JUNIA ISEN

JUNIA Grande école d'ingénieurs

Cours Automatique

Régulation
Systèmes linéaires et continus

Department of Smart Systems and Energies

PRÉSENTATION

- Pour ce cours d'automatique
    - 20 h de Cours /TD
        - TP noté (utilisation de Matlab-Simulink)

- Pré-requis nécessaire :
    - Transformée de Laplace
- Objectifs :
    - Caractériser et interpréter le fonctionnement des systèmes linéaires continus
    - Présenter les principes et les buts de la correction des systèmes
    - Corriger, si nécessaire, le comportement d'un système par l'utilisation d'un correcteur adapté

PRÉSENTATION

- Résultats d'apprentissage :

A l'issue de cet enseignement, l'étudiant doit être capable de :

  - Définir le fonctionnement d'un système en poursuite et en régulation
  - Corriger un système pour atteindre un comportement pré-défini (rapidité, stabilité et précision)
  - Étudier et simuler le comportement d'un système par l'utilisation de Matlab-Simulink

PLAN

- Le cours d’automatique se compose de 8 chapitres :
  1. Notions de systèmes asservis (SA)
  2. Modélisation mathématique des SA
  3. Dynamique des SA
  4. Analyse fréquentielle des systèmes
  5. Analyse des systèmes linéaires types
  6. Stabilité des SA
  7. Identification des processus
  8. Correction des systèmes

PLAN

CHAPITRE 1

Notions des systèmes asservis | **01**

•Définition

- Un système est un ensemble d’éléments interagissant entre eux selon certains principes ou règles. Il est déterminé par ses interactions avec son environnement. Ces échanges concernent les entrées intervenant sur le système et les sorties qui en découlent.
- Exemple :
  - La vitesse d'une voiture => voiture
  - La température d'un four => four
  - La hauteur de liquide dans une cuve => cuve
  - ...

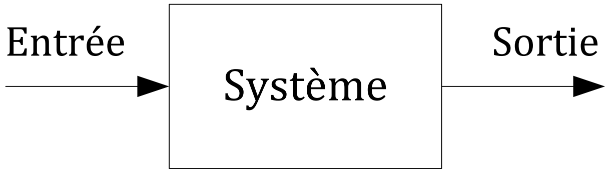
Nous nous intéressons au fonctionnement de ce **système et nous allons chercher à commander ce système.**

NOTIONS DES SYSTÈMES ASSERVIS

L’ensemble du contrôle des systèmes et des différents éléments les constituants se fait via un signal. Ce signal est une grandeur physique générée par un appareil ou traduite par un capteur (température, débit, tension etc.).

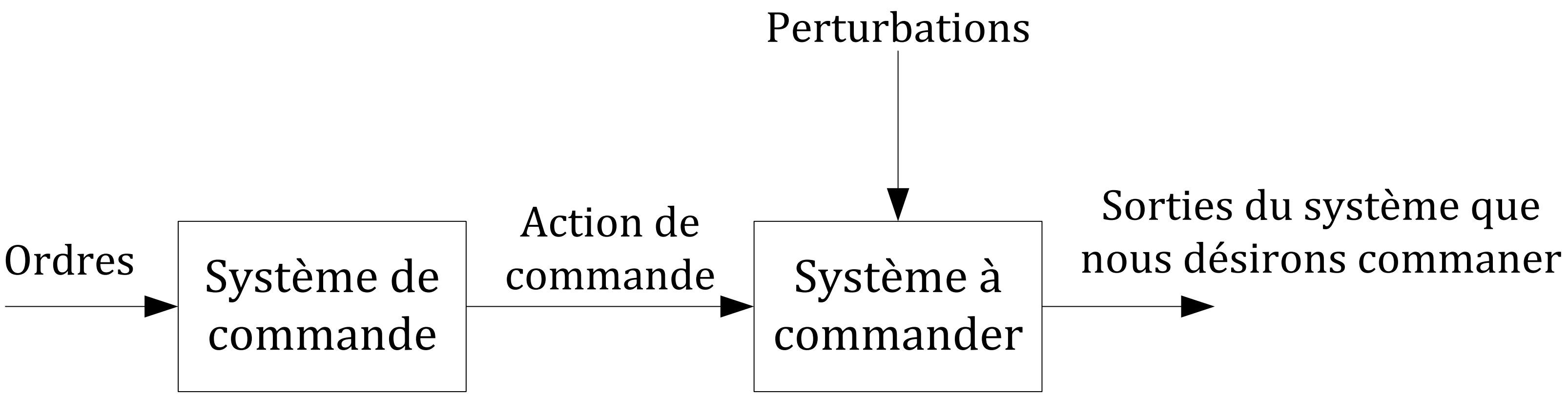
Nous distinguons :

- Signal d’entrée : indépendant du système et donné par des actionneurs,
- Signal de sortie : dépendant du système et du signal d’entrée.



Un système peut se voir comme une boîte noire qui possède des entrées sur lesquelles nous pouvons agir et des sorties qui permettent d'observer les réactions induites.

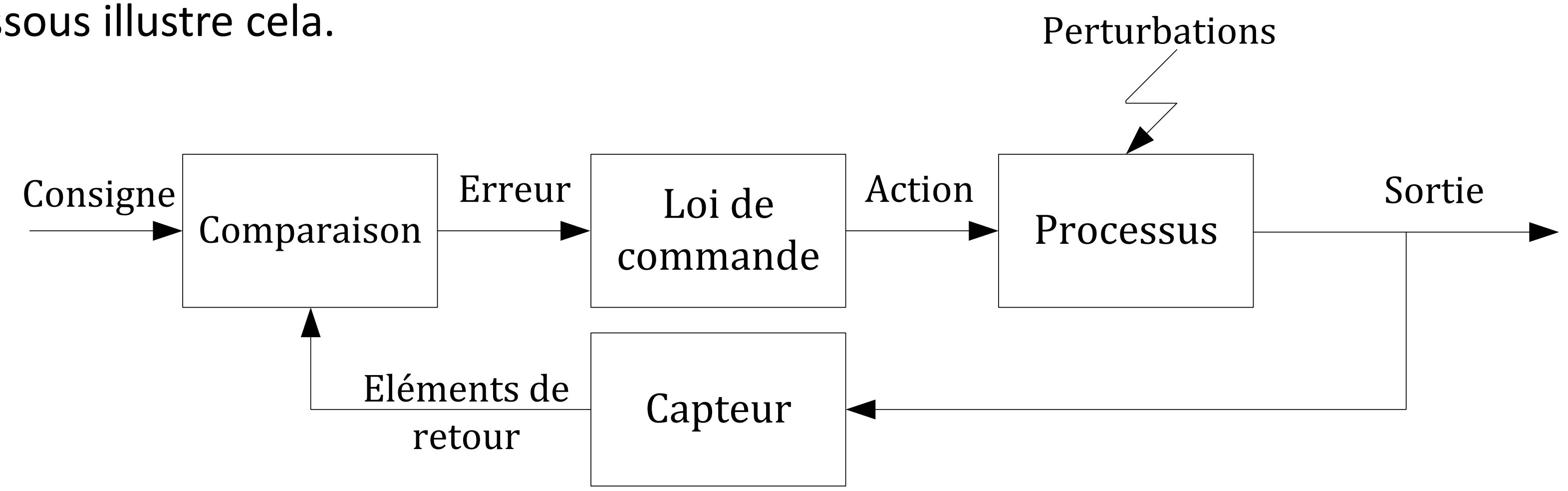
Le système est composé d'une partie de commande et d'une partie à commander. En effet, le but d'un système asservi est de pouvoir contrôler le signal de sortie suivant les signaux reçus en entrée. La notion de commande est de permettre à un système d'atteindre un but fixé. Le système à commander est le système sujet à la commande (four, moteur, réservoir...).



- Ordres : consigne ou le but fixé
- Action de commande : action susceptible de changer l'état du système à commander.
- Perturbation : variable aléatoire qui s'applique sur le système.

Le système précédent est en **BOUCLE OUVERTE** où il n'y a aucune interaction entre l'action de commande et la sortie du système (ex : chauffer une pièce sans contrôler la température, commander une machine sans savoir la vitesse de sortie, etc.).

Nous devons donc prendre en considération la sortie du système et la réintroduire dans le système de commande. Le schéma ci-dessous illustre cela.

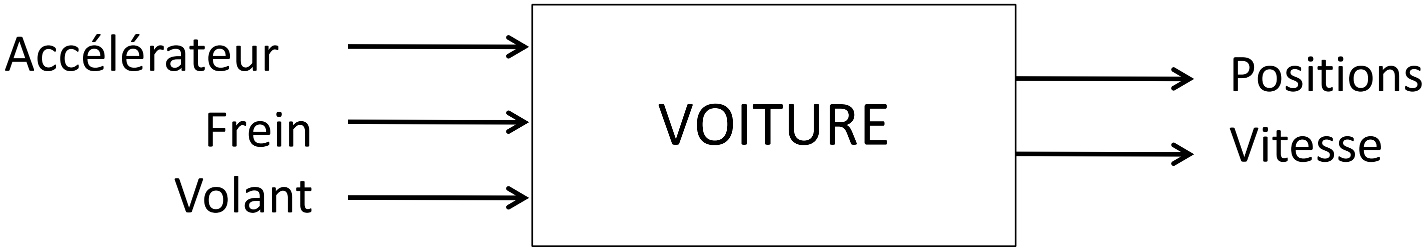


Cette représentation d'un système asservi est un système bouclé, possédant une rétroaction de la sortie sur l'entrée.

- Exemple : le système « voiture »

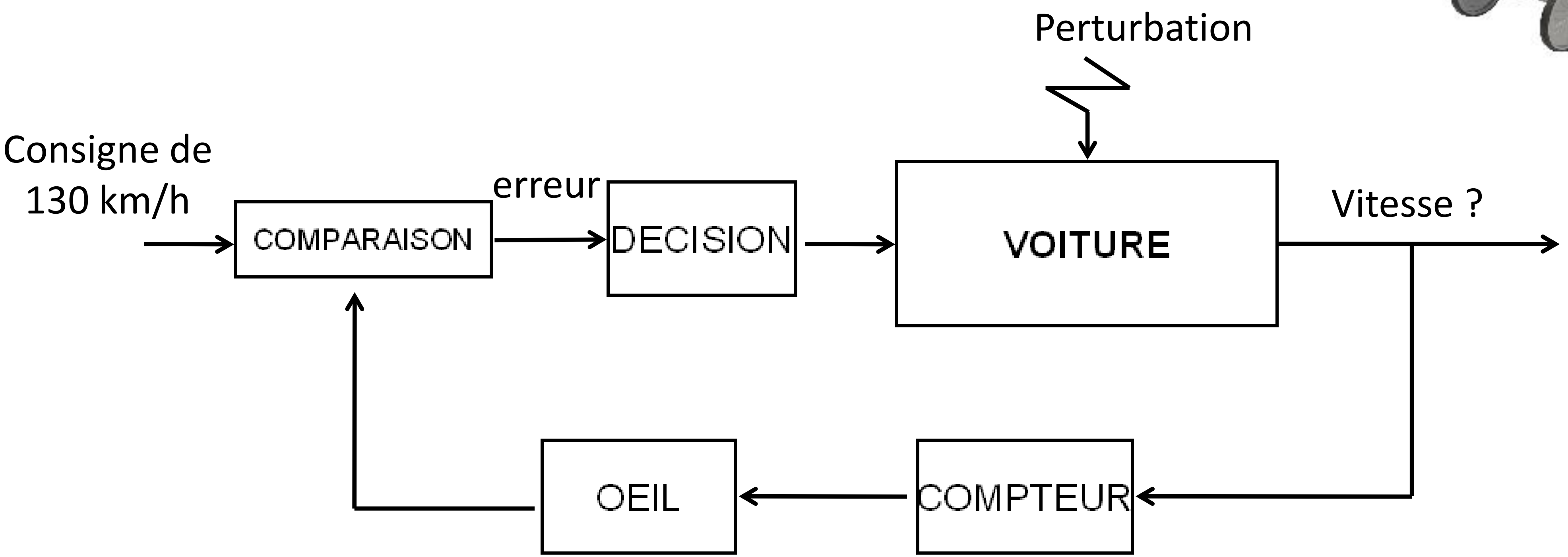
Entrées :
- Accélérateur
- Frein
- Volant

