SUP MPSI 2 **6 janvier 2023.**

# DEVOIR SURVEILLE DE SCIENCES PHYSIQUES N°4 (3h00)

**Tout moyen de communication est interdit**

**Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.**

**Les calculatrices sont autorisées.**

*Le devoir est composé de deux exercices et de trois problèmes**indépendants.*

**EXERCICE 1 :** Étude de la cinétique de l’hydrolyse d’un complexe du fer.

**EXERCICE 2 :** Étude d’un réseau en régime sinusoïdal forcé.

**PROBLEME 1**: Modélisation d’un double vitrage.

**PROBLEME 2 :**Modélisation du comportement thermique d’une habitation.

**PROBLEME 3 :** Traitement d’un signal.

*A l’intérieur des problèmes, certaines questions sont indépendantes.*

*L’étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.*

*L’ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l’étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu’une partie soit traitée dans sa continuité.*

*Une attention particulière sera portée à la* ***qualité de la rédaction*** *(vocabulaire, orthographe…) et* ***à la présentation de la copie*** *(numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques…).*

*Et il est indispensable de* ***numéroter vos copies****.*

*Les résultats numériques doivent être accompagnés d’une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.*

*Une minoration pouvant aller jusqu’à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.*

**Programme de révision de ce devoir :**

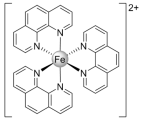
**La partie de la transformation de la matière sur la cinétique chimique et celle sur les oscillateurs en régime sinusoïdal forcé (en mécanique et électricité), ainsi que fonctions de transfert, diagrammes de Bode et filtres.**

**EXERCICE 1 : Étude de la cinétique de l’hydrolyse d’un complexe du fer :**

***(pts)***

On s’intéresse à la réaction d’hydrolyse de l’ion **(figure 1)**, c’est-à-dire à la substitution totale des constituants phen par des constituants aqua () en solution aqueuse d’acide fort de concentration 2 mol⋅L-1 selon la réaction :

**FIGURE 1** – Ion



L’ion initial de couleur orange caractéristique présente une forte bande d’absorption dans le visible (**figure 2**).

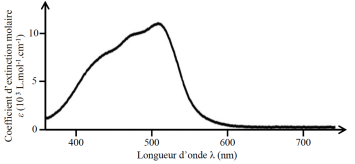
En fin de réaction, l’ion hydrolysé présente dans le visible des bandes mille fois moins intenses que celles du complexe de départ. On considérera donc que seul l’ion de départ absorbe dans le visible.

La cinétique de dégradation de l’ion en solution aqueuse de est suivie par spectroscopie d’absorption, en mesurant au cours du temps l’absorbance d’une solution initiale de à une concentration de 2,6⋅ mol⋅L-1, dans une cuve de longueur 1,0 cm de longueur.

On admet que la loi de Beer-Lambert est vérifiée dans les conditions de l’étude, donc que l’absorbance est proportionnelle à , ainsi : , où est le coefficient d'extinction molaire. Ce dernier dépend de la longueur d'onde et de la nature de l'espèce absorbante et est la longueur de la cuve.

.

**FIGURE 2** - Spectre d’absorption de l’ion dans l’eau



**Q1.** À quelle longueur d’onde est-il judicieux d’enregistrer l’absorbance de la solution ? Justifier.

On suppose que la vitesse volumique de cette réaction de substitution s’écrit :

**Q2.** En absence d’acide fort , la réaction est cinétiquement bloquée. Quel est donc le rôle de l’acide introduit ? Justifier.

**Q3.** En tenant compte des conditions expérimentales, simplifier la loi de vitesse (1) en faisant apparaître une constante de vitesse apparente , dont on précisera l’expression.

**Q4.** **Établir** l’équation donnant la concentration en ion en fonction du temps, en supposant un

ordre apparent de réaction de 1.

Après expérimentation, on obtient le **tableau 3** ci-dessous, décrivant l’évolution de l’absorbance de la solution en fonction du temps :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (min) | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |
| Absorbance A | 0,93 | 0,80 | 0,72 | 0,65 | 0,58 | 0,51 | 0,46 | 0,41 |

**TABLEAU 3** - Données de suivi spectrophotométrique de la cinétique de décomposition de l’ion en solution aqueuse acide à 40 °C.

**Q5.** En exploitant une régression linéaire que vous préciserez, vérifier que la réaction est d’ordre 1 par rapport à l’ion . En déduire la valeur de la constante de vitesse apparente.

On donne, dans le **tableau 4** ci-dessous**,** les constantes de vitesse apparentes déterminées pour des milieux réactionnels thermostatés à 25°C, 30°C et 35°C. On rappelle T(K) = 273 + T(°C).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| T(°C) | 25 | 30 | 35 | 40 |
|  |  |  |  | Q5 |

**TABLEAU 4** - Constantes de vitesse apparentes déterminées pour la réaction d’hydrolyse de l’ion  à 25°C, 30°C et 35°C.

