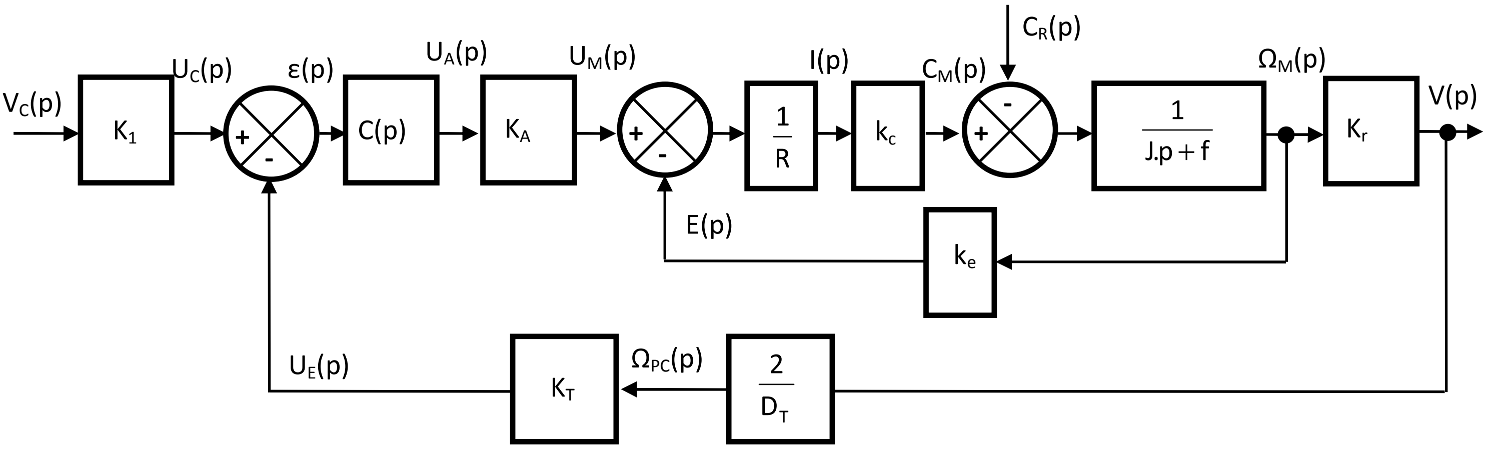
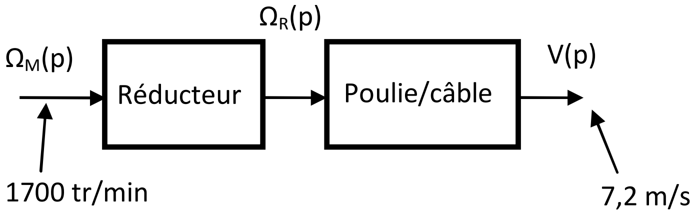
Etude de l'asservissement en vitesse du câble tracteur du téléphérique à conduite double FUNITEL – Corrigé

Q.1.



Avec $K_r = \dfrac{V(p)}{\Omega_M(p)}$ tel que :



Soit $K_r = \dfrac{V(p)}{\Omega_M(p)} = \dfrac{7{,}2}{1700 \times \dfrac{2.\pi}{60}} = 0{,}04$

Q.2. On a $\varepsilon(p) = U_C(p) - U_E(p) = K_1.V_C(p) - K_T.\dfrac{2}{D_T}.V(p)$

Pour $V_C(p) = V(p)$ on doit avoir $\varepsilon(p) = 0 \rightarrow K_1 - K_T.\dfrac{2}{D_T} = 0 \rightarrow K_1 = K_T.\dfrac{2}{D_T}$

