SUP MPSI 2  **27 janvier 2023.**

# DEVOIR SURVEILLE DE SCIENCES PHYSIQUES N°5 (3h00)

**Tout moyen de communication est interdit**

**Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.**

**Les calculatrices sont autorisées.**

*Le devoir est composé de cinq exercices et d’un problème**indépendants.*

**EXERCICE 1 :** Mesure de l’épaisseur d’une lame de verre.

**EXERCICE 2 :** Jeux sur une piste.

**EXERCICE 3**: Expériences en laboratoire.

**EXERCICE 4 :**Etude de la chute de la grêle.

**EXERCICE 5 :**Mouvement pendulaire d’un sac de sable.

**PROBLEME :** Etude du mouvement d’une bille dans un tube horizontal en rotation uniforme.

*A l’intérieur des problèmes, certaines questions sont indépendantes.*

*L’étudiant est invité à prendre connaissance de la totalité du sujet avant de commencer sa composition.*

*L’ordre dans lequel seront abordées les différentes questions est laissé au choix de l’étudiant, mais le numéro complet de la question devra être mentionné sur la copie et le correcteur appréciera qu’une partie soit traitée dans sa continuité.*

*Une attention particulière sera portée à la* ***qualité de la rédaction*** *(vocabulaire, orthographe…) et* ***à la présentation de la copie*** *(numérotation des questions, encadrement des expressions littérales et soulignement des applications numériques…).*

*Et il est indispensable de* ***numéroter vos copies****.*

*Les résultats numériques doivent être accompagnés d’une unité et présentés avec le bon nombre de chiffres significatifs.*

*Une minoration pouvant aller jusqu’à 2 points pourra être appliquée en cas de travail négligé.*

**Programme de révision de ce devoir :**

**La partie propagation des ondes et interférences, la cinématique et la dynamique du point en référentiels galiléens.**

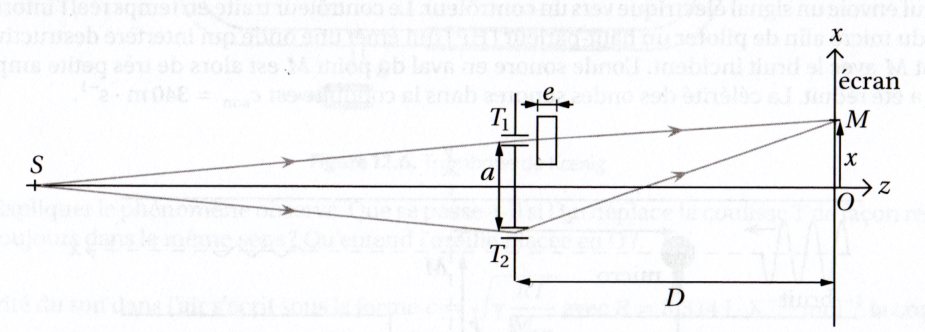
**EXERCICE 1 : Mesure de l’épaisseur d’une lame de verre :** ***(pts)***

On considère un dispositif de trous de Young (schématisé figure 1 ci-dessous) composé de deux trous et séparés d’une distance . Ce dispositif est éclairé par une source ponctuelle monochromatique de longueur d’onde située sur l’axe optique.

La figure d’interférence est observée sur un écran situé à une distance du plan des trous.

L’indice optique de l’air est supposé égal à 1.

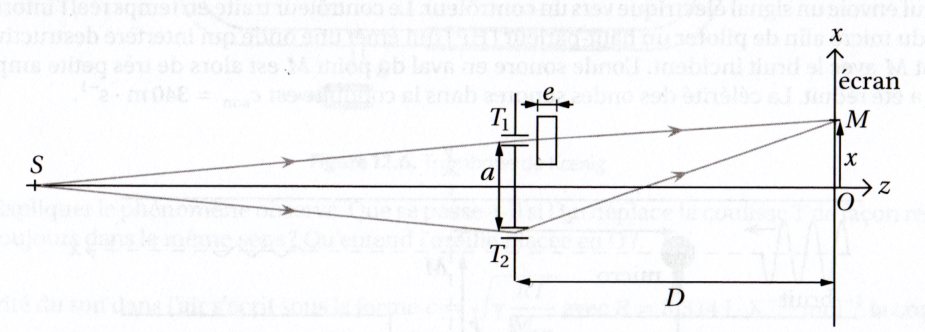
On se place dans l’approximation paraxiale .



**Figure 1** : Dispositif des trous d’Young :

**Q1.** Montrer que la différence de marche des deux rayons lumineux s’écrit .

**Q2.** On interpose une lame de verre à faces parallèles d’épaisseur inconnue et d’indice positionnée en sortie du trou comme sur la figure 2 ci-dessous. On suppose que si bien qu’en première approximation, on considère que **le rayon lumineux traverse la lame perpendiculairement à ses faces.**



**Figure 2** : Dispositif des trous d’Young avec lame de verre :

En utilisant le résultat de la question Q1, montrer que la différence de marche en un point M de l’écran s’écrit alors :

**Q3.** Déterminer la position sur l’écran de la frange centrale correspond à . De quelle distance s’est déplacée cette frange par rapport au cas où la lame est absente ?

