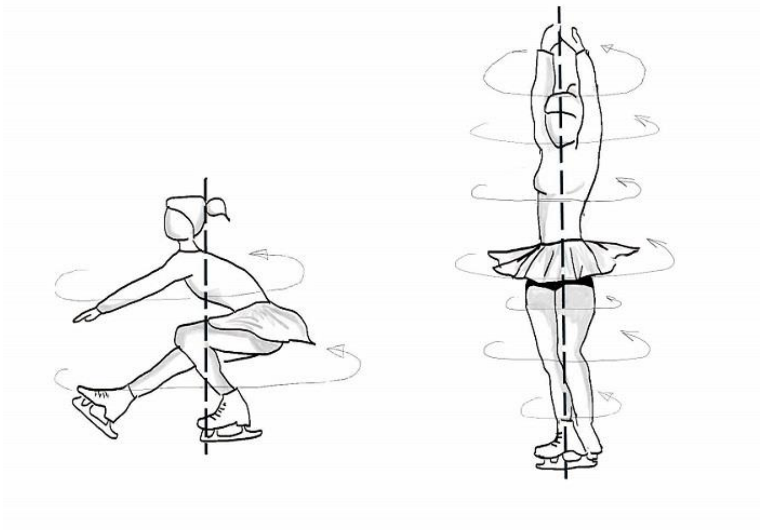
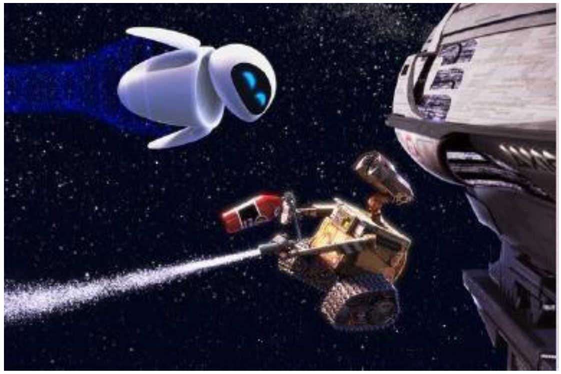
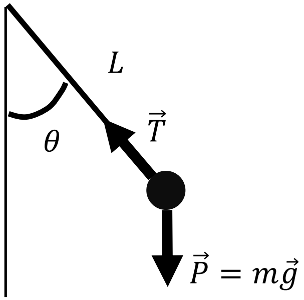




MECANIQUE

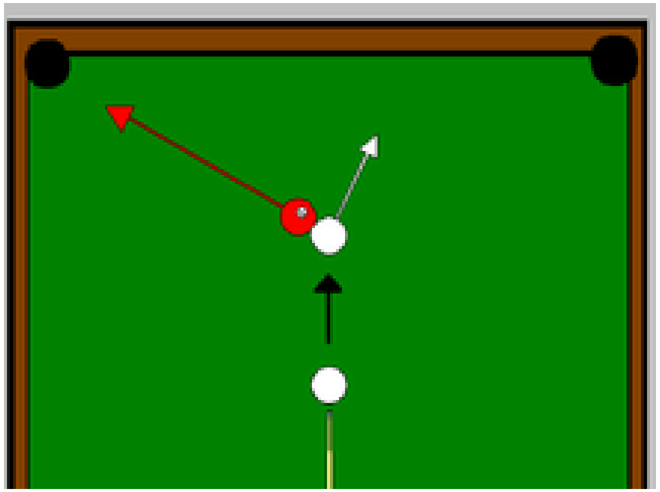
Introduction



MECANIQUE : science qui étudie les mouvements des systèmes matériels.

MECANIQUE DU POINT et MECANIQUE DU SOLIDE

MECANIQUE DU POINT : objet étudié supposé assimilable à un point – on néglige sa forme géométrique



MECANIQUE DU SOLIDE : objet qui ne peut être assimilé à un point matériel. Cela permet notamment d’étudier les rotations de l'objet sur lui-même

MECANIQUE CLASSIQUE, RELATIVISTE, QUANTIQUE

Mécanique classique

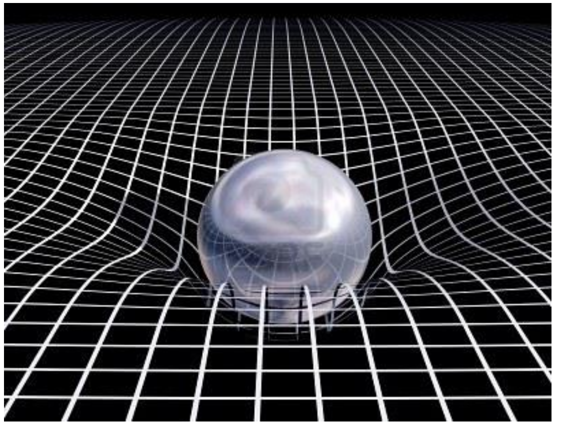
Etude des systèmes *macroscopiques* pas hyper-rapides ni hyper-lourds (approximation très souvent valable).

MECANIQUE CLASSIQUE, RELATIVISTE, QUANTIQUE

Mécanique relativiste

systèmes ultramassifs, vitesse de lumière

Le temps s’écoule différemment selon le référentiel d’étude
La masse influence l’espace temps
→ contradiction avec la mécanique classique



MECANIQUE CLASSIQUE, RELATIVISTE, QUANTIQUE

Mécanique quantique

Nécessaire pour **l'étude des particules**

comportement peu ou contre intuitif par rapport aux phénomènes macroscopiques dont nous avons l'habitude :

- Energie quantifiée,
- Probabilité de présence, dualité onde corpuscule
- Influence de la mesure, …

On retrouve les résultats de la mécanique classique lorsque le système est suffisamment grand

Domaine de validité de la mécanique classique

la vitesse du système étudié est faible par rapport à celle de la lumière

les densités de matière ne sont pas gigantesques

l’objet est macroscopique

POURQUOI ETUDIER LA MECANIQUE CLASSIQUE ?

Théorie indispensable pour un grand nombre de domaines

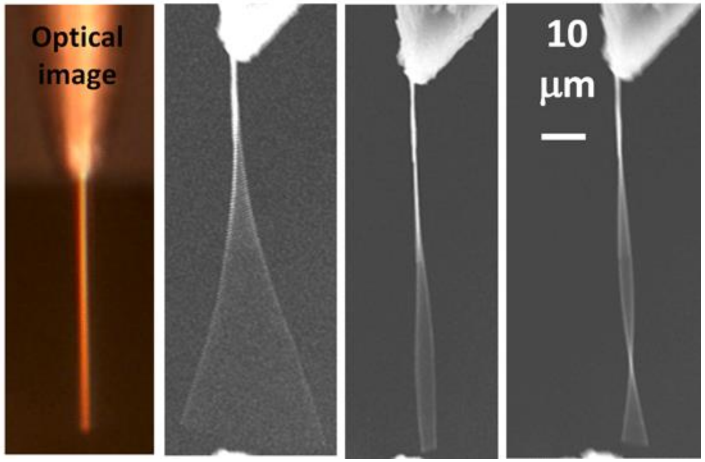
MECATRONIQUE /ROBOTIQUE

Module d'aide à la conduite pour fauteuil roulant.

