ISEN-Lille
CSI3/CIR3
Durée 2H
Sans documents, avec calculatrice

15 mai 2019

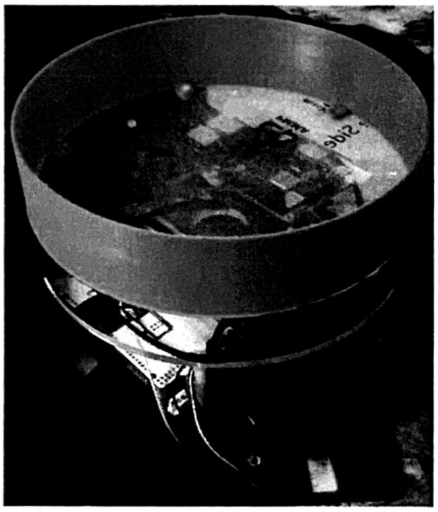
Examen Automatique

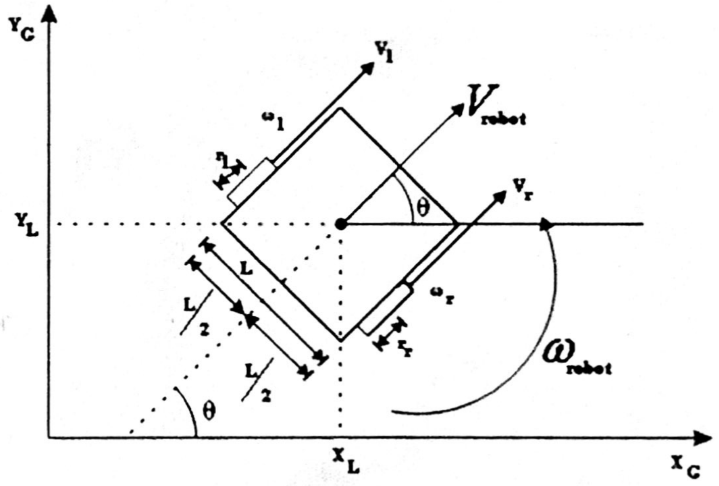
Question (2 points)

Donner les étapes clés de la conception d'un système de commande.

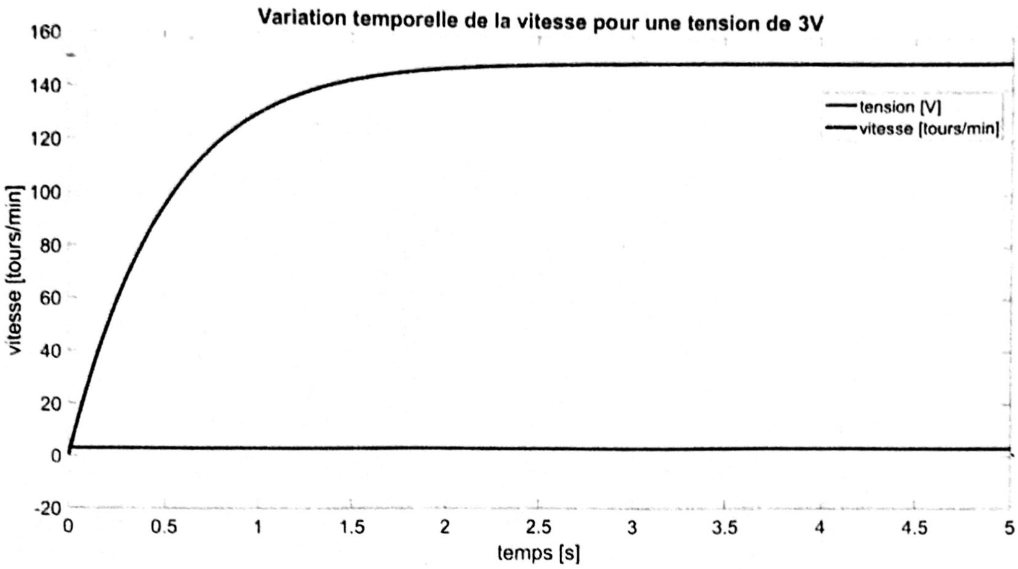
Exercice 1 (8points)

Soit un robot mobile non-holonome, possédant deux roues motrices et une roue folle.





