AUTOMATIQUE

Exercice 1 (2 points)

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + 3\dot{y} = 5\dot{u} + 7u$$

où u(t) est l'entrée du système et y(t) sa sortie. Ecrire le modèle d'état du système.

Exercice 2 (4 points)

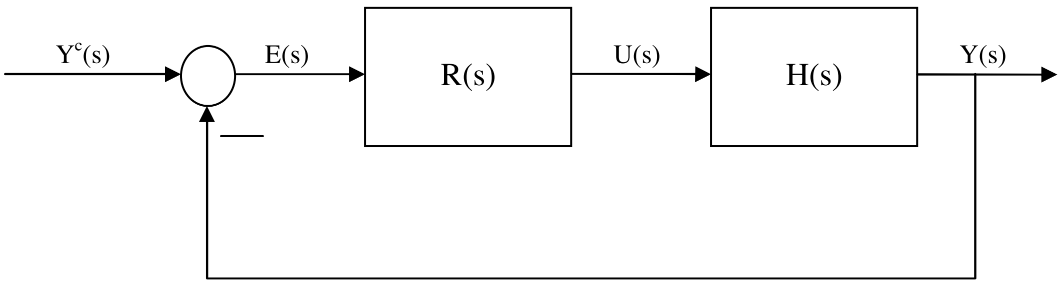
Soit le système décrit par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

1. Etudier la stabilité et l'observabilité du système.
2. Afin de stabiliser le système, on applique un retour d'état. Trouver les conditions que les éléments de la matrice de gain K doivent satisfaire pour garantir la stabilité du système en boucle fermée.

Exercice 3 (1 point)

Soit un système asservi comme le montre la figure suivante :



Où $H(s) = \dfrac{s-1}{s(s+1)}$ et $R(s) = \dfrac{1}{(s+2)}$.

Calculer l'erreur de position, l'erreur de vitesse et l'erreur d'accélération du système en BF.

FORMULAIRE

Laplace inverse de quelques fonctions de base

$$L^{-1}[1] = \delta(t)\ ,\ L^{-1}\left[\frac{1}{p}\right] = u(t)\ ,\ L^{-1}\left[\frac{1}{p^2}\right] = t$$

$$L^{-1}\left[\frac{1}{p+a}\right] = e^{-at}\ ,\ L^{-1}\left[\frac{1}{(p+a)^2}\right] = te^{-at}\ ,\ L^{-1}\left[\frac{1}{(p+a)^3}\right] = \frac{t^2}{2}e^{-at}$$

$$L^{-1}\left[\frac{a}{p(p+a)}\right] = 1-e^{-at}\ ,\ L^{-1}\left[\frac{\omega}{p^2+\omega^2}\right] = \sin\omega t\ ,\ L^{-1}\left[\frac{p}{p^2+\omega^2}\right] = \cos\omega t$$

$$L^{-1}\left[\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}\right] = e^{-at}\cos\omega t\ ,\ L^{-1}\left[\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}\right] = e^{-at}\sin\omega t$$

si $t \geq 0$, 0 sinon.

Passage de l'équation d'état à la fonction de transfert

$$H(s) = C(sI-A)^{-1}B + D$$

Forme compagne horizontale : matrice de passage

$$M = [A^{n-1}B + A^{n-2}Ba_{n-1} + \dots + ABa_2 + Ba_1 \quad \dots \quad A^2B + ABa_{n-1} + Ba_{n-2} \qquad AB + Ba_{n-1} \qquad B]$$

Résolution de l'équation d'état

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$