ACOUSTIQUE

mouvement d'une corde

NANOSCIENCES



nanoelectromechanical system (NEMS)

ASTRONOMIE, BIOMECANIQUE, AERONAUTIQUE, …

CONTENU DU COURS

1. Notions de base : Forces, statique, analyse dim

2. Cinématique
étude purement descriptive des mouvements.

3. Dynamique
relie les mouvements à leurs causes, c'est à dire aux forces qui les engendrent.

4. Application : chutes chute libre, avec frottements

5. Application : oscillateurs

6. Lois de conservation
Energies, moment cinétique

CONTENU DU COURS (en option)

7. Référentiels non galiléens
Forces d'inertie, forces fictives

8. Mécanique du solide
objet non ponctuel

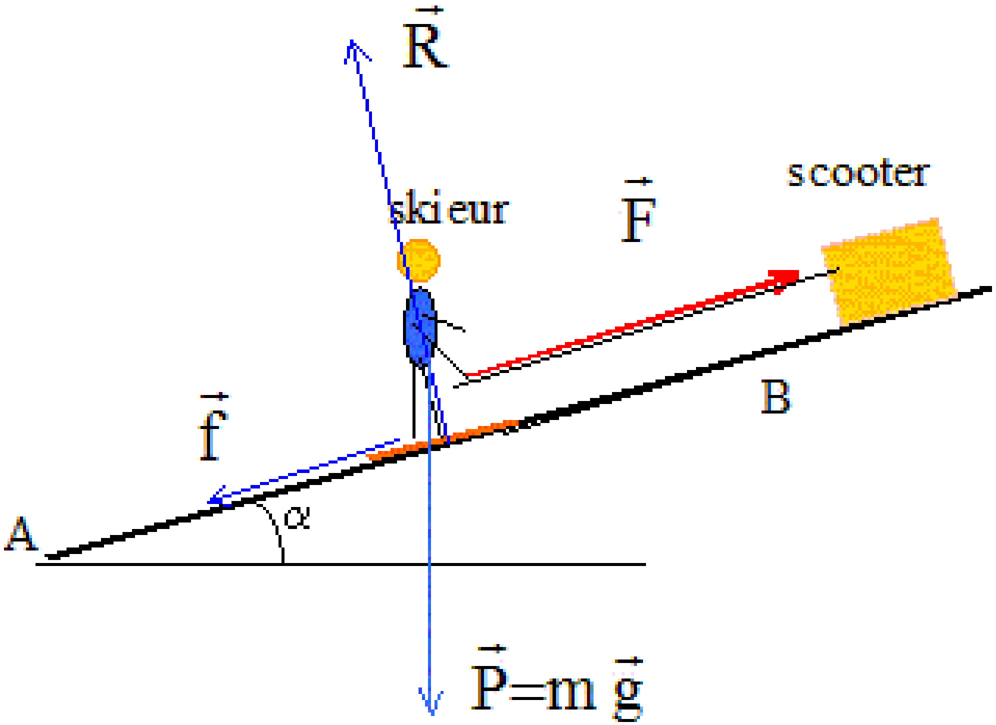
CONTENU DU COURS (en option)

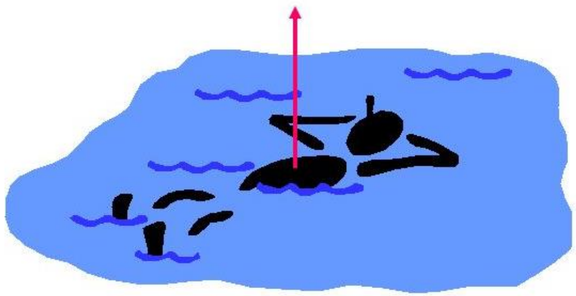
7. Référentiels non galiléens
Forces d’inertie, forces fictives

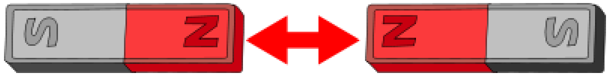
8. Mécanique du solide
objet non ponctuel

Exemples

1. Forces







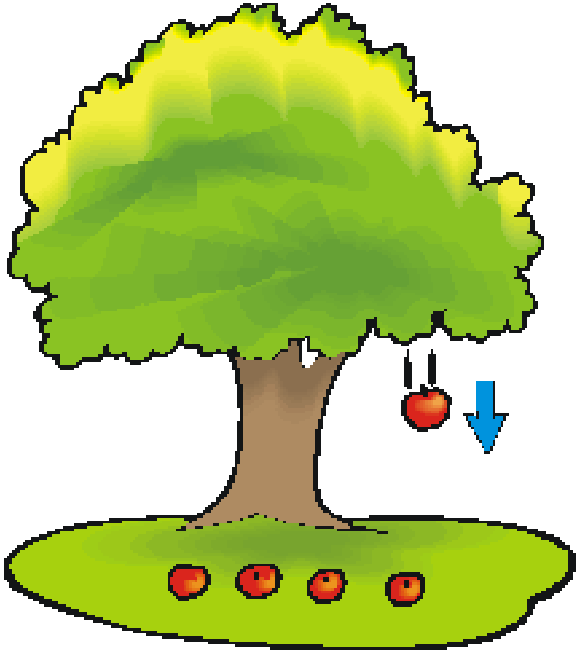
Poids/gravité, Frottement, Tension d'un fil, Réaction du support, Force électrique, Force magnétique, d'un ressort, Poussée d'archimède…

Quelles unités ? Toujours des Newtons

1. Forces

DEFINITON

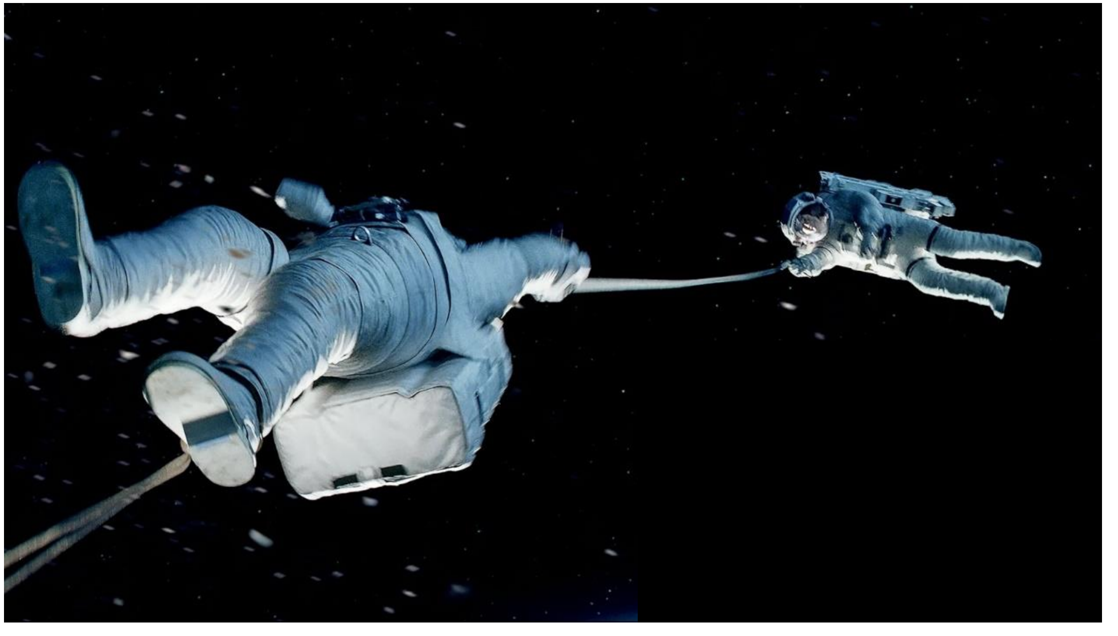
Une définition possible :
Action qui, agissant sur un système libre immobile, le met en mouvement. La force est représentée par un vecteur



2. Principe de la statique

MOUVEMENT D'UN CORPS SUR LEQUEL AUCUNE FORCE N'AGIT ?

Immobile OU déplacement en vitesse constante



Situations **statiques** :

il y a des forces, mais elles se compensent.

