Ce quiz comporte **10** questions équipondérées; répondez sur la feuille-réponse prévue à cet effet.

1. Le déterminant de la matrice $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n(\mathbf{F})$ peut se calculer par la formule...

(1)☐ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \mathrm{sg}(i)\, a_{i1}a_{i2}\cdots a_{in}$ (2)☐ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \mathrm{sg}(i)\, a_{1i}a_{2i}\cdots a_{ni}$

(3)■ $\displaystyle\sum_{\sigma\in\mathfrak{S}_n} \mathrm{sg}(\sigma)\, a_{1\sigma(1)}a_{2\sigma(2)}\cdots a_{n\sigma(n)}$ (4)■ $\displaystyle\sum_{\sigma\in\mathfrak{S}_n} \mathrm{sg}(\sigma)\, a_{\sigma(1)1}a_{\sigma(2)2}\cdots a_{\sigma(n)n}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Calculer le déterminant de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

(1)☐ 6 (2)☐ -2 (3)☐ -7 (4)☐ 0 (5)■ cette question n'a pas de sens

3. Calculer le déterminant de la matrice

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 17 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 9 & -9 \end{bmatrix}.$$

(1)☐ 64 (2)☐ 664 (3)☐ 958 (4)■ 0 (5)☐ cette question n'a pas de sens

Les deux questions suivantes font référence à la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} a & 3 & b & 1 \\ 0 & 5 & 2 & 9 \\ -1 & c & 5 & 5 \\ 1 & 0 & d & -3 \end{bmatrix}$$

où a, b, c et d sont quatre paramètres réels.

4. Calculer le cofacteur de c.

(1)☐ $-25ad - 75a + 10b + 22d + 98$
(2)☐ -1
(3)☐ $9b - 6a - 9ad - 2$
(4)■ $6a - 9b + 9ad + 2$
(5)☐ cette question n'a pas de sens

5. De quel(s) paramètre(s) dépend le cofacteur de b ?

(1)☐ uniquement de a
(2)☐ de a et de d uniquement
(3)■ uniquement de c
(4)☐ de b et de c uniquement
(5)☐ cette question n'a pas de sens

6. Soient A et B deux matrices carrées de taille n.

A-t-on toujours $\mathrm{dét}(AB) = \mathrm{dét}(BA)$?

(1)■ oui (2)☐ non

A-t-on toujours $\mathrm{dét}(AB) = \mathrm{dét}(A)\,\mathrm{dét}(B)$?

(3)■ oui (4)☐ non

7. Calculer le déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

(1)■ 22 (2)☐ 6 (3)☐ 28 (4)☐ -22

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit t un paramètre réel, calculer le déterminant de la matrice A suivante

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t & 1 \\ -1 & t & -1 \\ t & -9 & -3 \end{bmatrix}$$

(1)☐ $18 - 6t - 2t^2$ (2)☐ $-6t$ (3)☐ 0 (4)■ $-2t(t+3)$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Toujours avec la matrice A définie ci-dessus, pour quelle(s) valeur(s) de t la matrice n'est-elle pas inversible ?

(1)☐ $\frac{3(\sqrt{5}-1)}{2}$ et $-\frac{3(\sqrt{5}+1)}{2}$
(2)☐ 0 uniquement
(3)■ 0 et -3
(4)☐ elle n'est jamais inversible
(5)☐ elle est toujours inversible

10. Que dit la formule de Cramer pour l'inconnue y dans le système linéaire suivant ?
(on notera A la matrice du système)

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & + & 3z & = & 10 \\ 4x & + & 5y & + & 6z & = & 100 \\ 7x & + & 8y & + & 9z & = & 1000 \end{array} \right.$$

(1)☐ $y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 100 & 5 & 6 \\ 1000 & 8 & 9 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$ (2)☐ $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 10 & 3 \\ 4 & 100 & 6 \\ 7 & 1000 & 9 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$ (3)☐ $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 100 & 1000 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$

(4)■ ce n'est pas un système de Cramer

(5)☐ c'est un système de Cramer, mais aucune des réponses proposées n'est juste

11. Que dit la formule de Cramer pour l'inconnue y dans le système linéaire suivant ?
(on notera A la matrice du système)

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & + & 3z & = & 10 \\ 4x & + & 5y & + & 4z & = & 100 \\ 3x & + & 2y & + & z & = & 1000 \end{array} \right.$$

(1)☐ $y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 100 & 5 & 4 \\ 1000 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$ (2)■ $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 10 & 3 \\ 4 & 100 & 4 \\ 3 & 1000 & 1 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$ (3)☐ $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 100 & 1000 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\text{dét}(A)}$

(4)☐ ce n'est pas un système de Cramer

(5)☐ c'est un système de Cramer, mais aucune des réponses proposées n'est juste

12. Quel est le volume du parallélépipède appuyé sur les trois vecteurs suivants (l'unité du repère est le mètre) ?

$$u = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad v = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(1)☐ $-1\,\mathrm{m}^3$ (2)■ $1\,\mathrm{m}^3$ (3)☐ $7\,\mathrm{m}^3$ (4)☐ parallélépipède plat : $0\,\mathrm{m}^3$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.