UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

INTERAKTÍVNE SOFTVÉROVÉ LABORATÓRIUM NA SKÚMANIE L-SYSTÉMOV PRE ŽIAKOV STREDNEJ ŠKOLY

Diplomová práca

Bratislava, 2021

Bc. Norbert Jurík

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

INTERAKTÍVNE SOFTVÉROVÉ LABORATÓRIUM NA SKÚMANIE L-SYSTÉMOV PRE ŽIAKOV STREDNEJ ŠKOLY

Diplomová práca

Študijný program:	Aplikovaná informatika
Študijný odbor:	Informatika
Školiace pracovisko:	Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky
Školiteľ:	prof. RNDr. Ivan Kalaš, PhD.

Bratislava, 2021

Bc. Norbert Jurík

79030750

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Norbert Jurík
Študijný program: aplikovaná informatika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: informatika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Interaktívne softvérové laboratórium na skúmanie L-systémov pre žiakov strednej školy
Interactive software laboratory for exploring L-systems by secondary school students

Anotácia: V rámci diplomovej práce vznikne softvérové laboratórium pre žiakov strednej školy na interaktívne skúmanie rôznych typov Lindenmayerových prepisovacích systémov. Žiaci v ňom budú interaktívnym spôsobom zostavovať jednoduché i zložitejšie deterministické a nedeterministické OL-systémy, ktoré umožňujú atraktívnu vizualizáciu prostredníctvom paradigmy korytnačej geometrie. Diplomová práca sa zameria na (a) interaktívny symbolický interface na vytváranie axiómy a pravidiel prepisovacieho systému s alebo bez vetvenia, (b) interpreter na generovanie odvodení a (c) okamžitú vizualizáciu výsledku odvodenia, s možnosťou parametrizácie pomocou rôznych typov perturbácie. Napriek komplexnosti informatickej teórie v pozadí týchto systémov je ich interpretácia/vizualizácia prostredníctvom korytnačej geometrie prekvapujúco intuitívnou príležitosťou na skúmanie pojmov ako pravidlá, generovanie slov, determinizmus a nedeterminizmus, náhodnosť a pod. práve vďaka atraktívnym výstupom, ktoré dokážu modelovať rôzne druhy rastlín.

Literatúra: P. Prusinkiewics, A. Lindenmayer: The Algorithmic Beauty of Plants. Springer 2004
A. diSessa, H. Abelson: Turtle Geometry. The MIT Press, 1981
I. Kalaš: nepublikované študijné materiály pre interaktívne modelovanie rastlín pomocou L-systémov

Vedúci: prof. RNDr. Ivan Kalaš, PhD.
Katedra: FMFI.KDMFI - Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Ivan Kalaš, PhD.

Dátum zadania: 11.12.2020

Dátum schválenia: 12.12.2020

prof. RNDr. Roman Ďurikovič, PhD.
garant študijného programu

.... študent

.... vedúci práce

Čestne prehlasujem, že túto diplomovú prácu som vypracoval samostatne len s použitím uvedenej literatúry a za pomoci konzultácií u môjho školiteľa.

. . . .

Bratislava, 2021 Bc. Norbert Jurík

Poďakovanie

TBD

Abstrakt

Vzdelávanie je neustále inovované využitím moderných technológií a učebných pomôcok, ktoré sa pre dnešnú generáciu stali takmer nenahraditeľnými. Na školách sa začínajú interaktívne pomôcky a programy využívať čoraz častejšie a ich začlenenie do vzdelávania sa začína stávať normou. Cieľom práce bolo vypracovať softvérové laboratórium pre študentov stredných škôl na interaktívne skúmanie rôznych typov Lindenmayerových systémov (ďalej len L-systémy), ktoré majú zaujímavé vlastnosti a sú chápané aj ako modely rastu rôznych rastlín v prírode. Výsledkom riešenia danej problematiky je laboratórium, ktoré prostredníctvom paradigmy korytnačej geometrie a symbolickej notácie pre vytváranie axióm a pravidiel poskytuje okamžitú vizualizáciu modelov rôznych druhov rastlín. Študenti majú možnosť v laboratóriu interaktívne zostavovať jednoduché i zložitejšie deterministické a nedeterministické L-systémy. Predpokladali sme, že práve grafická reprezentácia slov vygenerovaných gramatikami L-systémov upúta pozornosť študentov a poskytne príležitosť študentom oboznámiť sa s teóriu definovania pravidiel, symbolov a generovania slov.

Kľúčové slová: L-systém, determinizmus, nedeterminizmus, korytnačia geometria, interaktívne laboratórium

Abstract

Education is constantly being innovated using modern technologies and teaching tools, which have become almost irreplaceable for today's generation. Interactive tools and programs are starting to be used more and more in schools, and their integration into education is becoming the norm. The goal of the work was to develop a software laboratory for high school students for interactive research of various types of Lindenmayer systems (hereinafter referred to as L-systems), which have interesting properties and are also understood as models of growth of various plants in nature. The result of solving this problem is a laboratory which, through the paradigm of turtle geometry and symbolic notation for creating axioms and rules, provides immediate visualization of models of different plant species. Students have the opportunity to interactively compile simple and more complex deterministic and non-deterministic L-systems in the laboratory. We assumed that it is the graphical representation of words generated by L-systems grammars that will attract students' attention and provide students with the opportunity to become acquainted with the theory of defining rules, symbols and word generation.