**Q6.** Déterminer l’énergie d’activation de la réaction d’hydrolyse de l’ion en milieu acide, grâce à une régression linéaire que vous expliquerez. Donner la valeur numérique de l’énergie d’activation.

**Donnée :**

Constante des gaz parfaits : J.K-1.mol-1.

**EXERCICE 2 : Étude d’un réseau en régime sinusoïdal forcé : *(pts)***

***Indiquer la ou les bonnes réponses, en justifiant tout votre raisonnement. Une réponse juste sans justification (ou avec une justification fausse) ne rapportera aucun point.***

Un générateur de résistance interne délivre des signaux sinusoïdaux , de pulsation , et d’amplitude complexe , ici réelle (phase à l’origine nulle). Ce générateur alimente un circuit série constitué d’une bobine d’inductance et de résistance , d’un résistor de résistance et d’un condensateur de capacité . Le circuit est étudié en régime établi (dit aussi régime sinusoïdal forcé). On note et les amplitudes complexes des tensions aux bornes de la bobine et aux bornes du condensateur respectivement. On désigne par l’amplitude complexe de la tension aux bornes du générateur, et , celle de l’intensité du courant dans le circuit (Fig. ci-après) :

**Q1.** Le rapport des amplitudes complexes se met sous la forme suivante :

où et sont des constantes indépendantes de est l'unité imaginaire . Exprimer et  :

A) B) C) D)

**Q2.** Exprimer  :

A) B) C) D)

On suppose désormais, **jusqu’à la fin de l’exercice, que .**

**Q3.** Quelle relation existe-t-il alors entre et  ?

A) C)

B) D)

**Q4.** Déterminer et  :

A) B) C) D)

**Q5.** L’amplitude complexe s’écrit alors  où et sont des constantes qui ne dépendent que des caractéristiques du circuit. Déterminer  :

A) B) C) D)

**Q6.** Déterminer  :

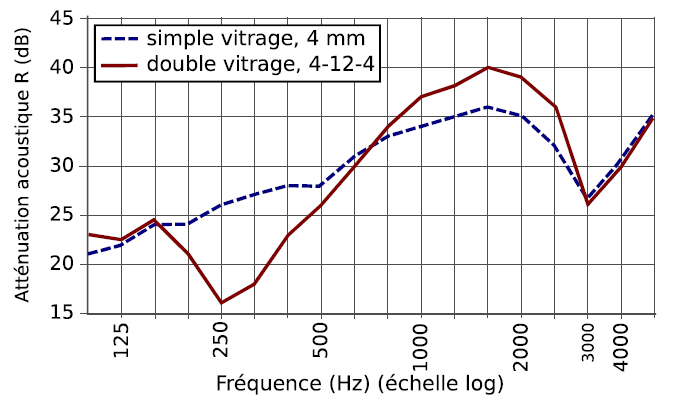
A) B) C) D) .

**PROBLEME 1 : Modélisation d’un double vitrage : *(pts)***

*On s’intéresse à l’isolation acoustique d’un double vitrage.*

I – Présentation de l’isolation acoustique :

Sur la figure 1, la courbe en traits pointillés représente l’atténuation acoustique d’un simple vitrage en fonction de la fréquence de l’onde incidente. La fréquence Hz, autour de laquelle on constate une baisse d’atténuation, est appelée fréquence critique de la vitre. On ne cherche pas à la déterminer ici.



**Figure 1** : Atténuation par un simple vitrage (vitre de 4 mm) et un double vitrage (vitre de 4 mm, vide de 12 mm, vitre de 4 mm). L’échelle verticale est en décibels.

**Q1.** Rappeler la gamme de fréquences audibles par l’homme.

II – Étude du régime forcé d’un double vitrage :

La figure 1 montre également la courbe d’atténuation acoustique du double vitrage (en trait plein). Elle présente deux baisses d’atténuation : Une vers 250 Hz et une vers 3000 Hz.

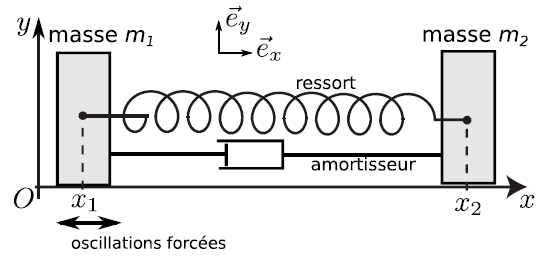
**Q2.** Que remarquez-vous concernant la baisse d’atténuation du double vitrage vers 3000 Hz ?

La présence de la baisse d’atténuation vers 250 Hz, absente pour le simple vitrage, montre que le double vitrage est globalement moins performant que le simple vitrage aux environs de cette fréquence, d’un point de vue acoustique. Nous allons étudier l’origine de cette baisse.

Pour cela, on modélise le double vitrage comme deux masses et qui représentent chacune une vitre.

