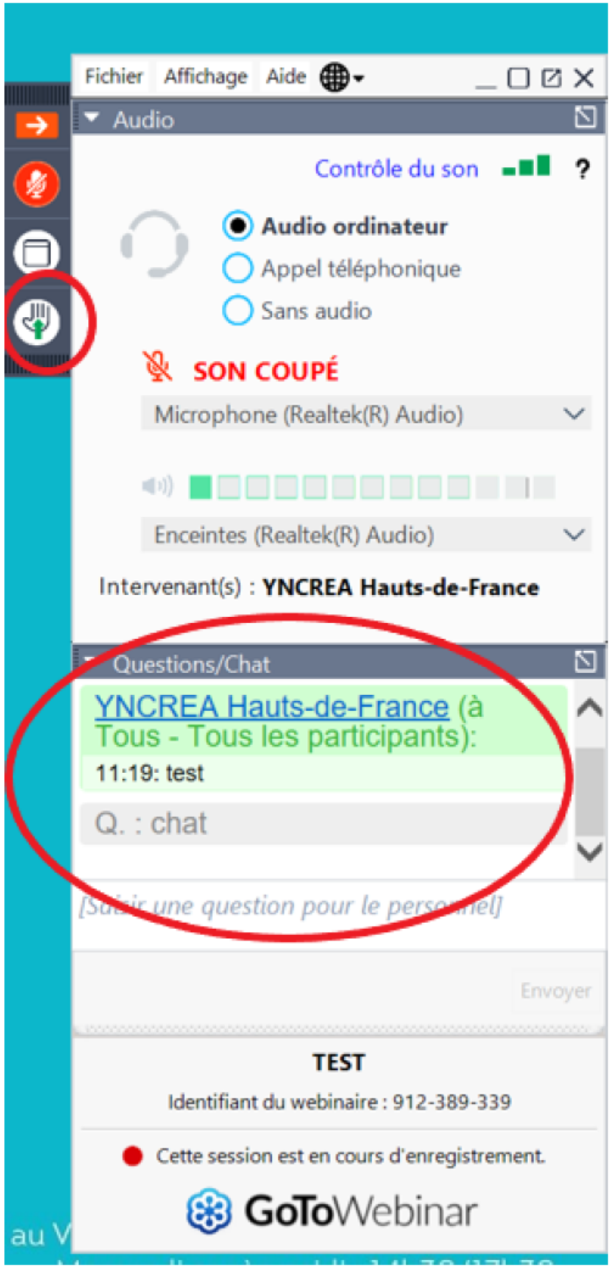
Dernier cours de Mécanique

[en ligne]

- Lois de Kepler
- Synthèse du cours entier



Question à l'écrit : Chat

Question à l'oral : Lever la main

Planning pour la fin du module de mécanique

- **Cours** d'aujourd'hui 18/3 sur campus dès ce soir
- **TD** de demain 19/3 : examen blanc
- **TD** de vendredi 20/3 : correction de l'examen blanc (avec GoToWebinar)
- **Examen** mardi prochain 24/3

Examen de Mécanique - modalités

Epreuve blanche demain (19 mars) à la place du TD (8h-10h15 ou 10h20-12h55).

Epreuve finale mardi prochain comme prévu.

- **Dépôt du sujet sur Campus au début de l'examen**
- **Dépôt d'une photo lisible de votre copie sur Campus au bout de 2h15 max**

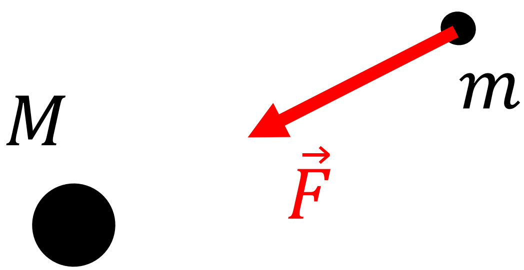
Au cas où vous rencontrez des difficultés avec le dépôt sur campus,
Vous pouvez aussi l'envoyer par mail à votre prof de TD :

Charles.Croenne@yncrea.fr
Kekeli.Nkonou@yncrea.fr
Vivien.Scottez@yncrea.fr
Pierre.Henne@yncrea.fr
Arthur.Terroir@yncrea.fr
Pascale.diener@yncrea.fr

Cours de Mécanique du Point
Fin du chapitre Lois de Conservation
Lois de Kepler

1. Introduction

Le problème de Kepler



Mouvement d'une masse soumis à la force gravitationnelle d'une autre masse

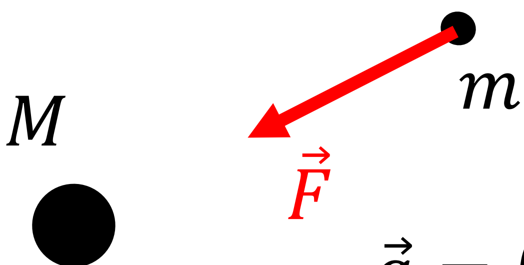
- Pas d'autres forces que $\vec{F}$

- On suppose que la masse M ne bouge pas
(En réalité, petite rotation de M autour de O due à l'attraction par m)

- m a une vitesse initiale v_0

1. PFD et TMC

Application du principe fondamental de la dynamique



$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta}$$

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad \Rightarrow$$

$$\mathrm{m}\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + m\left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

Théorème du moment cinétique (TMC)

$$\boxed{\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}_i^O}}$$

Détermination de $\overrightarrow{\mathcal{M}_F^O}$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_F^O} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{L_O} = \overrightarrow{cte}$$

1. PFD et TMC

Calcul de $\overrightarrow{L_O}$

$$\overrightarrow{L_O} = m\,\vec{r} \wedge \vec{v}$$

$$\overrightarrow{L_O} = m\,r\,\overrightarrow{u_r} \wedge \left(\dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}\right)$$

$$\overrightarrow{L_O} = m\,r\,\overrightarrow{u_r} \wedge r\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$$

$$\overrightarrow{L_O} = m\,r^2\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_r} \wedge \overrightarrow{u_\theta}$$

$$\boxed{\overrightarrow{L_O} = m\,r^2\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_z}}$$

Calcul de $\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt}$

$$\boxed{\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = 2mr\dot{r}\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_z} + mr^2\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_z}}$$

Application du TMC

$$\overrightarrow{L_O} = m\,r^2\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{cte}$$

$$m\,r^2\dot{\theta} = cte \qquad \boxed{r^2\dot{\theta} = C}$$

C est la « constante des aires »

$$\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = 2mr\dot{r}\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_z} + mr^2\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_z} = \vec{0}$$

on divise par mr $\boxed{2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0}$

1. PFD et TMC

On récapitule

PFD

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\dfrac{GM}{r^2} \\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

L'équation qu'on va résoudre

TMC

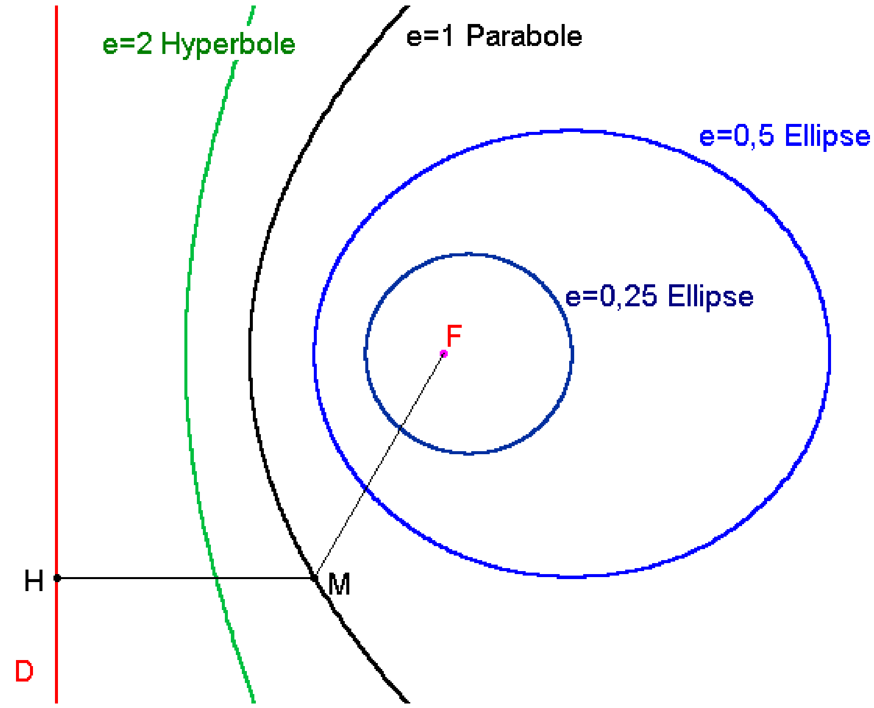
$$\begin{cases} r^2\dot{\theta} = C \\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

Relation qu'on va utiliser

3. Détermination de la trajectoire

$0 \leq e < 1$: ellipse
$e = 1$: parabole
$e > 1$: hyperbole

$$r(\theta) = \frac{C^2/GM}{(1 - e\cos(\theta))}$$



C'est l'équation d'une « conique »
Différents types de trajectoire selon la valeur de *e*