Keywords: L-system, determinism, nondeterminism, turtle geometry, interactive laboratory

Obsah

Kapitola 1

Úvod

Pozornosť matematikov už stáročia priťahuje krása rastlín a ich častí, pre ich nápadné geometrické prvky a opakujúce sa výskyty týchto prvkov, ako sú bilaterálne symetrické listy, rotačná symetria kvetov, či špirálovité usporiadanie šupín v šiškách. Zachytiť krásu rastlín, kvetov, stromov, či iných fraktálov vyskytujúcich sa v prírode bola pre človeka vždy veľká výzva. Vytvoriť systém, ktorý by dokázal modelovať a vykresľovať prírodné útvary, rastliny, stromy, vizualizovať veľké trojrozmerné scény vo foto-realistickej kvalite, zohráva významnú úlohu pri sprostredkovaní informácií v dnešnej dobe, kde je grafika neodmysliteľnou súčasťou každodenného života každého z nás.

Matematickým formalizmom pre simulovanie množenia buniek, či rastu rastlín sú Lindenmayerove systémy, tzv. L-systémy, ktoré vychádzajú zo systému paralelného prepisovania reťazcov podľa určitých pravidiel, kde výsledná postupnosť sa interpretuje graficky a kde jednotlivé symboly majú priradený grafický význam. Oblasť modelovania rastlín pomocou L-systémov je veľmi rozsiahlou kapitolou počítačovej grafiky. Napriek komplexnosti matematickej teórie L-systémov je ich vizualizácia prostredníctvom korytnačej geometrie prekvapujúco intuitívnou príležitosťou na skúmanie pojmov ako pravidlá, generovanie slov, determinizmus a nedeterminizmus, náhodnosť a pod. práve vďaka atraktívnym výstupom, ktoré dokážu modelovať rôzne druhy rastlín.

Existujú aj iné metódy pre simuláciu rastlín, napríklad Artificial Life, tzv. A-life, kde bežným výpočtovým modelom je genetický algoritmus, ktorý však často uviazne v oblasti primerane dobrého riešenia a je navyše výpočtovo náročný. Najlepšie prepracovanou teóriou v oblasti modelovania rastlín sú naďalej L-systémy. L-systémy majú svoje využitie či už vo vzdelávacích programoch, v programoch s cieľom vytvoriť simuláciu reálnej krajiny alebo pri návrhu infraštruktúry mesta. Svoje miesto majú aj v zábavnom priemysle pri tvorbe hier, ktoré vyžadujú rýchlu a rôznorodú tvorbu prostredia. Svoju úlohu zohrávajú aj v biologickom výskume pri štúdiu vývojových štádií rastlín.

Kapitola 2

Cieľ práce

Cieľom práce je navrhnúť softvérové laboratórium pre žiakov stredných škôl na interaktívne skúmanie rôznych typov Lindenmayerových prepisovacích systémov. Žiaci v ňom budú interaktívnym spôsobom zostavovať jednoduché i zložitejšie deterministické a nedeterministické 0L-systémy, ktoré umožňujú atraktívnu vizualizáciu prostredníctvom paradigmy korytnačej geometrie.

Diplomová práca sa orientuje na vytvorenie aplikácie s interaktívnym symbolickým rozhraním, prostredníctvom ktorého budú žiaci zadávať axiómy a pravidlá prepisovacieho systému a systém im poskytne okamžitú vizualizáciu výsledku odvodenia, s možnosťou parametrizácie pomocou rôznych typov perturbácie.

Kapitola 3

Základy L-Systémov

Kapitola popisuje teoretický úvod k problematike Lindermayerových systémov. Poskytuje matematický pohľad na popísanie prírodných štruktúr a predstavuje možnosti grafického znázornenia L-systémov.

Roku 1968 biológ Aristid Lindenmayer vynašiel a popísal postup plánovaného rastu pomocou mechanizmu, ktorý bol neskôr pomenovaný ako L-systém. Aby opísal Lindenmayer rast živých organizmov, zaviedol pojem systém paralelného prepisovania. Lindenmayerove systémy alebo L-systémy, vzbudili záujem mnohých výskumníkov a teórie L-systémov boli čoskoro značne vyvinuté. L-systémy neboli aplikované na obrázok. Grafická vizualizácia bola rozpracovaná matematikom Alvy Ray Smithom v roku 1984, ktorý L-systémy použil na vytvorenie realisticky vyzerajúcich obrázkov rastlín a stromov, ktoré nazýval graftály. Neskôr v roku 1986, počítačový vedec Przemyslaw Prusinkiewicz, začal detailne študovať pravidlá L-systémov za účelom opisu rastu živých organizmov, ktoré sú obzvlášť vhodné pre reprezentáciu vetviacich štruktúr rastlín. Výsledný matematický model interpretovaný pomocou korytnačej grafiky sa používa na generovanie širokého spektra fraktálových kriviek.

Lindenmayerove systémy (L-systémy) sú formálny gramatický systém, ktorý opakovane vytvára nové reťazce z predchádzajúcich reťazcov prepisovaním každého z jeho symbolov paralelne podľa súboru pravidiel prepisovania. Symboly vo vytvorenej reťazovej sekvencii možno brať ako inštrukcie na vytvorenie vizualizácie procesu v priebehu času.

