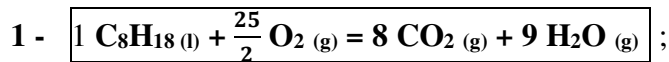


SUP MPSI3 Corrigé DS03 25 novembre 2022

EXERCICE 1 : Étude de la combustion de l'essence dans un moteur de Clio IV : (D'après Centrale Supélec MP 2014) (≈ 22 pts)



2 - Pour un tour de cycle, on admet $V_1 = 10^{-3} \text{ m}^3$ d'air ; $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$; $T_1 = 300 \text{ K}$.

✚ Pour O_2 gazeux : Loi de Dalton : $\boxed{P_i = X_i P_{\text{tot}} = \frac{n_i}{n_{\text{tot}}} P_1 = 0,2 P_1 ;}$

D'autre part : $P_i V = n_i R T$; Soit : $n_i = \frac{P_i V_1}{R T_1}$; Soit : $\boxed{n_{\text{O}_2} = \frac{0,2 P_1 V_1}{R T_1} ;}$

Attention aux unités !! P_1 en Pa ; V_1 en m^3 .

AN : $n_{\text{O}_2} = \frac{0,2 \times 10^5 \times 1.10^{-3}}{8,32 \times 300}$; On trouve : $\underline{n_{\text{O}_2} = 8.10^{-3} \text{ mol.}}$

✚ Pour l'octane liquide : $\boxed{n_{\text{oct}} = \frac{m_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} = \frac{\rho_{\text{oct}} V_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} ;}$

AN : $n_{\text{oct}} = \frac{700 \times 9,2.10^{-5}}{114}$; On trouve : $\underline{n_{\text{oct}} = 5,6.10^{-4} \text{ mol.}}$

Pour identifier le réactif limitant, on fait un tableau d'avancement :

	$\text{C}_8\text{H}_{18} (\text{l})$	$25/2 \text{O}_{2(\text{g})}$	=	$8 \text{CO}_{2(\text{g})}$	$9 \text{H}_2\text{O}_{(\text{g})}$		
A l'EI :	n_{oct}	n_{O_2}					
A t :	$n_{\text{oct}} - x$	$n_{\text{O}_2} - 12,5 x$		$8 x$	$9 x$		

✚ Si l'octane est limitant : $x = n_{\text{oct}} = 5,6.10^{-4} \text{ mol}$.

✚ Si O_2 est limitant : Alors $n_{\text{O}_2} - 12,5 x' = 0$; D'où : $x' = \frac{2}{25} n_{\text{O}_2} = 6,4.10^{-4} \text{ mol}$.

Conclusion : $\boxed{x < x'}$: donc **l'octane est le réactif limitant**, ce qui paraît logique.

3 -

✚ Consommation moyenne annoncée : 4,3 L d'octane pour 100 km ;

✚ Donc **consommation moyenne d'octane par km : 0,043 L**.

Soit : $\boxed{n_{\text{oct conso}} = \frac{m_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} = \frac{\rho_{\text{oct}} V_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} ;}$

AN : $n_{\text{oct conso}} = \frac{700 \times 0,043}{114}$; Soit : $\underline{n_{\text{oct conso}} = 0,26 \text{ mol cons / km.}}$

✚ D'après l'équation de la réaction : $\boxed{n_{\text{CO}_2 \text{ formé}} = 8 n_{\text{oct conso}} ;}$

✚ Enfin : $\boxed{m_1 = n_{\text{CO}_2 \text{ formé}} \times M_{\text{CO}_2}} ;$ D'où : $\boxed{m_1 = 8 \times \frac{\rho_{\text{oct}} V_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} \times M_{\text{CO}_2} ;}$

✚ AN : $m_1 = 8 \times \frac{700 \times 0,043}{114} \times 44$; Soit : $\underline{m_1 = 92,9 \text{ g / km parcouru.}}$

✚ **Valeur assez proche** de celle annoncée dans le tableau de la voiture : **99 g / km**.

PROBLEME 1 : Étude de la réponse percutuelle d'un diapason :

(D'après e3a MP 2022)

(≈ 42 pts)

Q1. \vec{f} est appelée **force de frottement fluide**. C'est la force exercée par le fluide au contact des branches du diapason. **Elle s'oppose au déplacement**, donc à la vitesse. Ainsi $\lambda > 0$.

