

Séance 5

Téléphérique à double conduite Funitel

1 Présentation

On s'intéresse aux performances d'un asservissement en vitesse du câble tracteur du téléphérique à double conduite *Funitel*. On parle de téléphérique à conduite double car les cabines du *Funitel* reposent sur deux brins de câble porteur et tracteur distants de 3,2 m, ce qui est différent des autres téléphériques sur lesquels les cabines sont accrochées à un seul câble. L'intérêt majeur de cette solution est la plus grande stabilité de l'ensemble sous un vent latéral. En effet, dans une installation à un seul câble, l'inclinaison par rapport à la position d'équilibre atteinte par une cabine soumise à un vent latéral constant de 108 km/h est de 17°. L'amplitude maximale du mouvement d'oscillation d'une cabine est alors de l'ordre de 34°, ce qui est à la fois gênant et très dangereux pour les passagers.

En contre-partie, la solution à double câble annule quasiment tous ces mouvements parasites et permet de poursuivre l'exploitation par vent fort.

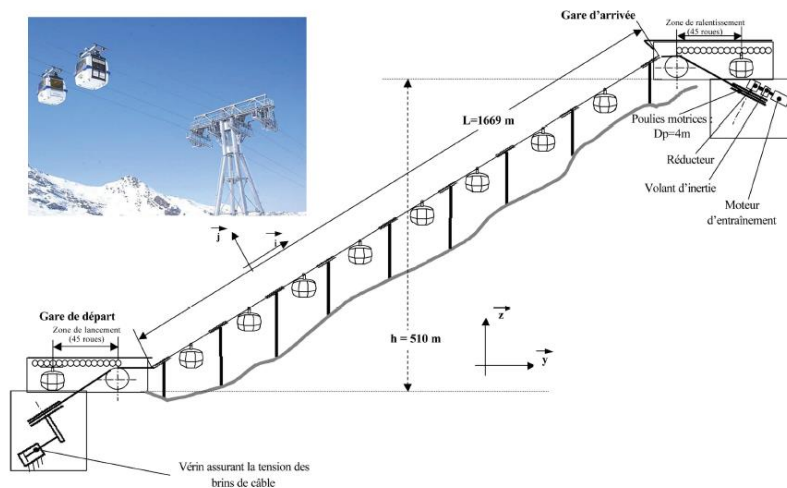


FIGURE 1 – Description structurelle du système à double conduite

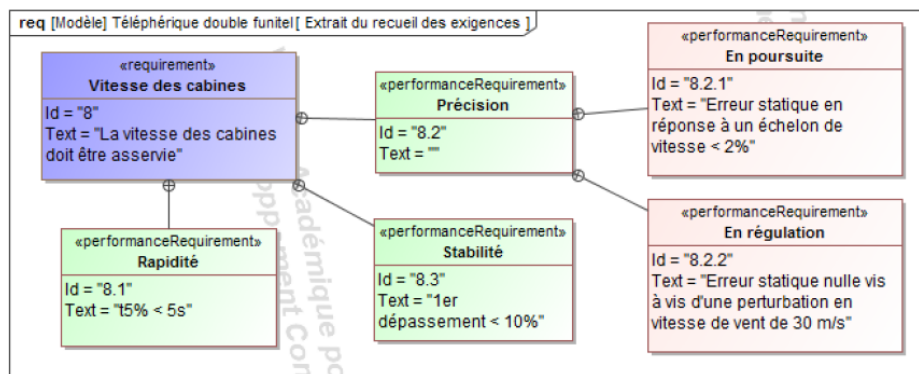


FIGURE 2 – Extrait du recueil des exigences

La vitesse de déplacement des cabines est une des caractéristiques principales du fonctionnement du système. Un asservissement de cette vitesse est donc réalisé sur le système d'entraînement du câble afin de garantir les performances du cahier des charges.

L'objectif de ce sujet est de vérifier que le système d'entraînement du câble respecte bien le cahier des charges.

2 Modélisation

La vitesse du câble est imposée par la vitesse de rotation $\omega_M(t)$ de l'arbre moteur. L'entraînement du câble par le moteur est réalisé par un réducteur dont la sortie assure la rotation d'une poulie de diamètre $D = 4\text{ m}$ sur laquelle s'enroule le câble. Cet ensemble a un gain K_r . Le rapport de réduction est tel que lorsque les cabines se déplacent à la vitesse normale de $7,2\text{ m.s}^{-1}$, le moteur tourne à sa fréquence de rotation nominale. Le moteur à courant continu est commandé par une tension $u_M(t)$. Un amplificateur de gain K_A ($K_A = 30$) fournit la puissance électrique nécessaire et est commandé par une consigne de tension $u_A(t)$ provenant d'un correcteur.