La lame d’air qui sépare les deux vitres est modélisée par un ressort (pour son rôle élastique de transmission des vibrations) associé à un amortisseur visqueux (pour rendre compte de la dissipation).

* Le ressort possède une longueur à vide et une constante de raideur .
* L’amortisseur exerce sur la masse 2 une force de frottement fluide avec une constante et et les vitesses des masses et respectivement.
* On suppose qu’il n’y a pas de frottement sur le support.
* Une onde sonore incidente force la vitre 1 à osciller selon .
* Le schéma de la modélisation du double vitrage avec amortisseur est rappelé figure 2.



**Figure 2** : Schéma de la modélisation du double vitrage avec amortisseur.

**Q3.** Donner l’expression de la force qu’exerce le ressort sur la masse 2, en fonction de , , , et du vecteur unitaire nécessaire.

**Q4.** Établir l’équation différentielle suivie par la position de la masse 2 en fonction de , , , , et .

**Q5.** On pose . En partant de l’équation précédente, montrer que vérifie l’équation différentielle suivante : (équation (1))

avec et des paramètres dont on donnera les expressions en fonction de , et .

Dans la suite, on travaille à partir de l’équation (1). On utilise le formalisme complexe où une grandeur du type est représentée par la grandeur complexe : avec l’amplitude complexe associée (où ).

On voit l’ensemble du double vitrage comme un filtre de fonction de transfert .

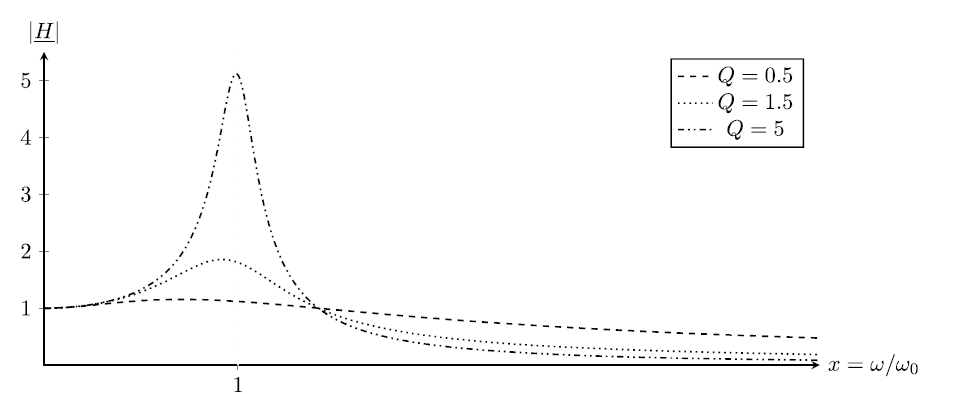
**Q6.** Donner l’expression de en fonction notamment de , et .

On introduit la pulsation réduite . En déduire l’expression de .

On la mettra sous la forme : où est un nombre entier dont on précisera la valeur numérique.

**Q7.** Donner l’expression du gain du filtre.

Le graphique (figure 3) ci-dessous montre l’évolution de en fonction de pour différentes valeurs de .



**Figure 3** : Allure du gain en fonction de la variable réduite , pour différentes valeurs de

**Q8.** Comment appelle-t-on le phénomène qui se manifeste par un maximum marqué sur la courbe de gain ?

**Q9.** On souhaite obtenir la position du maximum de la courbe . Pour les valeurs élevées de qui nous concernent ici, le numérateur de ne varie pas beaucoup autour du maximum. Le maximum est donc atteint lorsque le dénominateur est minimum

Etablir, **dans ce cas**, l’expression de la position notée conduisant au maximum de en fonction de . Indiquer également à quelle condition sur ce maximum existe. Est-ce cohérent avec les valeurs de indiquées sur le graphique figure 3 ci-dessus ?

**Q10.** Simplifier l’expression de dans le cas où est grand.

III – Détermination plus fine de la fréquence de résonance :

Les questions qui précèdent expliquent la présence de la baisse d’atténuation du double vitrage aux fréquences voisines de 250 Hz. Pour ces fréquences, l’ensemble vitre-air-vitre entre en résonance et laisse passer l’onde sonore. Nous avons montré que la pulsation de résonance est quasi égale à la pulsation propre du système.

Notre expression de la pulsation propre n’est toutefois pas correcte, car elle ne prend en compte que la masse de la seconde vitre. Or celle de la première doit aussi intervenir, car sa mise en mouvement par l’onde sonore incidente en dépend.

Pour obtenir la bonne expression de , il faut déterminer la pulsation des oscillations d’un système masse 1 – ressort – masse 2 en oscillations libres. On considère donc un tel système.

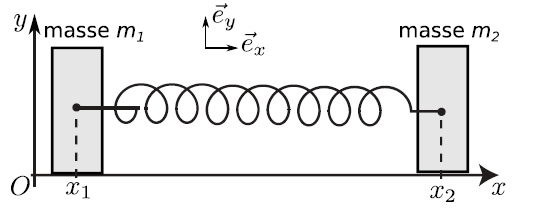
On note la longueur du ressort et sa longueur à vide.