**Q4.** En déduire l’expression de l’épaisseur de la lame en fonction de .

Calculer pour .

**Q5.** Expliquer pourquoi en réalité la position de la frange centrale ne peut être connue que modulo l’interfrange .

**Donnée** : si alors  ;

**EXERCICE 2 : Jeux sur une piste :** ***(pts)***

***Indiquer la ou les bonnes réponses, en justifiant tout votre raisonnement. Une réponse juste sans justification (ou avec une justification fausse) ne rapportera aucun point.***

On étudie un mobile , assimilé à un point matériel (ou corpuscule), **en mouvement uniforme** dans le référentiel du laboratoire à la vitesse de , sur toute la piste qui comporte quatre portions :

* Un segment rectiligne de longueur  ;
* Un quart de cercle de longueur d’arc  ;
* Un quart de cercle de longueur d’arc  ;
* Un segment rectiligne de longueur .

La piste est parcourue par de vers (Fig. ci-après).

**Q1.** Quelle durée met pour parcourir la totalité de la piste (de à ) ? Justifier.

A) B) C) D)

**Q2.** On note la norme de l’accélération de sur la portion .

En utilisant la base de Frenet, exprimer en fonction de et de la longueur de l’arc BC, puis calculer .

A) B) C) D)

**Q3.** On note la norme de l’accélération de sur la portion . Quelle relation existe-t-il entre et ? Expliquer votre raisonnement.

A) B) C) D)

**Q4.** Lorsque atteint le point à la vitesse , à un instant pris comme origine temporelle, un second mobile (également assimilé à un point matériel) quitte en direction de . Son mouvement est uniforme dans le référentiel du laboratoire à la vitesse de .

À quelle date les deux mobiles se rencontrent-ils ? On exprimera en fonction de la distance de la vitesse et de la vitesse de . Puis on fera l’application numérique.

A) B) C) D)

**Q5.** Quelle est alors la distance parcourue par sur la piste , avant que les points ne se rencontrent ?

A) B) C) D)

**Q6.** Quelle était, avant la rencontre, la distance séparant et  ?

A) B) C) D) .

**EXERCICE 3 : Expériences en laboratoire :** ***(pts)***

***Les deux parties sont totalement indépendantes.***

Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

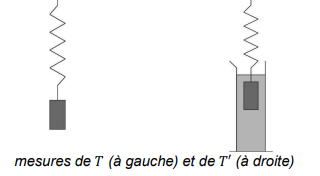
La valeur du champ de pesanteur au lieu où sont réalisées les expériences est = 9,81 m⋅s-2.

On rappelle le volume d’une sphère de rayon  :

On dispose du matériel suivant :

* De l’eau distillée de masse volumique : = 1000 kg⋅m-3 ;
* De l’eau salée saturée de masse volumique :  ;
* D’un dynamomètre permettant de mesurer la valeur d’une tension d’un ressort pour l’expérience N° 1.
* D’un ressort de raideur k et de longueur à vide pour l’expérience N° 2.
* Des éprouvettes.
* Un cylindre en plomb.
* Une bille sphérique.

**I – Expérience N° 1** : **Détermination de la masse volumique de l’eau salée :**



Cas n°1 :

Pour mesurer

Cas n°2 :

Pour mesurer

**Expérience N° 1**

On considère un axe vertical descendant.

On réalise deux mesures successives :

* Cas n°1 : On suspend un cylindre en plomb à un dynamomètre. On mesure alors une tension du ressort.
* Cas n°2 : On refait la même expérience, le cylindre étant à présent immergé dans de l’eau salée contenue dans une éprouvette. On mesure alors une tension .

**Q1.** En tenant compte des deux cas précédents, exprimer la norme de la poussée d’Archimède en fonction de et . Justifier entièrement votre raisonnement.

**Q2.** Un élève mesure les valeurs suivantes :

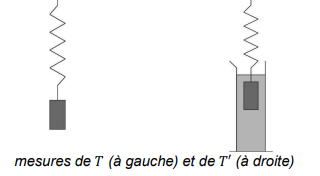
- Tension du ressort dans l’air : 2,0 N ;

- Tension du ressort lorsque l’objet est immergé dans l’eau saturée en sel : 1,7 N ;

- Volume de l’objet immergé : 25 mL.

En déduire l’expression de la masse volumique de l’eau saturée en sel notée  en fonction des grandeurs mesurées nécessaires et des données éventuellement, puis la calculer.

**II – Expérience N° 2 :** **Détermination du coefficient de viscosité de l’eau :**



**Expérience N° 2**

On considère maintenant une bille sphérique M de masse et de rayon, placée dans une éprouvette contenant de l’eau distillée de masse volumique et de viscosité .

La bille est suspendue à un ressort de constante de raideur et de longueur à vide .

