

**Príklad č.2 (4b):**

Vymyslite a vyriešte úlohu na výpočet objemu rotačného telesa, ktoré vznikne rotáciou elementárnej oblasti ohraničenej grafmi dvoch nelineárnych funkcií okolo  $x$ -ovej osi. (Za lineárnu funkciu považujeme aj konštantnú funkciu.)

$$f(x) = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, < -a, a >$$

$$V = \pi * \int_{-a}^a \left( b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right)^2 dx$$

$$= \int \left( b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right)^2 dx$$

$$= \int \left( b \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{a^2}} \right)^2 dx$$

$$= \int \left( b * \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2}} \right)^2 dx$$

$$= \int \left( b * \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \right)^2 dx$$

$$= \int \frac{b^2(a^2 - x^2)}{a^2} dx$$

$$= \frac{b^2}{a^2} \int a^2 - x^2 dx$$

$$= \frac{b^2}{a^2} * \left( a^2 - \frac{x^3}{3} \right)$$

$$V = \pi * \left[ \frac{b^2}{a^2} * \left( a^2 - \frac{x^3}{3} \right) \right]_{-a}^a$$

**Príklad č.1 (4b):**

Zvoľte si funkciu  $g(x)$  a vypočítajte neurčitý integrál  $\int g(x) dx$ . Funkciu zvoľte tak, aby ste pri integrovaní aspoň raz použili *univerzálnu substitúciu* a aspoň raz použili *substitučnú metódu*.

$$\begin{aligned} & \int \frac{1}{\sin x * \cos x} dx \\ & \int \frac{1}{\frac{1}{2} * 2 * \sin x * \cos x} dx \\ & \int \frac{1}{\frac{1}{2} * 2 * \sin x} dx \\ & \int \frac{1}{\frac{2 \sin x}{2}} dx \\ & \int \frac{2}{2 \sin x} dx \\ & \left| \begin{array}{l} t = 2x \\ dt = 2dx \end{array} \right| \\ & \int \frac{1}{\sin t} * \frac{\sin t}{\sin t} dt \\ & \int \frac{\sin t}{\sin t^2} \\ & \int \frac{\sin t}{1 - \cos t^2}; |u = \cos t| \\ & - \int \frac{1}{1 - u^2} \\ & [-\arctg u] \\ & [-\arctg(\cos 2x)] \end{aligned}$$