CIR2

TD de Maths – Intégrales multiples

Calcul d'intégrales doubles

1. $\iint_D (1-x-y)dxdy$ avec $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ 0\le x\le 0.5,\ 0\le y\le 0.5\}$.
2. $\iint_D \frac{x^2}{1+y^2}dxdy$ avec $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$.
3. $\iint_T \sqrt{x^2-y^2}\,dxdy$ avec T : triangle OAB, $A(1;-1)$ et $B(1;1)$.
4. $\iint_D xydxdy$ avec $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ x^2\le y,\ y^2\le x\}$.
5. $\iint_D xy\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$ avec $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ \ 0\le y\le x,\ x^2+y^2\le 1\}$.
6. $\iint_D dx\,dy$ où $D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 1\right\}$, où $a>0$ et $b>0$,
7. $\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2}dx\,dy$ où $D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2\le 1\right\}$,

Applications

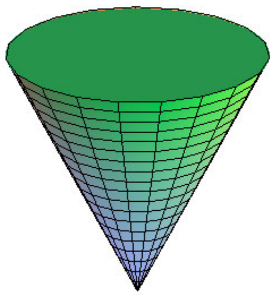
1. Moment d'inertie d'une plaque homogène circulaire par rapport à un point du périmètre ?
2. Aire de la surface limitée par la courbe polaire $\rho^2=a^2\sin(2\theta)$?
3. Aire de la surface limitée par la courbe $x^3+y^3=x\ y$?
4. Représenter le domaine D du plan xOy défini polaires par $0\le\theta\le\pi$, $\theta\le\rho\le\theta+\pi$

   Calculer $\iint_D \left(x^2+y^2\right)ArcTan\left(\frac{y}{x}\right)dxdy$

Intégrales triples

1 / Soit $a>0$.
Calculer le volume du solide limité par les plans $x=0$, $y=0$, $z=0$
et la surface d'équation $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}$

2 / Calculer le volume, la masse, la position du centre de gravité
et le moment d'inertie par rapport à son axe de rotation
d'un cône de révolution homogène de masse volumique μ,
de hauteur h, et de rayon R



3 / Calculer

a / $\iiint_K z\cos\left(x^2+y^2\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, où K est la demi-sphère $\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\ /\ z\geqslant 0\ /\ x^2+y^2+z^2\leqslant R^2\right\}$

b / $\iiint_T \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{(1+x+y+z)^3}$, où $T=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\ /\ x\geqslant 0\ /\ y\geqslant 0\ /\ z\geqslant 0\ /\ x+y+z\leqslant 1\right\}$