Correction du TP

III Analyser

III/A Équation différentielle du mouvement

D'après les caractéristiques du tube, $\mathrm{d}V = S\mathrm{d}x$. On suppose toutes les variations faibles par rapport aux grandeurs de repos, si bien que

$$P = P_0 + \mathrm{d}P \approx P_0 \qquad \text{et} \qquad V = V_0 + \mathrm{d}V \approx V_0$$

Sous ces hypothèses, l'expression différentielle de la loi de Laplace permet d'écrire :

$$\mathrm{d}P = -\gamma P_0 \frac{\mathrm{d}V}{V_0}$$

Et, en utilisant le fait que $\mathrm{d}V = S\mathrm{d}x = S(x - x_0)$,

$$\boxed{P - P_0 = \mathrm{d}P = -\gamma \frac{P_0}{V_0} S\,(x - x_0)}$$

/2 ① On a

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (P - P_0)S + \beta i(t) \\ P - P_0 = -\gamma \frac{P_0}{V_0} S(x - x_0) \end{cases} \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -\gamma \frac{P_0}{v_0} S^2 (x - x_0) + \beta i(t)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{P_0 S^2 \gamma}{m V_0} x = \frac{P_0 S^2 \gamma}{m V_0} x_0 + \frac{\beta}{m} i(t)}$$

/1 ②

$$\boxed{\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = {\omega_0}^2 x_0 + \frac{\beta}{m} i(t)} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{P_0 S^2 \gamma}{m V_0}}$$

/2 ③

$${\omega_0}^2 = (2\pi f_0)^2 \Leftrightarrow \boxed{{f_0}^2 = \frac{P_0 S^2 \gamma}{4 m \pi^2} \frac{1}{V_0}}$$

D'où

$$\begin{array}{cccc} & y = ax + b & & \\ \swarrow & \swarrow \quad \searrow & & \searrow \\ {f_0}^2 & \dfrac{P_0 S^2 \gamma}{4 m \pi^2} \quad \dfrac{1}{V_0} & & 0 \end{array}$$

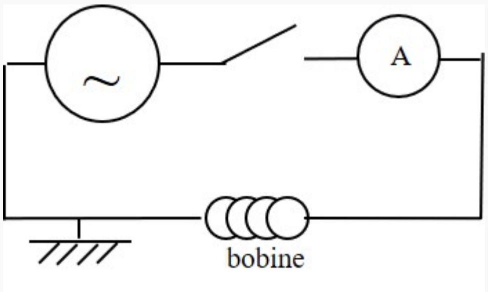
IV Réaliser

IV/A Schéma du montage et alimentation de la bobine

Montage

On alimente la bobine à l'aide d'un GBF sur sa **sortie amplifiée** $0{,}5\,\Omega$), qui peut délivrer environ $1\,\mathrm{A}$ (nécessaire au fonctionnement du dispositif), ce qui est impossible avec la sortie classique du GBF.

L'ampèremètre branché en série permet de vérifier l'intensité efficace débitée dans le circuit. Il faut qu'elle soit de l'ordre de $[0{,}8\ ;\ 0{,}9]\,\mathrm{A}$, et toujours inférieure à $1\,\mathrm{A}$.



Rappel

On rappelle que la valeur efficace S_{eff} d'un signal $s(t)$ dit T-périodique est définie par

$$S_{\text{eff}} = \frac{1}{T}\sqrt{\int_0^T s^2(t)\mathrm{d}t}$$

Pour un signal sinusoïdal comme le courant ici, la valeur efficace est liée à l'amplitude S_0 selon :

$$S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$$

IV/B Mode opératoire

Aller sur `Capytale`, en cliquant sur https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/4523-1426759

Mesures

1) Ouvrir le robinet de la burette, et choisir un volume initial V_0 grâce à l'aimant. Notez cette valeur de V_0 dans la liste `python` correspondante, et fermer le robinet.
2) Disposer alors la bobine de manière à ce que son bord se trouve à hauteur du bord du piston.
3) Allumer le GBF et augmenter le `level` jusqu'à ce que l'intensité (lue sur l'ampèremètre) soit d'environ $[0{,}8\ ;\ 0{,}9]\,\mathrm{A}$.
4) Chercher la fréquence de résonance, en partant d'une fréquence de $[40\ ;\ 50]\,\mathrm{Hz}$ environ et en la diminuant (ne pas descendre sous les $10\,\mathrm{Hz}$). À la résonance, le cylindre oscille alors avec une relativement grande amplitude.
5) Noter cette valeur dans la liste `python` correspondante. Remplir la liste `Df0` de la plage de valeurs où vous estimez que la résonance se trouve (i.e. on a f_0 dans $[f_0 - \Delta, f_0 + \Delta]$) ; l'incertitude-type $u(f_0)$ est alors $\Delta/\sqrt{3}$.
6) Ouvrir l'interrupteur pour couper le courant et lire le volume correspondant après oscillation. La différence avec V_0 correspond à l'écart à rentrer dans `DV0`, et l'incertitude-type sera alors `uV0 = DV0/np.sqrt(3)`.
7) Déplacer de nouveau le piston en ayant ouvert le robinet, et faire ainsi une série de mesures en faisant varier V_0 et en repérant la valeur de f_0, sa plage d'existence et la plage d'existence de V_0 pour chaque valeur de V_0.

V Valider et conclure

1 Voir Capytale : https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/c758-3021536.

2 Idem.

3 Idem.

/1 4 Pour qu'elle soit valide, il faut que les points soient répartis aléatoirement autour de la droite, et qu'elle passe par les incertitudes. Sur `Capytale` c'est globalement le cas, par contre la droite ne passe pas par 0 même avec les incertitudes. Elle est donc peu fiable.

/1 5 Pour la valeur, cf. Capytale.

$$a = V_0 {f_0}^2 \quad \Rightarrow \quad [a] = [V_0][{f_0}^2] \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{[a] = \mathrm{cm}^3{\cdot}\mathrm{s}^{-2}}$$

/1 6 On isole γ :

$$\gamma = \frac{4\pi^2 ma}{P_0 S^2} \Leftrightarrow \boxed{\gamma = \frac{64ma}{P_0 d^4}}$$

/1 7 On a, en unités SI,

$$m = 8{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg} \quad ; \quad P_0 = 982{,}5 \times 10^2\,\mathrm{Pa} \quad ; \quad d = 13{,}97 \times 10^{-3}\,\mathrm{m} \quad ; \quad a = 8430{,}51 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^3{\cdot}\mathrm{s}^{-2}$$

D'où $$\boxed{\gamma = 1{,}27}$$

Avec des calculs ou en analysant la loi de LAPLACE, on trouve que γ est **adimensionné**.

8 Cf. Capytale.

9 Idem. On doit trouver le coefficient pour un gaz parfait diatomique, puisque l'air est principalement constitué de N_2 et O_2.

/1 10 Dû à l'usure des tubes et de problèmes d'étanchéité, les mesures sont peu précises. On obtient cependant une valeur bien plus proche du gaz diatomique que monoatomique.