TD n°1 : Notions des systèmes asservis + modélisation mathématique

Exercice n°1

Calculer les transformées de Laplace suivantes :

$$\text{a)} \quad \mathscr{L}\left[\left(t^2+t-e^{-3t}\right)\mathscr{U}(t)\right]$$

$$\text{b)} \quad \mathscr{L}\left[\left(t+2\right)\mathscr{U}(t)+\left(t+3\right)\mathscr{U}(t-2)\right]$$

Exercice n°2

Utiliser la transformée de Laplace pour déterminer la solution particulière de chacune des équations différentielles suivantes :

$$\text{a)} \quad x'(t)+x(t)=t\,\mathscr{U}(t)-t\,\mathscr{U}(t-1) \qquad \text{condition initiale :} \quad x(0)=0$$

$$\text{b)} \quad x''(t)+x'(t)=\mathscr{U}(t) \qquad \text{conditions initiales :} \quad \begin{cases} x(0) &= 0 \\ x'(0) &= 0 \end{cases}$$

Exercice n°3

Calculer les originaux suivants :

$$\text{a)} \quad \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{p+2}{(p+3)(p+4)}\right]$$

$$\text{b)} \quad \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{3}{(p+5)^2}\right]$$

Exercice n°4

Soit le système électrique :

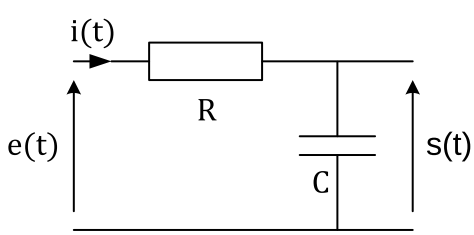


Figure 1 . Schéma d'un circuit RC

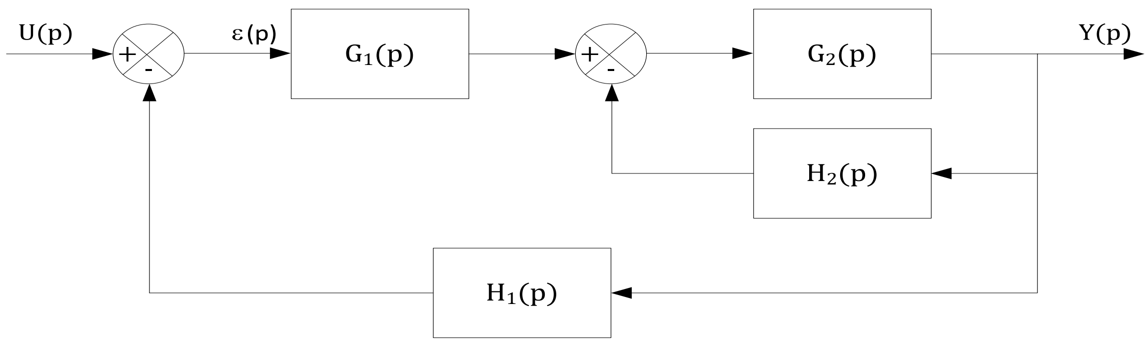
$$s(t)=\frac{1}{C}\int_0^t i(\alpha)d\alpha$$

$$e(t)=R.i(t)+s(t)$$

1. Donner les équations de Laplace,
2. Exprimer $S(p)$ en fonction de $E(p)$,
3. Donner la valeur finale de $s(t)$ si $e(t)$ est un échelon de 3V.