La bille subit de la part du fluide, en plus de la poussée d’Archimède , une force de frottements fluides donnée par la loi de Stockes : , étant la vitesse de la bille.

On considère un axe vertical descendant et on note l’allongement du ressort par rapport à sa position d’équilibre

**Q3.** Soit la longueur du ressort à l’équilibre ; Exprimer en fonction de , , , et .

**Q4.** On met la bille en mouvement. Celle-ci reste totalement immergée. On note l’allongement du ressort par rapport à sa position d’équilibre. Montrer que vérifie une équation différentielle de la forme :

; On exprimera λ et en fonction de ., b, et .

**Q5**. A quelle condition liant λ et , obtient-on des oscillations ? Justifier.

Exprimer dans ce cas, la période des pseudo-oscillations en fonction de λ et .

**Q6.**  Si le mouvement a lieu dans l’air et que l’on néglige tout frottement fluide et la poussée d’Archimède, donner l’expression de la période du mouvement en fonction de et .

**Q7.** Exprimer ɳ en fonction de , , et . En déduire un protocole expérimental permettant de déterminer le coefficient de viscosité ɳ de l’eau.

**EXERCICE 4 : Etude de la chute de la grêle :** ***(pts)***

*Il arrive que certains orages soient accompagnés de chutes de grêle. Celle-ci est constituée de blocs de glace, appelés grêlons, de formes variées et de tailles pouvant aller de quelques millimètres à plusieurs centimètres. Ces blocs se forment au sein des nuages, à des altitudes comprises entre 1 et 10 km. Leur vitesse de chute au sol avoisine les 100 km/h pour des grêlons de 4 à 8 centimètres de diamètre. Ce sujet s’intéresse à la modélisation de leur chute, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.*

## **I - Chute sans frottement :**

On considère un grêlon de masse , qui chute dans le champ de pesanteur . On néglige ici tout frottement.

On note un axe descendant vers le sol. = 0 marque la position initiale du grêlon lorsqu’il est lâché dans le nuage. La vitesse initiale est nulle. On note un vecteur unitaire ce cet axe orienté vers le bas.

**Q1.** Etablir l’expression de la vitesse du grêlon en fonction de .

Puis estimer la valeur de cette vitesse après une chute de 1 km. Est-ce en accord avec ce qui est rapporté ci- dessus en introduction ? Quelle hypothèse n’est pas raisonnable ?

## **II - Chute avec frottements quadratiques** :

On conserve les mêmes notations que précédemment, mais on rend cette fois compte des frottements entre le grêlon et l’air. On note la vitesse du grêlon.

La force de frottement de l’air sur le grêlon peut s’écrire :

Pour les vitesses atteintes par les grêlons, des études en soufflerie sur des sphères montrent que le coefficient est donné par , avec la masse volumique de l’air, le rayon du grêlon et .

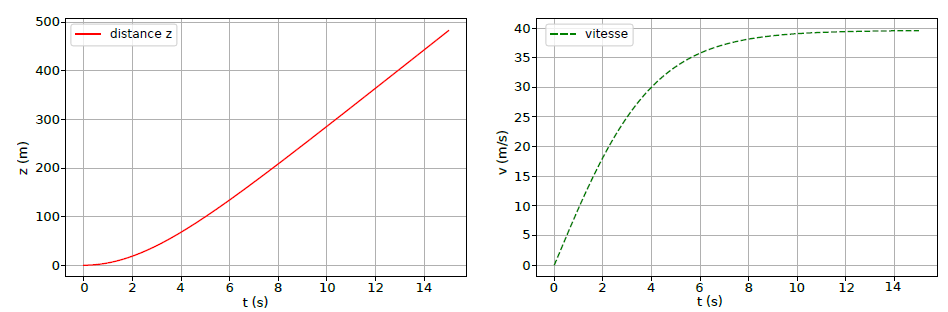
**Q2.** Établir l’équation différentielle portant sur la vitesse du grêlon.

**Q3.** Sans résoudre cette équation, montrer qu’il existe une solution où la vitesse est constante. On note cette

constante. On donnera son expression en fonction de , et .

**Q4.** La vitesse limite obtenue à la question précédente est-elle compatible avec ce qui est rapporté en

introduction, pour un grêlon supposé sphérique de 8 cm de diamètre ? Que pensez-vous de cette nouvelle hypothèse ? On rappelle le volume d’une sphère de rayon  : .

On admet que, quelles que soient les conditions initiales, la vitesse du grêlon tend vers la vitesse , appelée vitesse limite. Un algorithme utilisant la méthode d’Euler a permis d’obtenir les graphes ci-dessous de la position et de la vitesse (cf **document 1**).

**Document 1 :** Position et vitesse au cours de la chute d’un grêlon de 8 cm de diamètre, courbes obtenues en traçant les résultats d’un algorithme d’Euler.

**Q5.** Grâce au document 1, déterminer la distance au bout de laquelle le grêlon atteint 75% de sa vitesse limite. Expliquer ce que votre démarche.