Q2. Référentiel d'étude : Référentiel terrestre $\mathcal{R}(O, x, z)$ supposé galiléen.

Base de projection : Base cartésienne (O, x, z) de vecteurs unitaires \vec{u}_x et \vec{u}_z . (L'origine est prise à la longueur à vide comme précisé dans l'énoncé).

Système : le point matériel M de masse m .

Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_x$.
- Réaction du support : $\vec{R} = R\vec{u}_z$; \vec{R} est orthogonale au déplacement car mvt sans frottements sur le support.
- Force de rappel du ressort ou force de Hooke :

$$\vec{T} = -k(l - l_0)\vec{u}_z = -kz\vec{u}_z, \text{ car } z(t) = l(t) - l_0$$

- Force de frottement fluide : $\vec{f} = -\lambda\vec{v} = -\lambda\dot{z}\vec{u}_z$, car mvt selon l'axe horizontal Oz.

2ème loi de Newton (principe fondamental de la dynamique):

- $\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$, d'où $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$ avec $\vec{a} = \ddot{z}\vec{u}_z$ car le mvt se fait sur Oz.
- Projétons sur les 2 axes :

$$\text{Sur } \vec{u}_x : R - mg = 0. \quad (2) \quad (\text{pas de mvt sur } Ox).$$

$$\text{Sur } \vec{u}_z : m\ddot{z} = -kz - \lambda\dot{z} \quad (1)$$

D'où l'équation différentielle en $z(t)$: $\ddot{z} + \frac{\lambda}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = 0$;

Q3. En identifiant l'équation précédente à celle sous forme canonique : $\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z} + \omega_0^2 z(t) = 0$, il vient :

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$: **pulsation propre** de l'oscillateur : pulsation des oscillations sans frottement.

Ainsi, la **fréquence propre** sera : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$.

- Q le **facteur de qualité** est tel que : $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\lambda}{m}$; D'où $Q = \frac{m\omega_0}{\lambda} = \frac{m}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{m}}$; Soit : $Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$.

Q4. Il faut résoudre l'équation précédente dans le cas d'oscillations pseudopériodiques.

Equation caractéristique associée : $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$.

Discriminant : $\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2(\frac{1}{Q^2} - 4)$.

Cas d'un **régime pseudopériodique** ; Alors $\Delta < 0$;

Les solutions de l'équation caractéristique sont alors : $r_{1,2} = -\frac{\frac{\omega_0}{Q} \mp i\sqrt{-\Delta}}{2} = -\frac{\omega_0}{2} \left(\frac{1}{Q} \mp i\sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$

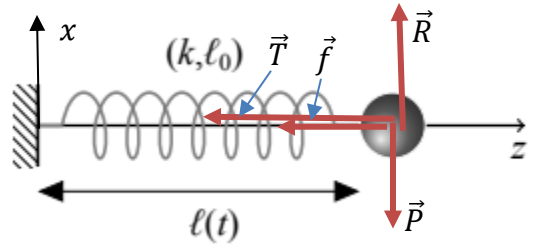
On pose $\alpha = \frac{-b}{2a} = -\frac{\omega_0}{2Q} = -\frac{\lambda}{2m}$

et $\Omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4km}}$: appelée **pseudo-pulsation**.

Alors $z(t) = [A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)]\exp(\alpha t)$

$$= \exp\left(-\frac{\lambda}{2m}t\right) \left[A\cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4km}}\right)t\right) + B\sin\left(\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4km}}\right)t\right) \right]$$

Q5. On a vu en Q3 que $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$; donc on a : $f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{m}$; soit : $k = 4\pi^2 m f_0^2$.



AN : $k = 4\pi^2 \times 30.10^{-3} \times 500^2$. On obtient : **$k \approx 3.10^5 \text{ N.m}^{-1}$** .

Q6. On peut estimer le fait que le retour à zéro se fait en une trentaine de secondes, comme précisé dans l'énoncé.

