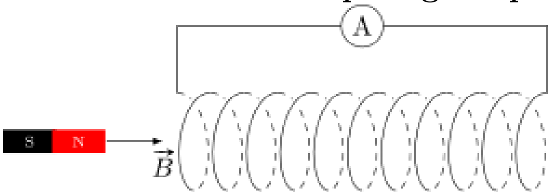
# Lois de l'induction et induction de Neumann

## I Le phénomène d'induction

### A Observations expérimentales

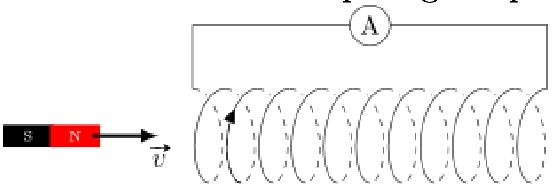
Soit un solénoïde (bobine longue) non alimenté, relié à un ampèremètre mesurant le courant qui le traverse. On étudie sa réaction à un champ magnétique dans deux situations [1] :

**Bobine dans un champ magnétique constant**




Les lignes de champ d'un aimant vont de sont Nord vers son Sud. Un champ magnétique règne donc dans le solénoïde. On n'observe cependant aucun courant dans le solénoïde.

**Bobine dans un champ magnétique variable**




On déplace l'aimant à proximité de la bobine. On constate qu'**un courant apparaît** dans la bobine, malgré l'absence de générateur.

En étudiant le sens du courant induit, on observe que le sens de déplacement de l'aimant et du courant sont liés :

◇

◇

◇

De plus,

◇

◇

### B Bilan

**Définition**

1)

2)

1. Voir l'animation : https://phet.colorado.edu/sims/html/faradays-law/latest/faradays-law_fr.html

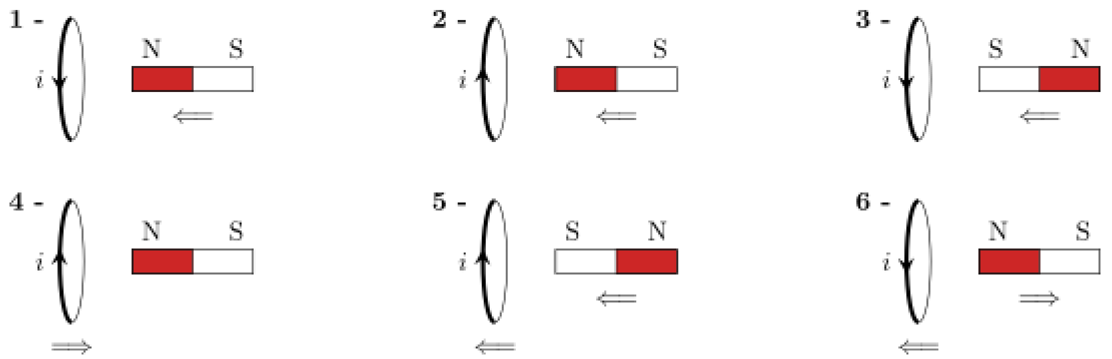
Le sens du courant obtenu est donné par la **loi de LENZ** :

**Loi de modération de LENZ**

- **NEUMANN** : courant induit créé un nouveau champ $\overrightarrow{B_i}$ qui contrecarre les **variations** de $\overrightarrow{B}$ initial ;
- **LORENTZ** : courant induit créé un nouveau champ $\overrightarrow{B_i}$ qui impose une force s'opposant à la **déformation**.

Application

Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant droit sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Indiquer le signe du courant $i$ apparaissant dans la spire pendant le déplacement.



# II Flux magnétique, loi de FARADAY

## A Flux magnétique

**Définition**

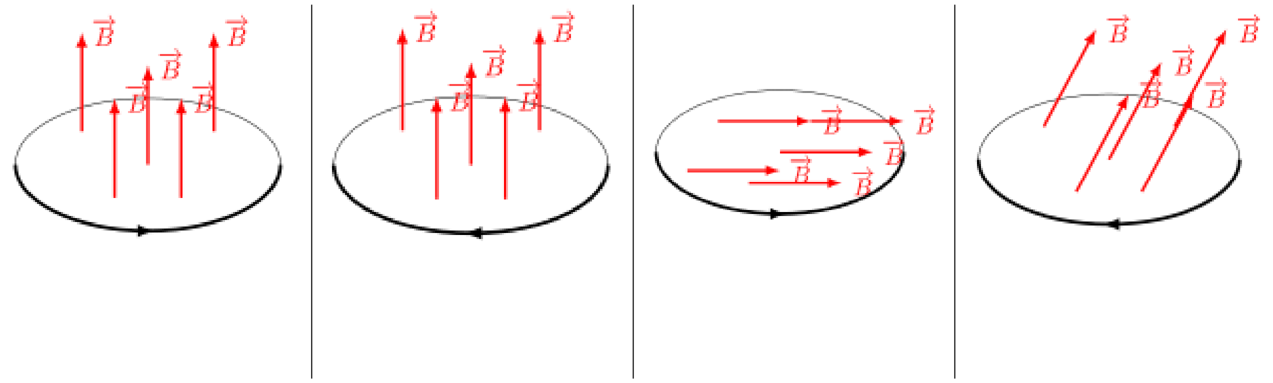
Au travers de $N$ spires parcourues par le même champ $\vec{B}$, on a