La vitesse $v(t)$ du câble est mesurée par un ensemble constitué d'une poulie de diamètre $D_T = 0,4\text{ m}$, appelée « poulie capteur » roulant sans glisser sur le câble et d'une génératrice tachymétrique de gain K_T ($K_T = 0,3\text{ V.s/rad}$) montée sur son axe et délivrant une tension $u_\varepsilon(t)$ proportionnelle à la vitesse de rotation $\omega_{PC}(t)$ de la poulie capteur. La vitesse de consigne $v_C(t)$ est convertie en tension de consigne $u_C(t)$ par un convertisseur de gain K_1 et elle est comparée à la tension $u_\varepsilon(t)$ délivrée par le capteur de vitesse. La différence entre les deux tensions est transmise au correcteur afin d'élaborer la consigne de l'amplificateur.

Le moteur à courant continu de forte puissance commandé par l'induit a pour caractéristiques principales :

- R , résistance de l'induit, $R = 0,0999\text{ ohm}$;
- I_{nom} , courant d'induit nominal, $I_{\text{nom}} = 1400\text{ A}$;
- U_{nom} , tension d'induit nominale, $U_{\text{nom}} = 300\text{ V}$;
- k_e , constante de force électromotrice, $k_e = 2,5\text{ V.s/rad}$;
- k_c , constante de couple, $k_c = 2,5\text{ N.m/A}$;
- $\omega_{M_{\text{nom}}}$, fréquence de rotation nominale, $\omega_{M_{\text{nom}}} = 1700\text{ tr/min}$.

On donne d'autre part les équations qui modélisent ce moteur :

$$u_M(t) = e(t) + Ri(t) \quad e(t) = k_e \omega_M(t) \quad J \frac{d\omega_M(t)}{dt} = C_M(t) - C_R(t) - f\omega_M(t) \quad C_M(t) = k_c i(t)$$

avec :

- $u_M(t)$, tension d'alimentation du moteur en V ;
- $i(t)$, intensité parcourant l'induit du moteur en A ;
- $e(t)$, force contre-électromotrice en V ;
- J , inertie équivalente ramenée à l'axe moteur, $J = 420\text{ kg.m}^2$;
- f , coefficient de frottement visqueux équivalent à l'axe moteur, $f = 4,8\text{ N.m.s/rad}$;
- $C_M(t)$, couple moteur en N.m ;
- $\omega_M(t)$, vitesse de rotation du moteur en rad/s ;
- $C_R(t)$, couple résistant, modélisant l'action combinée de la pesanteur et du vent sur le système, en N.m.

On considère pour cette modélisation que les efforts dus aux frottements engendrés par les mouvements du câble et des poulies sont négligés.

3 Travail demandé

Question 1 Réaliser le schéma-blocs complet de l'asservissement en vitesse, on notera $C(p)$ la fonction de transfert correspondant au correcteur.

Question 2 Déterminer l'expression du gain K_1 pour que la comparaison des tensions soit une image correcte de la comparaison de la vitesse de consigne et de la vitesse réelle du câble. Effectuer l'application numérique.

Question 3 Déterminer les expressions littérales des deux fonctions de transfert $H_M(p)$ et $H_R(p)$ telles que $\Omega_M(p) = H_M(p)U_M(p) + H_R(p)C_R(p)$.

Question 4 Préciser les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert $H_M(p)$ et faire les applications numériques.

Dans la suite du sujet, on n'étudiera que l'asservissement en poursuite, c'est à dire quand $C_R(p) = 0$.

3.1 Étude du comportement dynamique de l'asservissement en poursuite avec un correcteur proportionnel

On considère ici que $C(p) = K_C$ avec $K_C > 0$ et on se propose de déterminer la valeur du gain K_C permettant de respecter les critères du cahier des charges.

Question 5 Déterminer $G(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)}$. Pour simplifier l'expression de cette fonction de transfert, on posera $K_E = K_T \frac{2}{D_T} = \frac{V(p)}{U_\varepsilon(p)}$ et $K_S = K_A K_E K_r K_M$.

Question 6 Le système est-il stable en boucle fermée ?

Question 7 Déterminer littéralement le temps de réponse à 5%. Déterminer la condition sur K_C pour satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges.

