



yncréa
HAUTS-DE-FRANCE

Cours de Physique Semestre 3

Électromagnétisme

Comment utiliser ce cours ?

L'objectif de ce poly de cours est de vous fournir ce qui, je l'espère, sera la colonne vertébrale de votre apprentissage de l'électromagnétisme. Il s'agit d'un poly "à trous". L'idée générale est que vous puissiez le lire et essayer de compléter les trous AVANT la séance de cours - au crayon gris/de bois/à papier selon votre région d'origine - de façon à ce que le temps que nous passons ensemble soit essentiellement un temps d'échange tourné vers la compréhension des notions. Cela se fera à travers : les explications supplémentaires que *je* donnerai, les démonstrations que *je* ferai, les petits exercices d'illustrations que *nous* ferons, les évaluations formatives (non notées) que *nous* ferons et évidemment les questions que *vous* poserez.

Si le cœur de ce que doit contenir un cours d'électromagnétisme se trouve dans ce poly, il ne dispense absolument pas de venir en cours et de prendre des notes et cela même si les "trous" sont déjà complétés. Au fil des explications et des questions que vous poserez, il est plus que probable que je présenterai *à l'oral* telle ou telle approche qui vous permettra à vous individuellement de mieux comprendre certains points. C'est à ce moment-là qu'intervient l'importance de la prise de notes. La marge conséquente se trouvant tout le long du poly est prévue pour cela. Utilisez-la comme bon vous semble, cet espace est le vôtre car ce cours l'est aussi.

C'est la première fois que je mets en place ce type de fonctionnement, j'espère que cela vous conviendra. Évidemment, toutes les remarques me permettant de mieux répondre à vos attentes et besoins sont les bienvenues.

Chapitre 1

Sources des champs électrique et magnétique

Notes personnelles

I Notion de champ

I.1 Champ scalaire et champ vectoriel

Définition : Un champ est une grandeur physique définie en tout point M de l'espace et dont la valeur dépend a priori de la position du point M et du temps t . Un champ C , peut donc être représenté par une fonction de 4 variables : $C(x, y, z, t)$.

→ On parle de champ scalaire quand cette grandeur est un, c'est-à-dire quand la valeur renvoyée par la fonction est un nombre.

Exemple : Dans une pièce, la température est donnée par un champ scalaire $T(x, y, z, t)$. Elle n'est pas la même en tout point et est un : 4°C , 32°F , 273 K ...

→ On parle de champ quand la grandeur définie en tout point est un vecteur.

Exemple : La vitesse est un vecteur. En météorologie on considère le champ vectoriel "vitesse du vent" : $\vec{v}(x, y, z, t)$, qui donne la vitesse du vent (donc un vecteur avec : norme, direction, sens) n'importe où sur Terre (position sur une carte + altitude) au cours du temps.

I.2 Champ stationnaire, champ uniforme

Un champ stationnaire ne dépend pas du La fonction décrivant ce champ ne contient donc pas la variable : $C(x, y, z, t) = C(x, y, z)$

Un champ uniforme ne dépend pas de La fonction associée au champ ne contient donc pas les variables : $C(x, y, z, t) = C(t)$

I.3 Lignes de champ

Une ligne de champ d'un champ vectoriel $\vec{V}(M, t)$ est une ligne qui est au vecteur $\vec{v}(x, y, z, t)$ en tout point.

I.4 Intérêt d'un champ vectoriel

→ Permet de décrire, d'interpréter une action à distance (force de gravité, force de Coulomb etc).

Exemple :

- expérience : on approche un aimant d'une pièce en fer, la pièce est attirée.
- interprétation : l'aimant crée un champ magnétique en tout point de l'espace autour de lui et c'est ce champ qui agit sur la pièce.

II Charge électrique

II.1 Rappels

La charge électrique peut exister sous deux formes, que l'on qualifie de positive et de négative. Elle est et la charge totale d'un système isolé se au cours du temps. Elle s'exprime en Coulomb, C.

II.2 Charges ponctuelles

Les charges électriques sont des particules (électron, proton...) dont l'extension spatiale est devant les distances entre particules. On parle alors de charges ponctuelles.

Dans toute la suite du cours, un volume élémentaire sera toujours un volume mésoscopiques. On pourra donc considérer que la charge électrique est une grandeur continue.

II.3 Densité volumique de charges

Dans un volume élémentaire $d\tau$, on a la charge dq . La densité volumique de charge ρ est donnée par $dq = \rho d\tau$, soit :

$$\rho = \frac{dq}{d\tau} \quad \text{avec : } dq \text{ en Coulomb (C),}$$

$$d\tau \text{ en mètre cube (m}^3\text{),}$$

$$\rho \text{ en C.m}^3.$$

La charge totale q contenue dans un volume $V = \iiint d\tau$, s'obtient en sommant l'ensemble des charges des volumes élémentaires : $q = \int dQ$, soit :

$$q = \iiint_V \rho d\tau$$

III Vecteur densité de courant électrique

III.1 Définition

Le courant électrique correspond au transport de charges électriques résultants d'un mouvement d'ensemble de particules chargées.