**Données :** Intensité de la pesanteur : .

Masse volumique de l’eau : .

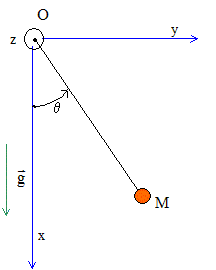
Masse volumique de l’air : .

**EXERCICE 5 : Mouvement pendulaire d’un sac de sable : *(pts)***

Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

Un sac de sable de masse utilisé pour la construction de la maison, assimilé à un point matériel M, est déplacé par une grue grâce à un treuil (voir schéma ci-dessous).

On néglige la masse du câble et les frottements de l'air et on suppose que le système se comporte comme un pendule simple de longueur variable, le câble étant enroulé sur un treuil tournant à vitesse constante.



La longueur du câble varie alors selon l'équation horaire du temps : avec .

Le cas correspond au cas où le sac remonte, et le cas 0 correspond au cas où le sac descend.

On se place dans une base polaire d'origine et de vecteurs mobiles et . On souhaite établir l'équation différentielle vérifiée par et commenter la solution obtenue par analyse numérique.

**I - Cinématique du point** :

**Q1.** Donner les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération dans la base choisie en fonction de et , si nécessaire.

A quelle grandeur cinématique, la constante est-elle homogène ?

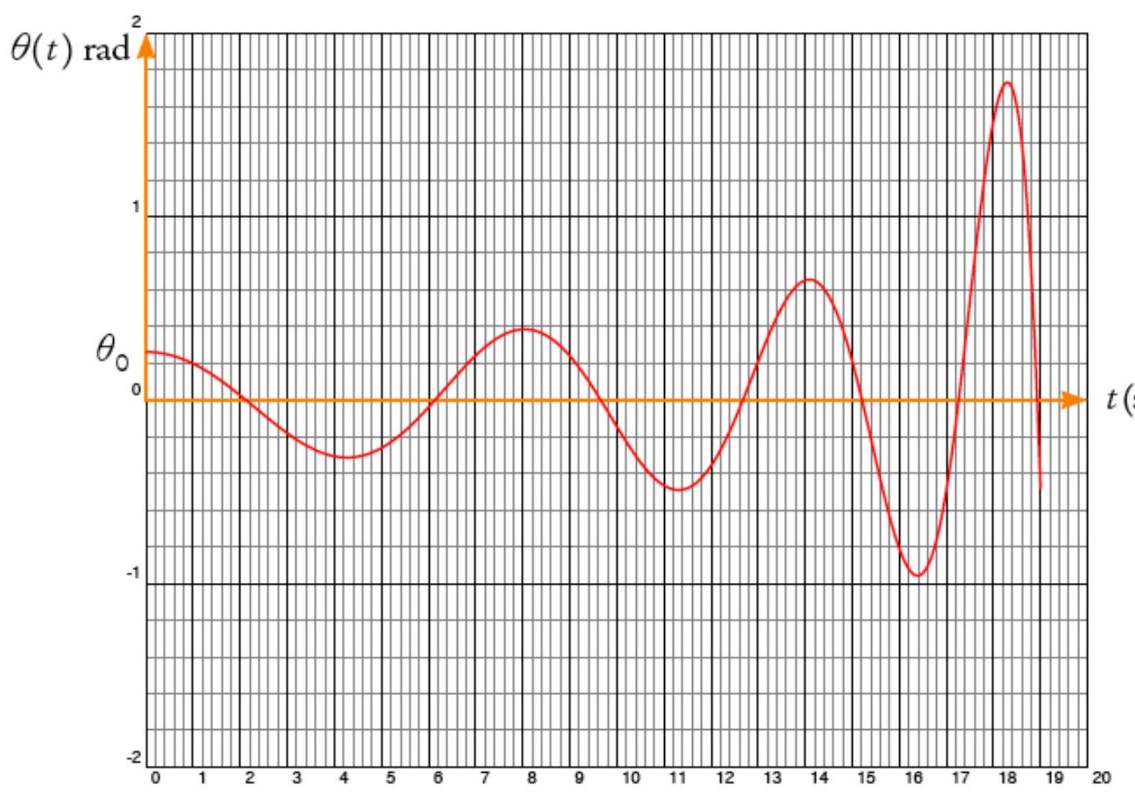
**II - Dynamique du point** :

**Q2.** Reproduire le schéma ci-dessus et y schématiser les vecteurs de la base polaire, ainsi que les forces s'exerçant sur . Les projeter dans la base polaire.

**Q3.** Exprimer la tension du câble en fonction de et .

**Q4.** Dans le cadre de petits mouvements , montrer que l'équation différentielle vérifiée par se présente sous la forme canonique suivante : .

On donne ci-contre l'allure de la courbe , obtenue après résolution numérique de l'équation différentielle précédente pour



(remontée du sac de sable), et

.

