Mécanique – chapitre 5

TD entraînement : mouvement de particules chargées

I Séparation isotopique

Le spectromètre de DEMPSTER permet, entre autres, de séparer les différents isotopes chargés d'un élément dans un échantillon.

Considérons un faisceau de particules chargées, constitué des ions de deux isotopes de mercure : ${}^{200}_{80}Hg^{2+}$ et ${}^{202}_{80}Hg^{2+}$, notés respectivement (1) et (2). Ce faisceau sort de la chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable, puis accéléré par une tension $U_{PP'}$ appliquée entre les deux plaques P et P'. Les ions traversent ensuite une zone de déviation où règne un champ magnétique transversal uniforme, tel que $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{u_z}$.

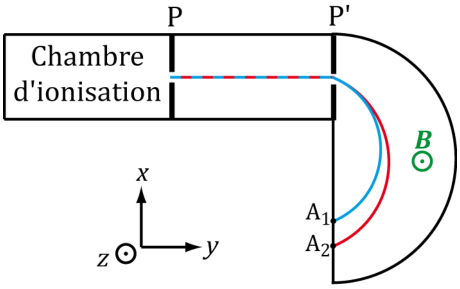

FIGURE 5.1 – Schéma du dispositif

On donne : $m_{\text{nucléon}} = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, $m_{\text{électron}}$ négligeable devant $m_{\text{nucléon}}$, $|U_{PP'}| = 10\,\text{kV}$, $B = 0{,}10\,\text{T}$ et $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$.

1) Quel doit être le signe de $U_{PP'}$ pour que les ions soient effectivement accélérés entre P et P' ?

2) Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des isotopes suite à l'accélération.

3) Déterminer les trajectoires des ions dans la zone de déviation. Exprimer les rayons R_1 et R_2 des trajectoires.

4) On recueille les particules sur une plaque photographique sous P' après leur demi-tour. Exprimer puis calculer la distance d entre les deux traces observées.

II Cyclotron

Inspiré CCP PC 2014, oral banque PT

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 et d_2, appelées *dees* en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur a. Les *dees* sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{e_z}$, de norme $B = 1{,}5\,\text{T}$. Une tension sinusoïdale d'amplitude $U_m = 200\,\text{kV}$ est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne en champ électrique orienté selon $\overrightarrow{e_x}$.

On injecte des protons de masse $m = 1{,}7 \times 10^{-27}\,\text{kg}$ au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.

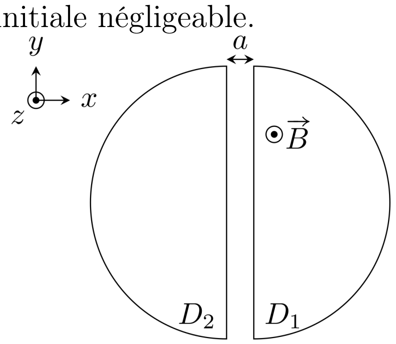

FIGURE 5.2 – Schéma de principe.

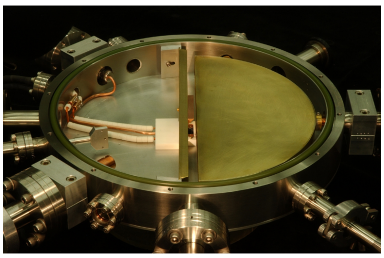

FIGURE 5.3 – Photon du cyclotron de l'université de RUTGERS, mesurant ≈ 30 cm en diamètre.

1) Montrer qu'à l'intérieur d'un *dee*, la norme de la vitesse des protons est constante.

2) En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire des protons ayant une vitesse v ainsi que le temps que passe un proton dans un *dee*.

3) Quelle doit être la fréquence f de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage entre les *dee* ? Pour simplifier on pourra supposer $a \ll R$. Justifier le choix d'une tension harmonique au lieu, par exemple, d'une tension créneau.

4) Exprimer en fonction de n la vitesse v_n puis le rayon R_n de la trajectoire d'un proton après n passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle $n = 1$ est celui qui suit la première phase d'accélération.

5) Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque *dee*), puis après dix tours.

Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est $R_N = 35\,\mathrm{cm}$.

6) Déterminer l'énergie cinétique du proton avant le choc contre la cible proche du cyclotron, puis le nombre de tours parcourus par le proton.

III Chambre à bulles

La chambre à bulles est un dispositif mis au point en 1952 par Donald Arthur Glaser (prix Nobel 1960), et destiné à visualiser des trajectoires de particules subatomiques. Il s'agit d'une enceinte remplie d'un liquide (généralement du dihydrogène) à une température légèrement supérieure à celle de vaporisation : le passage d'une particule chargée déclenche la vaporisation et les petites bulles formées ainsi matérialisent la trajectoire de la particule.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, qui courbe les trajectoires et permet ainsi d'identifier les particules (à partir de leur masse et de leur charge).

On étudie ici une particule P de masse m, de charge q (positive ou négative), introduite à $t = 0$ dans la chambre à bulles où règne le champ $\vec{B} = B\,\vec{e_z}$ (avec $B > 0$). Sa position initiale est l'origine O du repère, et sa vitesse initiale est $\vec{v_0} = v_0\,\vec{e_y}$ (avec $v_0 > 0$). Le poids de la particule est négligé dans tout le problème. Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen.

Dans un premier temps, on suppose que les frottements du liquide sur la particule P sont négligeables.

1) Établir les équations différentielles du mouvement de P. On posera $\omega = qB/m$.

2) En déduire les équations horaires de P et indiquer précisément la nature de sa trajectoire. Représenter sur un même schéma les trajectoires d'un proton (charge $q = +e$ et masse m_p) et d'un électron ($q = -e$ et $m_e \ll m_p$).

Les frottements du liquide sont maintenant modélisés par la force $\vec{F} = -\lambda \vec{v}_P$ avec λ une constante positive. On pose $\alpha = \lambda/m$.

3) Établir les nouvelles équations différentielles du mouvement (avec les paramètres ω et α). Montrer que le mouvement reste plan.

4) Déterminer complètement les équations horaires de P. On pourra poser la variable complexe $\underline{u} = x + \mathrm{j}y$, et déterminer tout d'abord $\dot{\underline{u}}$.

5) Déterminer les coordonnées du point asymptotique $\mathrm{P}_{+\infty} = \mathrm{P}(t \to \infty)$. Représenter sur un schéma la trajectoire d'un proton.