

1/ Étudier les courbes paramétrées suivantes :

$\begin{cases} x = t - t^3 \\ y = t^2 - t^4 \end{cases}$	$\begin{cases} x = \cos(2t) \\ y = \cos(3t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{1+t^2}{1+t} \\ y = \frac{t^2}{1+t^3} \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^3} \\ y = \frac{2t^2}{1+t^3} \end{cases}$	$\begin{cases} x = 5 \cos(t) - \cos(5t) \\ y = 5 \sin(t) - \sin(5t) \end{cases}$
--	--	--	--	--

2/ Dans chaque cas construire la courbe paramétrée définie par $(t) = (x(t), y(t))$:

1. $\begin{cases} x(t) = \cos^3 t \\ y(t) = \sin^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi] .$ (*Astroïde*).

5. $\begin{cases} x(t) = \frac{t e^t}{t+1} \\ y(t) = \frac{e^t}{t+1} \end{cases}, t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} .$

2. $\begin{cases} x(t) = t - \sin t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}, t \in \mathbb{R} .$ (*Cycloïde*)

6. $\begin{cases} x(t) = \frac{1-t^2}{1+t^2+t^4} \\ y(t) = \frac{t(1-t^2)}{1+t^2+t^4} \end{cases}, t \in \mathbb{R} .$

3. $\begin{cases} x(t) = t^2 + \frac{2}{t} \\ y(t) = t^2 + \frac{1}{t^2} \end{cases}, t \in \mathbb{R} \setminus \{0\} .$

7. $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \frac{\sin^2 t}{2 - \sin t} \end{cases}, t \in \mathbb{R} .$

4. $\begin{cases} x(t) = \cos^3 t \\ y(t) = \sin^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi] .$

3/ Soient a et b deux réels strictement positifs.

a / Tracer la courbe polaire $\rho = \frac{a}{\cos \theta}$

b / En déduire le tracé de la courbe polaire $\rho = \frac{a}{\sin \theta}$

c / Trouver l'équation polaire de la droite $y = x + 1$

d / Tracer la courbe polaire $\rho = 2a \cos \theta$

e / En déduire le tracé de la courbe polaire $\rho = a \cos \theta + b \sin \theta$

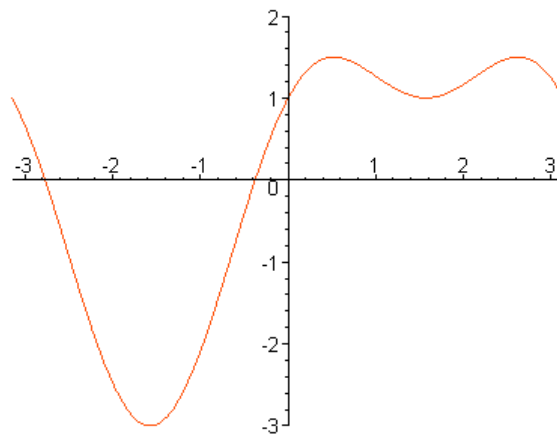
f / Quelle est l'équation polaire du cercle de centre O et de rayon R ,

g / Quelle est l'équation polaire d'un cercle passant par O ? On appellera $C = (R \cos \alpha, R \sin \alpha)$ son centre.

4/ Étudier les courbes polaires suivantes :

$\rho = \cos(\theta) + \sin(\theta)$	$\rho = \frac{1}{1 + \cos(\theta)}$	$\rho = \frac{1}{\sin(2\theta)}$	$\rho = 2 - \frac{1}{\cos(\theta)}$	$\rho = e^{\left(\frac{\theta}{2\pi}\right)}$
--------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	---

5/ La fonction $f : t \rightarrow f(t)$ est 2π -périodique et a le graphe ci-dessous pour $-\pi \leq t \leq \pi$



Tracer l'allure de la courbe d'équation polaire $\rho = f(\theta)$

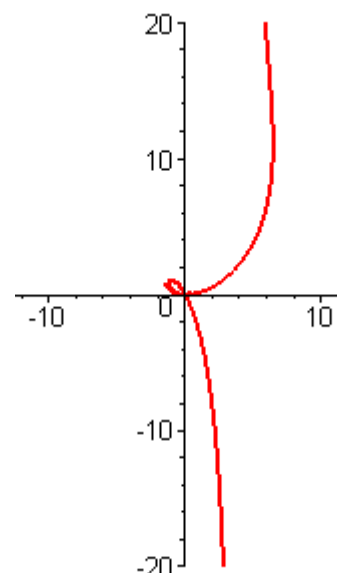
6/ Tracer les courbes polaires $\rho = \cos(k\theta)$ pour différents entiers k .

7/ On donne ci-contre le tracé de la courbe polaire définie par

$$\rho = \frac{\sin(\theta) + \sin(2\theta) + \sin(3\theta)}{1 + \sin(\theta)}$$

Étudier la boucle de cette courbe.

(on pourra développer le numérateur de ρ)



8/ Trouver l'équation d'une courbe polaire dont le tracé a l'allure ci-dessous.

