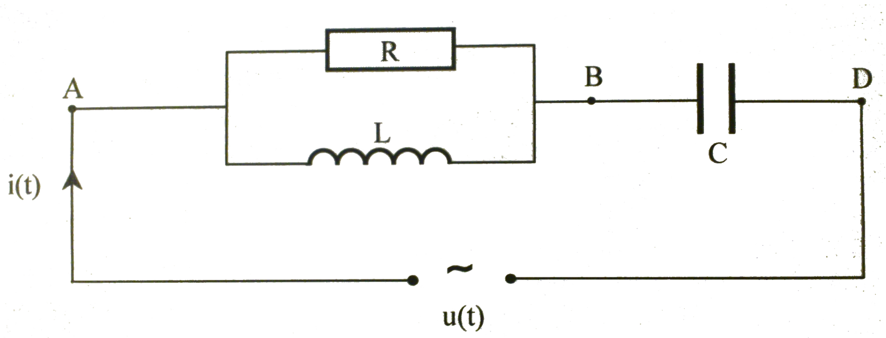
Sujet 1 – corrigé

I Question de cours

Méthode des complexes en RSF : donner la forme de réponse d'un système en RSF, les relations entre les grandeurs réelle et complexe associée, l'intérêt pour la dérivation et le lien entre une équation différentielle réelle et l'équation algébrique complexe associée.

II Mesure d'impédance

On considère le circuit représenté ci-dessous où le tronçon AB est constitué d'une bobine idéale d'inductance L montée en dérivation avec une résistance R et où le tronçon BD est constitué d'un condensateur de capacité C. On applique entre les bornes A et D du circuit une tension sinusoïdale $u(t)$ de pulsation ω.



1. Calculer l'impédance complexe $\underline{Z_{AB}}$ de la portion de circuit AB.

   Réponse :

$$\frac{1}{\underline{Z_{AB}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{Z_{AB}} = \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L}}$$

2. Calculer l'impédance complexe totale $\underline{Z_{AD}}$ du circuit et l'écrire sous la forme $\underline{Z_{AD}} = a + jb$.

   Réponse :

$$\underline{Z_{AD}} = \underline{Z_{AB}} + \frac{1}{jC\omega} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z_{AD}} = \frac{\frac{L}{C} - \frac{jR}{C\omega} + j\omega RL}{R + j\omega L} = a + jb$$

   avec

$$\boxed{a = \frac{1}{R\left(\frac{1}{(L\omega)^2} + \frac{1}{R^2}\right)}} \quad ; \quad \boxed{b = \frac{1}{L\omega\left(\frac{1}{L^2\omega^2} + \frac{1}{R^2}\right)} - \frac{1}{C\omega}}$$

3. En déduire l'expression, pour ce circuit, du déphasage $\phi_u - \phi_i$ entre la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$.

   Réponse :

$$\phi_u - \phi_i = \arg(\underline{Z_{AD}}) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{car} \, a > 0.$$

   On trouve

$$\boxed{\phi_u - \phi_i = \arctan\left(\frac{R}{L\omega} - \frac{R}{C\omega(L\omega)^2} - \frac{1}{RC\omega}\right)}.$$

4. Pour quelle valeur ω_r de la pulsation ω le circuit est-il équivalent à une résistance pure ?

Réponse :
On veut trouver ω tel que $b = 0$.

$$b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{(L\omega)^2} + \frac{1}{R^2} = \frac{C}{L} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\omega = \frac{R}{\sqrt{LCR^2 - L^2}}}$$

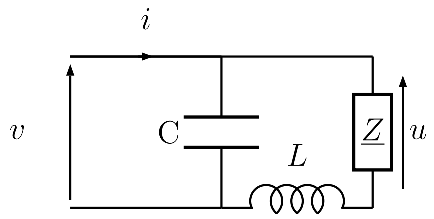
Sujet 2 – corrigé

I Question de cours

Circuit RC série : présenter le système réel, le système en RSF complexe, déterminer l'amplitude complexe sur la tension du condensateur ainsi que son amplitude réelle et sa phase.

II Circuit en RSF

Le dipôle ci-contre, soumis à une d.d.p., de valeur efficace V_{eff}, est parcouru par un courant i d'intensité efficace I_{eff}. On appelle U_{eff} la d.d.p. efficace aux bornes de l'impédance Z et ω la pulsation.



1. À quelle condition entre L, C et ω le rapport $U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ et le déphasage entre u et i ne dépendent-ils pas de l'impédance Z ?

   Réponse :

$$\underline{u} = \frac{\underline{i}}{jC\omega + \dfrac{1}{\underline{Z}}(1 - LC\omega^2)}$$

   On veut que $\underline{u}/\underline{i}$ soit indépendant de $\underline{Z}$.

   Il faut donc que $\boxed{LC\omega^2 = 1}$.

Sujet 3 – corrigé

I Question de cours

Donner **et démontrer** les relations des ponts diviseur de tension et diviseur de courant.

