

Noircissez sur la feuille-réponse la ou les bonnes réponses à chacune des questions.

Barème: +1 par case correctement cochée,  $-\frac{1}{4}$  par case incorrectement cochée.

Calculatrice non programmable permise bien que peu utile.

1. Que vaut  $\sum_{n=1}^{100} n$  ?

- (1) ☐ 4851      (2) ☐ 4962      (3) ☒ 5050      (4) ☐ 5151      (5) ☐ aucune de ces réponses

2. Que vaut  $\sum_{n=1}^N q^n$  lorsque  $q \neq 1$  ?

- (1) ☐  $\frac{q^{N+1} - 1}{q - 1}$       (2) ☐  $\frac{q^N - q}{q - 1}$       (3) ☒  $\frac{q^{N+1} - q}{q - 1}$       (4) ☐  $\frac{q^N + 1}{q + 1}$       (5) ☐  $\frac{q^{N+1} + q}{q + 1}$

3. Et lorsque  $q = 1$  ?

- (1) ☐ 1      (2) ☐  $N - 1$       (3) ☒  $N$       (4) ☐  $N + 1$       (5) ☐ la somme n'est pas définie

4. Simplifier la formule suivante :  $\sum_{j=0}^{100} \binom{100}{j} 2^j$

- (1) ☐ 0      (2) ☐  $2^{100}$       (3) ☒  $3^{100}$       (4) ☐  $\binom{2^{100}}{100}$       (5) ☐ aucune de ces réponses

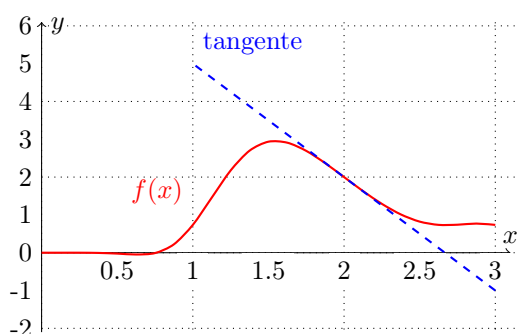
5. Quelle est la partie réelle de  $(1 + 5i)e^{-i\pi/4}$  ?

- (1) ☐  $-2\sqrt{2}$       (2) ☐  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (3) ☐  $\frac{1 + 5\sqrt{3}}{2}$       (4) ☐  $2\sqrt{2}$       (5) ☒  $3\sqrt{2}$

6. Donner une racine carrée de  $-21 - 20i$  :

- (1) ☐  $2 + 5i$       (2) ☐  $5 - 2i$       (3) ☐  $5 + 2i$       (4) ☒  $-2 + 5i$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Ci-dessous apparaît le graphe de la fonction  $f$  au voisinage du point  $x = 2$ . Quel est le seul développement limité qui soit possible ? (Lisez bien : les puissances changent et les signes changent.)



- (1) ☐  $2 + 3(x - 2) + (x - 2)^2 + o((x - 2)^2)$   
 (2) ☒  $2 - 3(x - 2) + (x - 2)^3 + o((x - 2)^3)$   
 (3) ☐  $2 - 3(x - 2) + (x - 2)^2 + o((x - 2)^2)$   
 (4) ☐  $2 - 3(x - 2) - (x - 2)^2 + o((x - 2)^2)$   
 (5) ☐  $2 - 3x - x^3 + o(x^3)$

8. Expression de la dérivée de la fonction  $f(x) = x^x$  sur son domaine de dérivabilité :

(1) ☒  $(1 + \ln x)x^x$     (2) ☐  $x^x$     (3) ☐  $x^{2x-1}$     (4) ☐  $x^{x+1}$     (5) ☐  $x^{x-1}$

9. Quelle fonction parmi les suivantes n'est *pas* solution de l'équation différentielle  $f''(t) + 4f(t) = 0$  ?

(1) ☐  $\cos(2t) - \sin(2t)$     (2) ☐  $e^{2it}$     (3) ☒  $e^{4t} + e^{-4t}$     (4) ☐  $\sin(2t + 3)$     (5) ☐  $3e^{-2it}$

10. Laquelle des fonctions suivantes est une primitive de la fonction  $x \mapsto \cos(x^2)$  ?

(1) ☐  $\sin^2 x$     (2) ☐  $\sin(x^2)$     (3) ☐  $\frac{\sin(x^2)}{2}$     (4) ☐  $\frac{\sin(x^2)}{2x}$   
 (5) ☒ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Quelles sont les valeurs des intégrales suivantes ?

11.  $\int_0^1 (1 + y - y^2) dy$

(1) ☐  $\frac{2}{3}$     (2) ☐  $\frac{5}{4}$     (3) ☐  $-\frac{3}{5}$     (4) ☒  $\frac{7}{6}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$

(1) ☐  $0$     (2) ☒  $\frac{\pi}{4}$     (3) ☐  $\frac{\pi}{2}$     (4) ☐  $\pi$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13.  $\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$

(1) ☐  $1 + \pi$     (2) ☐  $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{2}$     (3) ☐  $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$     (4) ☐  $\ln 2$   
 (5) ☒ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Lesquelles des fonctions  $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \rightarrow \mathbf{R}$  suivantes peuvent être prolongées continûment en  $(0,0)$  ?

(1) ☒  $\frac{x^2}{y}$     (2) ☒  $\frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$     (3) ☐  $\frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$   
 (4) ☐  $\frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$     (5) ☐  $\frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2}$

15. Lesquelles des formules suivantes définissent des fonctions  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  si l'on pose  $f(0,0) = 0$  ?

(1) ☐  $\sqrt{x^2 + y^2}$     (2) ☐  $\frac{xy^2}{x^2 + y^2}$     (3) ☐  $\log(x^2 + y^2)$   
 (4) ☒  $\frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$     (5) ☐  $|x| + |y|$