Induction – chapitre 3

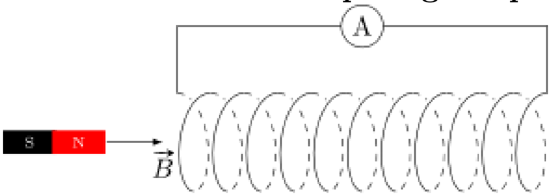
Lois de l'induction et induction de NEUMANN

I Le phénomène d'induction

A Observations expérimentales

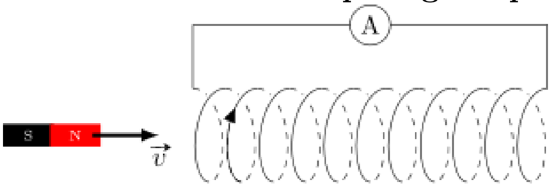
Soit un solénoïde (bobine longue) non alimenté, relié à un ampèremètre mesurant le courant qui le traverse. On étudie sa réaction à un champ magnétique dans deux situations [1] :

Bobine dans un champ magnétique constant



Les lignes de champ d'un aimant vont de sont Nord vers son Sud. Un champ magnétique règne donc dans le solénoïde. On n'observe cependant aucun courant dans le solénoïde.

Bobine dans un champ magnétique variable



On déplace l'aimant à proximité de la bobine. On constate qu'**un courant apparaît** dans la bobine, malgré l'absence de générateur.

En étudiant le sens du courant induit, on observe que le sens de déplacement de l'aimant et du courant sont liés :

- Sans mouvement relatif, pas de courant.
- Si on approche l'aimant ou le circuit, $i < 0$.
- Si on éloigne l'aimant ou le circuit, $i > 0$.

De plus,

- Si on retourne l'aimant, le courant est opposé.
- Plus le mouvement est rapide, plus le courant généré est grand.

B Bilan

Définition

Le phénomène d'induction électromagnétique est l'apparition d'une **tension** électrique (et donc à un **courant** si le circuit est fermé) dans un circuit soumis à un champ magnétique dans deux cas de figure :

1) Lorsque le circuit est plongé dans un champ magnétique **variable** : induction de NEUMANN ;
2) Lorsque le circuit est **déformé** dans un champ magnétique constant : induction de LORENTZ (voir chapitre suivant).

1. Voir l'animation : https://phet.colorado.edu/sims/html/faradays-law/latest/faradays-law_fr.html

Le sens du courant obtenu est donné par la **loi de Lenz** :

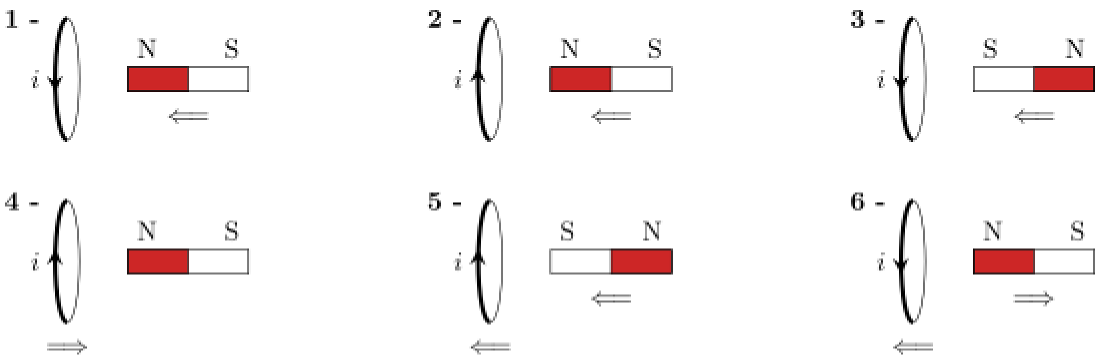
Loi de modération de Lenz

L'induction modère, par ses conséquences, les causes qui lui a donné naissance.

- ◇ **Neumann** : courant induit créé un nouveau champ $\overrightarrow{B_i}$ qui contrecarre les **variations** de $\overrightarrow{B}$ initial ;
- ◇ **Lorentz** : courant induit créé un nouveau champ $\overrightarrow{B_i}$ qui impose une force s'opposant à la **déformation**.