On définit le vecteur densité de courant électrique $\vec{j}(M, t)$, dont le flux à travers la surface dS_M est égal à la charge qui traverse dS_M par unité de temps :

$$dq = \vec{j} \cdot \vec{dS}_M \cdot dt \quad \text{avec : } \|\vec{j}\| \text{ en A.m}^2$$

$$\vec{j} = \sum_i \rho_i \vec{v}_i$$

III.2 Intensité traversant une surface

On appelle intensité I , le débit de charge à travers une surface S à l'instant t .

$$I = \frac{dq}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}_M$$

⚠Rq :

- i) L'intensité traversant une surface est égale au flux du vecteur densité de courant à travers cette surface.
- ii) De façon générale, en mathématique si on a un vecteur \vec{A} et une surface S .

On appelle flux de \vec{A} à travers S la grandeur : $\Phi = \iint \vec{A} \cdot d\vec{S}$

IV Équation de conservation de la charge

Un des postulats de l'électromagnétisme est la loi de conservation de la charge électrique : la charge électrique d'un système isolé est constante.

→ On va établir une équation locale qui exprime cette propriété, en faisant un bilan de charge dans un volume.

IV.1 Cas unidimensionnel

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial j_x(x, t)}{\partial x} = 0 : \text{Équation de conservation de la charge électrique}$$

IV.2 Cas général

Dans le cas tridimensionnel $\frac{\partial j_x(x,t)}{\partial x}$ devient $\text{div } \vec{j}$. On a donc :

$$\frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t} + \text{div } \vec{j}(M,t) = 0$$

IV.3 Cas du régime stationnaire

En régime stationnaire, aucune grandeur physique ne dépend du temps. Ce qui implique que : $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. L'équation de conservation de la charge devient donc :

$$\text{div } \vec{j} = 0$$

Cela signifie qu'en régime stationnaire, le vecteur \vec{j} est à flux conservatif.

→ Ce n'est rien d'autre que la loi des nœuds en électricité !

Chapitre 2

Champ électrostatique

Notes personnelles

I Charge ponctuelle

I.1 Loi de Coulomb

Une charge q_1 placée en un point M subit la force électrostatique (ou force de Coulomb) donnée par la Loi de Coulomb : $\vec{F}_{A \rightarrow M} = \frac{q \cdot q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot AM^2} \cdot \vec{u}_{AM}$

Où ϵ_0 est la permittivité du vide ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$).

I.2 Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

Le champ créé par q et ressenti par q_1 , ne peut/doit pas faire intervenir q_1 de façon à ne faire apparaître que le rôle de la source et pas celui du détecteur. La façon la plus simple de le faire consiste à écrire : $\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_{A \rightarrow M}}{q_1}$.

Le champ électrostatique créé en M par la charge q située en A est donc :

$$\vec{E}_{A(M)} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot AM^2} \cdot \vec{u}_{AM}$$

⚠ Carte des lignes de champ électrique :

I.3 potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle

En mécanique, on voit que la force électrostatique est une force conservative. On voit également qu'une force conservative dérive d'une

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

Un peu plus tôt, on a introduit la notion de champ à partir de la force. On peut procéder de la même manière pour introduire la notion de potentiel électrostatique V :

On obtient :

$$V_A(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot AM}$$

$V_A(M)$ s'exprime en Volts (V). L'unité couramment utilisée pour le champ électrique est donc le V.m^{-1} .

On a finalement :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$$

II Champ créé par une distribution de charges

II.1 Principe de superposition

Quand plusieurs sources agissent en un même point, l'interaction résultante en ce point est la somme des interactions en ce point causées par chacune des sources.

II.2 Champ et potentiel créés par une distribution discrète de charges ponctuelles

On peut généraliser le principe de superposition au champ électrostatique et au potentiel :

II.3 Champ et potentiel créés par une distribution volumique de charges

III Propriétés de symétrie et invariance

III.1 Symétries et invariances usuelles des distributions de charges

a. Symétrie plane

On considère un plan Π et la symétrie φ_{Π} par rapport à ce plan. La distribution de charges \mathcal{D} est symétrique par rapport à Π ssi :

- $\forall M \in \mathcal{D}, M' = \varphi_{\Pi}(M) \in \mathcal{D}$
- $\rho(M') = \rho(M)$

Exemple :

b. Antisymétrie plane

On considère un plan Π et la symétrie φ_{Π} par rapport à ce plan. La distribution de charges \mathcal{D} est symétrique par rapport à Π ssi :

- $\forall M \in \mathcal{D}, M' = \varphi_{\Pi}(M) \in \mathcal{D}$
- $\rho(M') = -\rho(M)$

Exemple :

c. Invariance par translation

On considère un vecteur \vec{a} et la translation $\tau_{\vec{a}}$ de ce vecteur. La distribution de charges \mathcal{D} est invariante par la translation $\tau_{\vec{a}}$ ssi :

- $\forall M \in \mathcal{D}, M' = \tau_{\vec{a}}(M) \in \mathcal{D}$
- $\rho(M') = \rho(M)$

Exemple :

d. Invariance par rotation

On considère une droite Δ , un angle θ_0 et la rotation $\mathcal{R}_{\Delta, \theta_0}$ d'angle θ_0 autour de Δ . La distribution de charges \mathcal{D} est invariante par la rotation $\mathcal{R}_{\Delta, \theta_0}$ ssi :

- $\forall M \in \mathcal{D}, M' = \mathcal{R}_{\Delta, \theta_0}(M) \in \mathcal{D}$
- $\rho(M') = \rho(M)$

Exemple : La plaque infinie précédente est invariante par toute rotation autour d'un axe (M, \vec{u}_z)

⚠ Rq : Pour étudier les propriétés de symétries et d'invariances, le choix d'un « bon » système de coordonnées facilite grandement le travail !

