FORMULAIRE

Formules Trigo:

cos(a+b) = cos(a).cos(b) – sin(a).sin(b)
cos(a-b) = cos(a).cos(b) + sin(a).sin(b)
sin(a+b) = sin(a).cos(b) + sin(b).cos(a)
sin(a-b) = sin(a).cos(b) – sin(b).cos(a)

cos(a).cos(b) = ½ (cos(a+b) + cos(a-b))
sin(a).sin(b) = ½ (cos(a-b) – cos(a+b))
cos(a).sin(b) = ½ (sin(a+b) – sin(a-b))
sin(a).cos(b) = ½ (sin(a+b) + sin(a-b))

Définition de la convolution y(t)=x(t)*h(t)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h(t-u)du = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-u)h(u)du$$

Quelques propriétés de la Transformée de Fourier :

- Changement d'échelle : $x(t) \xrightarrow{TF} X(\upsilon)$, $x(kt) \xrightarrow{TF} \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\upsilon}{k}\right)$

- Dualité : $x(t) \leftrightarrow X(\upsilon)$ alors $X(t) \leftrightarrow x(-\upsilon)$

- Dérivation :
  - Par rapport au temps

    $$x(t) \xrightarrow{TF} X(\upsilon)$$
    $$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \xrightarrow{TF} (2\pi j\upsilon)^n X(\upsilon)$$

  - Par rapport à la fréquence

    $$x(t) \xrightarrow{TF} X(\upsilon)$$
    $$t^n x(t) \xrightarrow{TF} \frac{d^n X(\upsilon)}{d\upsilon^n} \frac{1}{(-2\pi j)^n}$$

Théorème de Plancherel

$$x(t) * y(t) \xrightarrow{TF} X(\upsilon).Y(\upsilon)$$
$$x(t).y(t) \xrightarrow{TF} X(\upsilon) * Y(\upsilon)$$

Transformée de Fourier d'un peigne de Dirac

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad \rightarrow \quad X(\upsilon) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(\upsilon - \frac{n}{T}\right)$$

Définition de l'intercorrélation pour x(t) et y(t) d 'énergie finie

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t-\tau)dt$$

Définition de l'intercorrélation pour x(t) et y(t) d 'énergie infinie et de puissance finie

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t)y^*(t-\tau)dt$$

Définition de la Transformée de Fourier Discrète (TFD) :

$$X\left(\nu = \frac{k}{NT_e}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{2j\pi nk}{N}} \equiv X(k) \qquad k \in \{0,1,\ldots,N-1\}$$

Périodique de période N en k donc de période ν_e en ν

Expression matricielle de la TFD :

$$\begin{array}{cc}
 & \text{Colonne numéro } n \\
\text{Ligne Numéro } k & \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-2) \\ X(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 \\ 1 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \vdots & \vdots & e^{-\frac{2i\pi nk}{N}} & \vdots & \vdots \\ 1 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-2) \\ x(N-1) \end{bmatrix}
\end{array}$$