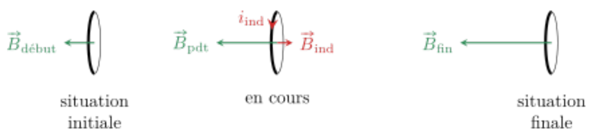
Application

Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant droit sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Indiquer le signe du courant i apparaissant dans la spire pendant le déplacement.



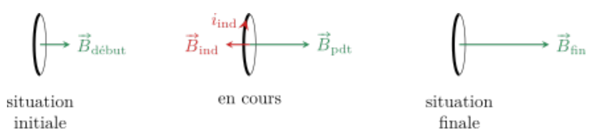
Les lignes de champ vont du Nord vers le Sud. On doit déterminer le sens de variation du champ vu par la spire : le champ induit atténue cette variation. On en déduit le signe réel de i par la règle de la main droite.

1) $\overrightarrow{B}_{\text{aimant}}$ augmente vers la gauche : $\overrightarrow{B}_{\text{induit}}$ est vers la droite, donc issu de $i_{\text{ind}} > 0$.



2) Même situation physique, convention opposée : $i_{\text{ind}} < 0$.

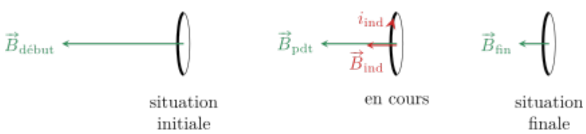
3) Cette fois $\overrightarrow{B}_{\text{aimant}}$ augmente vers la droite : $\overrightarrow{B}_{\text{ind}}$ est vers la gauche. Sens réel du courant opposé : $i_{\text{ind}} < 0$.



4) Pareil qu'à la question 2 : $i_{\text{ind}} < 0$.

5) Pas de mouvement relatif donc pas de variation de champ donc pas d'induction : $i_{\text{ind}} = 0$.

6) Mouvement relatif amplifié. Ici, le champ **diminue** vers la gauche, donc le champ induit le **renforce** ; ainsi $i_{\text{ind}} < 0$.

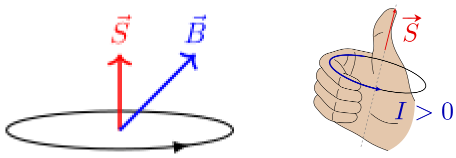


II Flux magnétique, loi de FARADAY

A Flux magnétique

Définition

Soit S une surface **plane**, délimitée par un contour **orienté** par le sens réel du courant, telle que $\vec{S} = S\,\vec{n}$ avec $\vec{n}$ unitaire normal au plan de sens lié au courant par la main droite. Soit $\vec{B}(t)$ le champ magnétique **uniforme** qui la traverse.



On appelle **flux** de $\vec{B}$ à travers S la grandeur **scalaire** $\phi_S(\vec{B})$ telle que

$$\boxed{\phi_S(\vec{B}) = \vec{B}\cdot\vec{S}}$$

Au travers de N spires parcourues par le même champ $\vec{B}$, on a

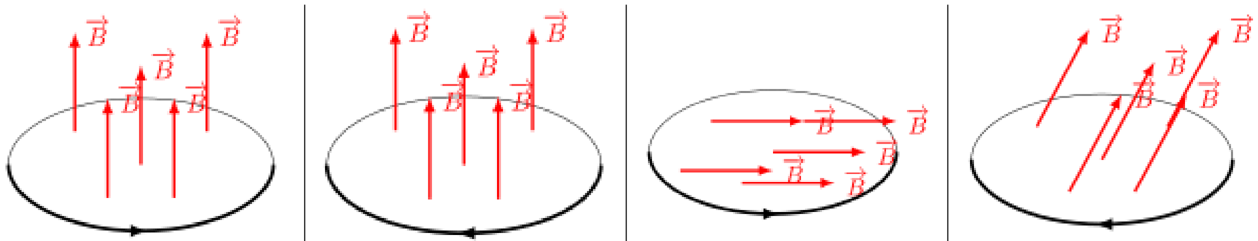
$$\phi(t) = N \times \vec{B}\cdot\vec{S}$$