2. Principe de la statique

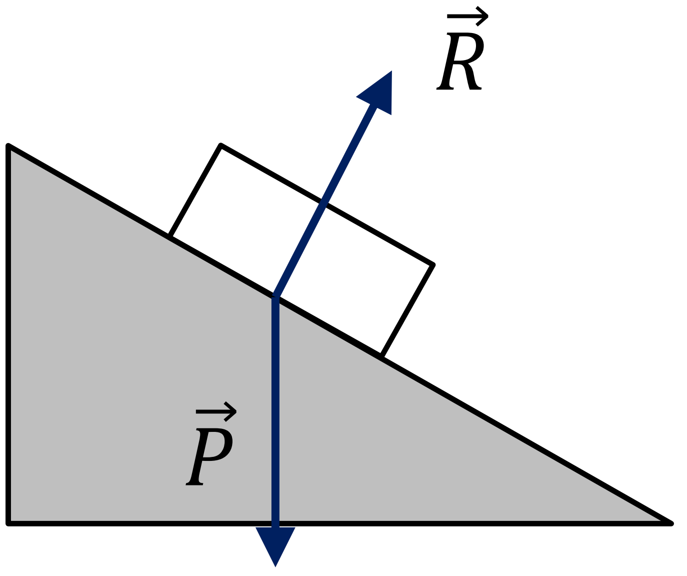
Statique : les forces appliquées se compensent

PREMIERE LOI DE NEWTON

Un corps soumis à **des forces qui se compensent** a un **mouvement rectiligne uniforme** (éventuellement immobile)

3. Bilan des forces

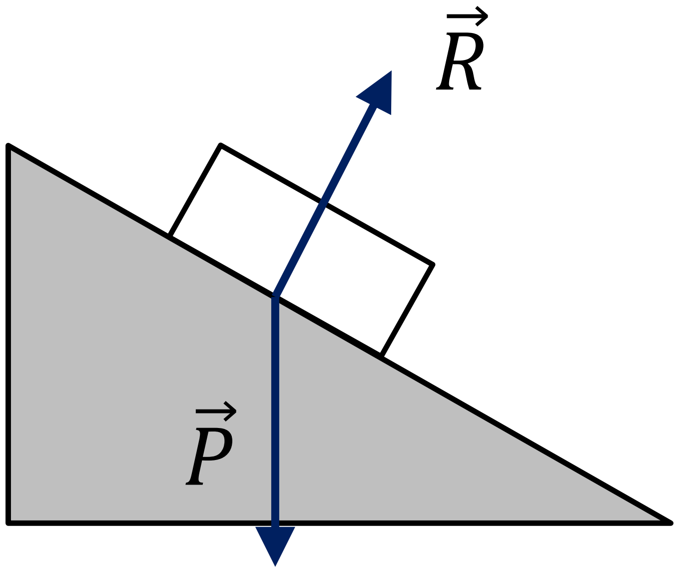
APPLICATION : le bloc est-il en équilibre ?



a. Oui
b. Non, il manque une force dirigée selon la pente vers le bas
c. Non, il manque une force dirigée selon la pente vers le haut
d. Non, le poids devrait être perpendiculaire à la pente
e. Non, il manque la force de tension d’un fil dirigé verticalement

3. Bilan des forces

APPLICATION : le bloc est-il en équilibre ?

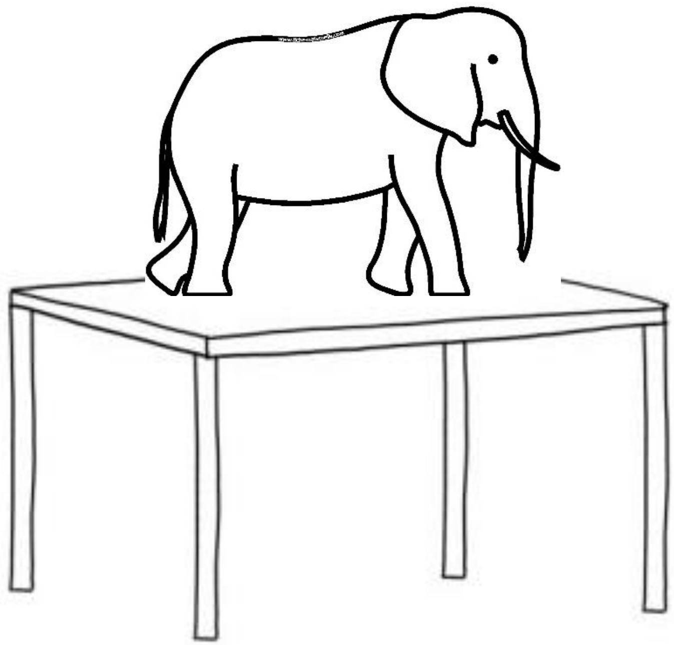


Le corps n'est pas en équilibre : la somme des vecteurs est différente de zéro.

a. Oui
b. Non, il manque une force dirigée selon la pente vers le bas
c. Non, il manque une force dirigée selon la pente vers le haut
d. Non, le poids devrait être perpendiculaire à la pente
e. Non, il manque la force de tension d'un fil dirigé verticalement

3. Bilan des forces

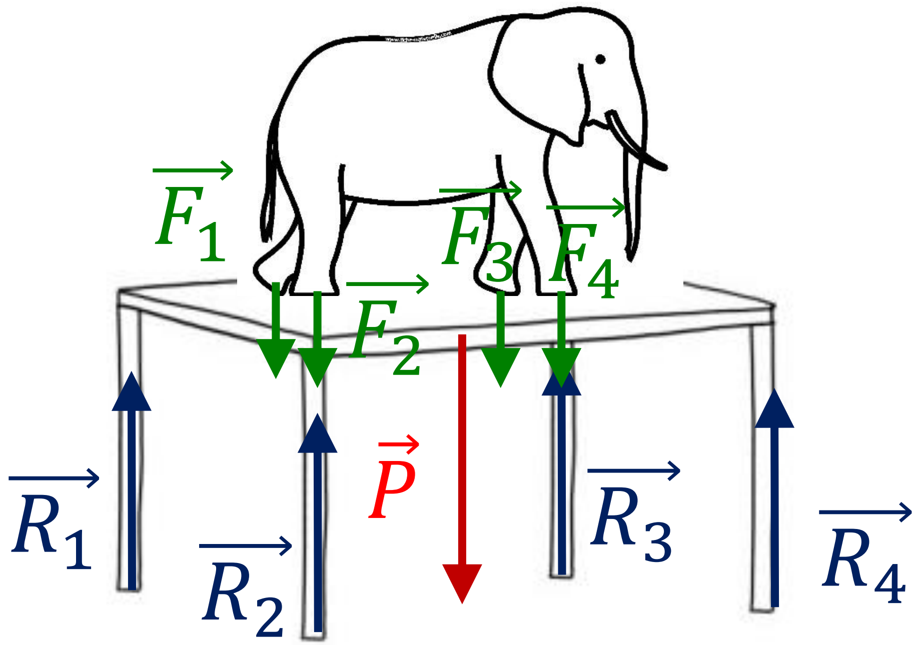
Exemple : bilan des forces qui agissent sur **la table** ?



Poids de l’élephant NON : force subit par l’éléphant, pas par la table! Poids de la table OUI
Réaction du sol OUI Réaction de la table sur l’éléphant NON pas sur la table
Force des pattes de l’éléphant sur la table OUI
Frottement de l’air NON : agit seulement quand il y a un mouvement de l’air
Poussée d’Archimède de l’air NEGLIGEABLE

3. Bilan des forces

Exemple : bilan des forces qui agissent sur **la table** ?

