

Épreuve pratique

Sujet n° 125586

Consignes

Cette épreuve de 2 h vous permettra de mettre en œuvre les compétences acquises lors des différentes séances de TP MATLAB du semestre.

Veuillez renseigner vos réponses sur le formulaire situé à l'URL se trouvant dans le courrier électronique que vous avez reçu. Vous pouvez naviguer librement dans les sections et modifier vos réponses pendant l'épreuve. Vous pouvez demander à recevoir un accusé de réception une fois le formulaire soumis si vous le souhaitez.

Méthode de travail suggérée : récolter tous vos éléments de réponse dans un dossier sur votre ordinateur et les soumettre sur le formulaire en fin d'épreuve pour éviter toute perte de données. En cas de problème logistique (et seulement dans ce cas), faites le maximum pendant la séance et envoyez votre travail à gabriel.chenevert@junia.com à l'issue de celle-ci.

Pour chaque question, un mélange de réponses courtes, code MATLAB, images au format JPG et d'explications est à fournir. La numérotation en gras ci-dessous (de **3.** à **16.**) correspond au numéro des questions dans le formulaire.

Toute documentation permise / ordinateur nécessaire / toute communication interdite.

Vos réponses doivent être strictement personnelles. Exprimez-vous !

A) Simulation

Rappel : si X_1, \dots, X_5 sont 5 variables aléatoires $\mathcal{N}(0, 1)$ indépendantes, alors la variable

$$C = X_1^2 + \dots + X_5^2$$

suit une loi dite du χ -carré à $n = 5$ degrés de liberté.

On simule le tirage d'un échantillon de $N = 100$ valeurs de C grâce à

```
c = zeros(1,N);  
for i = 1:n  
    c = c + normrnd(0,1,1,N).^2;  
end
```

Quelle est la moyenne (**3.**) et l'écart-type (**4.**) échantillonnal de votre c ? Réalisez un histogramme (**5.**) de vos valeurs de c en y superposant la fonction de densité de sa loi (`chi2pdf`), convenablement mise à l'échelle. Expliquez (**6.**) comment vous vous y êtes pris.

B) Régression linéaire

Le fichier <https://isen.junia.ovh/gch/prob/data5084.mat> contient un jeu de données (x, y) .

Représentez (7.) celles-ci sous forme de nuage de points. Calculez le coefficient de corrélation (8.) entre x et y . La valeur semble-t-elle cohérente avec la visualisation des données? (expliquez, 9.).

Quels sont les coefficients a et b (10.) de la droite des moindres carrés

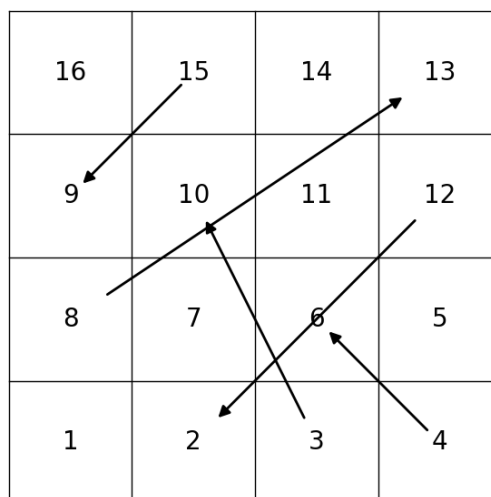
$$y \approx ax + b$$

calculée à partir des données?

Expliquez (11.) comment vous vous y êtes pris puis superposez cette droite à votre nuage de points (12.).

C) Chaîne de Markov

Considérons la grille suivante du jeu de serpents et échelles :



La matrice 16×16 <https://isen.junia.ovh/gch/prob/A.mat> des probabilités de transition p_{ji} d'une case i vers une case j dans une grille 4×4 *sans serpent ni échelle* vous étant fournie, expliquez (13.) comment la modifier dans MATLAB afin d'obtenir la matrice des probabilités pour la grille ci-dessus (on joue avec un dé régulier à 6 faces).

Si l'on suppose que l'on démarre la partie (presque sûrement) sur la case 1, déterminez le vecteur \mathbf{v} des probabilités de se retrouver sur chacune des cases après 3 lancers de dé et représentez celui-ci sous forme de diagramme en bâtons (14.).

Quelle est la durée moyenne d'une partie (espérance du nombre de lancers nécessaires pour atteindre la case 16)? (15.) Expliquez votre démarche (16.).