On se limite à la description des cas où le champ magnétique est **uniforme** à l'échelle de de la situation pour une surface **plane**. Dans un cas plus général, il faudrait effectuer une double intégration sur la surface, en la découpant en éléments infinitésimaux $\mathrm{d}S\,(\mathrm{M})$ avec $\mathrm{M} \in S$:

$$\phi_S(\vec{B}) = \iint_{\mathrm{M}\in S} \mathrm{d}\phi(\mathrm{M}) = \iint_{\mathrm{M}\in S} \vec{B}(\mathrm{M})\cdot\mathrm{d}\vec{S}(\mathrm{M})$$

Application

Déterminer le flux au travers de la spire circulaire de rayon R plongée dans $\vec{B}$ uniforme dans les 4 situations suivantes :



$\vec{S}\cdot\vec{B} > 0 \Rightarrow$ $\phi_S(\vec{B}) = BS$	$\vec{S}\cdot\vec{B} < 0 \Rightarrow$ $\phi_S(\vec{B}) = -BS$	$\vec{S}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow$ $\phi_S(\vec{B}) = 0$	$\vec{S}\cdot\vec{B} = -BS\cos\theta =$ $\phi_S(\vec{B})$

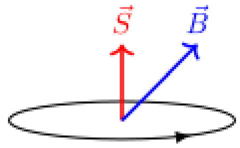
B Loi de FARADAY

Loi de FARADAY

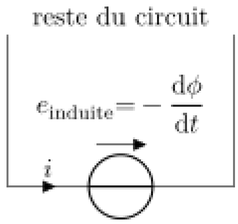
Soit un circuit électrique **fermé** et **orienté par une intensité** soumis à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$. Toute variation du flux $\phi_S(\vec{B})$ dans ce circuit y fait apparaître une force électromotrice (tension à vide) induite e, **orientée dans le même sens que** i, telle que

$$\boxed{e_{\text{ind}}(t) = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}}$$

Électriquement, le système se comporte comme si on y avait mis un générateur électrique idéal de f.é.m. e.



Circuit physique.
$\vec{S}$ **orientée avec** i.



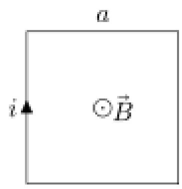
Modèle électrique.
i_{ind} et e_{ind} **dans le même sens**.

Remarques

1) La f.é.m. e est orientée dans le même sens que le courant i, donc en convention **générateur** ;
2) Le signe « - » donne la loi de LENZ, et découle en fait de la conservation de l'énergie.
3) Si le flux ne varie pas, alors il n'y a pas de force électromotrice.

Application

On considère un circuit carré de côté a et de résistance totale R, situé dans un plan orthogonal à un champ magnétique uniforme mais **variable** $\vec{B}(t) = B_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} \vec{u_z}$ avec B_0 et τ strictement positifs. Un phénomène d'induction se produit-il dans le circuit ? Si oui, exprimer l'intensité i du courant induit représenté sur le schéma, et vérifier que son signe soit en accord avec la loi de LENZ.



Le flux à travers le circuit de surface $S = a^2$ est variable puisque le champ magnétique l'est. Il y a donc un phénomène d'induction. On a alors :

$$\begin{aligned} \phi_S(\vec{B}) &= -Ba^2 \\ &= -B_0 a^2 \mathrm{e}^{-t/\tau} \end{aligned} \qquad \text{soit} \qquad \begin{aligned} & e_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \\ \Leftrightarrow & \boxed{e_{\text{ind}} = -\frac{B_0 a^2}{\tau} \mathrm{e}^{-t/\tau} < 0} \end{aligned}$$

Or, comme le circuit est fermé,

$$\begin{aligned} & e_{\text{ind}} = R i_{\text{ind}} \\ \Leftrightarrow & \boxed{i_{\text{ind}} = -\frac{B_0 a^2}{R\tau} \mathrm{e}^{-t/\tau} < 0} \end{aligned}$$

R

donc l'intensité est **négative**. En effet, le champ magnétique induit réel doit s'opposer à la diminution du champ extérieur $\vec{B}$, en créant un champ magnétique positif selon $\vec{u_z}$: le sens réel du courant donné par la main droite est l'opposé de celui représenté.

