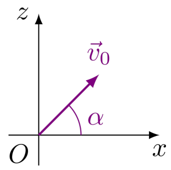
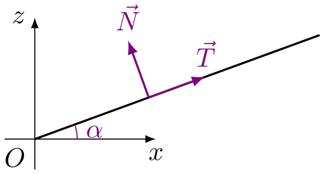
TD application : mouvements courbes

I Projection de vecteurs

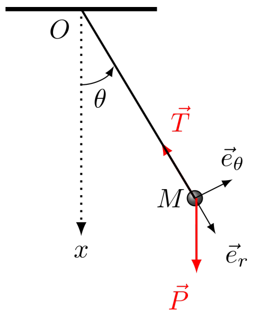
1) Exprimer $\vec{v_0}$ dans la base $(\vec{u_x},\vec{u_z})$ en fonction de v_0 et α.



2) Exprimer $\vec{N}$ et $\vec{T}$ dans la base $(\vec{u_x},\vec{u_z})$ en fonction de N, T et α.



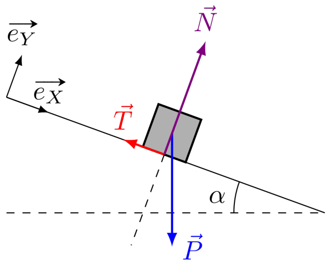
3) Exprimer $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans la base $(\vec{e_r},\vec{e_\theta})$ en fonction de m, g, T et θ.



4) **Équilibre plan incliné** À l'équilibre des forces, on a

$$\vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

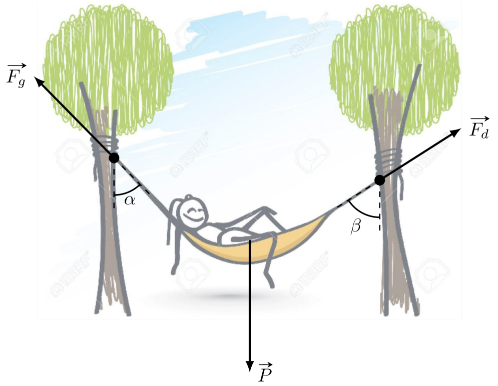
Projeter le poids dans la base inclinée et exprimer les normes de $\vec{T}$ et $\vec{N}$ en fonction de m, g et α.



5) **Équilibre hamac** À l'équilibre des forces, on a

$$\vec{F}_g + \vec{F}_d + \vec{P} = \vec{0}$$

Projeter les vecteurs $\vec{F}_g$ et $\vec{F}_d$ dans la base $(\vec{u_x},\vec{u_y})$ avec $\vec{u_x}$ parallèle au sol vers la droite et $\vec{u_y}$ vertical ascendant. En déduire la norme littérale de ces deux vecteurs. On prend $m = 60\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 45°$ et $\beta = 60°$.



II Masse du Soleil

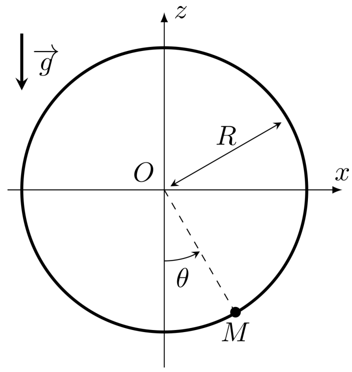
La Terre subit de la part du Soleil la force d'attraction gravitationnelle :

$$\vec{F}_g = -\mathcal{G}\frac{M_T M_S}{R^2}\vec{u_r} \quad \text{où} \quad \mathcal{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{SI}$$

avec $\vec{u_r}$ le vecteur unitaire allant du Soleil vers la Terre. La Terre tourne autour du Soleil en décrivant un cercle de rayon $R = 149{,}6 \times 10^6\,\text{km}$. Déterminer la masse du Soleil.

III Oscillations d'un anneau sur un cerceau

Un cerceau de centre O et de rayon R est maintenu dans un plan vertical, et un anneau de masse m assimilé à un point matériel M peut glisser sans frottements le long de ce cerceau.



1) Qu'est-ce que l'hypothèse « sans frottements » implique pour la réaction du cerceau sur l'anneau ?
2) Écrire le PFD appliqué à l'anneau et le projeter dans une base adaptée.
3) En déduire l'équation différentielle régissant le mouvement.

On se place dans l'approximation des petits angles ($|\theta| < \theta_0 = 20°$). Initialement, l'anneau est situé à la verticale en-dessous de O et il est lancé vers la droite, avec une vitesse initiale de norme v_0.

4) En déduire l'équation horaire du mouvement.
5) À quelle condition sur v_0 l'approximation des petits angles est-elle vérifiée ?

IV Mouvement hélicoïdal

Un point matériel M a pour équations horaires en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} r(t) = R \\ \theta(t) = \omega t \\ z(t) = \alpha t \end{cases} \quad \text{avec} \quad (\alpha,\omega) \quad \text{des constantes}$$

1) Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans la base cylindrique.
2) Dessiner l'allure de la trajectoire.
3) Déterminer h le pas de l'hélice, c'est-à-dire la distance selon l'axe (Oz) dont sont séparés deux points successifs de la trajectoire correspondant à un même angle θ (modulo 2π).
4) Ce mouvement est-il uniforme ? À quelle condition est-il circulaire ?
5) Déterminer les coordonnées cartésiennes de ce mouvement.