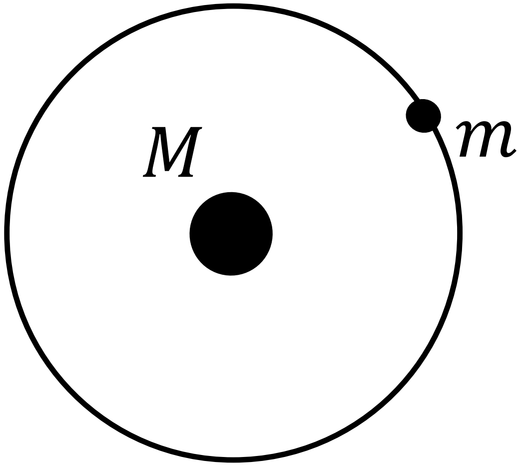
4. Coniques

$$\boxed{r(\theta) = \frac{C^2/GM}{(1 - e\cos(\theta))}}$$

Trajectoire dans le cas le plus simple : $e = 0$

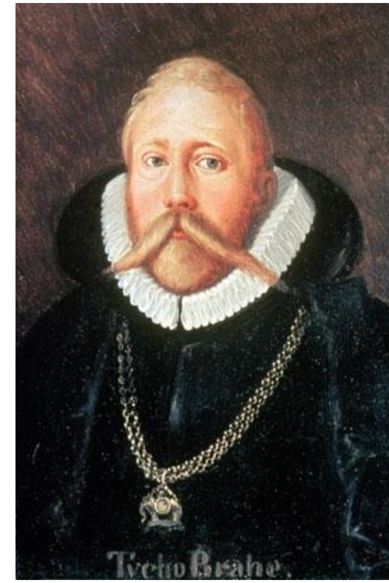
$$\Rightarrow \quad r(\theta) = \frac{C^2}{GM} = cte \quad \Rightarrow$$ **Trajectoire circulaire**

Donc $r(\theta) = cte$ et on sait que $r^2\dot{\theta} = C = cte \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta} = cte$



$\Rightarrow$ **Vitesse angulaire constante**

5. Lois de Kepler



Tycho Brahe
1546 - 1601

Johannes Kepler
1571-1630

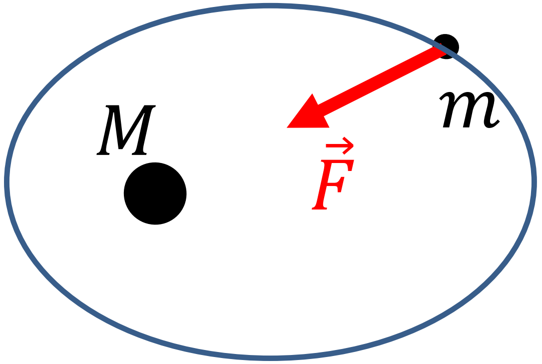
Kepler s’appuie sur les observations de Tycho Brahe pour énoncer 3 lois régissant le mouvement des planètes autour du soleil.

Plus tard, Newton se basera sur son travail pour vérifier sa théorie

5. Lois de Kepler

1ère loi de Kepler (loi des orbites)

Les planètes décrivent des **trajectoires elliptiques** dont le Soleil occupe l'un des foyers.



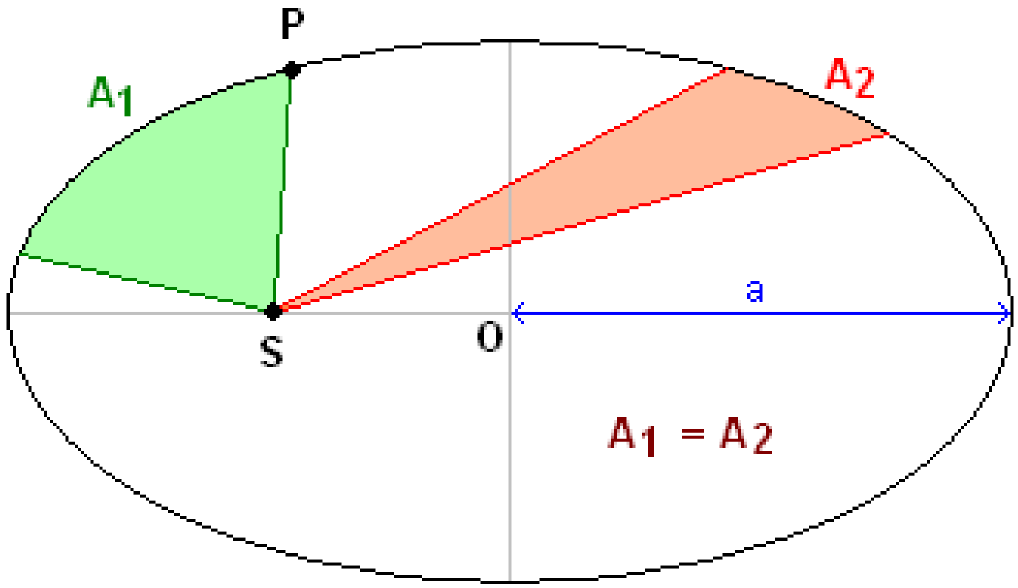
→ Ce qu'on vient de démontrer

$$\boxed{r(\theta) = \frac{C^2/GM}{(1 - e\cos(\theta))}}$$

5. Lois de Kepler

2ème loi de Kepler (loi des aires)

L'aire balayée par le rayon vecteur pendant un temps *Δt* est constant.

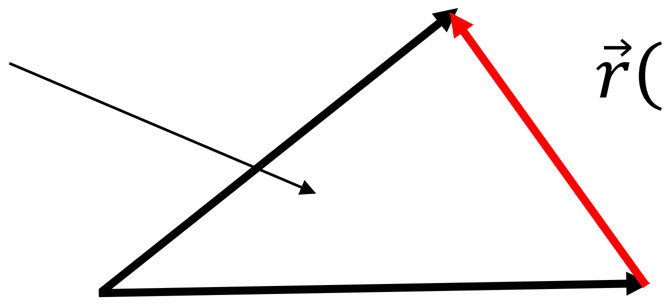


→ Démonstration

5. Lois de Kepler

$\vec{r}(t + \Delta t)$

Aire ΔS



$$\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = \vec{v}\,\Delta t$$

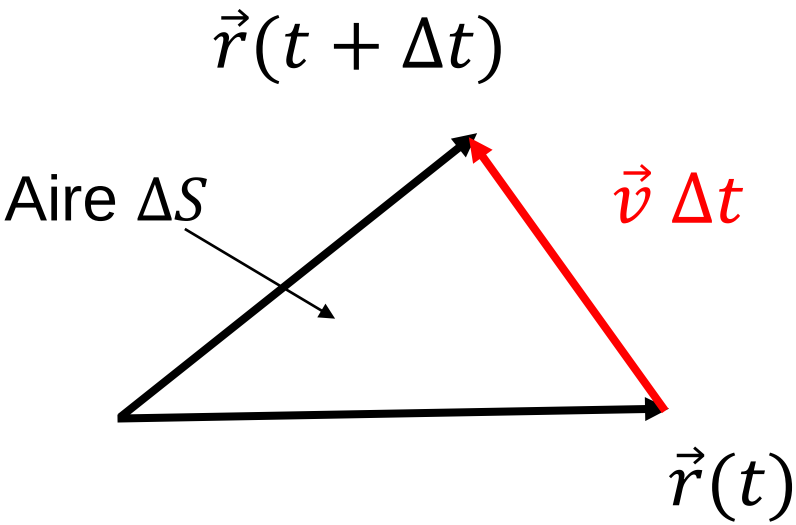
$\vec{r}(t)$

Aire du triangle : à partir d’une propriété du produit vectoriel

La norme du produit vectoriel correspond à l’aire du parallélogramme défini par les 2 vecteurs

$$\Delta S = \frac{1}{2}\|\vec{r} \wedge \vec{v}\Delta t\|$$

5. Lois de Kepler



$$\Delta S = \frac{1}{2}\left\|\vec{r} \wedge \vec{v}\Delta t\right\|$$

Expression du moment cinétique : $\overrightarrow{L_O} = m\,\vec{r} \wedge \vec{v}$

$$\Rightarrow \quad \Delta S = \frac{L_O \Delta t}{2m} \quad \Rightarrow \quad \Delta S = \frac{1}{2} C \Delta t$$

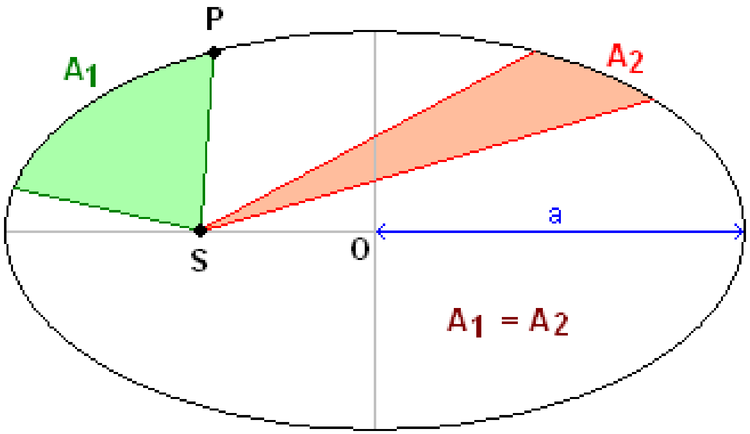
La surface est bien proportionnelle à Δt et on comprend pourquoi C s’appelle la constante des aires

5. Lois de Kepler

3ème loi de Kepler (loi des périodes)

T = période de l'orbite

Surface d'une ellipse : $S = \pi\, a\, b$



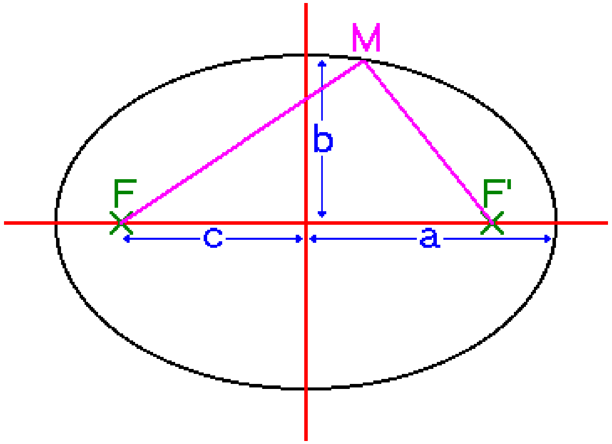
Sachant que $\Delta S = \frac{1}{2} C \Delta t$ et $S = \pi\, a\, b$, que vaut T ?

$$T = \frac{S}{\Delta S / \Delta t} = \frac{2\pi\, a\, b}{C}$$

5. Lois de Kepler

3ème loi de Kepler (loi des périodes)

$$T = \frac{2\pi\ a\ b}{C}$$



$$b = a\sqrt{1-e^2}$$

$$C^2 = GMp$$

$$a = \frac{p}{1-e^2}$$

On élève au carré et on réarrange

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{C^2} = \frac{4\pi^2 a^2 a^2 (1-e^2)}{GMp}$$

