#### Correction du DS

## /24 E1 Circuit de résistances

/5 1 Des résistances sont en série si elles **partagent une borne** 1 qui **n'est pas un nœud** 1. Elles sont en parallèle si elles **partagent leurs deux bornes** 1.

Dans ce circuit, on a  $R_1$  et  $R_2$  en série ①, et  $R_3$  et  $R_5$  en parallèle ①.

/4  $\boxed{2}$  On commence par l'association série entre  $R_1$  et  $R_2$ , qu'on appelle  $R_{\rm eq,1}=2R$   $\boxed{1}$ . Celle-ci est en parallèle avec  $R_4$ . Ainsi,

$$\frac{1}{R_{AB}} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{\text{eq},1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$\Leftrightarrow R_{AB} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{2R}{3}$$

① pour un schéma.

/6 | 4

/4  $\boxed{3}$   $R_{BC}$  est l'assocation en parallèle de  $R_5$  et  $R_3$ . D'après ce qui précède, on obtient alors

$$R_{BC} = \frac{R^2}{2R} \Leftrightarrow \boxed{R_{BC} = \frac{1}{2}}$$

Enfin,  $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}$ , soit

$$R_{AC} = \frac{1}{6}R$$

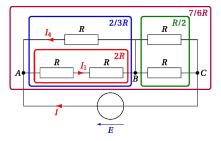
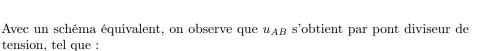


FIGURE 2.1 -(1)+(1)



$$u_{AB} = \frac{1}{R_{AB}} \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC}} E = \frac{1}{7} E$$

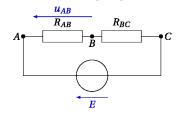


FIGURE 2.2 – (1)

Pour  $u_{CB}$ , en faisant attention au sens de la flèche, on obtient

$$u_{CB} \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}} E \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{3}{7} E$$

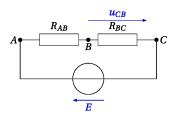


FIGURE 2.3 – (1)

5 5 Avec un pont diviseur de courant, on obtient aisément :

$$I_1 = \frac{1}{2R} I = \frac{1}{3} I$$

De même, en faisant attention au signe :

$$I_4 \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{R_{AB}}{R} I \stackrel{\textcircled{1}}{=} - \frac{2}{3} I$$

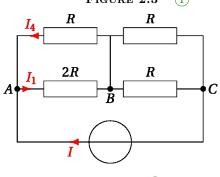


FIGURE 2.4 – (1)



## Alimentation d'un train

### Alimentation par une seule sous-station

/3 1 Par la loi des mailles et le loi d'Ohm : 
$$u = E - (\rho_r + \rho_c)xi$$

Pour un dipôle à caractère récepteur, la puissance reçue est positive. (1)

2 La puissance reçue par la motrice est P = ui (u et i en convention récepteur).

$$u = E - (\rho_r + \rho_c)xP/u \quad \Leftrightarrow \quad u^2 = Eu - (\rho_r + \rho_c)xP \quad \Leftrightarrow \quad u^2 - Eu + (\rho_c + \rho_r)xP = 0$$

3 Les solutions sont réelles si le discriminant est positif ou nul.

$$\Delta = E^2 - 4(\rho_r + \rho_c)xP \ge 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2}}$$

Physiquement, quand x augmente, u décroit. Comme  $\Delta$  diminue quand x augmente (on rappelle que P > 0), alors la seule solution physiquement acceptable est  $u = \frac{(1)E + \sqrt{\Delta}}{2}$ 

Comme  $0 \le \Delta \le E^2$ , on en déduit  $E/2 \le u \le E$ . ①



Remarque Pour  $x \to 0$ ,  $\Delta \to E^2$ , physiquement u est maximale, donc  $u_{max} = E$ . La solution  $u = (E - \sqrt{\Delta})/2 = 0$  n'est pas physiquement acceptable, car cela impliquerait  $i \to +\infty$  pour avoir P = ui = cste.

