

Chapitre 2: Régime transitoire

Justine Philippe

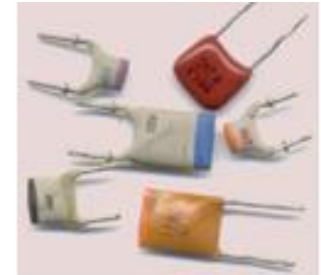
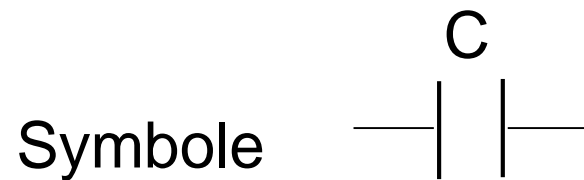
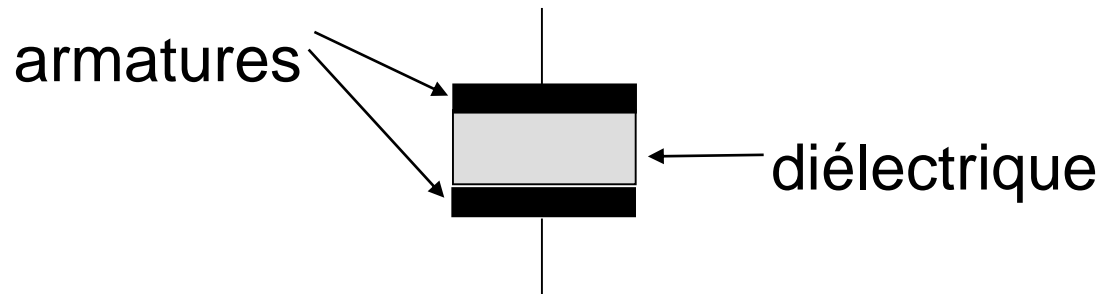
Sommaire

- ❑ Condensateur et bobine
- ❑ Circuits RC et RL : mise en équation
- ❑ Résolutions types de circuits RC et RL (régime transitoire)
- ❑ Circuit RLC (régime transitoire)

Sommaire

- ❑ Condensateur et bobine
- ❑ Circuits RC et RL : mise en équation
- ❑ Résolutions types de circuits RC et RL (régime transitoire)
- ❑ Circuit RLC (régime transitoire)

Le condensateur



Le condensateur

A quoi sert un condensateur ?

Filtrage, stockage de l'énergie et mémoire

Accumulateur d'énergie

Mémoire

Filtre antiparasites

Evite les discontinuités de tension

Temporisateur

Lissage de tension...



Le condensateur

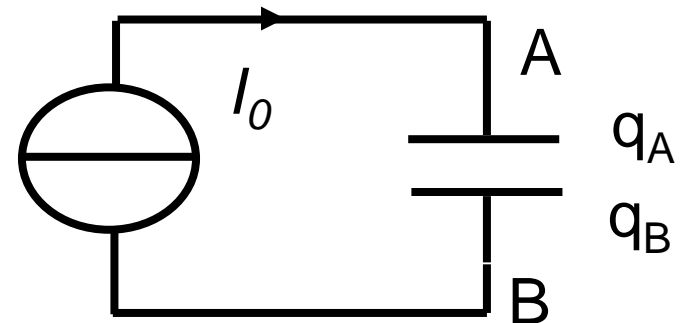
Rappel : L'intensité i d'un courant électrique mesure le débit des charges qui circulent dans une section d'un circuit.

Si le courant est constant, la quantité d'électricité transportée pendant la durée Δt est :

$$\Delta q = i \Delta t$$

Avec Δq en Coulomb (C), i en Ampère (A) et Δt en seconde (s).