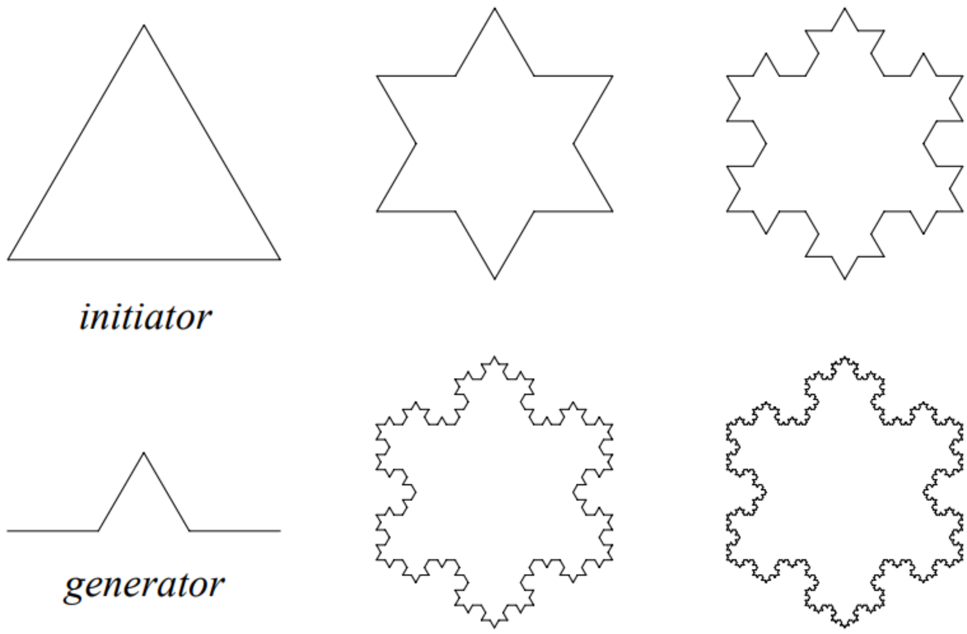
3.1 Vlastnosti L-systémov

L-systémy sú súčasťou teórie jazykov a vychádzajú zo systému paralelného prepisovania reťazcov. Formálnym prostriedkom pre definovanie L-systémov je gramatika. Prepisovacia technika má jednoduchý základ vo formálnom jazyku a pozostáva zo symbolov:

- štartovací reťazec (axioma, iniciátor, zvyčajne označený symbolom F),
- prepisovacie pravidlo (pravidlo, generátor).

Prepisovanie je technika pre definovanie komplexných objektov postupným nahradzovaním časti z jednoduchého počiatočného objektu použitím množiny prepisovacích pravidiel. Prepisovanie sa rekurzívne opakuje a generovaný obrazec je stále detailnejší. V jednom kroku odvodzovania sa aplikuje toľko pravidiel naraz (paralelne), koľko je možné.

Klasickým príkladom použitia prepisovania je napríklad snehová vločka navrhnutá v roku 1905 Von Kochom, znázornená na obrázku č. 3.1.



Obr. 3.1: Konštrukcia krivky snehovej vločky.

Konštrukcia Kochovej vločky je nasledovná. Začína sa s dvomi tvarmi, axiomou reprezentovanou rovnostranným trojuholníkom a pravidlom, ktoré je reprezentované ako orientovaná zalomená čiara vytvorená z N rovnakých strán s dĺžkou r. Každý tento kúsok konštrukcie začína s lámaním čiary a spočíva v nahradzovaní každého rovného intervalu kópiou generátora, zmenšuje a vytláča niektoré koncové body a tým nahradzuje intervaly. Kým Kochova konštrukcia rekurzívne nahradzuje otvorené polygóny, prepisovací systém ich prevádza na iné objekty, podľa toho akého tvaru boli vytvorené.

L-systémy sú úzko späté s pojmami formálny jazyk a formálna gramatika. Formálny jazyk v logike, matematike, lingvistike, či informatike označuje množinu reťazcov symbolov (konečných slov) nad určitou abecedou. Formálny jazyk je tvorený presne danými špecifickými pravidlami, ktoré popisujú, akým spôsobom symboly, písmená skladať do reťazcov a aké operácie nad symbolmi je možné používať, aby vznikali platné, regulárne slová. Formálne gramatiky sú úzko spojené s prirodzeným jazykom, pre ktorého popis boli primárne navrhnuté. V prirodzenom jazyku sa používajú pravidlá, podľa ktorých zo slov vznikajú gramaticky správne utvorené vety a súvetia. Obdobne sú využívané pravidlá vo formálnych gramatikách. V dnešnej dobe sú formálne gramatiky spolu s konečnými automatmi využívané v mnohých odvetviach. Konečný automat je teoreticky výpočtový model popisujúci jednoduchý počítač. Nachádza sa v jednom z konečnej množiny stavov, medzi ktorými prechádza pomocou symbolov zo vstupu. Uchováva si iba aktuálne informácie o stave a rozpoznáva iba regulárne jazyky. Používajú sa ako súčasť prekladačov alebo lexikálnych analyzátorov. Využitie nachádzajú aj v biológii (celulárne automaty, či simulácie rastu). Celulárna automaty predstavujú dynamické systémy v priestore a čase pracujúce v diskrétnych hodnotách. K simulácii rastu sa primárne využívajú L-systémy, ktoré formalizujú modely množenia buniek a simulujú rast od jednoduchých organizmov (trávy, riasy) až po vyššie rastliny (kríky, stromy).

