

# Seminár z algoritmizácie a programovania 1



**Martin Bobák**  
**Ústav informatiky**  
**Slovenská akadémia vied**



# Obsah prednášky

1. **Reprezentácia informácie**
2. **Zhrnutie**

Spätná väzba:

<https://forms.gle/iKbuLdF6xDtNSEDP8>

# Reprezentácia informácie

# Reprezentácia informácie

Digitalizácia = reprezentácia informácie pomocou čísla

Zvyčajný postup:

- niečo (zvuk, obrázok, text...) sa konvertuje nejakou (algoritmom) na čísla
- tieto čísla sú uložené, spracované, preposlané
- následne sú čísla pretransformované do pôvodného formátu

Hodnoty z reálneho sveta (zvuky, obrázky...)

- čo najpresnejšie ich zmeriame
- prevedieme ich číselné hodnoty

# Analógová a digitálna reprezentácia

## Analógový: "ručičkový"

- spojité hodnoty
- žiadne (diskrétne) skoky
- svet, ktorý vnímame je prevažne analógový

## Digitálny: "diskrétne hodnoty"

- konečné množstvo hodnôt
- zmena vedie k prechodu z jednej diskkrétnej hodnoty na inú diskkrétну hodnotu
- hodnoty sú reprezentované ako čísla

# Prevodník

Zariadenie, ktoré konvertuje z jednej reprezentácie do inej

- mikrofón
- reproduktor, slúchadlá
- fotoaparát, kamera, skener
- tlačiareň, obrazovka
- klávesnica, myška, dotyková obrazovka
- ...

Zvyčajne dôjde k strate počas konverzie

- kópia nie je tak dobrá ako originál

# Kódovanie zvuku

- meranie tónu a jeho intenzity dosť často a presne, aby bolo možné daný zvuk rekonštruovať
- človek vie rozpoznať zvuky  $\sim 20 \text{ Hz} - 20 \text{ kHz}$ 
  - merať zvuk s dvojnásobnou presnosťou (frekvenciou) je dostatočné

## CD

- 44,100 meraní za sekundu
- presnosť (kvantovanie t.j. rozdelenie úrovní signálu) 65 536 úrovní ( $=2^{16}$  diskretných hodnôt)
- stereo zvuk = dve merania
- $44,100 \times 2 \times 16 \text{ bit/meranie}$   
 $= 1,411,200 \text{ b/sec} = 176,400 \text{ B/sec} \sim 10.6 \text{ MB/min}$  (bez kompresie)

## MP3

- kompresia zvuku (odstránenie nepočuteľných zvukov)
- $\sim 1 \text{ MB/min}$

# Kódovanie obrazu

- obrázok sa rozdelí na mriežku malých obdĺžnikov ("pixelov")
- každý z nich má priradené číslo reprezentujúce jeho farbu
- menšie obdĺžniky = plynulejší prechod medzi farbami, presnejšia reprezentácia



# Kódovanie písmen

- číslo reprezentuje jeden znak
  - rôzne abecedy
  - špeciálne symboly
  - viacero spôsobov kódovanie -> treba štandard

ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

ASCII Code Chart

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
2		!	"	#	\$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	DEL

# Zhrnutie

- počet hodnôt a počet znakov kódovania je previazaný
  - algoritmizovateľný prevod
- interpretácia závisí na kontexte
  - bez vedomosti o aké kódovanie sa jedná, nie je možné určiť pôvodnú informáciu
  - čo je 39502???

