

Noircissez sur la feuille-réponse *l'unique meilleure réponse* à chacune des questions.

## Coniques

61. Quels sont les rayons de l'ellipse d'équation cartésienne  $x^2 + 2y^2 = 4$  ?

- (1) ☐  $\frac{1}{2}$  et 1    (2) ☐ 1 et  $\sqrt{2}$     (3) ☐ 1 et 2    (4) ☐ 2 et 4    (5) ☒  $\sqrt{2}$  et 2

62. Quel est le centre de l'ellipse d'équation cartésienne  $x^2 - 2x + 2y^2 + 2y = 0$  ?

- (1) ☒  $(1, -\frac{1}{2})$     (2) ☐  $(-1, 2)$     (3) ☐  $(1, -1)$     (4) ☐  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$     (5) ☐ ce n'est pas une ellipse

63. La conique d'équation cartésienne  $x^2 + 4xy + 3y^2 = 1$  est

- (1) ☐ une ellipse    (2) ☒ une hyperbole    (3) ☐ une parabole  
(4) ☐ une ou plusieurs droites    (5) ☐ vide

64. La conique d'équation cartésienne  $x^2 - 4xy + y^2 = 1$  est

- (1) ☐ un cercle    (2) ☐ une ellipse    (3) ☐ une parabole  
(4) ☒ une hyperbole    (5) ☐ vide

65. La conique d'équation cartésienne  $y^2 + 2x = x^2 + 1$  est

- (1) ☐ une hyperbole    (2) ☐ une parabole    (3) ☒ une ou plusieurs droites  
(4) ☐ réduite à un point    (5) ☐ vide

## Quadriques

Donner la meilleure description géométrique de chacune des 5 quadriques suivantes dans  $\mathbf{R}^3$ .

66.  $x^2 + y^2 = 4$

- (1) ☐ cercle    (2) ☐ sphère    (3) ☒ cylindre    (4) ☐ ellipsoïde    (5) ☐ vide

67.  $x^2 + 4y^2 - 9z^2 = 1$

- (1) ☐ ellipsoïde    (2) ☒ hyperboloïde à une nappe    (3) ☐ hyperboloïde à deux nappes  
(4) ☐ cône    (5) ☐ vide

68.  $x^2 + 2x + y^2 + y + z = 0$

- (1) ☐ ellipsoïde    (2) ☐ cône    (3) ☒ paraboloides    (4) ☐ hyperboloïde    (5) ☐ vide

69.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 20 = 0$

- (1) ☐ ellipsoïde    (2) ☐ cône    (3) ☐ paraboloides    (4) ☐ hyperboloïde    (5) ☒ vide

70.  $x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2 = 0$

- (1) ☐ ellipsoïde    (2) ☐ paraboloides    (3) ☐ hyperboloïde    (4) ☒ deux plans    (5) ☐ vide

## Algorithme de Gauss-Lagrange

Pour chacune des matrices suivantes, donner la forme normale correspondante.

71.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(1) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2) ☒  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (3) ☐  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (4) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5) ☐  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

72.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(1) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (3) ☐  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (4) ☒  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5) ☐  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

73.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(1) ☒  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (3) ☐  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (4) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5) ☐  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

74.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(1) ☒  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (3) ☐  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (4) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5) ☐  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

75.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(1) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2) ☒  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (3) ☐  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (4) ☐  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5) ☐  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

## Croustille réglée

Les 5 questions suivantes portent sur l'éventuelle présence de droites incluses dans la surface

$$\mathcal{S} : z = x^2 - y^2.$$

Vous pouvez sans doute gagner du temps en résolvant une fois pour toutes la question générale :

étant donné un point  $(x_0, y_0, z_0) \in \mathcal{S}$ , quelles sont les droites passant par celui-ci incluses dans  $\mathcal{S}$  ?

76. L'intersection de  $\mathcal{S}$  avec le plan d'équation  $z = 0$  consiste en

(1) ☐ une droite (2) ☐ une hyperbole (3) ☒ deux droites sécantes  
(4) ☐ deux droites parallèles (5) ☐ un cône

77. Combien y a-t-il de droites incluses dans  $\mathcal{S}$  passant par le point  $(0, 0, 0)$  ?

(1) ☐ 1 (2) ☒ 2 (3) ☐ 3 (4) ☐ 4 (5) ☐ 0

78. Parmi les vecteurs suivants, lequel est un vecteur directeur pour une droite passant par  $(0, 0, 0)$  incluse dans  $\mathcal{S}$  ?

(1) ☐  $(1, 1, 1)$  (2) ☒  $(1, -1, 0)$  (3) ☐  $(0, 1, 1)$  (4) ☐  $(1, 0, 1)$  (5) ☐  $(0, 1, -1)$

79. Même question avec le point  $(1, 1, 0)$ .

(1) ☐  $(1, -1, 1)$  (2) ☐  $(1, -2, 0)$  (3) ☐  $(2, 1, 0)$  (4) ☐  $(1, 1, 1)$  (5) ☒  $(1, -1, 4)$

80. Même question avec le point  $(5, 4, 9)$ .

(1) ☐  $(2, -1, 1)$  (2) ☐  $(0, 1, 0)$  (3) ☒  $(1, 1, 2)$  (4) ☐  $(1, 1, -1)$  (5) ☐  $(1, -1, 9)$