

TP 14

1)

$$|H(x)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$|H(x)| \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{|H_0|}{Q/x} = \frac{x}{Q} \underbrace{(|H_0|)}_{=1}$$

$$\text{Or } G_{dB} = 20 \log(|H(x)|)$$

$$\text{Donc } G_{dB}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 20 \log x - 20 \log Q$$

De même,

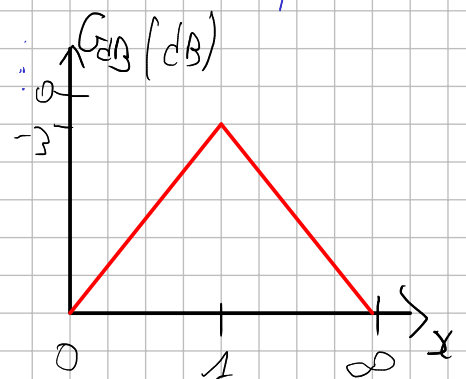
$$|H(x)| \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} \frac{|H_0|}{Qx}$$

$$\text{Donc } G_{dB}(x) \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} -20 \log x - 20 \log Q$$

$$\text{De plus, } G_{dB}(x=1) = 20 \log \left(\frac{|H_0|}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{Donc } G_{dB}(x=1) = -3 \text{ dB}$$

Le filtre obtenu est donc un passe-bande, étant donné les asymptotes :



2)

$|H(\omega)|$ max pour $1 + Q^2 \left(x_n - \frac{1}{x_n} \right)$ min
 donc $Q \left(x_n - \frac{1}{x_n} \right) = 0 \Leftrightarrow x_n = 1$

soit $\omega_n = \omega_0$

$$|H(x)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = \pm \frac{1}{Q}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \mp \frac{x}{Q} - 1 = 0$$

Δ discriminant : $\Delta = \frac{x^2}{Q^2} + 4 = \frac{1}{Q^2} (x^2 + 4Q^2)$

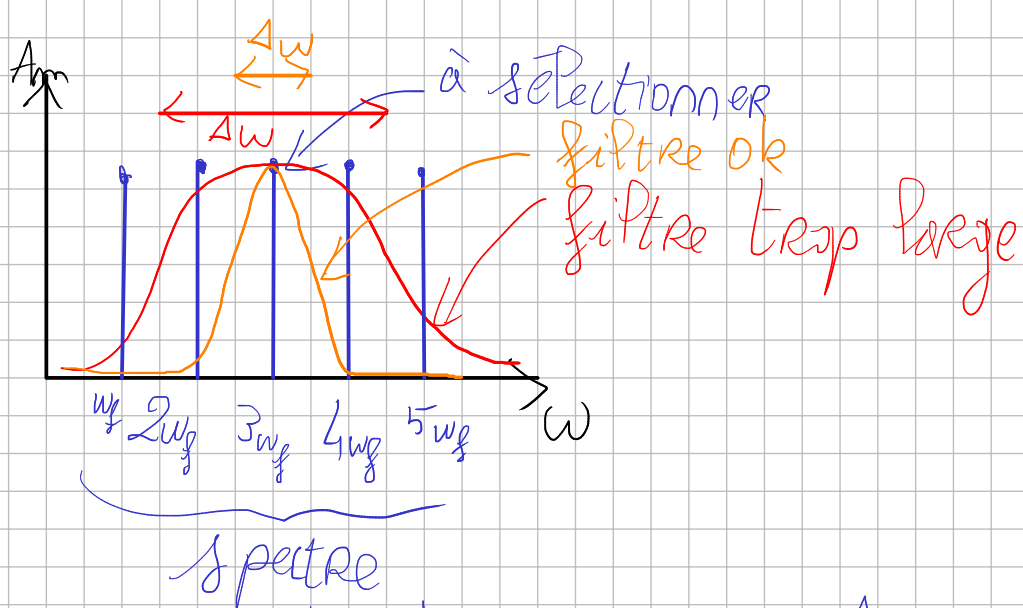
$$x_{\pm, \pm} = \frac{\pm 1/Q \pm 1/Q \sqrt{x^2 + 4Q^2}}{2}$$

En gardant les sol^o positives,

$$\Delta x = \frac{1}{Q} \Leftrightarrow \Delta \omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$$

3)

Pour sélectionner $3\omega_f$, il faut
 que $\omega_0 = 3\omega_f$, mais aussi que le filtre
 soit suffisamment fin pour que les
 pulsa^o $2\omega_f$ et $4\omega_f$ soient atténués. En
 Representa^o spectrale,



On cherche donc à avoir $\Delta\omega < \omega_f$

$$\text{Soit } \frac{1}{R_c} < \frac{1}{3} \omega_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{R_c} < \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\alpha+1}{2\alpha}} \cdot \frac{1}{R_c}$$

$$\Leftrightarrow 3^2 < \left(\sqrt{\frac{\alpha+1}{2\alpha}} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow 9 < \frac{\alpha+1}{2\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 18\alpha < \alpha+1$$

$$\Leftrightarrow 17\alpha < 1$$

$$\Leftrightarrow \alpha < \frac{1}{17}$$

Il faut donc avoir α petit pour avoir α grand et sélectionner précisément des fréquences.

4)

On a

$$G_{dB}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} +20 \log(x) - 20 \log(\omega)$$

et

$$G_{dB}(x) \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} -20 \log(x) - 20 \log(\omega)$$

Donc $G_{dB}(x \rightarrow 0) = G_{dB}(x \rightarrow \infty)$

$$+20 \log(x) - 20 \log(\omega)$$

$$= -20 \log(x) - 20 \log(\omega)$$

$$\Leftrightarrow \log(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

En réalité, les asymptotes se croisent
toujours
en $x = 1$

Ainsi, il faut calculer $\left. \begin{array}{l} \omega_0, \alpha=1 \\ f_0, \alpha=1 \end{array} \right\}$ et $\left. \begin{array}{l} \omega_0, \alpha=10^{-2} \\ f_0, \alpha=10^{-2} \end{array} \right\}$
puis $G_{dB}(\omega_0)$

On obtient $f_{0, \alpha=10^{-2}} = 11,1 \text{ kHz}$, $G_{dB, 10^{-2}} = -17 \text{ dB}$

$$f_{0, \alpha=1} = 1,6 \text{ kHz}, G_{dB, 1} = 0 \text{ dB}$$

5)

$$\alpha R = 1 \text{ k}\Omega$$

6)

On observe $f_{\text{exp}} = (11,3 \pm 0,01) \text{ kHz}$ avec $\alpha=10^{-2}$

On a bien une amplitude de sortie nulle pour

des basses fréquences et pour les hautes fréquences :
le filtre est bien passe-bas.

7) Non corrigé.

8) On observe $f_{\text{exp}} = (1,5 \pm 0,1) / \text{kHz}$ avec $\alpha = 1$

9) Cf page suivante pour $\alpha = 10^{-2}$

10) Les fréquences de résonance sont différentes,
et la forme de la courbe varie : la bande
passante est la même, $\Delta\omega = \frac{1}{RC}$, mais avec
l'échelle log $\alpha = 10^{-2}$ semble \oplus piquée.

Pour changer Q sans changer ω_0 , il faut faire
varier C dans le même sens que Q :

$$\omega_0 = \frac{Q}{RC} ; \quad \omega_0 \text{ cte} \Rightarrow \begin{cases} Q \uparrow \text{ et } C \uparrow \\ Q \downarrow \text{ et } C \downarrow \end{cases}$$