L-systémy sú rozdelené do niekoľkých kategórií podľa zložitosti ich prepisovacích pravidiel:

- jednoduché L-systémy – vhodné pre simuláciu rastu rias, systémy s prepisovacími pravidlami iba jedným smerom, sem patria Kochova krivka, Hilbertova krivka, Sierpinského trojuholník, Ostrovy a jazerá, Gosperova krivka alebo Dračia krivka;

- L-systémy s vetvením – vhodné pre popis rastu vyšších rastlín, schopné vrátenia sa do predchádzajúceho stavu, príkladov sú binárne stromy, kríky, vetvičky;

- stochastické L-systémy – systémy rozšírené o náhodnosť pri iterácii, vhodné pre simulácie lesu, kde je možné jeden organizmus interpretovať rôznymi spôsobmi;

- kontextové L-systémy – zohľadňujú spoluprácu susediacich buniek, či odovzdávanie si informácií cez hormóny, vhodné pre simuláciu napadnutia rastlín parazitmi;

- parametrické L-systémy – vhodné pre simuláciu listov.

Jednotlivé kategórie sú bližšie rozpísané v nasledujúcich kapitolách.

3.1.1 DOL-Systémy

DOL-systém je základným typom L-systémov, ktorý je charakterizovaný ako:

- deterministický, t.j. pre každý symbol existuje maximálne jedno pravidlo;

- bezkontextový, t.j. symboly, ktoré sa nachádzajú od skúmaného reťazca vpravo alebo vľavo sa neuvažujú, prechodové pravidlo je aplikované iba na jeden individuálny symbol.

Jednoduchým príkladom DOL-systému je generátor reťazca, ktorý je zostavený iba z dvoch písmen: A, B. Pre každé písmeno je definované prepisovacie pravidlo. Pravidlo $A \rightarrow AB$ hovorí, že písmeno A sa nahradí slovom AB. Pravidlo $B \rightarrow A$ hovorí, že písmeno B sa nahradí písmenom A. Prepisovací proces, t.j. odvodenie nového slova, začína reťazcom, ktorý nazývame axióma. Axióma obsahuje jedno písmeno B.

1. nastaví sa axióma B.

2. axióma B je nahradená písmenom A použitím pravidla $B \rightarrow A$

3. písmeno A je nahradené reťazcom AB pomocou pravidla $A \to AB$

4. v reťazci AB sú aplikované obe pravidlá a dostávame výsledný reťazec ABA

Takto by sa pokračovalo ďalej, na každé písmeno vo výslednom slove by sa aplikovalo príslušné pravidlo, ako je znázornené na obrázku č. 3.2.

Obr. 3.2: Postupná derivácia L-systému.

Výsledkom tohto L-systému je Fibbonaciho postupnosť pre dĺžky výsledných reťazcov z jednotlivých derivácií. Tento L-systém bol Aristom Lindenmazerom použitý ako pôvodný L-systém pre modelovanie rastu rias. Práve riasa Anabeana catenula obsahuje 2 typy buniek, ktoré tvoria retiazky. Každá bunka z týchto typov má odlišné správanie, ktoré prebieha v iteráciách. Toto chovanie je zachytené na obrázku č. 3.2.

Formálne je DOL systém definovaný nasledovne:

Nech V označuje abecedu, V^* označuje množinu všetkých reťazcov nad abecedou V, a V^+ je množina všetkých neprázdnych reťazcov nad V. Formálne je DOL-systém definovaný ako usporiadaná trojica

$$G = \langle V, \omega, P \rangle \tag{3.1}$$

Kde:

- V je abeceda systému,
- ω je axióma, neprázdna postupnosť symbolov $S \in V^+$
- P je konečná množina pravidiel v tvare $A \to B; A \in V; B \in V^*$.

Derivácia reťazca $A \in V^*$ znamená paralelné prepísanie všetkých symbolov $X \in A$ reťazca V z pravej strany pravidiel množiny P. Prepisovací proces začína reťazcom ω, ktorý sa nazýva axióma. Reťazec A a B v prepisovacom pravidle $P : A \to B$ a nazývajú predchodca a nasledovník. Počet krokov derivácií, resp. použití prepisovacích pravidiel je označovaný znakom N.

Zápis Kochovej vločky prostredníctvom gramatiky L-systému je nasledovný:

$$G = \langle \{F, +, -\}, A, \{A \to F - -F - -F, F \to F + F - -F + F\} \rangle \tag{3.2}$$

Pre symboly $+$ a $-$ nie sú definované žiadne pravidlá a nebýva zvykom vypisovať pravidlá, ktoré prepisujú symbol na rovnaký symbol, v tomto prípade $+ \to +, - \to -$.

