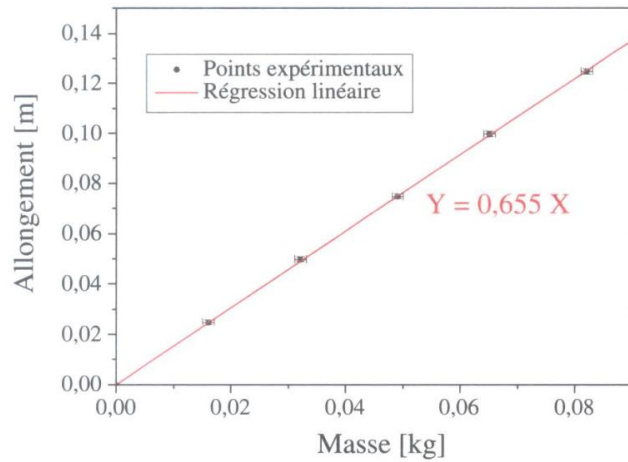


Exercice 1. Oscillations libres d'un ressort

Soit un ressort vertical de constante de raideur k inconnue et de longueur à vide $l_0=5\text{cm}$.

- 1) Un étudiant cherche à déterminer expérimentalement la valeur de la constante k . Pour cela, il trace l'allongement du ressort en fonction de la valeur de la masse m qu'il a accrochée au ressort et obtient le résultat illustré par la figure ci-contre. Une régression linéaire donne un coefficient directeur de 0.655. En déduire la valeur de la constante de raideur k .



- 2) On accroche maintenant à ce ressort une masse $m=75\text{g}$, on écarte la masse de sa position d'équilibre d'une grandeur $z_0=4\text{cm}$ et on la lâche sans vitesse initiale. En considérant que le mouvement a lieu sans frottement, déterminer l'équation du mouvement $z=f(t)$ et donner la position de la masse par rapport à sa position d'équilibre 3s après qu'il l'ait lâchée.

Exercice 2. Système oscillant à deux ressorts

Soit une masse m , attachée de chaque côté à deux ressorts de raideur respective k_1 et k_2 et le longueur à vide l_{10} et l_{20} , se déplaçant sans frottement suivant une direction horizontale $x'x$. A l'équilibre, les ressorts ont respectivement une longueur l_{1e} et l_{2e} . L'origine O du repère Ox correspond à la position d'équilibre de la masse.

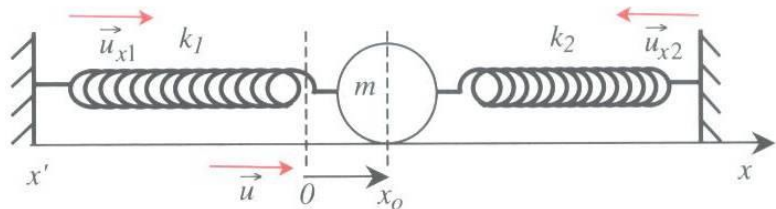


Schéma représentant la masse m et les deux ressorts lorsque la masse est écarté de la distance x_0 par rapport à sa position d'équilibre.

1. On écarte la masse m de sa position d'équilibre d'une grandeur x_0 et on la lâche sans vitesse initiale. Donner l'équation du mouvement $x=f(t)$.
2. Donner la constante de raideur k du ressort qui, attaché à la masse m , conduirait à la même équation du mouvement.

Exercice 3.

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique rectiligne et horizontal est donné par la relation suivante : $x(t) = 3\cos\left(20t + \frac{\pi}{4}\right)$ avec x en cm et t en s.

- Donner la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations.
- Donner l'expression de la vitesse et de l'accélération de l'oscillateur en fonction du temps.
- Calculer les valeurs des amplitudes de la vitesse et de l'accélération.
- Calculer la vitesse et l'élongation pour $t = 0$ et $t = 4s$

Exercice 4. (Bonus) Analogie oscillations libres d'un ressort et oscillation de la charge dans un circuit LC

Déterminer

- l'équation différentielle régissant la charge électrique $q = di/dt$ dans un circuit LC.
- L'équation différentielle régissant le mouvement d'une masse m attachée à un ressort horizontal de raideur k lorsqu'on néglige les frottements.

En comparant les 2 équations, faire l'analogie entre les deux systèmes. Quel est l'équivalent de la position x du ressort ? de la masse m ? de la raideur k ?

Exercice 5. (Bonus) Signaux sinusoïdaux

1. En utilisant la relation trigonométrique permettant de développer $\cos(a + b)$, montrer que la solution de la forme $x(t) = x_0\cos(\omega t + \varphi)$ est équivalente à $x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$.

2. Les trois signaux ci-dessous représentent l'élongation de trois systèmes ressort masse (différents ?), en fonction du temps. Attention on a commencé l'enregistrement après 200ms.

Pour chaque signal donner : la valeur Max, la période, la fréquence, la pulsation, les déphasages des signaux par rapport à une référence que vous choisirez (conseil : prendre $x_1(t)$), l'expression temporelle exacte. On demande donc $x_1(t)$; $x_2(t)$; $x_3(t)$.