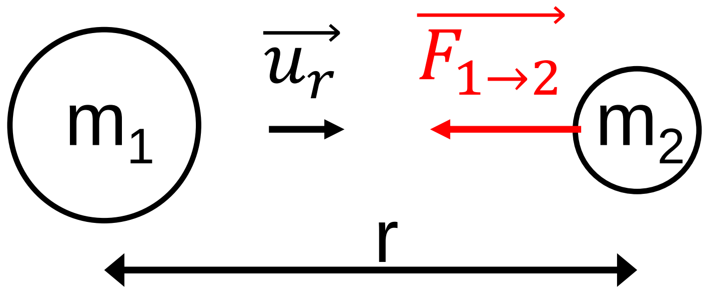


9 forces :
Réaction du sol sur les 4 pieds
Forces des 4 pattes sur la table
Poids de la table

4. Exemple de forces

LE POIDS

- Une force d'attraction
- Direction : suivant le vecteur radial unitaire $\overrightarrow{u_r}$
- Sens : opposée à $\overrightarrow{u_r}$ (attraction)



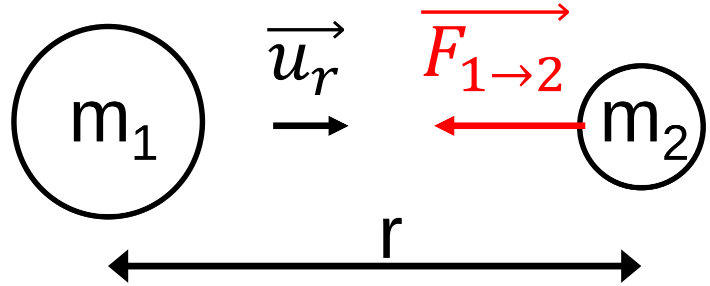
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}}$$

$$G = 6{,}67\ 10^{-11} S.I.$$

Quelles unités pour la constante G ?

4. Exemple de forces : le poids

$$\boxed{\overrightarrow{F_{1\to2}} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}}$$



$$\overrightarrow{F_{1\to2}} = m_2 \underbrace{\left(-\frac{Gm_1}{r^2}\overrightarrow{u_r}\right)}$$

$\vec{g}$ accélération de la pesanteur

$R_T \sim 6400$ km
$M_T \sim 6\ 10^{24}$ kg
$G = 6{,}67\ 10^{-11} S.I.$
→ $g \sim 9{,}8\ ms^{-2}$

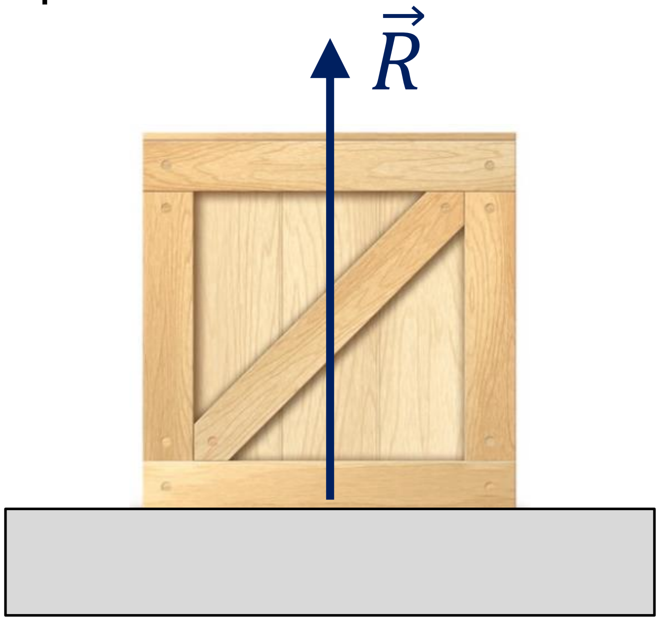
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1\to2}} = m_2\,\vec{g}}$$

m_2 masse du corps qui subit la force

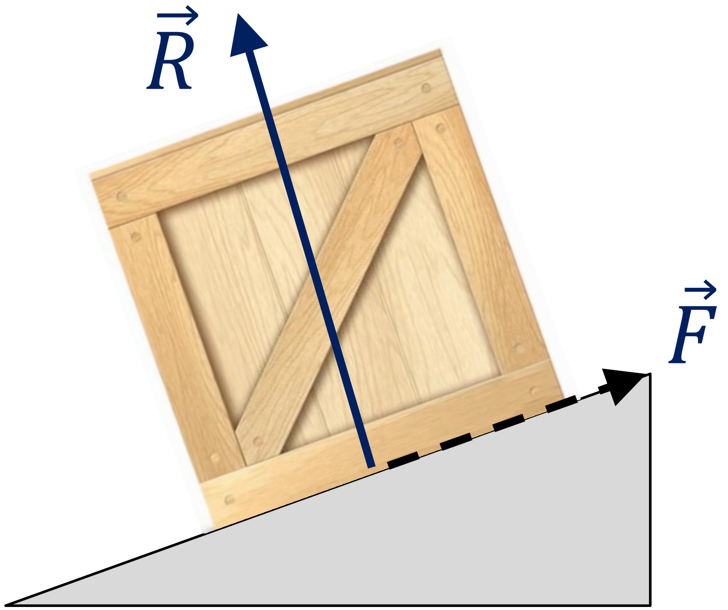
4. Exemple de forces

REACTION DU SUPPORT

Exemple 1



Exemple 2



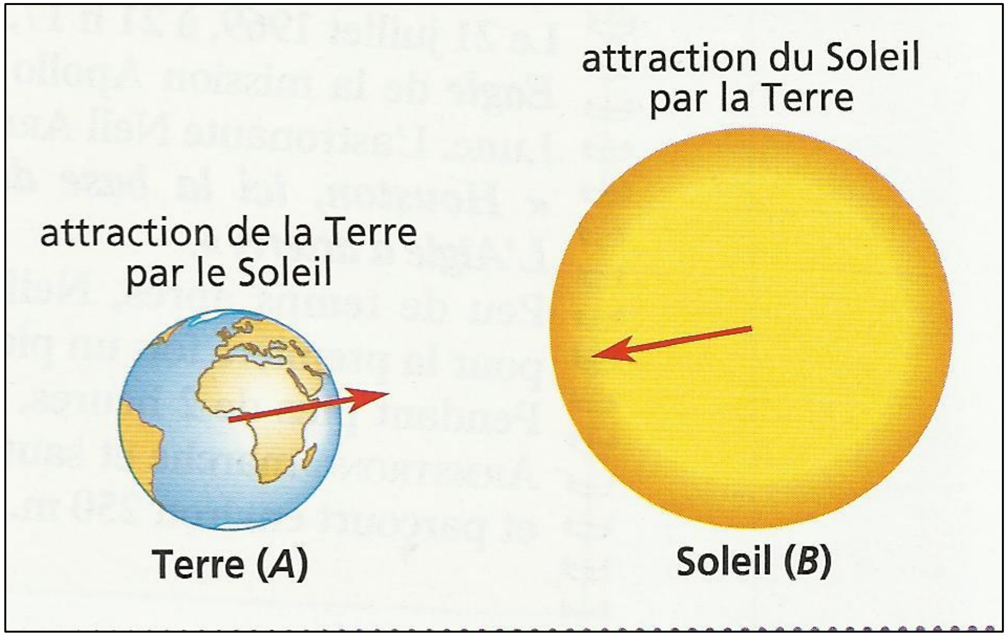
La réaction $\vec{R}$ est **perpendiculaire au support**

Ne pas confondre réaction et frottement

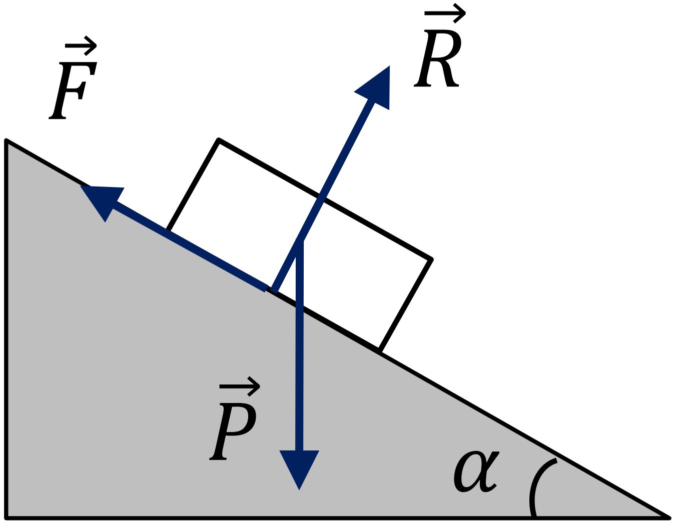
5. Loi d'action/réaction

ou TROISIEME LOI DE NEWTON

Si un corps A exerce une force $F_{A \rightarrow B}$ sur un corps B alors B exerce sur A une force $\mathbf{F_{B \rightarrow A} = - F_{A \rightarrow B}}$