Po dvoch deriváciách, výsledok pre Kochovu vločku je nasledovný:

$$A \to F{-}{-}F{-}{-}F \to F{+}F{-}{-}F{+}F{-}{-}F{+}F{-}{-}F{+}F{-}{-}F{+}F{-}{-}F{+}F \tag{3.3}$$

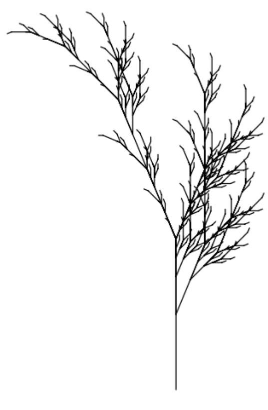
3.1.2 L-systémy s vetvením

Dôležitým rozšírením DOL-systémov sú L-systémy s vetvením, ktoré sa používajú pre vytvorenie tzv. stromovej vetviacej štruktúry rastlín. Pri odvodzovaní týchto obrazcov je potrebné, aby mala korytnačka schopnosť ukladať si do pamäte svoje predchádzajúce pozície a orientácie. Riešením je zavedenie zásobníka, do ktorého sa pri prepisovaní reťazca ukladá stav korytnačky.

Rozvetvené L-sytémy využívajú symboly [,] pre zaznamenanie svojej polohy a vrátenia sa do tejto polohy:

- [uloží sa aktuálny stav korytnačky do zásobníka (pozícia, orientácia, farba, hrúbka čiary a pod.);
-] vyzdvihne sa stav na vrchole zásobníka a tento sa stáva aktuálnym stavom korytnačky.

Táto kategória L-systémov dokáže popísať rast vyšších rastlín. Príklady definície a výsledku L-systémov s vetvením sú uvedené na nasledujúcom obrázku č. 3.3



Obr. 3.3: L-systém s vetvením.

3.1.3 Stochastické L-systémy

Všetky rastliny vytvorené pomocou deterministických L-systémov sú úplne identické. Aby z jednej definície rastliny vznikali podobné, ale nie úplne rovnaké rastliny, je potrebné do procesu prepisovania pridať faktor náhody. Pokiaľ existuje pre každý symbol viac pravidiel a každé je vyberané s nejakou pravdepodobnosťou, potom sa jedná o L-systém stochastický. Stochastické L-systémy môžu byť rozšírené o náhodnosť v iterácii, či už v dĺžke kroku alebo veľkosti prírastkového uhla alebo o náhodný výber prepisovacieho pravidla. Vďaka tejto vlastnosti L-systému je možné vygenerovať tisíce rôznych interpretácií jedného L-systému.

Formálne je stochastický OL-systém definovaný ako štvorica:

$$G = \langle V, \omega, P, \pi \rangle \tag{3.4}$$

Kde:

- $\pi : P \to (0, 1]$ je funkcia, ktorá určuje pravdepodobnosť prepisu pravidla.

Prepisovacie pravidlá sa potom zapisujú v tvare:

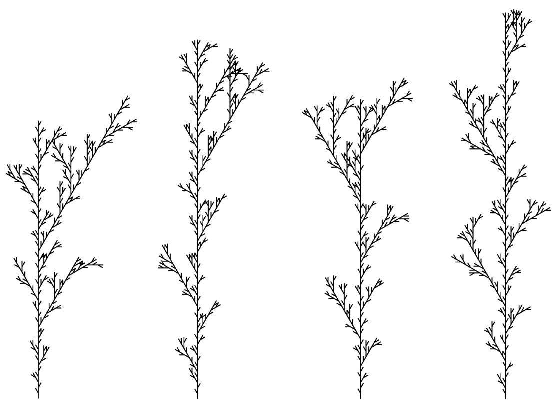
$$A \to B : prob \tag{3.5}$$

Kde:

- *prob* je pravdepodobnosť, že symbol A bude prepísaný práve týmto pravidlom. Súčet pravdepodobností pravidiel pre práve jeden symbol musí byť 1.

Pomocou stochastických L-systémov je možné napríklad vymodelovať záhon rastlín, ktorý bude obsahovať podobné, avšak nie identické, náhodne rozmiestnené rastliny. Les vygenerovaný s takto definovaných stromov bude vyzerať prirodzene, pretože v ňom nebudú existovať 2 rovnaké stromy.

Jednoduchý príklad stochastického L-systému je na obrázku č. 3.4, kde má každé pravidlo 1/3 pravdepodobnosť, že bude použité.



Obr. 3.4: Reprezentácie stochastického L-systému.

3.1.4 Kontextové L-systémy

L-systém, v ktorom pri aplikovaní pravidla nezávisí iba na jednom symbole, ale aj na jeho susedoch, sa nazýva kontextový. Kontextový L-systém má pravidlá rozšírené tak, že sa pri prepisovaní symbolov zvažuje postupnosť symbolov na ľavej a pravej strane prepisovaného symbolu ako kontext, tzv. 2L-systémy. Pravidlá sa zapisujú nasledovne:

$$lc < A > rc \to B \tag{3.6}$$

Kde:

- lc sa nazýva ľavý kontext pravidla, $lc \in V^*$,

- rc sa nazýva pravý kontext pravidla, $rc \in V^*$,
- platí, že A (predchodca) je prepísaný reťazcom B práve vtedy, ak sa nachádza uprostred kontextov.

V prípade jednoduchších kontextových L-systémov sa uvažuje iba s pravým alebo ľavým kontextom. Pravidlá v jednostranných kontextových L-systémoch majú tvar $lc < A \to B$ alebo $A > rc \to B$ a nazývajú sa 1L-systémy.

