Correction du DS

/24 E1 Circuit de résistances

/5 **1** Des résistances sont en série si elles **partagent une borne** ① qui **n'est pas un nœud** ①. Elles sont en parallèle si elles **partagent leurs deux bornes** ①.

Dans ce circuit, on a R_1 et R_2 en série ①, et R_3 et R_5 en parallèle ①.

/4 **2** On commence par l'association série entre R_1 et R_2, qu'on appelle $R_{\mathrm{eq},1} = 2R$ ①. Celle-ci est en parallèle avec R_4. Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{AB}} &\overset{①}{=} \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{\mathrm{eq},1}} \qquad R_4 = R,\ R_{\mathrm{eq},1} = 2R \\ \Leftrightarrow \frac{1}{R_{AB}} &= \frac{2}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \qquad (\cdot)^{-1} \\ \Leftrightarrow &\boxed{R_{AB} \overset{①}{=} \frac{2R}{3}} \end{aligned}$$

① pour un schéma.

/4 **3** R_{BC} est l'assocation en parallèle de R_5 et R_3. D'après ce qui précède, on obtient alors

$$R_{BC} = \frac{R^2}{2R} \Leftrightarrow \boxed{R_{BC} \overset{①}{=} \frac{R}{2}}$$

Enfin, $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}$, soit

$$\boxed{R_{AC} \overset{①}{=} \frac{7}{6}R}$$

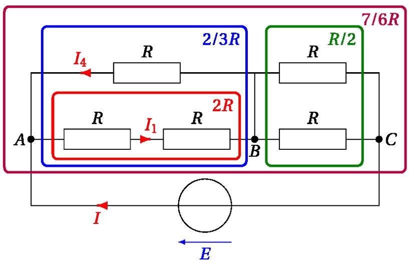

Figure 2.1 – ①+①

/6 **4**

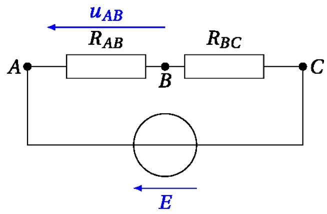

Figure 2.2 – ①

Avec un schéma équivalent, on observe que u_{AB} s'obtient par pont diviseur de tension, tel que :

$$u_{AB} \overset{①}{=} \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC}} E \overset{①}{=} \frac{4}{7} E$$

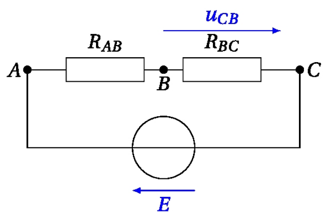

Figure 2.3 – ①

Pour u_{CB}, en faisant attention au sens de la flèche, on obtient

$$u_{CB} \overset{①}{=} -\frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}} E \overset{①}{=} -\frac{3}{7} E$$

/5 **5**

Avec un pont diviseur de courant, on obtient aisément :

$$I_1 \overset{①}{=} \frac{R_{AB}}{2R} I \overset{①}{=} \frac{1}{3} I$$

De même, en faisant attention au signe :

$$I_4 \overset{①}{=} -\frac{R_{AB}}{R} I \overset{①}{=} -\frac{2}{3} I$$

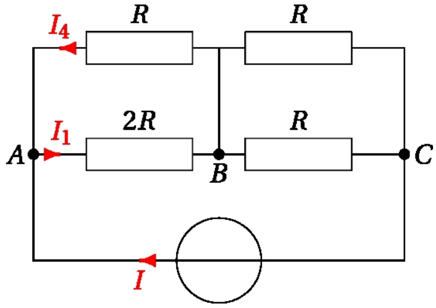

Figure 2.4 – ①

/47 P1 Alimentation d'un train

I/A Alimentation par une seule sous-station

/3 [1] Par la loi des mailles et le loi d'Ohm : $\boxed{u \overset{①}{=} E - (\rho_r + \rho_c)xi}$ ①

Pour un dipôle à caractère récepteur, la puissance reçue est positive. ①

/2 [2] La puissance reçue par la motrice est $P = ui$ (u et i en convention récepteur).

$$u \overset{①}{=} E - (\rho_r + \rho_c)xP/u \quad \Leftrightarrow \quad u^2 \overset{①}{=} Eu - (\rho_r + \rho_c)xP \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{u^2 - Eu + (\rho_c + \rho_r)xP = 0}$$

/5 [3] Les solutions sont réelles si le discriminant est positif ou nul.

$$\Delta \overset{①}{=} E^2 - 4(\rho_r + \rho_c)xP \overset{①}{\geq} 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{u \overset{①}{=} \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2}}$$

Physiquement, quand x augmente, u décroit. Comme Δ diminue quand x augmente (on rappelle que $P > 0$), alors la seule solution physiquement acceptable est $\boxed{u \overset{①}{=} \frac{E + \sqrt{\Delta}}{2}}$.