Le retour à zéro se fait au bout de $5\tau \approx 30 \text{ s}$, soit $\tau \approx 6 \text{ s}$.

avec $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$; Soit $5\tau = \frac{10Q}{\omega_0}$; Alors : **$Q = \frac{5\tau\omega_0}{10} = \frac{\tau\omega_0}{2}$** .

AN : $Q = \frac{5\tau\omega_0}{10} = \frac{30 \times 500 \times 2 \times \pi}{10} = 3 \times 500 \times 2 \times \pi$; On obtient **$Q \approx 9500$** .

Remarque : **Ces deux valeurs sont énormes** par rapport aux valeurs usuelles de mécanique.

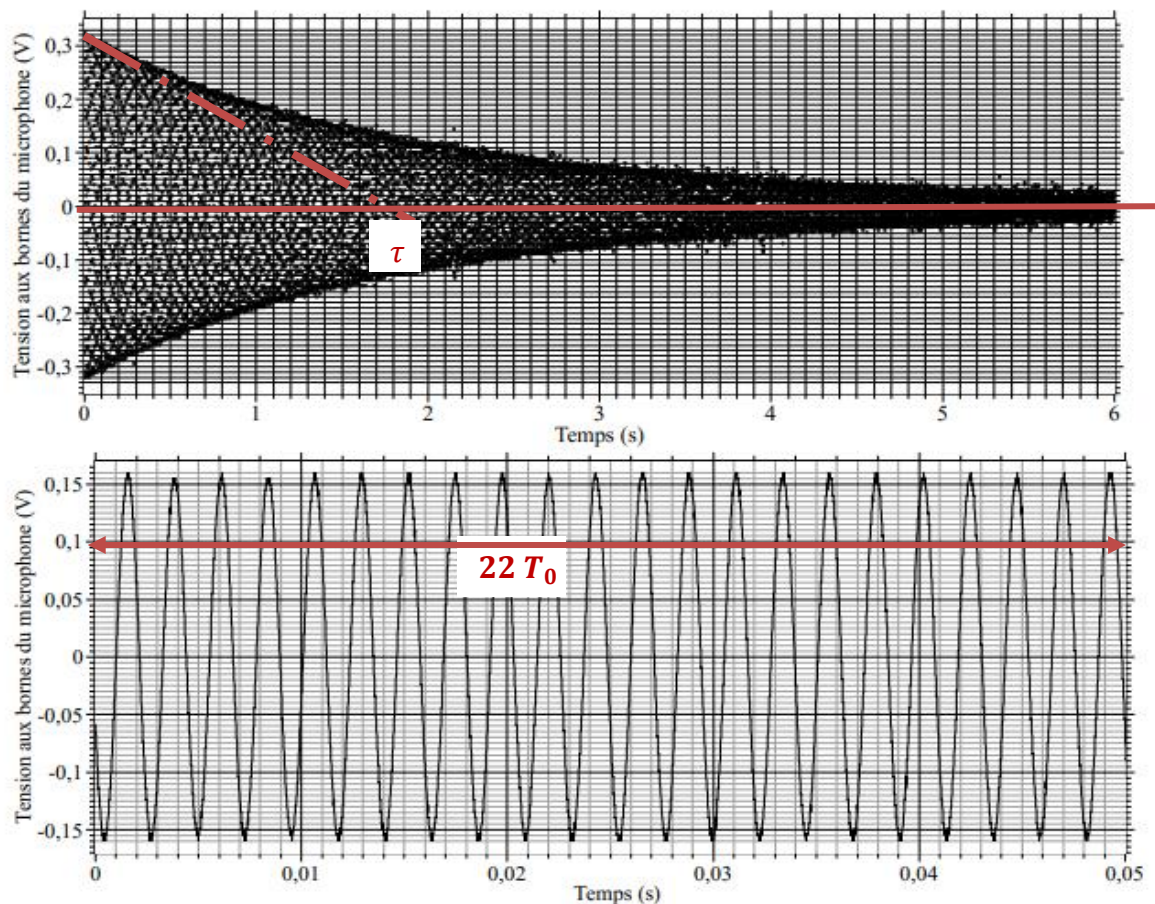
Q7. Cela revient à se demander si on peut assimiler la pulsation propre ω_0 à la pseudo pulsation Ω , ou la période propre T_0 à la pseudo période T , la fréquence propre f_0 à la pseudo fréquence f .

