

Algebra a diskrétna matematika

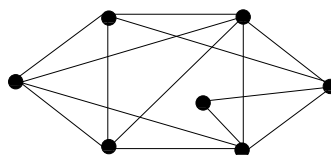
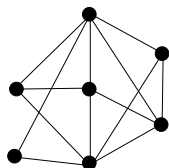
Úlohy na precvičenie

5. týždeň

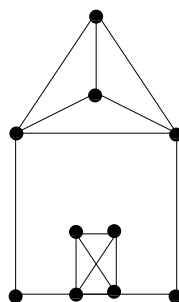
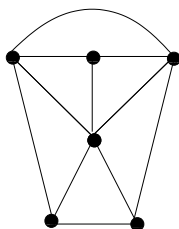
Úloha 1. Pre aké najväčšie n vieme K_n nakresliť na toruse bez priesečníkov?

Úloha 2. Aký najväčší obvod môže mať nerovinný graf na 7 vrchoch?

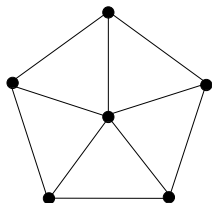
Úloha 3. Zistite, či sú dané grafy rovinné. Nájdite dve ich neizomorfné kostry. Určte chromatické číslo a chromatický index.



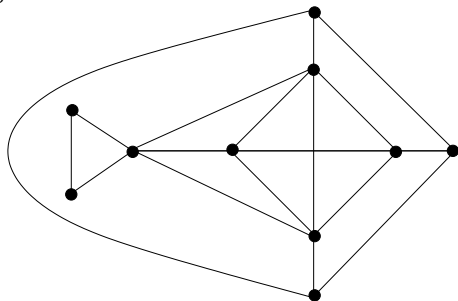
Úloha 4. K daným grafom určte chromatické číslo a chromatický index. Nájdite k nim dvojicu izomorfných a dvojicu neizomorfných kostier.



Úloha 5. Koľko kostier má kružnica C_{2020} a koľko ich má daný graf?



Úloha 6. Pre graf z obrázka určte priemer, obvod, chromatické číslo. Nájdite kostru, ktorá je húsenica. Jedná sa o rovinný graf? Aký najväčší úplný graf je podgrafom tohto grafu?



Úloha 7. Nakreslite všetky stromy na množine $\{1, 2, 3, 4\}$ a všetky navzájom neizomorfné stromy na 6 vrchoch.

Úloha 8. Určte, koľko neizomorfných stromov so stupňami vrcholov 1 alebo 3 existuje na 10 vrchoch.

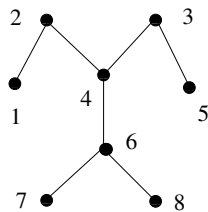
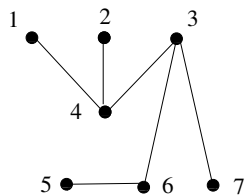
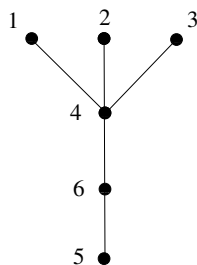
Úloha 9. Určte chromatické číslo a chromatický index pre K_n , $K_{m,n}$ a koktailový graf.

Úloha 10. Pomocou Eulerovho vzorca ukážte, že každý graf s n vrcholmi ($n \geq 5$) a s aspoň $3n - 5$ hranami je nerovinný.

Úloha 11. Pomocou Eulerovho vzorca ukážte, že každý bipartitný graf s n vrcholmi ($n \geq 6$) a s aspoň $2n - 3$ hranami je nerovinný.

Úloha 12. Ukážte, že v každom rovinnom grafe existuje vrchol stupňa nanajvýš 5.

Úloha 13. Nájdite Prüferov kód k nasledujúcim stromom.



Úloha 14. Z daných Prüferových kódov zrekonštruujte kostry.

- a) $(3, 3, 3, 3, 3)$
- b) $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$
- c) $(5, 1, 3, 4, 1, 1)$
- d) $(6, 4, 2, 2, 4, 6)$
- e) $(2, 7, 2, 5, 2, 3, 2)$
- f) $(9, 7, 9, 7, 9, 5, 1)$

Úloha 15. Zistite, čo všetko zo spomenutého platí o grafe, ktorého Prüferov kód je $(2, 3, 5, 6, 3, 3, 2)$.

- a) je to strom s 9 vrcholmi
- b) graf má 5 listov
- c) najväčší stupeň vrchola je 4
- d) dva vrcholy majú stupeň 2
- e) žiaden vrchol nemá stupeň 3
- f) graf má 7 vrcholov

Úloha 16. Nájdite graciózne ohodnotenia stromov z úlohy 13.

Úloha 17. Ukážte, že každá cesta má graciózne ohodnotenie.

Úloha 18.* Ukážte, že každá húsenica má graciózne ohodnotenie.