Comme $0 \leq \Delta \leq E^2$, on en déduit $\boxed{E/2 \leq u \leq E}$. ①

Remarque

Pour $x \to 0$, $\Delta \to E^2$, physiquement u est maximale, donc $u_{max} = E$. La solution $u = (E - \sqrt{\Delta})/2 = 0$ n'est pas physiquement acceptable, car cela impliquerait $i \to +\infty$ pour avoir $P = ui = cste$.

/4 [4] $x_{\max}$ vérifie $\Delta = 0$:

$$\boxed{x_{\max} \overset{①}{=} \frac{E^2}{4(\rho_c + \rho_r)P}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_{\min} \overset{①}{=} E/2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = 1{,}5 \times 10^3\,\text{V} \\ \rho_c = 30\,\mu\Omega{\cdot}\text{m}^{-1} \\ \rho_r = 20\,\mu\Omega{\cdot}\text{m}^{-1} \\ P = 1{,}5\,\text{MW} \end{cases}$$

A.N. : $\underline{x_{\max} \overset{①}{=} 7{,}5\,\text{km}}$ et $\underline{u_{\min} \overset{①}{=} 750\,\text{V}}$

I/B Transformation Thévenin/Norton

/3 [5]

$$\boxed{u_{th} \overset{①}{=} e_{th} - r_{th} i_{th}}$$

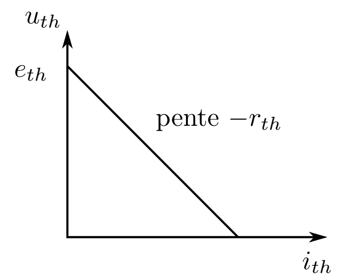

Figure 2.5 – ① + ①

/3 [6]

$$\boxed{u_N \overset{①}{=} r_N \eta - r_N i_N}$$

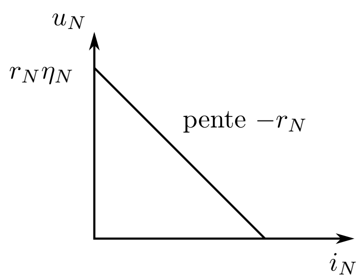

Figure 2.6 – ① + ①

/2 7 Il y a équivalence si les caractéristiques des deux dipôles sont les mêmes, donc $\boxed{r_N \overset{1}{=} r_{th} \quad \text{et} \quad \eta \overset{1}{=} e_{th}/r_{th}}$

I/C Alimentation par plusieurs sous-stations

/4 8

1) $R_{c1} \overset{1}{=} \rho_c x$ 2) $R_{c2} \overset{1}{=} \rho_c(L-x)$ 3) $R_{r1} \overset{1}{=} \rho_r x$ 4) $R_{r2} \overset{1}{=} \rho_r(L-x)$

/6 9

$$\boxed{R_1 \overset{1}{=} R_{c1} + R_{r1} \overset{1}{=} (\rho_c+\rho_r)x} \quad \text{et} \quad \boxed{\eta_1 \overset{1}{=} E/R_1 \overset{1}{=} \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)x}}$$

$$\boxed{R_2 = R_{c2} + R_{r2} \overset{1}{=} (\rho_c+\rho_r)(L-x)} \quad \text{et} \quad \boxed{\eta_2 = E/R_2 \overset{1}{=} \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)(L-x)}}$$

/7 10 Par association en parallèle de générateurs de Norton :

$$\eta_3 \overset{1}{=} \eta_1 + \eta_2 = \frac{E}{(\rho_c+\rho_r)}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\eta_3 \overset{1}{=} \frac{EL}{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}}$$

