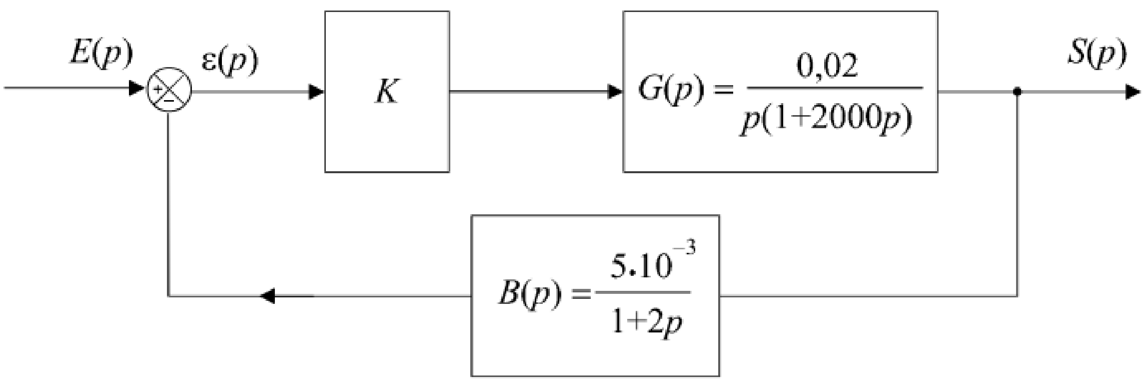
Séance 6 – Application du critère de Routh sur les systèmes Asservis

Exercice 1 : Boucle de régulation

La figure ci-dessous présente l'ensemble de la boucle de régulation dans laquelle on a introduit également un gain K.



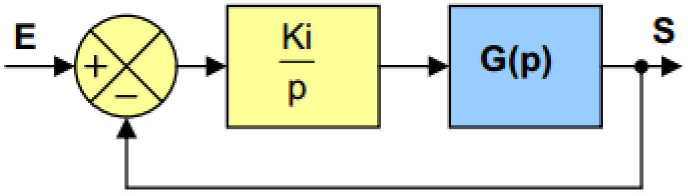
1-Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

2-Déterminer la condition nécessaire sur K pour que le système soit stable (selon le critère de Routh).

Exercice 2 : Stabilité d'un système bouclé

On considère le système bouclé suivant dans lequel on donne

$$G(p) = \frac{100}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \; avec \; \tau_1 = 2s \; et \; \tau_2 = 10s$$



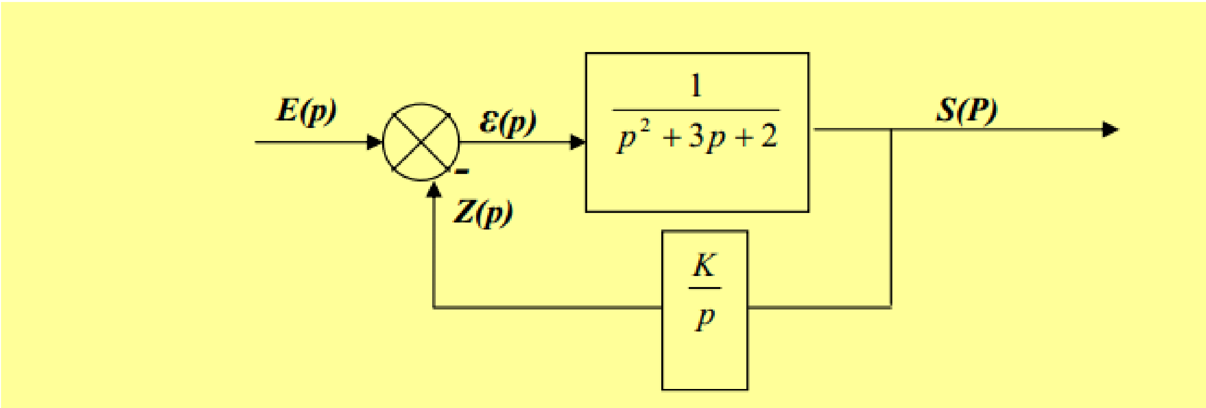
Question 1 : Quel est le type de correcteur utilisé dans ce système bouclé.