- Si la répartition de charges a la forme d'un cylindre, on se place en coordonnées cylindrique (r, θ, z) . Il y a alors invariance par rotation selon θ et SI le cylindre est considéré comme étant de longueur infinie, il y a aussi invariance par translation selon \vec{u}_z .
Dans ce cas : $\rho(r, \theta, z) = \rho(r)$.

- Si la répartition de charges a la forme d'une sphère, on se place en coordonnées sphérique (r, θ, φ) . On a alors : $\rho(r, \theta, \varphi) = \rho(r)$.

III.2 Symétries du champ et du potentiel

L'étude des symétries et invariances de la distribution de charges donnent des précieux renseignements sur le champ et le potentiel qu'elles créent.

a. Principe de Curie

Les éléments de symétrie des causes se retrouvent dans les effets.

b. Invariance par translation

Si la distribution de charge \mathcal{D} est invariante par la translation $\tau_{\vec{a}}$ de vecteur \vec{a} , alors les champs $\vec{E}(M)$ et $V(M)$ le sont aussi (d'après le principe de Curie).

Exemple :

c. Invariance par rotation

Si la distribution de charge \mathcal{D} est invariante par rotation d'angle θ alors (toujours d'après le principe de Curie) les champs $\vec{E}(M)$ et $\vec{V}(M)$ le sont aussi.

Exemple :

⚠ ⚠ ⚠ Rq : Les INVARIANCES permettent d'éliminer des VARIABLES!!!

d. Symétrie plane

Si Π est un plan de symétrie de \mathcal{D} , alors $\vec{E} \in$ à ce plan.

Exemple :

e. Antisymétrie plane

Si Π est un plan d'antisymétrie de \mathcal{D} , alors $\vec{E} \perp$ à ce plan.

Exemple :

⚠ ⚠ ⚠ Rq : Les SYMÉTRIES permettent d'éliminer des COMPOSANTES!!!

IV Circulation du champ électrostatique - Équation de Maxwell-Faraday

IV.1 Circulation d'un champ de vecteur

Sur une courbe orienté allant de A vers B.

Par définition, la circulation du champ de vecteurs \vec{a} le long de cette courbe est :

$$C = \int_{\Gamma_{AB}} \vec{a}(M) \cdot d\vec{l}_M$$

IV.2 Circulation du champ électrostatique

La circulation du champ électrostatique entre deux points ne dépend que de ces deux points et pas du chemin suivit. En particulier, la circulation de \vec{E} le long d'un contour fermé est donc nulle.

On dit que le champ électrostatique est à circulation conservative.

IV.3 Équation locale de Maxwell-Faraday

En math : Théorème de Stokes

$$\oint_{\Gamma} \vec{a} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot} \vec{a} \cdot d\vec{S}$$

Comme en électrostatique : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$, on en déduit l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\boxed{\text{rot} \vec{E} = \vec{0}}$$

⚠Rq : Nous verrons quelle prendra une forme différente quand le champ électromagnétique dépendra du temps.

V Flux du champ électrostatique - Équation de Maxwell-Gauss

V.1 Flux d'un champ de vecteurs

En math :

Le flux ϕ d'un vecteur \vec{a} à travers une surface S est : $\phi = \iint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$

⚠Rq : Dans le cas d'une surface fermée, la convention est d'orienter le vecteur $d\vec{S}$ vers l'extérieur.

V.2 Équation de Maxwell-Gauss

Le champ électrostatique vérifie une autre équation locale, qui le relie à la densité volumique de charges :

$$\boxed{\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

C'est l'équation de Maxwell-Gauss.

V.3 Théorème de Gauss

Comme pour l'équation locale de Maxwell-Faraday, on peut associer à l'équation locale de Maxwell-Gauss une forme intégrale, que l'on appelle le : théorème de Gauss.

Le champ électrostatique vérifie :

$$\phi_E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Avec : $\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$, le flux de \vec{E} à travers S et Q_{int} la charge totale se trouvant à l'intérieur de la surface fermée à travers laquelle on calcule le flux du champ \vec{E} .

V.4 Équation aux dérivées partielles vérifiée par le potentiel

On injecte dans M-G, la relation : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$. On obtient :

$\Delta V(M) + \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$: Équation de Poisson.

Si $\rho = 0 \rightarrow \Delta V(M) = 0$: Équation de Laplace.

VI Topographie du champ électrostatique

VI.1 Lignes de champs et équipotentielles

Les lignes de champ, d'un champ vectorielle \vec{a} sont les lignes en chaque point au champ \vec{a} . Elles sont définies par : $d\vec{l} = k \cdot \vec{a}$, avec $k \in \mathcal{R}$.

On appelle équipotentielle l'ensemble des points ayant une même valeur du C'est une surface.