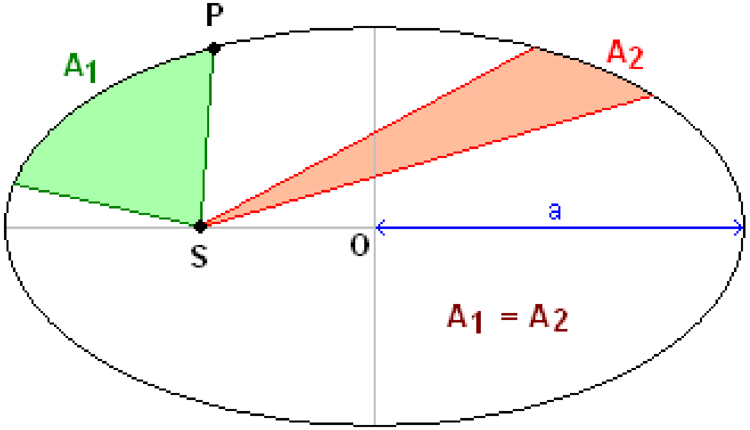
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

5. Lois de Kepler

3ème loi de Kepler (loi des périodes)

Le carré de la période est proportionnel au cube du demi grand axe

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$



5. Lois de Kepler

$3^{ème}$ loi de Kepler (loi des périodes)

Le carré de la période est proportionnel au cube du demi grand axe

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

Loi TRES importante en astronomie !

L'un des seuls moyens qu'on ait pour déterminer la masse des objets

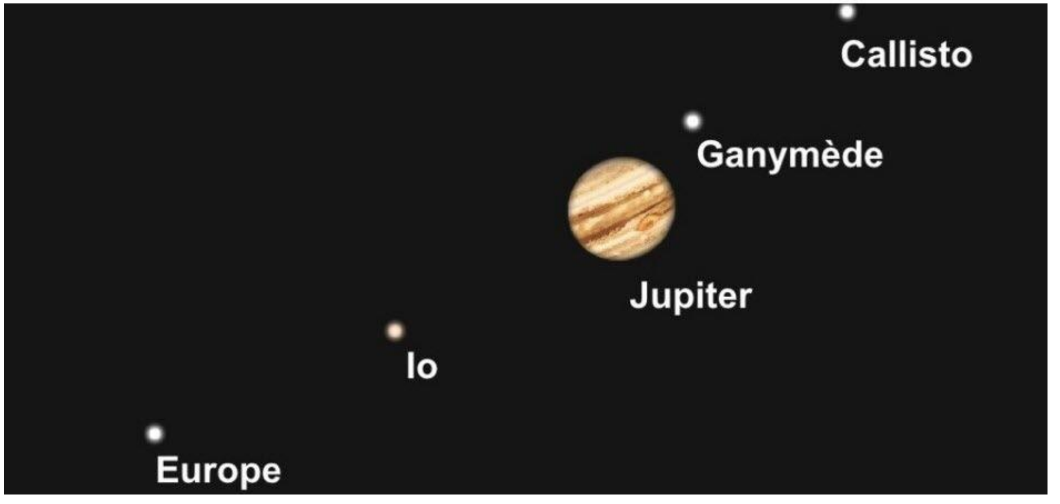
5. Lois de Kepler

3ème loi de Kepler (loi des périodes)

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

L'un des seuls moyens pour déterminer la masse des objets

Exemple : masse de Jupiter à partir de la mesure de ***T*** et ***a*** de ses satellites



D'autres méthodes moins précises pour une planète sans satellites – par exemple, effet de sa gravité sur les trajectoires des planètes voisines

Cours de Mécanique du Point
SYNTHESE

CONTENU DU COURS

1. Notions de base : Forces, statique, analyse dim

2. Cinématique
étude purement descriptive des mouvements.

3. Dynamique
relie les mouvements à leurs causes, c'est à dire aux forces qui les engendrent.

4. Application : chutes chute libre, avec frottements

5. Application : oscillateurs

6. Lois de conservation
Quantité de mouvement, énergie, moment cinétique

Dimension

Définition : On appelle dimension physique la propriété ou la grandeur physique associée à une unité.

Les essentielles :

1. Le « temps » (noté T) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « seconde »
2. La « longueur » (notée L) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « mètre »
3. La « masse » (notée M) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « kilogramme »
4. l'« intensité d'un courant » (notée I) est la dimension/grandeur physique associé à l'unité « ampère »

Rappels de Maths

Coordonnées d’un vecteur
Somme, soustraction
Produit scalaire
Produit vectoriel

Triangle rectangle, cos sin tan, cos et sin remarquables

Rappels de Maths

Coordonnées d'un vecteur
Somme, soustraction
Produit scalaire
Produit vectoriel

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \\ a_z - b_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

2. Rappels sur les vecteurs

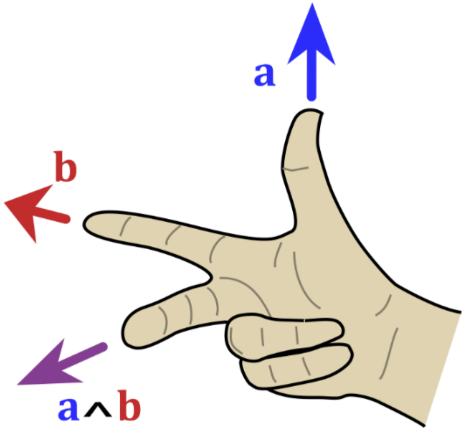
PRODUIT VECTORIEL

Soit deux vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$

Le produit vecteur de ces deux vecteurs est :

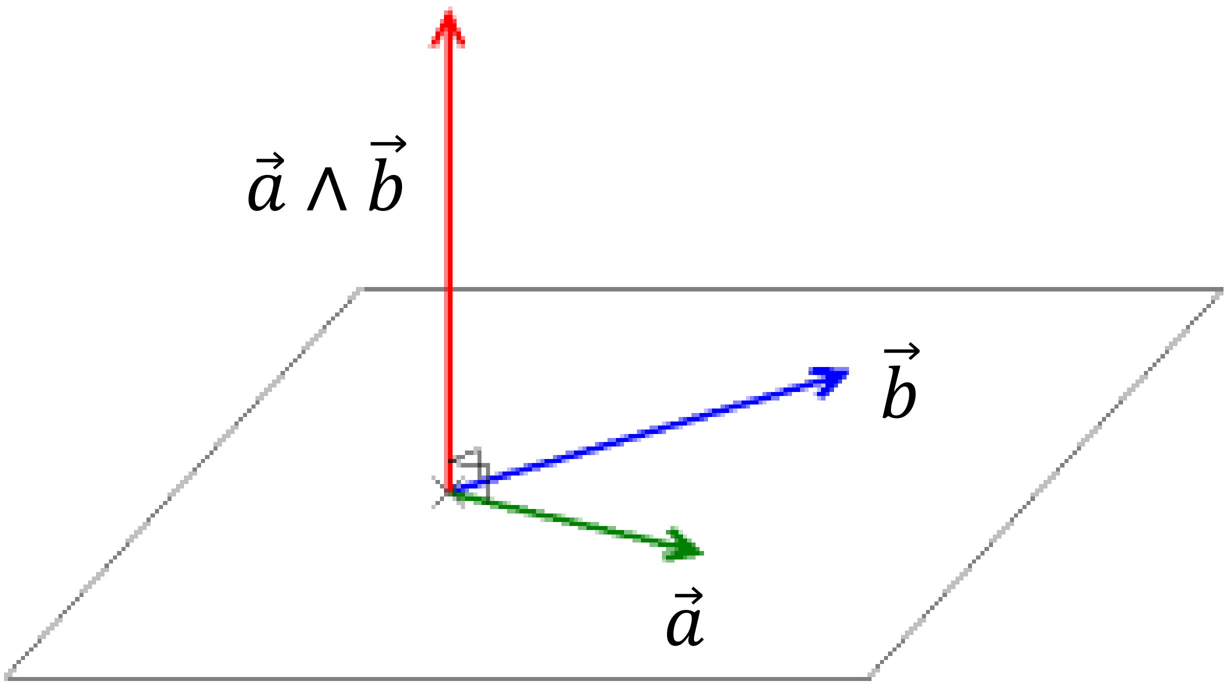
$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