Or, on sait que la pseudo pulsation Ω est telle que : $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$.

Dans notre cas, comme $Q \gg 1$, alors $\frac{1}{4Q^2} \ll 1$, ainsi **$\Omega \approx \omega_0$ et $T \approx T_0$ et $f \approx f_0$** .

Conclusion : **L'affirmation est donc bien correcte.**

Q8.



Sur la seconde figure 2 : $22 T_0 \approx 0,05 \text{ s}$; D'où $T_0 \approx \frac{0,05}{22} \approx 2,3.10^{-3} \text{ s}$ et **$f_0 = \frac{1}{T_0}$** ; AN : **$f_0 \approx 440 \text{ Hz}$** .

Sur la 1^{ère} figure, on estime τ grâce à la tangente à l'origine de l'enveloppe exponentielle : **$\tau \approx 1,8 \text{ s}$** .

Or $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$; Donc : $Q = \frac{\omega_0 \tau}{2} = \frac{2\pi f_0 \tau}{2}$; Soit : **$Q = \pi f_0 \tau$** ; AN : $Q \approx \pi \times 440 \times 1,8$; On obtient **$Q \approx 2500$** .

Conclusion : On obtient un écart relatif égal à $\frac{500-440}{500} \approx 12 \%$ **sur la fréquence**, ce qui est à peu près correct, par contre on a un écart relatif de $\left| \frac{1500-2500}{2500} \right| = 40 \%$ **sur le facteur de qualité** ! Ce dernier est plus grand que celui estimé à la question Q6.

PROBLEME 2 : Décharge d'un condensateur à travers une bobine : (D'après Concours national d'admission dans les écoles d'ingénieur) (≈ 58 pts)

I - Décharge du condensateur à travers une bobine idéale :

Q1 – Pour $t < 0$, K est en 2 et K' en 1' : Le circuit devient donc :

Quand le condensateur est entièrement chargé, on est en régime permanent, donc il **se comporte comme un interrupteur ouvert**. Ainsi $I_{\text{per}} = 0$ et $u_R(0^-) = 0$

Alors $u_C(0^-) = E$ et $q_0 = q(0^-) = CE$;

Q2 – Pour $t \geq 0$ K ouvert et K' fermé, on a alors le nouveau circuit ci-contre.

Loi des mailles : $u_C(t) + u_L(t) = 0$

Or en convention récepteur, $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$ et $i = C \frac{du_C(t)}{dt}$

On en déduit : $u_C(t) + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$

ou encore : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$.

Par identification avec $\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \omega_0^2 u_C(t) = 0$, il vient : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$: **pulsation propre** de l'oscillateur.

Q3 – Solution de l'équation différentielle :

$u_C(t) = u_{ch}(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$;

1^{ère} CI : A $t = 0$, $u_C(0^-) = u_C(0^+) = E$, car C assure la continuité de la tension à ses bornes.

Ainsi : $A = E$;

Dérivons $u_C(t)$: $\frac{du_C(t)}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$;

De plus, on a vu : $i = C \frac{du_C(t)}{dt}$; donc : $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C}$.

2^{ème} CI : A $t = 0$, $\frac{du_C(0^-)}{dt} = \frac{i(0^-)}{C} = \frac{i(0^+)}{C} = 0$, car L assure la continuité de l'intensité dans sa branche.

Ainsi : $B\omega_0 = 0$; D'où : $B = 0$.

Ccl : $u_C(t) = E \cos(\omega_0 t) = E \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC}} t\right)$.

