SUP MPSI3 21 octobre 2022
DEVOIR SURVEILLÉ DE SCIENCES PHYSIQUES N°2 (3H00)

Tout moyen de communication est interdit
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.

Les calculatrices sont interdites !

Le devoir est composé ***de deux exercices et de deux problèmes indépendants.***

EXERCICE 1 : Etude d'un réseau en régime permanent.

EXERCICE 2 : Etude d'un pont de Wheatstone en régime permanent.

PROBLEME 1 : Etude d'une lampe de secours rechargeable.

PROBLEME 2 : Etude d'un circuit RL transitoire.

A l'intérieur des problèmes, certaines questions sont indépendantes.
L'étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.

L'ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l'étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu'une partie soit traitée dans sa continuité.

Une attention particulière sera portée à la ***qualité de la rédaction*** *(vocabulaire, orthographe…) et* ***à la présentation de la copie*** *(numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques…).*
Et il est indispensable de ***numéroter vos copies****.*

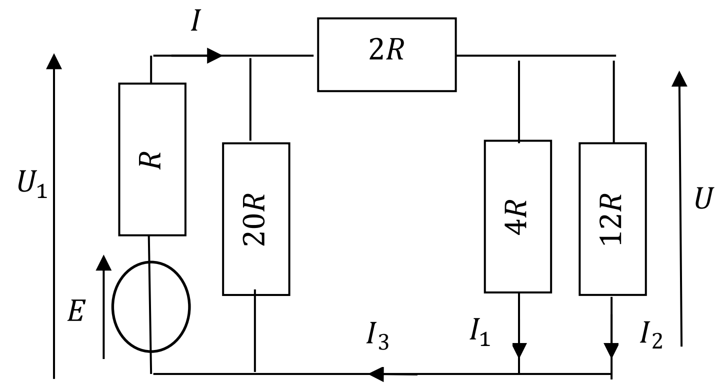
Les résultats numériques doivent être accompagnés d'une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.
Une minoration pouvant aller jusqu'à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.

Programme de révision de ce devoir :

Le début de l'électricité (Les dipôles, les réseaux en régime permanent et les réseaux en régime transitoire du 1er ordre).

EXERCICE 1 : Etude d'un réseau en régime permanent : *(≈ 34 pts)*

Soit le réseau ci-contre :



Toutes les expressions littérales demandées seront mises sous forme de fractions simples simplifiées, et exprimées en fonction de E et/ou R uniquement (sauf en question Q4 où on attend juste des fractions).

Q1. En simplifiant le réseau, exprimer I, puis U_1 . Expliquez vos calculs.

Q2. En déduire U en utilisant un pont diviseur de tension sur un schéma particulier que vous présenterez.

Q3. En déduire ensuite I_1, I_2 et I_3 par la méthode de votre choix.

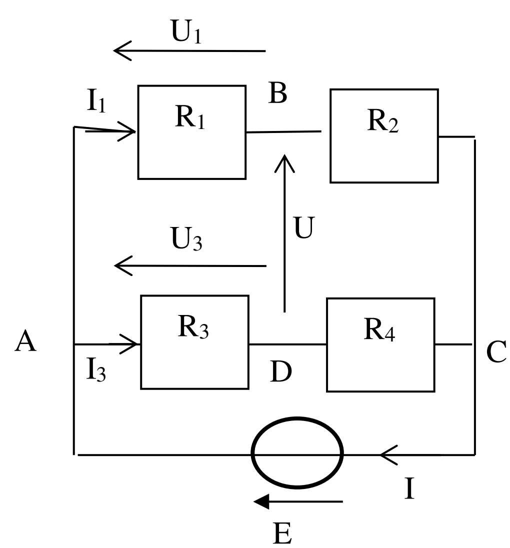
Q4. Vérifier les relations entre I_1 et I_3 d'une part et I_2 et I_3 d'autre part, grâce à un pont diviseur de courant. Expliquez vos démarches.

Q5. Exprimer la puissance P_g délivrée par le générateur idéal de force électromotrice E.

Q6. Exprimer la puissance P_J dissipée par effet Joule dans la résistance $12R$. Quelle fraction de la puissance fournie par le générateur cela représente-t-il ?

EXERCICE 2 : Etude d'un pont de Wheatstone en régime permanent : *(≈33 pts)*

Un pont de Wheatstone est constitué de quatre résistances selon le montage ci-contre.



Q1. Exprimer les tensions U_1, U_3 et U en fonction des potentiels des points A, B, C et D nécessaires.

I - Etude du réseau ci-contre par différentes méthodes :

Toutes les expressions obtenues seront écrites sous forme de fractions simples simplifiées.

Q2. En utilisant les lois de Kirchhoff sans modifier le réseau, déterminer I_1, I_3 et I en fonction de E et des résistances nécessaires. En déduire les expressions de U_1 et U_3 en fonction des mêmes grandeurs.

Q3. Retrouver l'expression de I, en fonction de E et des résistances nécessaires, en ramenant le réseau à un circuit à une seule maille.

Q4. Reprendre le circuit initial et retrouver les expressions de U_1 et U_3 en utilisant la formule du pont diviseur de tension. On souhaite toujours des expressions en fonction de E et des résistances nécessaires.
En déduire l'expression de U.
Quelle doit être la relation entre les résistances pour que U soit nulle ? On dit alors que le pont est équilibré.

II - On branche maintenant entre les bornes B et D un ampèremètre de précision, que l'on modélise par un conducteur ohmique de résistance *r* :

Q5. A quelle condition sur les potentiels V_B et V_D, l'ampèremètre indique-t-il zéro ?

Q6. Les valeurs des résistances R_1 et R_4 étant connues très précisément, la résistance R_2 étant variable mais dont on peut lire la valeur, et la résistance R_3 étant inconnue, quel est l'intérêt d'un tel montage ?

PROBLEME 1 : Etude d'une lampe de secours rechargeable : ***(≈63 pts)***

Il est recommandé d'avoir sur soi une lampe pour être vu en cas de détresse ou tout simplement pour se déplacer par nuit noire. Pour ne pas avoir à gérer des piles défaillantes ou des accumulateurs non chargés, une " lampe à secouer " peut s'avérer utile.

Un extrait d'une description publicitaire de cet objet est rapporté ci-dessous :

Document - Extrait d'une publicité pour une lampe à secouer :

En secouant la lampe 30 secondes (un peu comme une bombe de peinture), de l'énergie électrique est produite et stockée dans un condensateur. Vous obtenez alors environ 20 minutes d'une lumière produite par une DEL (diode électroluminescente).

Si vous n'utilisez pas toute l'énergie produite, elle restera stockée dans le condensateur pendant plusieurs semaines pour être ensuite immédiatement disponible sur simple pression du bouton marche/arrêt.

