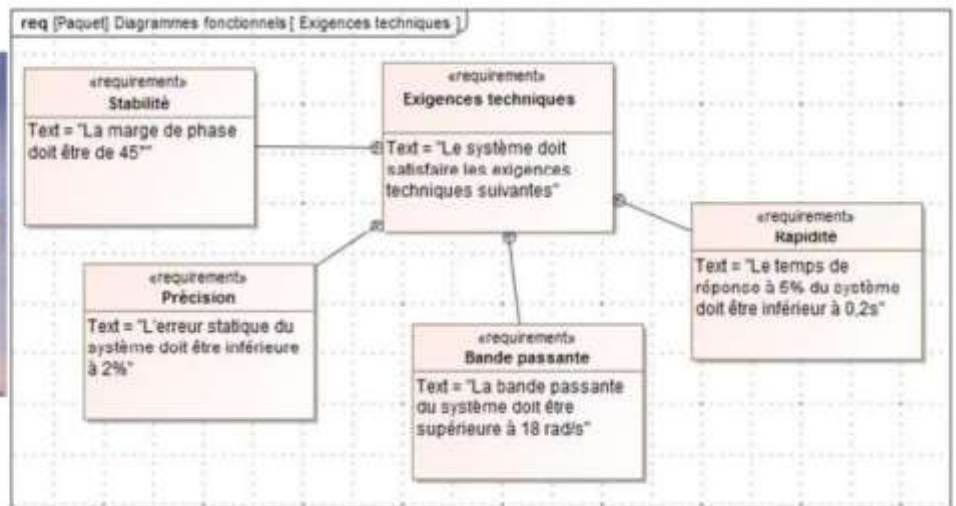


Séance 4 – MODÈLE DE COMPORTEMENT DU PREMIER et DU DEUXIEME ORDRE

EXERCICE 1 : RADAR D'AVION

Le support d'étude est un radar d'avion dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Ce système permet notamment au pilote de détecter des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...) et de connaître leur position.

L'objectif de cette étude est de vérifier si l'asservissement proposé ici en phase de conception par le bureau d'études est compatible aux performances attendues par le client.



La solution proposée est un asservissement de position angulaire du radar : l'angle souhaité est $\theta_c(t)$, l'angle réel du radar est $\theta_r(t)$. La différence des deux angles est transformée et amplifiée d'un gain A en une tension $u_m(t)$. La tension $u_m(t)$ engendre, via un moteur à courant continu de fonction de transfert $H_m(t)$ et un réducteur de vitesse de rapport $B < 1$, une vitesse angulaire du radar $\omega_r(t)$.

Hypothèses :

- on néglige tous les frottements.
- on néglige l'effet de l'inductance du bobinage du rotor du moteur.

Notations :

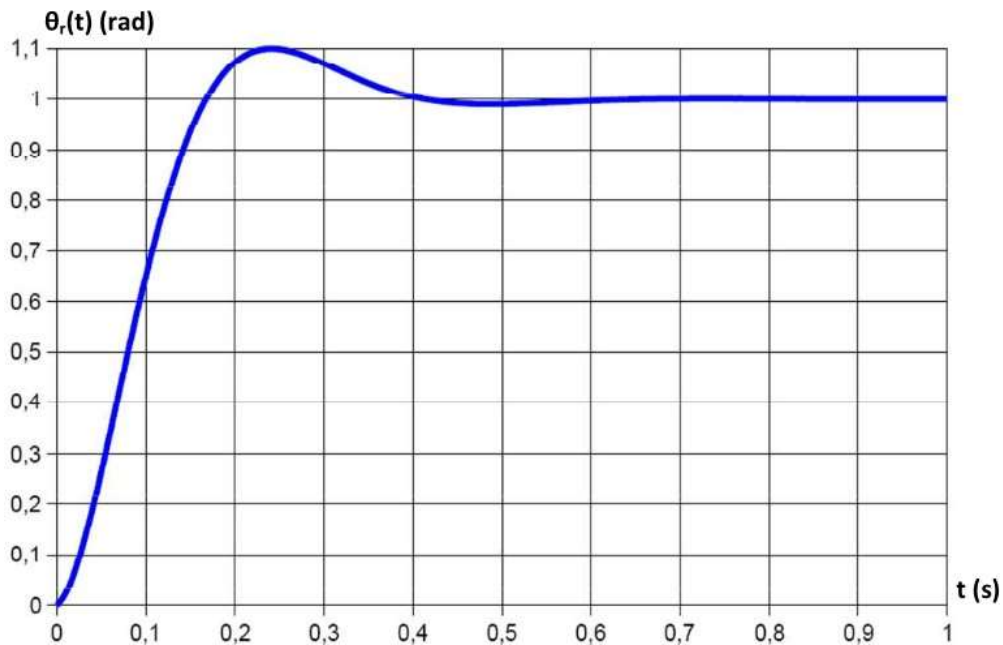
J : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur (kg.m^2)
 K_e : constante de force-contre électromotrice (en V/rad/s)
 K_t : constante de couple (en N.m/A)
 $e(t)$: force contre-électromotrice
 $i(t)$: intensité
 $C_m(t)$: couple moteur
 R : la résistance du moteur

Q.1. Montrer que $H_m(p)$ peut se mettre sous la forme canonique et déterminer les expressions littérales de K_m et T_m

$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

Q.2. Déterminer la fonction de transfert global $H(p)$ de l'asservissement de position et déterminer les expressions des caractéristiques du modèle de comportement.

La réponse à un échelon unitaire (réponse indicielle) obtenue à partir d'une simulation du système de fonction de transfert $H(p)$ est donnée sur la figure suivante :



Q.4. Déterminer les valeurs numériques des caractéristiques de la fonction de transfert de l'asservissement en position.