Q4 - Etude énergétique :

$$\boxed{W_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t) = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2(\omega_0 t)} ;$$

De même : et $W_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$; Or $i = C \frac{du_C(t)}{dt}$; Donc : $i(t) = -EC\omega_0 \sin(\omega_0 t)$;

D'où : $W_L(t) = \frac{1}{2} L E^2 C^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$; Soit : $W_L(t) = \frac{1}{2} L E^2 C^2 \frac{1}{LC} \sin^2(\omega_0 t)$;

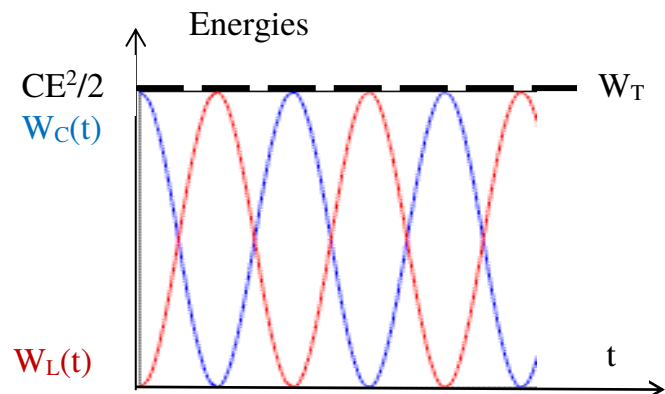
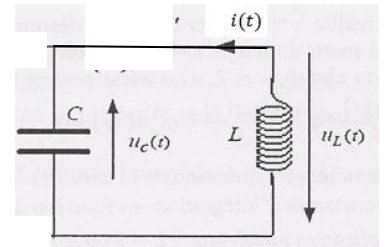
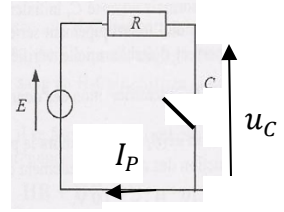
Enfin : $W_L(t) = \frac{1}{2} C E^2 \sin^2(\omega_0 t)$;

Enfin, $W_T = W_C(t) + W_L(t)$;

D'où : $W_T = \frac{1}{2} C E^2 = \text{cste}$.

Pas de dissipation d'énergie car pas de résistance dans le circuit.

L'énergie passe périodiquement du condensateur à la bobine et inversement.



II - Cas d'une bobine réelle :

Q5 – On peut visualiser $u_c(t)$ grâce à un oscilloscope.

Q6 - Loi des mailles : $u_c(t) + u_L(t) + u_r(t) = 0$.

Or $u_r(t) = r i(t)$, $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$ et $i = C \frac{du_c(t)}{dt}$;

On en déduit : $u_c(t) + L \frac{di}{dt} + r i(t) = 0$;

Ou encore : $u_c(t) + LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + rC \frac{du_c(t)}{dt} = 0$.

Enfin : $\boxed{\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u_c(t) = 0}$.

De la forme : $\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c(t)}{dt} + \omega_0^2 u_c(t) = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{r}{L}$; Soit : $\boxed{Q = \frac{L\omega_0}{r} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}}$;

Q7 – Equation caractéristique associée : $s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2 = 0$.

Discriminant : $\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2 \left(\frac{1}{Q^2} - 4 \right)$.

D'après le graphe, on visualise un régime pseudopériodique, car retour à zéro avec de nombreuses oscillations, donc $\Delta < 0$; ainsi $\boxed{Q > 1/2}$.

Q8.a – On a vu $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$; AN : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{1.10^{-2} \times 1.10^{-6}}} = \sqrt{10^8}$; Ainsi : $\omega_0 = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$.

Q8.b – On sait que $T = \frac{2\pi}{\Omega}$; Donc : $\boxed{\Omega = \frac{2\pi}{T}}$; AN : $\Omega = \frac{2\pi}{6.3.10^{-4}}$; On trouve : $\Omega = 9,97.10^3 \text{ ras.s}^{-1}$.

De plus, $\Delta < 0$, $s_{1,2} = -\frac{\frac{\omega_0}{Q} \mp i\sqrt{-\Delta}}{2} = -\frac{\omega_0}{2} \left(\frac{1}{Q} \mp i \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$

On pose $\alpha = \frac{-b}{2a} = -\frac{\omega_0}{2Q}$ et la pseudo-pulsation : $\Omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$:

Or $Q^2 = \frac{L}{Cr^2}$; donc : $\frac{1}{4Q^2} = \frac{Cr^2}{4L}$ Ainsi $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{Cr^2}{4L}}$; D'où : $\frac{\Omega^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{Cr^2}{4L}$;