III Phénomène d'autoinduction

A Flux propre

Lorsqu'un courant circule dans une bobine, il créé un champ magnétique. Or, ce champ créé contribue au flux magnétique total à travers le circuit, et génère une force électromotrice d'induction :

Définition

Lors de l'étude de l'induction dans un circuit, on différencie le champ créé par le circuit, dit **champ propre**, des autres champs issus d'autres sources :

$$\boxed{\overrightarrow{B_{\text{tot}}} = \overrightarrow{B_{\text{propre}}} + \overrightarrow{B_{\text{ext}}}}$$

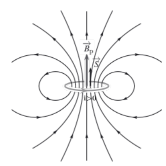
Pour une bobine, le champ magnétique propre est celui créé par le courant que nous avons déjà vu :

$$\overrightarrow{B_{\text{propre}}}(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\, \overrightarrow{u_z}$$

Le champ magnétique extérieur est lié à la présence d'autres sources au voisinage (champs de fils électriques par exemple.)

Définition

On appelle **flux propre** noté ϕ_p d'un circuit le flux de son champ magnétique propre $\overrightarrow{B_p}$ à travers lui-même.



⚠ $\phi_p \neq \overrightarrow{B_p} \cdot \overrightarrow{S}$ car **le champ propre n'est pas uniforme** ⚠

B Auto-inductance

Propriété

On admet que le flux propre dans un circuit est **proportionnel à l'intensité** du courant dans le circuit, tel que

$$\phi_p(t) = Li(t)$$

avec L l'**inductance propre** (ou auto-inductance) du circuit.

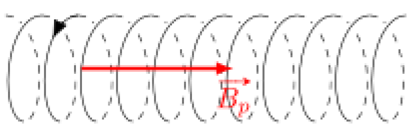
- $L > 0$ car i et $\overrightarrow{B_p}$ sont orientés par la main droite.
- L ne dépend que de la **taille** et **forme** du circuit.
- L s'exprime en henry (H).

Application

Calcul de l'inductance propre d'une bobine. On donne le champ propre $\overrightarrow{B_p}$ créé dans un solénoïde :

$$\overrightarrow{B_p}(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\, \overrightarrow{u_z}$$

1) Le sens du courant étant donné, donne le sens du champ magnétique.



i et $\overrightarrow{B_p}$ respectent la règle de la main droite.

2) Exprimer le flux du champ magnétique.

Pour N spires :

$$\phi_p = N \times \overrightarrow{B_p} \cdot \overrightarrow{S}$$

Or, $\overrightarrow{B_p}$ et $\overrightarrow{S}$ sont tous deux orientés à partir de i selon la règle de la main droite, donc

$$\overrightarrow{S} = S\overrightarrow{u_z} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{B_p} = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\, \overrightarrow{u_z}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phi_p = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S i(t)}$$

3) En déduire l'expression de l'inductance propre. On a démontré que le flux magnétique propre et l'intensité étaient proportionnels, et que la constante de proportionnalité était positive. On identifie simplement :

$$\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S}$$

4) Application numérique pour une bobine de TP avec $N = 1000$ spires de rayon $a = 3\,\mathrm{cm}$ et de longueur $\ell = 10\,\mathrm{cm}$:

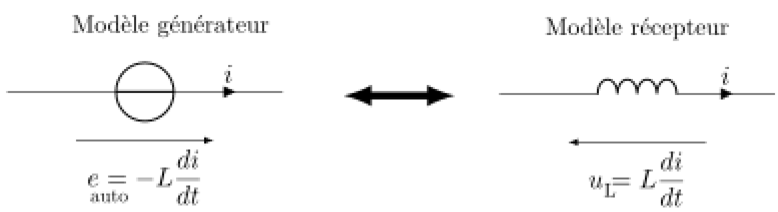
$$L \approx 35\,\mathrm{mH}$$

C Circuits électriques équivalents

Si le courant $i(t)$ dans un circuit varie avec le temps, alors le champ magnétique et donc le flux propre $\phi_p(t)$ varie aussi. D'après la loi de Faraday, il va donc y avoir apparition d'un générateur fictif de f.é.m.

$$e_{\text{auto.ind.}} = -\frac{\mathrm{d}\phi_p}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

car pour un circuit fixe et indéformable, $L = $ cte. Ainsi, la loi de Faraday permet de dessiner un circuit équivalent à la bobine :



En absence d'autres champs que le champ propre, on peut donc remplacer la bobine par une f.é.m. e_{auto} en convention générateur ou $u = -e_{\text{auto}}$ en convention récepteur, c'est-à-dire

$$\boxed{u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

qui est la caractéristique courant-tension d'une bobine vue en début d'année !

