

# Oefeningen Numerieke Wiskunde: Oefenzitting 2

Tom Sydney Kerckhove

19 februari 2014

## 1 Probleem 1

De exponent gaat van  $-126$  tot  $127$ . Dit betekent dat hier 8 bits voor nodig zijn. Er blijven dus nog  $32 - 8 = 23$  bits over voor de mantisse want er is ook nog een tekenbit. Een andere manier om dit resultaat te bekomen is de formule voor de machine precisie te gebruiken.

$$\epsilon_{mach} = \frac{b^{1-p}}{2}$$

Hierin is  $b$  de basis en  $p$  het aantal juiste beduidende cijfers. Uit deze formule halen we de  $p$ .

$$p = 1 - \log_b(2\epsilon_{mach})$$
$$p = 1 - \log_2(2 \cdot 2^{-24}) = 23$$

Volgens dezelfde redenering vinden we dat het aantal bits voor het teken, de mantisse en de exponent bij de dubbele-nauwkeurigheidsgetallen respectievelijk 1, 11 en 52 zijn.

## 2 Probleem 2

- We weten dat 1 en 2 respectievelijk als volgt voorgesteld worden.

$$1 = .100 \dots 00 \cdot 2^1$$

$$2 = .100 \dots 00 \cdot 2^2$$

Hier zitten dus  $2^m - 1 = 2^{52} - 1$  getallen tussen.

- We weten dat 7 en 9 respectievelijk als volgt voorgesteld worden.

$$7 = .11100 \dots 00 \cdot 2^3$$

$$9 = .10010 \dots 00 \cdot 2^4$$

Hier zitten dus  $2^{50} + 2^{49} - 1$  getallen tussen.

### 3 Probleem 3

Het laatste zinvolle getal in deze rij is 1000. De overgang van 999 naar 1000 resulteert niet in een fout want 1000 wordt als volgt voorgesteld.

$$0.100 \cdot 10^4$$

Als we hier echter nog 1 bij optellen gebeurt er een absolute afrondingsfout van precies  $-1$ . Vanaf dan is de beschreven rij dus constant (1000).

### 4 Probleem 4

- – **bepaal\_b** We beginnen met  $A = 1$ , dan vermenigvuldigen we  $A$  met 2 tot er een afrondingsfout gebeurd wanneer je  $(A+1) - A = 1$  evalueert.  $A$  is nu gelijk aan  $2^{10}$ . Vervolgens initialiseren we  $i$  op 1 en hogen  $i$  op tot  $(A+i) = A$  geen afrondingsfout meer geeft. Dit is wanneer  $i$  6 wordt.  $b$  is dus  $.103 \cdot 10^4 - .102 \cdot 10^4 = 10$ .
- **bepaal\_p** We initialiseren  $p$  op 1 en  $z$  op 10. Nu hogen we  $p$  en de exponent van  $10^1$  op tot  $(z+1) - z = 1$  een afrondingsfout geeft. Dit is wanneer  $p = 3$  geldt.

- – **bepaal\_b**  
**Te Bewijzen**

*Bewijs.* TODO □

- **bepaal\_p**  
**Te Bewijzen**

*Bewijs.* TODO □

## 5 Probleem 5

$$\begin{aligned}
 \bar{y} &= fl \left( \frac{x}{fl \left( fl \left( \sqrt{fl(x+1)} \right) + 1 \right)} \right) \\
 &= \frac{x(1+\epsilon_1)}{\left( \left( \sqrt{(x+1)(1+\epsilon_4)} \right) (1+\epsilon_3) + 1 \right) (1+\epsilon_2)} \\
 \bar{y} &= F(0,0,0,0) + \sum_{i=1}^4 \epsilon_i \frac{\delta F}{\delta \epsilon_i}(0,0,0,0) \\
 \frac{\delta F}{\delta \epsilon_1}(\epsilon_1,0,0,0) &= \frac{x\epsilon_1}{\sqrt{x+1}+1} \\
 \frac{\delta F}{\delta \epsilon_2}(0,\epsilon_2,0,0) &= \frac{-x}{(\sqrt{x+1}+1)(1+\epsilon_2)^2} \\
 \frac{\delta F}{\delta \epsilon_3}(0,0,\epsilon_3,0) &\dots
 \end{aligned}$$

TODO

Oplossing:

$$\frac{\bar{y} - y}{y} \approx -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}+1} \epsilon_1 - \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}+1} \epsilon_2 - \epsilon_3 + \epsilon_4$$

## 6 Probleem 6

$$\begin{aligned}
 \bar{y} &= fl \left( \frac{fl(1 - fl(\cos(x)))}{fl(x^2)} \right) \\
 &= \left( \frac{(1 - (\cos(x)(1+\epsilon_3)))(1+\epsilon_2)}{(x^2)(1+\epsilon_4)} \right) (1+\epsilon_1)
 \end{aligned}$$

TODO

## 7 Probleem 7

$$\begin{aligned}
 \bar{S} &= fl(fl(...fl(fl(fl(fl(a_1+a_2)+a_3)+a_4)...)+a_n) \\
 &= (((...(((a_1+a_2)(1+\epsilon_2))+a_3)(1+\epsilon_3))...)+a_n)(1+\epsilon_n) \\
 \bar{S} - S &= \sum_{i=1}^n a_i - (((...(((a_1+a_2)(1+\epsilon_2))+a_3)(1+\epsilon_3))...)+a_n)(1+\epsilon_n) \\
 &\approx
 \end{aligned}$$

TODO hoe

8 Problem 8

9 Problem 9

10 Problem 10

11 Problem 11