On part d'une situation où on suppose que le condensateur vient d'être chargé et que la tension à ses bornes est U_0 = 3,3 V. On cesse alors d'agiter la lampe et donc de recharger le condensateur.

Tout d'abord, on étudie la décharge de ce condensateur de capacité C = 10 F (" supercondensateur ") dans un conducteur ohmique de résistance R pouvant modéliser une lampe à incandescence.

Le circuit étudié est donc représenté par le schéma de la figure 1.

La partie de circuit utile lors de la phase de charge du condensateur n'est pas représentée.

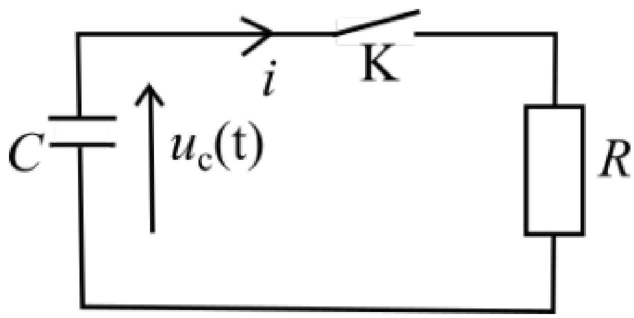


Figure 1 - Circuit électrique équivalent lors de la phase de décharge du condensateur

À l'instant initial t_0 = 0 s, on ferme l'interrupteur K et la décharge commence.

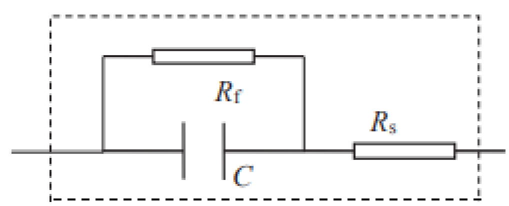
Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ pendant la décharge en faisant apparaître une constante de temps τ dont on donnera l'expression. Puis déterminer l'expression littérale de la solution de cette équation différentielle.

Au bout d'une durée environ égale à 5τ, on peut considérer que la décharge du condensateur est quasi-complète.

Q2. Si l'on considère que cette durée est égale à 20 minutes (comme précisé dans le document fourni), déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique qu'il faut alors associer au condensateur de capacité C = 10 F.

Certains modèles électriques plus élaborés du " supercondensateur " permettent de traduire, plus fidèlement son comportement réel dans un circuit. Un des modèles possibles fait apparaître, autour de la capacité C, une résistance R_f en parallèle et une résistance série R_s conformément au schéma ci-dessous :

Document -
Modèle plus fidèle à la réalité pour le " supercondensateur "



Q3. Quelles valeurs limites doit-on donner à R_f et R_s pour que les propriétés du condensateur « réel » s'approchent au maximum des propriétés du condensateur idéal ? Justifier.

Pour la suite des questions, on revient à un modèle plus simple ($\boldsymbol{C}$ **seul**) pour le condensateur, toujours initialement chargé sous une tension U_0 = 3,3 V.

On remplace maintenant le conducteur ohmique de résistance R par une DEL dont les caractéristiques sont les suivantes :

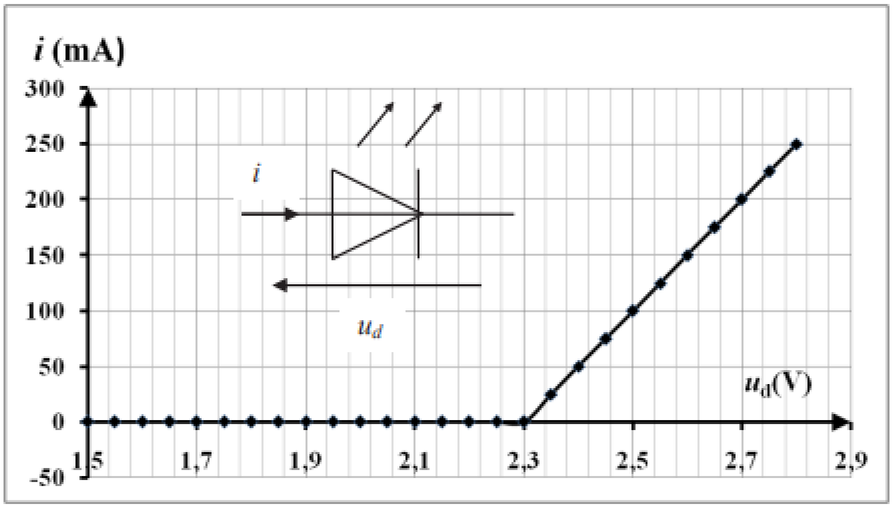


Figure 2 – Caractéristique $i = f(u_d)$ pour la diode électroluminescente DEL.

Parameter	Symbol	Condition	Min.	Typ.	Max.	Unit
Luminous Flux	Φ_V	i = 200 mA	6	8,5	-	lm
Forward Voltage	u_d	i = 200 mA	-	2,5	2,8	V
D.C. Forward Current Max	i_M	-	-	-	250	mA
Peak Wavelenght	λ_p	i = 200 mA	-	635	-	nm
Dominant Wavelenght	λ_d	i = 200 mA	-	624	-	nm
Reverse Current	i_r	u_r = 5 V	-	-	50	µA
Viewing Angle	$2\Phi_{1/2}$	i = 200 mA	-	120	-	deg
Spectrum Line Halfwidth	$\Delta\lambda$	i = 200 mA	-	20	-	nm

Tableau 1 - Electrical & Optical Characteristics

Pour cette diode, on appelle tension seuil, notée U_S la tension minimale au-delà de laquelle la diode devient passante ($i > 0$). On convient alors que la diode électroluminescente cesse d'émettre suffisamment de lumière dès que $u_d < U_S + 0{,}1$ V.

Q4. Comment se comporte la DEL lorsque la diode est bloquée : ($u_d < 2{,}3$ V).
D'autre part, en exploitant la caractéristique fournie, proposer un modèle électrique équivalent pour la DEL lorsqu'elle est passante ($u_d > 2{,}3$ V), sous forme d'un générateur de Thévenin de force électromotrice U_S et de résistance interne r . On précisera les valeurs numériques de ces deux grandeurs. On fera le schéma électrique correspondant en précisant bien les sens de l'intensité de de la tension u_d.

Q5. Faire le schéma électrique de la DEL **modélisée et insérée dans le circuit précédent** à la place de la résistance R. Puis, montrer que la nouvelle équation différentielle régissant l'évolution de $u_c(t)$ lorsque le condensateur se décharge dans la diode électroluminescente est de la forme : $\frac{d\,u_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{\tau\prime} = \frac{U_S}{\tau\prime}$.
Préciser l'expression de τ'.

