CSI3-U3
15 juin 2016
Sans documents
Avec calculatrice
Durée : 3 heures

Physique et nanosciences

Exercice 1 : Semiconducteur intrinsèque
Note : les questions 6 et 7 peuvent être abordées indépendamment des précédentes.

On considère un cristal de silicium intrinsèque dont on cherche à déterminer les concentrations de porteurs libres (électrons en bande de conduction, trous en bande de valence). Celles-ci sont obtenues à partir des densités d'états et de la probabilité d'occupation de ces états.

La densité d'états se calcule à partir de la structure de bandes qui, dans le cas général, est complexe. Cependant, les porteurs libres se trouvent essentiellement au voisinage du sommet de la bande de valence et du minimum de la bande de conduction. Dans ces 2 régions, on va approximer les courbes $E(\vec{k})$ de la structure de bandes par des paraboles, soit :

$$E(\vec{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \quad \text{pour la bande de conduction} \qquad (1.1)$$

et

$$E(\vec{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \quad \text{pour la bande de valence} \qquad (1.2)$$

avec m_e^* et m_h^* les masses effectives respectivement des électrons en bas de bande de conduction et des trous en haut de bande de valence. Cette approximation revient à considérer les porteurs au voisinage des extrema des bandes comme des électrons (trous) libres mais avec une masse effective m^* différente de la masse de l'électron dans le vide m_0.

1. A quoi correspond la quantité E_c-E_v ? Par rapport à cette quantité, qu'est-ce qui distingue un semiconducteur d'un isolant (qualitativement) ?

Le calcul de la densité d'états est le même que pour un gaz d'électrons (trous) libres en remplaçant m_0 par m^* et on obtient :

$$D_c(E) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}(E - E_c)^{1/2} \quad \text{pour la bande de conduction} \qquad (1.3)$$

(x2 pour tenir compte du spin)

$$D_v(E) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2m_h^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}(E_v - E)^{1/2} \quad \text{pour la bande de valence} \qquad (1.4)$$

(x2 pour tenir compte du spin)

où V est le volume du cristal.

La probabilité d'occupation des états est donnée par la statistique de Fermi :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp(\frac{E - E_F}{kT})} \tag{1.5}$$

2. En utilisant (1.3) et (1.5), écrire l'expression (sous forme d'intégrale) donnant la concentration d'électrons libres en bande de conduction (*n*).

Dans la suite, on se place dans le cas d'un semiconducteur non dégénéré, le niveau de Fermi est dans la bande interdite tel que $E_c - E_F >> kT$ et $E_F - E_v >> kT$.

3. Montrer que, pour calculer *n*, on pourra approximer *f*(*E*) pour $E \geq E_c$ par :

$$f(E) \approx \exp(\frac{E_F - E}{kT})$$

Sachant que $\int_0^\infty \sqrt{x}\ \mathrm{e}^{-x}\ \mathrm{dx} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, montrer alors que *n* peut se mettre sous la forme

$$n = N_c \exp(\frac{E_F - E_c}{kT}) \tag{1.6}$$

et donner l'expression de N_c.

4. Pour les trous, quelle est la probabilité d'occupation d'un état d'énergie *E* à température *T* ? Montrer que, comme le semiconducteur est non dégénéré, cette probabilité peut être approximée par $\exp(\frac{E - E_F}{kT})$ pour $E \leq E_v$.
5. En déduire l'expression (sous forme d'intégrale) donnant la concentration de trous en bande de valence (*p*). Par analogie avec le cas des électrons, on montre alors que *p* peut se mettre sous la forme

$$p = N_v \exp(\frac{E_v - E_F}{kT}) \tag{1.7}$$

Dans la suite, on considèrera que *n* et *p* sont donnés par les équations (1.6) et (1.7).

6. En considérant l'électroneutralité du système, déterminer la position du niveau de Fermi.
7. Montrer que le produit *np* ne dépend pas du niveau de Fermi. En déduire la concentration n_i en porteurs libres du semi-conducteur intrinsèque. Reconsidérer la réponse à la question 1 à la lumière de ce résultat.

Exercice 2 : Cristal de GaAs

L'arseniure de gallium (GaAs) est un semiconducteur utilisé en (opto-)électronique. Il cristallise dans la structure zinc-blende.

1. Pourquoi dit-on que c'est un semiconducteur III-V ?

Les atomes de gallium sont répartis sur un réseau cubique à faces centrées de côté *a*. Les atomes d'arsenic sont également répartis sur un réseau cubique à faces centrées de côté *a*, mais ce réseau est décalé d'un quart de la diagonale par rapport au premier [translation d'un vecteur $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$].

2. Comparer à un cristal de silicium. Quelle est la différence ?
3. Préciser le motif et les vecteurs de base du réseau.
4. Montrer qu'il y a deux types de plans réticulaires (100). Pour chacun d'entre eux, préciser la nature des atomes, le motif, et les vecteurs de base du réseau.

Exercice 3 : Questions de cours

1) Un semiconducteur (intrinsèque, idéal, sans défauts) est caractérisé par une bande interdite de largeur 1 eV. On irradie ce semiconducteur avec de la lumière monochromatique. Pour quelles longueurs d'onde le matériau est-il totalement transparent ?
2) La vitesse de dérive d'un électron dans la bande de conduction d'un semiconducteur sous l'effet d'un champ électrique uniforme *E* est donnée par $v = \mu E$ où $\mu = e\tau / m^*$ est la mobilité et *m** est la masse effective en bande de conduction. Que représente la quantité τ ?
3) Quelle est la conductivité d'un semiconducteur intrinsèque à 0K ? Pourquoi ?
4) En quoi l'existence d'un niveau de Fermi est liée au principe de Pauli pour un système de fermions ?

Rappel :
$e = 1.6\times10^{-19}$ C $h = 6.6\times10^{-34}$ Js $c = 3.0\times10^{8}$ m/s.