Sorties :
- Position latérale
- Position longitudinale
- Vitesse

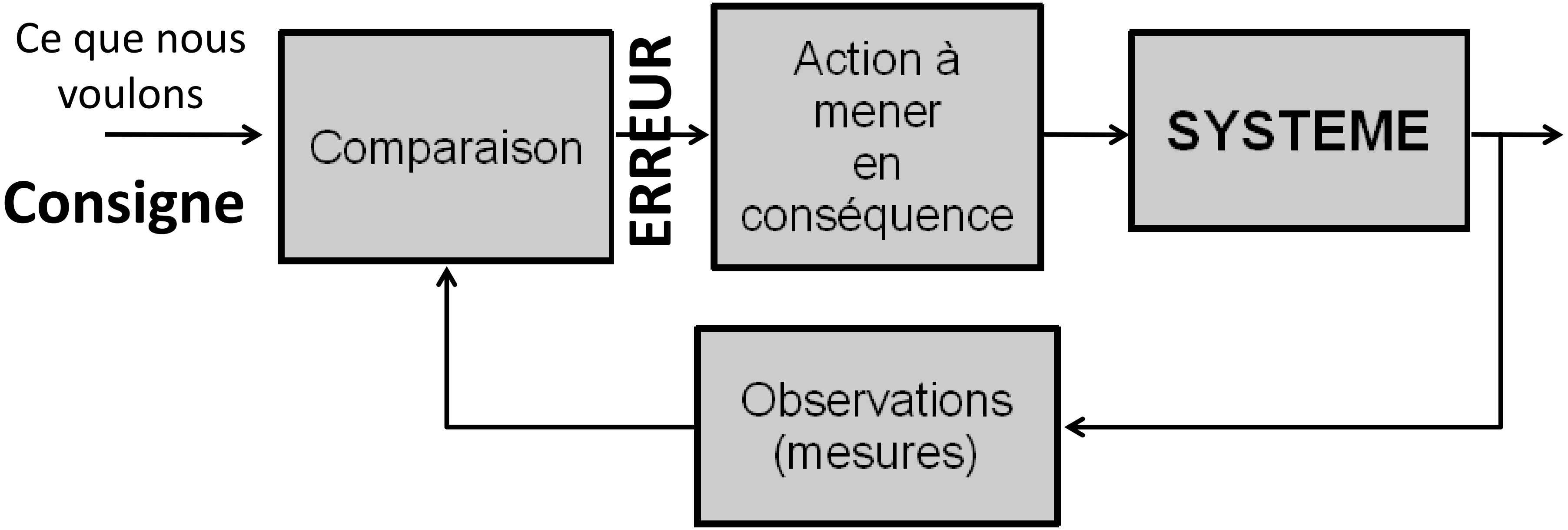


- Exemple : le système « voiture »

  Si nous nous intéressons à la vitesse de la voiture :
  nous sommes sur autoroute à 130 km/h



• Structure générale d'un système asservi



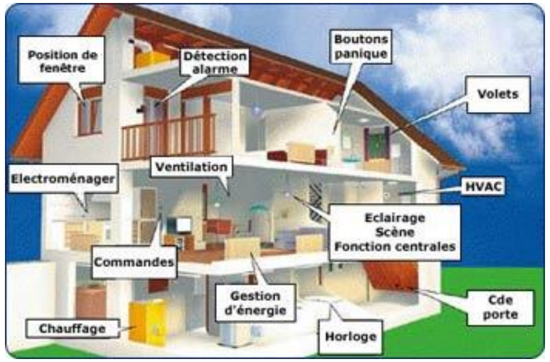
Un système est « asservi » si le signal de sortie est contrôlé suivant les signaux reçus en entrées. Il faut permettre au système d'atteindre le but fixé (Consigne) !

- Domaines d'applications :
  - Transport :

Métro

Pilote automatique

  - Bâtiment : chauffage, climatisation, domotique.



- Domaines d'applications :
  - Aérospatiale : guidage-pilotage d'avions / fusées, positionnement de satellites,...

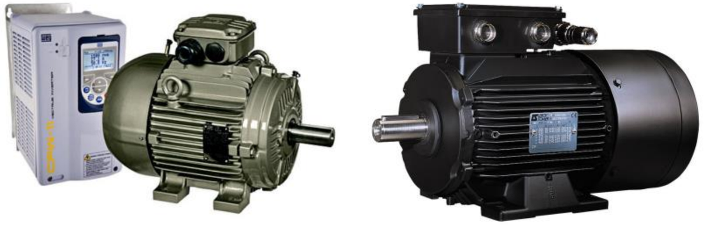


  - Machines outils : commande numérique pour l'usinage,...

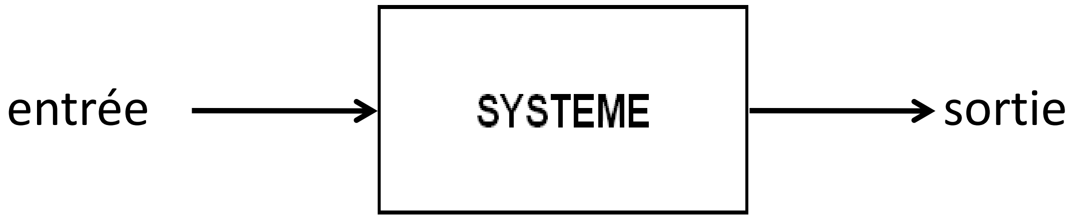
Découpe laser

Robot

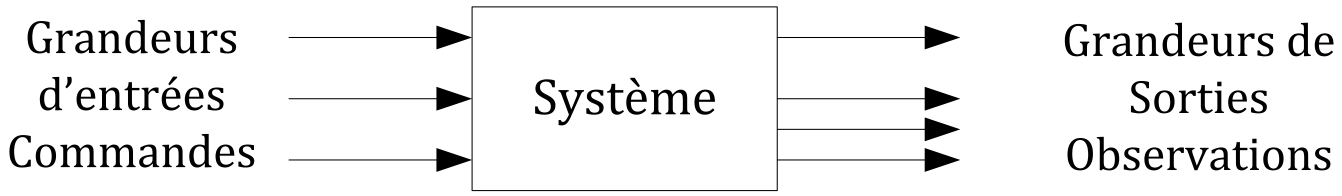
- Domaines d'applications :
  - Énergie - Électrotechnique : moteurs, générateurs, environnement ...



- Systèmes mono et multi-variables:
  - **SISO : Single Input Single Output**

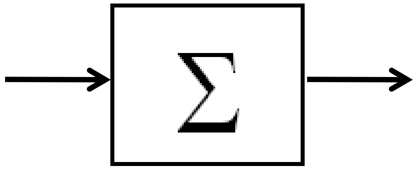


  - SIMO : Single Input Multiple Output
  - MISO : Multiple Input Single Output
  - MIMO : Multiple Input Multiple Output

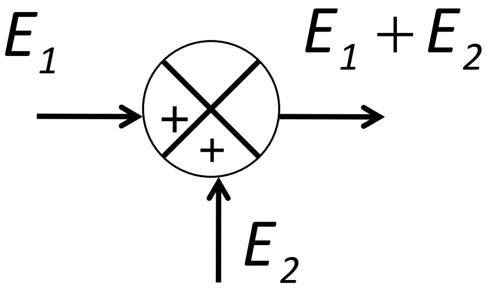


Dans le cadre de ce cours d'automatique continue, nous nous intéresserons uniquement aux systèmes SISO.

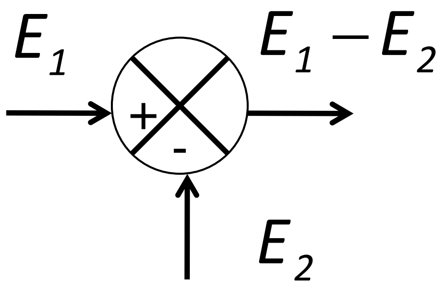
- Représentation des systèmes :



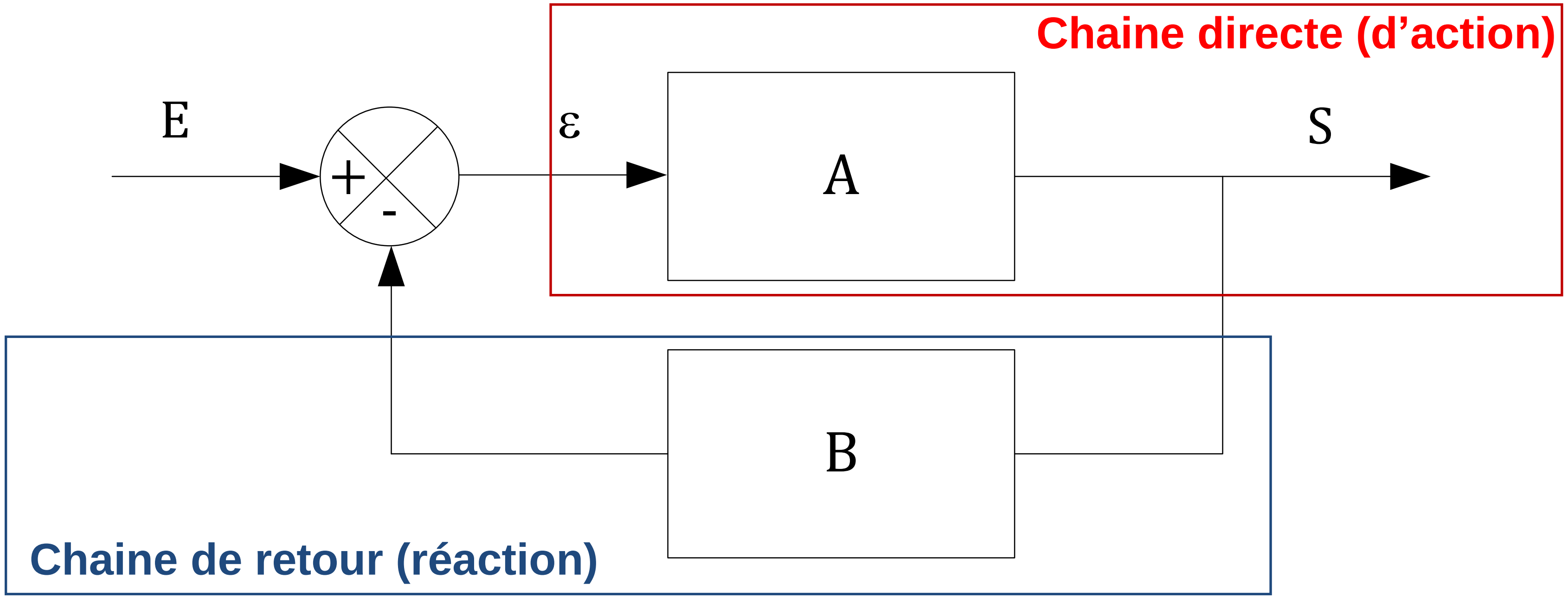
Système



Sommateur



Comparateur



Boucle fermée

Le système asservi (**un dispositif en boucle fermée**) est constitué d'une chaîne directe ou d'action (A) et d'une chaîne de retour ou d'une chaîne de contre réaction ou d'observation (B).

Dans la suite du cours, nous allons :

- Modéliser mathématiquement les systèmes que nous allons étudier (chapitre 2)
- Étudier le comportement des systèmes en fonction des consignes et de la modélisation : *quelle sera la température finale de mon four si je demande X° ? Est ce que mon système est stable ? (chapitre 3 à 7)*
- Observer les résultats obtenus et agir sur le système pour atteindre le but fixé (chapitre 8)

Nous chercherons surtout à analyser le système avant de le corriger si cela est nécessaire.

CHAPITRE 2

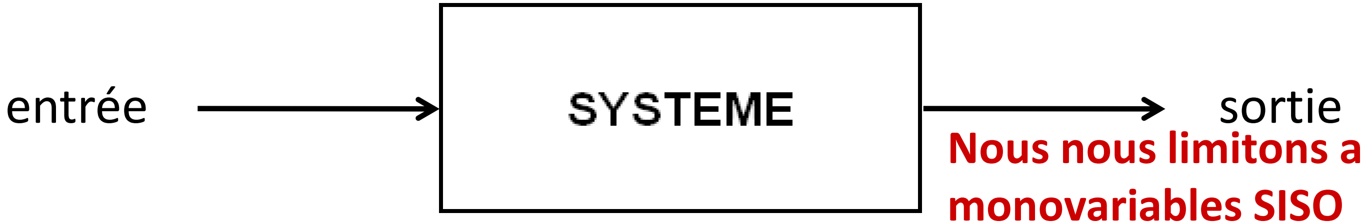
Modélisation mathématique des système

02

- **Principe :**

Le but de la modélisation est de déterminer les équations de fonctionnement ou de comportement de notre système.

TOUT SYSTEME PEUT ETRE DECRIT PAR DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES



Nous nous limitons aux Systèmes monovariables SISO

Schéma d'un système SISO

Nous cherchons à déterminer une relation entre l'entrée et la sortie (système monovariable) telle que :

$$f\left(e(t), s(t), \frac{de(t)}{dt}, \frac{ds(t)}{dt}, \ldots\right) = 0$$

•Équation différentielle

- Nous recherchons un modèle simplifié. Un modèle d'équation différentielle linéaire à coefficients constants est de la forme :

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i s(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j e(t)}{dt^j}$$

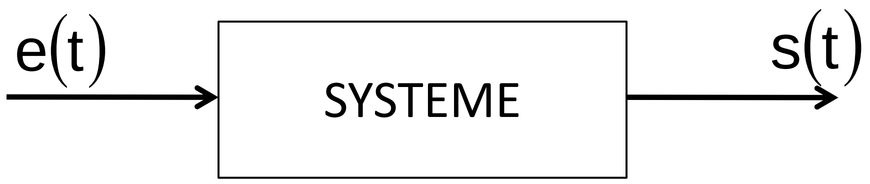
Avec :

- a_i et b_j : coefficients constants,
- n = ordre du système,
- un système physique est réalisable si n > m.

C'est un système d'ordre n (ordre = plus grande dérivée de la sortie). Dans un système physique, nous avons n > m.