Q6. Déterminer la solution $u_c(t)$ de cette nouvelle équation différentielle, avec les mêmes conditions initiales que précédemment. Puis représenter graphiquement l'allure de son évolution en fonction du temps, en mettant en évidence les points importants du graphe (valeur et tangente à l'origine ainsi qu'une asymptote éventuelle).

Q7. Déterminer l'expression littérale de $i(t)$. Puis représenter graphiquement l'allure de son évolution en fonction du temps, en mettant en évidence les points importants.

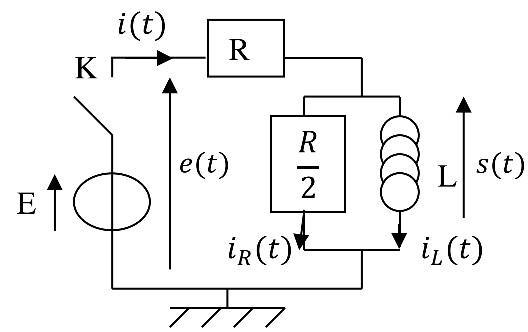
Q8. À l'aide des caractéristiques techniques fournies dans le tableau 1, indiquer si le fonctionnement correct de la DEL est garanti sans dommage. Proposer une solution pour éventuellement remédier au problème rencontré (valeur numérique attendue).

Q9. Prévoir, sans la mise en œuvre de la solution précédente, la durée approximative d'éclairage de cette lampe notée T. (On rappelle que $\ln(10) \approx 2{,}3$). Conclure.

Q10. Exprimer, en fonction de U_0 et de $U_{Fin} = U_S + 0{,}1$ V, le pourcentage P d'énergie restante dans le condensateur lorsque la DEL cesse d'émettre de la lumière par rapport à l'énergie initiale accumulée. (On ne cherche pas à la calculer, mais on estime ici ce pourcentage à environ 50 %).

PROBLEME 2 : Etude d'un circuit RL transitoire : *(≈43 pts)*

Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur idéal de tension continue de force électromotrice E.
A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.



Q1. Y a-t-il continuité du courant $i_L(t)$ dans la bobine L en t = 0 ?
Y a-t-il continuité de la tension $s(t)$ en t = 0 ?
Y a-t-il continuité du courant $i(t)$ dans la résistance R en t = 0 ?
Justifiez vos réponses.

Q2. Montrer que $s(0^+) = \frac{E}{3}$.

Q3. Déterminer également le comportement de $s(t)$ lorsque t → ∞. Justifier.

Q4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ en utilisant les lois de Kirchhoff.

On passe de la question 4 à la question 6. Indiquez bien Q6 sur votre copie. Pas d'inquiétude, aucun malus -Q pour ça.

Q6. En déduire $s(t)$ et tracer son allure.

Q7. Exprimer en fonction de L et R, le temps t_0 au bout duquel $s(t_0) = \frac{s(t=0^+)}{10}$.

Q8. Expérimentalement, on souhaite visualiser $e(t)$ sur la voix 1 et $s(t)$ sur la voix 2. Recopier le schéma du montage et y ajouter les branchements de l'oscilloscope. Y a-t-il besoin d'un transformateur d'isolement ?

Q9. On mesure expérimentalement t_0 = 3,0 µs. On donne R = 1000 Ω. On rappelle que $\ln(10) \approx 2{,}3$. En déduire un ordre de grandeur de l'inductance L de la bobine.

Q10. On remplace le générateur continu par un générateur délivrant un signal périodique en créneaux. Quel doit être l'ordre de grandeur de la fréquence du générateur pour qu'on puisse visualiser le signal $s(t)$ complet à l'oscilloscope.

EXERCICE 1 : Etude d'un réseau en régime permanent : *(≈34 pts)*

Q1. Pour exprimer i, il faut calculer la résistance équivalente à toutes les résistances du réseau.

- On note R_{eq1} la résistance équivalente aux résistances $4R$ et $12R$ en parallèle.

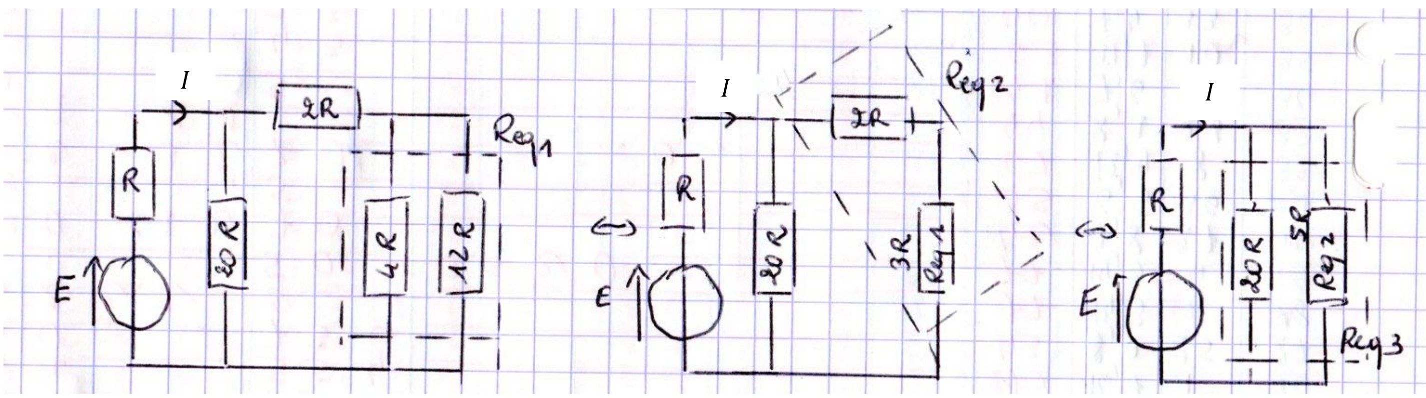
Soit $R_{eq1} = \frac{4R \times 12R}{4R+12R} = \frac{48\,R^2}{16\,R}$; On obtient : $\boxed{\boldsymbol{R_{eq1} = 3R}}$.

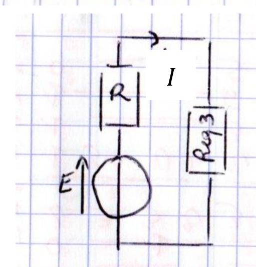
- Cette résistance R_{eq1} est en série avec la résistance $2R$. Soit R_{eq2} cette nouvelle résistance équivalente.

Alors $R_{eq2} = R_{eq1} + 2R = 3R + 2R$; On obtient $\boxed{\boldsymbol{R_{eq2} = 5R}}$.

- Enfin, notons R_{eq3} la résistance équivalente aux résistances R_{eq2} et $20\,R$ en parallèle.

$R_{eq3} = \frac{R_{eq2} \times 20\,R}{R_{eq2}+20\,R} = \frac{5R \times 20R}{5R+20R} = \frac{100\,R^2}{25\,R}$; On obtient : $\boxed{\boldsymbol{R_{eq3} = 4R}}$.





