5. Détaillons les 4 étapes :

- $1 \to 2$: compression isentropique depuis l'état ($T_{\text{fr}}, P_1 = 1$ bar) jusque dans l'état ($T_{\text{ch}}, P_2 > P_1$)
- $2 \to 3$: détente isotherme réversible depuis l'état ($T_{\text{ch}}, P_2 = 1{,}4$ bar) jusque dans l'état ($T_{\text{ch}}, P_3 = P_2 - 0{,}4$ bar)
- $3 \to 4$: détente isentropique depuis l'état ($T_{\text{ch}}, P_3 = P_2 - 0{,}4$ bar) jusque dans l'état ($T_{\text{fr}}, P_4 < P_3$)
- $4 \to 1$: compression isotherme réversible depuis l'état (T_{fr}, P_4) jusque dans l'état ($T_{\text{fr}}, P_1 > P_4$)

6. Pour les deux transformations isentropiques, la loi de Laplace s'écrit : $PV^\gamma = \text{cste}$. En différentiant logarithmiquement, on en déduit $\mathrm{d}P/P + \gamma\,\mathrm{d}V/V = 0$ soit :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = -\frac{\gamma P}{V}$$

Pour les deux transformations isothermes, la loi des gaz parfaits $PV = nRT = \text{cste}$ donne, en différentiant logarithmiquement :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = -\frac{P}{V}$$

7. La relation de Mayer permet d'écrire $nR = m(c_P - c_V)$. Par conséquent :

$$\mathrm{d}S = mc_P\frac{\mathrm{d}T}{T} - m(c_P - c_V)\frac{\mathrm{d}P}{P}$$

Or, $m = nM = \frac{MP_1V_1}{RT_1}$. On obtient donc :

$$\mathrm{d}S = \frac{MP_1V_1}{RT_1}\left(c_P\frac{\mathrm{d}T}{T} - (c_P - c_V)\frac{\mathrm{d}P}{P}\right)$$

8. Examinons les 4 étapes successives :

- Compression isentropique $1 \to 2$: $\mathrm{d}S = 0$. On en déduit (on ne fait que retrouver la loi de Laplace !) :

$$\frac{\mathrm{d}P}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

En intégrant, il vient :

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_{\text{ch}}}{T_{\text{fr}}}\right)$$

soit :

$$P_2 = P_1\left(\frac{T_{\text{ch}}}{T_{\text{fr}}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = P_1\left(\frac{330}{300}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = (1{,}1)^{3,5}P_1 = 1{,}4\text{ bar}$$

- Détente isotherme $2 \to 3$: la pression finale est donnée par l'énoncé et vaut

$$P_3 = P_2 - 0{,}4\text{ bar} = 1\text{ bar}$$

- Détente isentropique $3 \to 4$: on procède comme pour l'étape $1 \to 2$ et on obtient

$$P_4 = P_3\left(\frac{T_{\text{fr}}}{T_{\text{ch}}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = (1{,}1)^{-3,5}P_3 = 0{,}7\text{ bar}$$