Pravidlá kontextových L-systémov je možné kombinovať s pravidlami 0L-systémov. Kontextové pravidlá bližšie špecifikujú prepisovaný symbol oproti bezkontextovým pravidlám, ktoré sú všeobecnejšie. Pri výbere pravidla majú kontextové pravidlá prednosť pred bezkontextovými. 1L-systémy povoľujú iba ľavý alebo pravý kontext, 2L-systémy obsahujú oba kontexty. Kombináciou L-systému s vetvením a kontextových pravidiel je možné modelovať listy, okvetné lístky a pod. V rámci formalizmu L-systémov s vetvením sa môže ľavý kontext použiť na simuláciu riadiacich signálov, ktoré sa šíria akropetálne, t.j koreňové alebo bazálne listy smerom k vrcholom modelovanej rastliny. Pravý kontext sa použije na šírenie bazipetálnych signálov, t.j od vrcholov smerom ku koreňu.

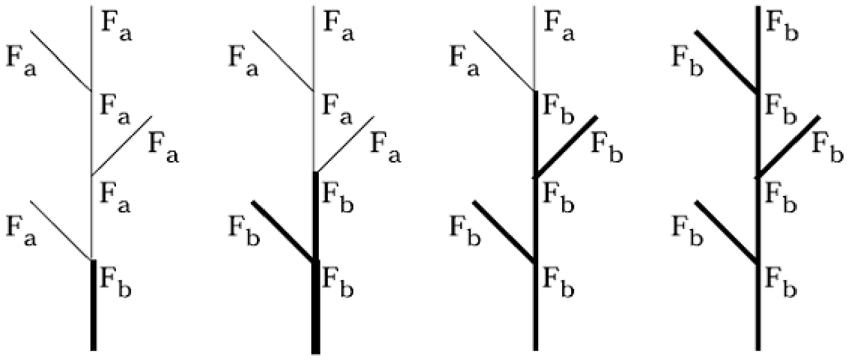
Napríklad nasledujúci 1L-systém simuluje šírenie akropetálneho signálu vo vetviacej sa štruktúre, ktorá nerastie:

$\#ignore : +-$

$\omega : F_b[+F_a]F_a[-F_a]F_a[+F_a]F_a$

$p1 : F_b < F_a \to F_b$

Symbol F_b predstavuje segment, ktorý už signál dosiahol. F_a predstavuje segment, ktorý ešte nebol dosiahnutý. $\#ignore$ výrok znamená, že geometrické symboly $+$ a $-$ by mali byť pri porovnávaní kontextu považovať za neexistujúce. Obrázok č. 3.5 predstavujúce po sebe idúce fázy šírenia signálu.



Obr. 3.5: Fázy šírenia signálu v kontextovom L-systéme.

3.1.5 Parametrické L-systémy

Parametrický L-systém je rozšírením klasického L-systému o parametre. Tie sú zadané v guľatých zátvorkách (ľubovoľný konečný počet) a nepovažujú sa za symboly L-systému. Parameter je reálne číslo, funkcia, matematický výraz alebo premenná, ktoré postačuje poznať až pri derivovaní. Množina parametrov môže byť prázdna, ale musí byť konečná.

Parametrický 0L-systém je definovaný ako usporiadaná štvorica:

$$G = \langle V, \Sigma, \omega, P \rangle \tag{3.7}$$

Kde:

- Σ je množina formálnych parametrov.

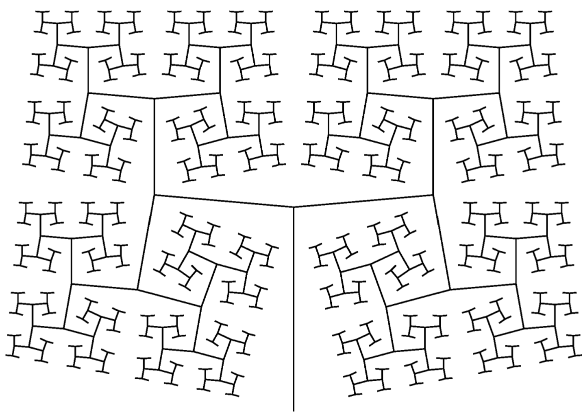
Pokiaľ má symbol jeden a viac parametrov, potom prvý parameter je interpretovaný korytnačkou. Ak je symbol použitý bez parametrov, použije sa defaultná hodnota.

Napríklad prepisovacie pravidlo $F(t) \to F(t/2) + (50)f(5)$ sa bude interpretovať ako posun v smere o dĺžku $t/2$, rotáciu doľava o $50°$, posun o 5 bez kreslenia.

S ohľadom na korytnačiu grafiku sa zavádza symbol !, ktorý môže byť použitý s alebo bez parametra. Zásobník korytnačky samozrejme pri výskyte tohto symbolu bude uchovávať, resp. obnovovať aj veľkosť segmentu. Význam a použite symbolu !:

- ! je zmenšenie segmentu o defaultnú konštantu,
- $!(a)$ je zmena segmentu na hodnotu a

Bežným príkladom parametrického L-systému je tzv. zmenšujúci sa T systém, ktorý môžeme vidieť na obrázku č. 3.6



Obr. 3.6: Zmenšujúci sa parametrický systém.