6. L'exemple de référence



Objet immobile donc

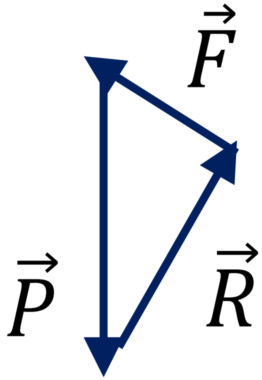
$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$

Question : trouver $\|\vec{R}\|$ et $\|\vec{F}\|$ en fonction de m et g

6. L'exemple de référence

REMARQUE

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$



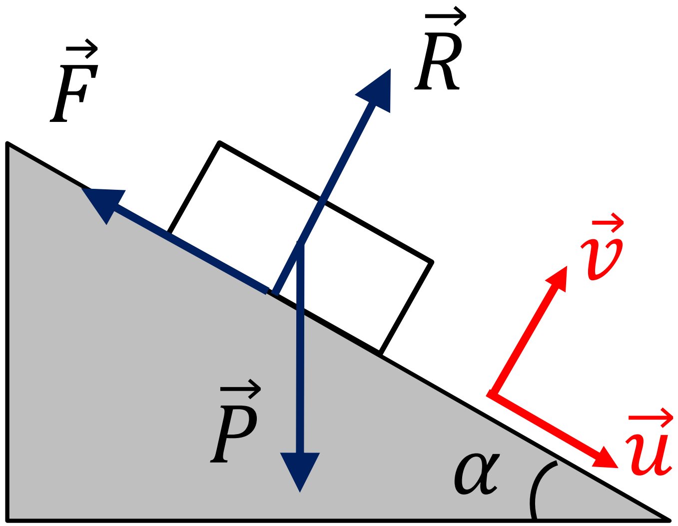
MAIS $$\|\vec{F}\| + \|\vec{R}\| + \|\vec{P}\| \neq 0$$

Longueur de F + Longueur de R + Longueur de P ≠ 0

PAR CONTRE $$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$F_x + R_x + P_x = 0$ ET $F_y + R_y + P_y = 0$

6. L'exemple de référence



Objet immobile donc

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$

Question : trouver $\|\vec{R}\|$ et $\|\vec{F}\|$ en fonction de m et g

Démarche : écrire les coordonnées des trois forces dans un repère (par exemple u,v) puis écrire : somme des composantes selon u (selon v) égal 0.

6. L'exemple de référence

$$\vec{F}\begin{pmatrix} -\|\vec{F}\| \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ +\|\vec{R}\| \end{pmatrix} \qquad \vec{P}\begin{pmatrix} \|\vec{P}\|\sin\alpha \\ -\|\vec{P}\|\cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$

DONC

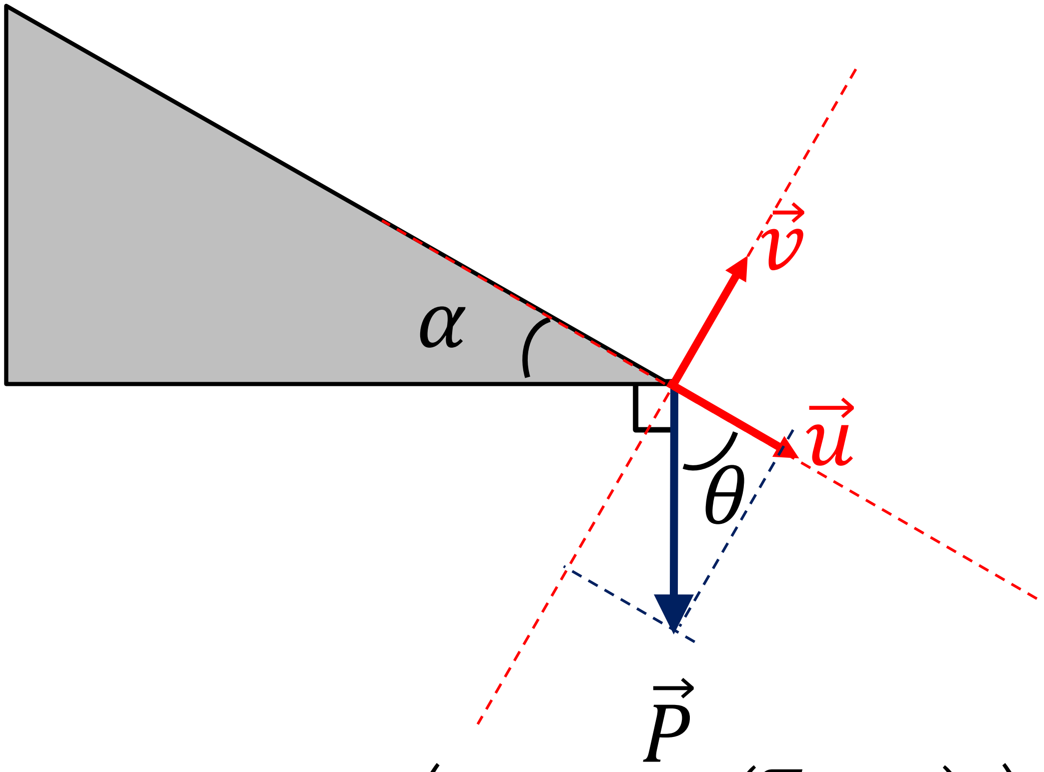
$$\begin{cases} -\|\vec{F}\| + 0 + \|\vec{P}\|\sin\alpha = 0 \\ 0 + \|\vec{R}\| - \|\vec{P}\|\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

ON OBTIENT

$$\begin{cases} \|\vec{F}\| = \|\vec{P}\|\sin\alpha = mg\sin\alpha \\ \|\vec{R}\| = \|\vec{P}\|\cos\alpha = mg\cos\alpha \end{cases}$$