Q.5. Conclure quant à la capacité du système proposé par le bureau d'étude à vérifier le critère de rapidité du cahier des charges.

On améliore la performance du radar en ajoutant un correcteur. La nouvelle fonction de transfert est :

$$H(p) = \frac{1}{(1 + 0,05 \cdot p)(1 + 0,0005 \cdot p)(1 + 0,002 \cdot p)}$$

Q.6 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de cette fonction de transfert, en expliquant la démarche utilisée.

Q.7. Déterminer, en régime permanent, $\theta_r(t)$ pour une entrée sinusoïdale d'amplitude 0,2 rad et de pulsation 10 rad/s.

Q.8 Vérifier la capacité du radar à satisfaire tous les critères du cahier des charges et conclure.

EXERCICE 2 : CAMÉRA

La camera PTZ étanche IP68 ZOOM 28X existe en 2 versions, noir et camouflage Otan. Elle est dotée d'un socle aimanté ce qui permet de la positionner sur un véhicule. Elle est asservie en position angulaire à l'aide de deux moteurs à courant continu. Le comportement du moteur permettant l'orientation suivant l'axe vertical, est modélisé par la fonction de transfert :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2}$$

$\theta_c(t)$ est l'angle de consigne en ° par rapport au plan horizontal ;

$\theta(t)$ est l'angle atteint en ° par rapport au plan horizontal.

Q1 : Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.

Q2 : En déduire, si sa réponse à un échelon est non oscillatoire ou oscillatoire amortie. Si elle est définie, indiquer la valeur de la pseudo-période notée T_a .

Q3 : Calculer le temps de réponse à 5 % de ce système soumis à une entrée de type échelon.

On soumet le système à une entrée en échelon $\theta_c(t) = 20^\circ$

Q4 : Donner, dans ce cas, le nombre de dépassements d'amplitude supérieure à 1% de la réponse $\theta(t)$. Indiquer, pour chacun d'eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.

Q5 : Tracer l'allure de la réponse $\theta(t)$ en précisant les points caractéristiques.

EXERCICE 3 : FOUR ÉLECTRIQUE

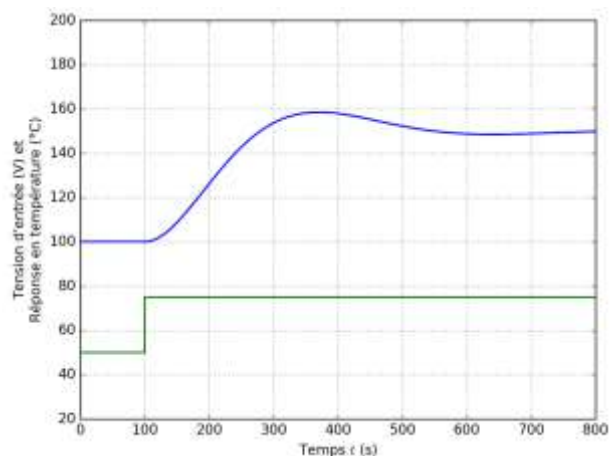
La modélisation (équation thermique) d'un four thermique est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$2 \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + 6\alpha \frac{d\theta(t)}{dt} + 4\alpha^2 \theta(t) = K u(t)$$

avec :

$u(t)$ tension d'alimentation de la résistance

$\theta(t)$ température du four ; α et K constantes réelles, positive pour K . On suppose les conditions de Heaviside.



Q1 : Déterminer la fonction de transfert $H(p)$ du système sous forme canonique. Sous quelle condition le modèle est-il stable ?

Q2 : Sachant que $u(t)$ est un échelon d'amplitude U_0 , donner l'expression de $u(t)$ puis $U(p)$.

Q3 : En déduire $\Theta(p)$ en fonction des constantes α , K et U_0 .

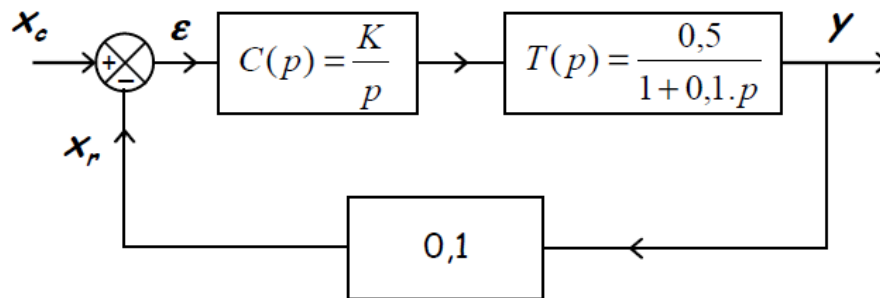
Q4 : Déterminer la variation finale de la réponse si elle existe.

Soit la situation suivante : pour une tension d'alimentation de la résistance du four de 50 V, la température est stabilisée à 100°C. La tension d'alimentation passe 75 V à l'instant $t = 100$ s. Le relevé de la température est donné ci-dessus.

Q5 : Déterminer une condition, fonction de U_0 , K et α , devant être vérifiée pour que le modèle corresponde aux résultats expérimentaux en variation finale.

EXERCICE 4 (Bonus)

On considère le système bouclé de la figure 2 :



1. Etablir l'expression de la transmittance $H(p)$ en boucle fermée de ce système asservi.
2. Calculer la valeur de K permettant d'obtenir un dépassement de 16% en réponse à un échelon unitaire.
Donner l'expression numérique de $H(p)$.
3. Calculer l'erreur statique, $e(+\infty)$, en réponse à un échelon unitaire, et en réponse à une rampe de pente $\alpha = 2$.
4. Quels sont le nom et le rôle du correcteur utilisé dans ce système asservi ?