A.N. : $K_1 = 0{,}3.\dfrac{2}{0{,}4} = 1{,}5$ V.s.m^{-1}

Q.3. $$H_M(p)\Big|_{C_R(p)=0} = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e}{1+\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_c.k_e}{R.(f+J.p)+k_c.k_e}$$

$$H_M(p)\Big|_{C_R(p)=0} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_c.k_e}{J.R.p+k_c.k_e+R.f} = \frac{\frac{k_c}{k_c.k_e+R.f}}{\frac{J.R}{k_c.k_e+R.f}.p+1}$$

$$H_R(p)\Big|_{U_M(p)=0} = \frac{C_R(p)}{U_M(p)} = \frac{R}{k_c.k_e}.\frac{\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e}{1+\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e} = \frac{R}{k_c.k_e}.\frac{k_c.k_e}{J.R.p+k_c.k_e+R.f}$$

$$H_R(p)\Big|_{U_M(p)=0} = \frac{C_R(p)}{U_M(p)} = \frac{R}{k_c.k_e}.\frac{\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e}{1+\frac{1}{R}.k_c.\frac{1}{f+J.p}.k_e} = \frac{\frac{R}{k_c.k_e+R.f}}{\frac{J.R}{k_c.k_e+R.f}.p+1}$$

Enfin en utilisant le théorème de superposition on obtient :

$$\Omega_M(p) = H_M(p)\Big|_{C_R(p)=0}.U_M(p) - H_R(p)\Big|_{U_M(p)=0}.C_R(p)$$

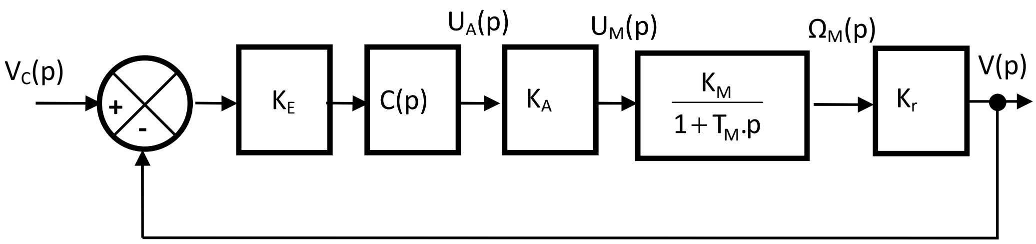
Q.4. $H_M(p)\Big|_{C_R(p)=0} = \dfrac{\frac{k_c}{k_c.k_e+R.f}}{\frac{J.R}{k_c.k_e+R.f}.p+1} = \dfrac{K_M}{T_M.p+1}$

→ système du 1er ordre avec $K_M = \dfrac{k_c}{k_c.k_e+R.f}$ et $T_M = \dfrac{J.R}{k_c.k_e+R.f}$

A.N. : $K_M = \dfrac{2,5}{2,5\times2,5+0,0999\times4,8} = 0,37$ rad.V^{-1}.s^{-1}

$T_M = \dfrac{420\times0,0999}{2,5\times2,5+0,0999\times4,8} = 6,23$ s

Q.5. En régulation le schéma bloc devient :



Avec $K_E = K_T.\dfrac{2}{D_T} = K_1$ et $C(p) = K_C$

Calcul de la FTBF : $\dfrac{V(p)}{V_C(p)} = \dfrac{\frac{K_E.K_C.K_A.K_M.K_r}{1+T_M.p}}{1+\frac{K_E.K_C.K_A.K_M.K_r}{1+T_M.p}} = \dfrac{\frac{K_C.K_S}{1+T_M.p}}{1+\frac{K_C.K_S}{1+T_M.p}}$

$$\frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{K_C.K_S}{K_C.K_S+1+T_M.p} = \frac{\frac{K_C.K_S}{K_C.K_S+1}}{1+\frac{T_M}{K_C.K_S+1}.p} \rightarrow G(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{\frac{K_C.K_S}{K_C.K_S+1}}{1+\frac{T_M}{K_C.K_S+1}.p}$$

Q.6. On obtient question 5 un système du 1er ordre → stable par définition.