/4 | 4 |  $x_{\text{max}}$  vérifie  $\Delta = 0$ :

$$\boxed{x_{\text{max}} = \frac{E^2}{4(\rho_c + \rho_r)P}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_{\text{min}} = E/2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = 1.5 \times 10^3 \, \text{V} \\ \rho_c = 30 \, \mu\Omega \cdot \text{m}^{-1} \\ \rho_r = 20 \, \mu\Omega \cdot \text{m}^{-1} \\ P = 1.5 \, \text{MW} \end{cases}}$$

A.N. : 
$$x_{\text{max}} = 7.5 \,\text{km}$$
 et  $u_{\text{min}} = 750 \,\text{V}$ 

### Transformation Thévenin/Norton

$$u_{th} = e_{th} - r_{th}i_{th}$$

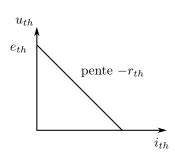
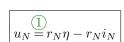
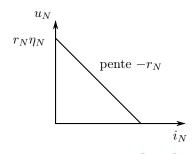


FIGURE 2.5 -(1) + (1)

/36





**FIGURE 2.6** -(1)+(1)

7 Il y a équivalence si les caractéristiques des deux dipôles sont les mêmes, donc  $r_N = r_{th}$  et  $\eta = e_{th}/r_{th}$ 

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1$$

### Alimentation par plusieurs sous-stations

$$1) R_{c1} = \rho_c x$$

2) 
$$R_{c2} = \rho_c(L - x)$$
 3)  $R_{r1} = \rho_r x$ 

$$3) R_{r1} = \rho_r x$$

4) 
$$R_{r2} = \rho_r(L-x)$$

$$/6$$
 9

$$R_1 \stackrel{\text{1}}{=} R_{c1} + R_{r1} \stackrel{\text{1}}{=} (\rho_c + \rho_r) x$$

$$\bigcirc$$

$$\boxed{ \eta_1 \overset{\textcircled{1}}{=} E/R_1 \overset{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{(\rho_c + \rho_r)x}}$$

$$R_2 = R_{c2} + R_{r2} = (\rho_c + \rho_r)(L - x)$$

$$\begin{bmatrix}
R_1 = R_{c1} + R_{r1} = (\rho_c + \rho_r)x
\end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix}
1 \\
\eta_1 = E/R_1 = E/R_1 = E/R_1
\end{bmatrix} = E \\
R_2 = R_{c2} + R_{r2} = (\rho_c + \rho_r)(L - x)
\end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix}
1 \\
\eta_1 = E/R_1 = E/R_1
\end{bmatrix} = E \\
\hline
\eta_2 = E/R_2 = E/R_2 = E/R_1$$

/7 | 10 | Par association en parallèle de générateurs de Norton :

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 = \frac{E}{(\rho_c + \rho_r)} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{L - x} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\eta_3 = \frac{EL}{(\rho_c + \rho_r)x(L - x)}}$$

Par association en parralèle des résistances  $R_1$  et  $R_2$ :

$$\frac{1}{R_3} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow \boxed{R_3 \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{(\rho_c + \rho_r)x(L - x)}{L}}$$

Transformation Thévenin/Norton :  $E' = R_3 \eta_3 = E$  ;  $R_4 = R_3 = \frac{(\rho_c + \rho_r)x(L-x)}{L}$ 

/2 11 On remplace E par E' et  $(\rho_c + \rho_r)x$  par  $R_4$ :  $u'^2 - Eu' + P(\rho_c + \rho_r)x(1 - x/L) = 0$ 

$$u'^{2} - Eu' + P(\rho_{c} + \rho_{r})x(1 - x/L) = 0$$

/4 12 u' admet des solutions réelles si  $\Delta = E^2 - 4P(\rho_c + \rho_r)x(L-x)/L \ge 0$ . On a alors

$$u' = \frac{1}{2} \underbrace{E \pm \sqrt{\Delta}}_{2} \in [E/2, E]$$

Ainsi u' est minimale quand  $\Delta = 0$ , soit  $x^2 - xL + \frac{LE^2}{4P(\rho_c + \rho_r)} = 0$ 

/2 13 On remplace  $x_{\text{max}} = L/2$  dans l'équation précédente :  $L = \frac{1}{E^2} \frac{E^2}{(\rho_c + \rho_r)P}$  soit L = 30 km

$$: L = \frac{E^2}{(\rho_c + \rho_r)P}$$

# P2 | Étude d'une lampe de secours rechargeable (D'après CCINP TSI 2022)

1 Avec une loi des mailles :

$$\begin{array}{c} u_C(t) - Ri(t) \overset{\textcircled{1}}{=} 0 \\ \Leftrightarrow u_C(t) + RC \dfrac{\mathrm{d} u_C}{\mathrm{d} t} \overset{\textcircled{1}}{=} 0 \\ \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{d} u_C}{\mathrm{d} t} + \dfrac{u_C(t)}{\tau} \overset{\textcircled{1}}{=} 0 \end{array} \end{array} \right) \text{RCT convention générateur}$$