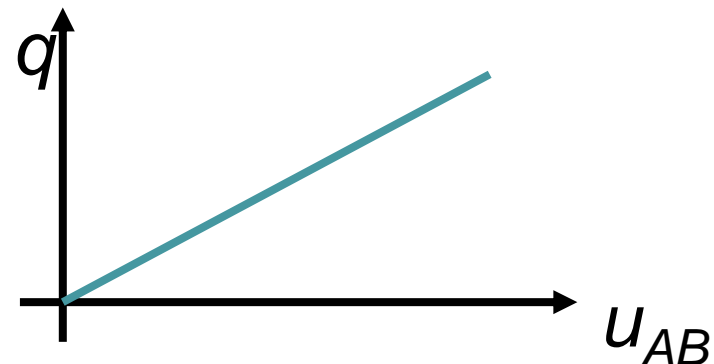
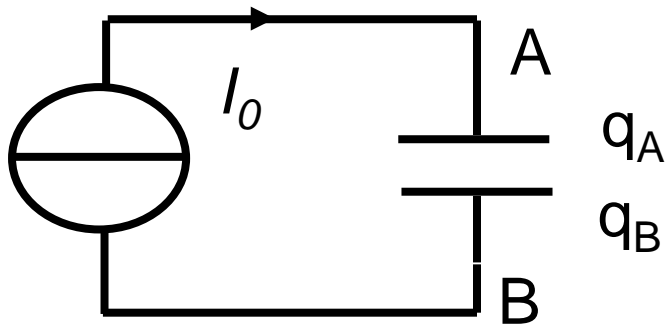
Chargeons le condensateur :



Le condensateur

On charge le condensateur à l'aide d'un générateur de courant constant et on relève la tension u_{AB} et la charge q à des intervalles de temps réguliers.

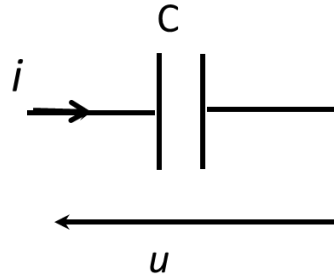
On peut tracer la courbe q en fonction de u_{AB} suivante :



Par conséquent, la caractéristique a pour équation : $q = C u_{AB}$

C représente la **capacité du condensateur** et s'exprime en **Farad (F)**

Le condensateur



$$i = C \frac{du}{dt}$$

Quelques remarques :

Si la tension aux bornes du condensateur est variable, le courant dans le condensateur est différent de zéro.

Si la tension aux bornes du condensateur est constante, c'est que sa charge (ou décharge) est terminée.

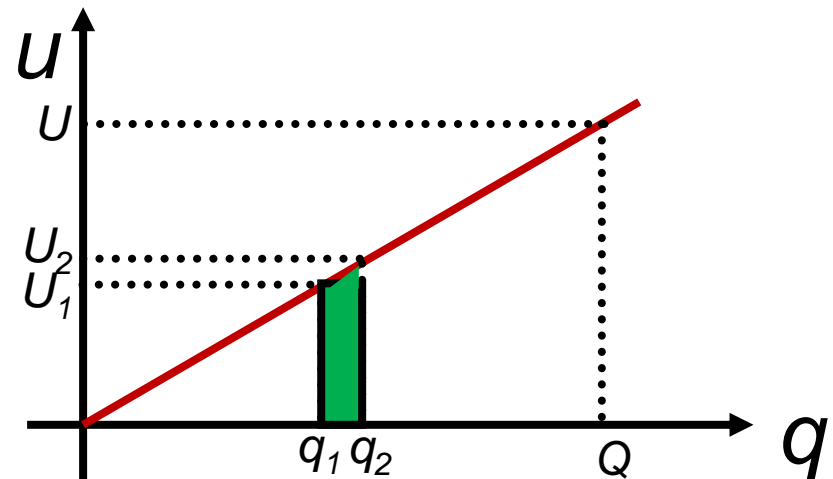
Il n'y a pas de discontinuité de tension dans un condensateur (un condensateur ne se « vide » pas instantanément)

Energie stockée par un condensateur

Lorsque la tension passe de U_1 à U_2 , la charge croît de $\Delta q = I \cdot \Delta t$, il en résulte un accroissement de l'énergie stockée : $\Delta E_{elec} = P \cdot \Delta t = u(t) \cdot I \cdot \Delta t$
D'où $\Delta E_{elec} = U \cdot \Delta q$

