

Noircissez sur la feuille-réponse l'*unique* meilleure réponse à chaque question.

Calculatrice non programmable permise bien que peu utile.

---

1. Quel est le centre de la sphère d'équation cartésienne  $x^2 - 2x + y^2 + 4y + z^2 - z + 3 = 0$  ?

- (1) ☐ (1, 2, 3)      (2) ☐ (-1, 1, 0)      (3) ☐ (-2, 2, -1)      (4) ☐ (1, 1, 1)      (5) ☒ (1, -2,  $\frac{1}{2}$ )

2. Et son rayon ?

- (1) ☐ 1      (2) ☒  $\frac{3}{2}$       (3) ☐ 2      (4) ☐  $\frac{5}{4}$       (5) ☐ 3

3. La quadrique d'équation cartésienne  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$  est ...

- (1) ☒ un ellipsoïde  
(2) ☐ un hyperboloïde à une nappe  
(3) ☐ un hyperboloïde à deux nappes  
(4) ☐ un paraboloïde elliptique  
(5) ☐ un paraboloïde hyperbolique

4. La quadrique d'équation cartésienne  $x^2 - y^2 + z^2 - 1 = 0$  est ...

- (1) ☐ un ellipsoïde  
(2) ☒ un hyperboloïde à une nappe  
(3) ☐ un hyperboloïde à deux nappes  
(4) ☐ un cône  
(5) ☐ un cylindre

5. La quadrique d'équation cartésienne  $z = xy$  est ...

- (1) ☐ un ellipsoïde  
(2) ☐ un hyperboloïde  
(3) ☒ un paraboloïde  
(4) ☐ un cône  
(5) ☐ un cylindre

6. La quadrique d'équation cartésienne  $x^2 + 2xz - 4z^2 + 3x - 4z + 1 = 0$  est ...

- (1) ☐ un ellipsoïde  
(2) ☐ un hyperboloïde  
(3) ☐ un paraboloïde  
(4) ☐ un cône  
(5) ☒ un cylindre

7. Si on effectue le changement de variables linéaire  $X = AX'$  dans la forme quadratique en  $X$  associée à la matrice  $Q$ , on obtient la forme quadratique en  $X'$  associée à la matrice  $Q'$  avec

- (1) ☐  $Q' = Q^{-1}AQ$       (2) ☐  $Q' = AQA^{-1}$       (3) ☒  $Q' = A^TQA$       (4) ☐  $Q' = A + \frac{1}{2}Q$   
(5) ☐ aucune de ces réponses

8. Si on effectue le changement de variables  $\begin{cases} x = u + v + w + 1 \\ y = u - v \\ z = u - v - w \end{cases} + 2$  dans l'équation  $x^2 + 2xy + 4xz + y^2 - z^2 = 0$ ,

on obtient

- (1) ☐  $3u^2 + 4uv - 3v^2 + vw + 16w^2 + u - v + 3w + 12 = 0$   
 (2) ☒  $7u^2 + 2uv + 6uw - 5v^2 - 10vw - 4w^2 + 16u - 4v + 2w + 9 = 0$   
 (3) ☐  $2u^2 - uv + 3uw - v^2 + 2vw + w^2 - 1 = 0$   
 (4) ☐  $u^2 - 2v^2 + 3w^2 + 14 = 0$   
 (5) ☐ aucune de ces réponses

9. Si on met sous forme  $X^\top QX + LX + C = 0$  avec  $X = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^\top$  et  $Q^\top = Q$  la quadrique d'équation

$$x^2 + 2xz - y^2 + 2z^2 + x - 2y + 4z = 1 \dots$$

- (1) ☐  $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$   
 (2) ☐  $L = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 2 \end{bmatrix}$   
 (3) ☐  $C = 1$   
 (4) ☒  $QL^\top = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$   
 (5) ☐ aucune de ces réponses

10. Quelle est la nature de la quadrique d'équation cartésienne

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 10 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = 0 ?$$

- (1) ☐ un ellipsoïde  
 (2) ☒ un hyperboloïde  
 (3) ☐ un parabolôïde  
 (4) ☐ un cylindre  
 (5) ☐ l'ensemble vide

11. Sachant que l'aire d'une ellipse de demi-axes  $a$  et  $b$  vaut  $\pi ab$ , quel est le volume du solide décrit par

$$4x^2 + 9y^2 \leq z \leq 6 ?$$

- (1) ☐  $\frac{1}{3}\pi$       (2) ☐  $\pi$       (3) ☐  $2\pi$       (4) ☐  $\sqrt{6}\pi$       (5) ☒  $3\pi$

Évaluer l'intégrale itérée suivante :

$$12. \int_1^{10} \int_0^{1/y} ye^{xy} dx dy$$

- (1) ☐  $2e + 3$       (2) ☐  $5e - 8$       (3) ☐  $6e + 4$       (4) ☐  $8e - 7$       (5) ☒  $9e - 9$