6. L’exemple de référence

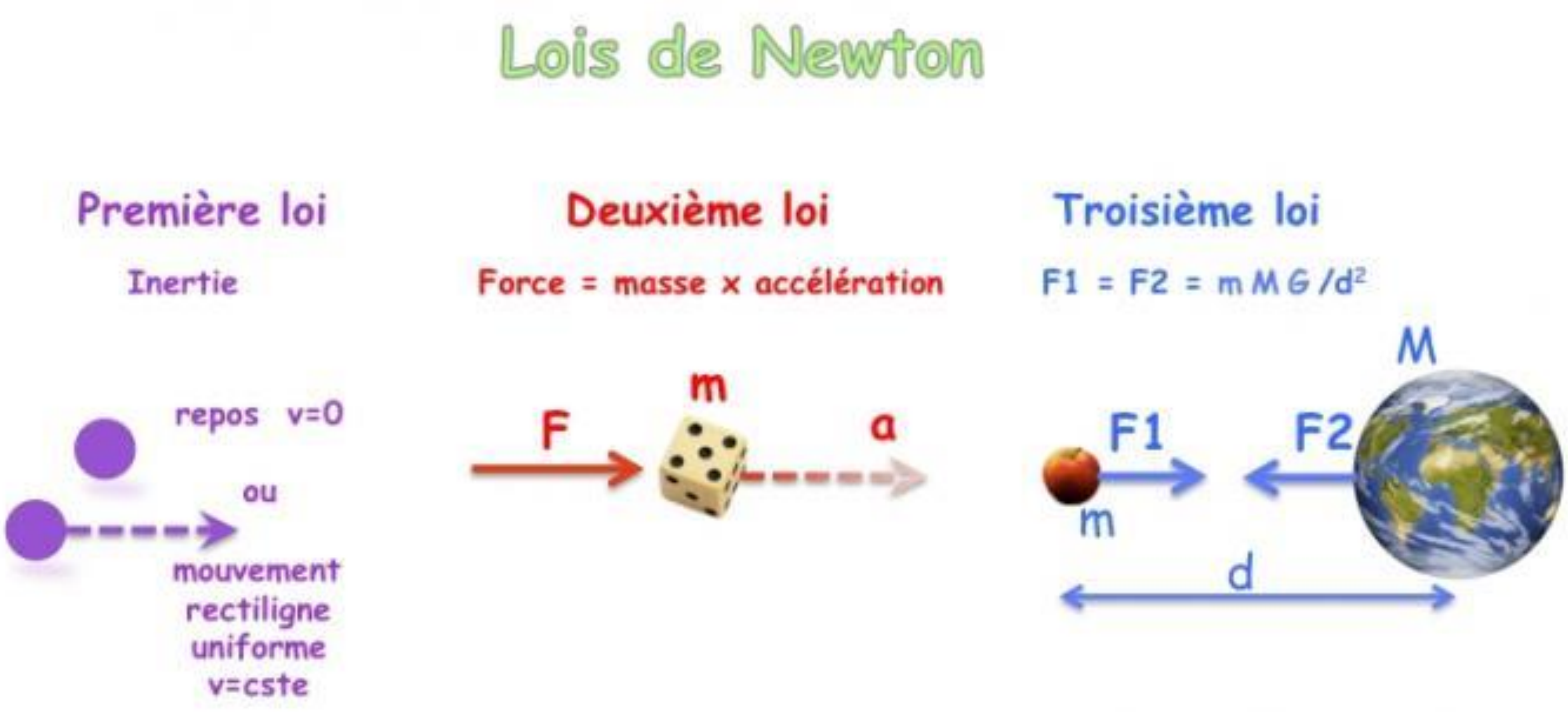
Remarque - détermination des composantes de P :



$$\alpha + \frac{\pi}{2} + \theta = \pi$$

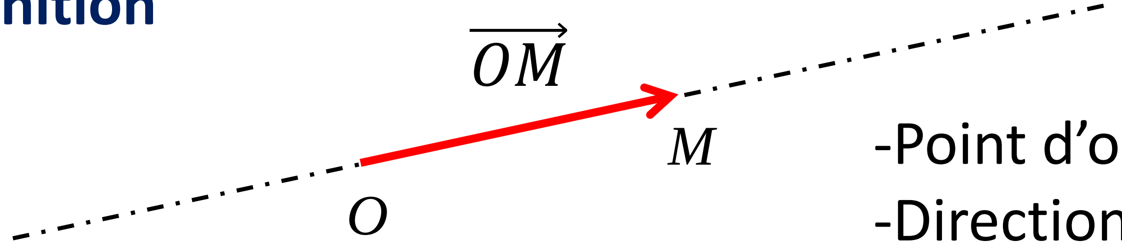
$$\vec{P}\begin{pmatrix} \|\vec{P}\| \cos\theta \\ -\|\vec{P}\| \sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|\vec{P}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ -\|\vec{P}\| \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|\vec{P}\| \sin\alpha \\ -\|\vec{P}\| \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Citer une loi de Newton ?



Rappel sur les vecteurs

1- Définition



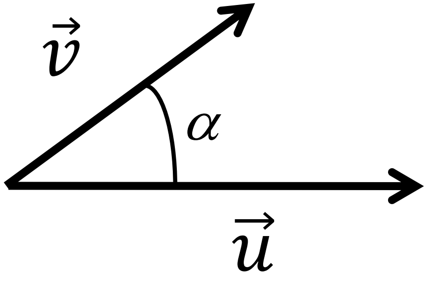
-Point d’origine

-Direction

-Sens

-Norme

2- Produit scalaire

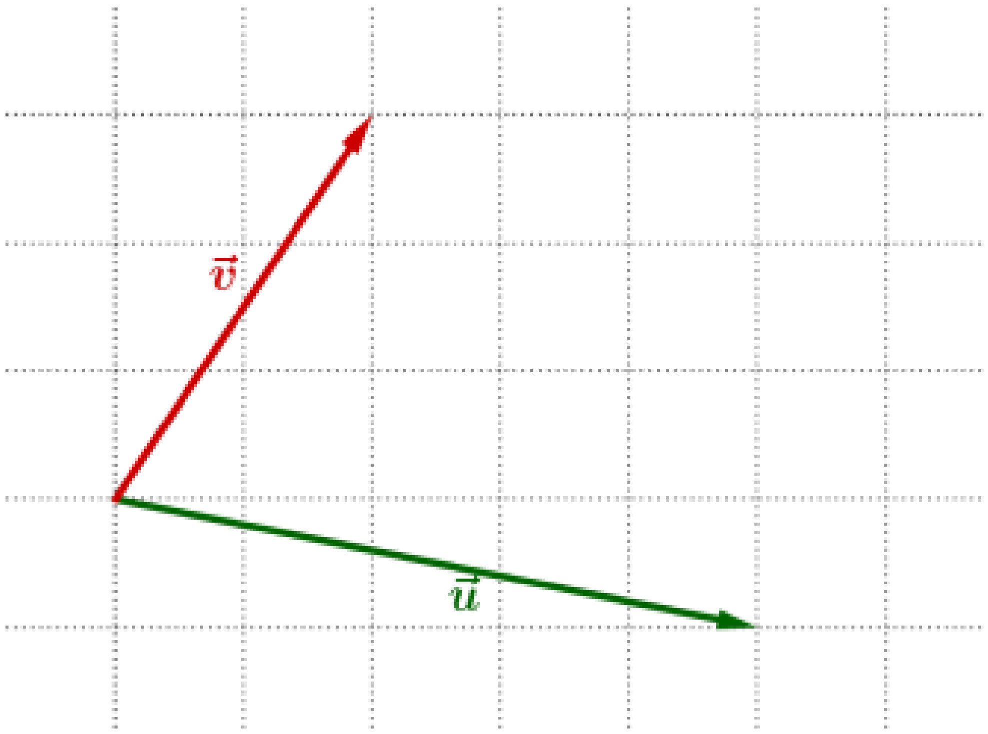


$\vec{u} \cdot \vec{v}$= scalaire (nombre)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.cos(\alpha)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = u_x v_x + u_y v_y$$

Exemple



Produit scalaire ?
=7
Somme des vecteurs ?