Il est initialement comprimé d’une quantité telle que : et est lâché sans vitesse initiale.

Dans ce paragraphe III, **on néglige toute force de frottement** et on ne considère que l’action de ressort, du poids et de la réaction normale du support sur les masses.

Le schéma de la modélisation du double vitrage sans amortisseur est rappelé figure 4.

**Figure 4** : Schéma de la modélisation du double vitrage sans amortisseur.



**Q11.** Établir l’équation différentielle suivie par la position de la masse , puis celle suivie par la position de la masse .

**Q12.** En déduire l’équation différentielle d’ordre 2, portant sur la longueur .

On la mettra sous la forme : ,

En déduire l’expression de la pulsation propre des oscillations, en fonction de , et .

**Q13.** Établir en fonction de , et .

C’est cette pulsation qui correspond à la résonance d’un double vitrage.

On trouve en effet, dans les guides acoustiques la formule suivante pour les fréquences de résonance :

avec la fréquence en Hertz, la distance entre les vitres en mètres (dont dépend la raideur du ressort équivalent) et et les masses surfaciques des vitrages en kg/m2.

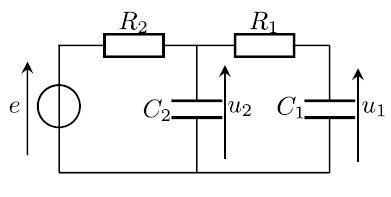
**Q14.** Si on souhaite envoyer le pic de résonance vers les basses fréquences hors du domaine audible, que faut-il faire concernant les masses des vitres ?

**PROBLEME 2 : Modélisation du comportement thermique d’une habitation :** ***(pts)***

*On étudie le comportement thermique d’une habitation, par analogie avec un modèle électrique.*

Dans la modélisation proposée par cet énoncé, la capacité représente l’intérieur de la maison qui se charge et se décharge à mesure que son énergie thermique augmente ou diminue. De même pour qui représente les murs. Les valeurs de et dépendent du type d’isolation (Soit une isolation à l’intérieur des murs, soit une isolation à l’extérieur).

On considère le circuit électrique ci-contre en régime sinusoïdal forcé.

Dans le modèle :

* Le générateur représente l’évolution de la température extérieure qui varie avec une période 24 h, suite à l’alternance jour-nuit.
* La tension représente l’évolution de la température intérieure.
* La tension représente l’évolution de la température des murs.

**Q1.** Donner la valeur numérique de la pulsation .

On se place en régime sinusoïdal forcé à la pulsation .

La tension est représentée par la grandeur complexe,

et l’amplitude complexe avec .

On pose .

**Q2.** Sans faire de gros calculs, indiquer la nature du filtre ainsi constitué. Justifier.

**Q3.** On note l’impédance équivalente à l’association , et . Donner son expression, sous forme d’une fraction simple, en fonction de ,, et .

**Q4.** Lorsque l’on considère une impédance et une impédance en dérivation et que , quelle approximation sur l’impédance équivalente à cet ensemble, peut-on faire ? On attend une justification.

Pour la suite, comme , on admet que .

**Q5.** En utilisant entre-autre cette approximation, montrer que peut se mettre sous la forme :

avec et des pulsations à exprimer en fonction des capacités et résistances du réseau.

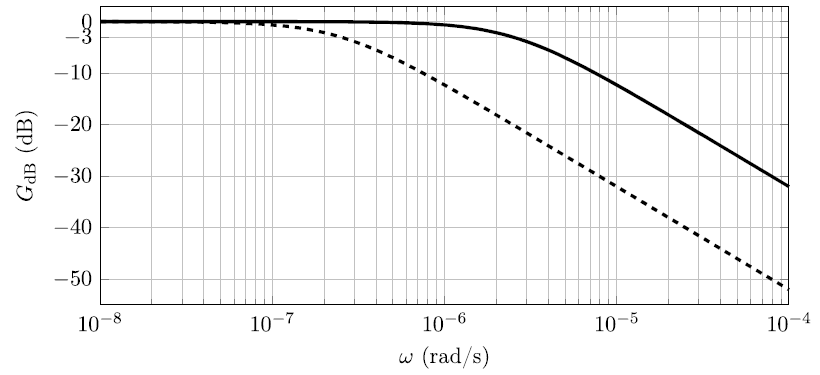
**Q6.** En déduire la pente des asymptotes et les valeurs du déphasage en basse et haute fréquence. On pourra développer l’expression de si besoin.

**Q7.** Donner l’expression du gain en décibel de ce filtre en fonction de , et .

On obtient les valeurs numériques suivantes :

* Dans le cas d’une isolation par l’intérieur : rad.s-1 et .
* Dans le cas d’une isolation par l’extérieur : et rad.s-1 .

Les deux diagrammes de Bode en amplitude, l’un correspondant à l’isolation par l’intérieur et l’autre à l’isolation par l’extérieur dont tracés ci-dessous.



