

## Algebra a diskrétna matematika

### Príklady na precvičenie

#### 2. týždeň

1. Dané sú nasledujúce matice.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -1 & 1 \\ 3 & -7 & 0 \\ 6 & -5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 0 \\ -1 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 9 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 & 10 \\ -6 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Vypíšte všetky dvojice matíc, ktoré je možné sčítat' a súčty vypočítajte.
- b) Vypočítajte  $5C - 7A + I$ .
- c) Vypíšte všetky dvojice matíc, ktoré je možné vynásobiť a aspoň polovicu z týchto súčinov vypočítajte.
- d) Vypočítajte  $D^2 - 2DG + G^2$ ,  $A^4$ .
- e) Vypočítajte súčiny  $A(BD)$  a  $(AB)D$ . Výsledky porovnajte.
- f) Vypočítajte  $\text{tr}(A \cdot A^T)$ .

2. Nájdite maticu  $M$ , pre ktorú platí  $RMS = T$ , pričom matice  $R, S, T$  poznáme.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 3 \\ 9 & 15 & 3 \\ 12 & -19 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Pre daný súčin matíc nájdite optimálne uzátvorkovanie, pri ktorom sa vykoná najmenej operácií.

a)  $A_{3 \times 2} \cdot B_{2 \times 4} \cdot C_{4 \times 3} \cdot D_{3 \times 5}$

b)\*  $U_{3 \times 4} \cdot V_{4 \times 2} \cdot X_{2 \times 3} \cdot Y_{3 \times 5} \cdot Z_{5 \times 2}$

4. Aké sú hodnoty neznámych  $x$  a  $y$ , ak požadujeme, aby dané matice boli navzájom inverzné?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & x & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & y \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Ku každej z daných matíc nájdite inverznú maticu (ak existuje).

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 5 & 8 & 11 \\ 3 & 2 & 25 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 6 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -6 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 9 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & -2 \\ 4 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 1 & 4 \\ -5 & -1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -1 & -8 \end{pmatrix}$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	25	4	23	6	21	8	19	10	17	12	15	14
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	16	11	18	9	20	7	22	5	24	3	26	1

**6.** Dešifrujte správu

$$Z = \begin{pmatrix} 47 & 25 & 40 \\ 92 & 27 & 66 \\ -69 & -25 & -52 \end{pmatrix}$$

pričom na jej zašifrovanie ( $S \cdot T = Z$ ) sme použili maticu

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

a text  $T$  bol prevedený do číselného tvaru podľa vyššie uvedenej tabuľky.

**7.** Dané sústavy lineárnych rovníc napíšte vo forme maticovej rovnice a riešte pomocou inverznej matice.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \begin{array}{l} x + 5y + z = 15 \\ x + 5y - 2z = 9 \\ y + 5z = 12 \end{array} & \text{b)} & \begin{array}{l} -x + 3y + z = 2 \\ 2x + 5y - z = 0 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{array} \end{array}$$