On obtient alors un circuit à une seule maille : Loi de Pouillet pour trouver I :

$I = \frac{E}{R+R_{eq3}} = \frac{E}{R+4R}$; On obtient donc : $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E}{5R}}}$.

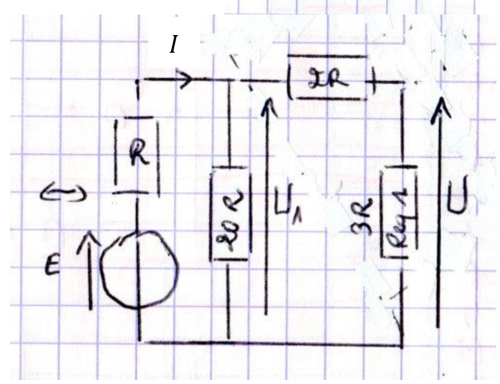
- Pour déterminer U_1, on utilise l'additivité des tensions :

$U_1 = E - R\,I = E - R\,\frac{E}{5R} = E - \frac{E}{5}$; On obtient donc : $\boxed{\boldsymbol{U_1 = \frac{4}{5}\,E}}$.

Q2. Il faut reprendre le schéma numéro 2, qui présente U aux bornes de R_{eq1} :

U_1 peut se décaler à l'entrée de la résistance $2R$ comme sur le schéma ci-contre :

On a alors les résistances $2R$ et R_{eq1} qui sont en série. U_1 est la tension globale :



Formule du pont diviseur de tension : $\frac{U}{U_1} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq1}+2R} = \frac{3R}{3R+2R}$;

Soit : $\boldsymbol{U = \frac{3}{5}\,U_1}$. Et comme $U_1 = \frac{4}{5}\,E$, on obtient $U = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}\,E$;

Ou encore : $\boxed{\boldsymbol{U = \frac{12}{25}E}}$.

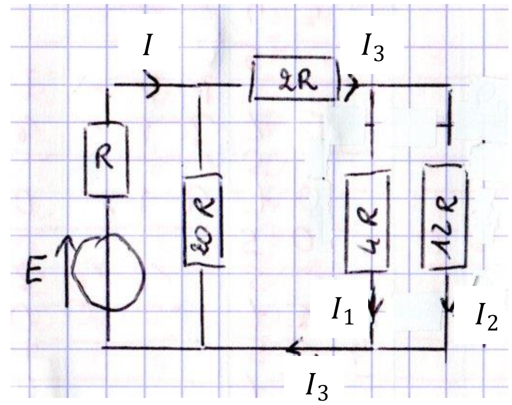
Q3. Pour obtenir les intensités I_1 et I_2, on exploite la loi d'Ohm en convention récepteurs aux bornes des résistances $4R$ et $12R$ respectivement.

D'où : $U = 12R\,I_2$; Soit : $I_2 = \frac{U}{12R} = \frac{\frac{12}{25}E}{12\,R}$; ainsi : $\boxed{\boldsymbol{I_2 = \frac{E}{25\,R}}}$.

Et de même, $U = 4R\,I_1$; Soit : $I_1 = \frac{U}{4\,R} = \frac{\frac{12}{25}E}{4\,R}$; ainsi : $\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{3\,E}{25\,R}}}$.

Pour obtenir I_3 : Loi des nœuds : $I_3 = I_1 + I_2 = \frac{3\,E}{25\,R} + \frac{E}{25\,R}$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{I_3 = \frac{4\,E}{25\,R}}}$.

Q4. Les résistances $4R$ et $12R$ sont en parallèle.
I_3 est l'intensité globale qui arrive au nœud ou en repart, comme indiqué sur le schéma ci-contre :



Formule du pont diviseur de courant : *Attention, il faut prendre la résistance de l'autre branche ou bien travailler avec les conductances.*
$\frac{I_1}{I_3} = \frac{12\,R}{12\,R+4R} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$; Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{3}{4}\,I_3}}$;
Cohérent avec le résultat précédent.
De même : $\frac{I_2}{I_3} = \frac{4\,R}{12\,R+4R} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$; Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{I_2 = \frac{1}{4}\,I_3}}$.
Cohérent avec le résultat précédent.

Q5. Le générateur idéal de f.e.m. E délivre I ; Alors $\boxed{\boldsymbol{P_g = EI}}$;

Soit $P_g = E\,\frac{E}{5R}$; Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{P_g = \frac{E^2}{5R}}}$;

Q6. La résistance $12R$ est traversée par I_2 ;

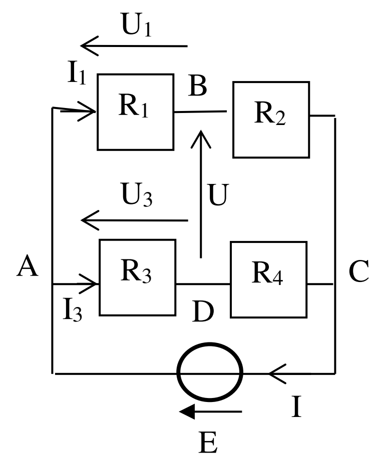
Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{P_J = 12RI_2^2}}$; D'où ; $P_J = 12R\left(\frac{E}{25\,R}\right)^2$; Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{P_J = \frac{12\,E^2}{625\,R}}}$;

Enfin : $\frac{P_J}{P_g} = \frac{\frac{12\,E^2}{625R}}{\frac{E^2}{5\,R}}$; Ainsi : $\frac{P_J}{P_g} = \frac{12}{625} \times 5 = \frac{12}{125}$; <u>Ccl</u> : $\boxed{\boldsymbol{P_J \approx \frac{1}{10}P_g \approx \frac{10}{100}\,P_g}}$;

La <u>**résistance 12R consomme donc environ 10 % de l'énergie fournie par le générateur**</u>.

EXERCICE 2 : Etude d'un pont de Wheatstone en régime permanent : *(≈33pts)*

Q1. $\boxed{U_1 = V_A - V_B}$; $\boxed{U_3 = V_A - V_D}$; Et $\boxed{U = V_B - V_D}$.