**Q8.** Identifier les deux courbes : Laquelle correspond à une isolation par l’intérieur et laquelle correspond à l’isolation par l’extérieur ? Justifier votre façon de faire.

On suppose que sur une journée, la variation de température extérieure a une amplitude °C. On admet que ceci se traduit dans notre analogie électrique par une amplitude V pour le signal d’entrée.

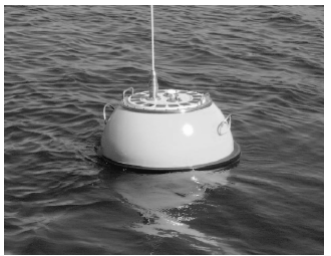
**Q9.** On considère le cas d’une isolation par l’intérieur. En vous aidant du diagramme de Bode et en arrondissant à la dizaine la plus proche la valeur de , calculer la valeur de l’amplitude de .

**Q10.** Faire de même pour le cas de l’isolation extérieure et conclure sur l’avantage de celle-ci.

**Q11.** Dans les deux cas (isolation intérieure ou extérieure), l’argument de la fonction de transfert vaut environ pour la pulsation considérée ici. La tension est-elle en avance ou en retard par rapport à  ?

De quelle fraction de période ? Traduire ceci en heures.

**PROBLEME 3 : Traitement d’un signal :** ***(pts)***



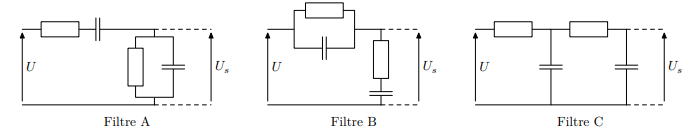
*Les bouées houlographes Waverider :*

*Depuis la fin des années 1960, la société néerlandaise Datawell développe des bouées houlographes commercialisées sous le nom de Waverider. Flottant à la surface de la mer, une telle bouée se déplace au gré des vagues de sorte qu’en enregistrant son mouvement, on accède aux caractéristiques de la houle.*

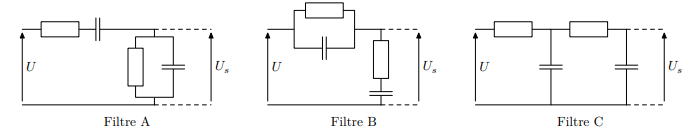
*Le Waverider est muni d’un accéléromètre uniaxe qui mesure la projection de l’accélération de la bouée sur une direction particulière.*

L’accéléromètre fournit un signal analogique de tension 𝑈, pollué par du bruit dont les composantes spectrales de fréquence supérieure à 1 Hz nuisent aux mesures, sans apporter aucune information sur l’état de la mer. On applique donc un filtrage analogique sur cette tension pour obtenir une tension 𝑈𝑠 à exploiter.

**Q1.** Parmi les deux types de filtres A et B représentés sur la figure 1 ci-dessous, lequel convient ? Justifier votre réponse.



Filtre A



Filtre B

**Q2.** Les deux résistors présentent la même résistance 𝑅 et les deux condensateurs la même capacité 𝐶.

On admet que la fonction de transfert du filtre choisi peut se mettre sous la forme : .

Quelles valeurs proposez-vous pour 𝑅 et 𝐶 ?

SUP MPSI 2 CORRIGE du DS 4 **du 6 janvier 2023.**

**EXERCICE 1 : Étude de la cinétique de l’hydrolyse d’un complexe du fer :**

***(D’après e3a PC 2022) (pts)***

**Q1.** Il est préférable de travailler à la longueur d’onde correspondant **au maximum d’absorption** : On choisira donc  **nm.**

**Q2.** L’acide fort **accélère la réaction sans intervenir dans l’équation bilan,** c’est donc un **catalyseur.**

**Q3.** On nous donne

Or, il est précisé que L-1 et que l’eau est le solvant.

De plus, on nous donne : L-1.

Ainsi, et  : Il y a **dégénérescence de l’ordre** et la vitesse de la réaction peut s’écrire sous la forme :

**avec**

**Q4.** D’après la définition de la vitesse, on sait que

Supposons que , comme le propose l’énoncé :

Alors on obtient l’équation différentielle d’ordre 1 : .

Alors on sait que la solution est de la forme : .

CI : A , L-1.

Soit :

**Q5.** Ou encore : .

Il faut encore relier et absorbance.

Seule l’espèce absorbe, donc :

Loi de Beer-Lambert : = l et l

Ainsi l’équation précédente devient :

En simplifiant à gauche et à droite par , il vient :  ;

Où est l’absorbance de la solution à *.*

On fait donc la **régression linéaire de en fonction du temps**  sous la forme : .

On obtient : (en laissant le temps en min)

Et

La valeur du coefficient de corrélation permet de conclure que les points sont bien alignés ce qui valide que **la cinétique est d’ordre 1 par rapport à** , donc que **.**

Et par indentification, on obtient  **min-1 = s-1**.