Exercice n°5

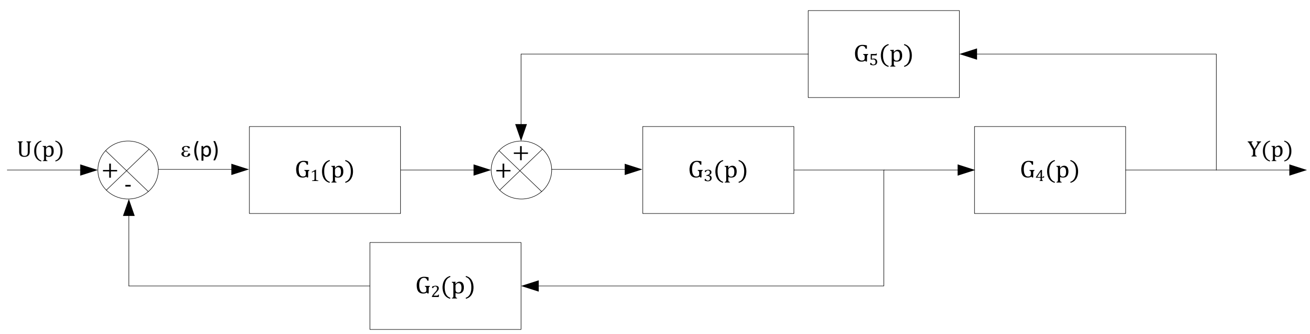
Donner la fonction de transfert du schéma suivant : $F_{TBF}(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$



Simplification du schéma bloc

Exercice n°6

Donner la fonction de transfert du schéma suivant :



Simplification du schéma bloc

Exercice n°7 : réalisation du schéma bloc d'un asservissement de vitesse

La consigne de vitesse du moteur est représentée par une tension $e_r(t)$ (entrée du système) et la vitesse effective du moteur est relevée par une génératrice tachymétrique sous la forme d'une tension e_t (t) et on souhaite asservir la vitesse du moteur $\omega(t)$ (sortie du système).

Les caractéristiques des différents organes sont les suivants :

- Moteur (M) :
  - Inducteur : résistance R_m, inductance L_m,
  - Induit : résistance r_m, inductance l_m,
- Génératrice (G) :
  - Inducteur : résistance R_g, inductance L_g,
  - Induit : résistance r_g, inductance l_g,
- J : est l'inertie totale ramenée sur l'arbre moteur,

- A : gain réglable de l'amplificateur (A>0),
- e_m : force contre-électromotrice du moteur,
- C_m : couple moteur,
- C_u : couple utile,
- ω : vitesse angulaire,
- $r_t = r_m + r_g$,
- $l_t = l_m + l_g$,

Les équations du système sont les suivantes :

1) $e_A(t) = A.(e_r(t) - e_t(t))$

2) $e_A(t) = \frac{R_g}{K_g} \cdot e_g(t) + \frac{L_g}{K_g} \cdot \frac{de_g(t)}{dt}$

3) $e_g(t) = e_m(t) + \frac{r_t}{K_m} \cdot C_m(t) + \frac{l_t}{K_m} \cdot \frac{dC_m(t)}{dt}$

4) $e_m(t) = K_m \cdot \omega(t)$

5) $C_m(t) = C_u(t) + J\frac{d\omega(t)}{dt}$

6) $e_t(t) = K_t \cdot \omega(t)$

Donner le schéma bloc du système avec e_r(p) : l'entrée du système, ω(p) : la sortie du système et $C_u(p)$: la perturbation, en vous inspirant de la trame donnée sur la Figure 2.

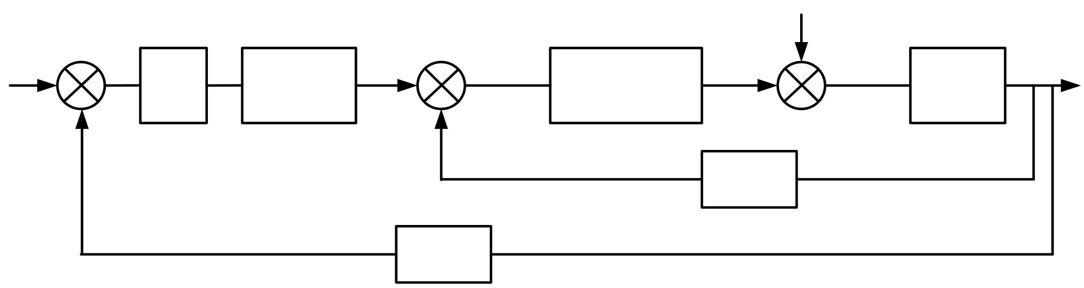


Figure 2 : Trame à suivre pour réaliser le schéma bloc du système

Exercice n°8 – Asservissement d'un moteur à courant continu et perturbations (10 points)

Le moteur est un moteur à excitation indépendante et constante dont les caractéristiques sont les suivantes :

Tension nominale notée U_N=140 V ; courant nominal I_N=25 A ; R=0.28 ohm.