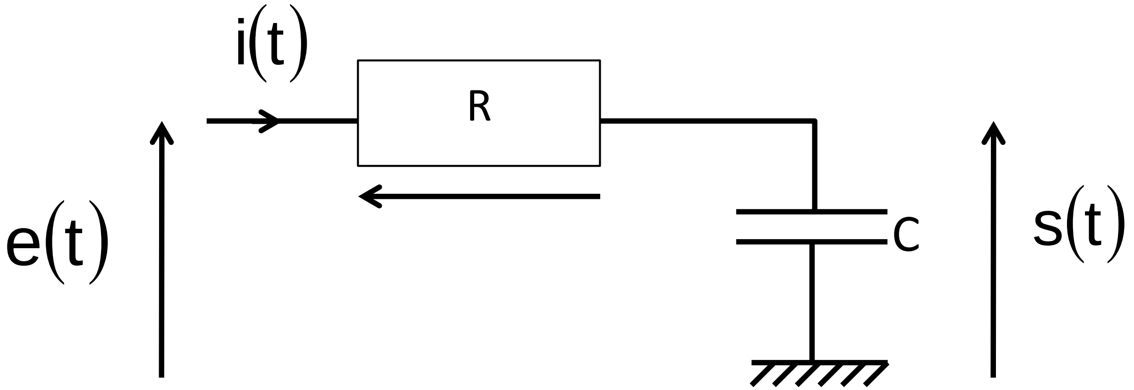
•Équation différentielle

•Exemple d'un schéma électrique



$$s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$

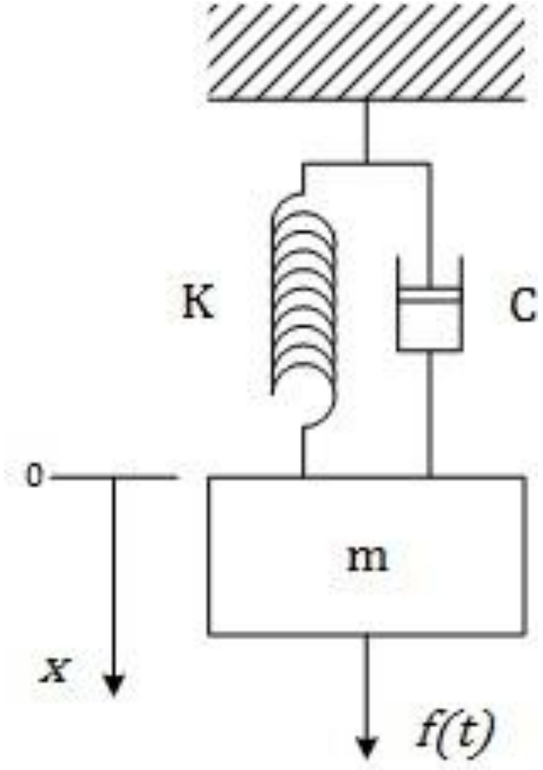
$$i(t)=\mathrm{C}\,\frac{d}{dt}\,s(t)$$



$$\begin{aligned} e(t) &= R.i(t) + s(t) \\ &= \mathrm{RC}\,\frac{d}{dt}\,s(t) + s(t) \end{aligned}$$

•Équation différentielle

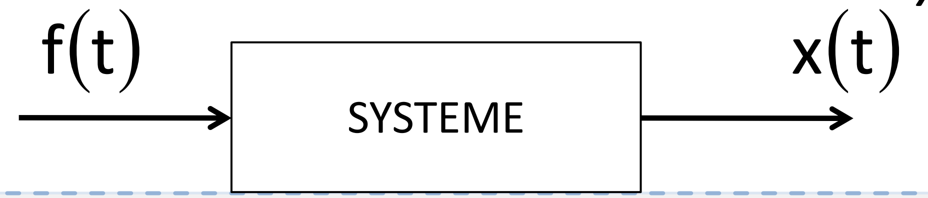
- Exemple d'un système mécanique : Il est constitué par une masse accrochée à un ressort



$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+c\frac{dx(t)}{dt}+kx(t)=f(t)$$

Avec :

- c : amortissement
- k : coefficient de raideur
- x(t) : le déplacement



•Équation différentielle

- Exemple d'un moteur à courant continu entraînant une charge :

L'entrée est la tension d'induit appliquée au moteur u(t) et la sortie est la vitesse de rotation de la charge Ω(t).

$$\Gamma_m(t) = k.i(t)$$

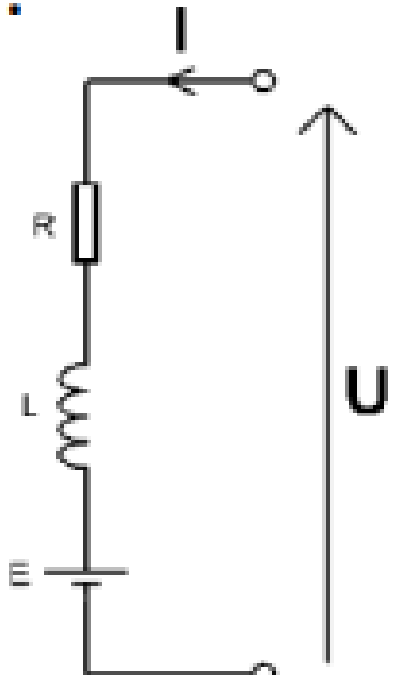
$$E(t) = k.\Omega(t)$$

$$U(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + E(t)$$

$$\Gamma_m(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + \Gamma_r(t) + f\Omega(t)$$

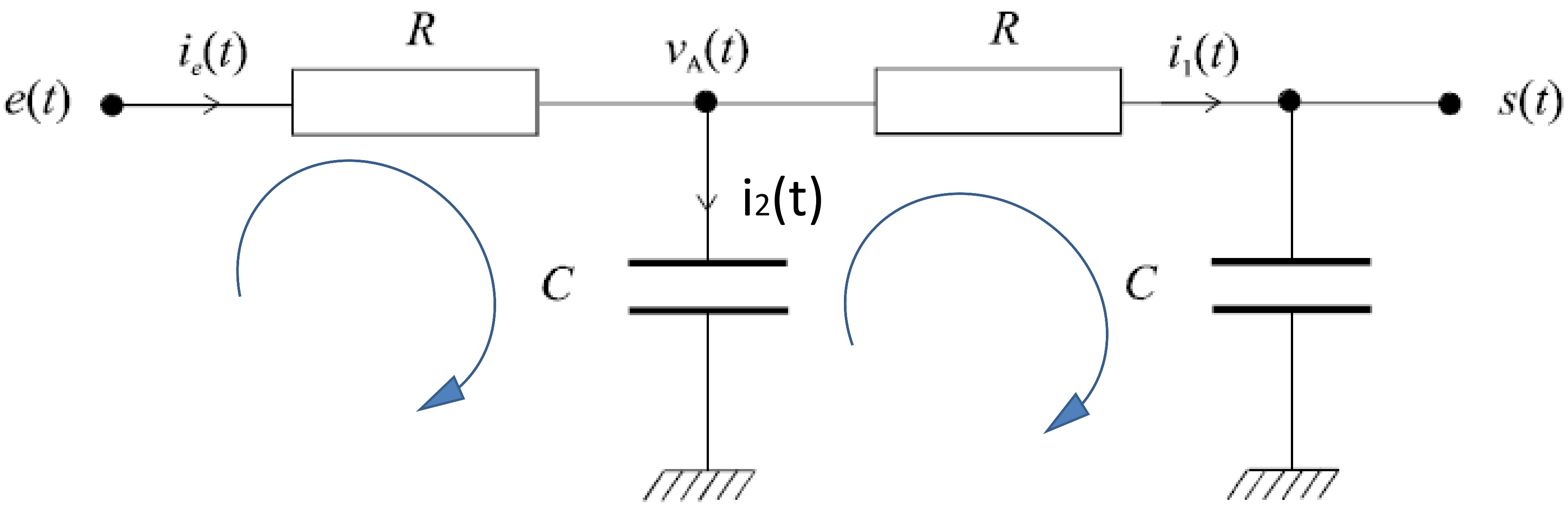
avec :

k : coef. proportionnalité
L : inductance d'induit
R : résistance d'induit
Γ_m : couple moteur
E : fcem
J : inertie totale
f : coef. de frottement visqueux
Γ_r : couple résistant



•Équation différentielle

- Exemple d'un schéma électrique



L'équation différentielle qui lie s(t) à e(t) :

$$R^2C^2\frac{d^2s}{dt^2} + 3RC\frac{ds}{dt} + s(t) = e(t)$$

•Équation différentielle

- Nous allons étudier les systèmes linéaires continus et réalisables :

Un système est dit linéaire si son comportement est décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i s(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j e(t)}{dt^j}$$

Avec :

- a_i et b_j : coefficients constants,
- n = ordre du système,
- un système physique est réalisable si n > m.

Dans de nombreux cas, il est difficile d'extraire et de résoudre les équations différentielles.

Nous allons donc utiliser la transformée de Laplace. C'est l'outil mathématique le plus important en automatique.

Le but de la modélisation mathématique est de déterminer les équations de fonctionnement ou de comportement de notre système.

- Transformée de Laplace (TL):

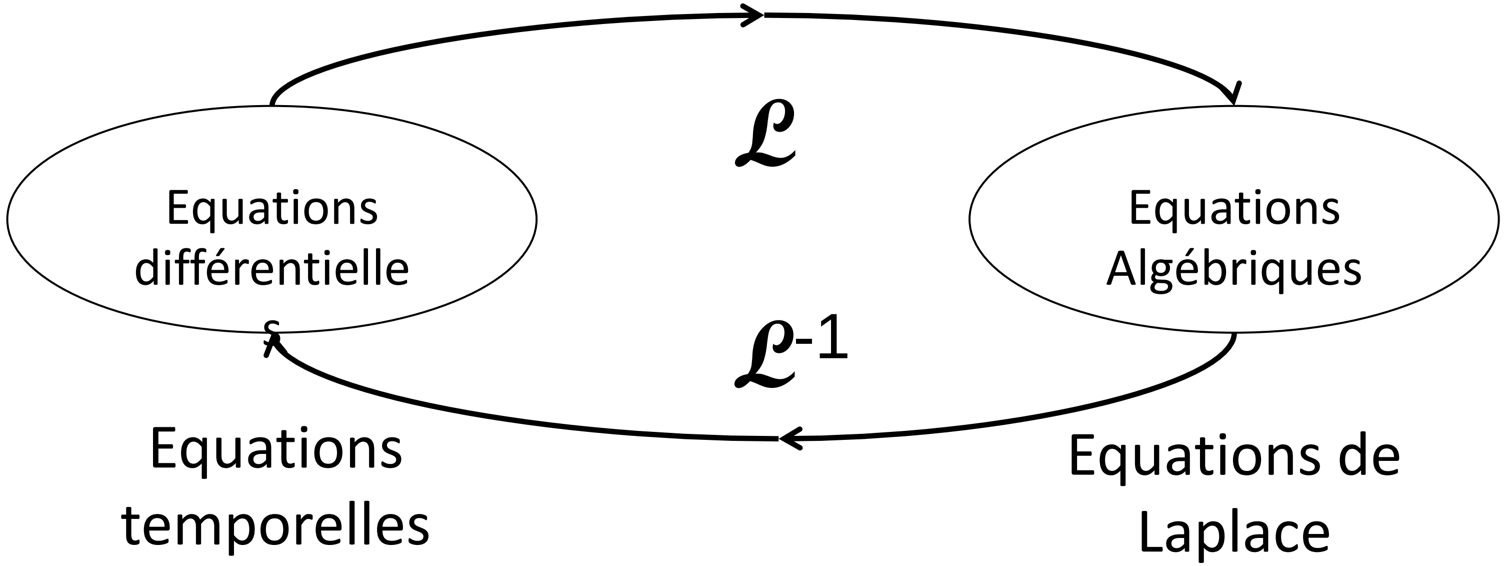
A toute fonction *f(t)*, nous faisons correspondre une fonction F(p) de variable complexe *p*. que nous appelons la transformée de Laplace de *f(t).*

Cette transformée est définie par :

$$F(p) = L(f(t)) = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

La transformée de Laplace est l'outil le plus important et permet la résolution dans le domaine <u>fréquentiel</u> de problèmes posés dans le domaine temporel.

- Transformée de Laplace (TL):



$$e(t) \xrightarrow{\quad\quad\mathcal{L}\quad\quad} E(p)$$

$$s(t) \xleftarrow[\quad\quad\mathcal{L}^{-1}\quad\quad]{} S(p)$$

• Propriétés de la TL :

Linéarité :

$$\mathrm{TL}\big(a.f(t) + b.g(t)\big) = a.F(p) + b.G(p)$$

Retard:

$$TL\big(f(t-\tau)\big) = F(p)e^{-p\tau}$$

Dérivation première :

$$TL\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = p.F(p) - f(0)$$

$$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = \int_0^{+\infty}\left(\frac{df(t)}{dt}\right)e^{-pt}dt = e^{-pt}f(t)|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty}f(t)(-pe^{-pt})dt$$
$$= -f(0) + p\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt = pF(p) - f(0)$$

Formule de l'intégration par partie:

$$\int_a^b u\,\mathrm{d}v = [uv]_a^b - \int_a^b v\,\mathrm{d}u.$$

• Propriétés de la TL :

Nous considérons dans la suite que les **conditions initiales sont nulles**.

Dérivation :

$$TL\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = p^n . F(p)$$

Intégration :

$$L\left(\int_0^t f(t)dt\right) = \frac{1}{p} F(p)$$

On suppose h(t)= $\int_0^t f(t)dt$; $\Longrightarrow$ h'(t) =f(t); $\Longrightarrow$ L{h'(t)}=L{f(t)}; $\Longrightarrow$ pH(p)=F(p) $\Longrightarrow$ H(p) $= L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{F(p)}{p}$

Le théorème de la valeur finale permet de connaître le comportement final de notre système:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} p . F(p)$$

- *Exercice C-1:*

Donner la transformée de Laplace de l'équation différentielle ci-dessous.