2. Rappels sur les vecteurs



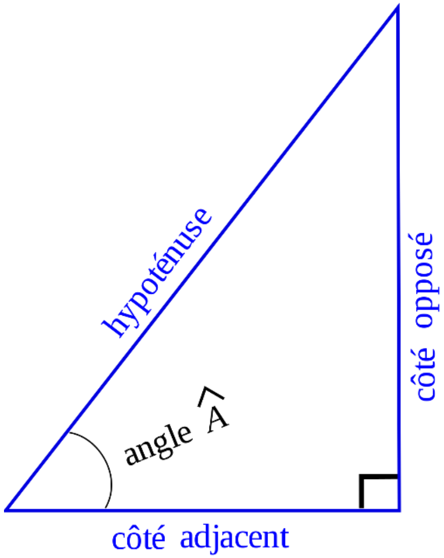
Direction du produit vectoriel

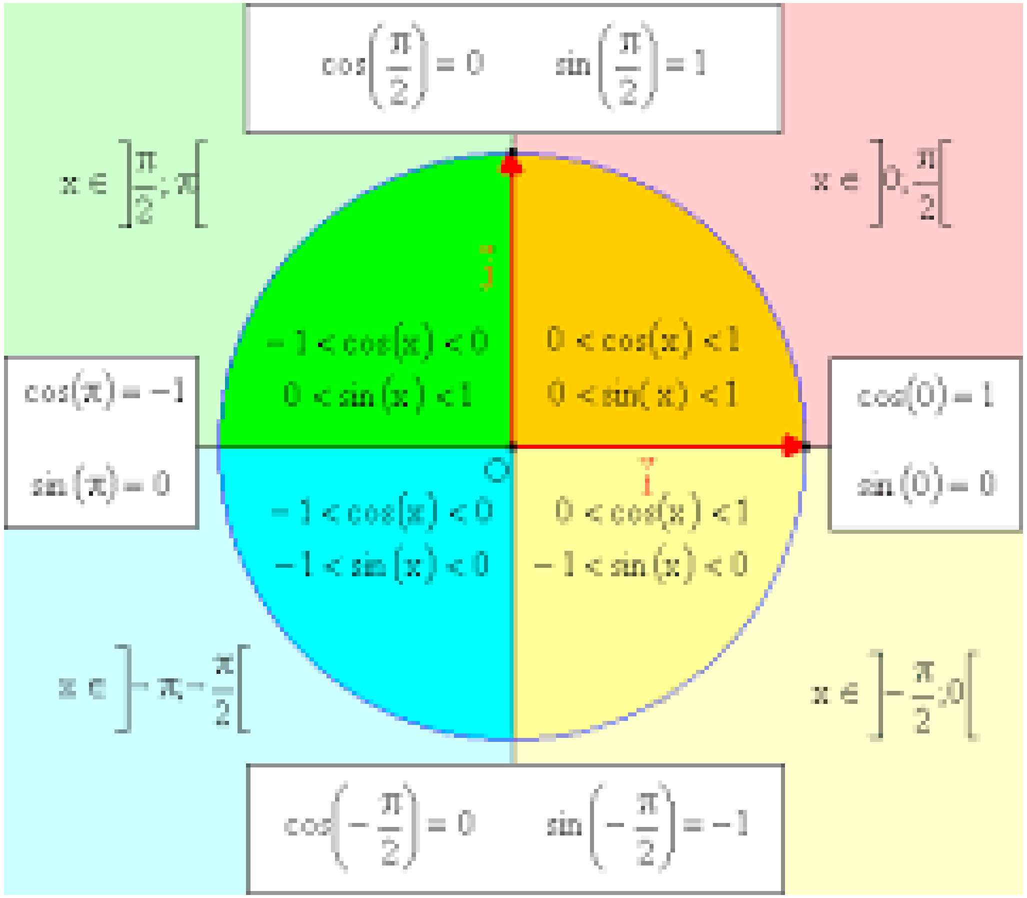
$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c} \qquad \Longrightarrow \vec{c} \perp \vec{a} \quad et \quad \vec{c} \perp \vec{b}$$



Rappels de Maths

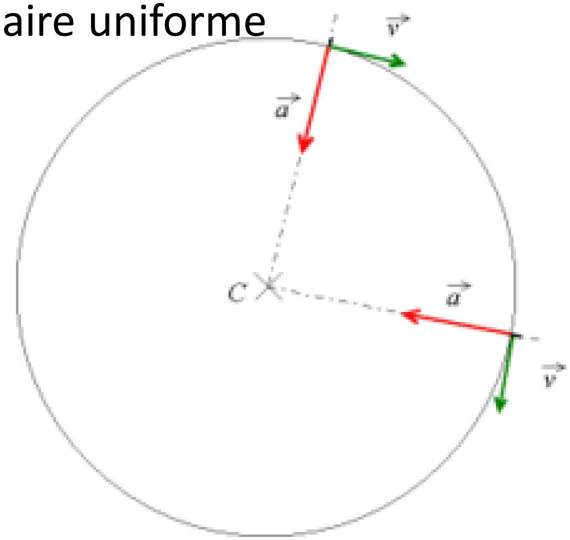
Triangle rectangle, cos sin tan, cos et sin remarquables





Position, vitesse et accélération

Cas particulier :
mvt circulaire uniforme



En coordonnées cartésiennes

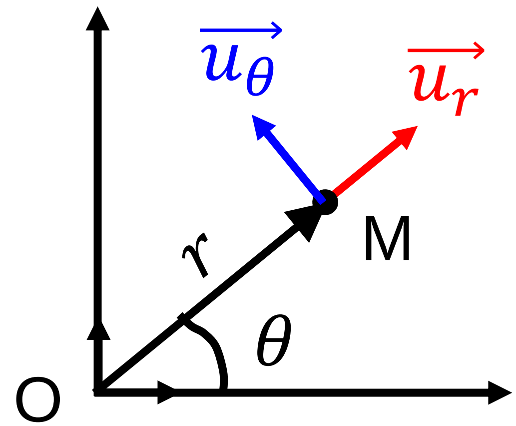
$$\vec{r} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y}$$ Vitesse

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\overrightarrow{u_y}$$ Accélération

Position, vitesse et accélération

En coordonnées polaires



$$\vec{r} = r\,\overrightarrow{u_r}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta}$$

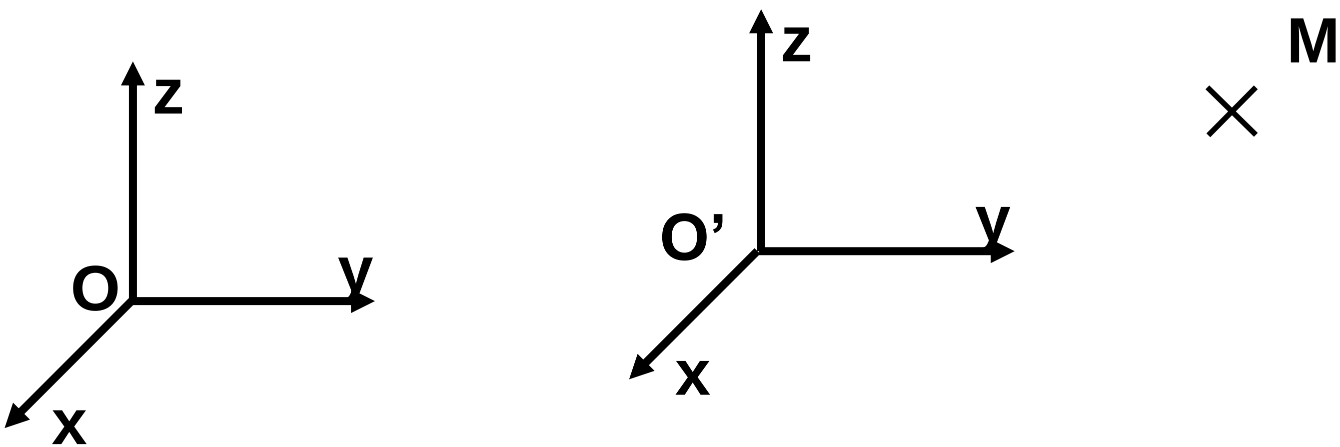
Cas particulier :
mvt circulaire uniforme

Loi de Composition des vitesses/accélérations

Soit un **objet M** que l’on mesure dans un **référentiel O’xyz**
Position et vitesse de M dans le référentiel Oxyz ?

$$\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OM} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O'M} + \overrightarrow{OO'}}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{v_{M/O}} = \overrightarrow{v_{M/O'}} + \overrightarrow{v_{O'/O}}}$$

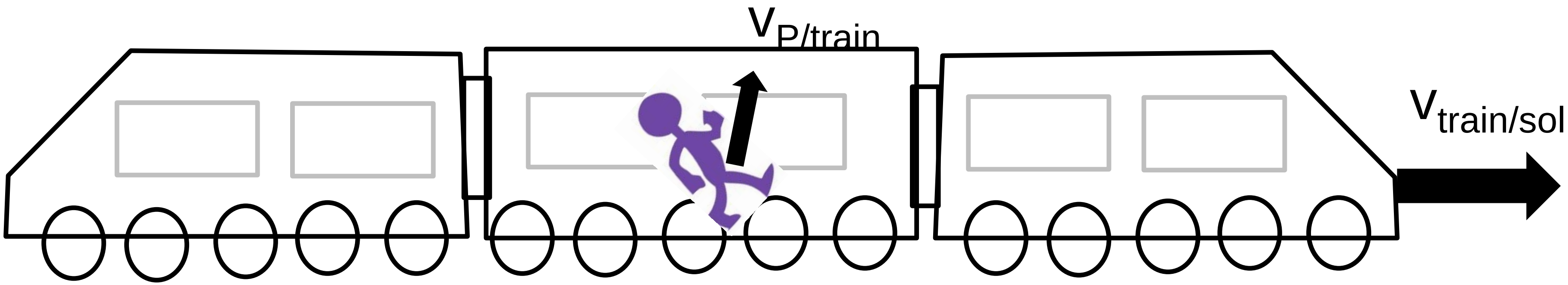


De même on peut montrer que $\boxed{\overrightarrow{a_{M/O}} = \overrightarrow{a_{M/O'}} + \overrightarrow{a_{O'/O}}}$

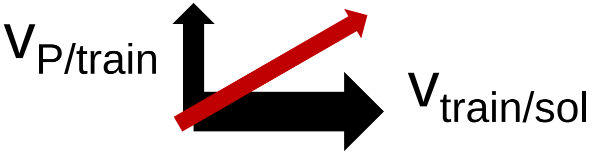
Composition des vitesses : exemple type

Un train se déplace à une vitesse de 50 km/h par rapport au sol. Une personne se déplace dans le train à une vitesse de norme 2 m/s par rapport au train.