On résout en injectant la forme générique  $u_C(t) = Ke^{rt}$  :

$$\begin{aligned} r \cdot K e^{rt} + \frac{K e^{rt}}{\tau} &= 0 \\ \Leftrightarrow r &= -\frac{1}{\tau} \end{aligned}$$

Donc la forme générale de  $u_C(t) = Ke^{-t/\tau}$ . Or,  $u_C(0^-) = U_0 = u_C(0^+)$  par continuité de la tension aux bornes de C ①. Cela donne donc  $U_0 = K$  ①, et ainsi

$$u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}$$

/3 2 La décharge d'un condensateur s'accomplit à  $t_{99} \approx 5\tau = 5RC$  1. Ainsi,

$$5\tau = t_{99} \Leftrightarrow RC = \frac{t_{99}}{5} \Leftrightarrow \boxed{R = \frac{1}{5C}} \text{ avec } \begin{cases} t_{99} = 20 \text{ minutes} = 240 \text{ s} \\ C = 10 \text{ F} \end{cases}$$

$$A.N. : \underbrace{R = 24 \Omega}_{}$$

- /4 3 Avec  $R_f \to \infty$  1, on a un interrupteur ouvert 1, et avec  $R_s = 0$  1 on a un fil 1, ce qui correspond bien à une capacité idéale seule.
- /14 4  $\diamond$  Lorsque la DEL est bloquée, on a i = 0 1 et c'est donc un **interrupteur ouvert** 1.
  - ♦ Lorsqu'elle est passante, on a une caractéristique affine, d'équation

$$\underbrace{1}_{i=au_d+b}$$

 $\triangleright$  a est le coefficient directeur :

$$\boxed{a = \frac{i_{\max} - i_{\min}}{u_{d,\max} - u_{d,\lim}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{\max} = 250 \, \text{mA} \\ = 0,250 \, \text{A} \\ i_{\min} = 0 \\ u_{d,\max} = 2,8 \, \text{V} \\ u_{d,\lim} = 2,3 \, \text{V} \end{cases}$$

A.N. : 
$$a = 0.50 \,\text{S}$$

 $\triangleright$  b est l'ordonnée à l'origine, que l'on obtient en connaissant les coordonnées d'un point. Ici, pour le point limite de blocage, on a

$$\underbrace{i_{\lim}}_{=0} = au_{d,\lim} + b \Leftrightarrow \boxed{\underbrace{b = -au_{d,\lim}}_{b = -1,15 \text{ A}}}$$
A.N.:  $\underbrace{b = -1,15 \text{ A}}$ 

Pour la modéliser en générateur de Thévenin, il faut écrire sa caractéristique sous la forme  $u_d = ri + U_S$  (1); on l'isole de l'équation précédente puis on détermine a' et b' en fonction des données précédemment trouvées :

 $i = au_d + b \Leftrightarrow au_d = i - b \Leftrightarrow \boxed{u_d = \frac{1}{a}i + \frac{-b}{a}}$   $\text{donc} \qquad \boxed{r = \frac{1}{a} \quad \text{et} \quad \boxed{U_s = \frac{-b}{a}}}$   $\text{A.N.} : \underline{r = 2\Omega} \quad \text{et} \quad \underline{U_s = 2.3 \, \text{V}}$ 

D'où le schéma équivalent Figure 2.7.

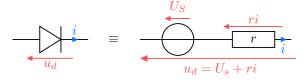
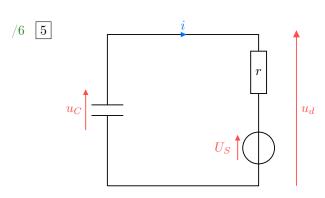


FIGURE 2.7 -(1)+(1)



 $\begin{array}{c} u_C - ri - U_S \stackrel{\textcircled{\scriptsize 1}}{=} 0 \\ & \Leftrightarrow u_C + rC \frac{\mathrm{d} u_C}{\mathrm{d} t} \stackrel{\textcircled{\scriptsize 1}}{=} U_S \\ & \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d} u_C}{\mathrm{d} t} + \frac{u_C(t)}{\tau'} \stackrel{\textcircled{\scriptsize 1}}{=} \frac{U_S}{\tau'} \end{array} \end{array} \right) \text{RCT C conv. géné.}$ 