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+c\frac{dx(t)}{dt}+kx(t)=f(t)$$

$$m.p^2.X(p)+c.p.X(p)+k.X(p)=F(p)$$

$$(m.p^2+c.p+k).X(p)=F(p)$$

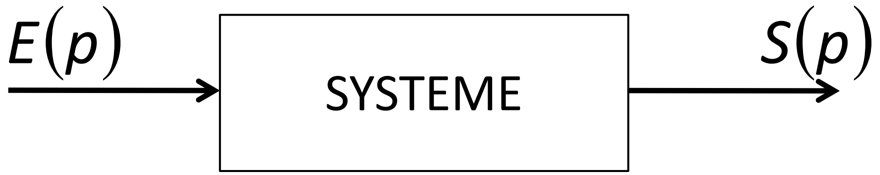
- ***Exercice C-2 :***

Donner la transformée de Laplace de l'équation différentielle ci-dessous.

	TL	
$\Gamma_m(t) = k.i(t)$	$\Longleftrightarrow$	$\Gamma_m(p) = k.I(p)$
$E(t) = k.\Omega(t)$		$E(p) = k.\Omega(p)$
$U(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + E(t)$		$U(p) = R.I(p) + L.p.I(p) + E(p)$
$\Gamma_m(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + \Gamma_r(t) + f\Omega(t)$		$\Gamma_m(p) = J.p.\Omega(p) + \Gamma_r(p) + f\Omega(p)$

•Fonction de transfert :

Nous appelons fonction de transfert, le rapport des deux polynômes associés à l'entrée et à la sortie de notre système.



Soit le système Σ régi par l'équation suivante : $\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i s(t)}{d^i t} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j e(t)}{d^j t}$ avec des **conditions initiales nulles**, nous obtenons comme transformée de Laplace :

$$S(p) = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j . p^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i . p^i} . E(p) \text{ avec } m < n$$

Nous définissons alors la fonction de transfert $G(p)$ caractéristique du système par :

$$S(p) = G(p) . E(p) \text{ avec } G(p) = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j . p^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i . p^i}$$

•Fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j . p^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i . p^i} = \frac{K}{p^{\alpha}} \times \frac{1 + \cdots p + \cdots p^2 + \cdots + \cdots p^m}{1 + \cdots p + \cdots p^2 + \cdots + \ldots p^{n-\alpha}}$$

K: gain statique
α: classe du système
n: ordre du système (degré de dénominateur)

Exemple 1: Factoriser par les termes de plus petit ordre

$$H(p) = \frac{2 + 3p + 5p^2}{3p^2 + 4p^3 + 7p^5} \xrightarrow[\text{canonique}]{\text{forme}} H(p) = \frac{2}{3p^2} \, \frac{1 + \frac{3}{2}p + \frac{5}{2}p^2}{1 + \frac{4}{3}p + \frac{7}{3}p^3}$$

Classe du système = 2
Ordre du système = 5
Gain statique = 2/3

Exemple 2: soit $G(p) = \frac{K}{p(p^2+p+3)} = \frac{K}{3p} \frac{1}{\frac{1}{3}p^2 + \frac{1}{3}p + 1}$

La fonction de transfert $\mathrm{G(p)}$ est une fonction d'ordre 3, de classe 1 et de gain statique K/3.

•Fonction de transfert :

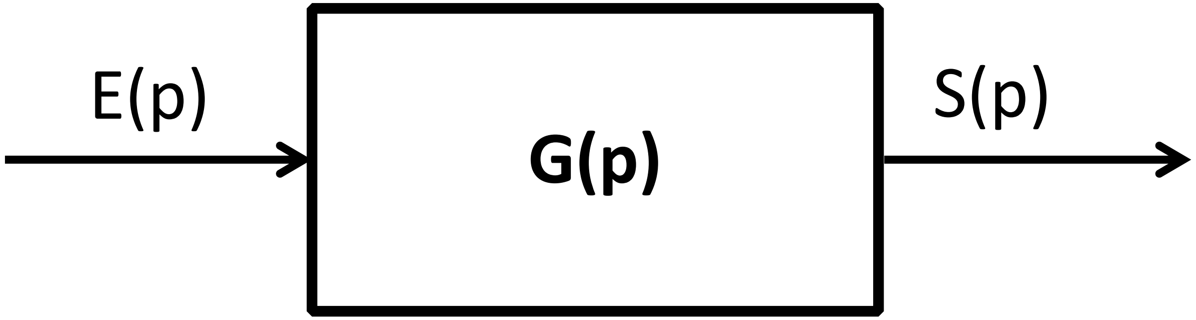
- Représentation des systèmes par un schéma bloc :

  - Dans certains cas, il est plus simple de représenter un système sous forme d'un schéma pour en déduire la fonction de transfert complète.

  - Pour **chacune** des équations différentielles, écrites ensuite sous Laplace, nous la représentons sous la forme d'un bloc **unique** et nous « assemblons » ces différents blocs.

- Fonction de transfert :

  - Représentation des systèmes par un schéma bloc :

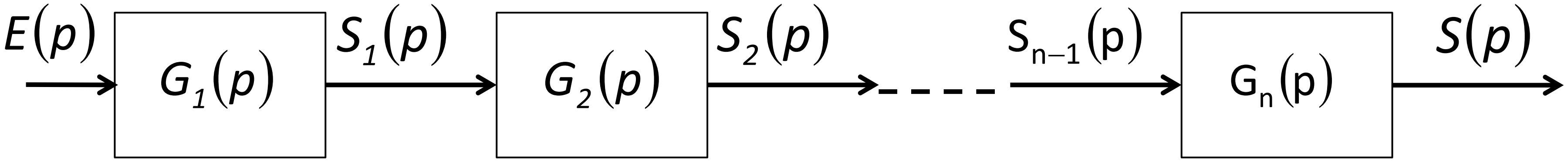


$$E(p).G(p) = S(p)$$

$$S(p) = G(p).E(p)$$

•Fonction de transfert :

• Fonction de transfert pour des systèmes en série :



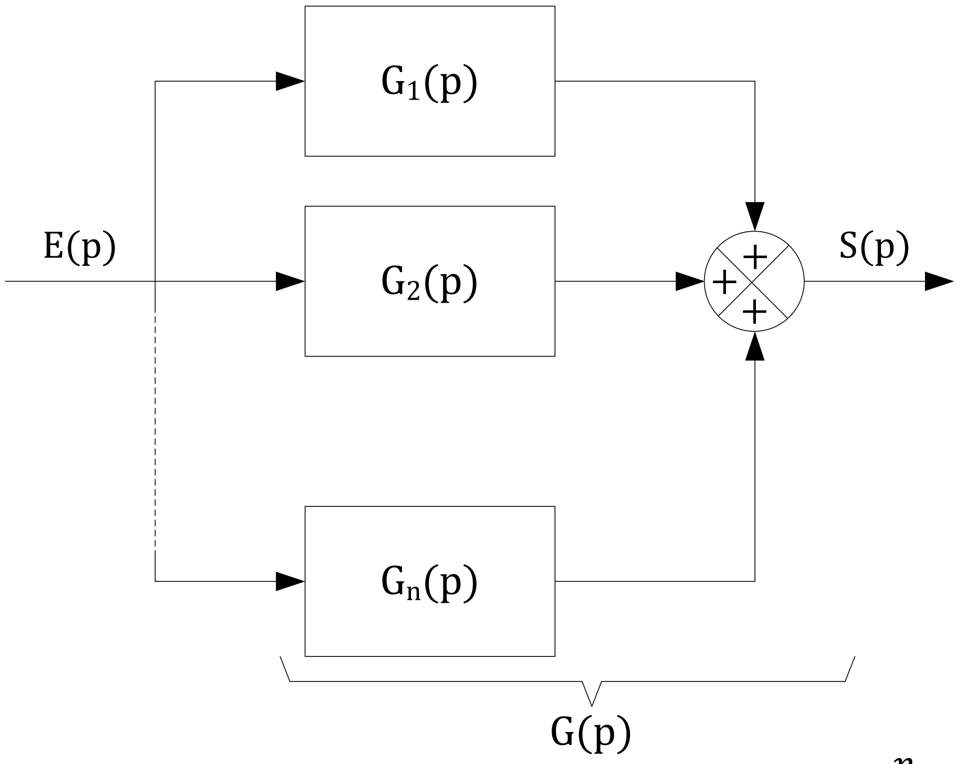
$$G_1(p)=\frac{S_1(p)}{E(p)} \qquad G_2(p)=\frac{S_2(p)}{S_1(p)} \qquad G_n(p)=\frac{S(p)}{S_{n-1}(p)}$$

$$E(p).G_1(p)=S_1(p) \qquad S_1(p).G_2(p)=S_2(p) \qquad S_{n-1}(p).G_n(p)=S(p)$$

$$E(p).G_1(p).G_2(p).\cdots.G_n(p)=S(p)$$

$$G(p)=G_1(p).G_2(p).G_3(p).\ldots.G_n(p)=\prod_{i=1}^{n} G_i(p)$$

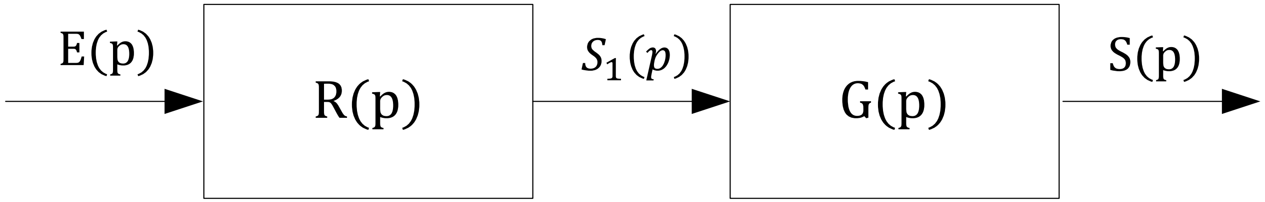
- Fonction de transfert :
    - Fonction de transfert pour des systèmes en parallèle :



$$G(p) = G_1(p) + G_2(p) + G_3(p) + \cdots + G_n(p) = \sum_{i=1}^{n} G_i(p)$$

• *<u>Exercice C-3</u>* (partie 1)

Exprimer la sortie S(p) en fonction de l'entrée E(p).



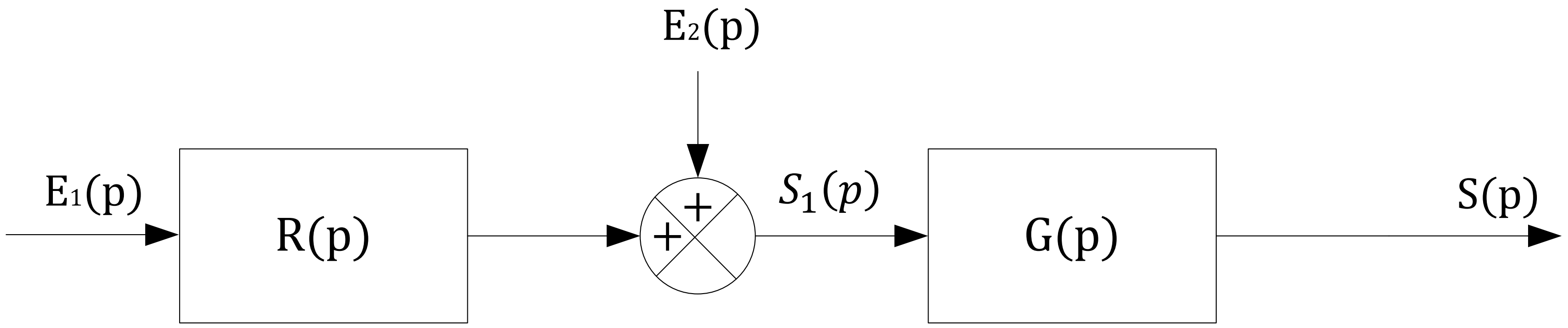
$$S(p) = G(p).S_1(p)$$

Et : $$S_1(p) = R(p).E(p)$$

Alors : $$S(p) = G(p).R(p).E(p)$$

•*<u>Exercice C-3</u>* (partie 2)

Exprimer la sortie S(p) en fonction de l'entrée $E_1(p)$ et $E_2(p)$.