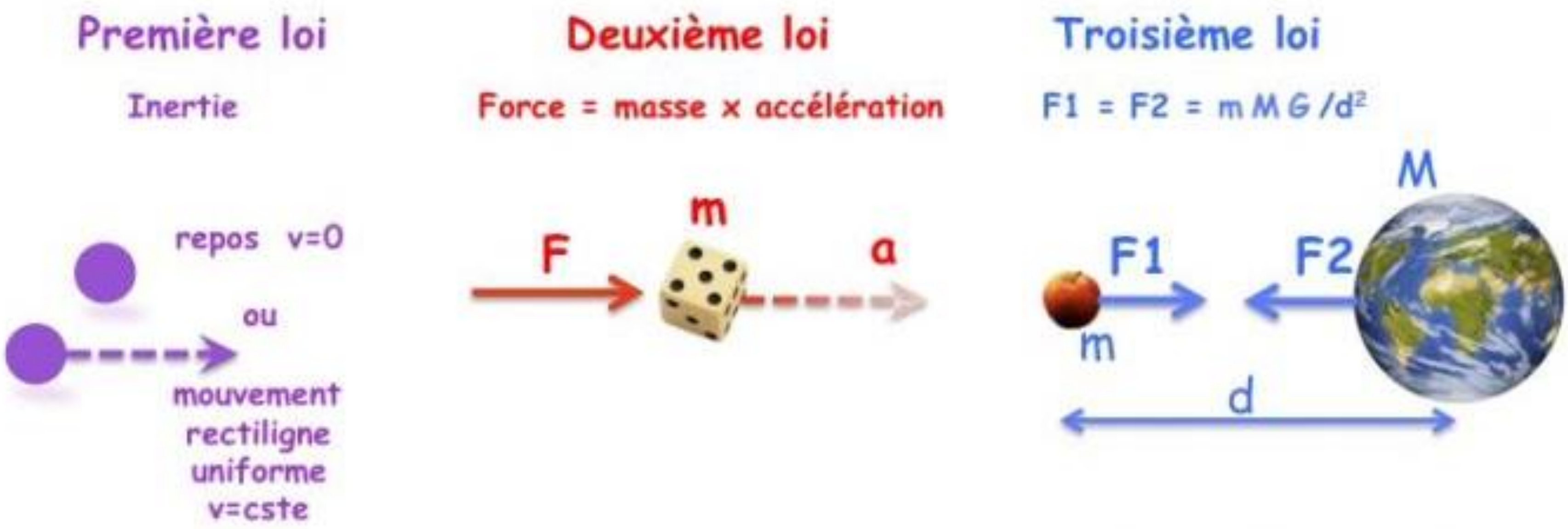
Vitesse de la personne par rapport au sol ?



→ $v_{P/sol}$ =50,5 km/h



Lois de Newtons



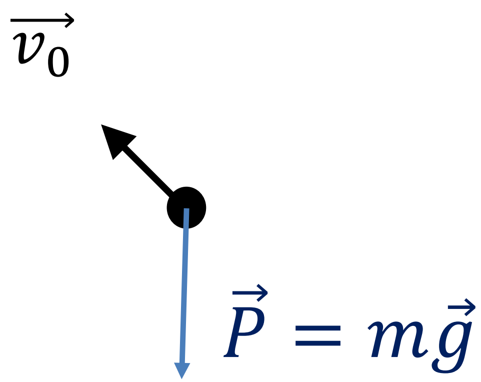
Chute libre

Sans frottement : généralement, une équation intégrable

Avec frottement : généralement, une équation différentielle

PROBLEME TYPE – chute libre sans frottements

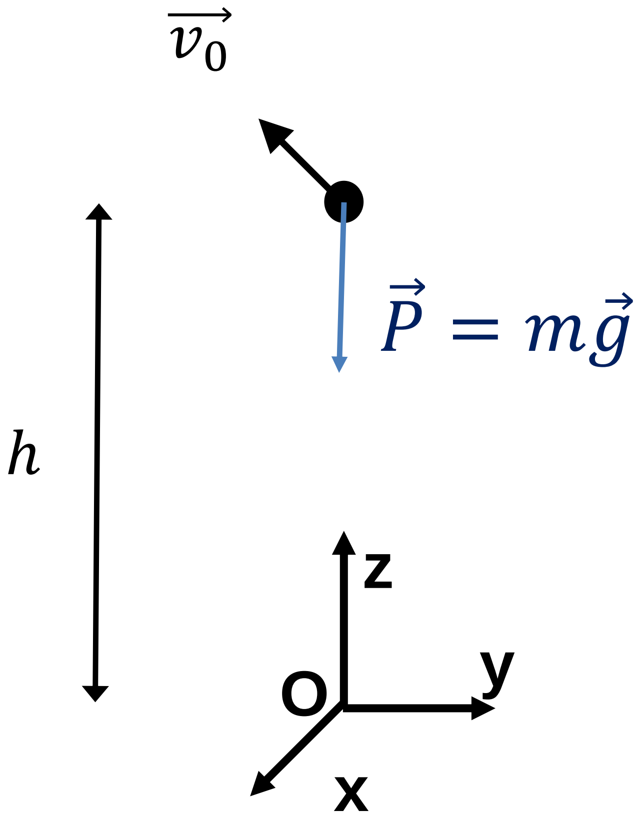
Soit un corps ayant une vitesse initiale v0, soumis à une seule force, son poids. Quel est le mouvement de ce corps ?



$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

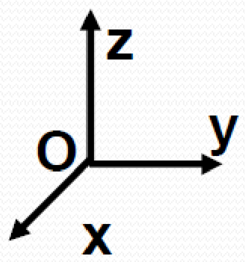
?

On trouve par exemple ici



$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + h \end{cases}$$

Chute en présence de frottements fluides



Problème type

Corps de masse m, de rayon R, vitesse initiale nulle

$$\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Equations du mouvement ?

Comment résoudre :

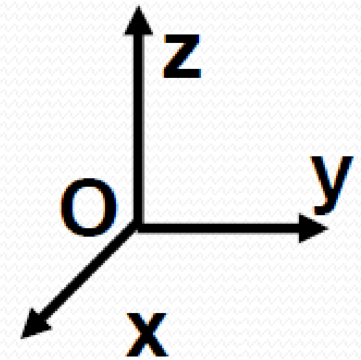
$$\ddot{z} = -g \ - \frac{1}{\tau}\dot{z}$$

On peut la réécrire

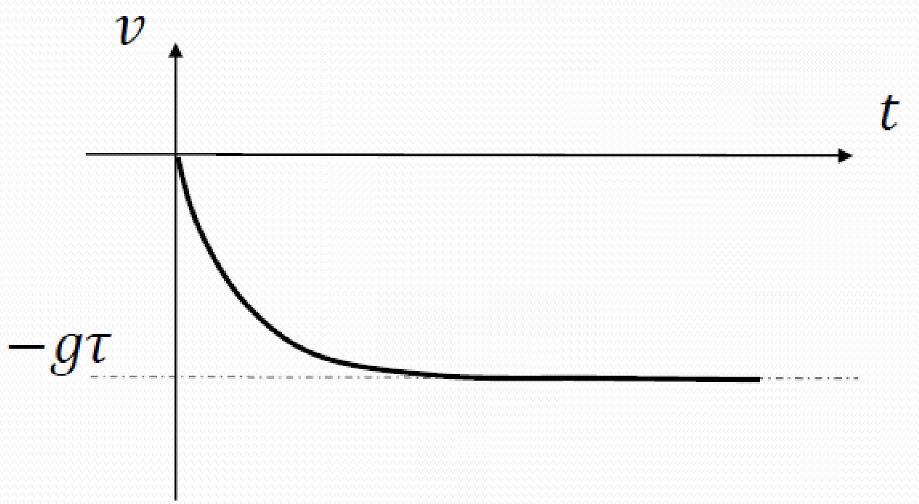
$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}\mathrm{v} = -g$$

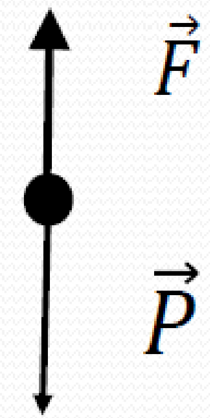
→ Equation différentielle !
du premier ordre à coefficient constant avec second membre constant.

Résultat : $v = g\tau\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right)$



A quoi ressemble cette fonction ?





Remarque. Vitesse limite $-g\tau$ où $\frac{1}{\tau} = \frac{6\pi R\eta}{m}$

Sens physique de τ : temps caractéristique au bout duquel v=v_limite

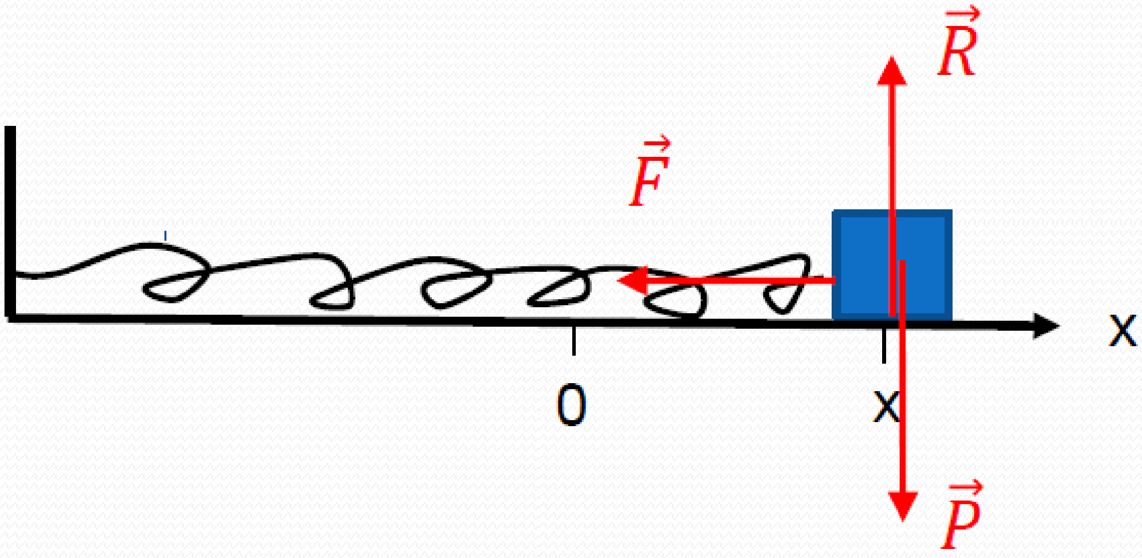
Remarque 2. Vitesse négative car la chute va dans le sens opposé de l'axe **z**.

Oscillateurs

Sans frottements

Avec frottements

Bilan des forces appliquées sur la masse m ?



