

Vzorová písomka UMA – 2020/2021 – 25 bodov – čas 1h 40m

1. (1b) Nájdite riešenie rovnice v \mathbb{R}

a) $\frac{4x+9}{2x-3} = \frac{3x+8}{4-x}$

b) $\frac{2x-3}{x^3+1} = \frac{1}{x^2-x+1} - \frac{2}{x^2+2x+1}$

2. (2b) Nájdite riešenie iracionálnej rovnice v \mathbb{R}

a) $\sqrt{x+4} + \sqrt{2x+6} = 7$

b) $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-7} = 2\sqrt{x}$

3. (2b) Nájdite riešenie kvadratickej nerovnice v \mathbb{R}

a) $\frac{x^2+3x-4}{2x^2-8x+10} > 0$

b) $\frac{x^2+9x+14}{x^2-x-12} \cdot \frac{x^2-2x-15}{x^2+6x-7} \geq 0$

4. (2b) Nájdite riešenie nerovnice s absolútnou hodnotou v \mathbb{R}

a) $|x^2-2x-3| < 3x-3$

b) $\left| \frac{3x-1}{x^2-4} \right| \leq 1$

5. (4b) Máme dané body A, B, C , ktoré tvoria vrcholy trojuholníka $\triangle ABC$ nasledovne $A = [-1, 0], B = [3, -2], C = [4, 5]$.

- Napíšte všeobecnú rovnicu výšky v_a .
- Nájdite všeobecný, úsekový a smernicový tvar priamky p , ktorá je rovnobežná s ťažnicou t_c a prechádza vrcholom B .
- Vypočítajte vzdialenosť bodu A od priamky p .
- Nájdite os uhla α
- Nájdite rovnicu kružnice opísanej trojuholníku $\triangle ABC$.

6. (4b) Napíšte stredový tvar rovnice kružnice, ak jej stredom je priesečník priamok p a q , kde $p: x+4y-6=0$ a $q: x+3y-10=0$ a kružnica sa dotýka osi \vec{x} .

7. (4b) Napíšte stredový tvar kružnice k tak, aby mala zo všetkých kružníc spĺňajúcich nasledovné podmienky

- jej stred leží na priamke $p: x+4y-6=0$ a
 - bod $P = [2, 4], P \in k$;
- najmenší možný priemer.

8. (4b) Napíšte dotyčnicu ku kružnici $k: x^2 + y^2 - 4x + 6y = 12$ prechádzajúcu bodom $T = [-5, -2]$. Vypočítajte dĺžku sečnice určenej bodmi dotyku T_1 a T_2 .

9. (2b) Zistite o akú kuželosečku sa jedná a nájdite jej základné parametre (stred, ohniská, vzdialenosť ohnisk...). Kuželosečku nakreslite.

$$9x^2 - 4y^2 - 36x + 12y - 36 = 0$$

10. BONUS: Nájdite riešenie nerovnice v \mathbb{R}

$$\frac{||3 - 2x| - 1|}{|x^2 - 5x + 6|} > 2|x|$$