Remarque

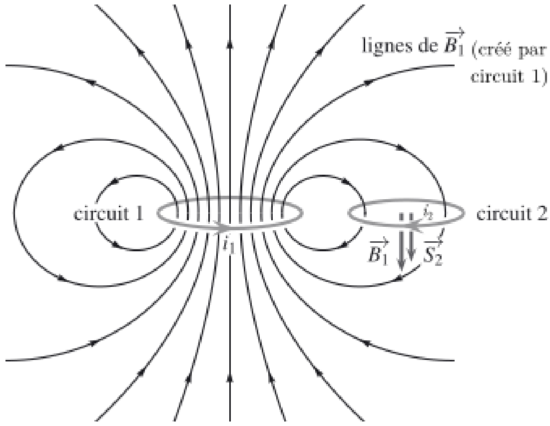
S'il y a un champ extérieur, on applique la superposition des champs magnétiques :

$$\phi_{\text{tot}} = \phi_p^{\phi_{\text{ext}}} \qquad \Rightarrow \qquad e_{\text{tot}} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}F_{\text{ext}}}{\mathrm{d}t} = e_{\text{auto}} + e_{\text{ext}}$$

IV Induction mutuelle

A Principe de l'inductance mutuelle

Soit deux circuits fixes indépendants électriquement, sans champ magnétique extérieur.



- Le circuit (1) est parcouru par un courant i_1 qui génère un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$;
- Le circuit (2) est parcouru par un courant i_2 qui génère un champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$.

Le champ magnétique total est

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \underbrace{\overrightarrow{B_{\text{ext}}}}_{=0}$$

En supposant les champs uniformes, le flux magnétique total traversant le circuit (1) est donc :

$$\phi_1 = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S_1} = \left(\overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}\right) \cdot \overrightarrow{S_1} = \overrightarrow{B_1} \cdot \overrightarrow{S_1} + \overrightarrow{B_2} \cdot \overrightarrow{S_2}$$
$$\Leftrightarrow \phi_1 = \phi_{p,1} + \phi_{2\to1}$$

Avec ϕ_p le flux propre de chaque circuit, et $\phi_{2\to1}$ le flux de $\overrightarrow{B_2}$ à travers le circuit (1). De même, en inversant les rôles de (1) et (2) :

$$\phi_2 = \phi_{p,2} + \phi_{1\to2}$$

Propriété

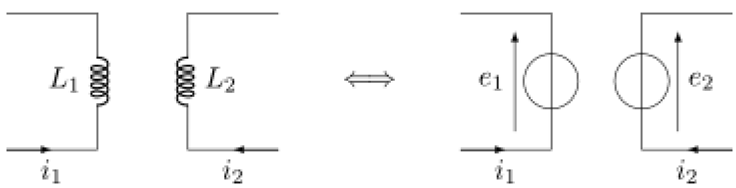
Les flux croisés sont proportionnels au courant les générant, même dans un cas non-uniforme, et le coefficient de proportionnalité est **le même pour les deux flux**, et s'appelle **coefficient d'inductance mutuelle** M, mesuré en henry :

$$\boxed{\phi_{2\to1} = Mi_2} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\phi_{1\to2} = Mi_1}$$

Remarque

Au contraire de L toujours positive, M peut être positif ou négatif selon l'orientation relative des deux circuits.

Forces électromotrices Soit deux circuits non connectés mais en inductance mutuelle.



