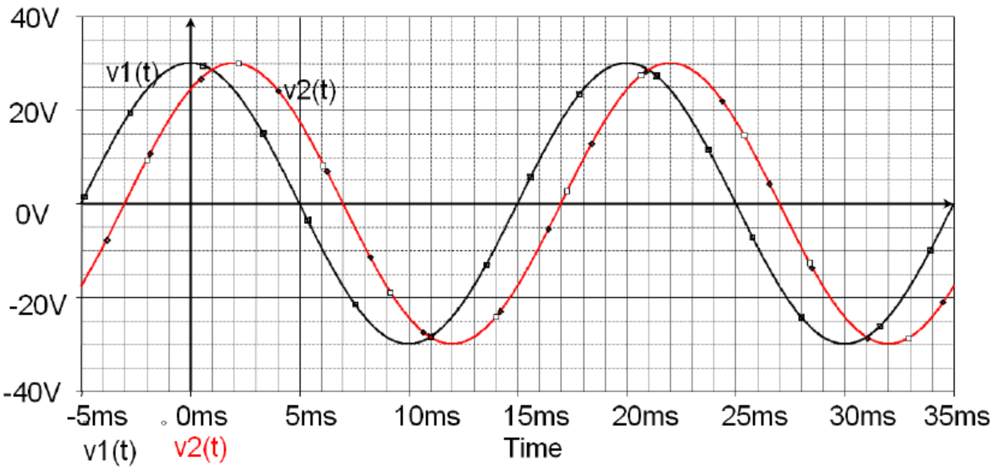
Exercice 1. Signal sinusoïdal

1) Pour les signaux sinusoïdaux v1(t) et v2(t) ci-dessous, relever et calculer : la valeur maximale ; la valeur efficace ; la période ; la fréquence ; la pulsation ; le retard (ou l'avance) temporelle notée t1 ; la différence de phase existant entre les signaux (en radians et en degré).

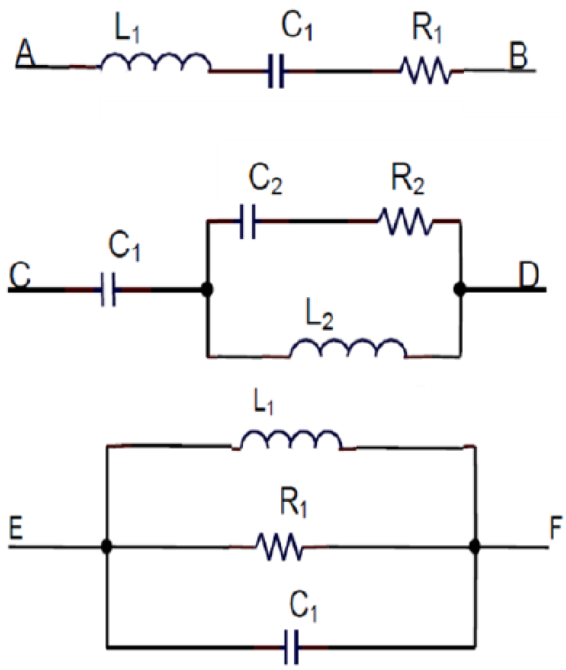
2) Déduire de vos relevés et calculs les expressions de v1(t) et v2(t).

3) Donner l'écriture complexe de v1(t) et v2(t).



Exercice 2. Impédance et admittance

Exprimer l'impédance complexe des dipôles AB, CD et EF suivants :



Exercice 3. Rappel sur les complexes : passage entre coordonnées polaires et cartésiennes

1) Opérer le passage Polaire/Cartésienne pour les intensités suivantes :

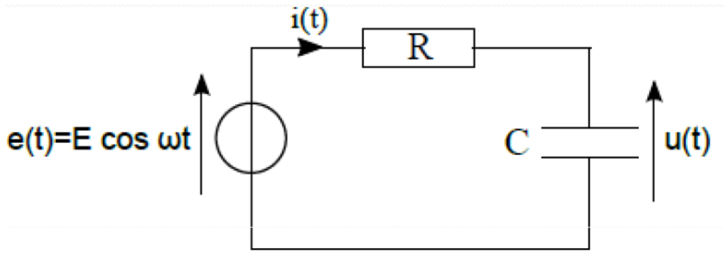
i1 = [4, 45°] ; i2 = [3, 60°] ; i3 = [5, -30°] ; i4 = [7,91, 0°].

2) Opérer le passage Cartésienne/Polaire pour les tensions suivantes :

u1 = 100+150j ; u2 = 50+30j ; u3 = 50-200j ; u4 = 100+100j ;

Exercice 4.

Soit le circuit suivant. Déterminer u(t) en fonction de R, E et ω.



