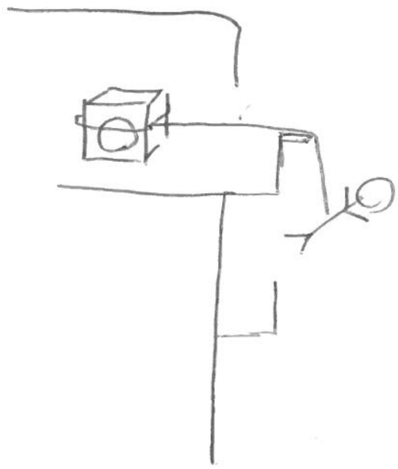


Vous avez fait un pari, celui de vous attacher à une machine à laver avec une corde et vous jeter de votre balcon ... Est-ce intelligent ?

[Est-ce qu'on reste dans le régime de frottement statique ou est-ce que la machine se met à glisser ?]

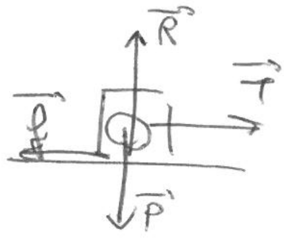
Masse m de la personne

Masse M de la machine à laver $M \sim 80$ kg.

Coefficients de frottement : ceux de l'interface pneu/béton (petit caoutchouc sous la machine ...)

• Bilan des forces sur la machine à laver ? Est-ce que l'hypothèse de frottements statiques, $\|\vec{f}\| < \|\vec{f_0}\| = \mu_s \|\vec{R}\|$ est valable ?

Forces sur la machine : poids $\vec{P}$, réaction du sol $\vec{R}$, $\vec{T}$ tension de la corde, $\vec{f}$ frottement



On suppose que la machine ne bouge pas, et on va voir si oui ou non l'hypothèse conduit à une contradiction

Si la machine ne bouge pas $\vec{f} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

On remarque que : • $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ puisque ce sont les 2 seules forces qui agissent selon l'axe vertical, or la machine ne tombe pas/ne s'envole pas.

• $\vec{f} \leq \mu_s \|\vec{R}\|$ dans l'hypothèse statique que l'on teste ici.

• $\|\vec{F}\| = mg$ (on suppose pas de frottement sur la rambarde, $\|\vec{F}\| = \|\vec{P}\|$)

$$\vec{f} + \vec{F} = \vec{0}$$

Donc $\|\vec{f}\| = \|\vec{F}\| = mg \overset{?}{\leqslant} \|\vec{f_0}\| = \mu_s \|\vec{R}\|$

or $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \|\vec{R}\| = \|\vec{P}\| = Mg$

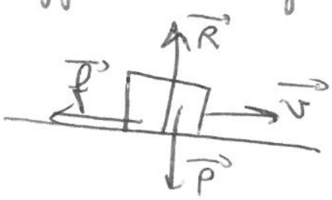
$$\hookrightarrow \quad mg \overset{?}{\leqslant} \mu_s Mg$$

$$m \overset{?}{\leqslant} \mu_s M$$

[Ici μ_s vaut simplement 1 donc il faut simplement que votre masse soit inférieure à celle de la machine.]

Remarque : si μ_s était inférieure à 1, ce serait encore plus dangereux !

. Si il y a effectivement glissement



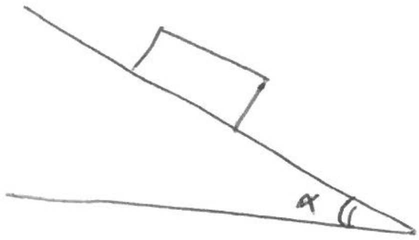
S'il n'y a pas de mouvement vertical, $\|\vec{R}\| = Mg$ et on a simplement $\|\vec{f}\| = \mu Mg$ (dynamique : $\|\vec{f}\| = \mu \|\vec{R}\|$)

$\hookrightarrow$ ~~Plus l'objet est~~ la force de frottement est proportionnelle à la masse de l'objet.