Q.7. $t_{5\%} = 3.\dfrac{T_M}{K_C.K_S+1}$ par définition pour un système du 1er ordre.

Cahier des charges → $t_{5\%} < 5$ s → $3.\dfrac{T_M}{K_C.K_S+1} < 5 \rightarrow 3.T_M < 5.K_C.K_S+5 \rightarrow \dfrac{3.T_M-5}{5.K_S} < K_C$.

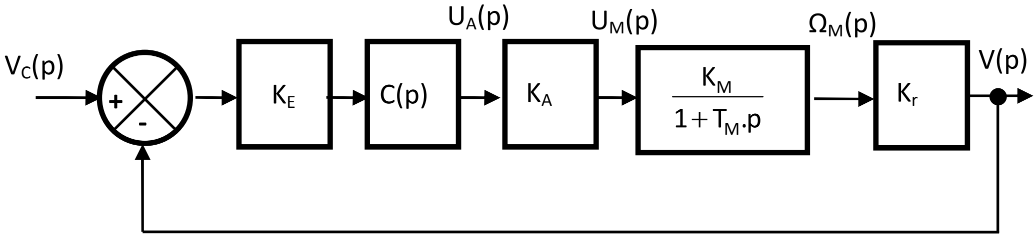
A.N. : $K_S = K_A.K_E.K_r.K_M$ = 30×1,5×0,04×0,37 = 0,67→ $K_C > \dfrac{3\times 6{,}3-5}{5\times 0{,}67} = 4{,}1$

Q.8. Erreur statique : $e_r = \lim\limits_{p\to 0} p.\dfrac{V_0}{p}.\dfrac{1}{1+\dfrac{K_C.K_S}{1+T_M.p}} = \dfrac{V_0}{1+K_C.K_S}$ et cahier des charges → $e_r < 0{,}02.V_0$

→ $\dfrac{V_0}{1+K_C.K_S} < 0{,}02.V_0$ → $1 < 0{,}02.(1+K_C.K_S)$ → $0{,}98 < 0{,}02.K_C.K_S$ → $K_C > \dfrac{0{,}98}{0{,}02.K_S} \approx 74$

Q.9. Pour K_C = 74 et V_0 = 7,2 on obtient une tension U_M en entrée de moteur U_M = 7,2×1,5×30×74 = 23976 V >>> 300 V nominal du moteur → le correcteur proportionnel n'est pas adapté.

Q.10. En régulation le schéma bloc devient :



Avec $K_E = K_T.\dfrac{2}{D_T} = K_1$ et $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$

Calcul de la FTBF : $\dfrac{V(p)}{V_C(p)} = \dfrac{\dfrac{K_E.K_i.K_A.K_M.K_r}{p.(1+T_M.p)}}{1+\dfrac{K_E.K_i.K_A.K_M.K_r}{p.(1+T_M.p)}} = \dfrac{\dfrac{K_i.K_S}{p.(1+T_M.p)}}{1+\dfrac{K_i.K_S}{p.(1+T_M.p)}}$

$\dfrac{V(p)}{V_C(p)} = \dfrac{K_i.K_S}{T_M.p^2+p+K_i.K_S} = \dfrac{1}{\dfrac{T_M}{K_i.K_S}.p^2+\dfrac{1}{K_i.K_S}p+1}$ → $H(p) = \dfrac{V(p)}{V_C(p)} = \dfrac{1}{\dfrac{T_M}{K_i.K_S}.p^2+\dfrac{1}{K_i.K_S}p+1}$

Système du 2ème ordre avec :

K = 1 ; $\dfrac{1}{\omega_0{}^2} = \dfrac{T_M}{K_i.K_S}$ → $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_i.K_S}{T_M}}$; $\dfrac{2.z}{\omega_0} = \dfrac{1}{K_i.K_S}$ → $z = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{K_i.K_S.T_M}}$

Q.11. FTBO de classe 1 → erreur statique nulle → C.d.C.F. ok.