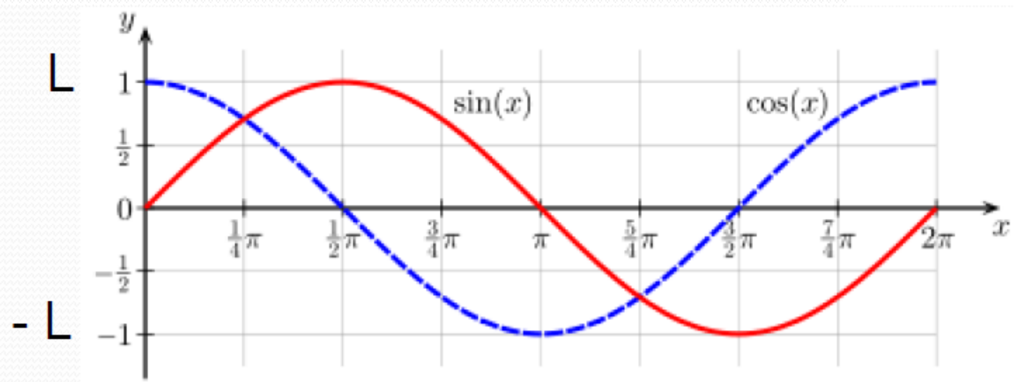
- Poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- Réaction du support $\vec{R}$
- Force exercée par le ressort $\vec{F}$

On obtient $$m\ddot{x} = -kx$$

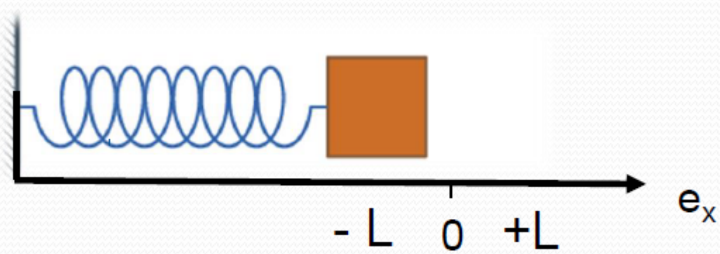
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$ EQUATION DES OSCILLATEURS LIBRES

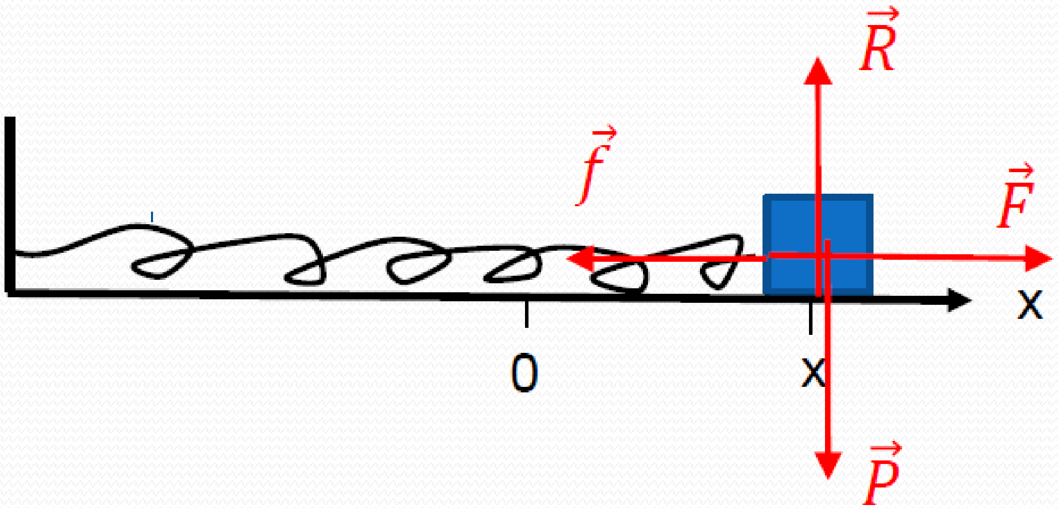
Solution générale de la forme

$$x = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$



Oscillations autour de la position d'équilibre



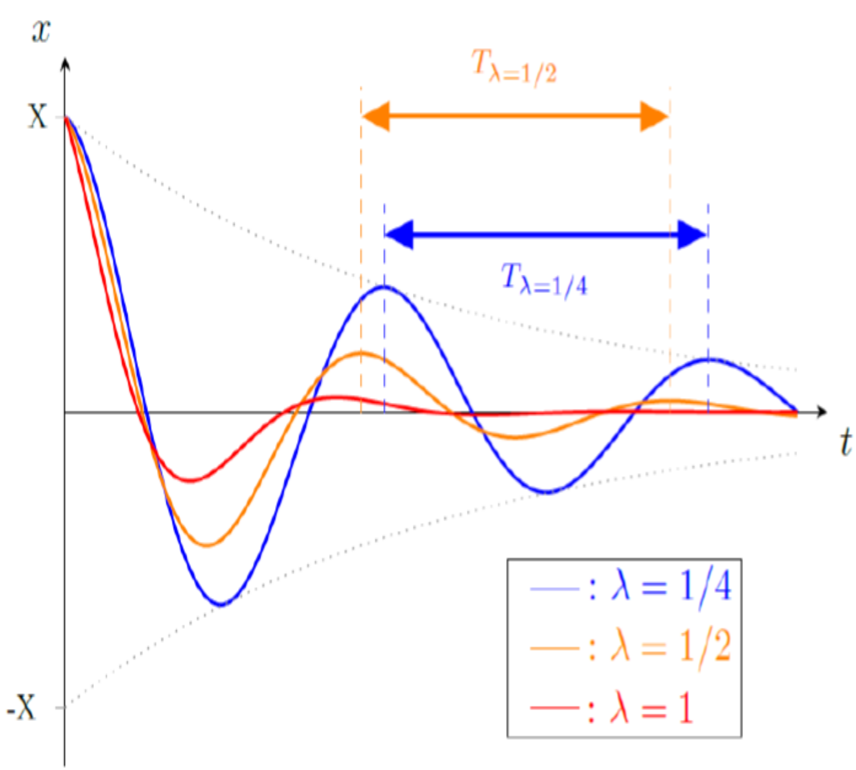


Bilan des forces sur la masse m

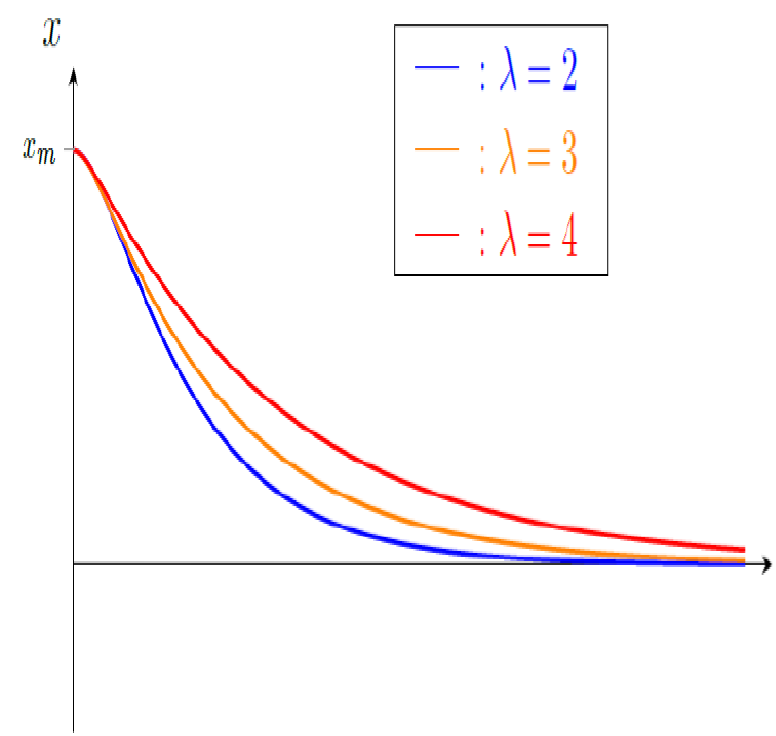
- Poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- Réaction du support $\vec{R}$
- Force exercée par le ressort $\vec{F} = -k\,\Delta\ell\,\vec{\mathrm{u}}$
- Frottement $\vec{f} = -\gamma\vec{v}$

$$\ddot{x} + \frac{\gamma}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}\,x = 0$$

$\Delta < 0$ Régime pseudopériodique

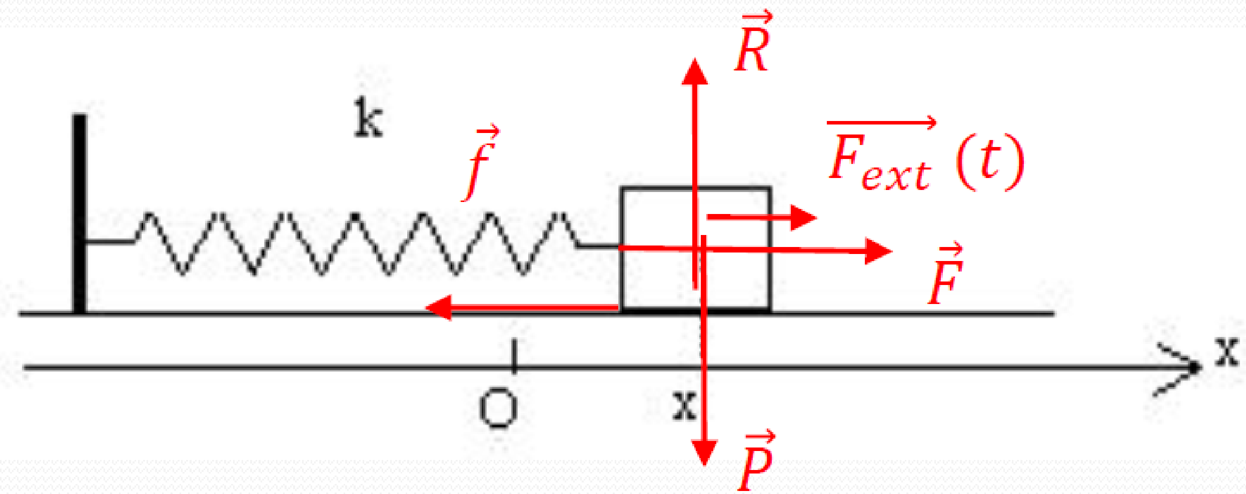


$\Delta > 0$ Régime apériodique



Oscillations forcées et résonance

On ajoute une force d'excitation $\overrightarrow{F_{ext}}\,(t)$



Bilan des forces :