**Q6.** D’après la loi d’Arrhenius :  **ou**  .

On fait donc la **régression linéaire de en fonction de (** sous la forme : .

On obtient :

Et .

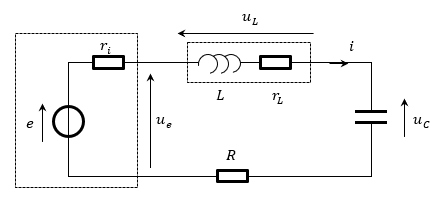
La valeur du coefficient de corrélation permet de conclure que les points sont bien alignés, donc que **la loi d’Arrhenius est bien vérifiée**.

Et par indentification, on obtient  ; soit : **:**

AN :  ; On obtient donc :  **kJ.mol-1.**

**EXERCICE 2 : Étude d’un réseau en régime sinusoïdal forcé : *(pts)***

***(D’après ENAC 2022)***

**Q1.** Les impédances , et sont en série.

Un pont diviseur de tension permet d’écrire :

Soit .

En posant **ou**  et , on peut écrire cette expression sous la forme :

 ; Ou encore : .

Par identification avec . On en déduit que . **Réponses A et D**.

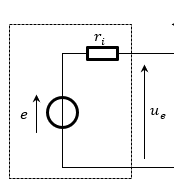
**Q2.** Enfin, par identification, on a aussi  ; Soit :  **.** **Réponse B**.

**Q3.** On se place en .

Exprimons équivalent à l’association série de la bobine, du condensateur et de la résistance .

Alors

Or en , comme , il vient que :  ; Ainsi .



Et .

On a alors le circuit équivalent ci-contre :

On remarque que et son en série.

Pont diviseur de tension : .

Ainsi :  **ou** . **Réponse C**.

**Q4.** D’après le schéma équivalent ci-dessus : .

Avec ; Or , ainsi : .

D’autre part, en reprenant : et comme alors .

Ainsi : ; D’où  ; enfin **Réponses B et C**.

**Q5.** Par définition de l’impédance,  :

Par identification avec  : On obtient :  : **Réponse A**.

**Q6.** On identifie également avec  ; il vient :

Ainsi : : **Réponse C**.

**PROBLEME 1 : Modélisation d’un double vitrage : *(pts)***

***(D’après EPITA – IPSA MP, PSI, PC 2022).***

I – Présentation de l’isolation acoustique :

**Q1.** Les fréquences audibles sont situées entre **20 Hz et 20 kHz**.

II – Étude du régime forcé d’un double vitrage :

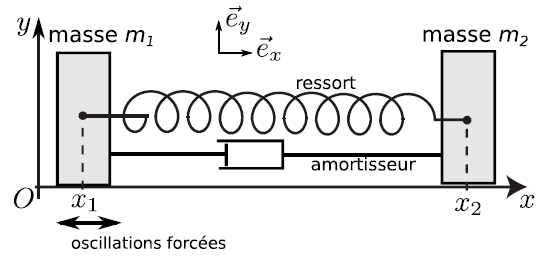
**Q2.** Il s’agit de la **même baisse que pour le vitrage simple** ; Il y a toujours la **fréquence critique.**

**Q3.** Force de rappel du ressort sur la masse 2 ou force de Hooke :

, car et si , est orienté vers la gauche.

**Q4.** *Référentiel d’étude :* Référentiel terrestre ℜ(O, supposé galiléen.

*Base de projection :* Base cartésienne (O, de vecteurs unitaires et.



*Système :* la vitre de masse .

*Bilan des forces :*

* Poids : = - .
* Réaction du support :  ; est orthogonale au déplacement car mvt sans frottements sur le support.
* Force de rappel du ressort ou force de Hooke : .
* Force de frottement fluide (donnée par l’énoncé) :

*2ème loi de Newton (principe fondamental de la dynamique):*

* + - , d’où avec car le mvt se fait sur .
    - Projetons sur les 2 axes :

Sur  : = 0. (2) (pas de mvt sur *Oy*).

Sur : (1)

D’où l’équation différentielle en : ;

Sous forme canonique : .

**Q5.** On pose alors et .

L’équation précédente s’écrit alors : .

D’où l’équation différentielle en  : **.**

De la forme :

avec  : **pulsation propre** de l’oscillateur : pulsation des oscillations sans frottement.

Et *Q* le **facteur de qualité** est tel que :  ; D’où =  ; Soit :   .

**Q6.** Passage aux complexes : .

De plus, une dérivation par rapport au temps correspond à une multiplication par et une dérivée seconde à une multiplication par ( .

L’équation précédente devient donc : .

On nous donne : et on pose : .

Il vient donc :

**Q6 (suite).** Alors  ; D’où :  **.**

* On pose :  ; Alors : en divisant numérateur et dénominateur par . Ainsi : . Par identification, .