Q.12. $D_1 = e^{-\frac{z.\pi}{\sqrt{1-z^2}}}$ = 0,1 → $-\dfrac{z.\pi}{\sqrt{1-z^2}} = \ln 0{,}1$ → $z^2.\pi^2 = (\ln 0{,}1)^2.(1-z^2)$

→ $z^2.(\pi^2+(\ln 0{,}1)^2) = (\ln 0{,}1)^2$ → $z = \sqrt{\dfrac{(\ln 0{,}1)^2}{(\pi^2+(\ln 0{,}1)^2)}}$ = 0,6

$z = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{K_i.K_S.T_M}}$ → $4.z^2 = \dfrac{1}{K_i.K_S.T_M}$ → $K_i = \dfrac{1}{4.z^2.K_S.T_M}$

A.N. : $K_i = \dfrac{1}{4\times 0{,}6^2\times 0{,}67\times 6{,}23} = 0{,}17$

Q.13. Pour z = 0,6 on a $t_{5\%}.\omega_0 = 5$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_i.K_S}{T_M}}$ → $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{0{,}17\times 0{,}67}{6{,}23}} = 0{,}13$ rad/s

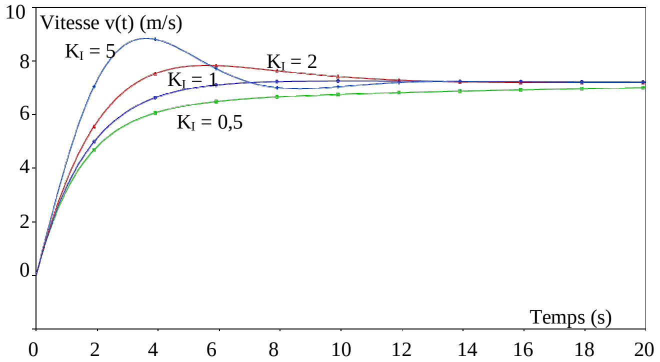
→ $t_{5\%} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{0{,}13} = 38{,}5\ \text{s}$ → Système très lent.

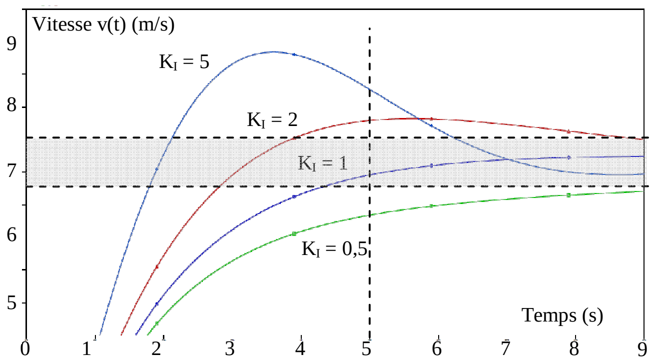
Q.14. Temps de réponse minimal pour z = 0,7 → $K_i = \frac{1}{4 \times 0{,}7^2 \times 0{,}67 \times 6{,}23} = 0{,}12$ → $\omega_0 = \sqrt{\frac{0{,}12 \times 0{,}67}{6{,}23}} = 0{,}11$

→ $t_{5\%} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{0{,}11} = 27{,}2\ \text{s}$ → Système trop lent encore.

L'action intégrale pure ne permet pas de corriger le système correctement.

Q.15.





K_I = 1 est le bon gain qui permet de respecter le critère de rapidité, de précision et de dépassement imposé par le C.d.C.F..

Q.16. Il faudrait déterminer la fonction de transfert qui permet de passer de la vitesse du vent à une action mécanique sous forme de couple résistant. Dans le sujet on suppose que l'action du vent est modélisable par un couple résistant sous forme de perturbation en échelon. Avec le correcteur PI il y a un intégrateur dans la boucle ouverte en amont de la perturbation, l'erreur en régulation est donc nulle.