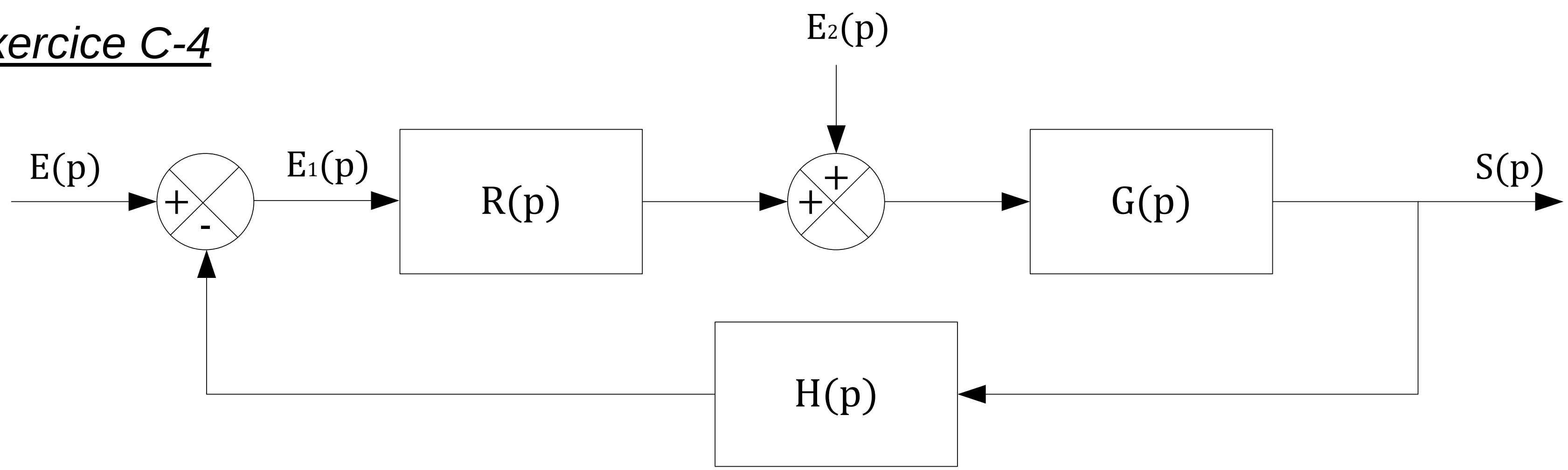


$$S(p) = G(p).S_1(p)$$

Et : $$S_1(p) = E_2(p) + R(p).E_1(p)$$

Alors : $$S(p) = G(p).(E_2(p) + R(p).E_1(p))$$

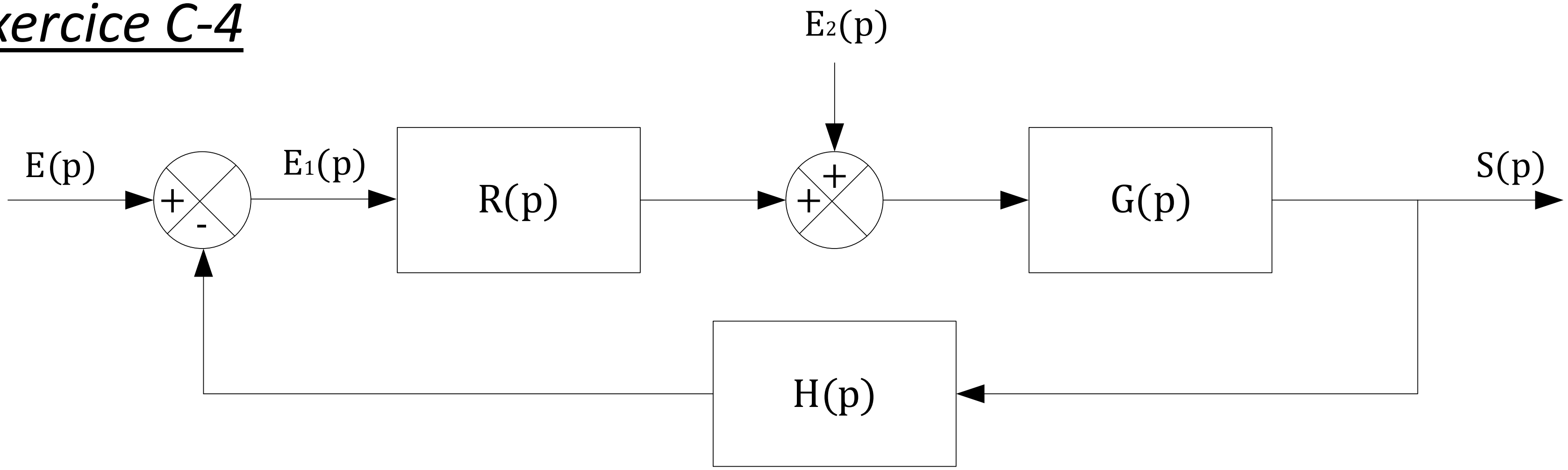
• ***Exercice C-4***



1- Exprimer la sortie S(p) en fonction de l'entrée $E_1(p)$ et $E_2(p)$.

$$S(p) = G(p).\left(E_2(p) + R(p).E_1(p)\right)$$

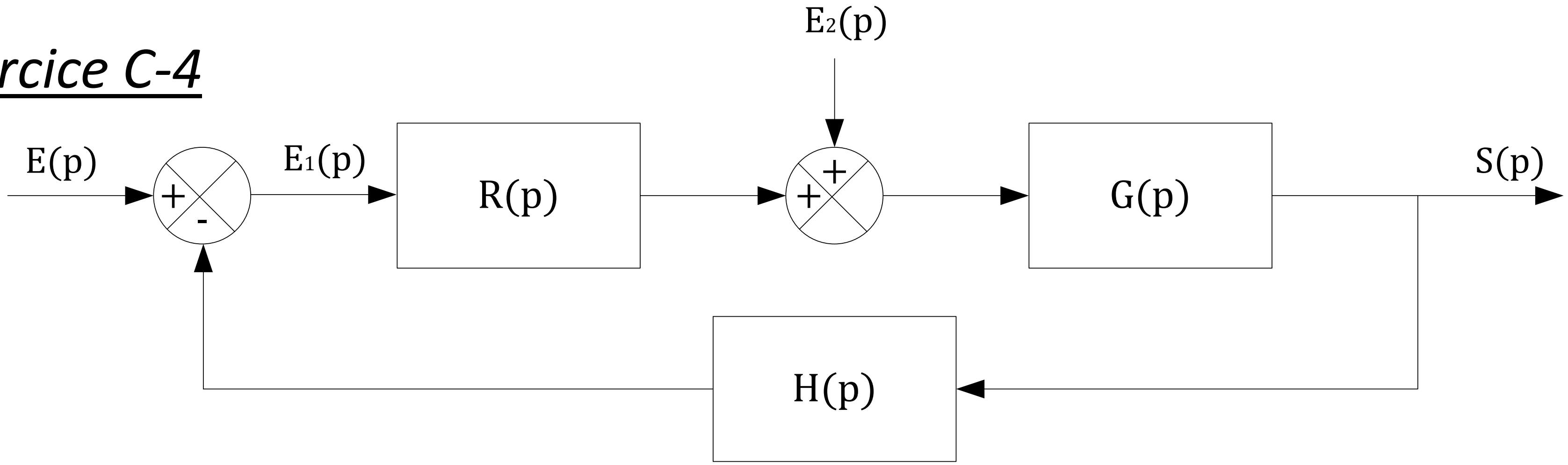
• ***Exercice C-4***



2- Exprimer $E_1(p)$ en fonction de E(p) et S(p) .

$$E_1(p) = E(p) - H(p).S(p)$$

• ***Exercice C-4***



3- Exprimer S(p) en fonction de E(p) et E_2(p) .

$$S(p) = G(p).(E_2(p) + R(p).(E(p) - H(p).S(p)))$$

$$S(p) = G(p).(E_2(p) + R(p).E(p) - R(p).H(p).S(p))$$
$$= G(p).(E_2(p) + R(p).E(p)) - G(p).R(p).H(p).S(p)$$

$$S(p)\big(1 + G(p).R(p).H(p)\big) = G(p).(E_2(p) + R(p).E(p))$$

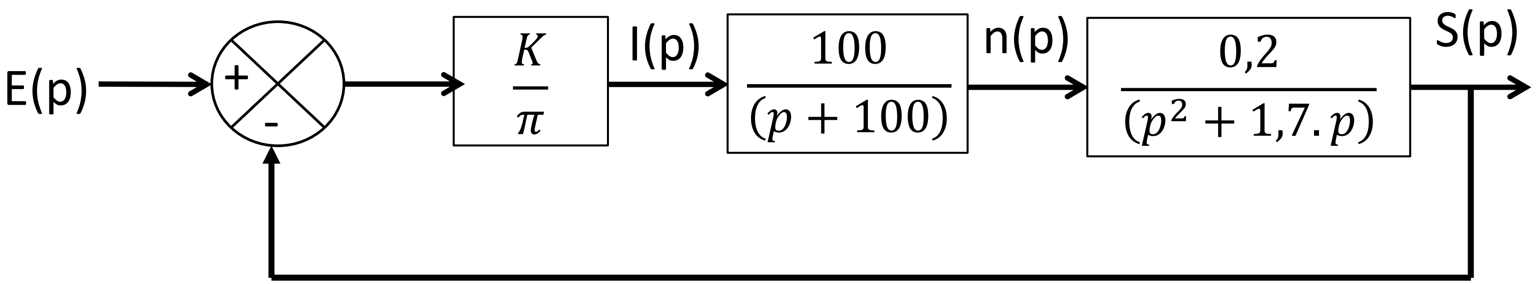
$$S(p) = \frac{G(p)}{\big(1+G(p).R(p).H(p)\big)}E_2(p) + \frac{G(p).R(p)}{\big(1+G(p).R(p).H(p)\big)}E(p)$$

- Représentation des systèmes par un schéma bloc :
  - <u>*Exercice C-5*</u> *: Faire le schéma bloc du système décrit par les équations suivantes :*

$$\begin{cases} i(t) = \dfrac{K}{\pi}\left(e(t) - s(t)\right) \\ \dfrac{dn(t)}{dt} + 100.n(t) = 100.i(t) \\ \dfrac{d^2s(t)}{dt^2} + 1{,}7.\dfrac{ds(t)}{dt} = 0{,}2.n(t) \end{cases}$$

TL

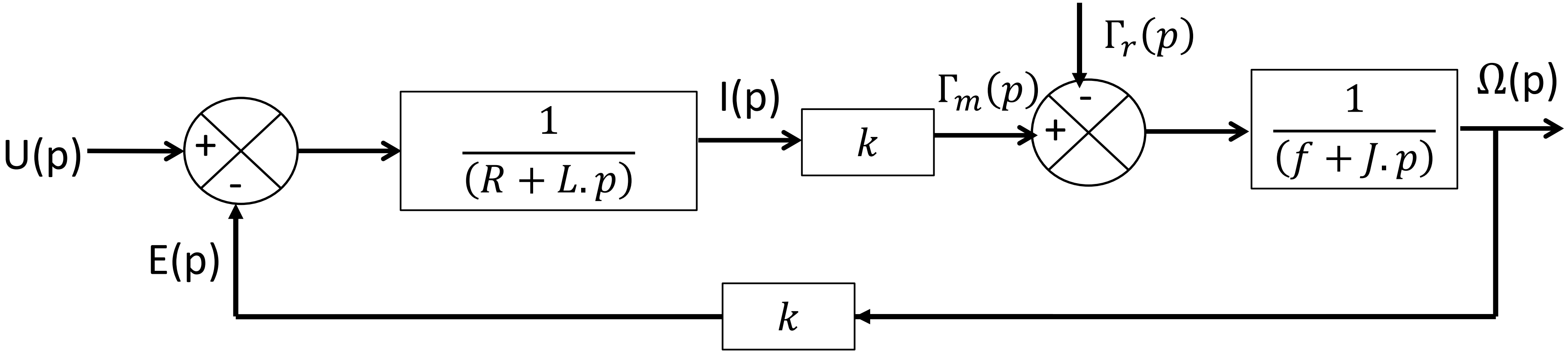
$$\begin{cases} I(p) = \frac{K}{\pi}\left(E(p) - S(p)\right) \\ p.n(p) + 100.n(p) = 100.I(p) \\ \qquad n(p) = \frac{100}{(p+100)} I(p) \\ p^2 S(p) + 1{,}7.p.S(p) = 0{,}2.n(p) \\ \qquad S(p) = \frac{0{,}2}{(p^2+1{,}7.p)} n(p) \end{cases}$$



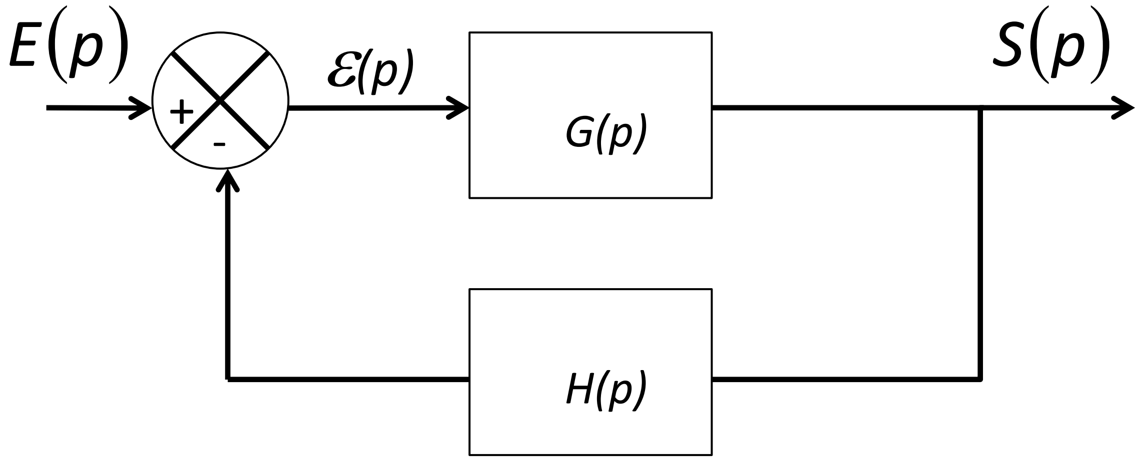
- Représentation des systèmes par un schéma bloc :