Question 2 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée.

Question 3 : Etudier la stabilité en fonction de Ki par le critère de Routh.

Exercice 3 :

Soit le schéma fonctionnel du système en boucle fermée :



1-Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

2-Calculer K pour que le système en boucle fermée soit stable selon le critère de Routh.

Solutions :

Exercice1:

1-La fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$H(p) = \frac{KG(p)}{1+KG(p)B(p)} = \frac{\dfrac{0{,}02K}{p\,(1+2\,000p)}}{1+\dfrac{0{,}02K}{p\,(1+2\,000p)}\cdot\dfrac{5\cdot 10^{-3}}{1+2p}}$$

soit :

$$H(p) = \frac{0{,}02K\,(1+2p)}{p\,(1+2p)\,(1+2\,000p)+10^{-4}K} = \frac{0{,}02K\,(1+2p)}{4\,000\,p^3+2\,002\,p^2+p+10^{-4}K}$$

2-La condition nécessaire sur K pour que le système soit stable (selon le critère de Routh).

$$\begin{array}{ccc} 4\,000 & 1 & 0 \\ 2\,002 & 10^{-4}K & 0 \\ \dfrac{2\,002-0{,}4K}{2\,002} & 0 & 0 \\ 10^{-4}K & 0 & 0 \end{array}$$

Le système est stable si et seulement si :

$$2\,002 - 0{,}4K > 0 \quad \Rightarrow \quad K < 5\,005$$

<u>Exercice 2</u> : Stabilité d'un système bouclé

1-On a utilisé un correcteur intégrateur.
2- La fonction de transfert en boucle fermée.

$$FTBF = \frac{A(p)}{1+A(p)} = \frac{1}{1+\frac{1}{A(p)}}$$

donc $$FTBF = \frac{1}{1+\frac{p}{Ki}\cdot\frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{100}}$$

soit $$\boxed{FTBF = \frac{100ki}{100.Ki + p + (\tau_1+\tau_2)p^2 + \tau_1\tau_2 p^3}}$$

3- Etude de la stabilité en fonction de Ki par le critère de Routh.

Tableau de Routh :

p^3	$\tau_1\tau_2$	1
p^2	$\tau_1+\tau_2$	$100ki$
p	$\frac{\tau_1+\tau_2-\tau_1\tau_2 100ki}{\tau_1+\tau_2}$	0
1	$100ki$	

Pour que le système soit stable il faut que

$100ki>0$ $\boxed{Ki>0}$ et

$\tau_1+\tau_2 - \tau_1\tau_2 100ki>0$ soit $\boxed{ki < \frac{\tau_1+\tau_2}{100.\tau_1\tau_2} = 6\ mrad/s}$

Exercice 3 :

1- La fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$F_{Bf}(p)=\frac{F_d(p)}{1+F_d(p)\cdot F_r(p)}=\frac{\frac{1}{p^2+3p+2}}{1+\frac{K}{p}\cdot\frac{1}{p^2+3p+2}}=\frac{p}{p(p^2+3p+2)+K}$$

$$F_{Bf}(p)=\frac{p}{p^3+3p^2+2p+K}$$

2- La valeur de K pour que le système en boucle fermée soit stable.

p^3	1	2	0
p^2	3	K	0
p^1	C_{31}	C_{32}	
p^0	C_{41}	C_{42}	

$$C_{31}=\frac{3\times 2-1\times K}{3}=\frac{6-K}{3}\quad;\quad C_{32}=\frac{3\times 0-1\times 0}{3}$$

$$C_{41}=\frac{\frac{6-K}{3}\times K-3\times 0}{\frac{6-K}{3}}=K\quad;\quad C_{42}=0$$

Rappelons que pour que l'équation caractéristique ne possède que des racines à parties réelles négatives, il faut et il suffit que tous les termes de la première colonne de la table de Routh soient de même signe.
Dans notre cas, il faut que *6-K>0 et K>0 , alors 0<K<6* pour que le système soit stable.