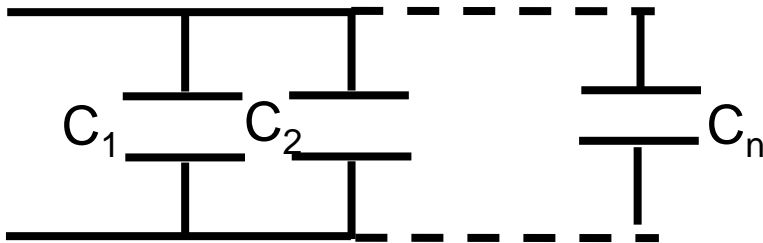
Cet accroissement correspond à l'aire verte sur la figure. Puis l'énergie stockée par un condensateur dont la tension à ses bornes passe de 0 à U a pour expression $\Delta E_{elec} = \frac{1}{2} UQ$. Or comme $Q = C \cdot U$, on peut l'exprimer sous les formes suivantes :

$$\Delta E_{elec} = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$



Association de condensateurs

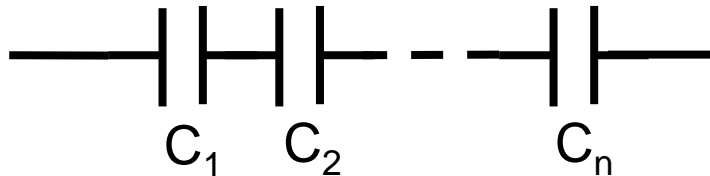
Association parallèle : La tension est commune ; la charge totale est la somme $Q_1 + Q_2 + \dots$ (on augmente la charge)



Conclusion :

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots C_n$$

Association série : Le courant est commun ; les armatures portent des charges égales à Q (on augmente la tension)

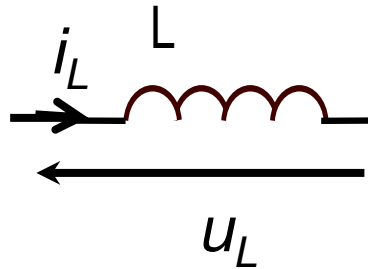


Conclusion :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \frac{1}{C_n}$$

La bobine

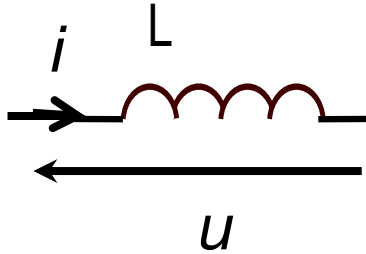
Une bobine est constituée par l'enroulement régulier d'un fil métallique conducteur. Cette bobine peut être plate ou longue (solénoïde). Une bobine n'a d'existence que si le courant est variable.



- Filtrage (par ex dans les amplis audio)
- Stockage d'énergie
- Création de signaux haute fréquence
- Bobine d'allumage
- ...



La bobine



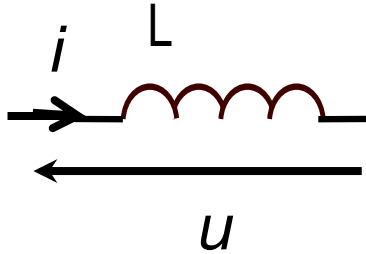
$$u = L \frac{di}{dt}$$

Si le courant dans la bobine est constant, alors la tension à ses bornes est nulle.

Il ne peut y avoir de tension que si le courant est variable.

Donc une bobine alimentée en courant continu se comporte comme un court-circuit.

La bobine



$$u = L \frac{di}{dt}$$

Unité : L'inductance d'une bobine s'exprime en **Henry (H)**

Propriétés :

Une bobine ne peut subir de discontinuité de courant. Le courant électrique dans un circuit inductif ne peut pas s'interrompre instantanément.

Energie d'une bobine

L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine d'inductance L , parcourue par un courant d'intensité I est :

$$E_{mag} = \frac{1}{2} LI^2 \quad E_{mag} \text{ en joule (J)} ; L \text{ en Henry (H)} ; \text{ et } I \text{ en Ampère (A)}$$

Une bobine idéale ne dissipe pas d'énergie ou de chaleur. Elle ne fait que l'emmagasiner et la restituer.

L'expression de l'énergie est indépendante du temps.

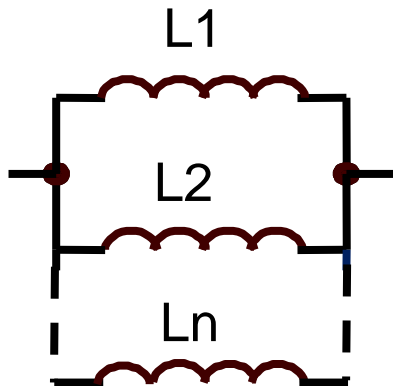
Une bobine réelle dissipe par effet joule une partie de l'énergie qu'elle reçoit.

