Correction TD9

Exercice 1

1).Soit n la quantité de gaz cherchée :$n = \frac{P_A V_A}{R T_A}$ **A.N :** $\underline{\boldsymbol{n \cong 2,5\ mol}}$

2). Etat B

La température est connue (T_A=T_B) et le volume aussi ; on a conservation du produit PV : $P_A V_A = P_B V_B$

$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B}$; **A.N : <u>$P_B \cong$ 10 bar</u>**

Etat C.

La pression est connue ($P_C = P_B$) et le volume aussi ; on a conservation du quotient $\frac{T}{V}$: $\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$

$T_C = T_B \frac{V_C}{V_B}$; **A.N : <u>$T_C \cong$ 867 K</u>**

Etat D

Calcul du volume: on utilise le rappel du cours fourni par l'énoncé

Le passage de C vers D est une transformation adiabatique : $PV^\gamma = Cte$

C'est-à-dire $P_C V_C^\gamma = P_D V_D^\gamma$ avec: $P_C = P_B$ et $P_D = P_A$

On obtient, alors, successivement : $P_A V_D^\gamma = P_B V_C^\gamma$

$V_D^\gamma = V_C^\gamma \left(\frac{P_B}{P_A}\right)$; puis $V_D^{\gamma\times\frac{1}{\gamma}} = V_C^{\gamma\times\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

On obtient, en définitive : $V_D = V_C \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ **A.N** : **<u>VD ≅ 56, 8 L</u>**

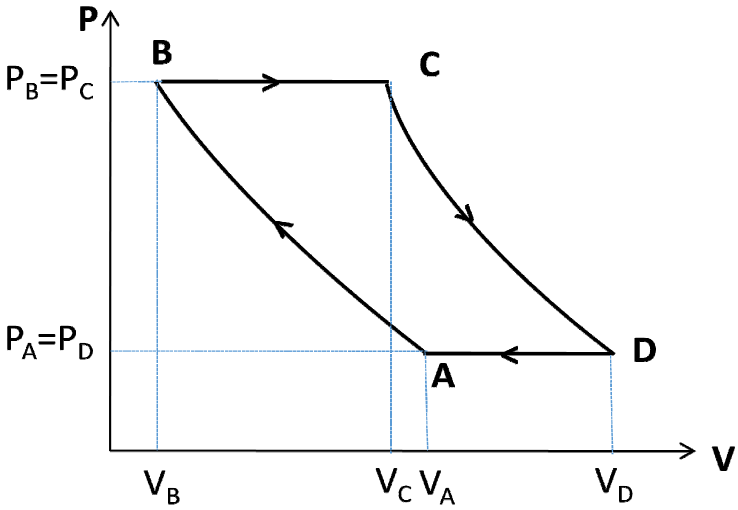
- Calcule de la température : le plus simple est d'utiliser l'équation d'état

$T_D = \frac{P_A V_D}{n\,R}$ **A.N <u>$T_D \cong$ 548 K</u>**

Dans le tableau ci-après, nous avons arrondi les résultants.

	Pression (Pa)	Volume (m^3)	Température (K)
Etat A	2.10^5	30.10^{-3}	289
Etat B	10.10^5	6.10^{-3}	289
Etat C	10.10^5	18.10^{-3}	867
Etat D	2.10^5	57.10^{-3}	548

3) Les résultats numériques précédents sont utilisés pour tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron



4). La chaleur reçue par un système, au cours d'une évolution isobare, est égale à sa variation d'enthalpie; pour un gaz parfait la variation d'enthalpie est :

$\Delta H_{BC} = Q_{BC} = nC_P(T_C - T_B)$ **A.N** $\underline{\boldsymbol{Q_{BC} \cong 42\ Kj}}$

Le travail reçu par le système au cours d'une évolution isobare s'écrit :

$$W_{BC} = -P\int_{V_B}^{V_C} dv = -P(V_C - V_B)$$

Soit : $W_{BC} = nR(T_B - T_C)$, **A.N** $\underline{\mathbf{W_{BC} \cong -12\ Kj}}$

On peut vérifier, rapidement le premier principe, pour l'évolution étudiée; ceci nous permet de confirmer les résultats trouvés :

$$W_{BC} + Q_{BC} = \Delta U_{BC} = C_V(T_C - T_B) = n\frac{C_p}{\gamma}(T_C - T_B)$$

$$\underline{\boldsymbol{\Delta U_{BC} \cong 30\ kj}}$$

Sens des échanges : le système **reçoit** effectivement de la chaleur et **cède** du travail mécanique

Exercice 2

1).Le cycle est moteur et doit donc être décrit dans le sens horaire.