**Q5.** Calculer la tension du câble à .

**Q6**. A partir de l’équation différentielle obtenue précédemment, proposer une explication au fait que puisse diverger pour s.

**Donnée :** Accélération de la pesanteur .

**PROBLEME : Etude du mouvement d’une bille dans un tube horizontal en rotation uniforme : *( ≈ 47 pts)***

Une bille de masse considérée ponctuelle, soumise à la pesanteur est susceptible de se déplacer à l’intérieur d’un tube cylindrique (T) de longueur et de centre O.

( T )

*P*

*x*

*y*

*z*





O

Le tube effectue un mouvement de rotation uniforme dans le plan horizontal *Oxy* autour de l’axe à la vitesse angulaire supposée constante dans tout le sujet (cf figure).

L’accélération de la pesanteur est , elle est dirigée suivant la verticale descendante.

On suppose que le référentiel terrestre est galiléen.

On pose , le vecteur position de la bille dans (T).

Pour décrire le mouvement, on utilise la base de projection cylindrique .

On notera la réaction du support sous la forme : , certaines composantes pouvant être nulles parfois.

( T )

**Préliminaire :**

**Q1 -** Exprimer l’accélération de la bille dans la base de projection imposée, en introduisant , et ses dérivées, si nécessaire.

**I - Le mouvement de la bille a lieu sans frottement :**

**Q2 -** Etablir l’équation différentielle en du mouvement de la bille dans le tube.

**Q3 -** On suppose qu’à , la bille est à la distance de l’axe de rotation et qu’elle part sans vitesse initiale par rapport à la tige, ce qui correspond à .

Etablir l’équation horaire du mouvement de la bille.

**Q4 -** En déduire l’expression de la réaction du support en fonction de , , , et du temps.

**Q5 -** Etablir l’expression du temps τ que mettra la bille pour sortir du tube en fonction de , et .

*Application numérique* : Calculer τ pour = 0,10 m ; = 0,010 m et = 2,0 rad.s-1.

**II - Le mouvement de la bille est soumis à une force de frottement** **solide** telle que la composante de la réaction sur s’écrive : où le coefficient dynamique de frottement constant.

**Q6 -** Montrer que l’équation différentielle en du mouvement de la bille dans le tube s’écrit :

.

**Q7 -** En déduire la loi liant la vitesse de la bille dans le tube à sa position pour t > 0, sachant qu’à t = 0, et = 0 ; On pourra par exemple multiplier l’équation différentielle du mouvement par .

**Q8 -** On constate que la bille s’arrête dans le tube quand . En déduire l’expression du coefficient de frottement en fonction de , , et .

*Application numérique* : Calculer pour que la bille s’arrête au bout du tube, avec = 9,81 m.s-², = 0,10 m, = 0,50 m.s-1 et = 2,0 rad.s-1.

**III – le tube étant rempli d’un liquide, le mouvement de la bille est maintenant soumis à une force de frottement fluide** du liquide de la forme : = - 6 où *η* est le coefficient de viscosité du liquide, le rayon de la bille et la vitesse de la bille dans le tube.

Le mouvement est de nouveau supposé sans frottement solide sur le tube (comme au I).

**Q9 -** Faire un nouveau bilan des forces ; En déduire l’équation différentielle en *r* du mouvement de la bille dans le tube.

**Q10 –** Dans toute la question 10, on néglige la dérivée seconde *.*

**Q10.a** - Quelle est la validité de cette hypothèse ? Trouver alors la loi du mouvement de la

bille partant à de , sans vitesse initiale par rapport à la tige.

**Q110.b** - Exprimer le temps nécessaire à la bille pour arriver à l'extrémité du tube, en

fonction de η, , , , et .

SUP MPSI 2 CORRIGE du DS 5 **du 27 janvier 2023.**

**EXERCICE 1 : Mesure de l’épaisseur d’une lame de verre :** ***(pts)***

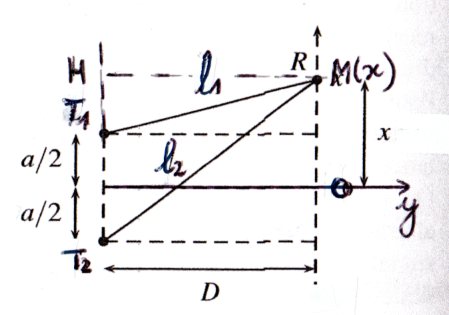
**Q1.** Sans lame de verre :

.

Or graphiquement, on remarque que : .

Donc , car les rayons se propagent dans l’air d’indice pris égal à 1.