Cas particuliers :

Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ perpendiculaires alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Si $\alpha = 0$ $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ colinéaires alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$

Conséquences :

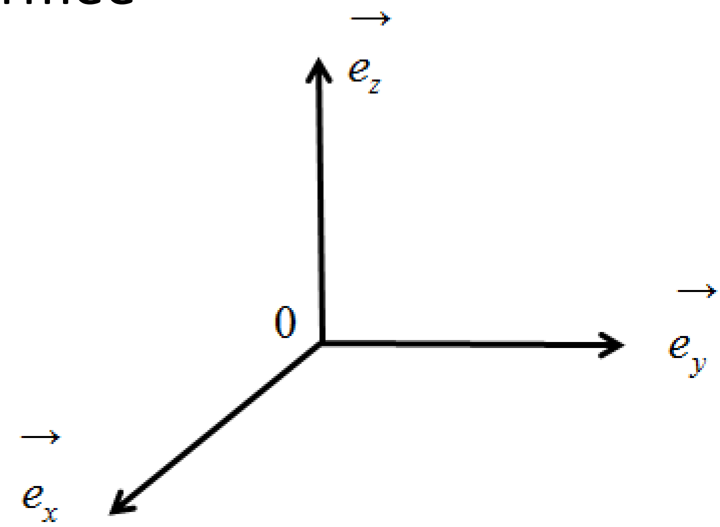
$$\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|.\|\vec{u}\| = \|\vec{u}\|^2$$

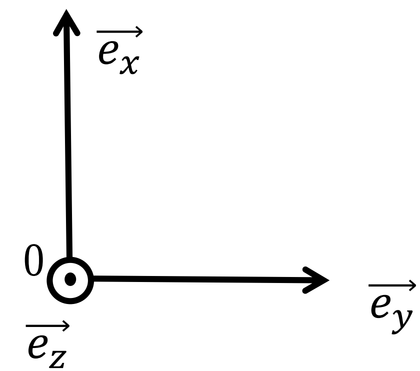
donc :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$

Produit scalaire et base orthonormée

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{e_y} = 0 \\ \overrightarrow{e_y} \cdot \overrightarrow{e_z} = 0 \\ \overrightarrow{e_z} \cdot \overrightarrow{e_x} = 0 \end{cases}$$





$$\begin{cases} \overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{e_x} = 1 \\ \overrightarrow{e_y} \cdot \overrightarrow{e_y} = 1 \\ \overrightarrow{e_z} \cdot \overrightarrow{e_z} = 1 \end{cases}$$

Produit scalaire en utilisant les coordonnées

VALABLE UNIQUEMENT DANS UN REFERENTIEL ORTHONORME

Produit scalaire d'un vecteur $\vec{u}$ par un vecteur $\vec{v}$ (2D)

$$\vec{u} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}$$

$$\vec{v} = x'\overrightarrow{e_x} + y'\overrightarrow{e_y}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

Conséquence :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = x^2 + y^2 = \|\vec{u}\|^2$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Produit scalaire d'un vecteur $\vec{u}$ par un vecteur $\vec{v}$ (3D)

$$\vec{u} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z} \qquad \vec{v} = x'\overrightarrow{e_x} + y'\overrightarrow{e_y} + z'\overrightarrow{e_z}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

Conséquence :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = x^2 + y^2 + z^2 = \|\vec{u}\|^2$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Vérification :
Produit scalaire des vecteurs de base cartésienne:

$$\overrightarrow{e_x} = 1\overrightarrow{e_x} + 0\overrightarrow{e_y} + 0\overrightarrow{e_z} \qquad \overrightarrow{e_y} = 0\overrightarrow{e_x} + 1\overrightarrow{e_y} + 0\overrightarrow{e_z}$$

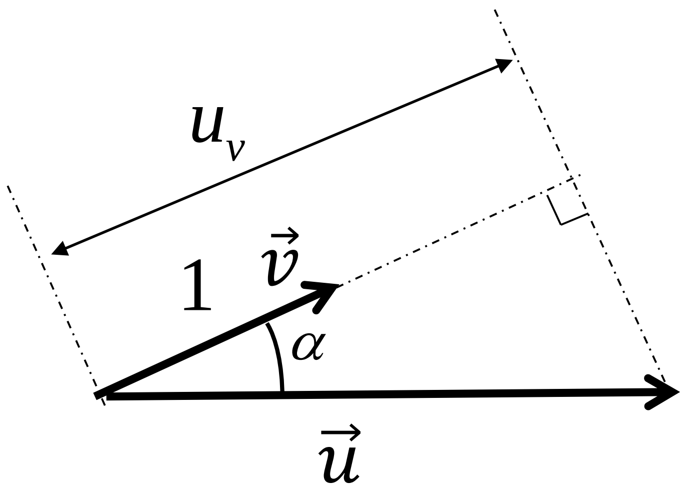
$$\overrightarrow{e_z} = 0\overrightarrow{e_x} + 0\overrightarrow{e_y} + 1\overrightarrow{e_z}$$

$$\overrightarrow{e_x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{e_y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{e_z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On vérifie bien les relations trouvées précédemment

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{e_y} = 0 \\ \overrightarrow{e_y} \cdot \overrightarrow{e_z} = 0 \\ \overrightarrow{e_z} \cdot \overrightarrow{e_x} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{e_x} = 1 \\ \overrightarrow{e_y} \cdot \overrightarrow{e_y} = 1 \\ \overrightarrow{e_z} \cdot \overrightarrow{e_z} = 1 \end{cases}$$

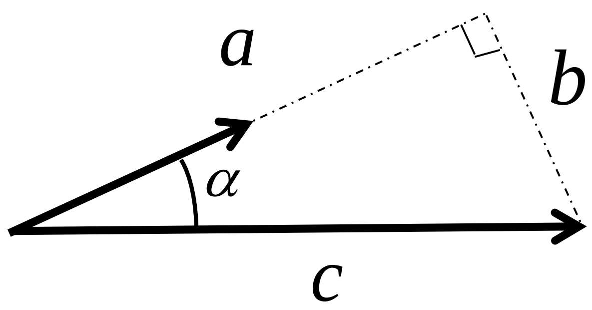
Produit scalaire d'un vecteur $\vec{u}$ par un vecteur unitaire $\vec{v}$



$\vec{u} \cdot \vec{v} =$ projection de $\vec{u}$ sur la direction de $\vec{v}$

Si $\|\vec{v}\| = 1$: $\quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| cos\alpha = u_v$