$\Rightarrow$ la force ne dépend pas de la vitesse, contrairement aux frottements fluides. Ce n'est pas intuitif : même en allant vite, on ne rencontrera pas plus de frottement !

En ski par exemple : si on commence à glisser, les frottement sont toujours de même amplitude, et on accélère indéfiniment ; pas de vitesse limite due aux frottements solides.

FROTTEMENTS SOLIDES - EXERCICE CLASSIQUE



masse m, coefficient statique μ_S

coefficient dynamique μ.

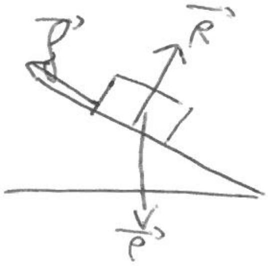
A partir de quel angle α l'objet ne peut plus être immobile ?

Méthode type : dans quel référentiel on se place, quel est le système qu'on étudie, bilan des forces exercées sur le système, PFD

Bilan des forces : poids $\vec{P}$

réaction du support $\vec{R}$

frottement solide $\vec{f}$



⚠ Attention $\vec{P}$ toujours vertical et pas $\perp$ au support

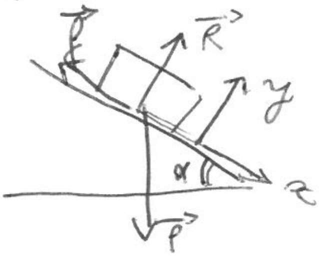
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$ dans le cas statique

Remarque : on peut vérifier son bilan de force en regardant si la somme des vecteurs forces peut être égale à $\vec{0}$. Par exemple

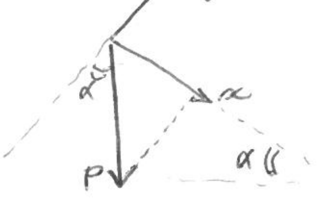
ne peut être correct puisque dans ce cas les flèches ne peuvent s'annuler.

(Remarque : question naïve, est ce que « la norme de $\vec{R}$ toujours égale à la norme de $\vec{P}$ » ? Non ! en général ce n'est pas le cas, d'ailleurs ici c'est faux)

On projette sur les axes x et y



$$\vec{P}\begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{R}\| \end{pmatrix} \quad \vec{f}\begin{pmatrix} -\|\vec{f}\| \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} mg\sin\alpha + 0 - \|\vec{f}\| = 0 \\ -mg\cos\alpha + \|\vec{R}\| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \|\vec{f}\| = mg\sin\alpha \\ \|\vec{R}\| = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Objet immobile : a-t-on $\|\vec{f}\| \leqslant \mu_s \|\vec{R}\|$?

$$mg\sin\alpha \overset{?}{\leqslant} \mu_s\, mg\cos\alpha$$

$$\sin\alpha \overset{?}{\leqslant} \mu_s \cos\alpha$$

Cas statique pour $\boxed{\tan\alpha \leqslant \mu_s}$

Remarque de math : on a divisé par $\cos\alpha$ une inégalité, or cela inverse le sens de l'inégalité si $\cos\alpha < 0$. Mais ici, $\cos\alpha < 0$, qui correspond à $\alpha > 90°$ est impossible

 n'a pas de sens donc $\cos\alpha > 0$

- <u>Si ça glisse : description du mouvement ?</u>

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{R}\| \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\|\vec{f}\| \\ 0 \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} mg\sin\alpha + 0 - \|\vec{f}\| = m\ddot{x} \\ -mg\cos\alpha + \|\vec{R}\| + 0 = 0 \quad \Rightarrow \|\vec{R}\| = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - \mu\|\vec{R}\|$$

$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$$

$$\ddot{x} = \underbrace{g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha}_{\text{une constante}}$$

$$\dot{x} = (g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha)t + \underbrace{c^{te}}_{0 \text{ si on prend } v=0 \text{ à } t=0}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}g t^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} + \underbrace{c^{te}}_{=0 \text{ si on prend } x=0 \text{ à } t=0}$$

↳ <u>Mouvement de chute libre classique, avec une constante $(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$</u>