Le robot se déplace grâce à des moteurs à courant continu. Pour contrôler la position du robot (x,y,θ), on applique une tension sur chaque moteur. On note u_l la tension d'alimentation du moteur gauche et u_r celle du moteur droit. v_l est la vitesse de rotation de la roue gauche et v_r celle de la roue droite. On suppose que les deux moteurs ont un fonctionnement identique. La variation temporelle de la vitesse de rotation v_r ou v_l de la roue en [tours/min] est illustrée par la figure suivante :



Question 1 : Donner la fonction de transfert des moteurs. Préciser l'entrée et la sortie et leurs unités de mesure respectives.

On note V_{robot} la vitesse linéaire du robot, ω_{robot} sa vitesse angulaire et L la distance entre les deux roues. Le modèle cinématique du robot est exprimé par les équations différentielles suivantes :

$$\dot{x} = V_{robot} cos\theta$$

$$\dot{y} = V_{robot} sin\theta$$

$$\dot{\theta} = \omega_{robot}$$

$$\mathrm{V_{robot}} = \frac{\mathrm{v}_l + v_r}{2}$$

$$\omega_{\mathrm{robot}} = \frac{\mathrm{v_l} - v_r}{\mathrm{L}}$$

Question 2 : Proposer un schéma de simulation sur Simulink qui va calculer la variation temporelle de la position du robot (x, y, θ) ainsi que les vitesses linéaire V_{robot} et angulaire ω_{robot} en fonction de la tension d'alimentation du moteur gauche u_l et droit u_r. Visualiser sur un premier Scope la position du robot (x,y,θ) et sur un deuxième Scope les signaux V_{robot}, ω_{robot}, u_l et u_r. Préciser sur le schéma les unités de mesure du chaque signal.

Question 3 : En sachant que l'on veut que le robot avance en ligne droite avec une vitesse linéaire V_{robot}=1m/s, et que le rayon des roues est R=5cm, quelles sont les tensions d'alimentation u_l [V] et u_r [V] qu'il faut appliquer sur les roues droite et gauche ?

Exercice 2 (10 points)

Soit un système dont le fonctionnement est modélisé par le modèle d'état suivant :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Question 1 : Etudier la stabilité et la commandabilité du sytème

Question 2 : On veut améliorer les performances du système en utilisant un retour d'état. Calculer la matrice de gain K qui garantira que le système en boucle fermée ait un dépassement de maximum 20% et un temps de réponse à 5% de 1s.

Question 3 : Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée par retour d'état. Calculer l'erreur statique pour une entrée en échelon unitaire (erreur de position).

Question 4 : On veut garantir une erreur statique nulle. Choisir un régulateur adapté pour garantir ce cahier des charges et dessiner le schéma de simulation en Simulink (le calcul des coefficients du régulateur n'est pas à faire). Visualiser sur un Scope la consigne et la sortie du système, sur un deuxième Scope la commande par retour d'état, sur un troisième Scope la commande du régulateur choisi et sur un quatrième Scope l'erreur.

FORMULAIRE

Système d'ordre deux

Forme générale de la FdT : $H(s) = \dfrac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$

Réponse indicielle y(t) : cas $\zeta < 1$

- Premier dépassement $D_1 = y(t_1) - K = Ke^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
- Temps de montée : $t_m = \dfrac{1}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}(\pi - \arccos\zeta)$
- Temps pic : $t_1 = \dfrac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}$
- Temps de réponse à n% ($\zeta < 0.7$) : $t_r \cong \dfrac{1}{\omega_0\zeta}\ln\left(\dfrac{100}{n}\right)$

Passage de l'équation d'état à la fonction de transfert

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Forme compagne horizontale : matrice de passage

$$M = [A^{n-1}B + A^{n-2}Ba_{n-1} + \dots + ABa_2 + Ba_1 \;\; \dots \;\; A^2B + ABa_{n-1} + Ba_{n-2} \;\; AB + Ba_{n-1} \;\; B]$$