$\vec{P}$, $\vec{R}$

$\vec{F} = -k\Delta\ell\vec{u}$

$\vec{f} = -\gamma\vec{v}$

$\overrightarrow{F_{ext}}\,(t) = \overrightarrow{F_0}\cos(\Omega t)$

Oscillations forcées : passer en notation complexe pour simplifier les calculs

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0{}^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

Rappels. L'idée : on réecrit l'éq. sous la forme

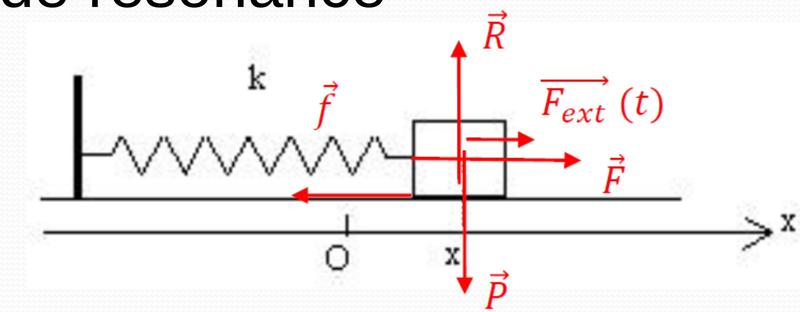
$$\mathcal{R}e\left(\underline{\ddot{x}} + \frac{1}{\tau}\underline{\dot{x}} + \omega_0{}^2\underline{x} = \frac{F_0}{m}\exp(i\Omega t)\right)$$

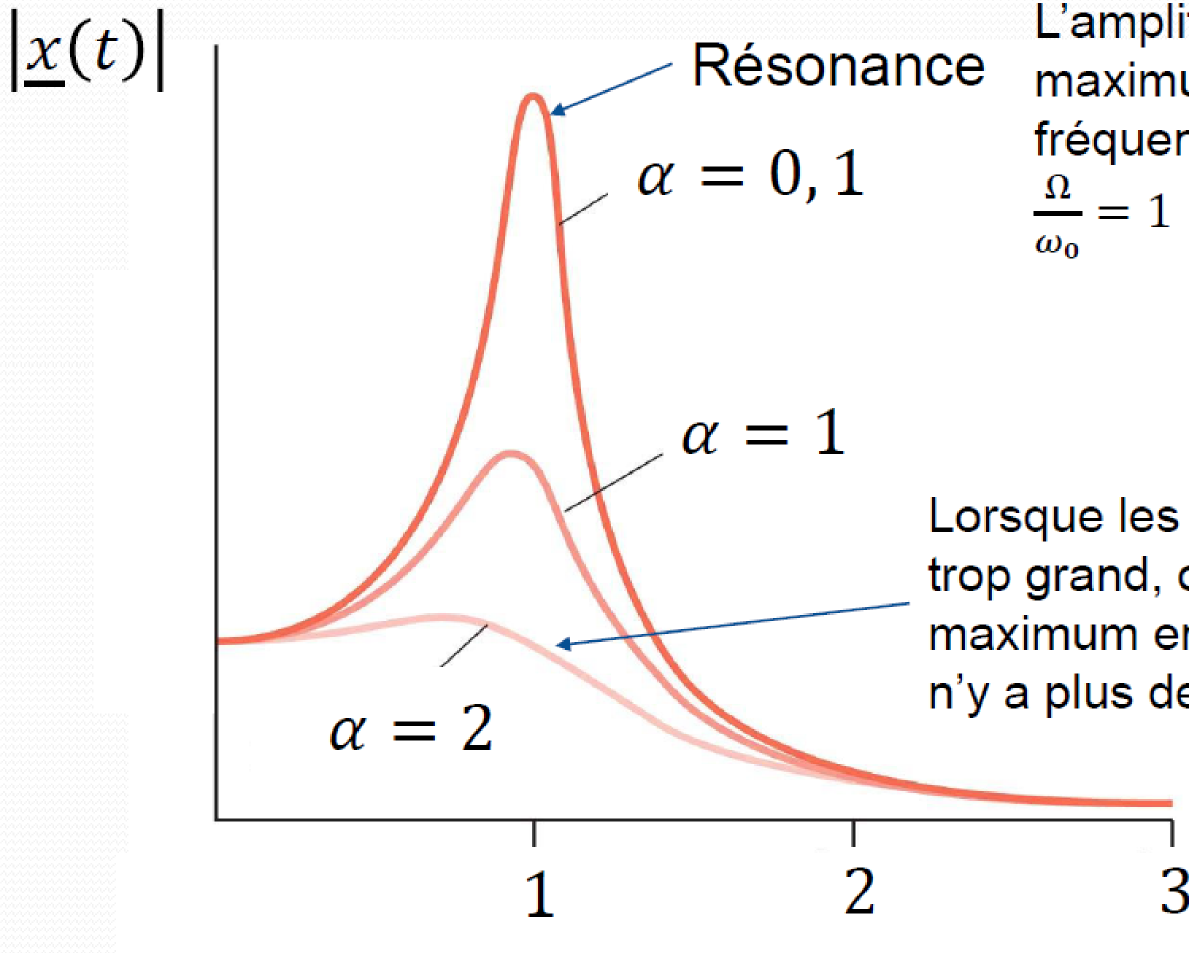
Avec $x = \mathcal{R}e(\underline{x})$

Rappel $\exp(i\Omega t) = \cos(\Omega t) + i\sin(\Omega t)$

Oscillations forcées, phénomène de résonance

https://lewebpedagogique.com/physique/quelques-videos-de-resonnances/





L'amplitude à un maximum à une fréquence proche de $\xi = \frac{\Omega}{\omega_0} = 1$

Lorsque les frottements sont trop grand, on n'a plus de maximum en amplitude : il n'y a plus de résonance

Equations différentielles du formulaire

Equations différentielles usuelles

$\frac{dy}{dt} + ay = b \rightarrow y(t) = Kexp(-at) + \frac{b}{a}$

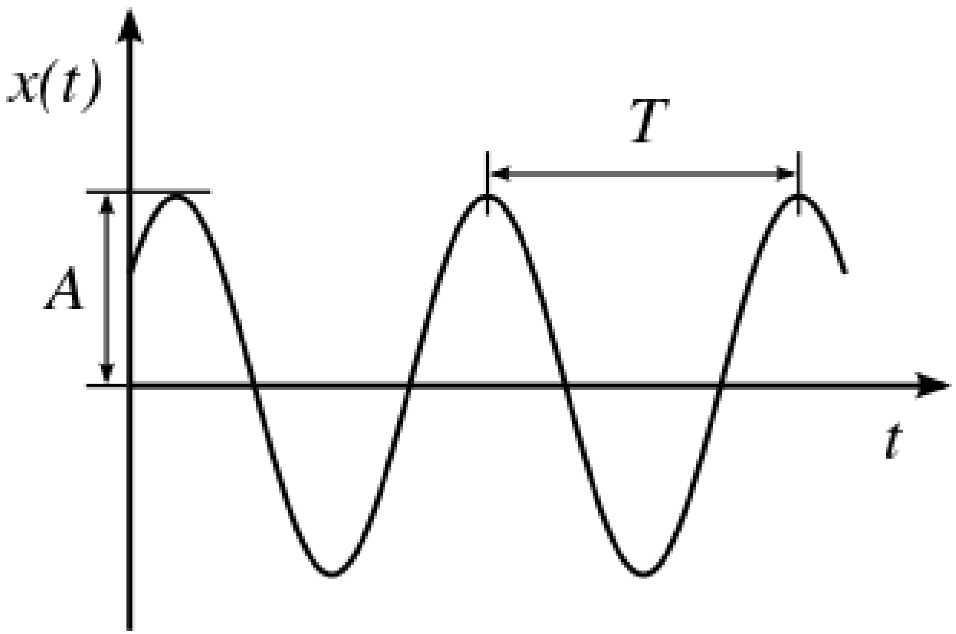
$\frac{d^2y}{dt^2} + {\omega_0}^2 y = 0 \rightarrow y(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\lambda\frac{dy}{dt} + {\omega_0}^2 y = 0$ →équation caractéristique de discriminant $\Delta = 4\lambda^2 - 4{\omega_0}^2$.