# Bit a bajt

## Bit:

- najmenšia jednotka informácie
- nadobúda dve hodnoty (true/false, áno/nie, on/off, m/ž...)
- reprezentovaný ako 0 a 1
  - dostatočné na zistenie pôvodnej hodnoty
  - jedna cifra s dvomi možnými hodnotami
  - binárna cifra (ang. binary digit = bit)
- v informatike sa používa pretože je ľahké vyrobiť rýchle, spoľahlivé a malé zariadenia s dvomi stavmi
  - vysoké/nízke napätie, (ne)prechádza prúd (čipy)
  - elektrický náboj (ne) prítomný (RAM, flash)
  - magnetizácia (disky)
  - (ne) odráža sa laser (CD, DVD)
- každý typ informácie je uložený a spracovaný v počítači ako bity

"on/off model"

- hw – transistor
- sw – bit

## Bajt:

- 8 bitov, ktoré sú spracované ako celok (tak ako číslo 67327 v desiatkovej sústave)
- pamäť = pole bytov

# Binárne čísla

- ako desiatkové, ale majú iba dve číslice: 0 a 1
- každé binárne číslo je reprezentované ako mocnina 2 (1, 2, 4, 8, 16...)
  - nie mocnina 10 (1, 10, 100, 1000...)
- binárne počítanie:
  - 0 1
    - jedna binárna cifra reprezentuje 2 hodnoty
  - 00 01 10 11
    - dve binárne cifry reprezentujú 4 hodnoty
- binárne číslo je suma mocnín 2
  - $11011 = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$   
 $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 27$

# Binárna aritmetika

- podobne ako desiatková sústava

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

- podobne odčítanie, násobenie delenie

# Bajty

- jeden bajt = 8 bitov
  - na moderných počítačoch základná jednotka spracovania a ukladania informácií
  - vieme kódovať  $2^8 = 256$  rôznych hodnôt (čísla, písmená, špeciálne znaky... -> ASCII tabuľka)
- dva bajty = 16 bitov
  - $2^{16} = 65\,536$  hodnôt
  - veľké čísla, znaky "väčšej abecedy" (napr. Unicode)
- štyri bajty = 32 bitov
  - $2^{32} = 4\,294\,967\,296$  hodnôt
  - ešte väčšie čísla, desatinné čísla, adresovanie pamäte (RAM môže mať max 4 GB)
- ...
  - v súčasnosti 64-bitové celé čísla (8 bajtov) a adresy v pamäti (RAM môže mať 16 EB)
  - $2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616$  hodnôt

# Interpretácia bitov záleží na kontexte

1 bajt môže byť:

- využije sa 1 bit (napr. databáza M/Ž) a 7 bitmi sa plytvá
- 8 bitov sa používa na ukladanie čísiel z intervalu  $<0, 255>$
- znak napr. 'W', '+', '7'...
- časť znaku z väčšej abecedy
- časť väčšieho čísla (2, 4, 8 bajtových)
- časť obrázka, zvukovej stopy
- časť príkazov počítačového programu
  - príkazy sú bity uskladnené "vedľa" dát
  - rôzne architektúry majú rôzne reprezentácie (pc, mobil, server...)
- časť adresy do pamäte počítača

# Mocniny dvojky a desiatky

1 bit = 2 možnosti

2 bity = 4 možnosti

3 bity = 8 možností

...

$n$  bitov =  $2^n$

pridanie 1 bitu zdvojnásobí rozsah

$$2^{10} = 1\,024 \sim 1\,000 = 1\text{K} = 10^3$$

$$2^{20} = 1\,048\,576 \sim 1\,000\,000 = 1\text{M} = 10^6$$

$$2^{30} = 1\,073\,741\,824 \sim 1\,000\,000\,000 = 1\text{G} = 10^9$$

Multiple-byte units <span>V • T • E</span>				
Decimal		Binary		
Value	Metric	Value	IEC	JEDEC
1000	kB <b>kilobyte</b>	1024	KiB kibibyte	KB kilobyte
1000 <sup>2</sup>	MB <b>megabyte</b>	1024 <sup>2</sup>	MiB mebibyte	MB megabyte
1000 <sup>3</sup>	GB <b>gigabyte</b>	1024 <sup>3</sup>	GiB gibibyte	GB gigabyte
1000 <sup>4</sup>	TB <b>terabyte</b>	1024 <sup>4</sup>	TiB tebibyte	-
1000 <sup>5</sup>	PB <b>petabyte</b>	1024 <sup>5</sup>	PiB pebibyte	-
1000 <sup>6</sup>	EB <b>exabyte</b>	1024 <sup>6</sup>	EiB exbibyte	-
1000 <sup>7</sup>	ZB <b>zettabyte</b>	1024 <sup>7</sup>	ZiB zebibyte	-
1000 <sup>8</sup>	YB <b>yottabyte</b>	1024 <sup>8</sup>	YiB yobibyte	-
Orders of magnitude of data				