La compression se traduit par une diminution du volume de gaz et par l'augmentation de sa pression. En tenant compte de ces deux arguments, on place la compression 1→2 puis les autres points

Remarque : la combustion isochore se traduit par une augmentation de la pression ainsi que l'énoncé nous le précise ($P_3 > P_2$). Cette remarque conforte le tracé du cycle.

La surface hachurée correspond au travail reçu par le gaz, au cours d'un cycle (il sera noté $\mathbf{W}_{cycle}$). Ce travail est négatif puisque le gaz fournit du travail mécanique à l'extérieur (c'est un moteur).

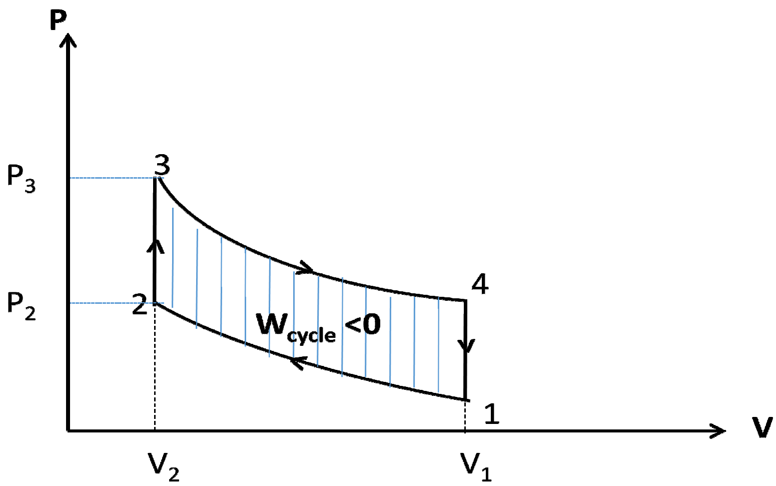


Figure 1.

2) L'équation d'état du gaz parfait donne $n = \frac{P_1V_1}{RT_1}$ **A.N n ≅ 8.10^{-2} mol**

3.a). La compression 1→2 est adiabatique et réversible ; le gaz est assimilé à un gaz parfait. Dans ces conditions, on peut écrire :

$$TV^{\gamma-1} = cte$$

c-à-d : $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$, on en déduit : $T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1(\tau)^{\gamma-1}$, **A.N T_2 ≅ 689 K**

3.b). $T_3 = T_2 + 2{,}0.10^3$ K **A.N T_3 = 2689 K**

3.c). On transpose, à la transformation 3→4, le résultat de a) :

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

Les transformations isochore se traduisent par : $V_4 = V_1$ et $V_3 = V_2$

$$T_4 = T_3\left(\frac{1}{\tau}\right)^{\gamma-1} = T_3(\tau)^{1-\gamma}$$

A.N : T_4 = 1171 K

4.a). Les chaleurs reçues par le gaz sont nulles pour les deux transformations adiabatiques :

$Q_{12} = Q_{34} = 0$

Pour une transformation isochore, le travail reçu par le système thermodynamique (ici, c'est la quantité n de gaz) est nul.

L'application du premier principe nous permet d'obtenir :

$Q_{23} = \Delta U_{23} = n\,C_v(T_3-T_2)$ et $Q_{41} = \Delta U_{41} = n\,C_v(T_1-T_4)$

A.N : Q_{23} = 3,3 KJ et **Q_{41} = -1,4 Kj**

4.b). $Q_{cycle} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = Q_{23} + Q_{41}$

A.N : Q_{cycle} = 1,9 Kj

4.c). Le premier principe, appliqué au cycle, se traduit par :

$\Delta U_{cycle} = W_{cycle} + Q_{cycle} = 0$

On en déduit $W_{cycle} = - Q_{cycle}$

A.N : W_{cycle} = -1,9 Kj

Ce travail est négatif, conformément à nos attentes !

4.d). $\eta = \left|\frac{W_{cycle}}{Q_{23}}\right|$

A.N : η = 56%