On se limite à la description des cas où le champ magnétique est **uniforme** à l'échelle de de la situation pour une surface **plane**. Dans un cas plus général, il faudrait effectuer une double intégration sur la surface, en la découpant en éléments infinitésimaux $\mathrm{d}S\,(\mathrm{M})$ avec $\mathrm{M} \in S$ :

$$\phi_S(\vec{B}) = \iint_{\mathrm{M}\in S} \mathrm{d}\phi(\mathrm{M}) = \iint_{\mathrm{M}\in S} \vec{B}(\mathrm{M}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}(\mathrm{M})$$

Application

Déterminer le flux au travers de la spire circulaire de rayon $R$ plongée dans $\vec{B}$ uniforme dans les 4 situations suivantes :



## B Loi de FARADAY

**Loi de FARADAY**

**Remarques**

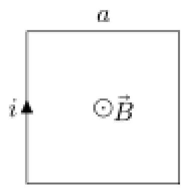
1)

2)

3)

**Application**

On considère un circuit carré de côté $a$ et de résistance totale $R$, situé dans un plan orthogonal à un champ magnétique uniforme mais **variable** $\vec{B}(t) = B_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} \vec{u_z}$ avec $B_0$ et $\tau$ strictement positifs. Un phénomène d'induction se produit-il dans le circuit ? Si oui, exprimer l'intensité $i$ du courant induit représenté sur le schéma, et vérifier que son signe soit en accord avec la loi de LENZ.



# III Phénomène d'autoinduction

## A Flux propre

Lorsqu'un courant circule dans une bobine, il créé un champ magnétique. Or, ce champ créé contribue au flux magnétique total à travers le circuit, et génère une force électromotrice d'induction :

**Définition**

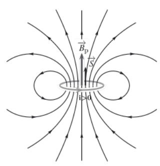
Pour une bobine, le champ magnétique propre est celui créé par le courant que nous avons déjà vu :

$$\overrightarrow{B_{\text{propre}}}(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\, \overrightarrow{u_z}$$

Le champ magnétique extérieur est lié à la présence d'autres sources au voisinage (champs de fils électriques par exemple.)

**Définition**

⚠ ⚠



## B Auto-inductance

**Propriété**

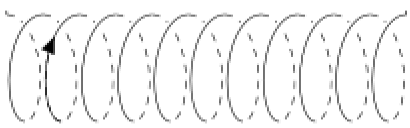
- ◇
- ◇
- ◇

Application

Calcul de l'inductance propre d'une bobine. On donne le champ propre $\overrightarrow{B_p}$ créé dans un solénoïde :

$$\overrightarrow{B_p}(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)\, \overrightarrow{u_z}$$

1) Le sens du courant étant donné, donne le sens du champ magnétique.



2) Exprimer le flux du champ magnétique.

3) En déduire l'expression de l'inductance propre.

4) Application numérique pour une bobine de TP avec $N = 1000$ spires de rayon $a = 3\,\mathrm{cm}$ et de longueur $\ell = 10\,\mathrm{cm}$ :

## C Circuits électriques équivalents

Si le courant $i(t)$ dans un circuit varie avec le temps, alors le champ magnétique et donc le flux propre $\phi_p(t)$ varie aussi. D'après la loi de FARADAY, il va donc y avoir apparition d'un générateur fictif de f.é.m.

car pour un circuit fixe et indéformable, $L = \text{cte}$. Ainsi, la loi de FARADAY permet de dessiner un circuit équivalent à la bobine :

**En absence d'autres champs** que le champ propre, on peut donc remplacer la bobine par une f.é.m. $e_{\text{auto}}$ en convention générateur ou $u = -e_{\text{auto}}$ en convention récepteur, c'est-à-dire

qui est la caractéristique courant-tension d'une bobine vue en début d'année !

