

# Samenvatting Numerieke Wiskunde

Tom Sydney Kerckhove

Started: 20 februari 2014  
Compiled: 20 februari 2014

# 1 Foutenanalyse

**Definitie 1.** *Absolute fout  $\Delta x$ .*

$$\Delta x = \bar{x} - x$$

**Definitie 2.** *Relatieve fout  $\delta x$ .*

$$\delta x = \frac{\bar{x} - x}{x}$$

**Definitie 3.** *Klassieke voorstelling.*

$$x = \sum_{i=m}^n c_i r^i$$

*Grondtal (radix)  $r$ , Getallen voor de komma  $n$ , Getallen na de komma  $m$ .*

**Definitie 4.** *Bewegende kommavoorstelling.*

$$x = yb^e$$

*Mantisse  $m$ , Basis  $b$ , Exponent  $e$ . ( $b^e$  is de schaalfactor)*

**Definitie 5.** *Exacte waarde van  $x$ :  $x$ .*

$$x = \sum_{i=m}^n c_i b^i$$

*Mantisse  $m$ , Basis  $b$ , Exponent  $e$ .*

**Definitie 6.** *Benadering voor  $x$ :  $\bar{x}$ .*

$$x = \sum_{i=m}^n \bar{c}_i b^i$$

*Mantisse  $m$ , Basis  $b$ , Exponent  $e$ .*

**Definitie 7.** *Juist cijfer  $c_i$ :*

$$|\bar{x} - x| \leq \frac{1}{2}b^i$$

**Definitie 8.** *Verband tussen absolute fout en aantal juiste cijfers na de komma.*

$$\frac{1}{2}b^{-p-1} < |\bar{x} - x| \leq \frac{1}{2}b^{-p}$$

*Aantal juiste cijfers na de komma  $p$ .*

**Definitie 9.** Verband tussen relatieve fout en aantal juiste cijfers na de komma.

$$\frac{1}{2}b^{j-k-1} < \frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} \leq \frac{1}{2}b^{j-k+1} \quad \text{of} \quad \frac{1}{2}b^{-q-1} < \frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} \leq \frac{1}{2}b^{-q+1}$$

Positie van het eerste beduidende cijfer  $k$ , Positie van het laatste beduidende cijfer  $j + 1$ , Aantal juiste beduidende cijfers  $q = k - j$ .

**Definitie 10.** Machineprecisie  $\epsilon_{mach}$ .

$$\epsilon_{mach} = \frac{1}{2}b^{1-p}$$

**Definitie 11.** Elementaire bewerking  $\tau$ .

$$fl(x\tau y) = (x\tau y)(1 + \eta)$$

( $|\eta| \leq \epsilon_{mach}$  en  $x, y \in O_{real}$ )

**Definitie 12.** Absolute fout op een som.

$$\Delta \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) = \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

Bovengrens:

$$\left| \Delta \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \right|_{max} = n\epsilon_+$$

Relatieve fout op een som.

$$\delta_s = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$$

**Definitie 13.** Zij  $\bar{x} = x(1 + \delta x)$  en  $\bar{y} = y(1 + \delta y)$ .  
Absolute fout op een vermenigvuldiging.

$$\Delta p = y\Delta x + x\Delta y$$

Relatieve fout op een vermenigvuldiging.

$$\Delta xy = xy(\delta x + \delta y + \delta x \delta y) \approx \delta x + \delta y$$

Bovengrens:

$$|\delta(xy)| \leq 2\epsilon.$$

**Definitie 14.** *Absolute fout op differentieerbare functies.*

$$\Delta f(x) = f(\bar{x}) - f(x) = \Delta x f'(x') \approx f'(\bar{x}) \Delta x \text{ met } x' \text{ tussen } x \text{ en } \bar{x}$$

*Bovengrens:*

$$|\Delta f(x)|_{\max} \approx |\Delta x|_{\max} \max_t |f'(t)|$$

$$|\Delta f(x_1, \dots, x_n)|_{\max} \approx \sum_{i=1}^n |\Delta x_i|_{\max} \max_{t_1, \dots, t_n} |f'_i(t_1, \dots, t_n)|$$

**Definitie 15.** *Conditie van een probleem.*

*Absoluut Conditiegetal  $k_A$ . TODO Relatief Conditiegetal  $k_R$*