/8 6

On trouve comme précédemment une solution homogène de la forme  $u_{C,h}(t) = B \mathrm{e}^{-t/\tau'}$  ①. La solution particulière constante donne  $u_{C,p}(t) = U_S$  ①. D'où la solution générale totale :

$$u_C(t) = u_{C,h}(t) + u_{C,p} = Be^{-t/\tau'} + U_S$$

On a toujours  $u_C(0) = U_0$ , soit ici

$$U_0 = B + U_S \Leftrightarrow \boxed{B = U_0 - U_S}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) = U_S + (U_0 - U_S)e^{-t/\tau'}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau' = rC}$$

/7 7

Avec la RCT de C en convention générateur :

$$i \stackrel{\text{1}}{=} -C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow i = -C \left( -\frac{1}{\tau'} \right) (U_0 - U_S) \mathrm{e}^{-t/\tau'}$$
$$\Leftrightarrow i(t) \stackrel{\text{1}}{=} \frac{U_0 - U_S}{r} \mathrm{e}^{-t/\tau'}$$

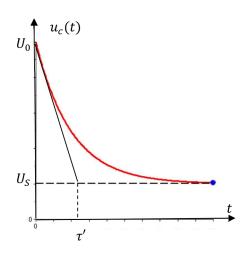


FIGURE 2.9 -(1)+(1)+(1)

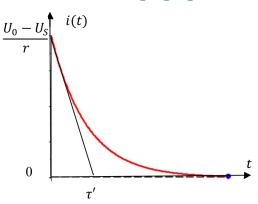


FIGURE 2.10 -(1)+(1)+(1)

/6 8 On remarque que  $u_{C,\text{max}}=U_0=3.3\,\mathrm{V}$  1 et que  $i_{\text{max}}=\frac{U_0-U_S}{r}=0.5\,\mathrm{A}$ . 1

Or, d'après le Tableau donné,  $i_{\rm max}=250\,{\rm mA}$  (1) et  $u_{c,{\rm max}}=2.8\,{\rm V}.$  (1)

Ainsi, il faut restreindre la charge initiale du condensateur en **secouant moins longtemps** 1 ( $\approx 20\,\mathrm{s}$ ). On peut aussi **ajouter une résistance en série** 1 avec la DEL pour diviser la valeur initiale de l'intensité.

/7  $\boxed{9}$  D'après l'énoncé, la lampe éclaire tant que  $u_d > U_s + 0.1 \, \mathrm{V} \, \boxed{1}$ ; or, d'après le schéma de la question  $\boxed{5}$ ,  $u_d = u_C \, \boxed{1}$ . La condition d'éclairage est donc

$$\begin{split} \mathcal{V}_S + (U_0 - U_S) \mathrm{e}^{-t/\tau'} &> \mathcal{V}_S + 0.1 \, \mathrm{V} \\ \Rightarrow (U_0 - U_S) \mathrm{e}^{-T/\tau'} &= 0.1 \, \mathrm{V} \\ \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-T/\tau'} &= \frac{0.1 \, \mathrm{V}}{U_0 - U_S} \\ \Leftrightarrow \frac{-T}{\tau'} &= \ln \frac{0.1 \, \mathrm{V}}{U_0 - U_S} \\ \Leftrightarrow T &= \tau' \ln \frac{U_0 - U_S}{0.1 \, \mathrm{V}} \end{split} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \tau' = rC \\ r = 2 \, \Omega \\ C = 10 \, \mathrm{F} \\ U_0 - U_S = 1.0 \, \mathrm{V} \end{cases} \end{split}$$

On est très loin des 20 minutes annoncée !  $\bigcirc$ 

/3 10 On a

$$\mathcal{E}_{C}(t) = \frac{1}{2}Cu_{C}(t)^{2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{C,i} = \frac{1}{2}CU_{0}^{2} \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{C,f} = \frac{1}{2}CU_{f}^{2}$$

$$\Rightarrow p = 100 \times \frac{\mathcal{E}_{C,f}}{\mathcal{E}_{c,i}} \Leftrightarrow \boxed{p = 100 \times \frac{U_{f}^{2}}{U_{0}^{2}}}$$

# /65 P3 Guirlandes électriques

#### III/A Système de base

- /6 2 Le circuit est équivalent à :

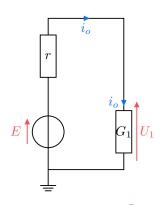


FIGURE 2.11 – (1)

La loi des mailles donne :

$$E = i_0(r+R) \Rightarrow \boxed{i_0 = \frac{1}{r+R}}$$

Or, d'après la loi d'Ohm,  $U_1 = Ri_0$  ①.