  - ***Exercice C-6*** *:* Exemple du moteur à courant continu (entrée u(t), sortie Ω(t))

$$\begin{cases} \Gamma_m(t) = k.i(t) \\ e(t) = k.\Omega(t) \\ u(t) = r.i(t) + L.\dfrac{di(t)}{dt} + e(t) \\ \Gamma_m(t) = J\dfrac{d\Omega(t)}{dt} + \Gamma_r(t) + f\Omega(t) \end{cases} \quad \overset{TL}{\Longleftrightarrow} \quad \begin{cases} \Gamma_m(p) = k.I(p) \\ \mathrm{E(p) = k.\Omega(p)} \\ \mathrm{U(p) = R.I(p) + L.p.I(p) + E(p)} \\ \mathrm{I(p)} = \dfrac{1}{(R+L.p)}\,\mathrm{(U(p) - E(p))} \\ \Gamma_m(p) = J.p.\Omega(p) + \Gamma_r(p) + f\Omega(p) \\ \Omega(p) = \dfrac{1}{(f+J.p)}(\Gamma_m(p) - \Gamma_r(p)) \end{cases}$$



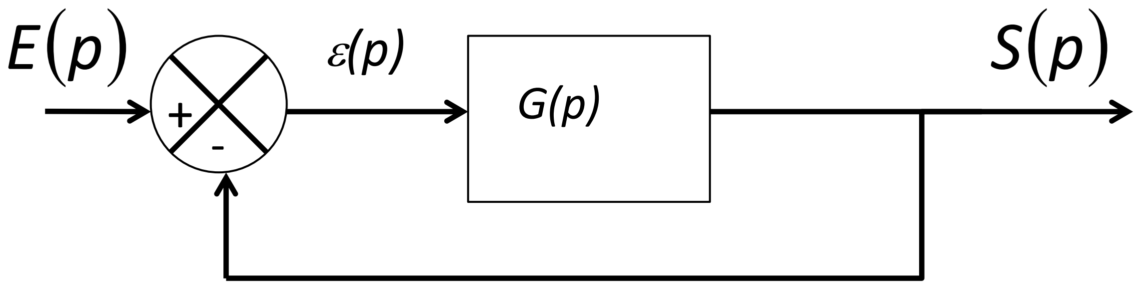
- Fonction de transfert pour une boucle de retour :



La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_{BF}(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p).H(p)}$$

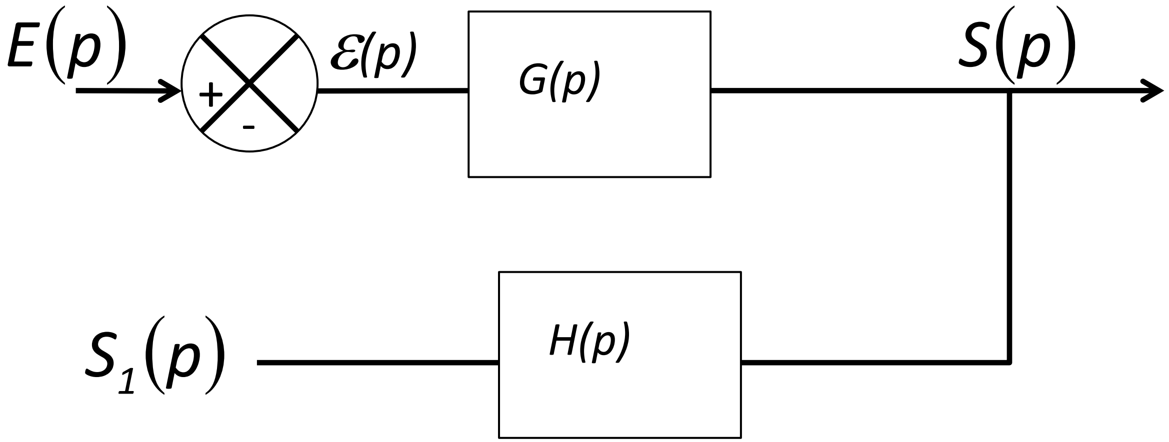
- Fonction de transfert pour une boucle à retour unitaire :



La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_{BF}(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)}$$

- Fonction de transfert en boucle ouverte (BO):



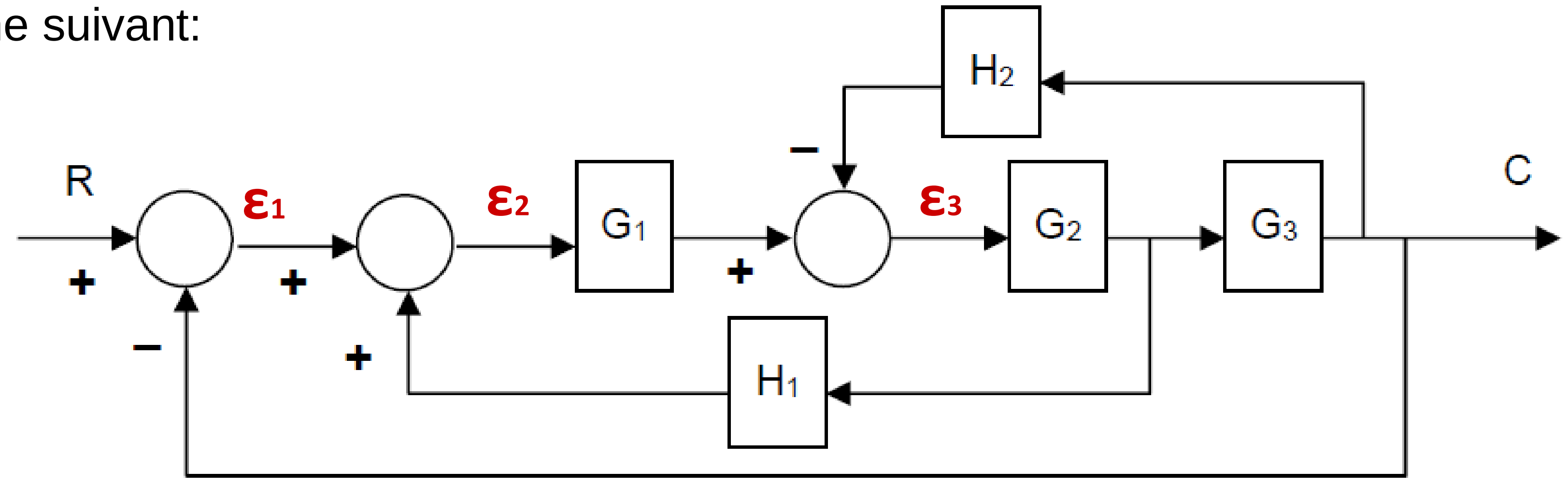
A partir de la boucle fermée (BF), on « déconnecte » le retour !

$$H_{BO}(p) = \frac{S_1(p)}{E(p)} = G(p).H(p)$$

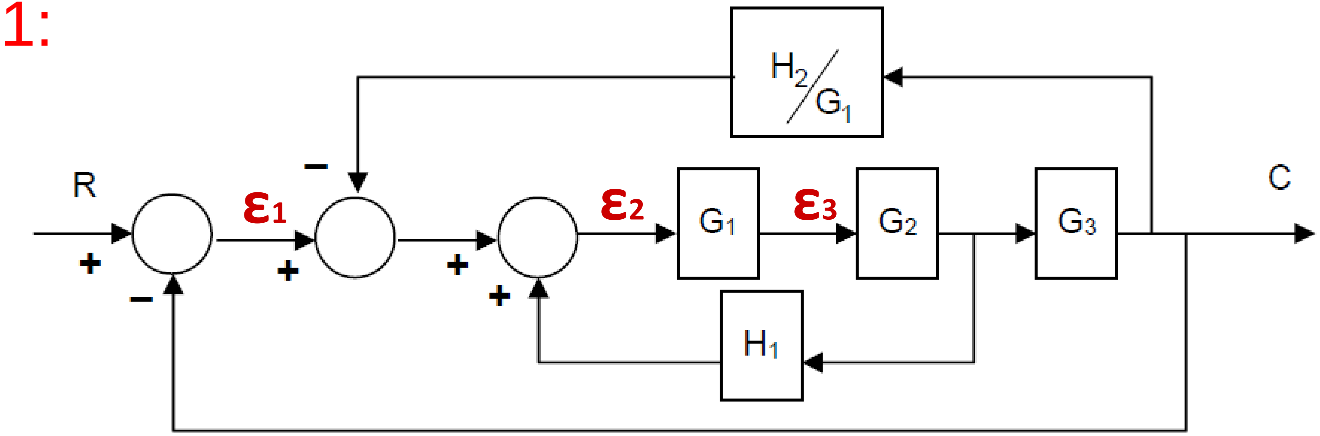
Fonction de transfert en boucle fermée à retour unitaire ($H(p) = 1$) :

$$H_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)}$$

Exemple 2 : Simplifier le diagramme suivant:

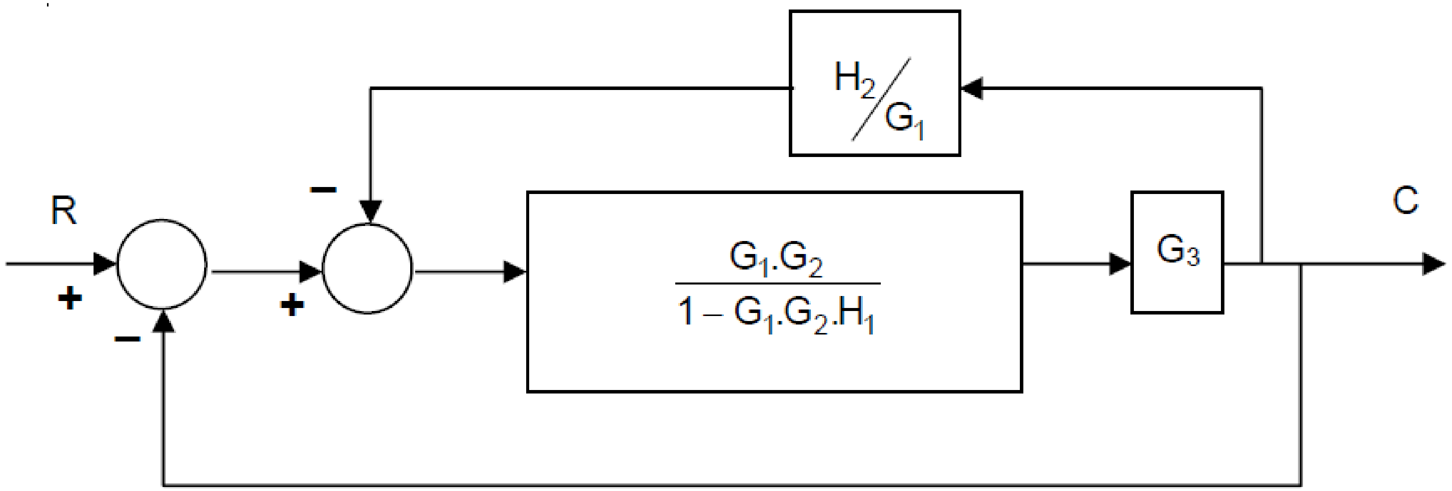


Etape 1:

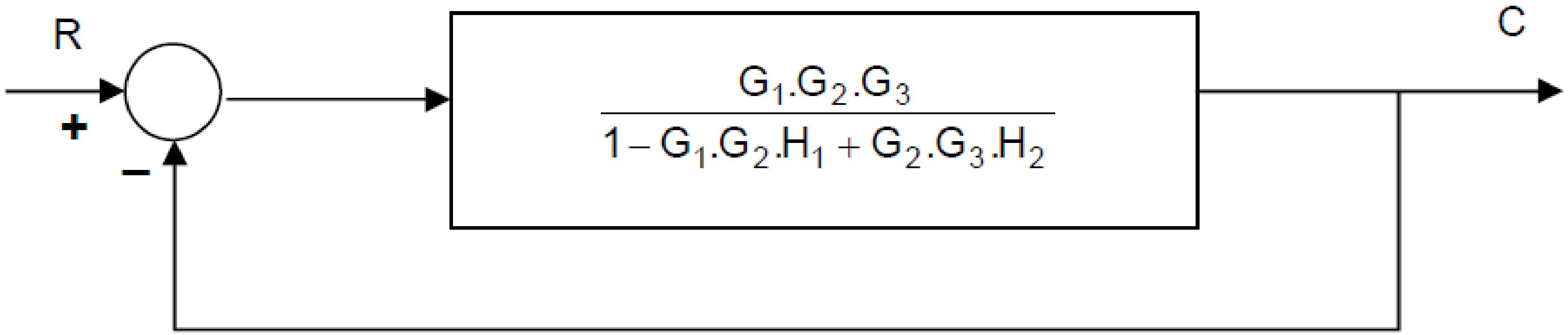


Exemple 2 :

Etape 2:

