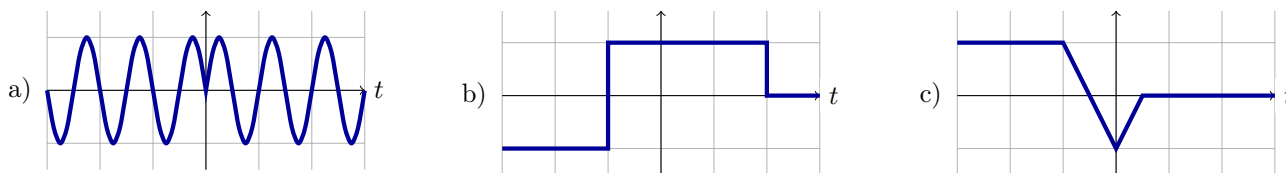


### III – Signaux et convolution

#### Exercice 1

Donner une expression synthétique pour chacun des signaux suivants (carreaux-unités) :



#### Exercice 2

Évaluer et représenter graphiquement les produits de convolution suivants :

- $H(t) * H(t)$ , où  $H$  est l'échelon unité,
- $H(t) * \Pi_a(t)$ , où  $\Pi_a(t)$  désigne une porte unité de largeur  $a \geq 0$ ,
- $\Pi_a(t) * \Pi_b(t)$  pour  $a \geq b \geq 0$ ,
- $\sin(t) * \Pi_a(t)$  (que dire lorsque  $a \equiv 0 \pmod{2\pi}$  ?),
- $e^{-at}H(t) * e^{-bt}H(t)$ .

#### Exercice 3

En supposant que les fonctions impliquées satisfont toutes les hypothèses techniques nécessaires (qu'il faudrait préciser si l'on voulait être rigoureux), établir les propriétés suivantes du produit de convolution.

- a) Retard :

$$x(t - t_0) * y(t) = (x * y)(t - t_0) = x(t) * y(t - t_0).$$

- b) Dérivée :

$$x' * y = (x * y)' = x * y'.$$

- c) Intégrale totale :

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x * y)(t) dt = \left( \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} y(t) dt \right).$$

#### Exercice 4

En supposant, bien entendu, que  $x * y$  existe, montrer que

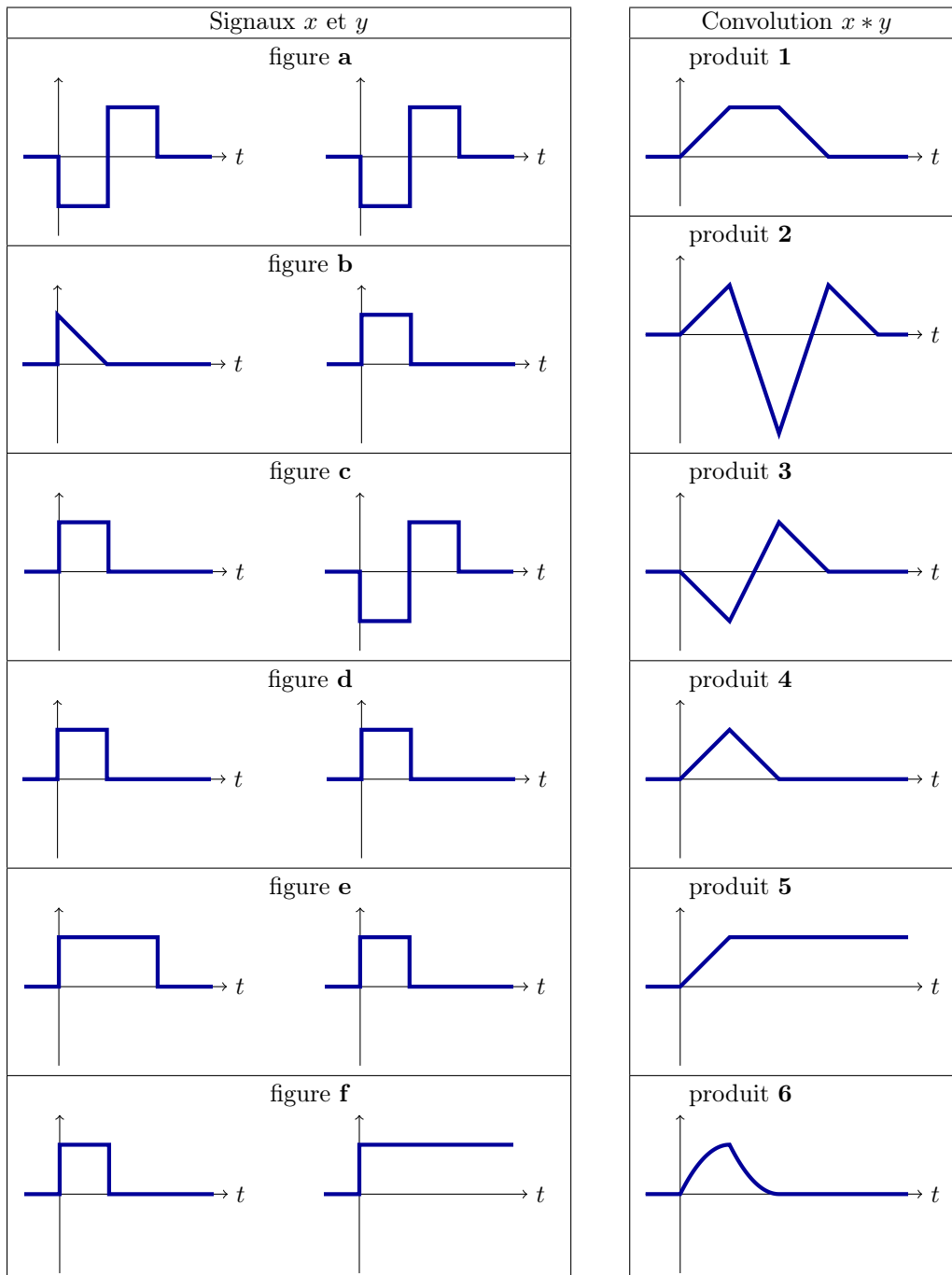
- Si  $x$  et  $y$  sont de même parité, alors  $x * y$  est pair ;
- si  $x$  et  $y$  sont de parités contraires,  $x * y$  est impair.
- Que dire de  $x * y$  si  $x$  ou  $y$  est périodique ?

#### Exercice 5

- Rappeler, si nécessaire, comment on peut établir la remarquable formule  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$ .
- Calculer, en utilisant le résultat précédent, le produit de convolution  $e^{-\frac{1}{2}t^2} * e^{-\frac{1}{2}t^2}$ .

### Exercice 6

Dans la colonne de gauche, vous avez des paires de signaux :  $x(t)$  et  $y(t)$  numérotés de **a** à **f**. À droite, vous trouvez leur produit de convolution :  $(x * y)(t)$ , dans le désordre, numérotés de **1** à **6**.



Repérer le maximum d'indices afin d'associer chacune des paires de signaux  $(x, y)$  à son produit de convolution  $x * y$ . Justifiez vos choix et expliquer pourquoi l'on observe tel ou tel phénomène.