VI.2 Propriétés des lignes de champ électrostatique et des équipotentiels

a. Le potentiel décroît le long d'une ligne de champ

Les lignes de champ électrostatique sont orientées dans le sens des potentiels décroissants. Les lignes de champ électrostatique ne se referment jamais sur elles-mêmes.

b. Convergence et divergence des lignes de champ

- Si le potentiel est max en un point, les lignes de champ divergent de ce point.
- Si le potentiel est min en un point, les lignes de champ convergent vers ce point.

c. Min et Max du potentiel en dehors des charges

Le potentiel électrostatique n'a pas d'extremum dans une région vide de charges.

d. Position relative des équipotentiels et des lignes de champ

Les équipotentiels sont orthogonales aux lignes de champ.

Chapitre 3

Dipôle électrostatique

Notes personnelles

I Potentiel et champ créés

I.1 Introduction

Certaines molécules (H-Cl, H₂O, ...) sont neutres mais le barycentre de leurs charges positives et négatives ne sont pas confondus. Ces molécules forment un : dipôle électrostatique.

I.2 Dipôle électrostatique, approximation dipolaire

Un dipôle électrostatique est un ensemble de deux charges opposées $-q$ et $+q$ assimilées à des charges ponctuelles, dont on étudie les effets à une distance grande devant leur distance mutuelle.

Cela constitue l'approximation dipolaire.

I.3 Moment dipolaire

Le moment dipolaire de la distribution est :

$$\boxed{\vec{p} = q \cdot \overrightarrow{NP}} \quad \text{avec : } \vec{p} \text{ en C.m ou alors en Debye (D),}$$

$$1D = 3,336.10^{-30} \text{ C.m}$$

I.4 Potentiel créé par un dipôle électrostatique

Pour établir le potentiel créé par un dipôle électrostatique on part de l'expression du potentiel créé par une charge ponctuelle et on applique le principe de superposition, on a :

$$V(M) =$$

De plus : $r \gg a$ (approx. dipolaire)

On a finalement pour l'expression du potentiel créé par le dipôle :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cdot \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{OM}}{OM^3}$$

⚠ Rq : Le potentiel d'un dipôle décroît en $1/r^2$!

I.5 Champ \vec{E} créé par un dipôle électrostatique

Le champ se déduit du potentiel via : ... = ...

En math : l'expression du gradient en coordonnées sphérique est :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \cdot \vec{u}_\varphi$$

On a donc :

$$\vec{E}(M) = \frac{2p \cdot \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \vec{u}_r + \frac{p \cdot \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \vec{u}_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 OM^5} \left(3(\vec{p} \cdot \vec{OM}) \cdot \vec{OM} - OM^2 \cdot \vec{p} \right)$$

⚠ Rq : Le champ créé par un dipôle décroît en $1/r^3$!

II Action d'un champ extérieur sur un dipôle

II.1 Cas d'un champ extérieur uniforme

a. Force exercée sur un dipôle

La résultante des forces subies par un dipôle dans un champ électrostatique uniforme est nulle.

b. Moment exercé sur un dipôle

Le moment des forces subies par un dipôle dans un champ électrostatique uniforme est égal à : $\vec{\mathcal{M}}_o = \vec{p} \wedge \vec{E}$. Il est indépendant du point où on le calcule.

⚠ Rq :

- Les positions d'équilibres d'un dipôle dans un champ électrostatique uniforme correspondent à des positions parallèle ou antiparallèle au champ électrostatique.
- Un champ électrostatique uniforme tend à orienter les dipôles suivant les lignes de champ.

II.2 Cas d'un champ non-uniforme

a. Force exercée

On peut montrer que : $\sum \vec{f}_A = (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{E}(A)$

b. Moment exercé

De la même façon : $\vec{\mathcal{M}}_A = \vec{p} \wedge \vec{E}(A)$

⚠ Rq :

- L'effet principal d'un champ extérieur sur un dipôle est son orientation suivant les lignes de champ.
- Un dipôle orienté dans le sens du champ est attiré vers les zones de champ intense.

II.3 Énergie potentielle d'un dipôle dans un champ \vec{E} extérieur

a. Expression de l'énergie potentielle

On part de la définition de l'énergie potentielle et on utilise le principe de superposition :

$$E_p =$$

Comme $r \gg a$:

On obtient :

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}(A)$$

Rq. : Cette énergie correspond à l'énergie que doit fournir un opérateur pour amener le dipôle (déjà constitué) depuis l'infini jusqu'à sa position actuelle.

b. Retour sur l'étude des positions d'équilibres

III Approche descriptive des interactions moléculaires

III.1 Moment dipolaire permanent

Atome \rightarrow neutre $\rightarrow \sim$ sphérique \Rightarrow

Pas de moment dipôlaire.

Molécule \rightarrow neutre \rightarrow disposition spatiale des atomes peut la rendre dissymétrique \Rightarrow

Présence d'un moment dipolaire permanent.

Exemple :

III.2 Interactions ion-molécule

L'eau possède un moment dipolaire \vec{p} , c'est donc un « solvant polaire ».

- \rightarrow On met un ion dans une solution aqueuse.
- \rightarrow Il crée un champ \vec{E} .
- \rightarrow Les molécules d'eau s'alignent selon les lignes de champ et sont attirées par l'ion (champ plus intense).

C'est le phénomène de Solvatation.

