

Príklad č.2 (4b):

Vymyslite a vyriešte úlohu na výpočet objemu rotačného telesa, ktoré vznikne rotáciou elementárnej oblasti ohraničenej grafmi dvoch nelineárnych funkcií okolo x -ovej osi. (Za lineárnu funkciu považujeme aj konštantnú funkciu.)

$$f(x) = x * e^x; I = \langle 0, \ln 4e \rangle$$

$$V = \pi * \int (x * e^x)^2 dx$$

$$\int x^2 * e^{x^2}; \left| \begin{array}{l} u = \frac{e^{2x}}{2}; v = x^2 \\ u' = e^{x^2}; v' = 2x \end{array} \right|$$

$$\frac{e^{2x}}{2} * x^2 - \int \frac{e^{2x}}{2} * 2x dx$$

$$\frac{e^{2x}}{2} * x^2 - \int e^{2x} dx; \left| \begin{array}{l} v = x; u = \frac{e^{2x}}{2} \\ v' = 1; u' = e^{2x} \end{array} \right|$$

$$\left(\frac{e^{2x}}{2} * x^2 \right) - \left(\frac{e^{2x}}{2} * x - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx \right)$$

$$\left(\frac{e^{2x}}{2} * x^2 \right) - \left(\frac{e^{2x}}{2} * x - \frac{1}{2} * \frac{1}{2} e^{2x} \right)$$

$$\frac{x^2 e^{2x}}{2} - \left(\frac{x^2 e^x}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \right)$$

$$V = \pi * \left[\frac{x^2 e^{2x}}{2} - \left(\frac{x^2 e^x}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \right) \right]_0^{\ln 4e}$$

$$V = \pi * 224 = \underline{\underline{703}}$$

Príklad č.1 (4b):

Zvoľte si funkciu $g(x)$ a vypočítajte neurčitý integrál $\int g(x) dx$. Funkciu zvoľte tak, aby ste pri integrovaní aspoň raz použili *univerzálnu substitúciu* a aspoň raz použili *substitučnú metódu*.

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{1}{\sin x * \cos x} dx \\
 & \int \frac{1}{\frac{1}{2} * 2 * \sin x * \cos x} dx \\
 & \int \frac{1}{\frac{1}{2} * 2 * \sin x} dx \\
 & \int \frac{1}{\frac{2 \sin x}{2}} dx \\
 & \int \frac{2}{2 \sin x} dx \\
 & \left| \begin{array}{l} t = 2x \\ dt = 2dx \end{array} \right| \\
 & \int \frac{1}{\sin t} * \frac{\sin t}{\sin t} dt \\
 & \int \frac{\sin t}{\sin t^2} dt \\
 & \int \frac{\sin t}{1 - \cos(t)^2}; |u = \cos t| \\
 & \int -\frac{1}{1 - u^2} du \\
 & - \int \frac{1}{1 - u^2} du \\
 & \frac{1}{2 * 1} * \ln \left(\left| \frac{u - 1}{u + 1} \right| \right) \\
 & \frac{1}{2} \ln \left(\left| \frac{\cos(2x) - 1}{\cos(2x) + 1} \right| \right) \\
 & \underline{\underline{\frac{1}{2} \ln(|\cos(2x) - 1|) - \frac{1}{2} \ln(2) - \ln(\cos(x))}}
 \end{aligned}$$