Noircissez sur la feuille-réponse l'unique bonne réponse à chacune des questions.

Barème: +1 par case correctement cochée, $-\frac{1}{4}$ par case incorrectement cochée.

Calculatrice non programmable permise bien que peu utile.

1. Soient a, b et x trois réels strictement positifs quelconques. Qu'est-ce qui est toujours vrai (dans ce qui suit)?

 $\frac{\ln a}{\ln b} = \ln a - \ln b \qquad \text{(2)} \square \quad (a+b)^x = a^x + b^x \qquad \text{(3)} \square \quad [\ln x]^a = a \ln x \qquad \text{(4)} \square \quad e^{ab} = e^a + e^b$ $\text{(5)} \blacksquare \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$

 $2. \sin(a+b) = \dots$

3. Que vaut $\sum_{n=1}^{100} n$?

 ${}_{(1)}\square \quad 4851 \qquad {}_{(2)}\square \quad 4962 \qquad {}_{(3)}\blacksquare \quad 5050 \qquad {}_{(4)}\square \quad 5151 \qquad {}_{(5)}\square \quad \text{aucune de ces réponses}$

4. Que vaut $\sum_{n=1}^{N} q^n$ lorsque $q \neq 1$?

5. Et lorsque q = 1?

(1) \square 1 (2) \square N-1 (3) \blacksquare N (4) \square N+1 (5) \square la somme n'est pas définie

6. Simplifier la formule suivante : $\sum_{j=0}^{100} {100 \choose j} 2^{j}$

 $_{(1)}\Box$ 0 $_{(2)}\Box$ 2¹⁰⁰ $_{(3)}\blacksquare$ 3¹⁰⁰ $_{(4)}\Box$ ($_{100}^{2^{100}}$) $_{(5)}\Box$ aucune de ces réponses

7. Quelle est la partie réelle de $(1+5i)e^{-i\pi/4}$?

 ${}_{(1)}\Box \quad -2\sqrt{2} \qquad {}_{(2)}\Box \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad {}_{(3)}\Box \quad \frac{1+5\sqrt{3}}{2} \qquad {}_{(4)}\Box \quad 2\sqrt{2} \qquad {}_{(5)}\blacksquare \quad 3\sqrt{2}$

8. Donner une racine carrée de -21-20i:

(1) \square 2+5i (2) \square 5-2i (3) \square 5+2i (4) \blacksquare -2+5i (5) \square aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. La dérivée de la fonction
$$\frac{1}{\sqrt{r^3}}$$
 est :

 $_{(5)}$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Expression de la dérivée de la fonction $f(x) = x^x$ sur son domaine de dérivabilité :

$$(1) \blacksquare \quad (1 + \ln x) x^x \qquad {}_{(2)} \square \quad x^x \qquad {}_{(3)} \square \quad x^{2x-1} \qquad {}_{(4)} \square \quad x^{x+1} \qquad {}_{(5)} \square \quad x^{x-1}$$

11. Un développement limité de la fonction e^x est

$$(1)^{\square} - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \mathrm{o}(x^3) \qquad (2)^{\blacksquare} \quad 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \mathrm{o}(x^3) \qquad (3)^{\square} \quad 1 + \frac{x}{2} + \mathrm{o}(x)$$

$$(4)^{\square} \quad 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \mathrm{o}(x^5) \qquad (5)^{\square} \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

12. Quelle fonction parmi les suivantes n'est pas solution de l'équation différentielle f''(t) + 4f(t) = 0?

$${}_{(1)}\Box \quad \cos(2t) - \sin(2t) \qquad {}_{(2)}\Box \quad e^{2it} \qquad {}_{(3)}\blacksquare \quad e^{4t} + e^{-4t} \qquad {}_{(4)}\Box \quad \sin(2t+3) \qquad {}_{(5)}\Box \quad 3e^{-2it}$$

13. Laquelle des fonctions suivantes est une primitive de la fonction $x \mapsto \cos(x^2)$?

$$_{(1)}\Box$$
 $\sin^2 x$ $_{(2)}\Box$ $\sin(x^2)$ $_{(3)}\Box$ $\frac{\sin(x^2)}{2}$ $_{(4)}\Box$ $\frac{\sin(x^2)}{2x}$

(5) aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Quelles sont les valeurs des intégrales suivantes?

14.
$$\int_0^1 (1 + y - y^2) \, \mathrm{d}y$$

$${}_{(1)}\Box \quad \frac{2}{3} \qquad {}_{(2)}\Box \quad \frac{5}{4} \qquad {}_{(3)}\Box \quad -\frac{3}{5} \qquad {}_{(4)}\blacksquare \quad \frac{7}{6}$$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

$$15. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \, \mathrm{d}t$$

$${}_{(1)}\square \quad 0 \qquad {}_{(2)}\blacksquare \quad \frac{\pi}{4} \qquad {}_{(3)}\square \quad \frac{\pi}{2} \qquad {}_{(4)}\square \quad \pi$$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16.
$$\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} \, \mathrm{d}x$$

$${}_{(1)}\Box \quad 1+\pi \qquad {}_{(2)}\Box \quad \frac{1}{3}+\frac{\pi}{2} \qquad {}_{(3)}\Box \quad \frac{1}{2}-\frac{\pi}{8} \qquad {}_{(4)}\Box \quad \ln 2$$

 $_{(5)}$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.