III.3 Interaction molécule-molécule

On considère deux dipôles \vec{p}_1 et \vec{p}_2 en M_1 et M_2 avec $\vec{r} = \overrightarrow{M_1 M_2}$. L'énergie du premier dipôle dans le champ créé par le second est :

$$E_{2 \rightarrow 1} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_2(M_1) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left(\frac{3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})(\vec{p}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} + \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \right)$$

L'énergie d'interaction entre deux molécules polaires, moyennée sur toutes les orientations possibles des dipôles varie en $1/r^6$.

(l'énergie potentielle d'interaction correspondante engendre la force d'interaction de Keesom en $1/r^7$)

IV Moment dipolaire induit

IV.1 Polarisabilité

Un atome ou une molécule ne possédant pas de moment dipolaire permanent peut cependant acquérir un moment dipolaire sous l'action d'un champ \vec{E} . Par exemple, si on l'approche d'une molécule possédant un moment dipolaire permanent.

- Sous l'effet de ce champ les charges positives et négatives se déplacent en sens contraire.
- Les barycentres ne sont donc plus confondus.

⇒ Apparition d'un moment dipolaire induit

$$\vec{p}_{ind} = \alpha \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{avec : } \alpha \text{ un coefficient appelé la polarisabilité. } \alpha \text{ en m}^3.$$

On dit alors que la molécule est polarisable.

IV.2 Interaction entre un dipole induit et un permanent

L'énergie potentielle s'écrit : $E_p = -\frac{1}{2}\alpha\epsilon_0 E^2(A)$

⇒ Varie en $1/r^6 \rightarrow$ La force de l'interaction est donc en $1/r^7$.

IV.3 Forces de Van der Waals

Elles sont de 3 types :

- interaction entre dipôles permanents (Keesom).
- interaction entre dipôle permanent et induit (interaction de Debye).
- interaction entre dipôles induits (interaction de London).

Les 3 ont une E_p en $1/r^6$ et une force en $1/r^7$.

L'expression des forces de Van der Waals en $1/r^7$, permet d'expliquer et d'interpréter de nombreuses propriétés des fluides, comme par exemple le modèle du gaz réel de Van der Waals.

Chapitre 4

Champ magnétique, induction et force de Laplace

Notes personnelles

I Champ magnétique

I.1 Définition

Une charge q , se déplaçant à la vitesse \vec{v} , subit de la part du champ magnétique la force de Lorentz (parfois appelée force de Lorentz magnétique) :

$$\vec{f} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{avec : } \vec{B} \text{ en Tesla (T),}$$

$$1 \text{ T} = 1 \text{ kg.s}^{-2}.\text{A}^{-1}$$

Quelques valeurs de champ magnétique :

Terrestre	aimant usuel	IRM
$4,7.10^{-5} \text{ T}$	0,1 à 1 T	3 T

I.2 Sources du champ magnétique

Un champ \vec{B} est créé par un aimant ou bien par un circuit parcouru par un courant électrique.

a. Champ \vec{B} créé par un fil rectiligne infini

b. Champ \vec{B} créé par une spire circulaire

Rq: La norme du champ magnétique augmente le long d'une ligne de champ quand les lignes de champ voisines se rapprochent.

c. Bobine longue (solénoïde)

À l'intérieur d'un solénoïde, le champ \vec{B} est uniforme et s'écrit :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \vec{u}$$

Avec :

\vec{u} , le vecteur unitaire parallèle à l'axe du solénoïde.

n , le nombre de spire par unité de longueur.

I , l'intensité algébrique du courant compté positivement dans le sens direct autour de \vec{u} .

μ_0 , la perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$).

d. Aimant

⚠ Rq :

Pôle Nord (magnétique) : face d'où sortent les lignes de champ.

Pôle Sud (magnétique) : face d'où entrent les lignes de champ.

I.3 Moment magnétique

Le moment magnétique d'une spire plane, de surface S , parcourue par un courant d'intensité algébrique I est :

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S} = I \cdot S \cdot \vec{n}$$

Avec : \vec{n} , le vecteur unitaire, normal à S et positif selon la règle de la main droite

II Action d'un champ magnétique

II.1 Force de Laplace

L'élément de fil de longueur dl , parcouru par le courant i , subit (de la part du champ magnétique extérieur \vec{B}) la force :

$$d\vec{f}_L = i \, d\vec{l} \wedge \vec{B},$$

appelée force de Laplace.

Un tronçon de conducteur rectiligne MN placé dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} et parcouru par un courant i , compté positivement de M vers N , subit :

$$\vec{f}_L = i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

II.2 Couple magnétique

L'action d'un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} sur un circuit quelconque ou un aimant de moment magnétique \vec{M} est un couple de moment :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

II.3 Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant

Le couple exercé par un champ magnétique extérieur \vec{B} sur un aimant de moment magnétique \vec{M} tend à aligner le vecteur \vec{M} sur le vecteur \vec{B} .

Exemple : La boussole.

III Lois de l'induction

III.1 Expérience

Interprétation : La condition pour voir un phénomène d'induction dans un circuit est que le champ magnétique « traversant le circuit » varie dans le temps. Cette variation peut avoir deux causes :

- le circuit est dans un champ \vec{B} variable.
- le circuit se dans un champ \vec{B} .