Si $\Delta > 0$: $y(t) = \exp(-\lambda t)\left\{a\exp\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t\right) + b\exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t\right)\right\}$

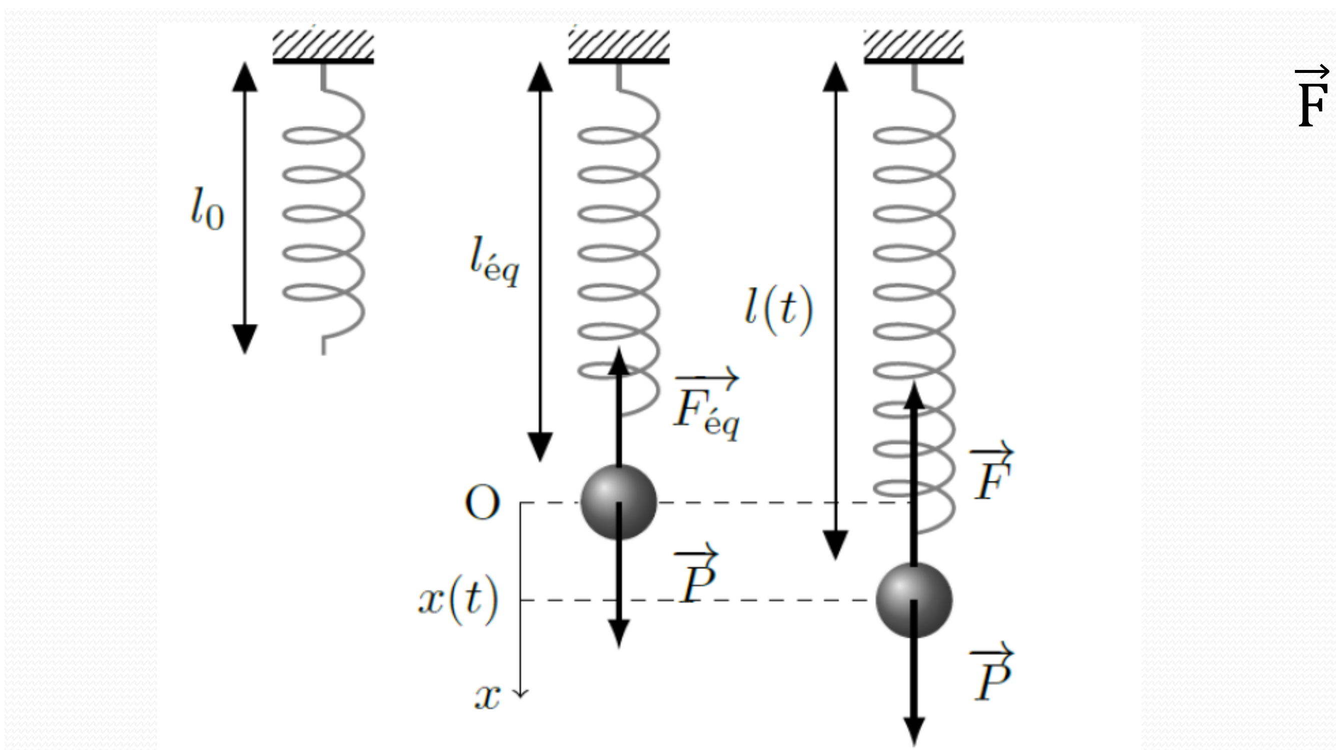
Si $\Delta < 0$: $y(t) = \exp(-\lambda t)\left\{a\cos\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t\right) + b\sin\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t\right)\right\}$

Oscillateurs : notion d'ondes, période fréquence, pulsation

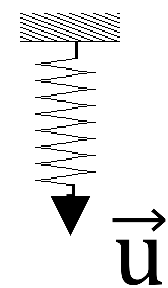


Oscillateurs :

quelques subtilités techniques sur
- la position d’équilibre
- Projection des vecteurs pour une force dont la direction dépend du temps



$$\vec{\mathrm{F}} = -k\,\Delta\ell\,\vec{\mathrm{u}}$$



Quelques concepts généraux

- Référentiel galiléens
- Universalité de la chute libre (sans frottements)
- Frottements fluides, frottements solides
- Poussée d'Archimède $\overrightarrow{P_a} = -m_{fluide\_deplacé}\vec{g}$
- Rappel d'un ressort

Forces usuelles Poids $\vec{P} = m\vec{g}$, Frottements fluides (laminaire) $\vec{F} = -k\vec{v}$,

Frottements solides (dynamiques) $\|\vec{F}\| = \mu\|\vec{R}\|$ Force électrique $\vec{F} = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{e_r}$,

Force de gravitation $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{u_r} = -\frac{GMm}{r^3}\vec{r}$.

Lois de conservation

pour un système isolé (=aucune force appliquée)
ou pseudo isolé (=somme des forces appliquées est nulle) :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}}$$

$$\boxed{\rightarrow \vec{p} = \overrightarrow{cte}}$$

Conservation de la quantité de mouvement pour un **système isolé** ou **pseudo isolé**

Travail d'une force

travail $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{d\ell}$ $= \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

Si $W_{AB}(\vec{F}) = 0$, on dit que $\vec{F}$ "ne travaille pas"

Théorème de l'énergie cinétique

La **variation de l'énergie cinétique** d'un solide de masse m en **translation** dans un référentiel **galiléen** entre deux points A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui s'appliquent sur le système lors de son déplacement de A à B :

$$\boxed{\Delta_{AB}E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})}$$

Cas particulier : si la force est perpendiculaire au déplacement, W=0 et E_C est conservée

Théorème de l'énergie mécanique

On peut montrer dans le cas général que

$$\Delta E_m = \Delta(E_C + E_P) = \sum W(\vec{F}_{non\ conservatives})$$

Les variations d'énergie mécanique sont dûes aux travaux des forces non conservatives.

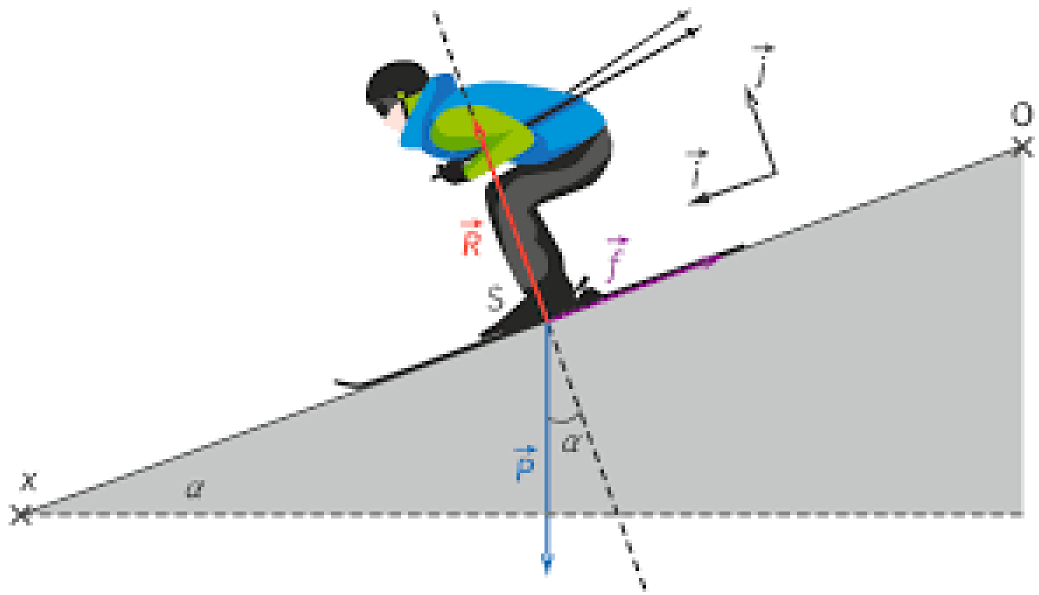
Notion de force conservative/non conservative : notion qui découle directement de l'énergie mécanique : force qui permet de conserver ou non l'énergie mécanque

Force conservative et énergie potentielle

Ce qu'il faut retenir – force conservative :

- Le travail ne dépend pas du chemin parcouru
- Force qui dérive d'une énergie potentielle $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_P$
- En pratique : toutes les forces usuelles sont conservatives sauf les forces de frottements et la force de Lorentz

Remarque. Une force qui ne travaille pas a une énergie potentielle nulle. Exemple : réaction du support



MOMENT CINETIQUE

$$\vec{r} \wedge m\vec{v}$$

MOMENT D'UNE FORCE

$$\vec{r} \wedge \vec{F}$$

Le produit vectoriel du vecteur position avec un autre vecteur

Théorème du moment cinétique

$$\boxed{\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}_i^O}}$$

THEOREME DU MOMENT CINETIQUE

La dérivée du moment cinétique par rapport au temps est donnée par la somme des moments des forces qui s'appliquent sur le système

1. Cas statique

$\rightarrow \vec{v} = \vec{0}$

$\rightarrow \overrightarrow{L_O} = \vec{0}$

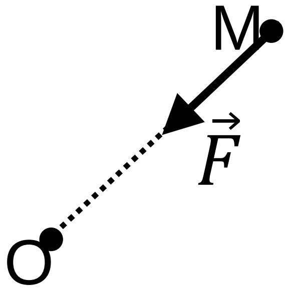
$\rightarrow \frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \vec{0}$

$$\boxed{\sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}_i^O} = \vec{0}}$$

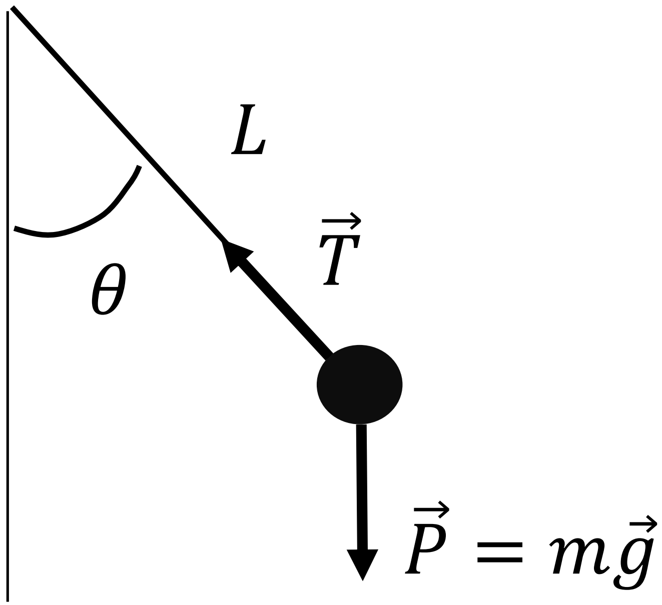
2. Cas où $\sum_i \overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{M}}_i^O} = \vec{\mathbf{0}}$

$$\Rightarrow \frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{L_O} = \overrightarrow{cte}}$$



Application type : le pendule (r=cte)



Trajectoire $\theta(t)$?

- A partir du PFD
- Avec le TMC

FIN DU COURS DE MECANIQUE

Des questions ?

- Pascale.diener@yncrea.fr
- Teams pour parler en direct

Planning pour la fin du module de mécanique

- **Cours** d'aujourd'hui 18/3 sur campus dès ce soir

- **TD** de demain 19/3 : examen blanc

- **TD** de vendredi 20/3 : correction de l'examen blanc (avec GoToWebinar)

- **Examen** mardi prochain 24/3