Contrôle de connaissances 19

Forces intermoléculaires et moments

/4 [1] Identifier les substances possédant la température de fusion **la plus basse et la plus haute** parmi la liste suivante : hélium He, argon Ar, méthane CH_4, acide éthanoïque CH_3COOH. Justifier de manière **précise et concise** (plus court qu'en TD) sans justifier l'ordre des températures de fusion intermédiaires.

C'est l'hélium qui a la plus faible, étant donné qu'il correspond au plus petit corps pur stable et inerte, n'ayant aucune interaction de VDW notable. L'élément qui a la plus haute sera l'acide éthanoïque , étant donné sa capacité à créer des liaisons hydrogènes en sont sein (H relié à O).

/4 [2] Soit une force $\vec{F}$: comment s'exprime son moment en O ? son moment par rapport à un axe orienté Δ ? Démontrer alors **à l'aide d'un schéma** l'expression du moment $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ utilisant le bras de levier pour une force $\vec{F}$ se décomposant en $\vec{F}_{/\!/}$ et $\vec{F}_\perp$.

$$\vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{O}}(\vec{F}) = \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{F} \quad \text{et} \quad \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = (\overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{F}) \cdot \vec{u_\Delta}$$

$$\Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{O}}(\vec{F}) = \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge (\vec{F}_{/\!/} + \vec{F}_\perp)$$

$$\Leftrightarrow \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{O}}(\vec{F}) = \underbrace{\overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{F}_{/\!/}}_{\perp \vec{u_\Delta}} + \underbrace{\overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{F}_\perp}_{/\!/ \vec{u_\Delta}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0 + \left(\mathrm{OM}\|\vec{F}_\perp\|\sin(\alpha)\,\vec{u_\Delta}\right) \cdot \vec{u_\Delta}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \underbrace{\mathrm{OM}\sin(\alpha)}_{\pm d}\|\vec{F}_\perp\|} \qquad \blacksquare$$

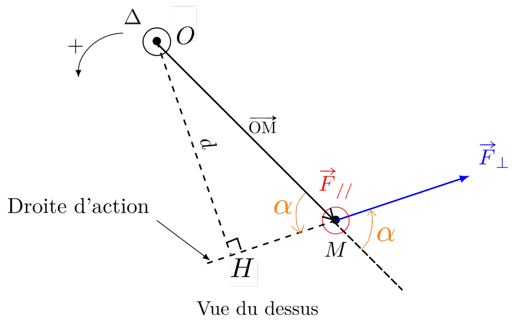

FIGURE 19.1 – Bras de levier (vue du dessus)

/6 [3] Démontrer le théorème du moment cinétique par rapport à un point O fixe.

$$\text{PFD :} \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \sum_i \vec{F}_i$$

$$\text{Or} \quad \frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{L}}_{\mathrm{O}/\mathcal{R}}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{p}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{L}}_{\mathrm{O}/\mathcal{R}}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t} = \underbrace{\underbrace{\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{d}t}}_{/\!/ \vec{v}} \wedge \underbrace{\vec{p}}_{/\!/ \vec{v}}}_{=\vec{0}} + \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

$$\text{Ainsi,} \quad \frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{L}}_{\mathrm{O}/\mathcal{R}}(\mathrm{M})}{\mathrm{d}t} = \sum_i \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge \vec{F}_i = \sum_i \vec{\mathcal{M}}_{\mathrm{O}}(\vec{F}_i)$$

/8 [4] On étudie le mouvement d'une masse suspendue à un fil de longueur ℓ = cte dans le référentiel du laboratoire supposée galiléen. Indiquer le repère choisi et le repérage qui en découle, faire un schéma puis déterminer l'équation du mouvement du pendule simple par le théorème du moment cinétique scalaire en utilisant le bras de levier.

1) **Repère** : $(O, \vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z})$ base cylindrique (voir schéma).
2) **Repérage** : $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \ell\,\vec{u_r}$, $\vec{v} = \ell\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$.
3) **BdF** : **Poids** $\vec{P} = m\vec{g} = mg(\cos\theta\,\vec{u_r} - \sin\theta\,\vec{u_\theta})$
   Tension $\vec{T} = -T\,\vec{u_r}$
4) **Calcul des moments** :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_z(\vec{P}) = -mg\,\ell\sin(\theta) & \text{car} \quad d = \ell\sin(\theta) \quad \text{et} \quad \text{sens horaire} \\ \mathcal{M}_z(\vec{T}) = 0 & \text{car} \quad \vec{T} /\!/ \overrightarrow{\mathrm{OM}} \\ \mathcal{L}_z(\mathrm{M}) = \left((\ell\,\vec{u_r}) \wedge (m\ell\dot{\theta}\,\vec{u_\theta})\right) \cdot \vec{u_z} = m\ell^2\dot{\theta} \end{cases}$$

5) **TMC** :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_z}{\mathrm{d}t}(\mathrm{M}) = \mathcal{M}_z(\vec{P}) \Leftrightarrow m\ell^2\ddot{\theta} = -mg\ell\sin\theta + 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0} \qquad \blacksquare$$

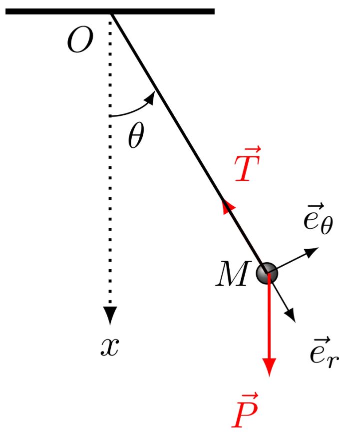

FIGURE 19.2 – Pendule simple