III.2 Loi de Faraday

C'est l'équation qui régit le phénomène d'induction. Cette loi fait intervenir une grandeur reliée au circuit et au champ \vec{B} dans lequel il est placé : le flux magnétique.

a. Flux magnétique

Soit une spire plane, placée dans un champ \vec{B} uniforme. Le flux magnétique traversant la spire est :

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

b. Loi de Faraday

Le courant induit dans le circuit est égal à celui que produit un générateur fictif dont la force électromotrice e - appelée force électromotrice induite (f.é.m induite) qui est homogène à une tension (Volt) - est donnée par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

III.3 Loi de modération de Lenz

Il s'agit d'une loi empirique et qualitative :

Les phénomènes d'induction s'opposent, par leurs effets, aux causes qui leur ont donné naissance.

IV Les deux régimes de l'induction**IV.1 Circuit fixe dans un champ \vec{B} variable****a. Auto-induction**

Le flux propre à travers un circuit (c.à.d, le flux de champ \vec{B} qu'il crée lui-même) s'écrit :

$$\phi_p = L.i$$

⚠ Rq :

- Une auto-inductance est toujours positive.
-

→ L'énergie magnétique d'un circuit d'auto-inductance L parcouru par le courant i est : $E_{\text{magné}} = \frac{1}{2}Li^2$.

b. Induction mutuelle

On considère un premier circuit parcouru par i_1 , créant \vec{B}_1 . Un deuxième circuit est placé dans \vec{B}_1 , dont il intercepte des lignes de champ. \vec{B}_1 a donc un flux non-nul à travers le circuit 2. On note ce flux $\phi_{1 \rightarrow 2}$: c'est le flux envoyé par le circuit 1 à travers le circuit 2, il vaut :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M.i_1$$

De la même façon :

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = M.i_2$$

Le coefficient M est l'inductance mutuelle entre les deux circuits et s'exprime en Henry.

Rq : Le signe de M est arbitraire. Il dépend des orientations des deux circuits.

c. Application : le transformateur de tension

Rq : Les courants induits qui circulent dans le ferromagnétique sont nommés courants de Foucault.

IV.2 Circuit mobile dans un champ \vec{B} stationnaire

a. Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

Applications :

- Rails de Laplace générateurs
- Freinage par induction
- Alternateur

b. Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

Applications :

- Rails de Laplace moteurs
- Haut-parleur électrodynamique
- Machine à courant continu

Chapitre 5

Conduction électrique dans un conducteur ohmique

Notes personnelles

I Loi d'Ohm

I.1 Conductivité statique

Pour décrire le comportement électrique d'un conducteur métallique fixe dans le référentiel d'étude, on utilise le : modèle de Drude.

Dans ce modèle, un électron libre P est soumis à la force qu'exerce le champ et à une force de frottement visqueux qui traduit de façon globale les à l'intérieur du milieu, c'est-à-dire l'effet de l'agitation thermique et des défauts du réseau cristallin, $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}(P)$, où τ est une constante positive.

Le vecteur vitesse $\vec{v}(P)$ est la vitesse moyenne des électrons autour de P et non la vitesse totale d'un électron. Elle est composée de la vitesse d'agitation thermique et de la vitesse due à la présence du champ électrique.

Le conducteur est soumis à un champ électrique que nous supposons dans ce paragraphe indépendant du temps.

À partir de la seconde loi de Newton, on peut montrer que (voir TD5 ex1) la conductivité électrique statique γ_0 du métal est définie par la loi d'Ohm locale :

$$\vec{j}(M) = \gamma_0 \vec{E}(M)$$

Elle a pour expression :

$$\gamma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

I.2 Loi d'Ohm en régime variable

La loi d'Ohm $\vec{j}(M, t) = \gamma_0 \vec{E}(M, t)$, est valable pour des champs électriques de fréquence inférieure à 1 THz.

Plus précisément, nous verrons dans les chapitres suivants, qu'à un champ électrique dépendant du temps est associé automatiquement un champ magnétique.

En régime variable et au delà de 1 THz il faut donc prendre en compte des effets magnétiques.

I.3 Résistance électrique

La loi d'Ohm locale permet de retrouver la loi d'Ohm intégrale vue en première année (voir TD5 ex2). La résistance d'une portion de conducteur filiforme, de longueur l , de section droite d'aire S est :

$$R = \frac{l}{\gamma_0 S}$$

II Effet Hall

II.1 Présentation du phénomène

Lorsqu'un courant électrique traverse un matériau plongé dans un champ magnétique, on observe l'apparition d'une tension perpendiculaire au courant : c'est l'effet Hall.

II.2 Tension de Hall

II.3 Application à la mesure de champ magnétique

La tension de Hall est égale à :

$$V_H = R_H \frac{IB}{b}$$

Elle est donc proportionnelle à la norme du champ magnétique.

La mesure de cette tension permet d'obtenir une valeur expérimentale du champ magnétique. C'est le principe des sondes à effet Hall que l'on utilise dans les teslamètres.

II.4 Interprétation de la force de Laplace

L'effet Hall permet d'expliquer le mécanisme de transfert donnant lieu à la force de Laplace s'exerçant sur un conducteur parcouru par un courant I .

Le champ de Hall agit non seulement sur les porteurs de charges qui sont animés d'un mouvement mais également sur les charges fixes. L'action d'un champ magnétique sur des charges immobiles ne donne pas lieu à une force ; en revanche, un champ électrique induit une force sur toutes les charges qu'elles soient mobiles ou non : $\vec{F} = q\vec{E}$.