Par association en parralèle des résistances R_1 et R_2 :

$$\frac{1}{R_3} \overset{1}{=} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_3 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \Leftrightarrow \boxed{R_3 \overset{1}{=} \frac{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}{L}}$$

Transformation Thévenin/Norton : $\boxed{E' \overset{1}{=} R_3\eta_3 \overset{1}{=} E \quad ; \quad R_4 \overset{1}{=} R_3 = \frac{(\rho_c+\rho_r)x(L-x)}{L}}$

/2 11 On remplace E par E' et $(\rho_c+\rho_r)x$ par R_4 : $\boxed{u'^2 - Eu' + P(\rho_c+\rho_r)x(1-x/L) \underset{1}{\overset{1}{=}} 0}$

/4 12 u' admet des solutions réelles si $\Delta \overset{1}{=} E^2 - 4P(\rho_c+\rho_r)x(L-x)/L \overset{1}{\geq} 0$. On a alors

$$u' \overset{1}{=} \frac{E \pm \sqrt{\Delta}}{2} \in [E/2, E]$$

Ainsi u' est minimale quand $\Delta = 0$, soit $\boxed{x^2 - xL + \frac{LE^2}{4P(\rho_c+\rho_r)} \overset{1}{=} 0}$

/2 13 On remplace $x_{\max} = L/2$ dans l'équation précédente : $\boxed{L \overset{1}{=} \frac{E^2}{(\rho_c+\rho_r)P}}$ soit $\underline{L \overset{1}{=} 30\,\text{km}}$

/68 P2 Étude d'une lampe de secours rechargeable *(D'après CCINP TSI 2022)*

/10 1 Avec une loi des mailles :

$$\begin{aligned} u_C(t) - Ri(t) &\overset{1}{=} 0 && \text{RCT convention générateur} \\ \Leftrightarrow u_C(t) + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} &\overset{1}{=} 0 && \text{Forme canonique et } \tau \overset{1}{=} RC \\ \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau} &\overset{1}{=} 0 \end{aligned}$$

On résout en injectant la forme générique $u_C(t) \overset{(1)}{=} K\mathrm{e}^{rt}$:

$$r \cdot \cancel{K\mathrm{e}^{rt}} + \frac{\cancel{K\mathrm{e}^{rt}}}{\tau} = 0$$

$$\Leftrightarrow r \overset{(1)}{=} -\frac{1}{\tau}$$

Donc la forme générale de $u_C(t) \overset{(1)}{=} K\mathrm{e}^{-t/\tau}$. Or, $u_C(0^-) = U_0 = u_C(0^+)$ par continuité de la tension aux bornes de C (1). Cela donne donc $U_0 = K$ (1), et ainsi

$$\boxed{u_C(t) \overset{(1)}{=} U_0\mathrm{e}^{-t/\tau}}$$

/3 [2] La décharge d'un condensateur s'accomplit à $t_{99} \approx 5\tau = 5RC$ (1). Ainsi,

$$5\tau = t_{99} \Leftrightarrow RC = \frac{t_{99}}{5} \Leftrightarrow \boxed{R \overset{(1)}{=} \frac{t_{99}}{5C}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} t_{99} = 20\,\text{minutes} = 240\,\text{s} \\ C = 10\,\text{F} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{R \overset{(1)}{=} 24\,\Omega}$$

/4 [3] Avec $R_f \to \infty$ (1), on a un interrupteur ouvert (1), et avec $R_s = 0$ (1) on a un fil (1), ce qui correspond bien à une capacité idéale seule.

/14 [4] ◇ Lorsque la DEL est bloquée, on a $i = 0$ (1) et c'est donc un **interrupteur ouvert** (1).