**Q7**. Alors .

**Q8.** Au maximum de la courbe, on parle de **phénomène de résonance.**

**Q9.** D’après l’énoncé, on peut considérer que le numérateur est constant, ainsi on ne s’intéresse qu’au dénominateur.

Ainsi, on pose .

passe par un max, quand le dénominateur est minimum, donc quand .

Or .

Alors pour  ; La valeur correspond à la tangente horizontale en .

Alors  ; Soit  ;

(L’autre valeur de serait négative ce qui est impossible pour un rapport de pulsations).

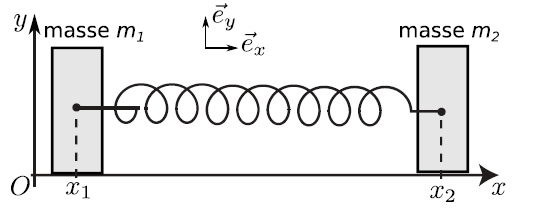
On remarque ainsi que n’existe que si la quantité sous la racine est positive, donc si

Alors  ; Ou encore : ; Ainsi .

Conclusion : Cela correspond bien au graphe de la figure 3 qui présente un **maximum pour et pour , mais pas de maximum pour .**

**Q10.** Si , (Cohérent avec le graphe).

III – Détermination plus fine de la fréquence de résonance :



**Q11.** Pour chaque masse, on a poids et réaction du support qui sont des forces verticales.

A l’horizontal, il reste la force de Hooke pour  :

 , car qd , la force est bien vers la droite.

Soit **: .**

La 2ème loi de Newton (pour ) projetée sur  , conduit à :  ;

Soit sous forme canonique : (équation (3))

* De même sur  :  , car qd , la force est bien vers la gauche.

Soit :  ; Et l’équation du mouvement de s’écrit :

 ; Soit sous forme canonique : (équation (4))

**Q12.** On nous donne : .

Alors . En faisant (4) - (3), on obtient :

Ainsi :

Ou encore : .

Ainsi, on obtient : **.**

Par identification avec , on obtient : .

**Q13.** Il faut donc résoudre cette équation différentielle :

La solution est la somme de :

* La solution homogène : **.**
* La solution particulière constante : .

D’où .

1ère CI : A ,  ; Soit : .

De plus, .

2me CI : A , (pas de vitesse initiale.

D’où  ; Soit :

Conclusion :.

**Q14.** On nous donne

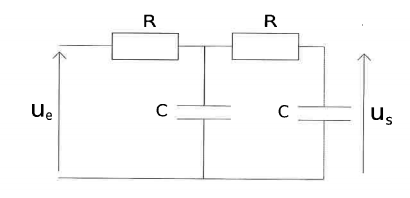
Pour envoyer le pic de résonance vers les basses fréquences, il faut  **faible** ;

Donc il faut **augmenter les masses des vitres** (qui se trouvent au dénominateur dans l’expression de ).

**PROBLEME 2 : Modélisation du comportement thermique d’une habitation :** ***(D’après EPITA -IPSA MP, PSI, PC 2022)*** ***(pts)***

**Q1.** On nous donne 24 h ; Alors  ; AN :  ; on obtient :  **rad.s-1.**

**Q2.** Il faut utiliser les équivalents basse fréquence et haute fréquence des condensateurs :



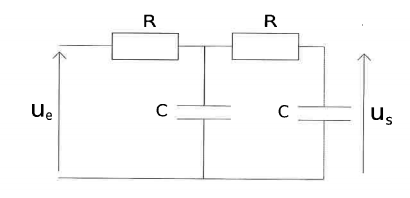
* En BF, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

Le circuit devient ci-contre.

Toutes les intensités sont nulles.

Ainsi  ; Et ; D’où **;**

* En HF, le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé.



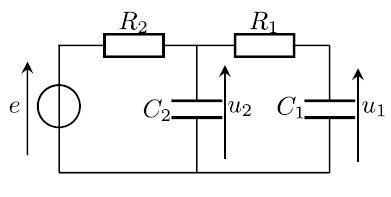
Le circuit devient ci-contre.

est la tension aux bornes d’un fil ;

Ainsi  ; Et . D’où  ;

* L’allure globale sera donc

D’où un **filtre passe bas attendu**.



**Q3.** et sont en série. Cette association est en parallèle sur .

D’où : ;

Ou encore : **=  .**

**Q4.** Pour deux impédances et en dérivation.

Alors  ; Et si, alors .

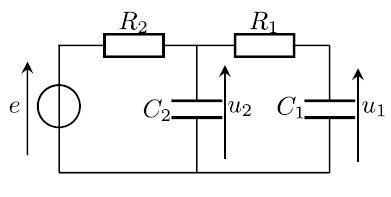
D’où ; Ainsi .

Autre méthode : Pour une association parallèle, on a : .