I - Etude du réseau ci-contre par différentes méthodes :

Q2. Lois de Kirchhoff :

- Loi des nœuds : $\mathbf{I = I_1 + I_3}$.
- Loi des mailles en bas : $E - R_3I_3 - R_4I_3 = 0$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{I_3 = \frac{E}{R_3+R_4}}}$;
- Loi des mailles ds la grande maille : $E - R_1I_1 - R_2I_1 = 0$;

Soit : $\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{E}{R_1+R_2}}}$;

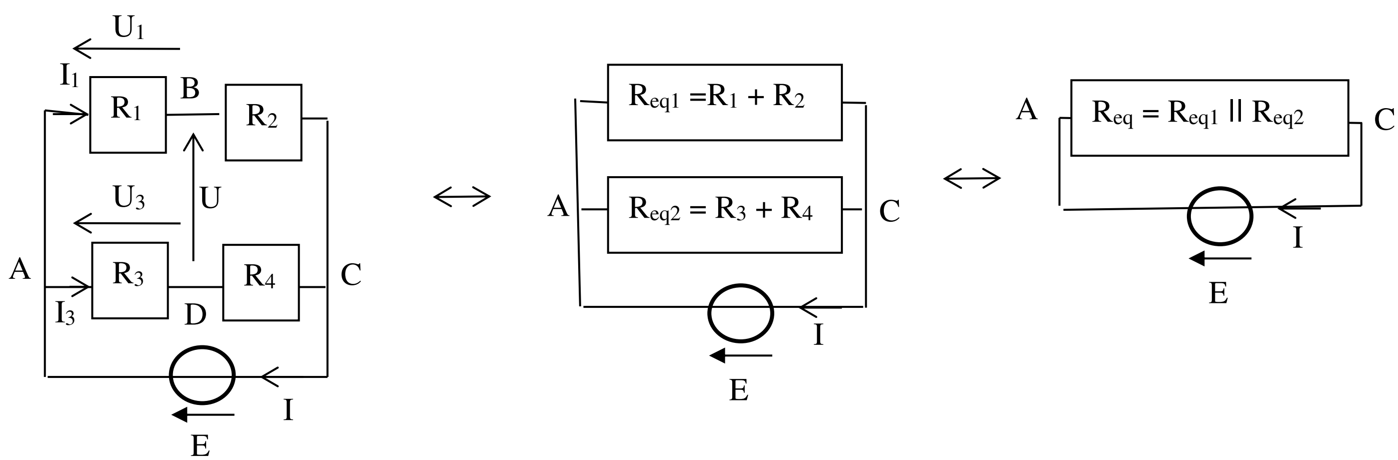
- En appliquant la loi des nœuds, il vient : $I = \frac{E}{R_1+R_2} + \frac{E}{R_3+R_4}$

Ou encore : $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E(R_1+R_2+R_3+R_4)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}}}$;

- Enfin : Loi d'Ohm en convention récepteur : $U_1 = R_1 I_1$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{U_1 = \frac{R_1 E}{R_1+R_2}}}$;

Et de même : $U_3 = R_3 I_3$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{U_3 = \frac{R_3 E}{R_3+R_4}}}$;

Q3. Simplification du réseau :



$$\boxed{\boldsymbol{R_{eq} = \frac{R_{eq1}R_{eq2}}{R_{eq1} + R_{eq2}} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}}$$

Sur le circuit à une maille : <u>Loi de Pouillet</u> $\boxed{\boldsymbol{: I = \frac{E}{R_{eq}}}}$; Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E(R_1+R_2+R_3+R_4)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}}}$;

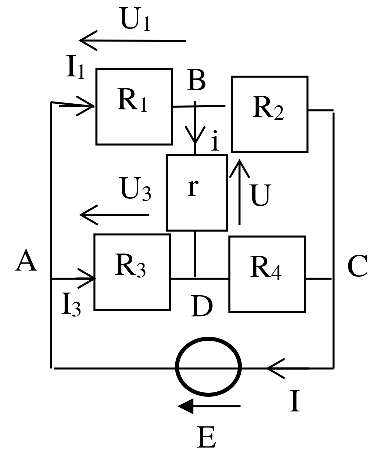
Q4. En utilisant les formules du pont diviseur de tension, sur le circuit initial :
Dans la maille du bas, les résistances R_3 et R_4 sont en série et E alimente la totalité :
Ainsi : $\frac{U_3}{E} = \frac{R_3}{R_3+R_4}$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{U_3 = \frac{R_3}{R_3+R_4}\ E}}$;
De même dans la grande maille, les résistances R_1 et R_2 sont en série et E alimente la totalité :
Ainsi : $\frac{U_1}{E} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{U_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}\ E}}$;

- De plus, $U = V_B - V_D = V_B - V_A + V_A - V_D$; Soit : $\boxed{\mathbf{U = U_3 - U_1}}$ (par additivité des tensions).

Ainsi : $U = \frac{R_3}{R_3+R_4}\ E - \frac{R_1}{R_1+R_2}\ E$; Soit : $U = \frac{R_3(R_1+R_2)-R_1(R_3+R_4)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\ E$; Ou encore : $\boxed{\mathbf{U} = \boldsymbol{\frac{R_2\, R_3 - R_1 R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\ E}}$;

- **<u>U est nulle</u>** lorsque le numérateur est nul, donc pour $\boxed{\boldsymbol{R_1 R_4 = R_2\, R_3}}$;

II - On branche maintenant entre les bornes B et D un ampèremètre de précision, que l'on modélise par un conducteur ohmique de résistance *r* :



Q5. Soit i l'intensité traversant l'ampèremètre modélisé ci-contre par la résistance r.
On a $\boxed{\mathbf{U = r\,i = V_B - V_D}}$; Ainsi $\boxed{\mathbf{i = 0,\ pour\ V_B = V_D}}$;

Q6. On règle la valeur de la résistance variable R_2 de façon à obtenir $U = 0$ au voltmètre ou i = 0 à l'ampèremètre ;

On en déduit la valeur de la résistance inconnue R_3 telle que : $\boxed{\boldsymbol{R_3 = \frac{R_1\,R_4}{R_2}}\ \mathbf{;}}$

On peut ainsi **déterminer la valeur d'une résistance inconnue.**

PROBLEME 1 : Etude d'une lampe de secours rechargeable : *(≈63 pts)*

(D'après CCINP TSI 2022)

Q1. Loi des mailles : $\boldsymbol{u_c(t) - Ri(t) = 0}$.

Relation courant tension aux bornes du condensateur **en convention générateur** : $\boldsymbol{i(t) = -C\,\frac{u_c(t)}{dt}}$;

D'où : $u_c(t) + RC\,\frac{du_c(t)}{dt} = 0$;

Sous forme canonique, il vient : $\boxed{\boldsymbol{\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{RC} = \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{\tau} = 0}\ \textbf{; En posant}\ \boldsymbol{\tau = RC}}$.

- Solution générale = solution homogène (puisque le second membre est nul) de la forme :

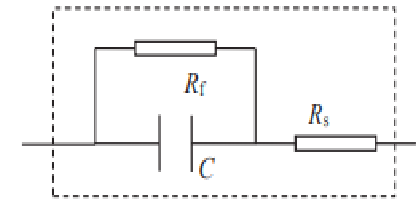
$u_c(t) = A\,e^{-t/\tau}$.

Condition initiale : A $t = 0$, $u_c(0^-) = u_c(0^+) = U_0$, car C assure la continuité de la tension à ses bornes.