◇ Lorsqu'elle est passante, on a une caractéristique affine, d'équation

$$i \overset{(1)}{=} a u_d + b$$

▷ a est le coefficient directeur :

$$\boxed{a \overset{(1)}{=} \frac{i_{\max} - i_{\min}}{u_{d,\max} - u_{d,\lim}}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{\max} = 250\,\text{mA} \\ \phantom{i_{\max}} = 0{,}250\,\text{A} \\ i_{\min} = 0 \\ u_{d,\max} = 2{,}8\,\text{V} \\ u_{d,\lim} = 2{,}3\,\text{V} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{a \overset{(1)}{=} 0{,}50\,\text{S}}$$

▷ b est l'ordonnée à l'origine, que l'on obtient en connaissant les coordonnées d'un point. Ici, pour le point limite de blocage, on a

$$\underbrace{i_{\lim}}_{=0} = a u_{d,\lim} + b \Leftrightarrow \boxed{b \overset{(1)}{=} -a u_{d,\lim}}$$

$$\text{A.N. : } \underline{b \overset{(1)}{=} -1{,}15\,\text{A}}$$

Pour la modéliser en générateur de THÉVENIN, il faut écrire sa caractéristique sous la forme $u_d = ri + U_S$ (1) ; on l'isole de l'équation précédente puis on détermine a' et b' en fonction des données précédemment trouvées :

$$i = a u_d + b \Leftrightarrow a u_d = i - b \Leftrightarrow \boxed{u_d \overset{(1)}{=} \frac{1}{a} i + \frac{-b}{a}}$$

donc $\boxed{r = \frac{1}{a}}$ et $\boxed{U_s = \frac{-b}{a}}$

$$\text{A.N. : } \underline{r \overset{(1)}{=} 2\,\Omega} \quad \text{et} \quad \underline{U_s \overset{(1)}{=} 2{,}3\,\text{V}}$$

D'où le schéma équivalent Figure 2.7.

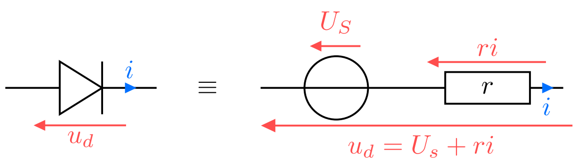

FIGURE 2.7 – (1)+(1)

/6 [5]

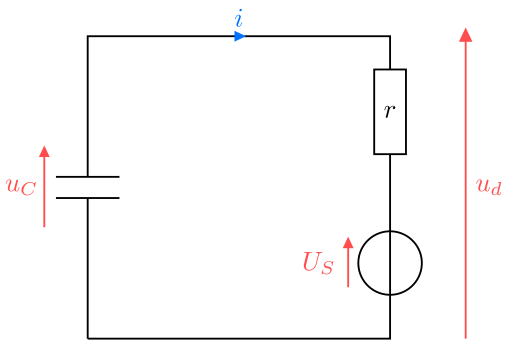

FIGURE 2.8 – Schéma équivalent (1)+(1)

$$u_C - ri - U_S \overset{(1)}{=} 0 \quad \text{RCT C conv. géné.}$$

$$\Leftrightarrow u_C + rC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{(1)}{=} U_S$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{\tau'} \overset{(1)}{=} \frac{U_S}{\tau'} \quad \text{Canonique et } \tau' \overset{(1)}{=} rC$$

/8 [6]

On trouve comme précédemment une solution homogène de la forme $\boxed{u_{C,h}(t) = B\mathrm{e}^{-t/\tau'}}$ 1. La solution particulière constante donne $\boxed{u_{C,p}(t) = U_S}$ 1. D'où la solution générale totale :

$$u_C(t) \overset{1}{=} u_{C,h}(t) + u_{C,p} = B\mathrm{e}^{-t/\tau'} + U_S$$

On a toujours $u_C(0) = U_0$, soit ici

$$U_0 = B + U_S \Leftrightarrow \boxed{B \overset{1}{=} U_0 - U_S}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) \overset{1}{=} U_S + (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau' = rC}$$

