CIR2 2018-2019	QUIZZ 4 Séries entières

Durée 30 minutes
Pas de document, ni calculatrice, ni téléphone portable
Inscrire les réponses sur la feuille-réponse jointe
(il peut y avoir plusieurs réponses correctes, ou aucune)

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ développable en série entière : $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ avec un rayon de convergence R.

1. $\int_0^x f(t)dt$ a comme développement en série entière :

1	2	3	4	5
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n x^{n+1}}{n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_{n+1} x^{n}}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n x^{n}}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n x^{n+1}}{n}$	autre chose $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n x^{n+1}}{n+1}$

2. Le rayon de convergence du développement en série de f' est :

1	2	3	4	5
0	∞	R	$-R$	n'existe pas

3. f' a comme développement en série entière :

1	2	3	4	5
$\sum_{n=0}^{\infty} n\, a_n x^{n-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n\, a_n x^{n-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)a_{n-1}x^n$	$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)a_{n+1}x^n$	autre chose

4. Si la série $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ converge et que la série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n 2^n$ diverge, alors le rayon de convergence de $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ est :

1	2	3	4	5
égal à -1	égal à 1	compris entre 1 et 2	strictement compris entre 1 et 2	n'existe pas

5. Le développement en série entière de $\ln(1+x)$ est $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}x^n}{n}$

1	2	3	4	5
$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n$	$-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} n\, x^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n!}$

6. Le rayon de convergence de la série $\sum_{0}^{\infty}\left(3^n+(-2)^n\right)z^n$ est

1	2	3	4	5
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

7. Le rayon de convergence de la série $\sum_{0}^{\infty}\frac{n^n\ z^n}{n!}$ est

1	2	3	4	5
0	∞	1	$\exp(1)$	$\exp(-1)$

Soit g une fonction développable en série entière : $g(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ avec un rayon de convergence R.

8. $g(-3z)$ a comme développement en série entière :				
1 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n a_n z^n}{3^n}$	2 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 3^n a_n z^n$	3 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{3^n}$	4 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n a_n}{3^n}$	5 autre chose

9. Le rayon de convergence de la série de $g(-3z)$ est :				
1 R	2 $-R$	3 $3R$	4 $\frac{R}{3}$	5 $-\frac{R}{3}$

10. $g(z^2)$ a comme développement en série entière :				
1 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{2n}$	2 $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_n z^n$	3 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{n+2}$	4 $\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} z^{2n}$	5 autre chose

11. Le rayon de convergence de la série de $g(z^2)$ est :				
1 R	2 $2R$	3 R^2	4 $\frac{R}{2}$	5 $\sqrt{R}$

12. Le développement en série entière de $\frac{1}{2x^2+5}$				
1 est égal à $\frac{1}{5}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^{2n}}{5^n}$	2 est égal à $\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 5^n x^{2n}}{2^n}$	3 est égal à $\sum_{n=0}^{\infty} (2x^2+5)^n$	4 a un rayon de convergence $\frac{5}{2}$	5 a un rayon de convergence $\frac{2}{5}$