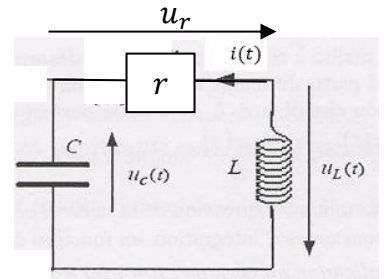
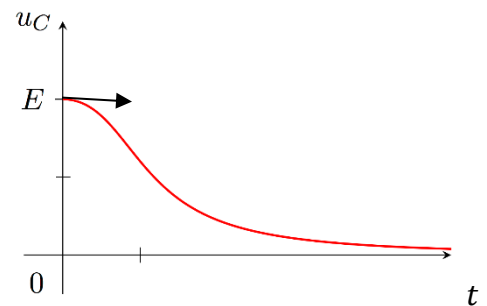
Ou encore : $\frac{Cr^2}{4L} = 1 - LC \Omega^2$; Et $r^2 = \frac{4L}{C} - 4L^2 \Omega^2$; Enfin : $\boxed{r = \sqrt{\frac{4L}{C} - 4L^2 \Omega^2}}$;

AN : $r = \sqrt{\frac{4 \times 0,01}{1.10^{-6}} - 4(0,01)^2 (9,97.10^3)^2}$; On trouve : $\boxed{r = 15,5 \Omega}$.

Q9 – Si la résistance r avait été très élevée, alors l'amortissement aurait été très grand et on aurait obtenu un régime apériodique, avec un retour à zéro sans oscillation.

Attention aux conditions initiales pour la courbe.

$u_c(0^+) = E$ et $\frac{du_c(0^+)}{dt} = \frac{i(0^+)}{C} = 0$ pour la tangente à l'origine.



PROBLEME 3 : Étude de l'optimisation de la synthèse de l'éthanol en phase gazeuse : (≈ 53 pts)

I - Q1. A $T = 400 \text{ K}$, $\ln(K^\circ(400)) = \frac{5655}{400} - 15,5 = -1,3625$ et $K^\circ(400) = e^{-1,3625}$.

On obtient : **$K^\circ(400) \approx 0,256$. Réaction ni totale, ni négligeable.**

On est en phase gazeuse : Tableau d'avancement en moles et colonne supplémentaire $n_{tot}(gaz)$:

Comme il n'y a pas de produit introduit, la réaction ne peut se faire que dans le **sens direct**.

A l'équilibre : $Q_{r,eq} = K^\circ = 0,256$ (ni totale ; ni négligeable).

(en mol)	$C_2H_{4(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$= C_2H_5OH_{(g)}$	$n_{tot}(gaz)$
EI	1,00	1,00	0	2,00
E équilibre	$1,00 - \xi_{eq}$	$1,00 - \xi_{eq}$	ξ_{eq}	$2,00 - \xi_{eq}$

Q2. Il faut exprimer $Q_{r,eq} = K^\circ$, en utilisant les activités des espèces en phase gazeuse :

$$K^\circ = \frac{\frac{P(C_2H_5OH)_{eq}}{P^\circ}}{\frac{P(C_2H_4)_{eq}}{P^\circ} \frac{P(H_2O)_{eq}}{P^\circ}} = \frac{P(C_2H_5OH)_{eq}}{P(C_2H_4)_{eq} P(H_2O)_{eq}} P^\circ = \frac{X(C_2H_5OH)_{eq} P_{tot}}{X(C_2H_4)_{eq} X(H_2O)_{eq} P_{tot}^2} P^\circ$$

Ou encore : $K^\circ = \frac{\left(\frac{n(C_2H_5OH)_{eq}}{n_{tot}}\right) \frac{P^\circ}{P_{tot}}}{\frac{n(C_2H_4)_{eq}}{n_{tot}} \left(\frac{n(H_2O)_{eq}}{n_{tot}}\right) \frac{P^\circ}{P_{tot}}}$; Soit : $K^\circ = \frac{(n(C_2H_5OH)_{eq}) \frac{P^\circ}{P_{tot}}}{n(C_2H_4)_{eq} (n(H_2O)_{eq}) \frac{P^\circ}{P_{tot}}} n_{tot}$

Q3. On cherche à calculer ξ_{eq} , sachant que $\xi_{eq} > 0$ (sens direct) mais ξ_{eq} doit être inférieur à 1 compte-tenu des quantités initiales introduites. Soit $0 < \xi_{eq} < 1$.