Chapitre 6

Champ magnétostatique

Notes personnelles

I Symétries et invariances du champ magnétique

I.1 Symétries et invariances usuelles des distribution de courant

a. Symétrie plane

b. Antiymétrie plane

c. Invariance par translation

d. Invariance par rotation

I.2 Symétries du champ magnétique

Le champ \vec{B} est défini par la force de Lorentz magnétique : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, comment se comporte-t-il ?

⚠ Rq : \vec{B} se comporte bizarrement !

\Rightarrow Par un plan de symétrie, on obtient l'opposé du symétrique et inversement !
On dit que \vec{B} est un pseudo-vecteur (en opposition à « vrai » vecteur).

On peut alors montrer que :

- si une distribution de courant admet un plan
alors \vec{B} est orthogonal à ce plan.
- si une distribution de courant admet un plan
alors $\vec{B} \in$ à ce plan.

⚠ Rq : C'est le contraire du champ \vec{E} .

II Propriétés locales et globales du champ magnétostatique

II.1 Équations de Maxwell du champ magnétostatique

Les équations locales sont :

L'équation de Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

L'équation de Maxwell-Ampère

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Rq : Ces équations sont $\Rightarrow \vec{B}$ vérifie le principe de superposition !

II.2 Flux du champ magnétostatique

En utilisant les mêmes théorèmes que pour le champ \vec{E} (Stockes et Ostrogradski), on part de M-flux et on obtient :

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (6.1)$$

On reconnaît alors la définition du flux de \vec{B} à travers S : ϕ_B .

On en déduit que :

Le champ magnétique est à flux conservatif :

- Le flux de \vec{B} à travers une surface fermée est nul.
- Le flux de \vec{B} est le même à travers toute section d'un tube de champ.

II.3 Circulation du champ magnétostatique - Théorème d'Ampère

L'équation de M-A constitue la forme locale du théorème d'Ampère. En appliquant le théorème de Stokes, on obtient :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\Gamma}$$

On reconnaît la circulation de $\vec{B} : C_B$.

On obtient, le théorème d'Ampère :

III Topographie du champ magnétostatique

III.1 Forme des lignes de champ

Les lignes de champ magnétique sont fermées et entourent les sources.

III.2 Évolution de la norme le long d'un tube de champ

Le long d'un tube de champ, la norme du champ magnétostatique est d'autant plus grande que le tube est étroit.

III.3 Comment distinguer une carte de champ électrostatique d'une carte de champ magnétostatique.

a. Flux et circulation

Le champ électrostatique est à circulation, le champ magnétostatique est à flux

⇒ Si on peut mettre en évidence une surface fermée à travers laquelle le flux n'est pas nul, alors il ne peut pas s'agir d'un champ

⇒ Si on peut mettre en évidence un chemin fermé (appelé contour) le long duquel la circulation n'est pas nulle, alors il ne peut pas s'agir d'un champ

b. Au voisinage des sources

Si des sources sont présentes dans la partie représentée :

⇒ les lignes de champ électrostatique depuis les charges ou vers elles, selon leur signe.

⇒ les lignes de champ magnétostatique s'enroulent autour des, l'orientation des lignes permet de déterminer le sens des courants.

c. Loin des sources

Dans une région où il n'y a ni charges ni courant, les équations vérifiées par les champs \vec{E} et \vec{B} sont les mêmes : leur divergence et leur rotationnel sont nuls. Rien ne permet de distinguer les deux champs.

d. Exemples

Chapitre 7

Dipôle magnétique

Notes personnelles

I Moment magnétique d'une boucle de courant plane

I.1 Rappels

On définit le moment magnétique d'une boucle de courant comme étant $\vec{M} = I \vec{S}$ où \vec{S} est le vecteur surface associé au contour de la boucle de courant.

La notion de moment magnétique est étendue aux aimants puisque les lignes de champ magnétique d'un aimant et d'une boucle de courant à grande distance sont identiques.

\Rightarrow Il y a donc une entre un aimant et une boucle de courant.

I.2 Moment magnétique atomique

a. Moment cinétique de l'atome d'hydrogène

Dans un modèle d'atome classique, l'électron décrit une « orbite » autour du noyau. L'interaction entre le noyau et l'électron est une interaction attractive de type newtonien, la trajectoire la plus simple pour l'électron est une trajectoire circulaire.

C'est ce qu'on appelle le modèle planétaire de l'atome.

Le moment cinétique au point O de l'électron dans son mouvement autour du noyau s'écrit : $\vec{L}_O =$

b. Moment magnétique de l'atome d'hydrogène

À tout moment cinétique \vec{L} est associé un moment magnétique \vec{M} tel que :

$$\vec{M} = \gamma \vec{L}$$

Où, γ est appelé rapport gyromagnétique.

Rq : Pour le mouvement orbital de l'électron autour du noyau, $\gamma = \frac{-e}{2m}$.

c. Magnéton de Bohr

L'unité de moment magnétique atomique est le magnéton de Bohr :

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2 \simeq 10^{-23} \text{ A.m}^2$$

Avec $\hbar = h/2\pi$ la constante de Planck réduite.

II Action d'un champ magnétique extérieur sur un dipôle magnétique

II.1 Actions subies par un dipôle dans un champ magnétique uniforme

Si on considère une spire plane parcourue par un courant d'intensité i et soumise à un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B}_0 , on peut montrer que :

\Rightarrow la résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur la spire est nulle.