* Dans le triangle rectangle (HMT1), d’après Pythagore on a :  ;

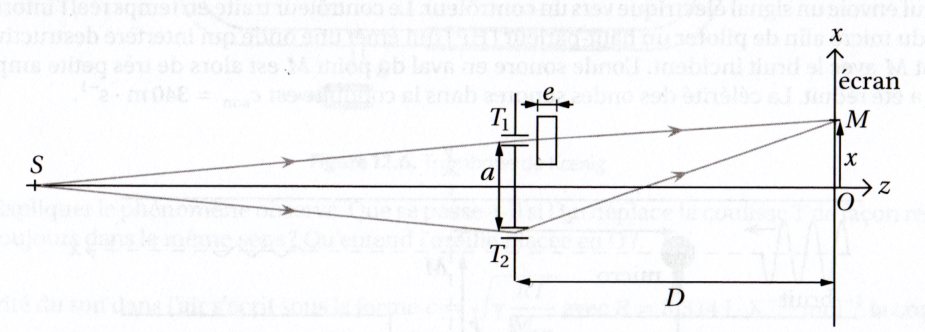
Donc :  ;

Or , donc on peut simplifier l’écriture précédente : ;

* De même, dans le triangle (HMT2), on a  ;

Donc :  ;

Et pour les mêmes raisons que précédemment, ;

Ainsi : . Soit : .

**Q2.** Avec la lame de verre :

De nouveau : .

On a encore .

Mais

=

car le rayon lumineux parcourt la distance ( dans l’air et la distance dans le verre d’indice .

Alors :

 ; Soit :

**Q3.** On veut . Alors Soit : **.**

Quand la lame est absente, en .

Cette frange s’est donc décalée de dans la direction de l’axe .

**Q4.** D’après la question précédente,  ; AN : .

On obtient : **.10 -5 m = 50 m**.

**Q5.** La frange centrale **ne peut pas être distinguée des autres franges brillantes** correspondant elles aussi à des interférences constructives.

La position de la frange centrale n’est donc connue que modulo l’interfrange sur l’écran.

**EXERCICE 2 : Jeux sur une piste :** ***(D’après ENAC 2022) (pts)***

**Q1.** On nous dit que le **mouvement est uniforme** sur tout le trajet, ce qui signifie que la norme de la vitesse est constante et .

Connaissant la longueur du trajet, on peut écrire .AN : ; On obtient  **s**. **Réponse C**.

**Q2.** En utilisant la base de Frenet, on a vu que :  **.**

Or ici, le mouvement est uniforme donc  ; Alors  **.**

D’autre part, on accède au rayon grâce à la longueur du quart de cercle  ;

Soit : ; D’où ; Ou encore : .

AN :  ; On obtient :  . **Réponse B**.

Remarque : On aurait aussi pu utiliser les coordonnées polaires :

Pour un mouvement circulaire uniforme on a donc l’accélération s’écrit .

**Q3.** Avec exactement le même raisonnement on obtient , car

En faisant le rapport des deux expressions, on obtient :

, D’où : : AN :  ; Ainsi : **Réponse C**.

Remarque : Le virage est moins brusque, il est bien normal de trouver une accélération plus faible que de à .

*=O*

**Q4.**

Posons et les positions respectives des mobiles et sur l’axe dont nous prenons l’origine en , comme indiqué sur le graphe ci-dessus ;

On note la norme de la vitesse du mobile et la norme de la vitesse du mobile . On a alors :  **et** .

et l’on cherche le temps tel que **;** D’où ; Ainsi :  ;

AN :  ; On obtient :  . **Réponse B**.

**Q5.** On a alors : AN :  ; On obtient : . **Réponse B**.

**Q6.** Appelons ; Soit :  .

C’est le temps pour lequel nous souhaitons connaître **.**

Alors :  .

AN :  ; On obtient : **.** **Réponse C**

**EXERCICE 3 : Expériences en laboratoire : *(pts)***

**I – Expérience N° 1** **: Détermination de la masse volumique de l’eau salée : *(D’après CAPES 2022)***

**Q1.** Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

Base de projection cartésienne : Axe descendant, de vecteur unitaire .

Système : Le cylindre en plomb M de masse *m*.

Bilan des forces dans le 1er cas : Poids :

Tension du fil : .

Condition d’équilibre : .

En projetant sur , il vient :  ; Soit .

Bilan des forces dans le 2ème cas : Poids :

Tension du fil : .

Poussée d’Archimède : .

Condition d’équilibre : .

En projetant sur , il vient :  ; Soit **.**

**Q2.** L’expression de la norme de la Poussée d’Archimède est  .

Soit : **=** ; AN :  ; On obtient : **kg.m-3**.

**II – Expérience N° 2 :**  **Détermination du coefficient de viscosité de l’eau : *(D’après oral CCINP)***

**Q3**. On s’intéresse dans cette question à une condition d’équilibre, donc pas de force de frottements.

Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

Base de projection cartésienne : Axe descendant, de vecteur unitaire .

Système : Bille M de masse .

Bilan des forces :

Poids :

Force de Hooke : .

Poussée d’Archimède : .

Condition d’équilibre : .

En projetant sur , il vient :  ; Soit **.**

**Q4.** Hors équilibre, nouveau bilan de forces :

Poids :

Force de Hooke : .

Poussée d’Archimède : .

Force de frottements fluides : .

2ème loi de Newton à M : Donc avec  .