AN : $K^\circ = \frac{\xi_{eq}}{(1,00 - \xi_{eq})^2} (2,00 - \xi_{eq}) = 0,256$.

Soit : $\xi_{eq}(2,00 - \xi_{eq}) = 0,256(1,00 - \xi_{eq})^2$.

Ou encore : $2\xi_{eq} - \xi_{eq}^2 = 0,256(1 - 2\xi_{eq} + \xi_{eq}^2)$.

Ainsi il faut résoudre le polynôme du second degré : **$1,256\xi_{eq}^2 - 2,512\xi_{eq} + 0,256 = 0$** .

$\Delta \approx 5,024$ et $\sqrt{\Delta} \approx 2,24$; Alors **$\xi_{eq1} \approx 1,90 \text{ mol}$ et $\xi_{eq2} \approx 0,11 \text{ mol}$** .

La valeur de $\xi_{eq1} > 1,00$ est impossible ; Alors **$\xi_{eq} = \xi_{eq2} \approx 0,11 \text{ mol}$** .



Et à l'équilibre, on a : **$n(C_2H_5OH)_{eq} \approx 0,11 \text{ mol}$**

et $n(C_2H_4)_{eq} = n(H_2O)_{eq} \approx 1 - 0,11 \approx 0,89 \text{ mol}$.

Q4. On sait que le taux de conversion τ_{eq} est défini par : $\tau_{eq} = \frac{\alpha_i \xi_{eq}}{n_i(0)}$;

AN : $\tau_{eq} = \frac{1 \times 0,11}{1}$; Soit : **$\tau_{eq} \approx 11 \%$** . (faible valeur).

Q5. On sait que la fraction molaire X_i est définie par : $X_i = \frac{n_i}{n_{tot}}$.

Ainsi : $X(C_2H_5OH) = \frac{0,11}{2 - 0,11} = \frac{0,11}{1,89}$; Soit : **$X(C_2H_5OH) \approx 6\%$** .

Et $X(C_2H_4) = X(H_2O) = \frac{0,89}{1,89}$; Soit : **$X(C_2H_4) = X(H_2O) \approx 47 \%$** .

II – Q6. On a toujours à l'équilibre : $Q_{r,eq} = K^\circ = 0,256$ (car même température qu'en I).

On reprend l'expression trouvée en Q2 : $K^\circ = \frac{(n(C_2H_5OH)_{eq})}{n(C_2H_4)_{eq} (n(H_2O)_{eq})} \frac{P^\circ}{P_{tot}} n_{tot}$ avec $P_{tot} = 10$ bars.

AN : $K^\circ = \frac{\xi'_{eq}}{(1,00 - \xi'_{eq})^2} \times \frac{1}{10} (2,00 - \xi'_{eq}) = 0,256.$

Soit : $\xi'_{eq} (2,00 - \xi'_{eq}) = 0,256 \times 10 (1,00 - \xi'_{eq})^2.$

Ou encore : $2 \xi'_{eq} - \xi'^2_{eq} = 2,56(1 - 2\xi'_{eq} + \xi'^2_{eq}).$ Ainsi : **$3,56 \xi'^2_{eq} - 7,12 \xi'_{eq} + 2,56 = 0.$**

$\Delta \approx 14,24$ et $\sqrt{\Delta} \approx 3,77$; Alors **$\xi'_{eq1} \approx 1,53$ mol et $\xi'_{eq2} \approx 0,47$ mol.**

La valeur de $\xi'_{eq1} > 1,00$ est impossible ; Alors **$\xi'_{eq} = \xi'_{eq2} \approx 0,47$ mol.**

Et à l'équilibre, on a : **$n(C_2H_5OH)_{eq} \approx 0,47$ mol**

et $n(C_2H_4)_{eq} = n(H_2O)_{eq} \approx 1 - 0,47 \approx 0,53$ mol. Alors $\tau'_{eq} \approx \frac{1 \times 0,47}{1}$; Soit : **$\tau'_{eq} \approx 47 \%$.**

Conclusion : Une **augmentation de la pression augmente le taux de conversion**, donc le rendement de la réaction.