3.2 Korytnačia interpretácia symbolov

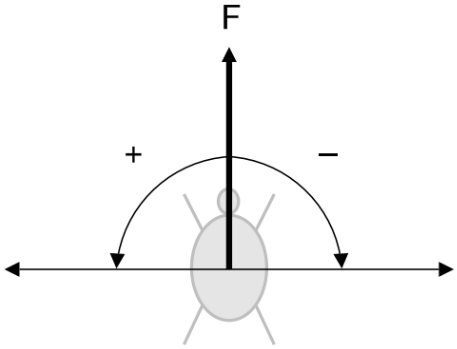
Výstup v tvare dlhého reťazca je vhodné graficky vizualizovať práve pomocou korytnačej grafiky.

Korytnačia grafika je termín predovšetkým z oblasti počítačovej grafiky, kde pomocou virtuálneho kurzora (trojuholník, ikona korytnačky, ...) sa kreslí na plátno/obrazovku. Tento spôsob vykresľovania sa inšpiroval reálnym pohybom korytnačky, zachytením stopy , ktorú za sebou korytnačka zanecháva v piesku. Korytnačka sa pohybuje dopredu a otáča sa o určitý uhol (obr.).

Korytnačka reprezentuje kresliace zariadenie. Stav korytnačky je definovaný v 2-D súradnicovom systéme ako trojica (x, y, α), kde x, y sú karteziánske súradnice, ktoré reprezentujú pozíciu korytnačky a α je uhol, ktorý vyjadruje, ako je korytnačka otočená, teda smer, kam sa korytnačka pozerá. Definovaním dĺžky kroku d a prírastkom uhla δ a požadovaným počtom krokov odvodenia je možné jednoznačne definovať pohyb a smer korytnačky. Jednotlivé symboly reťazca sa pri tom chápu ako príkazy pre riadenie pohybu kresliaceho zariadenia.

Použité symboly sa reprezentujú nasledovne:

- F je posun vpred o krok s dĺžkou d, stav korytnačky sa zmení na $(x^{'}, y^{'}, \alpha)$, kde $x^{'} = d \cos \alpha$ a $y^{'} = d \sin \alpha$. Medzi dvojicu bodov (x, y) a $(x^{'}, y^{'})$ sa nakreslí čiara
- f je posun vpred o krok s dĺžkou d bez kreslenia čiary
- $+$ je otočenie korytnačky doľava o uhol δ, ďalší stav korytnačky je $(x, y, \alpha + \delta)$
- $-$ je otočenie doprava o uhol δ, ďalší stav korytnačky je $(x, y, \alpha - \delta)$



Obr. 3.7: Orientácia korytnačky v 2D (x, y, α).

Ak pri odvodzovaní Kochovej vločky použijeme 2 kroky odvodzovania a prírastok uhla $\delta = 60°$, výsledný mnohouholník je zobrazený na obr. Kochova vločka. Dĺžka kroku d sa medzi jednotlivými krokmi zníži vždy 3-krát a vzdialenosť medzi koncovými bodmi nového polygonu sa rovná dĺžke hrany predchodcu.

Generovanie snehovej vločky prostredníctvom L-systémov je v paralelnom aplikovaní pravidla vo všetkých jeho výskytoch. Tento prístup reflektuje biologické vlastnosti rastu živých organizmov, v ktorých sa vyskytuje väčší počet rastových oblastí v rovnaký čas.

Pomocou korytnačej grafiky je možné vykresliť jednoduché polygóny, ale aj zložité fraktály. Ide o opakovanie jednoduchých pravidiel, kde výsledná tvar máva na prvý pohľad zložitý tvar. Fraktál sa skladá z niekoľkých častí, ktoré sú si navzájom podobné a pri ich detailnom pozorovaní z akéhokoľvek uhlu alebo v akomkoľvek meradle, ide stále o jeden podobný motív.

Vykresľovanie L-systémov pomocou počítačovej grafiky je ľahko rozšíriteľné aj do 3-rozmerného priestoru. Kľúčovým aspektom je predstavenie si aktuálnej orientácie korytnačky v priestore 3 vektorov. Tieto vektory určujú smer pohľadu dopredu H (heading), smer, ktorým sa korytnačka pozerá, doľava L (left), smer, ktorý ukazuje ľavú stranu korytnačky a hore U (up), smer orientácie panciera korytnačky. Všetky vektory majú rovnakú dĺžku, sú na seba kolmé a spĺňajú vzťah $HxL = U$.

Pohyb je interpretovaný pomocou znakov:

- $+$, $-$ otočenie doľava/doprava o zadaný uhol okolo osi U,
- ^, & otočenie hore/dolu o zadaný uhol okolo osi L,
- /, \ nahnutie doľava/doprava o zadaný uhol okolo osi H.

3.3 Modelovacie techniky

Modelovanie rastlín je proces spájajúci biologické poznatky a matematické formalizmy v počítačovej grafike na vytváranie virtuálnych rastlín. Technika L-systémov v kombinácii s korytnačou grafikou umožňuje modelovať rastliny a stromy tak, že vyzerajú ako skutočné. Integrovanie správnych parametrov ako napr. uhol medzi vetvami, pomer dĺžky vetiev, fylotaktické vzory, farby, umožňujú modelovať hodnovernejšie výsledky. L-systémy je potrebné zmysluplne využiť.

