CIR3-CSI3-CNB3 8 novembre 2021

Durée : 2 heures

Devoir Surveillé

PHYSIQUE QUANTIQUE

Correction

Exercice 1 – Diffraction footballistique ! 6points

A propos de l'introduction

1)

De Broglie : Généralisation de l'idée de Planck, il associe à toute particule ponctuelle une onde de longueur d'onde $\lambda = h/p$ (théorie).
Davison et Germer : Première preuve expérimentale de la dualité onde-corpuscule en (1927) via la diffraction d'électron dans un réseau cristallin.

2)

$\lambda = h/p$ et $p = mv$ donc $\lambda = h/mv$

AN : $\lambda_{dB} = 3.68 \times 10^{-12} m$

3)

Sur le graphe on observe la présence / alternance de minimum et de maximum d'intensité (nombre de coups) ce qui correspond à un phénomène de diffraction / d'interférence propre aux ondes. Cette expérience témoigne donc que la matière possède des propriétés ondulatoires.

4)

Formation d'un réseau / fentes / trous / de diffraction de dimension proches de λ.

5)

a)

Comme D≫L, on peut dire que $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) \approx \sin^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) \approx \frac{L}{D} = 3.60 \times 10^{-5} rad$

(ou $\theta = 2{,}06 \times 10^{-3} deg$)

b)

$$\lambda_{exp} = d.\sin\theta = \frac{dD}{L}$$

AN: $\lambda_{exp} = 100 \times 10^{-9} \times 3.60 \times 10^{-5} = 3.60 \times 10^{-12} m$

Conclusion $\lambda_{exp} \approx \lambda_{dB}$

Exercice 2 - Equation de Schrödinger (11pts)

1)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(r,t) + \hat{V}(\vec{r})\Psi(r,t)$$

Avec $\Psi(r,t)$ la fonction d'onde

$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$: terme rattaché à l'évolution temporelle de $\Psi(r,t)$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$: terme rattaché à l'énergie cinétique de $\Psi(r,t)$

$\hat{V}(\vec{r})$: terme rattaché à l'énergie potentielle

Ou $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \hat{V}(\vec{r})$: Hamiltonien du système

2)

$$E\,\psi(r) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(r) + \hat{V}(\vec{r})\psi(r)$$

ou $E\,\psi(r) = H\psi(r)$

E : énergie du système (ou valeurs propres de l'hamiltonien)

3)

a)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\psi(x) + k^2\psi(x) = 0 \text{ avec } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad /1$$

b)

Comme $\Delta < 0$ on a les solutions générales suivantes :

$$\psi(x) = A\,e^{ikx} + Be^{-ikx}$$

Ou $\psi(x) = [A\,sin(\beta x) + B\cos(\beta x)]e^{\alpha x}$

$$\psi(x) = A\,sin(kx) + B\cos(kx)$$

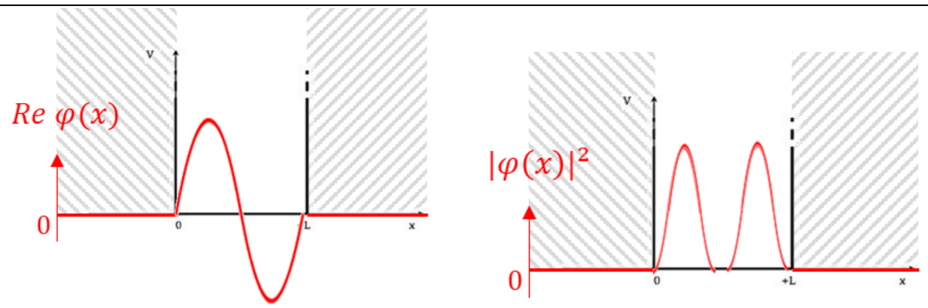
c)

Il n'y a donc aucune probabilité que la particule se trouve à l'extérieur du puits donc $\psi_{ext}(x) = 0$. Cela impose donc dans le puits $\psi(0) = 0$ et $\psi(L) = 0$ car la fonction d'onde doit être continue.

Dans le cas d'un puit de potentiel fini $\varphi(0) \neq 0$ et $\varphi(L) \neq 0$ car une partie de la fonction d'onde pénètre la barrière de potentiel (la fonction d'onde et sa dérivée doivent être continues)

4)

a)



b)

$|\psi(x)|^2$ représente la densité de probabilité de présence d'une particule

c)

Coefficient de normalisation. Il permet de ramener la probabilité de trouver la particule sur tout l'espace à 1 (fonction d'onde = fonction de carré sommable)

d)

entre 0 et L : P(0<x<L)=1
entre 0 et L/2 : P(0<x<L/2)=1/2

e)

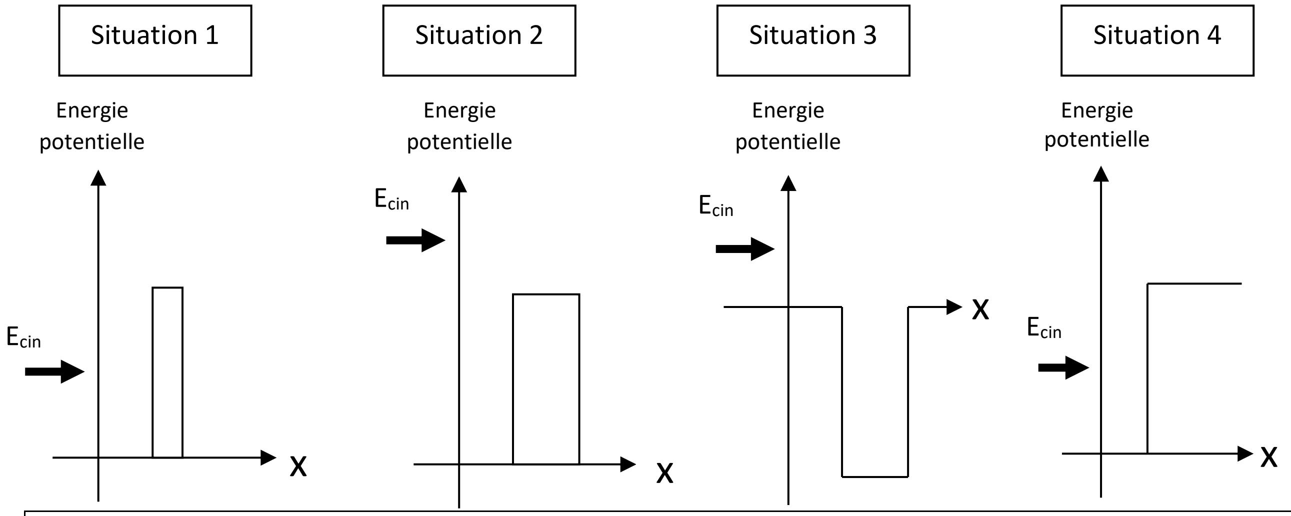
d'àpres la question $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ mais on sait aussi que $k = \frac{n\pi}{L}$ donc $E_n = n^2\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$

Ici n=2 donc $E_n = 2^2\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} = 4E_1$

f)

Dans le puits, le potentiel est nul donc l'énergie de la particule est purement cinétique
E_cin=E_tot

Exercice 3 - Réflexion de particules par des puits et barrières d'énergie potentielle (3pts)



Quantiquement **0<R<1**	**0<R<1**	**0<R<1**	**R=1** (dans la barrière infiniment épaisse, ψ tend rapidement vers 0 donc T=0 et R=1)
Classiquement **R=1**	**R=0**	**R=0**	**R=1**