**Remarque**

S'il y a un champ extérieur, on applique la superposition des champs magnétiques :

$$\phi_{\text{tot}} = \phi_p + \phi_{\text{ext}} \qquad \Rightarrow \qquad e_{\text{tot}} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\phi_{\text{ext}}}{\mathrm{d}t} = e_{\text{auto}} + e_{\text{ext}}$$

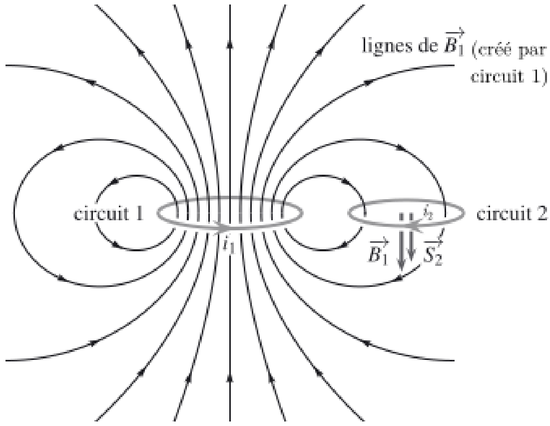
# IV Induction mutuelle

## A Principe de l'inductance mutuelle

Soit deux circuits fixes indépendants électriquement, sans champ magnétique extérieur.

◇ Le circuit (1) est parcouru par un courant $i_1$ qui génère un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ ;

◇ Le circuit (2) est parcouru par un courant $i_2$ qui génère un champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$.




Le champ magnétique total est

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \underbrace{\overrightarrow{B_{\text{ext}}}}_{=\overrightarrow{0}}$$

**En supposant les champs uniformes**, le flux magnétique total traversant le circuit (1) est donc :

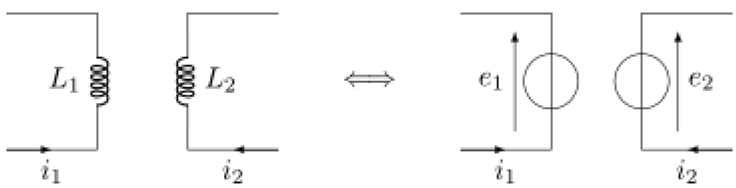
Avec $\phi_p$ le flux propre de chaque circuit, et $\phi_{2\to1}$ le flux de $\overrightarrow{B_2}$ à travers le circuit (1). De même, en inversant les rôles de (1) et (2) :

**Propriété**

**Remarque**

Au contraire de $L$ toujours positive, $M$ peut être positif ou négatif selon l'orientation relative des deux circuits.

**Forces électromotrices** Soit deux circuits non connectés mais en inductance mutuelle.

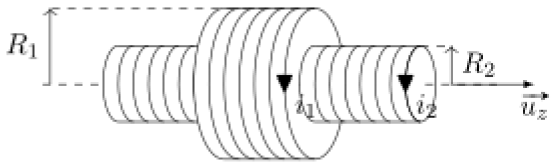


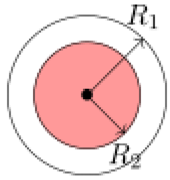

Chaque circuit vérifie la loi de Faraday :

Ainsi,

## B Bobines imbriquées

On souhaite déterminer l'inductance mutuelle de 2 bobines de même axe, de longueurs $\ell_i$ et de rayons $R_i$, parcourues par des intensités $i_i$ dirigées dans le même sens. On s'intéresse d'abord à $\phi_{2\to1}$, le flux créé par la seconde bobine dans la première.




**Expression du champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$**

**Flux de $\overrightarrow{B_2}$ à travers de $\overrightarrow{S_1}$**

**Calcul de $\phi_{1\to2}$**

**Remarque**

Si les deux bobines sont de même longueur et même section, alors

$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} S$$

avec

$$L_1 = \mu_0 \frac{{N_1}^2}{\ell} S \qquad \text{et} \qquad L_2 = \mu_0 \frac{{N_2}^2}{\ell} S$$

Soit

$$\boxed{M = \sqrt{L_1 L_2}}$$

On parle alors d'« influence totale ».

## C Circuits électriques couplés par inductance mutuelle

**Méthode**

1)

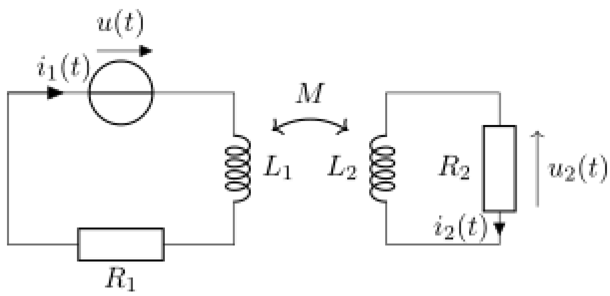
2)

3)

4)

### IV.C.1 Étude du circuit

On étudie le circuit ci-dessous présentant un couplage par induction de deux circuits. Le sens de $i_1$ est imposé par le générateur, et le sens de $i_2$ est conventionnel (selon sa direction, $M$) sera positif ou négatif.




