PRÍKLAD 1 (20 bodov). Pomocou pravdivostných tabuliek zistite, pre aké ohodnotenie prvotných formúl (to sú tie  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $\gamma$ ) je nasledujúca formula výrokovej logiky pravdivá:

$$\left(\alpha \bowtie \beta\right) \Rightarrow \neg \gamma\right) \vee \left(\left(\gamma \odot \beta\right) \wedge \left(\neg \alpha \Leftrightarrow \gamma\right)\right).$$

Tabuľka bude mať stĺpce pre prvotné formuly a pre všetky potrebné podformuly, teda nie iba pre výslednú formulu. Pričom:

```
\alpha je prvé písmeno priezviska, \beta je druhé písmeno priezviska, \gamma je tretie písmeno priezviska, ak (n \mod 3) = 0 tak \bowtie je symbol \wedge, ak (n \mod 3) = 1 tak \bowtie je symbol \vee, ak (n \mod 3) = 2 tak \bowtie je symbol \Rightarrow, ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 0 tak \odot je symbol \Rightarrow, ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 1 tak \odot je symbol \Rightarrow, ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 2 tak \odot je symbol \wedge.
```

Napíšte (vypočítajte) najprv  $(n \mod 3)$  a  $(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3)$ . Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte, čiže zostrojte pravdivostnú tabuľku.

Príklad vložte do "Miesta odovzdávania 1" v AIS v predmete Matematická logika. Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

tibenskylogika@gmail.com

meno

PRÍKLAD 2 (20 bodov). Odvoďte tvrdenie

$$(\alpha \land \beta) \Rightarrow (\gamma \lor \delta)$$
.

Môžete používať axiómy A1, A2 a A3, modus ponens, ako aj všetky tvrdenia z prednášky s výnimkou Postovej vety a vety o úplnosti. Tiež môžete použiť pravidlo o nahradení evivalentných podformúl v tom zmysle ako sme ho definovali, avšak v tom prípade bude "správne" riešenie maximálne za 16 bodov. Tu:

 $\alpha$ je prvé písmeno priezviska,

 $\beta$ je druhé písmeno priezviska,

 $\gamma$  je  $\left\lceil \left( \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor \mod 3 \right) + 1 \right\rceil$  písmeno priezviska,

 $\delta$  je  $\left(\left[\left(300-n\right) \mod 3\right]+1\right)$  písmeno priezviska.

Vypočítajte najprv  $\left[\left(\lfloor\frac{n-1}{2}\rfloor\right] \mod 3\right)+1$  a  $\left(\left[\left(300-n\right) \mod 3\right]+1\right)$ . Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte, čiže zostrojte požadované odvodenie.

Príklad vložte do "Miesta odovzdávania 2" v AIS v predmete Matematická logika. Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

martinknor55@gmail.com

PRÍKLAD 3 (20 bodov). Rezolučnou metódou zistite, či je KNF-formula

$$(\alpha \vee \neg \beta) \wedge (\beta \vee \neg \gamma) \wedge (\neg \alpha \vee \beta \vee \delta) \wedge (\alpha \vee \gamma \vee \neg \delta) \wedge (\beta \vee \gamma \vee \neg \delta) \wedge (^{\otimes}\alpha \vee \epsilon)$$

splniteľná. Ak je splniteľná, tak spätným postupom nájdite jeden jej model. Pričom

 $\alpha$  je prvé písmeno priezviska,  $\beta$  je druhé písmeno priezviska,

 $\gamma$  je tretie písmeno priezviska,

 $\delta$ je štvrté písmeno priezviska,

 $\epsilon$  je  $\left\lceil \left( \lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3 \right) + 2 \right\rceil$  písmeno priezviska,

ak  $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor \mod 2) = 0$  tak  $\otimes$  je prázdny symbol (nič tam nie je) ak  $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor \mod 2) = 1$  tak  $\otimes$  je symbol negácie  $\neg$ .

Vypočítajte najprv  $\left[\left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) + 2\right]$  a  $\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor \mod 2\right)$ . Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte.

Príklad vložte do "Miesta odovzdávania 3" v AIS v predmete Matematická logika. Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

bachratylogika@gmail.com

Príklad 4 (20 bodov). Pomocou sekventov odvoďte formulu

$$\vdash \neg (\neg \alpha \Rightarrow (\beta \lor \gamma)) \Rightarrow (\delta \Rightarrow \epsilon).$$

Pričom

 $\alpha$  je prvé písmeno priezviska,

 $\beta$  je druhé písmeno priezviska,

 $\gamma$  je tretie písmeno priezviska,

 $\delta$  je  $\left[\left(\lfloor \frac{n-1}{4} \rfloor \mod 3\right) + 1\right]$  písmeno priezviska,  $\epsilon$  je  $\left[\left(\lfloor \frac{300-n}{2} \rfloor \mod 3\right) + 1\right]$  písmeno priezviska.

Vypočítajte najprv  $\left[\left(\lfloor\frac{n-1}{4}\rfloor \mod 3\right) + 1\right]$  a  $\left[\left(\lfloor\frac{300-n}{2}\rfloor \mod 3\right) + 1\right]$ . Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju odvoďte.

Príklad vložte do "Miesta odovzdávania 4" v AIS v predmete Matematická logika. Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

sekventy.poslat.sem@gmail.com

PRÍKLAD 6 (20 bodov). Pomocou sémantického stromu zistite, či je nasledujúca formula modálnej logiky tautológia

$$\Box(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow (\triangle^{\oplus} \alpha \vee \nabla \beta).$$

```
Pričom \alpha je prvé písmeno priezviska,
```

α je prve pismeno priezviska,

 $\beta$ je druhé písmeno priezviska,

ak  $(n \mod 2) = 0 \tan^{\oplus}$  je prázdny symbol (nie je tam nič),

ak  $(n \mod 2) = 1$  tak  $\oplus$  je symbol negácie  $\neg$ ,

 $\operatorname{ak}\left(\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor \mod 2\right) = 0 \operatorname{tak} \triangle \operatorname{je} \lozenge,$ 

 $\operatorname{ak}\left(\lfloor \frac{\overline{n}}{2} \rfloor \mod 2\right) = 1 \operatorname{tak} \triangle \operatorname{je} \square,$ 

 $\operatorname{ak}\left(\left\lfloor \frac{n}{4}\right\rfloor \mod 2\right) = 0 \operatorname{tak} \bigtriangledown \operatorname{je} \diamondsuit,$ 

 $\operatorname{ak}\left(\left\lfloor \frac{n}{4}\right\rfloor \mod 2\right) = 1 \operatorname{tak} \bigtriangledown \operatorname{je} \Box.$ 

Zapíšte (vypočítajte) najprv  $(n \mod 2)$ ,  $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor \mod 2)$  a  $(\lfloor \frac{n}{4} \rfloor \mod 2)$ . Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom zostrojte sémantický strom. Na záver napíšte, či teda formula je, alebo nie je tautológia.

Príklad vložte do "Miesta odovzdávania 5" v AIS v predmete Matematická logika. Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

mzlogika@gmail.com