CIR2CNB2

TD de Maths
Courbes planes

Exercice 1 - construction de courbes

$$\begin{cases} x(t)=\cos(3t) \\ y(t)=\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{4}\right) \\ t\in[0,2\pi] \end{cases} \qquad \begin{cases} x(t)=\dfrac{t}{1-t^3} \\ y(t)=\dfrac{t^3}{1-t^3} \\ t\in\mathbb{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} x(t)=\dfrac{t^2}{1-t^3} \\ y(t)=\dfrac{t^3}{1-t^3} \\ t\in\mathbb{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\cos t\cos(3t) \\ y=\sin t\cos(3t) \\ t\in\mathbb{R} \end{cases}$$

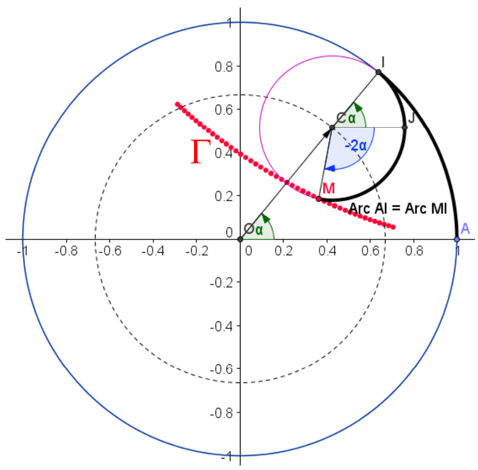
Exercice 2 - Étude de la courbe paramétrée $\begin{cases} x(t)=\dfrac{1-t^2}{1+t^2+t^4} \\ y(t)=\dfrac{t-t^3}{1+t^2+t^4} \end{cases}$

- Pour étudier les variations de y on pourra au préalable étudier les racines du polynôme $P(t)=t^3-4t^2-4t+1$ puis du polynôme $Q(t)=t^6-4t^4-4t^2+1$

Exercice 3 - Étude de la courbe paramétrée $\begin{cases} x(t)=f(t)=\dfrac{1}{t}+\ln(2+t) \\ y(t)=g(t)=t+\dfrac{1}{t} \end{cases}$ dont on donne le tableau de variations :

t	-2		-1		0		1		2		+∞
f'(t)	‖	+	0	-	‖	-		-	0	+	
f(t)	‖ -∞	↗	-1	↘	-∞ ‖ +∞	↘	f4	↘	f5	↗	+∞
g'(t)		+	0	-	‖	-	0	+		+	
g(t)	-5/2	↗	-2	↘	-∞ ‖ +∞	↘	2	↗	5/2	↗	+∞

Exercice 4 Un cercle de rayon 1/3 roule sans glisser à l'intérieur d'un cercle fixe de rayon 1, centré en 0.
Déterminer les équations de la trajectoire Γ d'un point M fixé sur la circonférence du petit cercle.
Tracer la courbe Γ.
Envisager le cas d'un cercle de rayon 1/4, ou 1/5 ...



- *La ligne courbe est la ligne la plus jolie d'un point à un autre. (Mae West)*
- *Le carré, c'est une circonférence qui a mal tourné. (Pierre Dac)*
- *Le cercle est le plus long chemin d'un point au même point. (Stoppard)*