**Circuit équivalent**

**Équations électriques**

Sur le circuit 1 :

Sur le circuit 2 :

**Flux magnétiques et forces électromotrices**

Sur le circuit 1 : Sur le circuit 2 :

**Équations couplées**

Sur le circuit 1 : Sur le circuit 2 :

Ainsi, en l'absence de couplage ($M = 0$), on retrouve les équations d'un circuit RL classique. Avec le couplage, on peut résoudre ces équations en passant en RSF :

On peut alors déterminer le comportement fréquentiel du circuit.

### IV.C.2 Bilan énergétique

Pour faire l'étude énergétique du circuit, on procède comme d'habitude en faisant un bilan de puissance en **multipliant par** $i$ les équations obtenues par la loi des mailles, ici $i_1$ et $i_2$. À partir des équations couplées,

Sur le circuit 1 : Sur le circuit 2 :

Ainsi, par somme on trouve

Ainsi, on met en évidence :

- $\mathcal{P}_J = R_1 {i_1}^2(t) + R_2 {i_2}^2(t)$
- $\mathcal{P}_{\text{mag}} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\left(\frac{1}{2}L_1 {i_1}^2 + \frac{1}{2}L_2 {i_2}^2 + M i_1(t) i_2(t)\right)$
- $\mathcal{P}_g = u(t) i_1(t)$

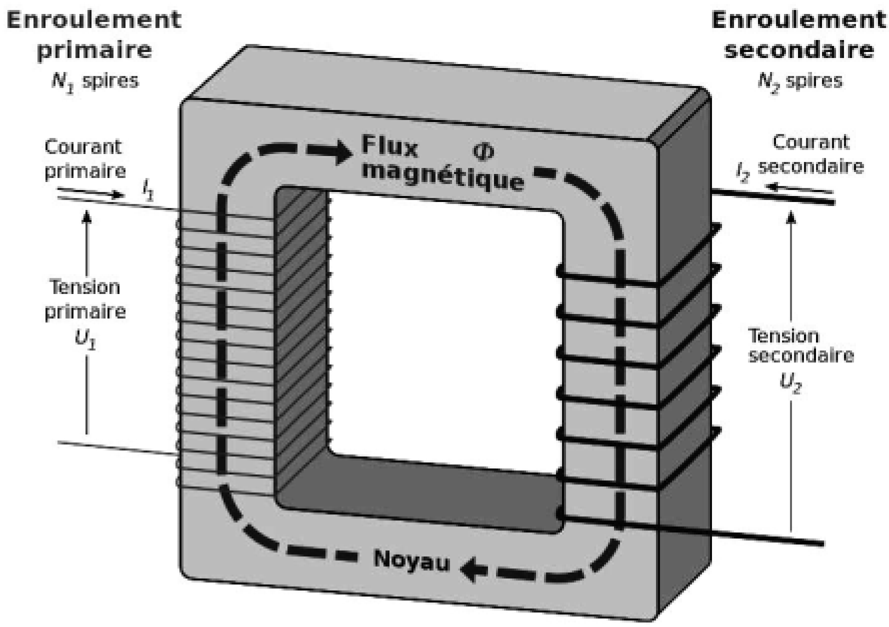
Dans le terme de puissance magnétique, on a :

- $L_1 {i_1}^2/2$ est l'énergie magnétique emmagasinée dans le premier circuit ;
- $L_2 {i_2}^2/2$ est l'énergie magnétique emmagasinée dans le second circuit ;
- $M i_1 i_2$ représente l'**énergie de couplage magnétique** entre les deux circuits.

**Bilan énergétique**

## D Applications

- **Détecteur de métaux, boucles magnétiques (péages, parking)**. Une bobine créé un champ magnétique et, si un morceau de métal se trouve à proximité, il se créé un courant en son sein. Ce courant créé lui-même un champ magnétique qui perturbe le circuit primaire.
- **Rechargement par induction (brosses à dent, portables)**. Le chargeur est muni d'une bobine qui créé un champ qui va induire un champ dans un second circuit.
- **Chauffage par induction**. Le courant généré dans le second circuit chauffe par effet Joule.
- **Transformateur électrique**. En enroulant deux bobines différentes autour d'un noyau de métal canalisant le flux, on peut diminuer ou augmenter la tension d'un circuit à l'autre.




Dans le modèle du transformateur parfait, on néglige toute perte par effet Joule et le couplage est parfait : les deux bobines sont traversées par le même flux. Avec la loi de Faraday on a donc, en notant $\phi(t)$ le flux du champ dans le noyau de fer,

$$e_1(t) = -u_1(t) = -N_1\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad e_2(t) = -u_2(t) = -N_2\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

avec $N_1$ et $N_2$ le nombre de spires, et $u_1$ et $u_2$ les tensions aux bornes du primaire et du secondaire. Ainsi,

$$\boxed{\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1} = m}$$

avec $m$ le rapport de transformation.

⚠ Ceci n'est valable que pour un champ variable, par pour des tensions constantes ! ⚠