

Exercice 1

Une machine thermique met en jeu une masse constante m d'un gaz parfait et lui fait décrire le cycle suivant selon des transformations réversibles :

- Une transformation isotherme qui fait passer le gaz de l'état A (pression $P_A = 2$ bar, Volume $V_A = 30$ L, Température $T_A = 16^\circ\text{C}$) à l'état B (P_B , $V_B = 6$ L, T_B).
- Un échauffement isobare de l'état B à l'état C (P_B , $V_C = 18$ L, T_C).
- Une détente adiabatique de l'état C à l'état D (P_D , V_D , T_D)
- Un refroidissement isobare de l'état D à l'état A

1. Calculer le nombre de moles gazeuses n mises en jeu.

2. Calculer les variables d'états dans les états A, B, C et D.

| | Pression (Pa) | Volume (m^3) | Température (K) |
|--------|---------------|-------------------------|-----------------|
| Etat A | | | |
| Etat B | | | |
| Etat C | | | |
| Etat D | | | |

3. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (P , V).

4. Calculer le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de la transformation de l'état B à l'état C. On précisera le sens des échanges.

Données numériques:

- Constantes des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- Capacité calorifique molaire, à pression constante :
 $C_p = 29,1 \text{ J. K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.
- Dans une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait, on a :
 $PV^\gamma = \text{Constante}$, avec $\gamma = 1,4$ pour le gaz considéré.

Exercice 2:

On considère un moteur à essence fonctionnant selon le cycle réversible représenté, sans légende, dans le diagramme de Clapeyron.

- Compression adiabatique : passage de l'état 1 à l'état 2, noté 1→2 ;
- Combustion à volume constant : passage de l'état 2 à l'état 3, ($P_3 > P_2$) noté 2→3 ;
- Détente adiabatique : passage de l'état 3 à l'état 4, noté 3→4 ;
- Transformation à volume constant : passage de l'état 4, à l'état 1 noté 4→1.

Le mélange de gaz décrivant le cycle est considéré comme un gaz parfait.

On donne : $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

- ✓ Capacité thermique molaire à volume constant: $C_V = 20,7 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- ✓ On admettra que C_V est indépendante de la température.
- ✓ Les conditions à l'admission sont : $P_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_1 = 300 \text{ K}$
- ✓ Dans une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait, on a :
 $TV^{\gamma-1} = \text{Constante}$, avec $\gamma = 1,4$ pour le gaz considéré.

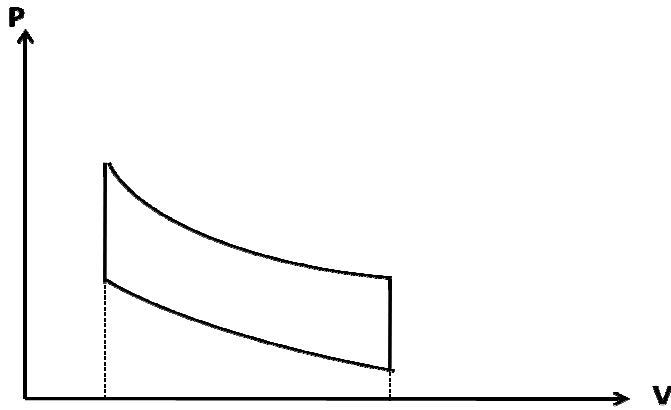


Figure 1.

1. Sur la figure 1, reporter les états 1, 2, 3, 4 et flécher le cycle. Hachurer l'aire représentant le travail reçu par le fluide décrivant le cycle. Quel est le signe de ce travail ? Expliquer.
2. Calculer le nombre de moles n de gaz décrivant le cycle.
3. On donne $V_2 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, ce qui correspond à un rapport volumétrique $\tau = \frac{V_1}{V_2} = 8,0$.
 - a) Calculer la température T_2 en fin de compression adiabatique.
 - b) Calculer la température T_3 en fin de combustion sachant que $T_3 - T_2 = 2,0 \cdot 10^3 \text{ K}$.
 - c) Calculer la température T_4 en fin de la détente adiabatique.

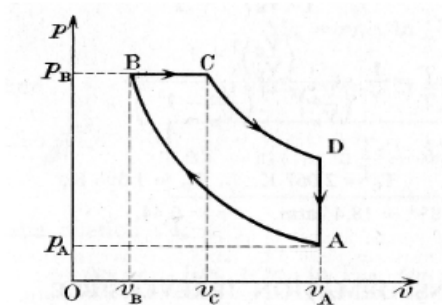
On prendra pour la suite de l'exercice : $T_4 = 1,17 \cdot 10^3 \text{ K}$

4.

- a) Quelle est la chaleur reçue, par le gaz, au cours de chacune des quatre transformations du cycle (Q_{12} , Q_{23} , Q_{34} , et Q_{41}) ?
- b) Calculer la chaleur Q_{cycle} reçue par le gaz au cours du cycle complet.
- c) En déduire le travail W_{cycle} reçu par le gaz au cours du cycle complet. Quel est le signe de ce travail ?
- d) Calculer le rendement $\eta = \left| \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{23}} \right|$

Exercice 3 (facultatif)

On fait subir à une masse de gaz parfait une succession de transformations représentées dans le diagramme de Clapeyron par le cycle ABCDA. AB et CD sont des transformations adiabatiques réversibles.



Les rapports $\frac{V_A}{V_B}$ et $\frac{V_C}{V_B}$ sont connus, ainsi que P_A et T_A .

- Comment nomme-t-on le rapport $\frac{V_A}{V_B}$ et le rapport $\frac{V_C}{V_B}$?
- Le cycle ABCDA est un cycle moteur, de quel moteur s'agit-il ? Expliquer brièvement le cycle de ce moteur ?
- Déterminer les expressions littérales des quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées avec le milieu extérieur au cours des transformations BC et DA respectivement. En déduire leurs signes.
- Evaluer les travaux et les variations d'énergie interne pour les quatre transformations.
- Soit ρ le rendement du cycle défini par $\rho = \frac{-W}{Q_1}$ démontrer que son expression peut se mettre sous la forme :

$$\rho = 1 - \frac{T_D - T_A}{\gamma(T_C - T_B)}$$

- En utilisant la loi de la place déterminer les expressions littérales de :
 - P_B en fonction de P_A , $\frac{V_A}{V_B}$ et γ .
 - T_B en fonction T_A , $\frac{V_A}{V_B}$ et γ .
 - T_D en fonction de T_A , $\frac{V_C}{V_B}$ et γ .
- Démontrer que la différence entre la T_C et T_B peut se mettre sous la forme :
 -

$$T_C - T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{V_C}{V_B} - 1\right)$$

- Déduire que l'expression finale du rendement s'écrit :

$$\rho = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} - 1}{\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{V_C}{V_B} - 1\right)}$$

- Application numérique :

Calculer numériquement P_B , T_B , T_C , T_D et ρ .

Données : $P_A = 1 \text{ atm}$, $T_A = 300 \text{ K}$, $\frac{V_C}{V_B} = 8$, $\frac{V_C}{V_D} = 3$, $\gamma = 1,40$