CIR3-CSI3-CNB3 8 novembre 2021

Durée : 2 heures

Devoir Surveillé
PHYSIQUE QUANTIQUE

Sans documents
Avec calculatrice

Constantes physiques :

Constante de Planck $h = 6.628 \times 10^{-34}$ J.s
Vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^{8}$ m/s
Charge électrique élémentaire $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
Masse de l'électron $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

Exercice 1 – Diffraction footballistique ! (6pts)

La dualité onde-particule est le premier concept dérangeant de la physique quantique. La double nationalité onde et particule de bon nombre d'objets physiques a été démontrée depuis le début du 20_e siècle, pour les photons, les électrons, les neutrons et même des atomes. Plus près de nous, en 2002, des physiciens publiaient leurs résultats récents démontrant la même dualité pour de « gros » objets, des molécules composées de 60 atomes de carbone et ressemblant à des nano-ballons de football.

(Olaf Nairz, Markus Arndt, et Anton Zeilingerb, Am. J. Phys. Vol. 71 page 309, April 2003)

Nous proposons dans cet exercice de suivre pas à pas la démonstration expérimentale contenue dans cet article :

At the beginning of the 20th century several important discoveries were made leading to a set of mind-boggling questions and experiments that seemed to escape any answers based on classical, pre-quantum physics. The first were the discoveries[1–3] that implied that optical radiation has to be composed of discrete energy packages that can be well localized in space and time. This localization was in marked contrast to the existing knowledge based on Maxwell's theory which successfully represented light as electromagnetic waves. The second and complementary breakthrough was the theoretical result by de Broglie,[4] and the experimental demonstration by Davisson and Germer[5] that massive particles also propagate in a wave-like manner.

Lexique anglais-français :

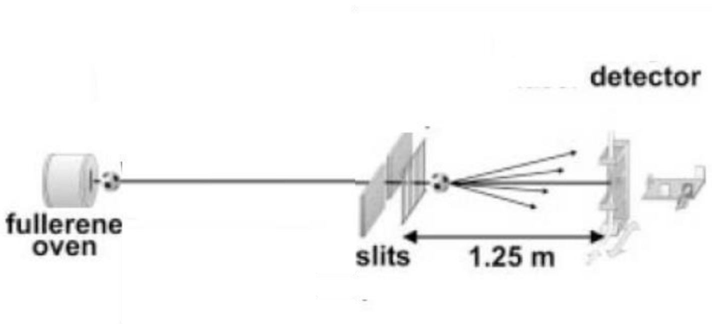
Fullerene, buckyball : molécule de C60
Mind-boggling : hallucinant
Discovery : découverte
Discrete energy packages : paquets discrets d'énergie (quanta)
Marked constrast : constraste frappant
Breakthrouh : percée, révolution
Slit : fente

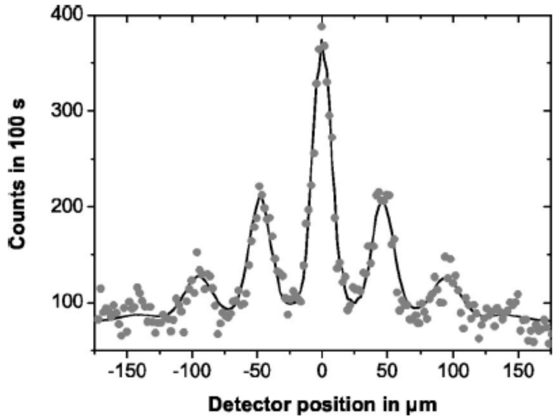
A propos de l'introduction

1) Ce passage mentionne De Broglie, puis Davisson et Germer. Que savez-vous des contributions de ces grands noms de la physique au problème qui nous intéresse ici ?

2) Sachant qu'une molécule de C_{60} est, comme son nom l'indique, composée de 60 atomes de carbone, **calculer la longueur d'onde de De Broglie** d'une telle particule se déplaçant à 150m/s. La masse d'un atome de carbone sera prise égale à 2.10^{-26} kg

On envoie un faisceau de molécules C_{60} à travers un ensemble de fentes espacées de 100nm, la position de chaque particule est ensuite détectée sur un écran placé à 1,25m de distance.
Le graphe représente le nombre de molécules détectées sur le compteur durant un certain intervalle de temps en fonction de la distance à l'axe principal de l'expérience.





3) En quoi ce graphe témoigne-t-il de l'effet de dualité recherché ?

4) Quelle est selon vous la principale difficulté pour mettre en évidence le caractère ondulatoire de ces objets ?

5) La loi de Bragg : $\boldsymbol{d.\sin\theta = \lambda}$ permet de relier la distance entre les fentes d=100nm à l'angle θ entre deux franges d'interférence maximales pour une longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$**.**
Connaissant la distance D=1.25m entre les fentes et l'écran, la distance L = 45µm entre deux franges d'intensité maximale sur le détecteur.

a) En considérant que L très petit devant D, déterminer l'angle θ formée au niveau de la fente par deux franges successives ?

b) L'expérience utilise ici des fentes séparées de d=100nm, déterminer la longueur d'onde λ_{exp} associée à ces particules de C_{60} et comparer avec celle obtenue à la question 2.

Exercice 2 - Equation de Schrödinger (11pts)

1) Enoncer l'équation de Schrödinger à laquelle doit satisfaire la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ associée à une particule matérielle. Expliciter les différents termes.

2) Dans le cas où cette particule est soumise à un potentiel ne dépendant pas du temps, que devient cette équation ? Expliciter les différents termes.

3) On considère un électron enfermé dans un puits de potentiel infini situé entre 0 et L. L'origine des énergies est fixée au fond du puits.

a) En posant $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$, écrire l'équation différentielle vérifiée par la fonction d'onde à partir de l'équation de Schrödinger indépendante du temps dans le puits.

b) Donner les solutions générales de cette équation différentielle.

c) Quelle sont les conditions imposées par les parois du puits infini sur la fonction d'onde ? Sont-elles les mêmes que dans un puits de potentiel fini ?

4) On considère maintenant l'électron dans un état porté par une fonction d'onde normée stationnaire ψ(x) définie dans un puits infini par :

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(2\frac{\pi}{L}x\right) \text{ pour } 0 < x < L$$

$$\psi(x) = 0 \text{ ailleurs}$$

a) Représenter schématiquement $\psi(x)$ et $|\psi(x)|^2$.

b) Quelle est la signification physique de $|\psi(x)|^2$?

c) A quoi sert le facteur $\sqrt{\frac{2}{L}}$?

d) Donner (sans faire de calcul) la probabilité de trouver la particule entre 0 et L ? Entre 0 et L/2 ?

e) Quelle est l'énergie totale de l'électron dans cet état décrit par la fonction $\psi(x)$?

f) Que vaut l'énergie cinétique de l'électron dans le puits ?

Exercice 3 - Réflexion de particules par des puits et barrières d'énergie potentielle (3pts)

Des électrons arrivent de la gauche avec une énergie cinétique E_{cin}. Ils rencontrent une barrière ou un puits d'énergie potentielle. La flèche précise la valeur de l'énergie cinétique incidente des électrons par rapport à l'énergie potentielle rencontrée. R désigne le coefficient de réflexion des électrons à travers la structure.

Dans chacune des 4 situations suivantes, expliquer (sans faire de calcul) la valeur attendue pour le coefficient de réflexion R en physique classique et celui que prédit la théorie quantique.
(Utilisez R=0, R=1, R>0, R<1)