Chaque circuit vérifie la loi de Faraday :

$$e_1 = -\frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\phi_{p,1}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\phi_{2\to1}}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad e_2 = -\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\phi_{p,2}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\phi_{1\to2}}{\mathrm{d}t}$$

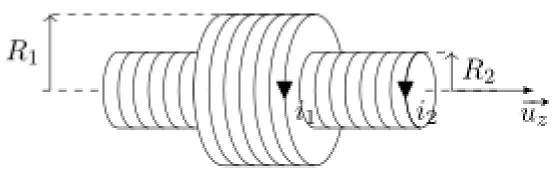
$$\begin{cases} \phi_{p,1} = L_1 i_1 \\ \phi_{2\to1} = Mi_2 \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} \phi_{p,2} = L_2 i_2 \\ \phi_{1\to2} = Mi_1 \end{cases}$$

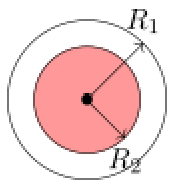
Ainsi,

$$\boxed{e_1 = -L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{e_2 = -L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}}$$

B Bobines imbriquées

On souhaite déterminer l'inductance mutuelle de 2 bobines de même axe, de longueurs ℓ_i et de rayons R_i, parcourues par des intensités i_i dirigées dans le même sens. On s'intéresse d'abord à $\phi_{2\to1}$, le flux créé par la seconde bobine dans la première.





Expression du champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$ Le champ magnétique d'une bobine est uniforme en son sein, et négligeable en dehors, soit

$$\overrightarrow{B_2} = \begin{cases} \mu_0\dfrac{N_2}{\ell_2}i_2\,\overrightarrow{u_z} & \text{à l'intérieur} \\ \vec{0} & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

Flux de $\overrightarrow{B_2}$ à travers de $\overrightarrow{S_1}$ On oriente $\overrightarrow{S_1}$ à partir de i_1 par la règle de la main droite :

$$\overrightarrow{S_1} = S_1\overrightarrow{u_z}$$

Or, le champ $\overrightarrow{B_2}$ est nul entre S_2 et S_1, d'où :

$$\begin{aligned} \phi_{2\to1} &= \mu_0\frac{N_2}{\ell_2}i_2 \times S_2 \times N_1 + 0 \times (S_2 - S_1) \times N_1 \\ \Leftrightarrow \phi_{2\to1} &= \mu_0\frac{N_1N_2S_2}{\ell_2}i_2 \\ \Rightarrow &\boxed{M = \mu_9\frac{N_1N_2S_2}{\ell_2}} \end{aligned}$$

Calcul de $\phi_{1\to2}$ Le calcul direct et réel est plus compliqué, puisque les lignes de champs sortent en réalité de la première bobine et ne sont plus parallèles. On pourrait se contenter d'utiliser l'inductance mutuelle pour exprimer directement

$$\phi_{1\to2} = Mi_1$$

Cependant, avec l'hypothèse de $\vec{B}$ nul en-dehors des bobines, soit

$$\overrightarrow{B_1} = \begin{cases} \mu_0\dfrac{N_1}{\ell_1}i_1\,\overrightarrow{u_z} & \text{à l'intérieur} \\ \vec{0} & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

et toujours avec

$$\overrightarrow{S_2} = S_2\overrightarrow{u_z}$$

on voit que la seconde bobine est traversée par $\overrightarrow{B_1}$ sur une fraction de sa longueur, en l'occurrence $N_2 \times \frac{\ell_1}{\ell_2}$. Ainsi,

$$\phi_{1\to2} = \mu_0\frac{N_1}{\cancel{\ell_1}}i_1 \times S_2 \times N_2\frac{\cancel{\ell_1}}{\ell_2}$$

$$\Leftrightarrow \phi_{1\to 2} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S_2}{\ell 2} i_1$$

Et on retrouve bien M.

Remarque

Si les deux bobines sont de même longueur et même section, alors

$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} S$$

avec

$$L_1 = \mu_0 \frac{{N_1}^2}{\ell} S \qquad \text{et} \qquad L_2 = \mu_0 \frac{{N_2}^2}{\ell} S$$

Soit

$$\boxed{M = \sqrt{L_1 L_2}}$$

On parle alors d'« influence totale ».