Alors $A\,e^0 = \boldsymbol{U_0} = \boldsymbol{A}$; Conclusion : $\boxed{\boldsymbol{u_c(t) = U_0\,e^{-t/\tau}}\ \textbf{, avec}\ \boldsymbol{\tau = RC.}}$

Q2. D'après l'énoncé, $5\tau = 20$ min ; donc $\boldsymbol{\tau = RC =}$ **4 min = 240 s** ; Alors : $\boxed{\boldsymbol{R = \frac{\tau}{C}}}$.

AN : $R = \frac{240}{10}$; On obtient : $\boldsymbol{R = 24\ \Omega}$.



Q3. Les deux résistances doivent modifier au minimum le circuit. Ainsi, on devrait avoir $\boldsymbol{R_f}$ **grande,** pour que l'intensité qui la traverse soit faible et $\boldsymbol{R_s}$ **petite**, afin de minimiser les pertes par effet Joule.

Q4. Lorsque la DEL est bloquée, l'intensité reste nulle, donc elle se comporte comme un **interrupteur ouvert.**

- Lorsqu'elle est passante, la caractéristique de la diode est une droite oblique d'équation : $\boldsymbol{i = \alpha\,u_d + \beta}$.

Il faut déterminer α et β :

α est le coefficient directeur de la droite : $\alpha = \frac{250.10^{-3}}{0{,}5} = \frac{0{,}25}{0{,}5} = \frac{25}{50}$; Soit $\boldsymbol{\alpha = 0{,}5}$ **S (ou Ω^{-1})** .

β l'ordonnée à l'origine telle que : $0 = 0{,}5 \times\ 2{,}3 + \beta$; Soit $\beta = -1{,}15$;

D'où l'**équation de la caractéristique :** $\boldsymbol{i = 0{,}5\,u_d - 1{,}15}$ (*)

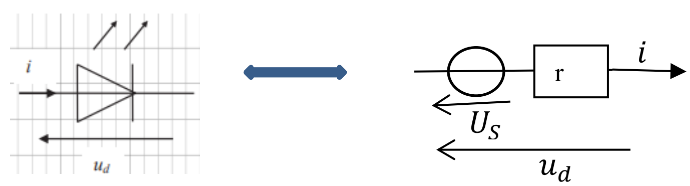
On souhaite modéliser la DEL sous forme d'un générateur de Thévenin, donc on veut une équation de la forme : $u_d = \alpha' i + \beta'$.

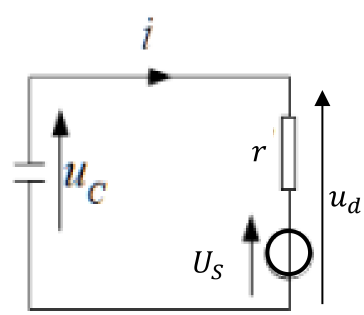
Il faut donc sortir u_d de l'équation précédente (*) : $0{,}5\,u_d = i + 1{,}15$; Ou encore : $u_d = \frac{i}{0{,}5} + \frac{1{,}15}{0{,}5} = 2i + \frac{11{,}5}{5}$

Qui se simplifie en $u_d = 2i + 2{,}3$; De la forme $\boxed{\boldsymbol{u_d = U_S + ri}\ \textbf{avec}\ \boldsymbol{r = 2\ \Omega}\ \textbf{et}\ \boldsymbol{U_S = 2{,}3}\ \textbf{V}}$.

On peut donc modéliser la diode passante par une **association série d'une f.e.m. $\boldsymbol{U_S}$ et une résistance $\boldsymbol{r}$ en convention récepteur.**

D'où le schéma électrique équivalent.





Q5. Schéma ci-contre.

i et u_d dont de sens opposés.

u_d et U_S sont de même sens.

Loi des mailles : $u_c(t) - ri(t) - U_S = 0$.

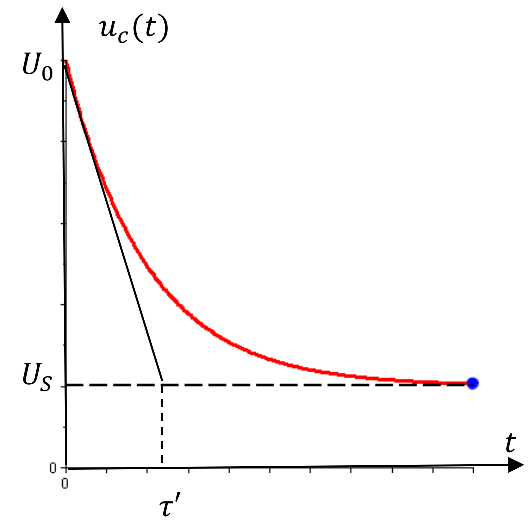
Relation courant tension aux bornes du condensateur **en convention générateur** : $\boldsymbol{i(t) = -C\,\frac{u_c(t)}{dt}}$;

D'où : $u_c(t) + rC\,\frac{\boldsymbol{u_c(t)}}{\boldsymbol{dt}} - U_S = 0$.

Sous forme canonique, il vient : $\boxed{\boldsymbol{\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{rC} = \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{\tau'} = \frac{U_S}{rC}}\ \textbf{;}}$

$\boxed{\textbf{En posant}\ \boldsymbol{\tau' = rC}}$.

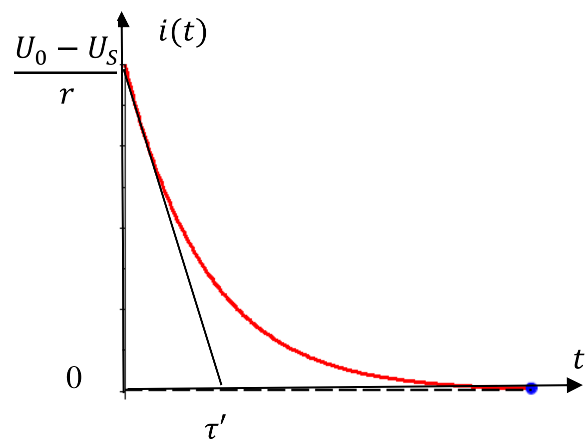
Q6. Solution homogène de la forme : $\boldsymbol{u_{ch}(t) = B\, e^{-t/\tau'}}$.
Solution particulière constante ; Elle satisfait à l'équation différentielle ; Soit : $\boldsymbol{u_{cP} = U_S}$.
Solution générale : $u_c(t) = u_{ch}(t) + u_{cP} = B\, e^{-t/\tau'} + U_S$.
Condition initiale : A $t = 0$, $u_c(0^-) = u_c(0^+) = U_0$, car C assure la continuité de la tension à ses bornes.
Alors $B\, e^0 + U_S = U_0$; D'où : $\boldsymbol{B = U_0 - U_S}$;
<u>Conclusion</u> : $\boxed{\boldsymbol{u_c(t) = U_S + (U_0 - U_S)\, e^{-t/\tau'}}\textbf{, avec } \boldsymbol{\tau' = rC}.}$



- <u>Allure de $u_c(t)$</u> : ci-contre.

