Corrigé Partiel Physique CS13-CIR3-CNB3

16 décembre 2020

QCM $\boxed{6 \times 0{,}5 = 3\,\text{pts}}$

A. 2 B. 3 C. 2 D. 3 E 3 F 2

Exercice - Flux de particules sur points et barrières $\boxed{4\,\text{pts}}$

(1) 1) S1 : $R = 1$ S2 : $R = 0$ S3 : $R = 0$ S4 $R = 1$

(1) 2) S4 $R_Q = R_{cl} = 1$

(1) 3) S1 et S4

(1) 4) S1 : Transmission non nulle de particules à travers une barrière de potentiel (finie) dans le cas où l'énergie totale des particules est inférieure à la hauteur de la barrière.

Problème 1 - Une particule quantique dans 1 boîte. $\boxed{8\,\text{pts}}$

(2) 1) E.S. $\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\,\psi(x)$ pour $0 < x < L$ $\psi(x) = 0$ ailleurs. 0,5

Solution générale : $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ 0,5

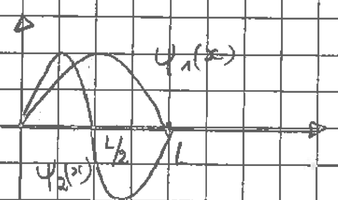
continuité : $\psi(x=0) = 0 \rightarrow B = -A$

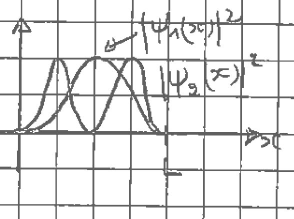
$\psi(x=L) = 0 \longrightarrow \sin(kL) = 0 \rightarrow k = \frac{n\pi}{L}$ $n \in \mathbb{N}^*$ 0,5

Solutions : $\psi_n(x) = C \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ et $E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ 0,5

2)

(1)





3) $|\psi\rangle = \frac{1}{3}\left(|\varphi_0\rangle - 2|\varphi_1\rangle + 2|\varphi_2\rangle\right)$ Mesure de E

(1) Résultats possibles — Probabilités

Résultats possibles	Probabilités
E_0	$1/9$
E_1	$4/9$
E_2	$4/9$

4) Si résultat E_0 → état après mesure : $|\varphi_0\rangle$

(1) ——— E_1 → ——— $|\varphi_1\rangle$

——— E_2 → ——— $|\varphi_2\rangle$

5) Si résultat E_0 → état $|\varphi_0\rangle$ → position la + probable : $L/2$

(1) ——— E_1 → —$|\varphi_1\rangle$ → ——— $L/4$ et $3L/4$

——— E_2 → —$|\varphi_2\rangle$ → ——— $L/6$, $L/2$, $5L/6$

6) $\langle H\rangle = \frac{\langle\psi|\cancel{X}^{H}|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} = \langle\psi|H|\psi\rangle$ car $|\psi\rangle$ normé

(1)

$\langle H\rangle = \frac{1}{9}E_0 + \frac{4}{9}E_1 + \frac{4}{9}E_2$

Problème 2 – Mesure en physique quantique $\boxed{7\,pts}$

1) A et B sont hermitiques car leur matrice vérifie $(A_{ij})^* = (A_{ji})$

(1) Important pour des opérateurs associés à des grandeurs mesurables car les valeurs propres des opérateurs hermitiques sont réelles (résultats de mesure)

(1) 2) $A.B = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ $B.A = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ $[A,B] = \begin{bmatrix} 2i & 0 \\ 0 & -2i \end{bmatrix}$

(1) 3) Pas de base de vecteurs propres commune à A et B car $[A,B] \neq 0$

4) Valeurs et vecteurs propres de A :

(2) Valeurs propres : $\lambda = \pm 1$

→ Vecteurs propres $\lambda = +1 \rightarrow x = y \rightarrow |\psi_{\lambda=+1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle + |u_2\rangle\right)$

$\lambda = -1 \rightarrow y = -x \rightarrow |\psi_{\lambda=-1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle - |u_2\rangle\right)$

5) $B|\psi_{\lambda=+1}\rangle = B\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle + |u_2\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i|u_2\rangle - i|u_1\rangle\right)$

$= -\frac{i}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle - |u_2\rangle\right) = \cancel{-\frac{i}{\sqrt{2}}}\;{-i}\,|\psi_{\lambda=-1}\rangle$

$B|\psi_{\lambda=-1}\rangle = B\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle - |u_2\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i|u_2\rangle + i|u_1\rangle\right)$

$= \frac{i}{\sqrt{2}}\left(|u_1\rangle + |u_2\rangle\right) = \cancel{\frac{i}{\sqrt{2}}}\; i\,|\psi_{\lambda=+1}\rangle$

d'où la matrice de B ds la base des v.p de A

2

$$B = \begin{array}{cc} |\psi_{\lambda=+1}\rangle & |\psi_{\lambda=-1}\rangle \\ \end{array}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 & \cancel{\frac{i}{\sqrt{2}}}\; i \\ \cancel{\frac{i}{\sqrt{2}}}\; -i & 0 \end{bmatrix}$$

B non diagonale. Attendu car $|\psi_{\lambda=+1}\rangle$ et $|\psi_{\lambda=-1}\rangle$ ne sont pas vecteurs propres de B car pas de v.p. communs à A et B.