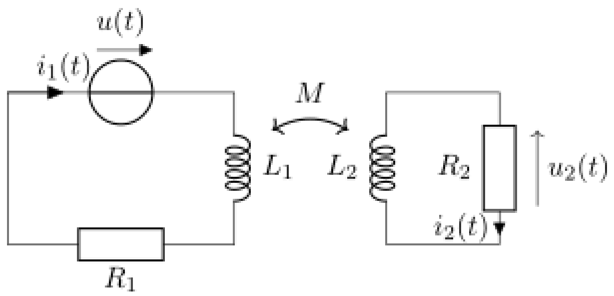
C Circuits électriques couplés par inductance mutuelle

Méthode

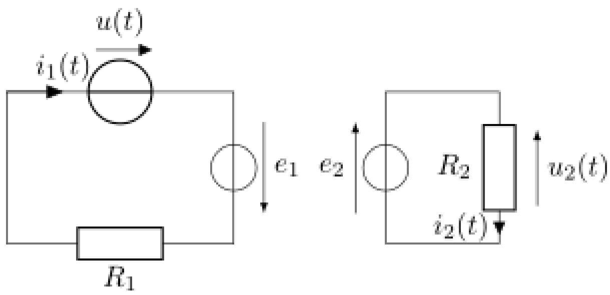
1) Remplacer les inductances par leur f.é.m. en **convention générateur** ;
2) Appliquer la loi des mailles pour obtenir les équations électriques ;
3) Utiliser la loi de FARADAY et exprimer les flux magnétiques en fonction des courants ;
4) Résoudre les équations obtenues.

IV.C.1 Étude du circuit

On étudie le circuit ci-dessous présentant un couplage par induction de deux circuits. Le sens de i_1 est imposé par le générateur, et le sens de i_2 est conventionnel (selon sa direction, M) sera positif ou négatif.



Circuit équivalent On remplace les bobines par des générateurs, fléchés en convention générateur (à partir du sens de i_1 et i_2), de forces électromotrices $e = -\,\mathrm{d}\phi\,/\,\mathrm{d}t$:



Équations électriques

Sur le circuit 1 :

$$u + e_1 = R_1 i_1$$

Sur le circuit 2 :

$$e_2 = R_2 i_2$$

Flux magnétiques et forces électromotrices

Sur le circuit 1 :

$$\phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$
$$\Rightarrow e_1 = -\frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = -L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

Sur le circuit 2 :

$$\phi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$
$$\Rightarrow e_2 = -\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = -L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

Équations couplées

Sur le circuit 1 :

$$R_1 i_1 + L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = u$$

Sur le circuit 2 :

$$R_2 i_2 + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = 0$$

Ainsi, en l'absence de couplage ($M = 0$), on retrouve les équations d'un circuit RL classique. Avec le couplage, on peut résoudre ces équations en passant en RSF :

$$(R_1 + \mathrm{j}L_1\omega)\underline{I_1} + \mathrm{j}M\omega\underline{I_2} = \underline{U} \qquad \text{et} \qquad (R_2 + \mathrm{j}L_2\omega)\underline{I_2} + \mathrm{j}M\omega\underline{I_1} = 0$$

On peut alors déterminer le comportement fréquentiel du circuit.

IV.C.2 Bilan énergétique

Pour faire l'étude énergétique du circuit, on procède comme d'habitude en faisant un bilan de puissance en **multipliant par** i les équations obtenues par la loi des mailles, ici i_1 et i_2. À partir des équations couplées,

Sur le circuit 1 :

$$R_1 {i_1}^2 + L_1 i_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M i_1\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = u i_1$$

Sur le circuit 2 :

$$R_2 {i_2}^2 + L_2 i_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M i_2\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = 0$$

Ainsi, par somme on trouve

$$R_1 {i_1}^2 + R_2 {i_2}^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}L_1 {i_1}^2\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}L_2 {i_2}^2\right) + M i_1\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M i_2\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = u i_1$$
$$\Leftrightarrow R_1 {i_1}^2 + R_2 {i_2}^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}L_1 {i_1}^2 + \frac{1}{2}L_2 {i_2}^2 + M i_1 i_2\right) = u i_1$$

Ainsi, on met en évidence :

- ◇ $\mathcal{P}_J = R_1 {i_1}^2(t) + R_2 {i_2}^2(t)$ la puissance reçue par les résistances (dissipée par effet Joule) ;
- ◇ $\mathcal{P}_{\text{mag}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}L_1 {i_1}^2 + \frac{1}{2}L_2 {i_2}^2 + M i_1(t) i_2(t)\right)$ la puissance magnétique stockée dans les deux circuits ;
- ◇ $\mathcal{P}_g = u(t) i_1(t)$ la puissance fournie par le générateur.