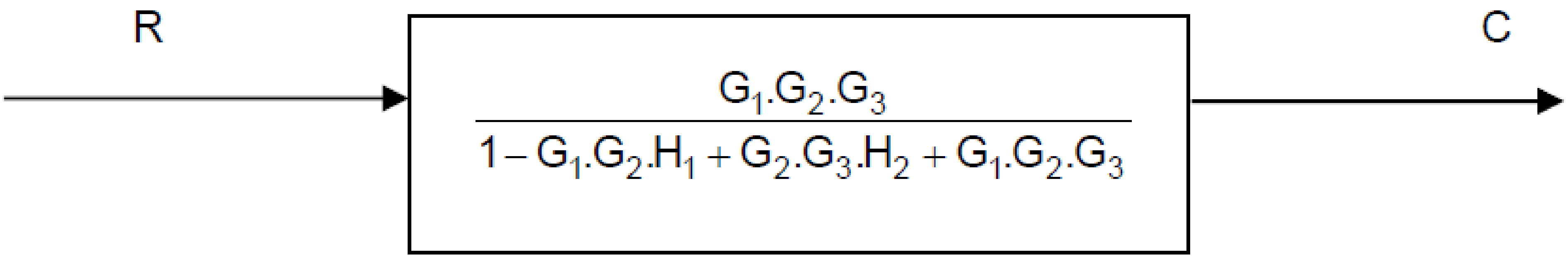


Etape 3:



Exemple 2 :

Etape 4:



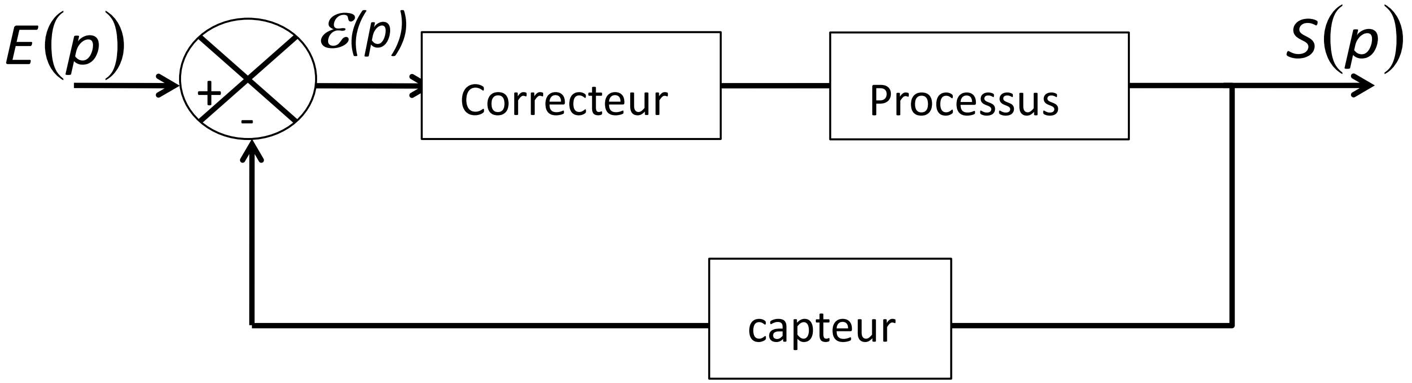
•Classification des asservissements

Un système de commande en boucle fermée permet de compenser des perturbations externes, de compenser des incertitudes internes au processus (ex : moteur qui chauffe) et de garantir la stabilité du système.

Par conséquent nous pouvons définir deux notions :

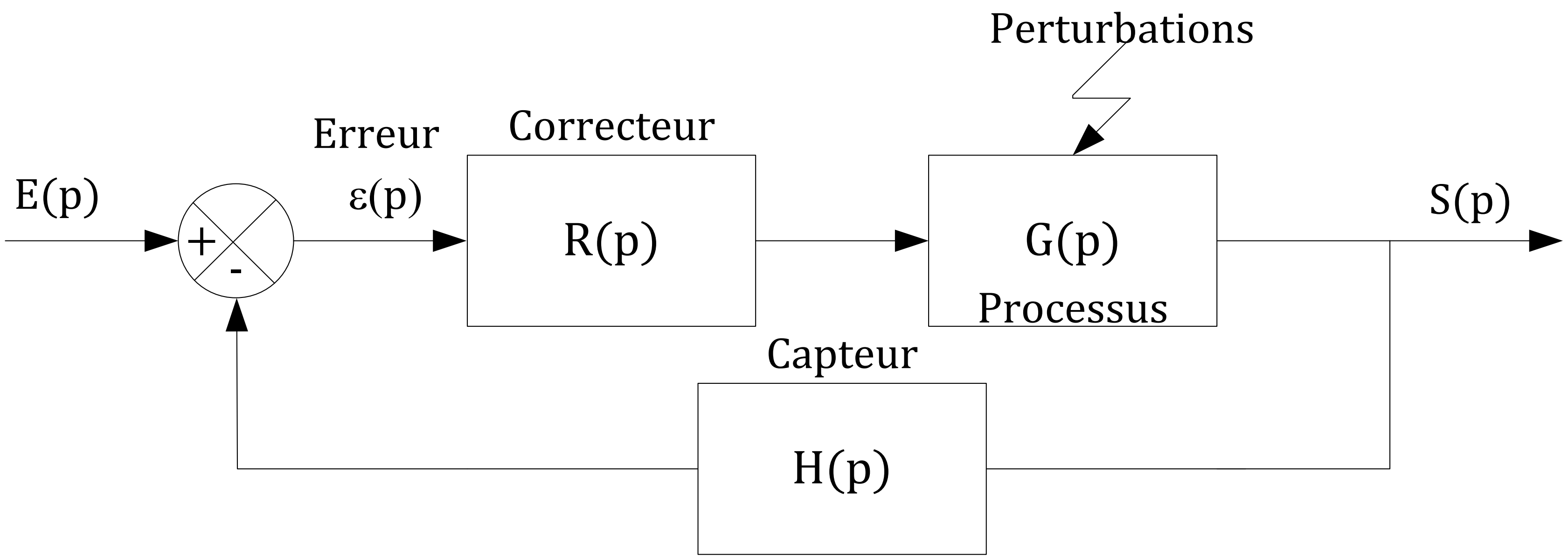
1. **Poursuite,**
2. **Régulation.**

➢ **POURSUITE** : La poursuite par la sortie d'une consigne qui peut être variable au cours du temps. Si la consigne varie, la perturbation est supposée constante (variation de la perturbation nulle). Nous souhaitons avoir dans ce cas une erreur nulle.

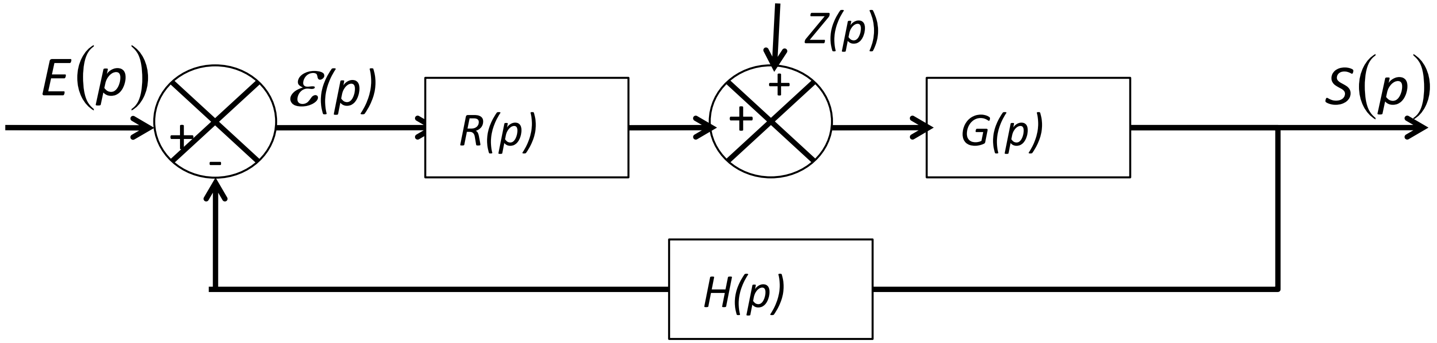


•Classification des asservissements

➢**<u>REGULATION</u>** : La régulation est la compensation des perturbations variables sur la sortie pour une <u>consigne constante</u> (variation nulle). Dans le cadre de la régulation, nous annulons la variation de l'entrée pour ne nous occuper que des perturbations.



Classification des asservissements



- Dans le cadre de la poursuite, la consigne est variable. La fonction de transfert associée est donc :

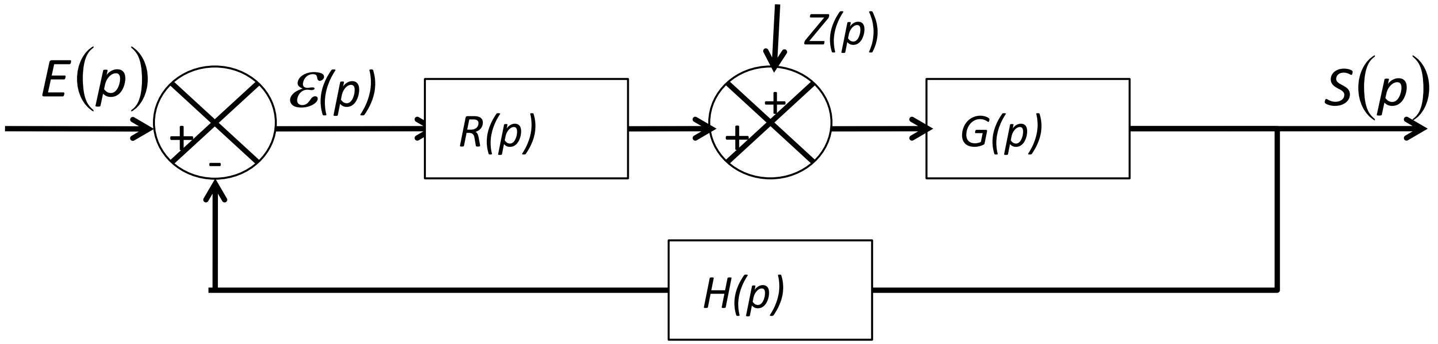
$$\mathbf{H_{bf\ pours}(p)} = \frac{\boldsymbol{S(p)}}{\boldsymbol{E(p)}}$$

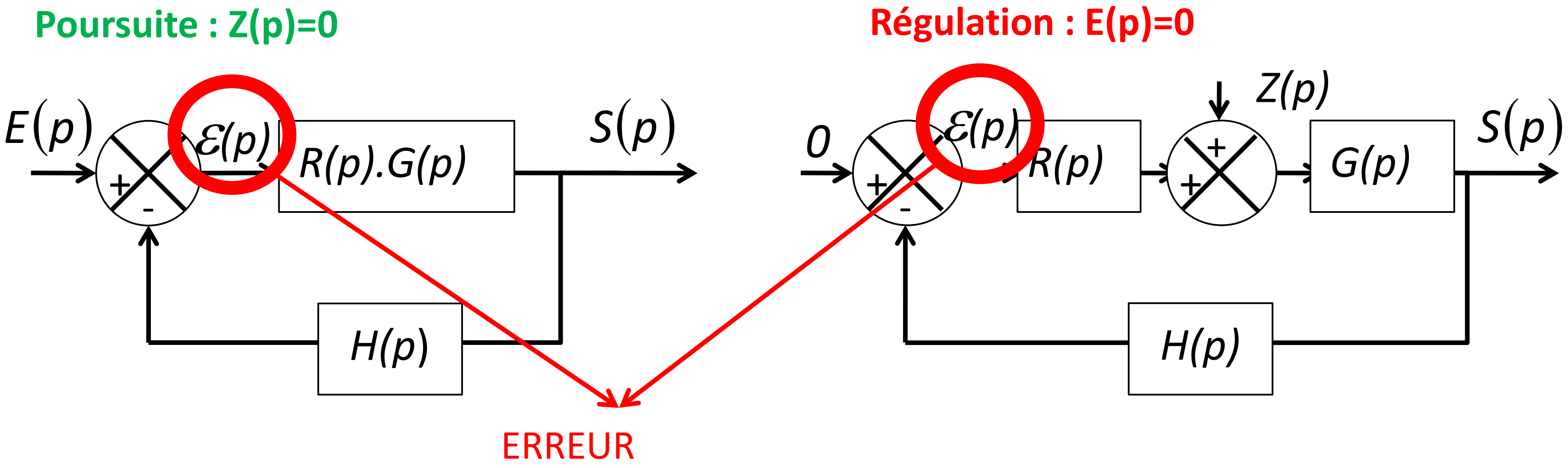
Dans le cadre de la régulation, la consigne est constante et nous ne nous intéressons qu'aux perturbations. La fonction de transfert sera alors :

$$\mathbf{H_{bf\ reg}(p)} = \frac{\boldsymbol{S(p)}}{\boldsymbol{Z(p)}}$$

Dans les deux cas, l'erreur en régulation ou l'erreur en poursuite se calcule au même endroit du schéma bloc!