Question 8 Déterminer l'expression littérale de l'erreur statique pour une entrée en échelon de vitesse V_0 . Déterminer la condition sur K_C pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

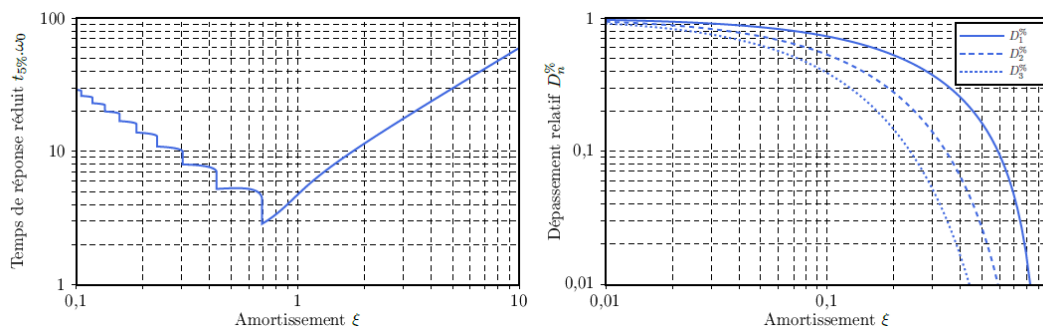
Question 9 En déduire la tension maximale à l'entrée du moteur pour une consigne de vitesse de $7,2 \text{ m.s}^{-1}$ lorsque K_C prend la valeur minimale permettant de satisfaire les conditions déterminées aux questions 7 et 8. Conclure quant à la pertinence d'un correcteur proportionnel.

3.2 Étude du comportement dynamique de l'asservissement en poursuite avec un correcteur intégral

On considère le correcteur intégral $C(p) = \frac{K_I}{p}$ et on se propose de déterminer la valeur du gain K_I permettant de respecter les critères de cahier des charges.

Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)}$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un deuxième ordre dont on précisera les valeurs des paramètres caractéristiques.

Question 11 Le système respecte-t-il le critère de précision du cahier des charges ?



Question 12 Déterminer la valeur du facteur d'amortissement assurant un dépassement de 10%. En déduire la valeur de K_I .

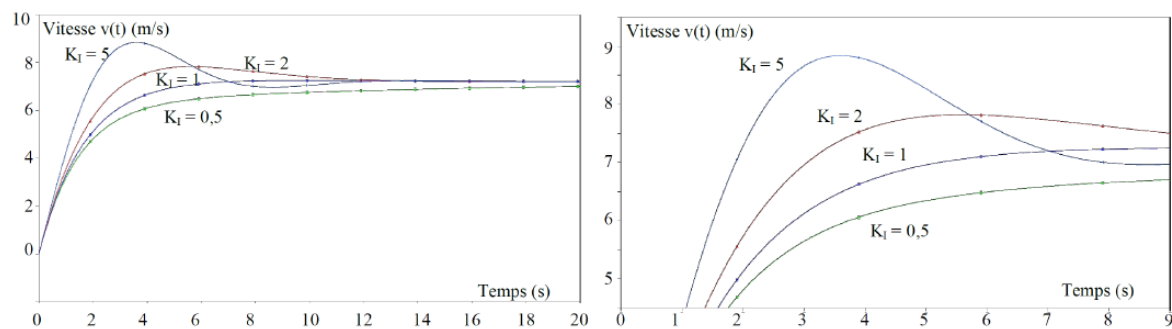
Question 13 Déterminer alors le temps de réponse à 5% et conclure quant au respect du cahier des charges.

Question 14 Quelle est la valeur de K_I qui aurait permis d'avoir un temps de réponse à 5% minimal? Quel aurait été ce temps de réponse? Quelle aurait été la valeur du dépassement? Conclure quant au respect du cahier des charges sur le critère de rapidité.

3.3 Détermination d'un correcteur proportionnel intégral et vérification de l'influence de la perturbation

On souhaite bénéficier des performances du correcteur proportionnel pour sa rapidité et des performances du correcteur intégral pour sa précision. On adopte alors un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_c + \frac{K_I}{p}$, avec $K_c = 5, 6$.

Question 15 On simule sur un logiciel adapté la réponse à un échelon de vitesse de 7,2 m/s pour plusieurs valeurs du gain K_I . Déterminer en justifiant la ou les valeurs du gain K_I permettant de respecter tous les critères du cahier des charges.



Question 16 Montrer que le cahier des charges est satisfait pour la précision vis-à-vis de la perturbation (on considèrera $V_C(p) = 0$ et $C_R(p) = \frac{C_{R0}}{p}$). Conclure quant à la pertinence de ce choix de correction.