\Rightarrow le moment résultant en un point A est égal à : $\vec{\Gamma}_A = \vec{M} \wedge \vec{B}_0$.

Puisque la résultante est nulle, le moment des actions de Laplace est indépendant du point où on le calcule.

II.2 Actions subies par un dipôle dans un champ magnétique non uniforme

Dans un champ non uniforme, les actions de Laplace qui s'exercent sur une boucle de courant indéformable ont un moment égal à :

$$\vec{\Gamma}_A = \overrightarrow{\mathcal{M} \wedge \vec{B}(A)}$$

et une résultante égale à :

$$\vec{F}_L = \overrightarrow{\text{grad}(\vec{M} \cdot \vec{B})}$$

que l'on calcule en « figeant » \vec{M} , c'est-à-dire en considérant que sa norme ne dépend pas du champ appliqué.

Ces résultats sont valables pour les aimants d'après la modélisation proposée en début de chapitre.

On notera l'analogie avec le dipôle électrostatique. L'effet d'un champ extérieur non uniforme dépend à la fois de la résultante et du moment qui s'exerce sur le dipôle.

Le moment tend à orienter le dipôle dans le sens des lignes de champ.

Un dipôle orienté dans le sens du champ est attiré vers les zones de champ intense.

II.3 Énergie potentielle du dipôle dans un champ extérieur

L'énergie potentielle d'un dipôle rigide (c'est-à-dire un dipôle pour lequel la norme de son moment dipolaire ne dépend pas du champ appliqué) dans le champ \vec{B} est :

$$\mathcal{E}_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$$

Là aussi on note l'analogie avec le dipôle électrostatique.

II.4 L'expérience de Stern et Gerlach

a. Description de l'expérience

b. Résultats et importance historique de l'expérience

Chapitre 8

Équations de Maxwell

Notes personnelles

I Champ électromagnétique - Équations de Maxwell

I.1 Définition du champ électromagnétique

Le champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ au point M , à l'instant t , dans le référentiel \mathcal{R} , est défini par la force de Lorentz (ou force de Lorentz généralisée) :

$$\vec{f} = q(\vec{E}_{\mathcal{R}}(M, t) + \vec{v}_{\mathcal{R}} \wedge \vec{B}_{\mathcal{R}}(M, t))$$

regroupant la force de et la force de

Cette définition précise par sa notation, que le champ électromagnétique dépend du référentiel dans lequel on l'étudie. Néanmoins, pour ne pas alourdir les notations nous omettons la mention du référentiel \mathcal{R} dans ce qui suit.

I.2 Équations de Maxwell

Le champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ vérifie les quatre équations de Maxwell, qui constituent le postulat de base du cours d'électromagnétisme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E}(M, t) = \frac{\rho(M, t)}{\epsilon_0} \\ \operatorname{div} \vec{B}(M, t) = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E}(M, t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(M, t) \\ \operatorname{rot} \vec{B}(M, t) = \mu_0 \left(\vec{j}(M, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}(M, t) \right) \end{array} \right.$$

Avec : $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

I.3 Remarques et commentaires

a. Linéarité

Les équations de Maxwell sont des équations linéaires, le « principe de superposition » s'applique donc au champ électromagnétique.

Rq : En toute rigueur il s'agit, maintenant, plus d'un (une propriété que l'on démontre) que d'un (une propriété que l'on postule et que l'on admet comme vraie).

b. Structure des équations

Les équations de MG et de MA relient le champ électromagnétique à ses sources « matérielles », à savoir $\rho(M, t)$ et $\vec{j}(M, t)$.

Les équations de MF et MA relient un des vecteurs (électrique ou magnétique) du champ électromagnétique aux variations temporelles de l'autre.

⇒ Ces deux vecteurs forment en réalité une seule entité indissociable en régime variable.

L'ensemble formé d'une densité volumique de charges $\rho(M, t)$ et d'une densité volumique de courant $\vec{j}(M, t)$ constitue la source du champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$.

c. Cas du régime stationnaire

Dans le cas du régime stationnaire où aucun champ ne dépend du, les équations de Maxwell deviennent :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} \\ \operatorname{div} \vec{B}(M) = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E}(M) = \vec{0} \\ \operatorname{rot} \vec{B}(M) = \mu_0 \vec{j}(M) \end{cases}$$

Les champs électrique et magnétique ne sont plus couplés.

Un champ électrostatique $\vec{E}(M)$ vérifie $\operatorname{div} \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$ et $\operatorname{rot} \vec{E}(M) = \vec{0}$.

Un champ magnétostatique vérifie $\operatorname{div} \vec{B}(M) = 0$ et $\operatorname{rot} \vec{B}(M) = \mu_0 \vec{j}(M)$.

⇒ Ces deux champs sont complètement indédants l'un de l'autre comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents.

I.4 Compatibilité des équations de Maxwell avec la loi de conservation de la charge

Calculons la divergence de l'équation de MA.

On obtient :

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Qui n'est autre que l'équation locale de conservation de la charge vu au premier chapitre.

II Forme intégrale des équations de Maxwell

II.1 Théorème de Gauss

II.2 Flux du champ magnétique

II.3 Loi de Faraday

II.4 Théorème d'Ampère généralisé