Physique des ondes - CIR/CNB2 - 2020/2021

TD 1 : Propagation d'un signal

Ex1 : Signal sans fondamental

On considère le signal $s(t) = 10\sin(80\pi t) + 5\sin(120\pi t + 0,6\pi)$ où le temps est exprimé en secondes. Quelle est la fréquence de $s(t)$?

Ex2 : Spectre d'un produit de fonctions sinusoïdales

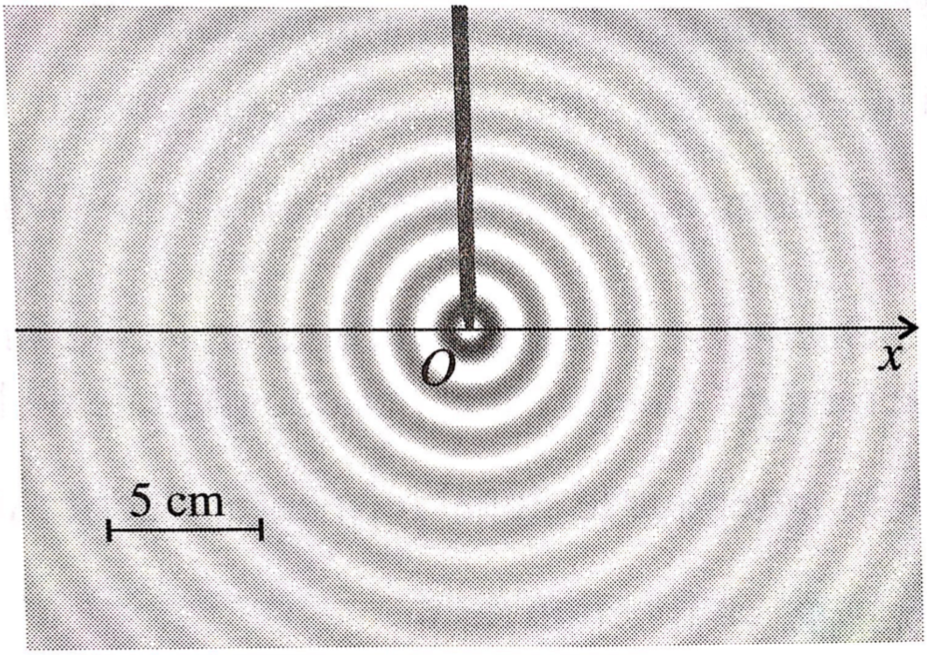
On considère le signal : $s(t) = A\cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t + \varphi)$ où A et φ sont des constantes.
1. En utilisant la relation $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$ déterminer les fréquences contenues dans $s(t)$. Représenter son spectre d'amplitude et de phase.
2. Examiner le cas où $f_1 = f_2$.

Ex3 : Relation entre fréquence et longueur d'onde

1. Calculer la longueur d'onde de l'onde électromagnétique qui existe dans un four micro-ondes sachant que sa fréquence est $f = 2,45$ GHz et que la célérité des ondes électromagnétiques est $c = 3.10^8$ m.s^{-1}. Est-elle de l'ordre du micromètre ?
2. La vitesse du son dans l'air dépend de la température T selon la formule $c = \sqrt{\gamma RT/M_{\text{air}}}$ où $\gamma = 1,4$, $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1} et $M_{\text{air}} = 29.10^{-3}$ kg.mol^{-1}. Calculer la fréquence d'un son de longueur d'onde $\lambda = 78$ cm lorsque la température vaut $T_1 = 290$ K, puis $T_2 = 300$ K. Le changement de hauteur du son dû au changement de température est-il de plus d'un demi-ton ? Un demi-ton correspond à une variation relative de fréquence égale à $2^{1/12} - 1$.

Ex4 : Cuve à ondes

La figure représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18$ Hz. L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe, foncée là où elle est concave.