D'où la puissance reçue par  ${\cal G}_1$  :

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,o} = i_o U_1 = R \left(\frac{E}{r+R}\right)^2}$$

/5 3 Les deux guirlandes sont en dérivation.

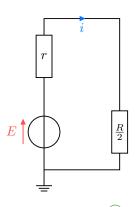


FIGURE 2.12 – (1)

On peut les remplacer par une résistance équivalente :

$$\frac{1}{R_{\rm eq}} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Leftrightarrow \boxed{R_{\rm eq} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{R}{2}}$$

La loi des mailles donne :

$$E = i_f \left( r + \frac{R}{2} \right) \Rightarrow i_f = \frac{E}{r + \frac{R}{2}}$$

/3 4 Pour  $i_{k,f}$  découlant de  $i_f$ , avec  $R_{eq}$  la résistance équivalente en parallèle et  $R_k$  la résistance dans la branche, on a

$$i_{k,f} = \frac{R_{\text{eq}}}{R_k} i_f \quad \text{soit} \quad i_{k,f} = \frac{R/2}{R} i_f$$

$$i_{1,f} = \frac{E}{2r+R} = i_{2,f}$$

d'où

- 1 pour un schéma.
- /2  $\boxed{5}$  On a simplement

$$\mathcal{P}_{k,f} = Ri_{k,f} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{1,f} = \mathcal{P}_{2,f} = R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2}$$

/3 | 6 | On a :

$$\mathcal{P}_{1,o} = R\left(\frac{E}{r+R}\right)^2 \stackrel{\text{(1)}}{\neq} \mathcal{P}_{1,f} = R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2$$

La guirlande 1 va donc se mettre à clignoter ①, puisque la puissance lumineuse qu'elle émet varie périodiquement. Ce montage ne satisfait donc pas le cahier des charges. ①

7 Pour limiter cet effet, il faut que  $r \ll R$  1. Dans ce cas, on peut négliger r devant R, et il vient

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,o} \approx \mathcal{P}_{1,f} \overset{\textcircled{1}}{\approx} R \left(\frac{E}{R}\right)^2}$$

Ce n'est pas le cas avec les valeurs données dans l'énoncé. (1)

## Système amélioré

- En régime stationnaire, la bobine est équivalente à un fil électrique (1). Le montage est donc équivalent à celui de la partie précédente. (1)
- Puisque le montge est équivalent à celui de la partie précédente, on sait que :

$$i_1\left(\frac{T}{2}\right) \stackrel{\text{(1)}}{=} \frac{E}{r+R}$$

Or, le courant traversant une bobine est continu (1), soit

$$i_1\left(\frac{T}{2}\right) = i_1\left(\frac{T}{2}\right) \stackrel{\text{(1)}}{=} \frac{E}{r+R}$$

/5 10 L'interrupteur étant ouvert, on a :

$$i_2\left(\frac{T}{2}\right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} 0$$

Une fois l'interrupteur fermé, la loi des mailles à  $t = \frac{T}{2}^+$  donne :

$$E \stackrel{\textcircled{1}}{=} ri + Ri_2 \left(\frac{T}{2}^+\right)$$

$$\Leftrightarrow E = r \left(i_1 \left(\frac{T}{2}^+\right) + i_2 \left(\frac{T}{2}^+\right)\right) + Ri_2 \left(\frac{T}{2}^+\right)$$

$$\Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T}{2}^+\right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E - ri_1 \left(\frac{T}{2}^+\right)}{r + R}$$

$$\Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T}{2}^+\right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E - r \left(\frac{E}{r + R}\right)}{r + R}$$

$$\Leftrightarrow i_2 \left(\frac{T}{2}^+\right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} E \frac{R}{(r + R)^2}$$
On simplifie

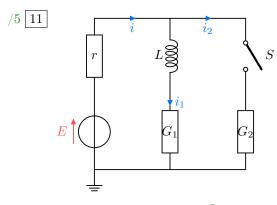
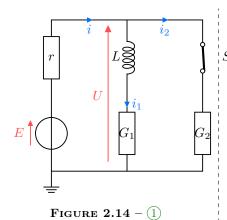


