

# AUTOMATIQUE

---

## Problème

Soit un système dont le fonctionnement est modélisé à l'aide du modèle d'état suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} x\end{aligned}$$

1. Etudier la stabilité et la commandabilité du système.
2. On souhaite stabiliser le système en utilisant une commande par retour d'état  $u=v-Kx$ . Déterminer la matrice de gain  $K$  garantissant que le système en boucle fermée ait les pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = -1 \pm 0.5j$ .
3. Dessiner le schéma bloc du système commandé par le retour d'état  $u = v-Kx$ , en faisant apparaître le signal de consigne, de commande et de sortie du système.
4. Calculer la sortie en régime permanent  $y_\infty$  du système en BF quand l'entrée  $v$  est un échelon unitaire. En déduire l'erreur de position du système en BF.
5. Proposer un nouveau régulateur à ajouter au système en boucle fermée obtenu à la question 2. Son rôle est de garantir que la sortie en régime permanent  $y_\infty$  du système soit cette fois-ci égale à la consigne ayant une valeur constante tout en garantissant que le nouveau système en boucle fermée soit stable. Dessiner le schéma bloc du système complet. Que devient dans cette nouvelle configuration le signal de consigne de la question 3 ?
6. Calculer les coefficients du régulateur.

## FORMULAIRE

---

### Passage de l'équation d'état à la fonction de transfert

$$H(s) = C(sI - A)^{-1} B + D$$

### Forme compagne horizontale : matrice de passage

$$M = [A^{n-1} B + A^{n-2} B a_{n-1} + \dots + A B a_2 + B a_1 \quad \dots \quad A^2 B + A B a_{n-1} + B a_{n-2} \quad A B + B a_{n-1} \quad B]$$