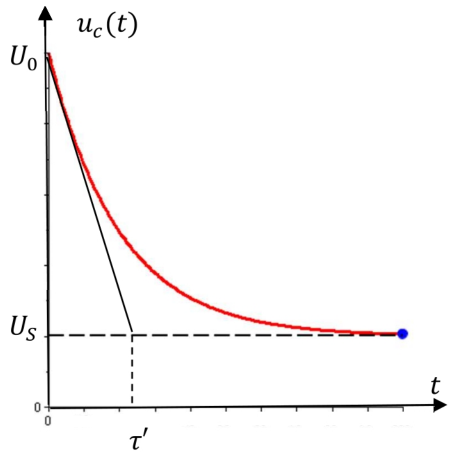

Figure 2.9 – 1+1+1

/7 $\boxed{7}$

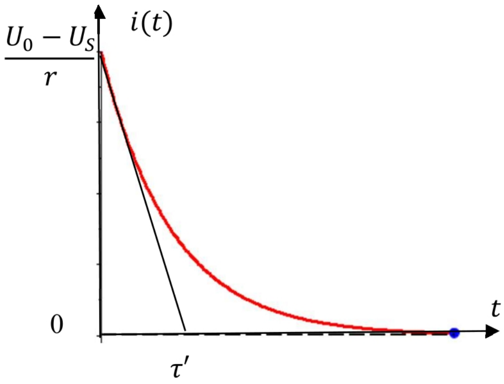

Figure 2.10 – 1+1+1

Avec la RCT de C en convention générateur :

$$i \overset{1}{=} -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow i = -C\left(-\frac{1}{\tau'}\right)(U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i(t) \overset{1}{=} \frac{U_0 - U_S}{r}\mathrm{e}^{-t/\tau'}}$$

/6 $\boxed{8}$ On remarque que $u_{C,\max} = U_0 = 3{,}3\,\mathrm{V}$ 1 et que $i_{\max} = \frac{U_0 - U_S}{r} = 0{,}5\,\mathrm{A}$. 1

Or, d'après le Tableau donné, $i_{\max} = 250\,\mathrm{mA}$ 1 et $u_{c,\max} = 2{,}8\,\mathrm{V}$. 1

Ainsi, il faut restreindre la charge initiale du condensateur en **secouant moins longtemps** 1 ($\approx 20\,\mathrm{s}$). On peut aussi **ajouter une résistance en série** 1 avec la DEL pour diviser la valeur initiale de l'intensité.

/7 $\boxed{9}$ D'après l'énoncé, la lampe éclaire tant que $u_d > U_s + 0{,}1\,\mathrm{V}$ 1; or, d'après le schéma de la question $\boxed{5}$, $u_d = u_C$ 1. La condition d'éclairage est donc

$$\begin{aligned}
\cancel{U_S} + (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau'} &\overset{1}{>} \cancel{U_S} + 0{,}1\,\mathrm{V} \quad T \text{ la limite}\\
\Rightarrow (U_0 - U_S)\mathrm{e}^{-T/\tau'} &= 0{,}1\,\mathrm{V}\\
\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-T/\tau'} &= \frac{0{,}1\,\mathrm{V}}{U_0 - U_S} \quad \ln(\cdot)\\
\Leftrightarrow \frac{-T}{\tau'} &\overset{1}{=} \ln\frac{0{,}1\,\mathrm{V}}{U_0 - U_S}\\
\Leftrightarrow \boxed{T \overset{1}{=} \tau' \ln\frac{U_0 - U_S}{0{,}1\,\mathrm{V}}} &\quad \text{avec} \quad \left\{\begin{aligned} \tau' &= rC\\ r &= 2\,\Omega\\ C &= 10\,\mathrm{F}\\ U_0 - U_S &= 1{,}0\,\mathrm{V}\end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

A.N. : $\underline{T \overset{1}{\approx} 46\,\mathrm{s}}$

On est **très loin des 20 minutes annoncée** ! 1

/3 $\boxed{10}$ On a

$$\mathcal{E}_C(t) \overset{1}{=} \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{C,i} = \frac{1}{2}C{U_0}^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{C,f} = \frac{1}{2}C{U_f}^2$$

$$\Rightarrow p \overset{1}{=} 100 \times \frac{\mathcal{E}_{C,f}}{\mathcal{E}_{c,i}} \Leftrightarrow \boxed{p \overset{1}{=} 100 \times \frac{{U_f}^2}{{U_0}^2}}$$

/75 P3 Guirlandes électriques

III/A Système de base

$\boxed{1}$ solu

$\boxed{2}$ solu

$\boxed{3}$ solu

$\boxed{4}$ solu

$\boxed{5}$ solu

$\boxed{6}$ solu

$\boxed{7}$ solu

III/B Système amélioré

$\boxed{8}$ solu

$\boxed{9}$ solu

$\boxed{10}$ solu

$\boxed{11}$ solu

$\boxed{12}$ solu

$\boxed{13}$ solu

$\boxed{14}$ solu

$\boxed{15}$ solu

$\boxed{16}$ solu

$\boxed{17}$ solu