II Impédances équivalentes

On considère les associations suivantes : (a) RC série, (b) RL parallèle, (c) R en série avec (L,C) en parallèle.

1. Calculer les impédances complexes de chaque association.

   Réponse :

   (a) $R + \frac{1}{jC\omega}$

   (b) $\frac{RjL\omega}{R+jL\omega}$

   (c) $R + \frac{\frac{L}{C}}{jL\omega+\frac{1}{jC\omega}}$

2. Déterminer le module et l'argument de l'impédance complexe.

   Réponse :

   (a) $\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}$ et $\arctan \frac{-1}{RC\omega}$

   (b) $\frac{RL\omega}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}$ et $\arctan \frac{R}{L\omega}$

   (c) $\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{C^2\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ et $\arctan \frac{L}{CR\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)}$

3. Quels sont les limites de ces impédances pour $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$? Interpréter.

   Réponse :

   (a) ∞ et R

   (b) 0 et R

   (c) R et R

   0 : interupteur fermé

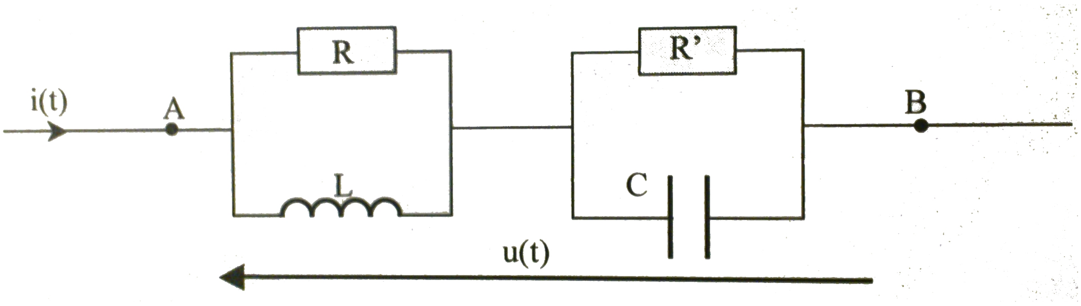
   R : résistance

   ∞ : interupteur ouvert

Sujet 4 – corrigé

I Impédance

On considère le circuit suivant :



1. Déterminer les expressions des résistances R et R' de la portion de circuit représentée ci-dessous pour que la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ soient en phase quel que soit la valeur de la pulsation ω de la tension d'alimentation.

Réponse :

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}} + \frac{1}{\frac{1}{R'} + jC\omega} = a + jb,$$

avec

$$a = \frac{(L\omega)^2 R}{R^2 + (L\omega)^2} + \frac{R'}{1 + (C\omega R')^2} \quad ; \quad \boxed{b = \frac{L\omega R^2}{R^2 + (L\omega)^2} - \frac{C\omega (R')^2}{1 + (C\omega R')^2}}$$

On veut que $b = 0 \quad \forall \omega$

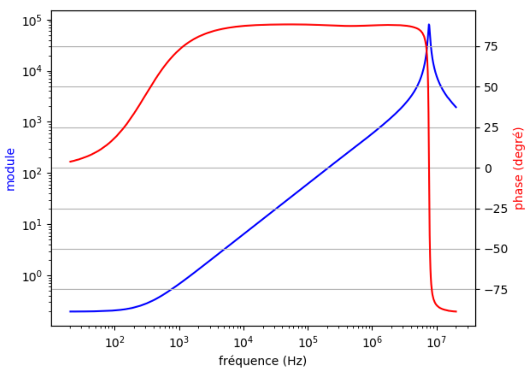
$$R^2 L - C(R'R)^2 + \omega^2 \left(L(RCR')^2 - C(R'L)^2 \right) = 0.$$

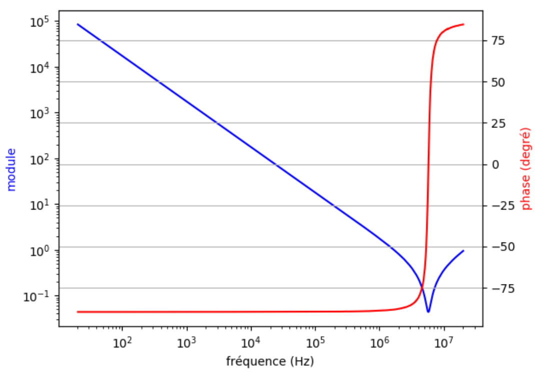
On trouve finalement

$$\boxed{R' = \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad ; \quad \boxed{R = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

II Impédance réelle

On a tracé expérimentalement le module et la phase de 2 dipôles.





1. À quel dipôle correspond chacune de ces courbes ?

   Réponse :
   gauche : bobine, droite : condensateur (la pente en échelle log-log est de ± 1 et le déphasage de $\pm \pi$)

2. Donner la plage de fréquence sur laquelle chacun de ces dipôle se comporte comme il faut.

   Réponse :