3.3.1 Modelovanie stromov

Skutočná rastlina, či strom sa zvyčajne skladá z mnohých častí, ako sú konáre, kmene, listy a kvety.

Prvé modely stromových štruktúr kládli dôraz na interakcie medzi rôznymi prvkami rastúcej štruktúry, ale ignorovali také faktory, ako sú napríklad kolízie medzi vetvami. Prvý model stromu bol navrhnutý Hisao Hondom v roku 1971. Jeho technika vychádzala z predpokladov:

- Segmenty stromov sú rovné a ich priemer sa neuvažuje;

- Pri vetvení produkuje rodičovský segment (predchodca) dvoch potomkov (nasledovník);
- Dĺžka potomkov je skrátená konštantami r_1 a r_2 podľa dĺžky rodičovského segmentu;
- Rodičovský segment a potomkovia ležia v jednej rovine a vetvenie sa uskutočňuje podľa konštantných uhlov θ_1 a θ_2;
- Vetviaca rovina by mala rešpektovať gravitáciu, byť čo najbližšie k horizontálnej rovine.

Tento model bol ďalej rozširovaný o faktory tropizmu, stochastického rastu, vetra, atď. Stromy majú kmene silnejšie, vetvy tenšie. Pre zjednodušenie úlohy modelovania bez straty veľkej časti reality, nižšie uvedený príklad je zameraný iba na konáre a kmene a zvyšok sa ignoruje. Na úvode sa využije pozorovanie, sebapodobnosť charakteristická pre rastlinu. Následne sa spraví pár skutočných meraní.

Tropizmus je technika, ktorá sa používa pre zohľadnenie nejakej sily, ktorá ovplyvňuje rast stromov. Pri geotropizme sa vyhodnocuje gravitácia, pri fototropizme slnko. Pre simuláciu tohto efektu je korytnačka po každom vykreslenom segmente natočená v smere predefinovaného vektora tropizmu T. Uhol je vypočítaný z rovnice $\alpha = e|\vec{H}x\vec{T}|$, kde e je faktor určujúci ako sa bude korytnačka natáčať.

3.3.2 Modelovanie rastlín

V prípade rastlín je modelovanie o niečo zložitejšie. Okrem vetvenia je potrebné špecifikovať napríklad kvety. Pre modelovanie rastlín sa preto niekedy zavádzajú neúplné L-systémy, ktoré lepšie popisujú ich biologickú štruktúru.

Do modelu sa zavádzajú ďalšie symboly, ktoré reprezentujú rôzne časti rastliny, ako sú kvety, listy , rastové vrcholy a pod. Pravidlá odrážajú rastové fázy. Pre lepšiu názornosť je uvedený príklad neúplného L-systému:

$\omega : a$

$p1 : a0.8 \rightarrow I[L]a$

$p2 : a0.2 \rightarrow I[L]A$

$p3 : a \rightarrow K$

Malé písmeno a reprezentuje rastový vrchol, veľké A vrchol kvetu, L je list, K je kvet a I je vnútorný uzol. V každej derivácii sa rastový vrchol premení na vnútorný uzol, list a na nový rastový vrchol alebo na vrchol kvetu. Pre výber pravidla $p1$ alebo $p2$ je definovaná pravdepodobnosť (stochastický L-systém). Vrchol kvetu je v ďalšej derivácii prepísaný na vlastný kvet. Vydefinovaná štruktúra rastliny je následne graficky interpretovaná zodpovedajúcimi grafickými obrazcami.

Zavedenie pravdepodobnosti pre výber pravidla patrí k najjednoduchším spôsobom ovládania rastu. Ďalšími spôsobmi ovládania rastu pridanie parametrov vyjadrujúcich vplyv prostredia na srast rastliny ako teplota, množstvo svetla, atď. Takéto pokročilé systémy sa nazývajú otvorené L-systémy.

Kapitola 4

Stav riešenej problematiky

TBD

Kapitola 5

Návrh laboratória

TBD

Kapitola 6

Implementácia

TBD

Kapitola 7

Výsledky

Laboratórium bude testované na vzorke študentov strednej školy...

TBD

Kapitola 8

Záver

TBD

Literatúra

[AD86] H. Abelson and A.A. DiSessa. *Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics.* Artificial Intelligence Series. AAAI Press, 1986.

[CC00] Michael E Caspersen and Henrik Bærbak Christensen. Here, there and everywhere- on the recurring use of turtle graphics in cs 1. In *ACM International Conference Proceeding Series*, volume 8, pages 34–40, 2000.

[Duš06] Martin Dušek. Modelovánı rostlin pomocı l-systému, 2006.

[MOR17] Tereza MORAVCOVÁ. L-systémy v grafickém designu. Diplomová práce, Masarykova univerzita, Fakulta informatiky, Brno, 2017.

[PHF$^+$96] P. Prusinkiewicz, J.S. Hanan, F.D. Fracchia, A. Lindenmayer, D.R. Fowler, M.J.M. de Boer, and L. Mercer. *The Algorithmic Beauty of Plants.* The Virtual Laboratory. Springer New York, 1996.

[Pru86] Przemyslaw Prusinkiewicz. Graphical applications of l-systems. In *Proceedings of graphics interface*, volume 86, pages 247–253, 1986.

Zoznam obrázkov