$\boldsymbol{u_c(0^+) = U_0}$ et $\boldsymbol{\lim_{t\to\infty} u_c(t) = U_S}$.
L'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale donne accès à τ'.

Q7. On a vu que $\boldsymbol{i(t) = -C\, \frac{u_c(t)}{dt}}$;
Soit : $i(t) = -C\left(-\frac{1}{\tau'}\right)(U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau'}}$;
Qui se simplifie en $\boxed{\boldsymbol{i(t) = (\frac{U_0 - U_S}{r})e^{-t/\tau'}}}$.



- <u>Allure de $i(t)$</u> : ci-contre.

$\boldsymbol{i(0^+) = \frac{U_0 - U_S}{r}}$ et $\boldsymbol{\lim_{t\to\infty} i(t) = 0}$.
L'intersection de la tangente à l'origine avec l'axe des temps donne accès à τ'.

Q8. On remarque que $\boxed{\boldsymbol{u_{c\,max} = U_0 = 3,3\ V}}$ et $\boxed{\boldsymbol{i_{max} = \frac{U_0 - U_S}{r}}}$
D'où : et $i_{max} = \frac{3,3-2,3}{2}$; on obtient <u>$\boldsymbol{i_{max} = 0,5\ A}$</u>.
D'après le tableau 1, <u>$\boldsymbol{i_{max} = 250\ mA}$ **et** $\boldsymbol{u_{c\,max} = 2,8\ V}$</u>.
<u>Conclusion</u> : Il faut restreindre la charge initiale du condensateur (pour limiter $u_{c\,max}$) en <u>**secouant moins longtemps**</u> (≈20 s) et ajouter <u>**une résistance R' en série avec la LED**</u> pour diviser par deux, la valeur initiale de l'intensité.

Q9. D'après l'énoncé, la lampe éclaire tant que $u_d > U_S + 0{,}1$ V.
D'après le schéma de la question Q5, $\boldsymbol{u_c = u_d}$.
Ainsi, la lampe éclaire tant que $U_S + (U_0 - U_S)\, e^{-t/\tau'} > U_S + 0{,}1$ V
A la limite, en $t = T$, on aura : $(U_0 - U_S)\, e^{-T/\tau'} = 0{,}1$ V
Or $U_0 - U_S = 1$V ; Ainsi, on obtient : $e^{-T/\tau'} = 0{,}1$; Soit : $-\frac{T}{\tau'} = \ln(0{,}1) = -\ln(10)$.
Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{T = \tau' \ln(10) = rC \ln(10)}}$; <u>AN</u> : $T = 2 \times 10 \times 2{,}3$; On obtient <u>**:** $\boldsymbol{T \approx 46}$ **s**</u>.
<u>Conclusion</u> : On est <u>**loin des 20 min annoncées**</u> !

Q10. On sait que l'énergie emmagasinée dans le condensateur se met sous la forme : $\boldsymbol{W = \frac{1}{2}\, C\, U^2}$.
Ainsi, l'énergie initiale sera : $W_i = \frac{1}{2}\, C\, {U_0}^2$; Et l'énergie finale : $W_{Fin} = \frac{1}{2}\, C\, {U_{Fin}}^2$.
Alors le pourcentage d'énergie restante dans le condensateur lorsque la DEL cesse d'émettre de la lumière est :
$\boxed{\boldsymbol{P = 100 \times \frac{W_{Fin}}{W_i} = 100 \times \frac{{U_{Fin}}^2}{{U_0}^2}}}$.

PROBLEME 2 : Etude d'un circuit RL transitoire : *(D'après AGRO) (≈43 pts)*

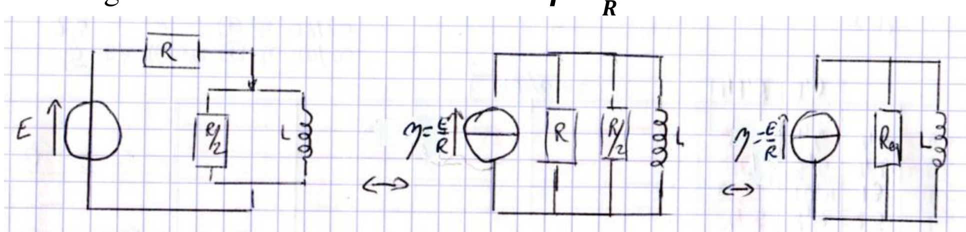
Q1. Oui, le **<u>courant dans la bobine est continu à t = 0</u>**, car une bobine assure la continuité de l'intensité qui la traverse.
Par contre, <u>à priori</u> il y a **<u>discontinuité de la tension aux bornes de la bobine</u>** à t = 0.
Et aussi, **<u>discontinuité du courant dans la résistance R</u>** à t = 0.

Q2. Pour $t < 0$, K est ouvert, donc $i_L(0^-) = 0$; Par continuité $\boxed{\boldsymbol{i_L(0^+) = 0}}$.
Loi des nœuds à $t = 0^+$: $i(0^+) = i_R(0^+) + i_L(0^+)$; Soit : $\boldsymbol{i(0^+) = i_R(0^+)}$.
Loi des mailles dans la maille de gauche, à $t = 0^+$: $E - Ri(0^+) - \frac{R}{2}\, i_R(0^+) = 0$
Soit : $E = \left(R + \frac{R}{2}\right) i_R(0^+)$; D'où : $\boldsymbol{i_R(0^+) = i(0^+) = \frac{2E}{3R}}$ et $s(0^+) = \frac{R}{2} i_R(0^+) = \frac{R}{2}\frac{2E}{3R}$;
On obtient bien : $\boxed{\boldsymbol{s(0^+) = \frac{E}{3}}}$.
<u>Autre méthode :</u> Comme $i_L(0^+) = 0$, alors $i(0^+) = i_R(0^+)$ et les résistances R et $\frac{R}{2}$ peuvent être considérées comme en série. Pont diviseur de tension à $t = 0^+$: $\frac{s(0^+)}{E} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2}+R} = \frac{\frac{R}{2}}{3\frac{R}{2}} = \frac{1}{3}$; D'où : $\boxed{\boldsymbol{s(0^+) = \frac{E}{3}}}$.

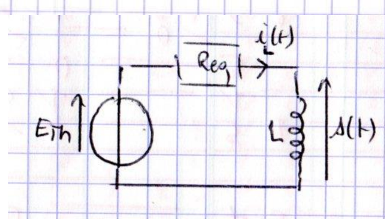
Q3. Lorsque $t \to \infty$, le régime permanent est atteint et la **<u>bobine se comporte comme un fil</u>**.
Ainsi, $\boxed{\boldsymbol{\lim_{t\to\infty}(s) = 0}}$, car cela correspond à la tension aux bornes d'un fil.