La tenson aux bornes du moteur est notée U.

On rappelle **<u>les relations électriques du moteur</u>** : $T_{em}=K.I$; E=K.Ω ; U=E+R.I .

Avec K=0,423 V/[rad.s^{-1}].

On ne s'intéresse qu'aux régimes permanents.

Dans ces conditions, les équations électriques du moteur permettent de mettre le schéma fonctionnel sous la forme de la Figure 2.

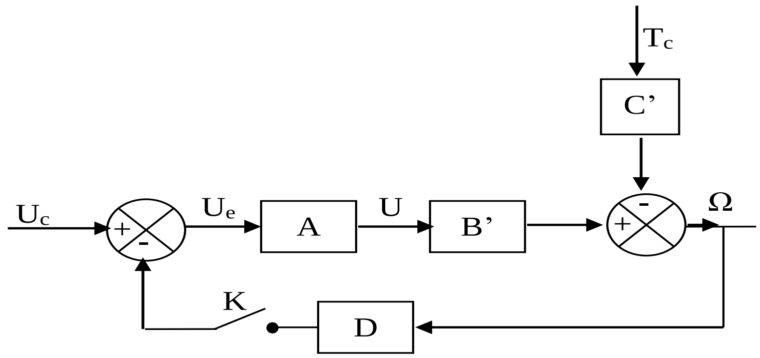


Figure 2 : Schéma fonctionnel

1. Etude préliminaire (2 points)

1.1. En tenant compte **des relations électriques du moteur** : 1 pt

a) Montrer que la vitesse de rotation Ω du moteur peut se mettre sous la forme :

$$\Omega = B.U - C.T_{em}$$

b) Exprimer les coefficients B et C en fonction des constantes R et K du moteur.

1.2. En tenant compte **du schéma fonctionnel** : 1 pt

a) Exprimer Ω en fonction de U, B', C' et T_c.

b) Exprimer B' et C' en fonction de B et C, sachant qu'en régime permanent $T_{em}=T_c$.

2. Etude en boucle ouverte (4 points)

On prend A=1 et on ouvre l'interrupteur K.

2.1. Le moteur est à vide ($T_c=0$).

a) Exprimer Ω en fonction de U_c. 1 pt

b) Calculer Ω_0 pour une tension de consigne $U_c=140$ V. 0.5 pt

2.2. Le moteur est en charge. Il entraine une charge dont le couple résistant à pour moment $T_c=11$ N.m.

a) Exprimer la vitesse de rotation de l'ensemble Ω_c, en fonction de U_c et de T_c. 1 pt

b) Calculer Ω_c pour $U_c=140$ V. 1 pt

2.3. Déterminer l'écart $\Delta\Omega= \Omega_0- \Omega_c$. 0.5 pt

3. Etude en boucle fermée (4 points)

L'interrupteur K est fermé.

On prend A=30 et $D=8,6\times10^{-2}$ V/(rad.s^{-1}).

3.1. Le moteur est à vide ($T_c=0$).

a) Exprimer Ω en fonction de U_e, puis U_e en fonction de U_c et Ω. 1 pt

b) En déduire la fonction de transfert $F(p) = \frac{\Omega}{U_c}$ du système en boucle fermée.

Calculer F. 1 pt

c) On règle la tension de consigne U_c pour obtenir $\Omega= \Omega_0$.

Calculer U_c. 0.5 pt

3.2. Le moteur entraine une charge dont le couple résistant a pour moment T_c=11 N.m.

a) Par l'application du théorème de superposition, montrer que l'on peut écrire : 1 pt

$$\Omega = \frac{A.B'}{1 + A.B'.D} U_c - \frac{C'}{1 + A.B'.D} T_c$$

b) Calculer la nouvelle vitesse de rotation en charge, Ω_c', puis $\Delta\Omega' = \Omega_0 - \Omega_c'$.
Conclure. 0.5 pt