#### Pompe à chaleur d'un gaz parfait

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A à la température  $T_0$  et de pression  $P_0$  est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression  $P_1$ . L'air est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude  $T_1$  correspondant à l'état C. L'air est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression  $P_0$ . Il se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial. L'air est considéré comme un gaz parfait de rapport des capacités thermiques  $\gamma = 1,4$  indépendant de la température. On pose  $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$  et  $\alpha = \frac{P_1}{P_0}$ . On prendre  $T_0 = 283$ K,  $T_1 = 298$ K,  $\alpha = 5$  et  $T_2 = 8,31$ J·K<sup>-1</sup>mol<sup>-1</sup>.

- 1. Représenter le cycle parcouru par les gaz dans un diagramme (P,v).
- 2. Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des lois de Laplace. Donner la loi de Laplace relative à la pression et la température, et la réécrire en fonction de  $\beta$ .
- 3. En déduire l'expression des températures  $T_B$  et  $T_D$  des états B et D en fonction de  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .
- 4. Exprimer l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction des transferts thermiques.
- 5. En déduire l'expression de e en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ . Donner sa valeur numérique.

#### Moteur ditherme fonctionnant avec des pseudo-sources

Soit un moteur réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité thermique,  $C = 4.0 \times 10^5 \,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ , dont les températures initiales respectives sont  $T_{f,0} = 10 \,\mathrm{^{\circ}C}$  et  $T_{c,0} = 100 \,\mathrm{^{\circ}C}$ . Ces températures ne sont pas maintenues constantes.

- 1. Donner le schéma de principe de ce moteur au cours d'un cycle en indiquant par des flèches le sens des échanges de chaleur et de travail. On désignera par  $T_c$  la température de la source chaude et par  $T_f$  celle de la source froide. On définira des échanges énergétiques élémentaires  $\delta Q_c$ ,  $\delta Q_f$  et  $\delta W$ . On pourra supposer les températures des sources constantes au cours d'un cycle.
- 2. Exprimer la température T des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner en fonction de  $T_{f,0}$  et  $T_{c,0}$ . Il sera utile d'appliquer le second principe au système subissant N cycles jusqu'à l'arrêt du moteur. Calculer T.
- 3. Exprimer le travail reçu W par ce moteur jusqu'à son arrêt en fonction de C, T,  $T_{f,0}$  et  $T_{c,0}$ . Calculer W et interpréter le signe.
- 4. Exprimer, puis calculer le rendement global  $\eta$ . Comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources restaient constantes.

#### I | Variation d'entropie pour N transformations

Soit n moles de gaz (n = 1) parfait à la pression p = 1 bar et à température la  $T_0 = 450 \,\mathrm{K}$  (état 0). On comprime ce gaz de la pression p à p' = 10 bar de façon réversible et isotherme, puis, on détend le gaz de façon réversible et adiabatique de p' à p (état 1).

- 1. Représentez la suite des transformations dans un diagramme de Watt (p,V).
- 2. Calculez la température finale  $T_1$  du gaz ainsi que la variation d'entropie  $\Delta S_1$  en fonction de n, p et p' et R la constante des gaz parfaits (On pourra utiliser l'expression de  $C_p$  en fonction de  $\gamma$  pour simplifier le résultat). Faire l'application numérique.
- 3. On recommence la même opération depuis l'état 1  $(p,T_1) \rightarrow$  état 2  $(p,T_2) \rightarrow ... \rightarrow$  état N  $(p,T_N)$ . Complétez le diagramme de Watt et déterminez la variation d'entropie du gaz après les N opérations ainsi que la température finale  $T_N$  et enfin la variation d'énergie interne  $\Delta U_N$  en supposant le gaz parfait monoatomique.

Faîtes ensuite les applications numériques pour N=5.

4. Voyez-vous une application? Discuter l'hypothèse du gaz parfait si N grand

 $Rappel\ pour\ un\ GP$ :

$$S_m(T_f, p_f) - S_m(T_i, p_i) = C_{p,m} \ln \frac{T_f}{T_i} - R \ln \frac{p_f}{p_i}$$

### Chauffage isobare d'un gaz parfait

On considère une enceinte calorifugée, fermée par un piston libre de coulisser sans frottements, contenant un gaz parfait. La pression extérieure est notée  $p_0$ . Initialement, le volume de l'enceinte est  $V = V_0$ , la température et la pression du gaz  $T_0$  et  $p_0$ .

Il y a dans l'enceinte un résistor de capacité thermique négligeable, alimenté par un générateur de courant idéal délivrant l'intensité I supposée faible.

On considère dans un premier temps que la résistance du résistor est constante :  $R_0$ 

- 1. Réaliser un schéma de l'expérience.
- 2. Justifier que la transformation subie par le gaz parfait présent dans l'enceinte est quasi-statique et isobare.
- 3. Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours à l'instant t. On pourra pour cela appliquer le premier principe de la thermodynamique à un système judicieusement choisi entre l'instant initial  $t_0 = 0$  et l'instant t.
- 4. En déduire l'expression de l'évolution du volume V au cours du temps.

On considère maintenant que la résistance varie avec la température selon la loi  $R(T) = R_0 \frac{T}{T_0}$ .

5. Reprendre alors les questions 3 et 4.

Khôlles MPSI-semaine 28

## Sujet 5

## $\mathrm{I} \mid \mathrm{Moteur} \; \mathrm{r\'eel} \; (\star)$

Un moteur réel fonctionnant entre deux sources de chaleur, l'une à  $T_F=400\,\mathrm{K}$ , l'autre à  $T_C=650\,\mathrm{K}$ , produit 500 J par cycle pour 1500 J de transfert thermique fourni.

- 1. Déterminer son rendement.
- 2. Quel serait le rendement d'une machine de Carnot fonctionnant entre les deux mêmes sources ? Comparer les deux rendements.
- 3. Calculer l'entropie créée par cycle notée  $S_{\text{créée}}$ .
- 4. Montrer que la différence entre le travail fourni par la machine de Carnot et la machine réelle est égale à  $T_F \times S_{\text{créée}}$ , pour une dépense identique.

# I │ Cycle de Joule (\*\*)

Une mole de gaz parfait diatomique décrit un cycle moteur dit de Joule constitué par :

- deux adiabatiques réversibles AB et CD,
- deux isobares BC et DA.

 $\textbf{Donn\'ees.} \quad A(P_0=1\,{\rm bar}, T_0=280\,{\rm K}), \ B(P_1=10\,{\rm bar}, T1), \ C(P_1, T_2=1000\,{\rm K}), \ D(P_0, T_3).$ 

- 1. Tracer l'allure du cycle dans le plan (P, v)
- 2. Calculer  $T_1$  et  $T_3$ .
- 3. Exprimer le rendement de ce moteur en fonction de  $a=P_1/P_0$  et  $\gamma$ . Calculer sa valeur.