Q4. On cherche l'équation différentielle en $s(t)$:
Loi des mailles à gauche : $E - Ri(t) - s(t) = 0$.
Il faut supprimer $i(t)$: Loi des nœuds : $i(t) = i_R(t) + i_L(t)$.
Ainsi, on obtient : $E = R[i_R(t) + i_L(t)] + s(t)$. (*)
Il reste à exprimer les intensités $i_L(t)$ et $i_R(t)$ en fonction de $s(t)$: $s(t) = L\,\frac{d\,i_L(t)}{dt}$ et $s(t) = \frac{R}{2}\, i_R(t)$.
Il faut donc dériver (*) : $0 = R\frac{d\,i_R(t)}{dt} + R\,\frac{d\,i_L(t)}{dt} + \frac{d\,s(t)}{dt}$
Ainsi, il vient : $2\frac{d\,s(t)}{dt} + \frac{R}{L}\, s(t) + \frac{d\,s(t)}{dt} = 0$; Enfin sous forme canonique, on obtient : $\boxed{\boldsymbol{\frac{d\,s(t)}{dt} + \frac{R}{3L} s(t) = 0}}$.

Q5. Par simplification du réseau : On garde bien la bobine à droite.
On transforme le générateur de Thévenin en générateur de Norton : On a alors $\boldsymbol{\eta = \frac{E}{R}}$.



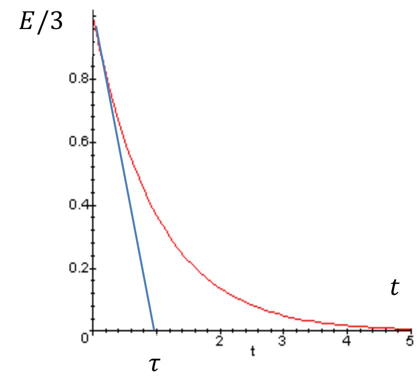
Puis les résistances R et $\frac{R}{2}$ sont en parallèle, alors
$R_{eq} = \frac{R\frac{R}{2}}{R+\frac{R}{2}} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3}{2}}$; Ainsi, $\boxed{\boldsymbol{R_{eq} = \frac{R}{3}}}$.
On repasse alors en générateur de Thévenin : $E_{Th} = R_{eq}\,\eta = \frac{R}{3}\frac{E}{R}$;
Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{E_{Th} = \frac{E}{3}}}$.



On a alors un circuit à une seule maille :
Loi des mailles : $E_{Th} - R_{eq}\, i_L(t) - s(t) = 0$. (**)
Il faut supprimer $i_L(t)$: $s(t) = L\,\frac{d\,i_L(t)}{dt}$
On dérive donc (**) , il vient : $0 = R_{eq}\frac{d\,i_L(t)}{dt} + \frac{d\,s(t)}{dt}$;
Soit : $\frac{d\,s(t)}{dt} + \frac{R_{eq}}{L}\, s(t) = 0$; Et enfin : $\boxed{\boldsymbol{\frac{d\,s(t)}{dt} + \frac{R}{3L} s(t) = 0}}$.

Q6. Solution de cette équation différentielle :

On pose $\boxed{\boldsymbol{\tau = \frac{3L}{R}}}$. ***Solution homogène = solution générale,*** car le second membre est nul.



$s(t)$ est de la forme $\boxed{\boldsymbol{s(t) = \mathrm{A}\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}}$

CI pour déterminer A : CI : A $t = 0^+$, on a dejà vu en Q2 que $s(0^+) = \frac{E}{3}$; Donc $\boxed{\boldsymbol{\mathrm{A} = \frac{E}{3}}}$

Ainsi : $\boxed{\boldsymbol{s(t) = \frac{E}{3}\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = \frac{3L}{R}}}$

D'où l'allure de $s(t)$ ci-contre :

<u>Remarque</u> : On retrouve bien que $\lim\limits_{t\to\infty,} (s) = 0$.

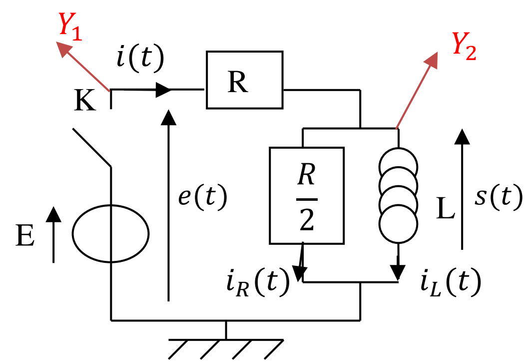
Q7. On cherche t_0 tel que $s(t_0) = \frac{s(t=0^+)}{10} = \frac{E}{3\times 10}$.

On a alors : $s(t) = \frac{E}{3}\ \exp\left(-\frac{t_0}{\tau}\right) = \frac{E}{3\times 10}$; D'où : $\exp\left(-\frac{t_0}{\tau}\right) = \frac{1}{10} = 0{,}1$.

Soit : $-\frac{t_0}{\tau} = \ln(0{,}1) = -\ln(10)$;

Enfin : $\boxed{\boldsymbol{t_0 = \tau \ln(10) = \frac{3L}{R} \ln(10)}}$.

Q8. Pour visualiser $e(t)$ et $s(t)$, il suffit de brancher l'oscilloscope comme ci-contre.



La masse de l'oscilloscope est reliée à la masse du GBF, un <u>**transformateur d'isolement n'est pas nécessaire**</u>.

Q9. On vous donne t_0 = 3,0 µs et R = 1000 Ω.

Or $t_0 = \frac{3L}{R} \ln(10)$; D'où : $\boxed{\boldsymbol{L = \frac{R\, t_0}{3 \ln(10)}}}$.

<u>AN</u> : $L = \frac{1000\times 3.10^{-6}}{3 \ln(10)} = \frac{10^{-3}}{\ln(10)} = \frac{1}{2{,}3}.10^{-3}$;

On obtient <u>$\boldsymbol{L \approx}$ **0,4 mH**</u>.

Q10. Pour pouvoir observer l'évolution complète de $s(t)$, il faut que $\boldsymbol{\frac{T}{2} \geq 5\,\tau}$.

Soit $T \geq 10\,\tau = \frac{30\,L}{R}$; Ou encore $\boxed{\boldsymbol{f \leq \frac{R}{30\,L}}}$.

<u>AN</u> : $f \leq \frac{1000}{30\times 0{,}4.10^{-3}} = \frac{10^6}{12} \approx 0{,}08.10^6 \approx 8.10^4 \approx 80.10^3$; Il faut donc <u>$\boldsymbol{f \leq}$ **80 kHz.**</u>