Projetons sur l’axe  :

Or d’après Q3,

Dans l’équation précédente, il vient :

En simplifiant, il vient :

Ou encore sous forme canonique : .

En identifiant avec la forme proposée : , il vient :  **et λ = .**

**Q5.** On obtient des oscillations, si le **régime est pseudopériodique.**

Equation caractéristique : .

Discriminant :

Pour avoir un régime pseudopériodique, il faut que , donc que  ; Soit : , car toutes ces grandeurs sont positives.

Alors la pseudo-oscillation est .

Ainsi, la pseudo-période est .

**Q6.** Si le mouvement se faisait dans l’air, le bilan des forces serait simplifié : ( et ).

Poids :

Force de Hooke : .

2ème loi de Newton à M : Donc avec  .

Projetons sur l’axe  : .

Et la condition d’équilibre conduirait à : .

Ce qui permet de simplifier l’équation du mouvement en : .

Sous forme canonique, il vient : **avec .**

Ainsi la période propre est .

**Q7.** D’après Q5,

Soit :  ; Et  ; Enfin : .

Protocole :

On mesure la pseudo-période avec la bille dans l’éprouvette.

On mesure la période propre avec la bille dans l’air.

On en déduit la viscosité avec la formule précédemment établie, en connaissant sa masse et son rayon.

**EXERCICE 4 : Etude de la chute de la grêle :** ***(D’après ATS 2022) (pts)***

## **I - Chute sans frottement** :

**Q1.** On considère un grêlon de masse . Dans cette question, il n’est soumis qu’à son poids.

Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

*O*

*z*

Base de projection cartésienne : Axe *Oz* vertical descendant.

Système : Grêlon de masse .

Force : Poids : = .

PFD à M : Donc avec = .

Projetons sur l’axe vertical : On obtient donc : .

On prend une primitive, alors .

Or à , on suppose que la vitesse initiale est nulle. Alors . Et (équation (1)).

Nouvelle primitive : .

Or à , on suppose que . D’où et  (équation (2)).

On nous demande . D’après (2), , puis en remplaçant dans (1), il vient : .

Soit : .

AN : Après une chute de 1 km :  ;

On obtient  **m.s-1 km.h-1.**

L’énoncé dit que leur vitesse au sol avoisine les 100 km.h-1.

Cela n’est pas cohérent avec la modélisation. **Il n’est pas raisonnable de négliger les frottements**.

## **II - Chute avec frottements** **quadratiques** :

**Q2.** On ajoute la force de frottement de l’air sur le grêlon de la forme :

Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

Base de projection cartésienne : Axe *Oz* vertical descendant.

*O*

*z*

Système : Balle M de masse *m*.

Forces : Poids : = .

Force de frottement :

PFD à M : Donc avec = .

Projetons sur l’axe vertical : On obtient donc :

Ou encore (sous forme canonique : .

**Q3.** On cherche uniquement la vitesse limite : donc et .

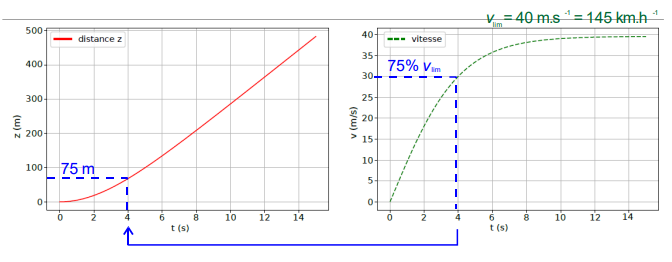
**Q4.** On s’intéresse à un grêlon sphérique de 8 cm de diamètre. Donc cm.

et ,

D’où  ; Soit :  **.**

AN : . On obtient  **m.s-1 km.h-1.**

La vitesse limite de ce modèle est mieux que dans le modèle sans frottement mais **elle reste surestimée.**

**Q5.** On lit m.s-1.

Donc m.s-1.

On en déduit le temps sur le graphe 2, puis l’altitude sur le graphe 1.

Il faut donc environ **75 m de chute** au grêlon pour obtenir 75 % de sa vitesse limite.

**EXERCICE 5 : Mouvement pendulaire d’un sac de sable :** ***(D’après G2E 2022) (pts)***

**I - Cinématique du point** :

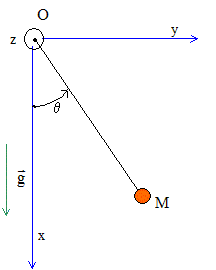
**Q1.** On sait que avec

* Alors  ; Or et

D’où :  **.**

* Enfin : .

D’où : .



Ou encore **:**

* s’exprime en m.s-1 ; Cette constante est donc **homogène à une vitesse.**

**II - Dynamique du point :**

**Q2.** Les vecteurs polaires et ont été schématisés.

Les deux forces qui agissent en M sont le poids et la tension du fil.

* La tension **:**  .
* Le poids :

**Q3.** Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

Base de projection polaire :

Système : Le point matériel M de masse *m*.