Zdroj:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Kilobyte>



# Hexadecimálne čísla

- binárne čísla sú dlhé
  - často pracujeme s 32 alebo 64 bitovými číslami
- 4 bity v jednom čísle (zapísané ako mocnina 16)
  - efektívnejšia reprezentácia tej istej informácie
- pre čísla 10 – 15 sa používajú symboly A B C D E F

0	0000	1	0001	2	0010	3	0011
4	0100	5	0101	6	0110	7	0111
8	1000	9	1001	A	1010	B	1011
C	1100	D	1101	E	1110	F	1111

V jazyku C majú hexadecimálne čísla prefix **0x** a binárne čísla majú prefix **0b** (napr. 0xf5 je 0b11110101)

# Farba

## RGB model



- farba je vyjadrená ako kombinácia červenej (R), zelenej (G) a modrej (B)
  - žltá = R+G, purpurová = R+B, tyrkysová = B+G, biela = R+G+B
  - tri bajty (=24 bitov) -> čierna = (0, 0, 0), oranžová = (255, 165, 0)
  - obrázok rozdelený do mriežky 1024 x 1024 zaberá 3 145 728 bajtov (= 1024×1024×3)
  - rozlíšenie obrázka je počet pixelov, ktorými je reprezentovaný (1024×1024 = 1 048 576 pixelov ~ 1 megapixel)
- farba pixelu bitmapy je vyjadrená ako tri čísla z intervalu <0, 255> reprezentujúce intenzity jednotlivých RGB komponentov
  - často vyjadrená ako hexadecimálne číslo, jednotlivé RGB komponenty sú vyjadrené nezávisle (000000 – čierna, FFFFFFFF – biela)
- tlačiarne používajú model CMY[K] -> cyan-magenta-yellow[-black]



# Zhrnutie

- na konci je každá informácia (uložená v počítači) reprezentovaná ako postupnosť bitov
  - bit nadobúda dve hodnoty (0, 1)
- komplikovanejšie údaje sú reprezentované ako skupina bitov
  - číslo, písmeno, slovo, obrázok, zvuk, program...
  - interpretácia skupiny bitov závisí na kontexte (formát)
  - reprezentácia údajov je ľubovoľná, štandardy charakterizujú ako daný typ údajov reprezentovať v danom formáte
- počet cifier určuje koľko rôznych objektov (hodnôt) vieme nimi reprezentovať
  - $2^{16}$ ,  $2^{32}$ ,  $10^6$

**Velké čísla**

# Motivácia

- 32 bitov dokáže reprezentovať 4 294 967 295 čísiel
- 64 bitov dokáže reprezentovať 18 446 744 073 709 551 615 čísiel
- nie vždy je to postačujúce (šifrovanie, vedecké výpočty...)

# Reprezentácia

- pole znakov konštantnej dĺžky
  - v špecifických prípadoch môžeme typ poľa zmeniť
  - konštantná dĺžka zjednoduší operácie nad takými číslami (prenos)

	0	1	2	3	4	5	...	99
reťazec	'1'	'2'	'3'	'4'	'\0'	??	??	??
ASCII kód	49	50	51	52	0	??	??	??
Dlhé číslo	4	3	2	1	0	0	0	0