Dans le terme de puissance magnétique, on a :

- ◇ $L_1 {i_1}^2/2$ est l'énergie magnétique emmagasinée dans le premier circuit ;
- ◇ $L_2 {i_2}^2/2$ est l'énergie magnétique emmagasinée dans le second circuit ;
- ◇ $M i_1 i_2$ représente l'**énergie de couplage magnétique** entre les deux circuits.

Bilan énergétique

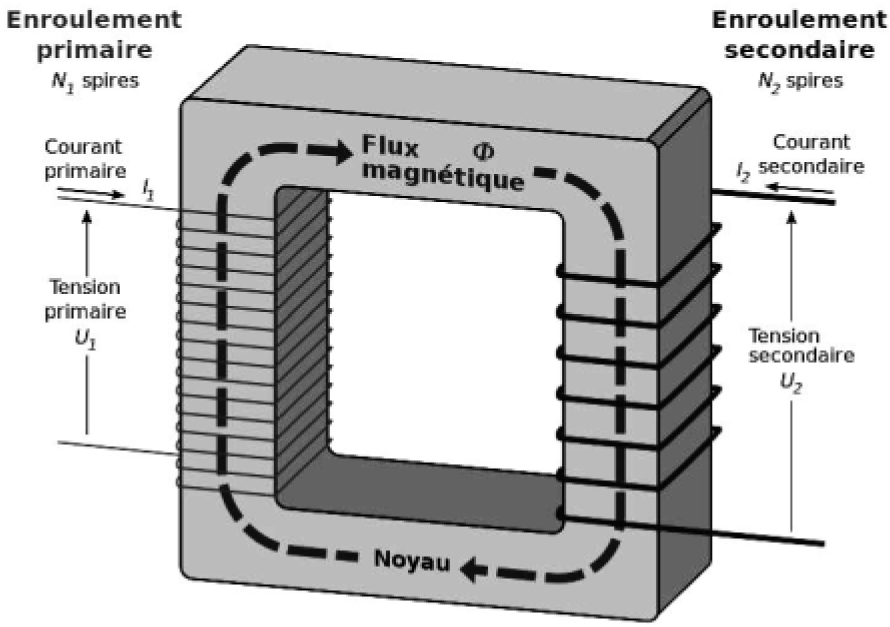
L'énergie du champ magnétique créé par deux circuits couplés par induction mutuelle est

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}L_1{i_1}^2 + \frac{1}{2}L_2{i_2}^2 + Mi_1i_2}$$

D Applications

- **Détecteur de métaux, boucles magnétiques (péages, parking)**. Une bobine créé un champ magnétique et, si un morceau de métal se trouve à proximité, il se créé un courant en son sein. Ce courant créé lui-même un champ magnétique qui perturbe le circuit primaire.
- **Rechargement par induction (brosses à dent, portables)**. Le chargeur est muni d'une bobine qui créé un champ qui va induire un champ dans un second circuit.
- **Chauffage par induction**. Le courant généré dans le second circuit chauffe par effet Joule.
- **Transformateur électrique**. En enroulant deux bobines différentes autour d'un noyau de métal canalisant le flux, on peut diminuer ou augmenter la tension d'un circuit à l'autre.

Val unité = Parfait.



Dans le modèle du transformateur parfait, on néglige toute perte par effet Joule et le couplage est parfait : les deux bobines sont traversées par le même flux. Avec la loi de Faraday on a donc, en notant $\phi(t)$ le flux du champ dans le noyau de fer,

$$e_1(t) = -u_1(t) = -N_1\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad e_2(t) = -u_2(t) = -N_2\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

avec N_1 et N_2 le nombre de spires, et u_1 et u_2 les tensions aux bornes du primaire et du secondaire. Ainsi,

$$\boxed{\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1} = m}$$

avec m le rapport de transformation.

⚠ Ceci n'est valable que pour un champ variable, par pour des tensions constantes ! ⚠