Solutions

Ex1.
1) On relève d'abord les valeurs max, la période et le déphasage entre les 2 signaux. On peut alors calculer :
La valeur efficace : $V1_{eff}=V_{max}/\sqrt{2}=30\sqrt{2}=21{,}2V=V2_{eff}$
La fréquence : $f=1/T=1/20ms=50\ Hz$
La pulsation : $\omega=2\pi f=2\pi 50=314\ rad/s$
Le déphasage entre les signaux :
$\varphi=-\omega t1=-2\pi t1/T=-2\pi 2.10^{-3}/20.10^{-3}=-0{,}628\ rad$
Ou $\varphi=-360\, t1/T=-360\, 2.10^{-3}/20.10^{-3}=-36°$

2) Les expressions numériques temporelles de v1(t) et v2(t) sont donc
$v1(t)=30\cos(314t)$ et $v2(t)=30\cos(314t-0{,}628)$

3) $v1(t)=30\exp(j314t)$ et $v2(t)=30\exp(j314t-0{,}628)$

Ex2.
$Z_{AB}=j\omega L+1/j\omega C+R$
$Z_{CD}=1/j\omega C_1+(1/j\omega C_2+R)j\omega L(1/j\omega C_2+R)+j\omega L$
$Z_{EF}=(1/j\omega L+1/R+j\omega C)^{-1}$

Ex3.
Coordonnées polaires → Cartésiennes
$I_1=[4;45°]=4cos45+j.4.sin45=2{,}82+j.2{,}82$
$I_2=[3;60°]=3cos60+j.3.sin60=1{,}5+j.2{,}6$
$I_3=[5;-30°]=5\cos(-30)+j.5.\sin(-30)=4{,}33+j.2{,}5$
$I_4=[7{,}91;0°]=7{,}91\cos(0)+j.7{,}91.sin(0)=7{,}91$

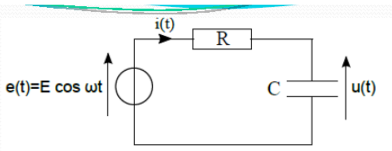
Coordonnées cartésiennes → Polaires

$U_1=100+150j$ $\|U_1\|=\sqrt{(100^2+150^2)}=180$
$ta(\varphi_{u1})=150/100$ → $\varphi_{u1}=56{,}3°$
D'où $U_1=[180;56{,}3°]$

De même :
$U_2=50+30j$ → $U_2=[58{,}5;31°]$
$U_3=50-200j$ → $U_3=[206;-76°]$
$U_4=100+100j$ → $U_4=[141{,}4;45°]$

Ex4. (voir cours)

Loi des mailles :



$$u(t) + R\,i(t) = e(t)$$

En notation complexe :

$$\underline{u}(t) + R\,\underline{i}(t) = \underline{e}(t)$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{\underline{u}(t) + R\,\underline{i}(t) = Ee^{j(\omega t)}}$$

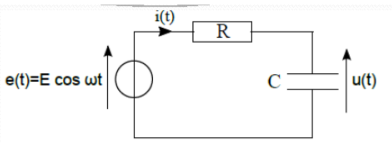
Loi d'ohm du condensateur : $i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$ donc : $\underline{i}(t) = C\frac{d\underline{u}(t)}{dt} = jC\omega\underline{u}(t)$

On obtient : $\underline{u}(t) + jRC\omega\,\underline{u}(t) = Ee^{j(\omega t)}$

$$\Longleftrightarrow \boxed{\underline{u}(t) = \frac{Ee^{j(\omega t)}}{1 + jRC\omega}}$$

Il n'y a plus d'équation différentielle à résoudre!

SOLUTION



$$\underline{u}(t) = \underbrace{Ue^{j\phi}}_{\underline{U}}e^{j\omega t} = \frac{Ee^{j(\omega t)}}{1 + j\tau\omega}$$

$$\tau = RC$$

Amplitude de la solution réelle u(t) : MODULE

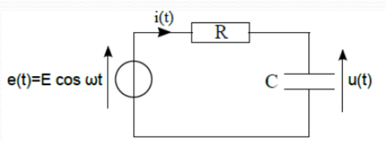
$$U = |\underline{U}| = \frac{|Ee^{j\omega t}|}{|1 + j\tau\omega|} = \frac{E}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}$$

Phase de la solution réelle u(t) : ARGUMENT

$$\phi = Arg(\underline{U}) = Arg(E) - Arg(1 + j\tau\omega) = 0 - Arg(1 + j\tau\omega)$$

Donc $\tan\phi = -\frac{Img(1 + j\tau\omega)}{Re(1 + j\tau\omega)} = -\tau\omega$

La solution complexe est



$$\boxed{\underline{u}(t) = \frac{Ee^{j(\omega t)}}{1 + jRC\omega}}$$

Et la solution réelle est

$$\boxed{u(t) = \frac{E}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}\cos(\omega t - \arctan(\tau\omega))}$$

La recherche de cette solution sans passer par la notation complexe aurait fait apparaître des calculs trigonométriques compliqués et nous aurions dû résoudre une équa. diff. à second membre dépendant du temps.

Même si la notation complexe demande une certaine gymnastique, les calculs, surtout pour des circuits élaborés, seront plus aisés.