BARRIERE DE POTENTIEL
Application à la microscopie à effet tunnel

Barrière de potentiel

Pour découvrir l'évolution de la fonction d'onde au voisinage d'une barrière de potentiel, rendez vous sur https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling

Pour bien observer :

- mettre l' "electron function form" en "plane wave"
- "electron function view" en "real part"
- activer "show reflection and transmission probabilities"
- choisir Potential "barrier well"
- Dans "Incoming/Refected waves", choisissez alternativement "sum" ou "separate" (pour visualiser les ondes incidente et réfléchie).

Le coefficient de transmission T de la barrière correspond au rapport du flux transmis par la barrière sur le flux incident. Le coefficient de réflexion R de la barrière correspond au rapport du flux réfléchi par la barrière sur le flux incident. On notera que R+T=1.

1. Choisir une valeur de l'énergie légèrement supérieure à la hauteur de barrière. Qu'observez-vous sur R et T ? Comparer au cas classique.
2. Même question, cette fois pour une valeur de l'énergie légèrement inférieure à la hauteur de barrière. Quelle différence notez-vous sur la forme de la fonction d'onde à l'extérieur et à l'intérieur de la barrière?
3. Pour une valeur d'énergie donnée (inférieure à la hauteur de barrière), faire varier la largeur de la barrière. Comment évolue T?

Effet tunnel

Bien qu'interdit par la physique classique, l'effet tunnel a été très tôt prédit par la mécanique quantique.[1] Dans les années 60, il a été observé pour des jonctions tunnel planaires.[2] Vingt ans plus tard, l'amélioration des techniques de vide et des technologies de positionnement et d'isolation à l'échelle atomique a permis d'approcher une pointe métallique à quelques angströms d'une surface métallique de manière contrôlée et d'obtenir une mesure du courant tunnel en polarisant une électrode par rapport à la seconde. Ceci a donné naissance à la microscopie à effet tunnel (image ci-dessous),[3] technique pour laquelle ses inventeurs ont reçu le prix Nobel en 1986.

Le vide entre la pointe et la surface est modélisé par une barrière de potentiel de hauteur V_0. Cette hauteur de barrière correspond au travail de sortie de l'électron du métal (cf l'exercice sur l'effet photoélectrique). Un faisceau d'électrons, non relativistes, de masse m, se déplace à l'intérieur de la pointe, parallèlement à l'axe x'x, de x' vers x, et vient heurter la barrière de potentiel d'épaisseur a. Comme la barrière a une hauteur et une épaisseur finie, le faisceau électronique pénètre quelque peu dans la barrière, alors que cela lui est classiquement interdit. Ce phénomène purement quantique est lié à la nécessité d'associer une onde à la particule. La