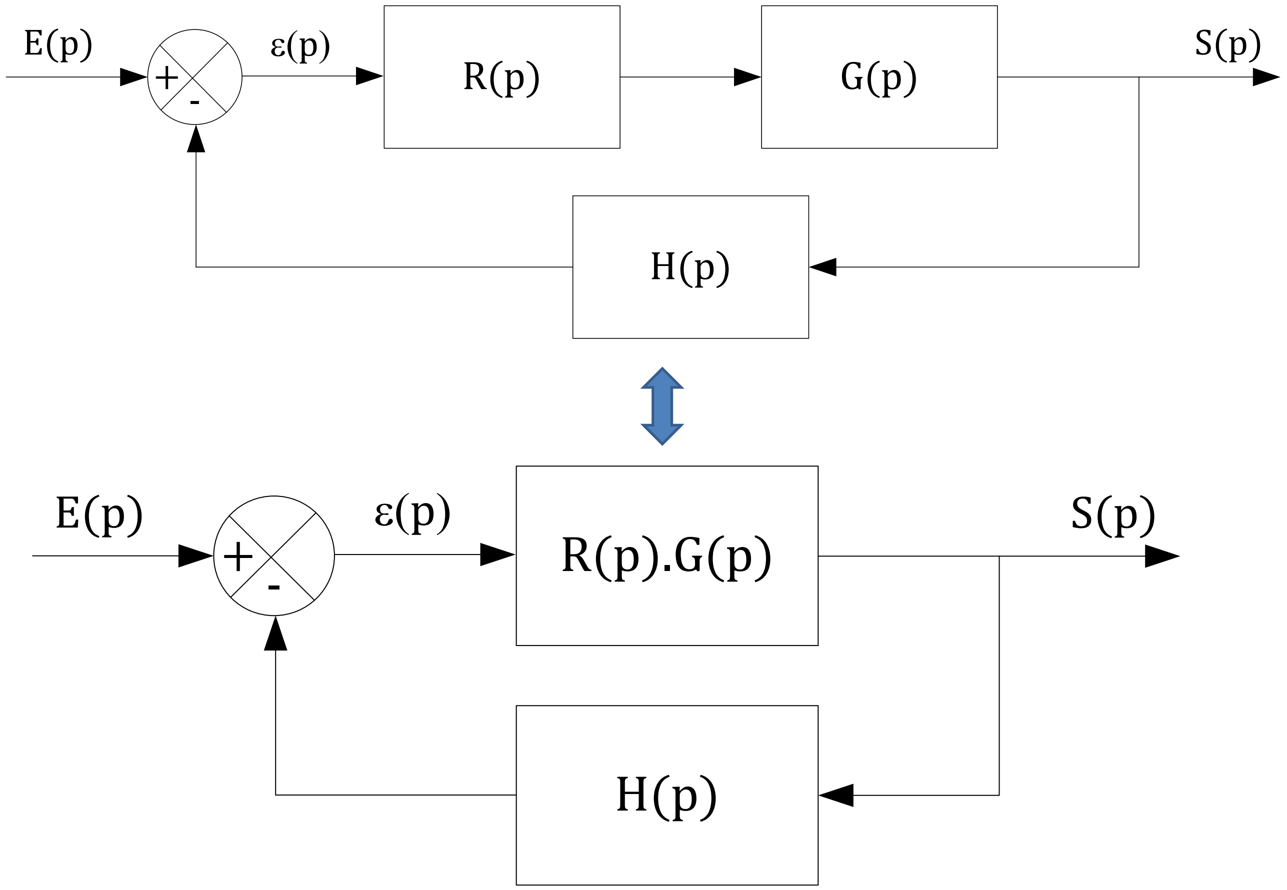
- Classification des asservissements





Classification des asservissements

- **Calcul de la fonction de transfert en boucle fermée en poursuite** *Z(p)=0*



$$(1) \quad \varepsilon(p) = E(p) - H(p).S(p)$$

$$(2) \quad S(p) = R(p).G(p).\varepsilon(p)$$

$$(3) \quad \varepsilon(p) = \frac{S(p)}{R(p).G(p)}$$

$$(3) \rightarrow (1) \quad \frac{S(p)}{R(p).G(p)} = E(p) - H(p).S(p)$$

$$\frac{S(p)}{R(p).G(p)} + H(p).S(p) = E(p)$$

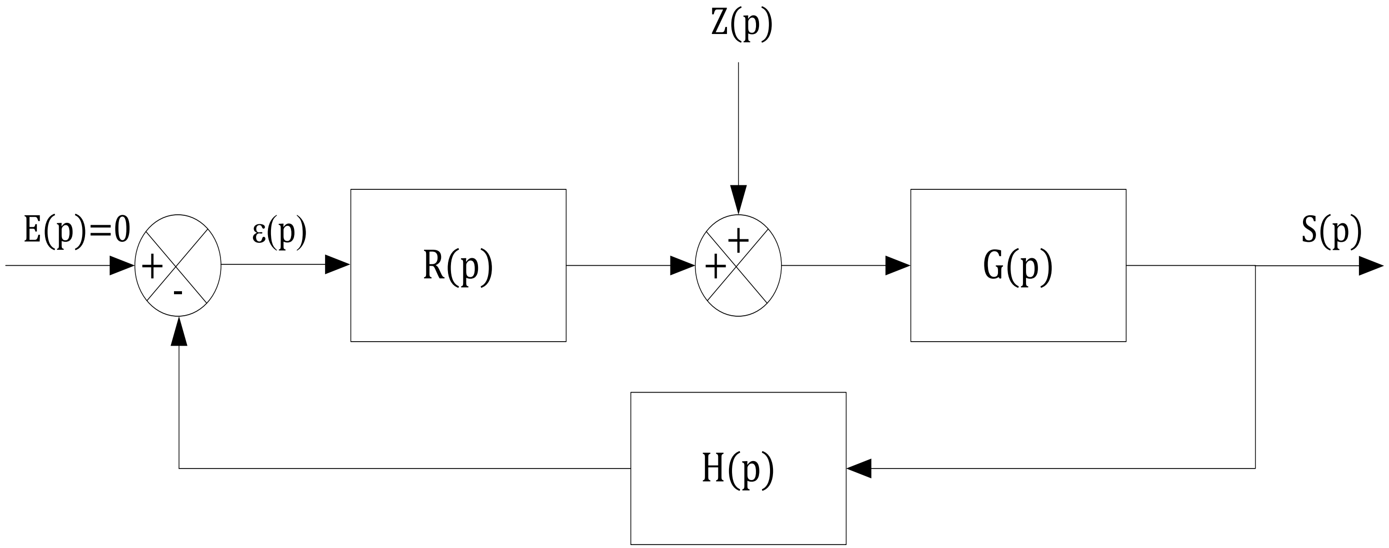
$$S(p).\left(\frac{1}{R(p).G(p)} + H(p)\right) = E(p)$$

$$S(p).\left(\frac{1 + H(p).R(p).G(p)}{R(p).G(p)}\right) = E(p)$$

$$S(p) = \left(\frac{R(p).G(p)}{1 + H(p).R(p).G(p)}\right).E(p)$$

• Classification des asservissements

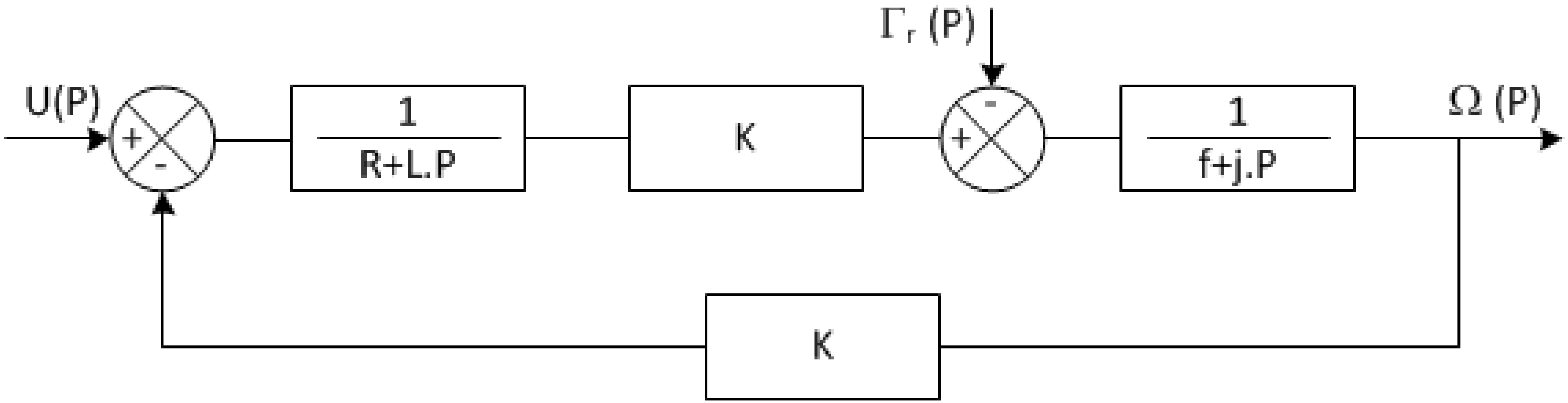
- **Calcul de la fonction de transfert en boucle fermée en régulation.** En régulation, nous considérons l'entrée *E(p)* nulle afin de ne s'intéresser qu'à la correction des écarts provoqués par les perturbations.



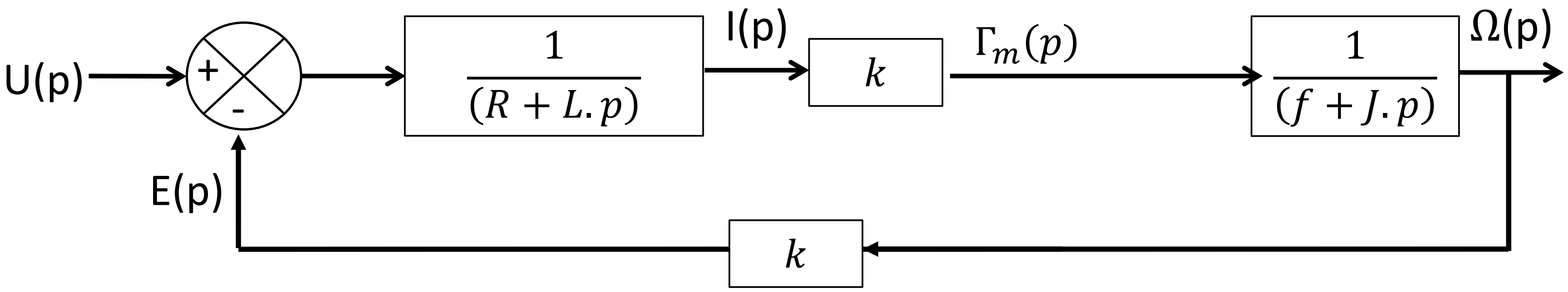
Dans le cadre de la régulation, nous considérons ***E(p)=0***. Nous allons chercher l'équation de la sortie en fonction des entrées *Z(p)*. Nous obtenons alors:

$$H_{BF}(p) = \frac{S(p)}{Z(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p).R(p).H(p)}$$

- *<u>Exercice C-7 :</u> soit un moteur à courant continu entraînant une charge. L'entrée est la tension d'induit appliquée au moteur u(t) et la sortie est la vitesse de rotation de la charge Ω(t).*
- *Donnez la fonction de transfert de ce MCC en poursuite et en régulation.*
- *Donnez les expressions de l'erreur en poursuite et en régulation*

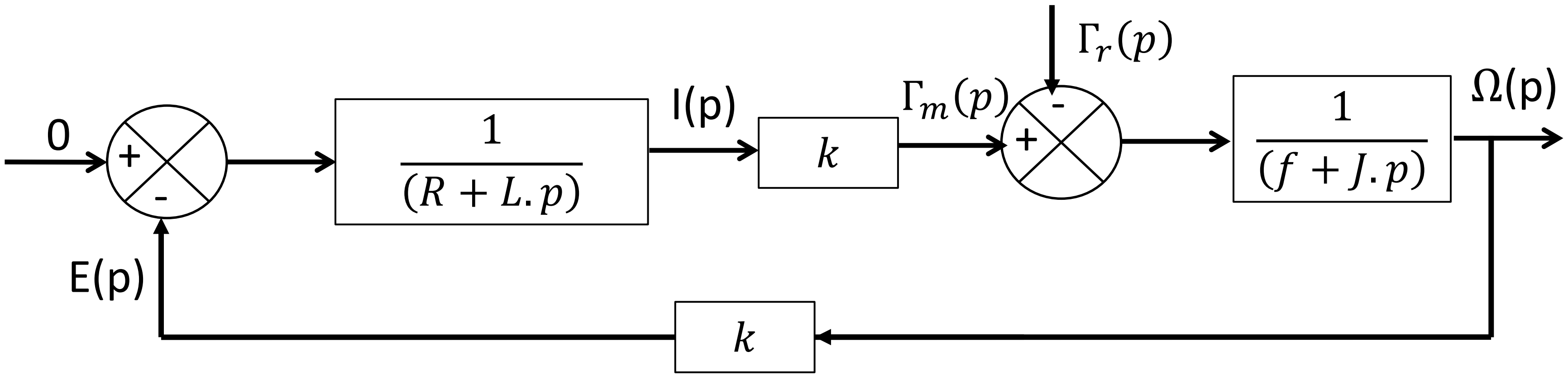


- *Equation de transfert du moteur en poursuite* $\boldsymbol{\Gamma_r(p)=0}$:



$$H_{BF}(p) = \frac{S(p)}{U(p)} = \frac{\frac{k}{(R+L.p)(f+J.p)}}{1+\frac{k^2}{(R+L.p)(f+J.p)}} = \frac{k}{(R+L.p)(f+J.p)+k^2}$$

- *Equation de transfert du moteur en régulation* ***U(p)=0:***



$$H_{BF}(p) = \frac{S(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{(f+J.p)}}{1+\frac{k^2}{(R+L.p)(f+J.p)}} = \frac{(R+L.p)}{(R+L.p)(f+J.p)+k^2}$$

- *Donnez les expressions de l'erreur en poursuite et en régulation*

Erreur en poursuite: $e(p) = U(p) - k.\Omega(p)$

Erreur en régulation: $e(p) = -k.\Omega(p)$

Merci pour votre attention

Questions