Rappel sur le triangle rectangle

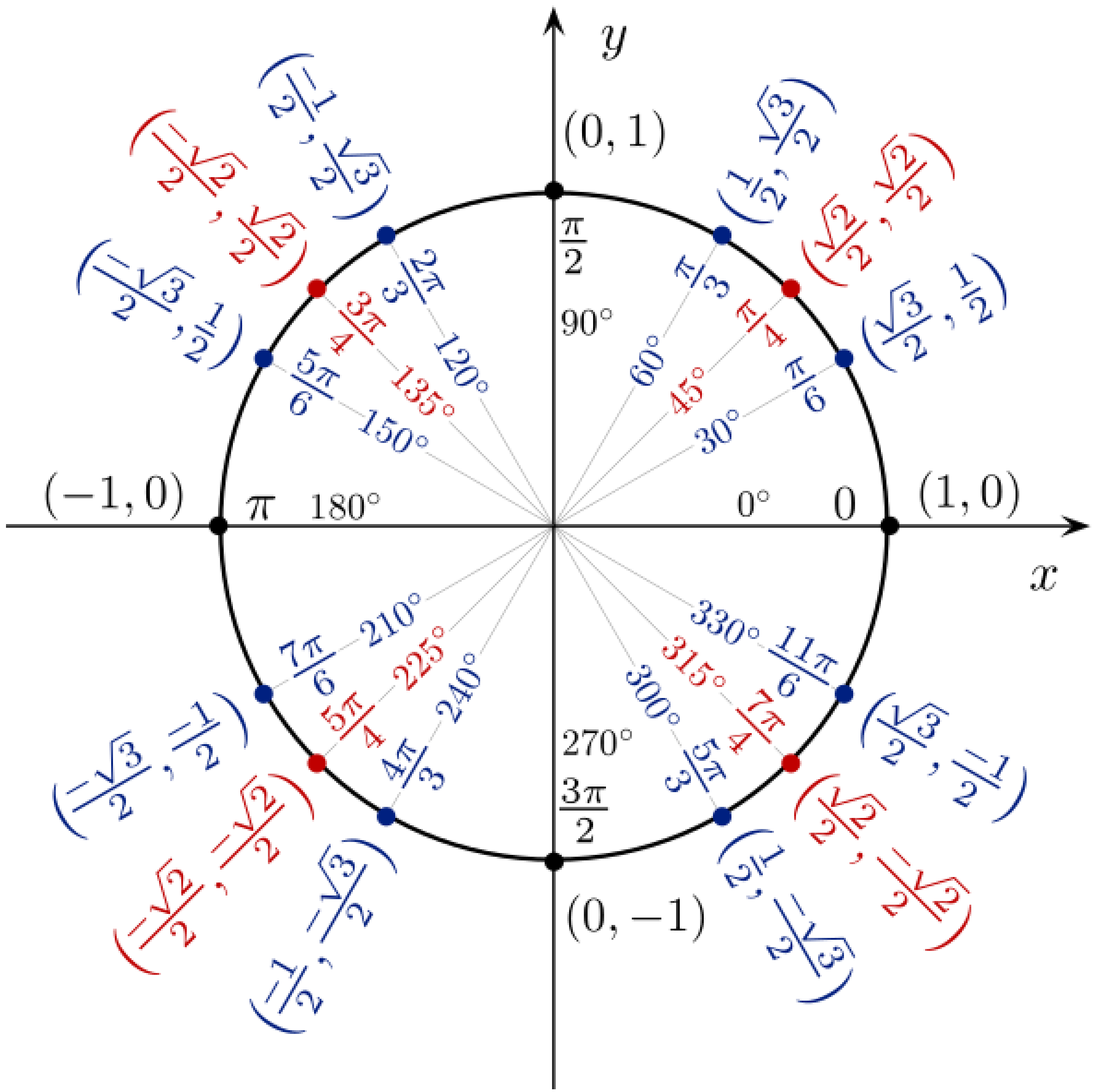


$$\tan\alpha = \frac{b}{a}$$

$$c \cdot \sin\alpha = b$$

$$c \cdot \cos\alpha = a$$

Sin et cos remarquables



Analyse dimensionnelle

Analyse dimensionnelle

1°) Le système d'unité internationale (SI)

Il compte actuellement 7 unités de base

1. L'unité de durée est
2. L'unité de longueur est
3. L'unité de masse est le
4. L'unité du courant électrique est
5. L'unité de température est
6. L'unité d'intensité lumineuse est
7. L'unité de quantité de matière est la

2°) Dimension des grandeurs physiques.

Définition : On appelle dimension physique la propriété ou la grandeur physique associée à une unité.

Les essentielles :

1. Le « temps » (noté T) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « seconde »
2. La « longueur » (notée L) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « mètre »
3. La « masse » (notée M) est la dimension/grandeur physique associée à l'unité « kilogramme »
4. l'« intensité d'un courant » (notée I) est la dimension/grandeur physique associé à l'unité « ampère »

Exemples :

la distance d parcourue dans l'espace par un point, ou la longueur
$\ell = \Delta x = x2 - x1$ existante entre deux points M1 et M2 sur un axe (Ox)
sont homogènes à une longueur
ont la dimension d'une longueur

ce qui se traduit symboliquement par : [d] = L
[ℓ] = [Δx] = L

La vitesse d'un point matériel $(v = \dot{x})$ pour une trajectoire rectiligne selon Ox) :

[v] = LT^{-1} car $v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$

3°) Equation aux dimensions

♦ Définition : On appelle équation aux dimensions une équation reliant la dimension d'une grandeur G à celles des grandeurs de base.

On peut donc écrire la dimension de G

$$[G] = T^{\alpha}.L^{\beta}.M^{\gamma}.I^{\delta}.\theta^{\epsilon}$$

Application : Etablir la dimension d'une surface , d'un volume , d'une vitesse , d'une accélération , d'une force, d'une énergie, d'une puissance et d'une tension électrique.

Dimensions :
Temps : T
Longueur : L
Masse : M
Courant : I

Surface :
Volume :
Vitesse :
Accélération:

Force : (mdv/dt)
Puissance : (Fv) ou watt
Energie : $\left(P\,t,\ \frac{1}{2}mv^2\right)$ ou joule

Tension électrique : ou volt

4°) Analyse dimensionnelle

L’analyse dimensionnelle est une méthode qualitative d’investigation qui consiste à :

1. Identifier l’ensemble des paramètres pertinents d’un phénomène physique.

2. Déduire la dépendance d’une grandeur en fonction de ces paramètres.

3. Vérifier la cohérence d’un résultat en termes de dimension et d’unité.

Cette analyse ne permet pas de ***déterminer les facteurs numériques*** qui s’obtiennent par l’expérience ou une étude quantitative.

Exemple: période d'un pendule

A priori la période d'oscillation **T** d'un pendule dépend de :
La longueur de la ficelle ℓ **L**
De la masse m **M**
De la constante de gravité g $\boldsymbol{LT^{-2}}$

Donc on va trouver la formule de **T** sous la forme
$$T = \ell^{\alpha}.m^{\beta}.g^{\gamma}$$
En dimension : $T = L^{\alpha}.M^{\beta}.(LT^{-2})^{\gamma}$

Donc $T = L^{\alpha+\gamma}.M^{\beta}.T^{-2\gamma}$

Cela impose $\alpha + \gamma = 0$ $\beta = 0$ et $-2\gamma = 1$

Donc $\gamma = -\frac{1}{2}$ et $\alpha = \frac{1}{2}$

La formule de la période sera donc du type $T = \ell^{\frac{1}{2}}.g^{-\frac{1}{2}}$

$T = \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ en réalité $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

1. Quelle est la dimension d’une vitesse ?

$$[v]=LT^{-1}$$

2. Quelle est la dimension d’une énergie ?

$$[E]=ML^2T^{-2}$$

ANNEXE – Quelques rappels en plus

Calcul

Notation scientifique : un chiffre, une virgule et une puissance de 10

Ex : 12500 s’écrit $1,25 \times 10^4$

Notation ingénieur : un nombre et une puissance de 10 multiple (ou sous multiple) de 3. On utilise alors le préfixe pour le présenter

Ex : 12500 s’écrit $12,5 \times 10^3$ = 12,5 k

Nombre de chiffres significatifs :
Un résultat doit être présenté avec un nombre de chiffres significatifs cohérents avec l’énoncé du sujet et significatif au regard de la précision souhaitée.

Utilisation des puissances de 10

Puissance de 10	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{0}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}
Préfixe	pico	nano	micro	milli		kilo	méga	giga	tera
Symbole	*p*	*n*	*µ*	*m*		*k*	*M*	*G*	*T*

Méthode de calcul:

De préférence on traite les puissances de dix à part .

Exemple : calculer la valeur de force d'interaction gravitationnelle subie par un satellite d'expression $F = G\frac{M_T m}{r^2}$

On donne :

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

$M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ \ kg$

$m = 1000\ kg$

$r = 6500\ km$

Quelques petites choses à retenir ….

On ne peut additionner ou soustraire des valeurs qui ont des unités différentes :
Exemples : on ne peut pas ajouter des kilogrammes à des mètres .
On ne peut pas retrancher des secondes à des ampères .

Par contre on peut multiplier ou diviser des valeurs qui ont des unités différentes :
Exemple : une distance en mètre divisée par un temps en seconde donne une vitesse en ms^{-1}

5°) Les erreurs à ne pas commettre

- il est absurde d’écrire l’égalité entre deux grandeurs de dimensions différentes.

Ex : Il est impossible d’écrire qu’une distance d ([d] = L) est identique à un instant t ([t] = T), car leurs dimensions sont différentes : $L \neq T$.

Par contre, l’équation horaire $d = \alpha.t + \beta$ ne sera correcte que si $[d] = [\alpha.t] = [\beta]$, à la seule condition que α soit homogène à une longueur sur un temps ($[\alpha] = L.T{-}1$) et que β soit homogène à une longueur ($[b] = L$).

- est absurde d’écrire l’égalité entre un nombre (un scalaire) et un vecteur.

- ne jamais confondre un vecteur $\vec{V}$ et sa norme $\|\vec{V}\|$