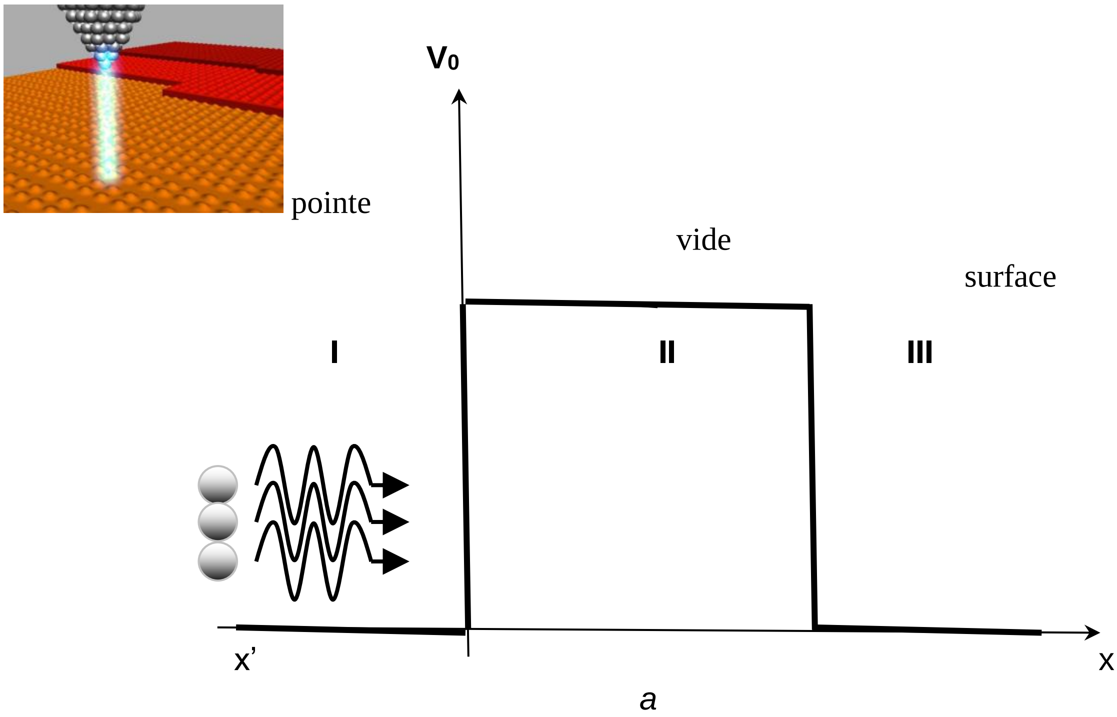
---

[1] J. Frenkel, *Phys. Rev.* **36**, 1064 (1930).

[2] L. Esaki, *Phys. Rev.* **109**, 603 (1958); I. Giaever, *Phys. Rev. Lett.* **5**, 147 (1960).

[3] G. Binnig,H. Rohrer, Ch. Gerber, E. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 57 (1982).

faible pénétration de l'onde dans une région interdite à la particule classique associée est à l'origine de *l'effet tunnel*.



On envisage le cas où l'énergie cinétique E des électrons incidents est inférieure à la hauteur V_0 de la barrière de potentiel. Pour la suite du problème, nous poserons :

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

4. Ecrire l'équation de Schrödinger dans les régions **I**, **II** et **III**.
5. Donner l'expression générale de la solution de cette équation dans chaque région. Quelles sont les conditions de raccordement relatives à la fonction d'onde et à sa dérivée qui permettent de déterminer les constantes qui interviennent dans ces solutions ?
6. Le coefficient de transmission T de la barrière correspond au rapport du flux transmis dans la région III sur le flux incident.
   a. Quel est le coefficient de réflexion en zone III ?
   b. Exprimer le coefficient de transmission entre la zone I et III en fonction des carrés des constantes de la question 2.
7. Après calcul, on trouve :

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2 + \alpha^2}{2\alpha k}\right)^2 sh^2 \alpha a}$$

Quelles sont les valeurs possibles de T ? Comparer au cas classique.

8. On considère une surface et une pointe toutes les deux en or. Le travail de sortie de l'or est égal à 5.1 eV.

a) Pour E très petit devant V_0 et une distance pointe surface de 10 Å, montrer que $sh(\alpha a) \sim e^{\alpha a}/2$.

b) Simplifier alors l'expression du coefficient de transmission. (Rappel : e = 1.6 x 10^{-19} C, m = 9.1 x 10^{-31} kg, h =6.62 x 10^{-34} J.s).

c) L'image ci-dessous de longueur 100 nm montre une surface d'or obtenue par microscopie à effet tunnel. Cette surface est constituée de 4 terrasses séparées par une hauteur de 2.5 Å chacune. On suppose que la pointe se trouve d'abord en bas d'une marche à une hauteur de 10 Å au-dessus de la surface. Elle franchit ensuite une marche atomique en gardant une hauteur constante par rapport à la terrasse inférieure. La variation du courant tunnel correspondant au passage de la marche est proportionnelle à la variation de T. Comment varie le coefficient de transmission T quand la distance pointe-surface varie de 10 à 7.5 Å? Quel intérêt peut avoir la mesure d'une telle variation ?