

Ce qui contient 4 questions équipondérées; répondez directement sur l'énoncé en détaillant vos raisonnements.

Nom:

1. Étant donné a et b deux réels strictement positifs, on considère la conique \mathcal{C} d'équation cartésienne

$$(y - ax)(y + bx) = c.$$

Discutez de la nature de la conique selon la valeur de c et faites un schéma des cas représentatifs.

2. Décrire aussi précisément que possible (centre, axes, dimensions, ...) la conique d'équation cartésienne

$$2x^2 + 3y^2 + 4x = 0.$$

3. Utiliser l'algorithme de Gauss-Lagrange pour trouver une matrice inversible A telle que

$$A^T \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad \text{avec } \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \{-1, 0, 1\}.$$

4. Écrire l'équation du second degré suivante sous forme matricielle :

$$2x^2 + 2y^2 + z^2 - 2yz + 2xz + 4x - 2y - 3z - 1 = 0$$

et déterminer la nature de la quadrique définie par celle-ci.