FIGURE 2.13 - (1)

Loi des mailles :

Lor des mailles : 
$$E \stackrel{\text{$\stackrel{\frown}{=}$}}{=} r_1 i + u_L + R i_1 \\ \Leftrightarrow L \frac{\mathrm{d} i_1}{\mathrm{d} t} + (r+R) i_1 = E \\ \Leftrightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d} i_1}{\mathrm{d} t} + \frac{i_1(t)}{\tau_o} \stackrel{\frown}{=} \frac{E}{L}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau_o \stackrel{\frown}{=} \frac{L}{r+R}} \quad \text{$\stackrel{\frown}{\sim}$ Canonique}$$

/8 12



Loi des mailles et loi des nœuds :  $% \left\{ 1,2,...,4,...,4,...\right\}$ 

$$E \stackrel{\text{①}}{=} r_1 i + R i_1 + L \frac{\mathrm{d} i_1}{\mathrm{d} t}$$

$$\Leftrightarrow E = r(i_1 + i_2) + R i_1 + L \frac{\mathrm{d} i_1}{\mathrm{d} t}$$

$$\downarrow i = i_1 + i_2$$

Or, avec les branches en parallèle,

$$Ri_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} Ri_1 + L \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \Rightarrow i_2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} i_1 + \frac{L}{R} \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

D'où en combinant :

$$E \stackrel{\textcircled{1}}{=} r \left( i_1 + i_1 + \frac{L}{R} \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \right) + Ri_1 + L \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\Leftrightarrow E = i_1(2r + R) + L \left( 1 + \frac{r}{R} \right) \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{i_1(t)}{\tau_f} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{E}{L \left( 1 + \frac{r}{R} \right)}$$
avec
$$\boxed{\tau_f \stackrel{\textcircled{1}}{=} L \left( 1 + \frac{r}{R} \right)}$$
Canonique

/7 13 La solution générale est la somme de la solution homogène et de la solution particulière ①. Or, pour la solution homogène, en injectant  $i_{1,h}(t) = Ae^{rt}$  ① on obtient :

$$r + \frac{1}{\tau_f} = 0 \Leftrightarrow \boxed{r = -\frac{1}{\tau_f}}$$
 soit  $i_{1,h}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_f}}$ 

De plus, avec  $i_{1,p}$  la solution particulière constante, on trouve

$$\frac{i_{1,p}}{\tau_f} = \frac{E}{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)} \Leftrightarrow i_{1,p} = E \frac{\cancel{L}\left(1 + \frac{r}{R}\right)}{(2r+R)\cancel{L}\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i_{1,p} = \frac{E}{2r+R}}$$

$$i_1(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_f}} + \frac{E}{2r+R}$$

Ainsi,

/2 14 Il s'agit de la bobine  $L_a$  (1), puisque la charge de la bobine a le temps de se faire entièrement. (1)

/5 15 Le temps  $\tau_f$  correspond au temps nécessaire pour réaliser 63% de la décharge de la bobine ①. À partir du point de bascule en  $t=1\,\mathrm{s},\,63\%$  de la décharge correspond à une intensité de 1,69 Å, ce qui s'atteint pour  $t_1=1,033\,\mathrm{s}$ ; ainsi,

$$\underline{\tau_f = 33 \,\text{ms}} \, \underline{1} \quad \text{et} \quad L_a = \underline{\tau_f} \frac{2r + R}{1 + \frac{r}{R}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r = 1 \,\Omega \\ R = 2 \,\Omega \end{cases} \quad \text{A.N.} \quad : \underline{L_a = 88 \,\text{mH}}$$

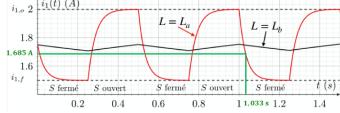


FIGURE 2.15 – (1)

On peut également réaliser une tangente au point de bascule, et trouver l'intersection avec l'asymptote  $i_1(t) = i_{1,f}$ .

/2 16 Le temps caractéristique du régime transitoire avec  $L_b$  est très supérieur devant celui avec  $L_a$  ①, d'où  $L_b \gg L_a$ . ①

/2 17 Il s'agit de  $L_b$ , ① car l'intensité  $i_1(t)$  ne varie presque pas ① (et il en va de même pous la tension U).