

TD application : oscillateurs en RSF



I Notation complexe

Écrire, sous forme complexe, les équations différentielles suivantes :

1)

$$\tau \frac{du}{dt} + u(t) = E_0 \sin \omega t$$

2)

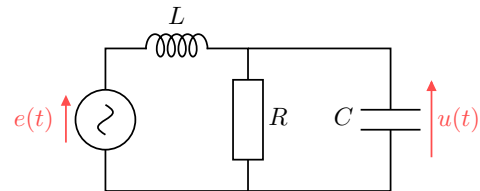
$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x(t) = F_0 \cos \omega t$$



II Condition de résonance

Le circuit ci-contre est alimenté par une source de tension sinusoïdale de f.é.m. $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $u(t)$ aux bornes du résistor et de la capacité montés en parallèle.

On pose : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

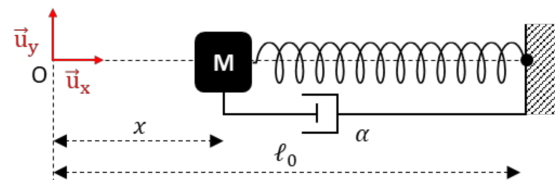


- 1) Établir l'expression du signal complexe \underline{u} associé à $u(t)$ en régime sinusoïdal forcé, en fonction de E_0 , x et ξ .
- 2) Étudier l'existence éventuelle d'une résonance pour la tension $u(t)$.



III Modélisation d'un haut-parleur

On modélise la partie mécanique d'un haut-parleur comme une masse m , se déplaçant horizontalement le long d'un axe (Ox) . Cette masse est reliée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k et subit une force de frottement fluide : $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$. Elle est par ailleurs soumise à une force $\vec{F}(t)$, imposée par le courant $i(t)$ entrant dans le haut-parleur, qui vaut : $\vec{F}(t) = K i(t) \vec{u}_x$ où K est une constante. On travaille dans le référentiel du laboratoire $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$. On suppose que le courant est de la forme $i(t) = I_m \cos(\omega t)$.

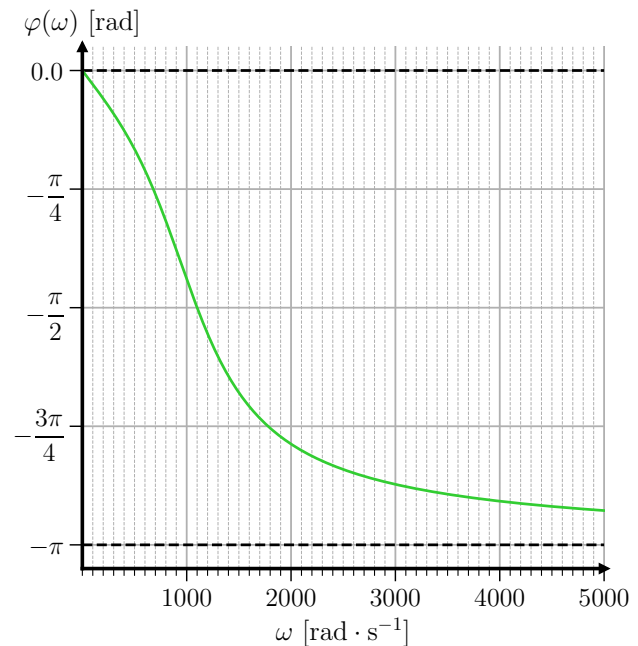
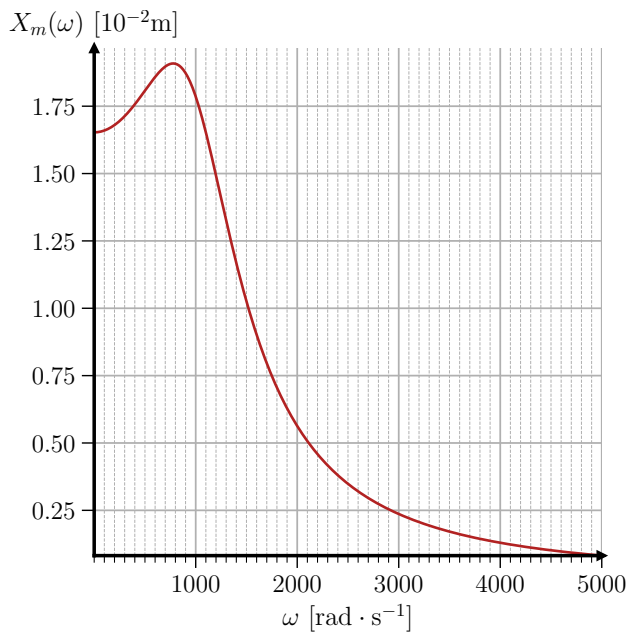


$m = 10 \text{ g}$, $K = 200 \text{ N} \cdot \text{A}^{-1}$ et $I_m = 1,0 \text{ A}$.

- 1) Écrire l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, la position de la masse m .
- 2) La mettre sous forme canonique et identifier les expressions de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q .
- 3) Justifier qu'en régime permanent : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$

- 4) On pose $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{j\omega t}$. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe \underline{X} .
- 5) Exprimer $X_m(\omega)$. Existe-t-il toujours une résonance ?

On a tracé ci-dessous les courbes de $X_m(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$.



- 6) Pour quelle pulsation le déplacement est-il en quadrature de phase avec la force excitatrice ? Déterminer alors graphiquement la pulsation propre ω_0 .

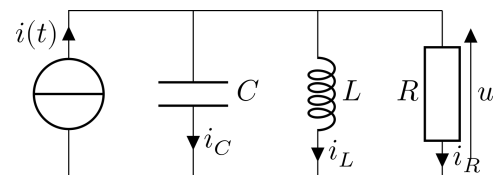


IV Résonance d'intensité dans un circuit RLC parallèle

L'antenne d'un émetteur radio peut être modélisée par un circuit électrique équivalent composé de l'association en parallèle d'une résistance R , d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C .

L'antenne est alimentée par une source idéale de courant dont l'intensité caractéristique varie de manière sinusoïdale dans le temps : $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

On s'intéresse à la manière dont l'amplitude de la tension $u(t)$ aux bornes de l'antenne, qui correspond au signal envoyé, dépend de ω .



- Déterminer l'impédance complexe de l'association des dipôles R, L et C .
- En déduire l'amplitude complexe \underline{U} de la tension u en fonction de ω , I_0 , R , L et C .
- Pour quelle pulsation l'amplitude réelle U de u prend-elle sa valeur maximale notée U_{\max} ? Conclure sur la fréquence à utiliser.
- Représenter le graphe donnant U en fonction de la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$ avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.
- Exprimer la largeur de la bande passante $\Delta\omega$.
- On se place dans le cas $R = 7\Omega$, $L = 1,2 \times 10^{-8} \text{ H}$ et $C = 2,3 \times 10^{-10} \text{ F}$. Calculer la valeur de l'acuité $A_c = \omega_0/\Delta\omega$ de la résonance. Interpréter sa dépendance en R .