c}{\mathcal{P}_{c,m}}$

$\Leftrightarrow e^{-t_2/\tau} = 1 - \frac{\mathcal{P}_c}{\mathcal{P}_{c,m}}$

$\Leftrightarrow -\frac{t_2}{\tau} = \ln\left(\frac{\mathcal{P}_{c,m} - \mathcal{P}_c}{\mathcal{P}_{c,m}}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{t_2 = \tau \ln\left(\frac{\mathcal{P}_{c,m}}{\mathcal{P}_{c,m} - \mathcal{P}_c}\right)}$

A.N. : $t_2 = 2{,}3 \cdot 10^2$ s

$\approx$ 3 min 50 s.