ISÉN  $\mathcal{L}$ ille Août 2015

## ${\mathscr R}$ attrapage ${\mathscr M}$ athématiques ${\mathcal C}\,i\,{f R}^2$

## **Consignes**

- Vous avez 1 h pour préparer ces 3 questions puis 30 minutes pour m'exposer vos solutions.
- L'usage de tout ce que vous voulez est permis du moment que vous me présentiez votre propre travail (communication interdite).
- Explicitez vos raisonnements, expliquez vos réponses, ne soyez pas avare de détails... le but est de démontrer votre maîtrise du sujet!

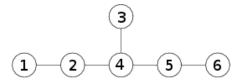
## — Eric —

Comme tout le monde, Eric aime beaucoup la fonction arctangente, mais regrette qu'elle puisse pas être représentée exactement par une expression polynomiale. Aidez-le en

- fournissant la meilleure approximation cubique de  $\arctan x$  sur l'intervalle [0, 10];
- · lui expliquant en quoi, et pourquoi, vous considérez votre approximation bonne.

Soit  $C = [c_{ij}]$  la matrice  $6 \times 6$  définie par

$$c_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{si } i = j; \\ -1 & \text{si } i \text{ est reli\'e à } j \text{ dans le graphe ci-dessous;} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$



La formule  $\langle X | Y \rangle := X^{\top}CY$  définit-elle un produit scalaire sur  $\mathbf{R}^6$ ? Si oui, calculez l'angle entre (1, 1, 1, 1, 1, 1) et (1, 2, 3, 4, 5, 6) par rapport à celui-ci.

## — GINGER —

La compagnie Coco-Colo fait 80 centimes de profit par canette vendue de la saveur A, mais seulement 60 pour la saveur B et 40 pour la saveur C. Une étude de marché leur apprend que la demande globale en boisson gazeuse dans la population est telle que les quantités de cannettes consommées par an,  $N_A$ ,  $N_B$  et  $N_C$ , de chaque saveur (en millions d'unités) sont contraintes par l'inégalité

$$4N_A^2 + 3N_B^2 + N_C^2 \le 100.$$

Quelle quantité de canettes vendues de chaque sorte leur permettrait de maximiser leur profit annuel?