Or si , alors  ; Ainsi  ; Et

**Q5.** On nous donne . On cherche  ;

* A la sortie, et sont en série. On peut utiliser un pont diviseur de tensions :



 ; Soit  **.**

* Puis, on utilise: est en série avec . On peut utiliser un pont diviseur

de tensions :  ; Soit  **.**

* Enfin, .

Soit :

De la forme : avec  **et**

**Q6.** Étude asymptotique : .

* En BF : Si  : H

Donc **GdB  20 log(1) = 0**

**Asymptote horizontale en 0 en BF**.

Et .

* En HF : Si   : H et G

Donc **GdB  20 log(**

**Asymptote oblique de pente – 40 dB par décade en H**F.

Et ou – ; Or sin donc  **–** .

Autre méthode : (j avec et .

Pour et , on reconnait des fonctions de transfert de filtres passe-bas d’ordre 1.

Ainsi : G( ; Donc GdB = G1dB + G2dB et

Étude asymptotique de  : On reconnait la fonction de transfert d’un filtre passe bas du 1er ordre.

* En BF : Si : H1 Donc G1dB  20 log(1) =0.

Asymptote horizontale en BF.

Et 0.

* En HF : Si  : H1 Donc G1dB  20 log( 20 log ( :

Asymptote oblique de pente – 20 dB par décade en HF.

Et - .

De même pour  ; En comme GdB = G1dB + G2dB et

On retrouve bien les mêmes conclusions que par l’autre méthode.

**Q7.** .

**Q8.** On nous précise que :

* Dans le cas d’une isolation par l’intérieur : rad.s-1 et .

Alors (j et GdB G1dB : Pulsation de coupure en rad.s-1. (GdB max – 3 dB = -3 dB).

Cela correspond donc au tracé en **trait plein.**

* Dans le cas d’une isolation par l’extérieur : et rad.s-1 . Même raisonnement.

Alors (j et GdB G2dB : Pulsation de coupure en rad.s-1. (GdB max – 3 dB= -3 dB).

Cela correspond donc au tracé en **traits pointillés**.

**Q9.** On considère le diagramme de Bode en trait plein.

On nous donne V. On cherche à la pulsation  **rad.s-1** (comme vu en Q1).

Graphiquement, on lit que pour rad.s-1, alors dB =

Soit et  ; Ainsi

AN :  **V**.

**Q10.** De même avec le diagramme de Bode en traits pointillés.

Graphiquement, on lit que pour rad.s-1, alors dB =

Soit et  ; Ainsi

AN :  **V**.

Conclusion : Comme la tension représente l’évolution de la température intérieure, on cherche à ce qu’elle varie le moins possible. Ainsi, **mieux vaut une isolation par l’extérieur.**

**Q11.** Puisque à cette fréquence,  **est en retard par rapport à ,** d’un quart de période,

En effet :

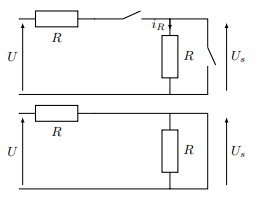
Et ; D’où  . on obtient .

Or 24 h donc **6 h**.

**PROBLEME 3 : Traitement d’un signal : *(pts)***

***(D’après Centrale- Supélec MP 2022)***

**Q1.** D’après l’énoncé, on souhaite un filtre qui coupe les fréquences supérieures à 1 HZ, **il faut donc un filtre passe bas.**

****

**Filtre A :**

* En BF, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

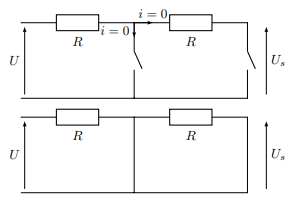
Le circuit devient ci-contre.  ; Alors  ;

Ainsi et **.**

* En HF, le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé.

Le circuit devient ci-contre. Alors  ; Ainsi et **.**

Conclusion : Le filtre A est un **filtre passe-bande**.



**Filtre B :**

* En BF, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

Le circuit devient ci-contre.  ; Alors  ;

Ainsi et **.**

* En HF, le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé.

Le circuit devient ci-contre. Alors  ; Ainsi et **.**

Conclusion : Le filtre B est un **filtre passe-bas**.

On choisit **donc le filtre B.**

**Q2.** On nous donne  ;

On veut couper des fréquences supérieures à 1 Hz.

Il faudrait donc un point d’intersection des asymptotes à une fréquence  **Hz (1 décade avant).**

En posant  ; Alors on obtient :

* Etude asymptotique :
* BF : Si  : H Donc **GdB  20 log(1) = 0**

**Asymptote horizontale en 0 en BF**.

* HF : Si  : H et G Donc **GdB  20 log(**

**Asymptote oblique de pente – 40 dB par décade en H**F.

* Intersection des asymptotes :

Pour 0 = - 40 log *x* ; Soit   et .

* D’où l’allure du diagramme de Bode asymptotique ci-contre.

Conclusion : Il faudrait donc  ;

Soit :  ; D’où : .

AN :  ; on obtient :  **s** .

Avec les ordres de grandeurs usuels, on pourrait choisir  **et M** .