Bilan des forces : Poids :

Tension du fil : .

2ème loi de Newton à M : Donc avec =  (cf Q1).

Projetons sur l’axe de la tension :  : On obtient donc :

Soit : .

**Q4.** Pour obtenir l’équation différentielle du mouvement du sac, il faut projeter la 2ème loi de Newton sur  :

Il vient : + 0 . D’où : +

Dans le cadre des petits angles :

Et sous forme canonique, il vient :  ; CQFT

**Q5.** A , on nous donne , et on lit : , car la courbe présente une tangente horizontale en 0. Alors à , on a : .

AN :  ; On obtient :  **N.**

**Q6.** A partir de s, **les coefficients devant et deviennent négatifs**, car , ce qui explique que la solution diverge.

**PROBLEME : Etude du mouvement d’une bille dans un tube horizontal en rotation uniforme : *( ≈ 47 pts)***

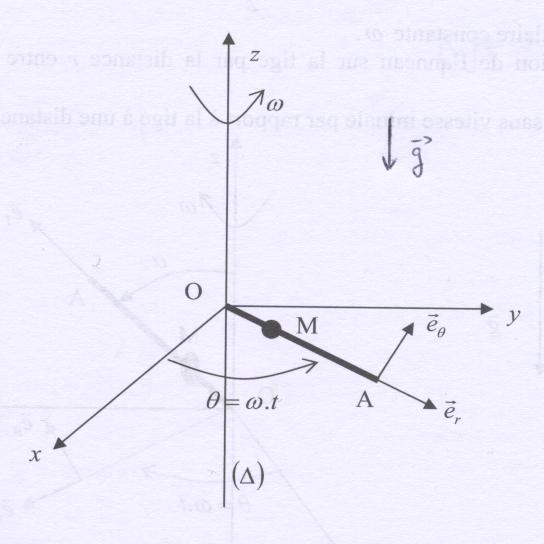
**Préliminaire :**

**Q1.** On nous donne .

Donc

Ainsi =   , car = cste. On rappelle que et

Soit : **= +**  ;



**I - Le mouvement de la bille a lieu sans frottement :**

**Q2.** Référentiel : Terrestre supposé galiléen.

Base de projection cylindrique : (

Système : La bille P de masse *m*.

Bilan des forces : Poids : = .

Réaction du support : ,

Or mvt sans frottement sur le support, donc et

PFD à M : Donc

avec =  + .

Projetons sur les 3 axes : On obtient donc :

0 =  : (1) **Equation différentielle du mouvement.**

Soit : (2)

+ = 0 = (3)

**Q3.** On veut résoudre :  .

Equation caractéristique :  ; Soit :  ; D’où :  ;

Ainsi les solutions de l’équation différentielle sont de la forme :  ;

1ère CI : A t = 0,

Et  ;

2ème CI : A t = 0,  ; Donc :  ; Soit : .

Conclusion :  ; Et  ;

**Q4.** L’énoncé donne : mais on a vu que donc .

De plus, d’après Q2, on a vu que : et = (cf (2) et (3)).

Ainsi :  ;

Ou encore avec  ; Soit : **.**

**Q5.** La bille quitte le tube à l’instant t = , lorsque  .

Soit :  ; Ou encore :  ;

AN :  ; On obtient :  **s.**

**II - Le mouvement de la bille est soumis à une force de frottement solide telle que  :**

**Q6.** On reprend la projection du principe fondamental de la dynamique avec  :

=  : (1)

Soit : (2)

+ = 0 = (3)

Et comme = , il vient pour (1) :  ; (CQFT) ; **Equation différentielle du mouvement.**

**Q7.** On nous aide : On multiplie par  :

Prenons une primitive du temps :  **.**

Or à t = 0, = 0 et , il vient donc : . Ainsi,

D’où : ;Ou encore**:**  .

**Q8.** On nous indique que quand .

Alors, il vient :  ; Soit : et .

AN : Au bout du tube,  : D’où  ; on obtient  **(sans unité).**

**III – le tube étant rempli d’un liquide, le mouvement de la bille est maintenant soumis à une force de frottement fluide de la forme : = - 6 :**

**Q9.** Nouveau bilan des forces :

Poids : = .

Réaction du support : ,

Or mvt sans frottement sur le support, donc et

Force de frottement fluide : = - 6

PFD à M : Donc avec =  + .

Projetons sur l’axe du mouvement : On obtient donc :

- 6 =  : (1) **Equation différentielle du mouvement.**

**Q10.** On néglige la dérivée seconde *.*

**Q10.a.**  C’est le cas **si la force de frottements fluides est importante devant**  .

L’équation différentielle devient alors :

Sous forme canonique, il vient :  :

Equation différentielle du 1er ordre à coefficients constants avec 2nd membre nul.

Alors la solution est de la forme :

CI, à t = 0, ; D’où : **.**

**Q10.b.** La bille arrive à l’extrémité du tube **lorsque , alors**

Ainsi,  ; D’où : .