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

char *nacitaj(const char *str)
{
    int i, n = strlen(str);
    if (n > MAX_DLZKA_CISLA)
        return NULL; // prilis dlhy retazec
    char *dlhe = calloc(MAX_DLZKA_CISLA, 1);
    for (i = 0; i < n; i++)
        dlhe[i] = str[n - i - 1] - '0';
    return dlhe;
}
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

char *retazec(const char *dlhe)
{
    char str[MAX_DLZKA_CISLA];
    int i, j = 0;
    for (i = MAX_DLZKA_CISLA - 1; i > 0; i--)
        if (dlhe[i] > 0)
            break;
    while (i >= 0)
        str[j++] = dlhe[i--] + '0';
    str[j] = 0;
    return strdup(str);
}
```



# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

int porovnaj(const char *a, const char *b) {
    int i;
    for (i = MAX_DLZKA_CISLA - 1; i > 0; i--)
        if (a[i] > 0 || b[i] > 0)
            break;
    while (i > 0 && a[i] == b[i])
        i--;
    if (a[i] < b[i])
        return -1;
    if (a[i] > b[i])
        return 1;
    return 0; }
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

void pripocitaj(char *a, const char *b) // a += b
{
    int i, prenos = 0;
    for (i = 0; i < MAX_DLZKA_CISLA; i++)
    {
        prenos += a[i] + b[i] ;
        a[i] = prenos % 10 ;
        prenos /= 10;
    }
}
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

char *plus_vyraz(char *str) {
    char *x = dlhecislo("0");
    char num[MAX_DLZKA_CISLA];
    int i, k;
    for (i = k = 0; str[i]; i++) {
        if (str[i] >= '0' && str[i] <= '9')
            num[k++] = str[i];
        if (k > 0 && (str[i] == '+' || str[i+1] == 0)) {
            num[k] = 0; // ukonci predchadzajuce cislo
            char *y = dlhecislo(num);
            pripocitaj(x, y); // x += y
            k = 0;
        }
    }
    return x;
}
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

void nasob_int(char *a, int num) // a *= num
{
    int i, prenos = 0;
    for (i = 0; i < MAX_DLZKA_CISLA; i++)
    {
        prenos += num * a[i] ;
        a[i] = prenos % 10 ;
        prenos /= 10;
    }
}
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

char *binarne(const char *str)
{
    char *bin = dlhecislo("1"), *x = dlhecislo("0");
    int i, n = strlen(str);
    for (i = n - 1; i >= 0; i--)
    {
        if (str[i] == '1')
            pripocitaj(x, bin); // x += bin
        nasob_int(bin, 2); // bin *= 2
    }
    return x;
}
```

# Operácie

```
#define MAX_DLZKA_CISLA 1000

void prinasob(char *a, const char *b){ // a *= b
    char x[2 * MAX_DLZKA_CISLA] = { 0 }; // vysledok
    int i, j, prenos;
    for (j = 0; j < MAX_DLZKA_CISLA; j++) {
        for (prenos = i = 0; i < MAX_DLZKA_CISLA; i++) {
            prenos += a[i] * b[j] + x[i+j] ;
            x[i+j] = prenos % 10 ;
            prenos /= 10;
        }
    }
    for (i = 0; i < MAX_DLZKA_CISLA; i++)
        a[i] = x[i];
}
```

# Námety na seminárnu prácu

- ďalšie operácie (rozdiel, podiel, mocnina, integrál, derivácia...)
- prehľad a porovnanie knižníc na prácu s veľkými číslami
  - podpora reálnych čísiel
  - iné programovacie jazyky
- aplikácie veľkých čísiel
  - vedecké výpočty
  - bankovníctvo
  - šifrovanie
- iné

# Zdroje

[1] Bou Ezzeddine, A., Tvarožek, J. Programovanie v jazyku C v riešených príkladoch (1). Bratislava: Vydavateľstvo Spektrum STU, 2018. 233 p. ISBN 978-80-227-4865-0.



# Ďakujem vám za pozornosť!

Spätná väzba:

<https://forms.gle/iKbuLdF6xDtNSEDP8>