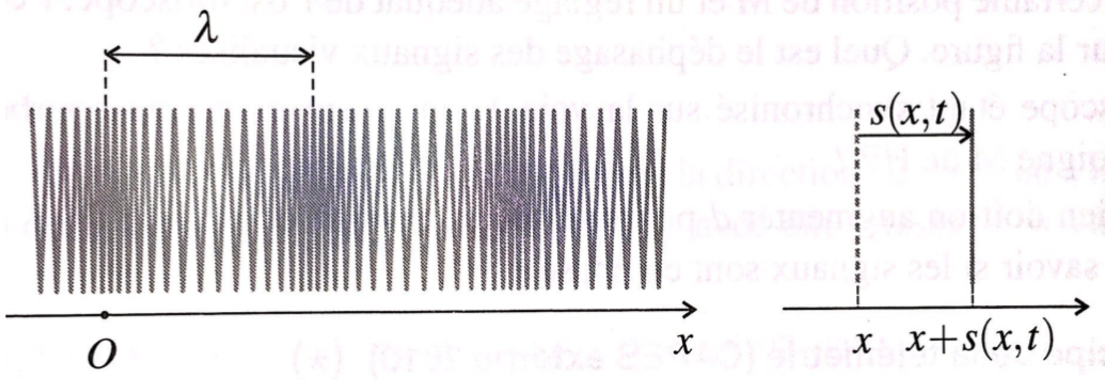
1. En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde.
2. En déduire la célérité de l'onde.
3. On suppose l'onde sinusoïdale, d'amplitude A constante et de phase initiale nulle en O. Ecrire le signal $s(x,t)$ pour $x > 0$ et pour $x < 0$.
4. Expliquer pourquoi A n'est pas, en fait, constante.

Ex5 : Ondes progressives sinusoïdales
1. Donner la période, la fréquence, la pulsation, la longueur d'onde, le nombre d'onde et le module du vecteur d'onde, de l'onde $s(x,t) = 5\sin(2,4.10^3\pi t - 7\pi x + 0,7\pi)$ où x et t sont exprimés respectivement en mètres et en secondes. Quelle est sa vitesse de propagation ?
2. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens positif avec la célérité c. L'expression du signal de l'onde au point d'abscisse x_1 est $s_1(x_1,t) = A\cos(\omega t)$. Déterminer l'expression de $s_1(x,t)$. Représenter $s_1(x,0)$ en fonction de x.
3. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens négatif avec la célérité c. On donne $s_2(O,t) = A\sin(\omega t)$. Déterminer l'expression de $s_2(x,t)$. Représenter graphiquement $s_2\left(\lambda/4,t\right)$ et $s_2\left(\lambda/2,t\right)$ en fonction de t.

Ex6 : Propagation d'un signal périodique
Une onde se propage dans le sens positif (Ox) à la célérité c. En $x = 0$ son signal est périodique de fréquence f_s et s'écrit : $s(0,t) = f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_s t + \varphi_n)$.
1. Quelle est la longueur d'onde associée au fondamental du signal $f(t)$? À son harmonique de rang n ? Quelle est la période spatiale de l'onde ?
2. Montrer que le signal reçu en x_0 s'écrit : $s(x_0,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(2\pi n f_s t + \varphi'_n)$ et exprimer les A'_n et φ'_n en fonction de x_0.

Ex7 : Onde longitudinale sur un ressort

L'onde de compression-dilatation le long d'un ressort est une onde longitudinale analogue à une onde sonore. Lors du passage de cette onde chaque spire bouge dans la direction de l'axe (Ox), axe parallèle au ressort. Un signal associé à l'onde est le déplacement $s(x,t)$ de la spire qui est située à l'abscisse x en l'absence d'onde : cette spire passe ainsi de la position x qu'elle occupe au repos à la position $x+s(x,t)$ (voir figure).



1. On appelle a l'espacement entre deux spires consécutives dans l'état de repos. Lors du passage de l'onde, la distance entre les spires situées au repos en $x_i = ia$ et $x_{i+1} = (i+1)a$ devient d_i. Exprimer d_i en fonction de a, $s(x_i,t)$ et $s(x_{i+1},t)$.

2.

On suppose que $s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$. On pose $\phi = \omega t + \varphi$. En utilisant une relation de trigonométrie, montrer que : $d_i = a + 2A\sin\left(\frac{ka}{2}\right)\sin\left(\phi - kx_i\frac{ka}{2}\right)$.

3. On suppose que $ka << 1$. cette hypothèse correspond-elle bien à la figure ci-dessus ? Montrer que, lors du passage de l'onde, la distance entre deux spires consécutives situées au repos au voisinage de x devient : $d(x,t) \approx a(1 + kA\sin(\omega t - kx + \varphi))$.

4. La figure donne l'allure du ressort à $t = 0$. En déduire φ. Où se trouvent, sur la figure, spires dont le déplacement est nul ?