III – On a toujours à l'équilibre : $Q_{r,eq} = K^\circ = 0,256$ (car même température qu'en I).

Q7. Pour déterminer le sens d'évolution du système, il faut **calculer le $Q_{r,EI}$ et le comparer à K° .**

	$C_2H_{4(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$=$	$C_2H_5OH_{(g)}$	$n_{tot}(gaz)$
EI	1,00	1,00		1,00	3

Il faut exprimer, puis calculer le $Q_{r,EI}$ (même expression que $Q_{r,eq} = K^\circ$ mais en prenant les quantités initiales)

$$Q_{r,EI} = \frac{\frac{P(C_2H_5OH)_0}{P^\circ}}{\frac{P(C_2H_4)_0}{P^\circ} \frac{P(H_2O)_0}{P^\circ}} = \frac{P(C_2H_5OH)_0}{P(C_2H_4)_0 P(H_2O)_0} P^\circ = \frac{X(C_2H_5OH)_0 P_{tot}}{X(C_2H_4)_0 X(H_2O)_0 P_{tot}^2} P^\circ$$

Ou encore : $Q_{r,EI} = \frac{\left(\frac{n(C_2H_5OH)_0}{n_{tot}}\right) \frac{P^\circ}{P_{tot}}}{\frac{n(C_2H_4)_0}{n_{tot}} \frac{n(H_2O)_0}{n_{tot}} \frac{P^\circ}{P_{tot}}} = \frac{(n(C_2H_5OH)_0)}{n(C_2H_4)_0 (n(H_2O)_0)} \frac{P^\circ}{P_{tot}} n_{tot} ;$

AN : $Q_{r,EI} = \frac{1}{1} \times 3$; Ainsi, **$Q_{r,EI} = 3 > K^\circ$** : Réaction dans le **sens indirect** ;

L'avancement final ξ''_{eq} sera négatif.

Q8. On a toujours à l'équilibre : $Q_{r,eq} = K^\circ = 0,256$ (car même température qu'en I).

	$C_2H_{4(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$=$	$C_2H_5OH_{(g)}$	$n_{tot}(gaz)$
Etat Initial	1,00	1,00		1,00	3,00
Etat d'équilibre	$1,00 - \xi''_{eq}$	$1,00 - \xi''_{eq}$		$1 + \xi''_{eq}$	$3,00 - \xi''_{eq}$

Il faut exprimer $Q_{r,eq} = K^\circ$ pour calculer **$\xi''_{eq} < 0$!!**

On reprend, de nouveau, l'expression trouvée en Q2 : $K^\circ = \frac{(n(C_2H_5OH)_{eq})}{n(C_2H_4)_{eq} (n(H_2O)_{eq})} \frac{P^\circ}{P_{tot}} n_{tot}.$

AN : $K^\circ = \frac{(1 + \xi''_{eq})}{(1,00 - \xi''_{eq})^2} (3,00 - \xi''_{eq}) = 0,256.$

Soit : $(1 + \xi''_{eq})(3,00 - \xi''_{eq}) = 0,256 (1,00 - \xi''_{eq})^2.$

Ou encore : $3 + 2 \xi''_{eq} - \xi''^2_{eq} = 0,256(1 - 2\xi''_{eq} + \xi''^2_{eq}).$ Ainsi : **$1,256 \xi''^2_{eq} - 2,512 \xi''_{eq} - 2,74 = 0.$**

$\Delta = 20,07$ et $\sqrt{\Delta} = 4,48$; Alors **$\xi''_{eq1} = -0,78$ mol et $\xi''_{eq2} = 2,78$ mol.**

La valeur de $\xi''_{eq2} > 0$ est impossible ; Alors **$\xi''_{eq} = \xi''_{eq1} = -0,78$ mol.**

Et à l'équilibre, on a : $n(C_2H_5OH)_{eq} = 1 + \xi''_{eq}$; Soit : $n(C_2H_5OH)_{eq} = 0,22 \text{ mol}$
et $n(C_2H_4)_{eq} = n(H_2O)_{eq} = 1 + 0,78 = 1,78 \text{ mol}$.