Association de bobines

En série : 

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

En parallèle :



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

Sommaire

- ❑ Condensateur et bobine
- ❑ Circuits RC et RL : mise en équation
- ❑ Résolutions types de circuits RC et RL (régime transitoire)
- ❑ Circuit RLC (régime transitoire)

Objectif

A partir du schéma d'un circuit électrique donné, on établit l'équation différentielle qui régit le fonctionnement du circuit à l'aide des lois de Kirchhoff, on résout cette équation pour obtenir l'expression mathématique de la grandeur recherchée (tension, courant ou charge électrique), on trace ensuite la courbe obtenue et on exploite les résultats.

Les équations différentielles seront établies à partir des équations suivantes :

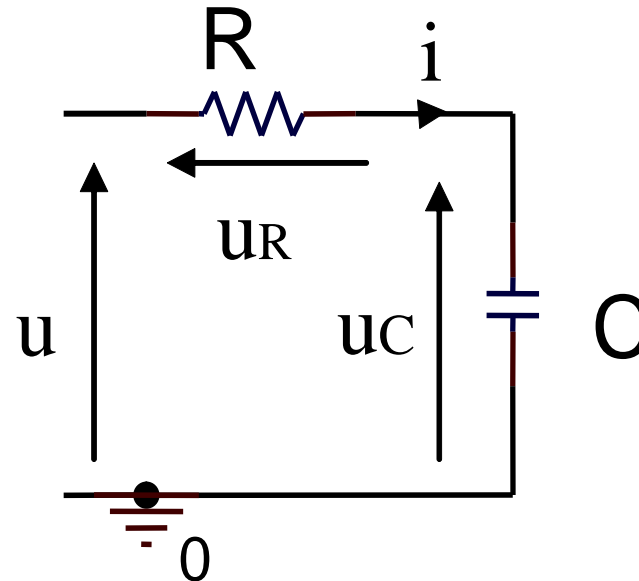
$$i = \frac{dq}{dt} ; u = R \cdot i ; i = C \frac{du}{dt} ; u = L \frac{di}{dt}$$

Objectif

L'étude des régimes transitoires va faire apparaître deux types d'équations différentielles :

- ❑ L'étude des régimes transitoires du premier ordre régis par une équation différentielle du premier ordre : les circuits RC et RL
- ❑ L'étude des régimes transitoires du second ordre régis par une équation différentielle du second ordre : les circuits LC et RLC

Circuit RC du premier ordre



Sachant R , C et u (la tension appliquée), que vaut la tension u_C aux bornes du condensateur ?

Circuit RC du premier ordre

Mise en équation :

$$u(t) = u_R + u_C$$

$$u_R = R \times i(t)$$

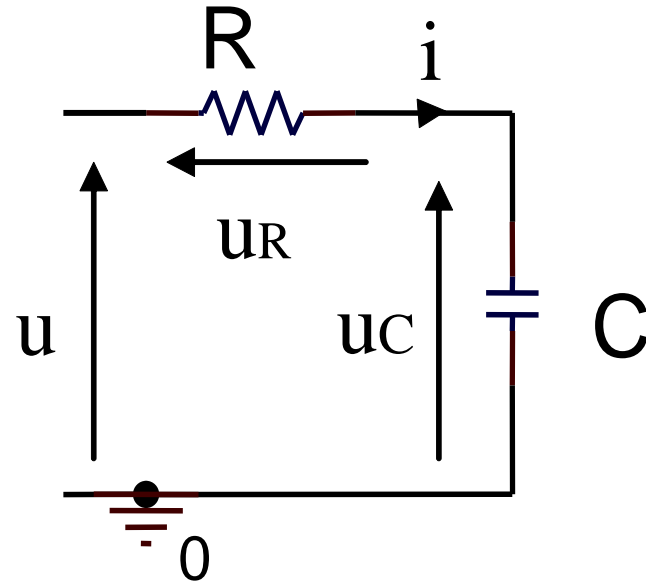
$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$u(t) = RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$u(t) = \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

On pose : $\tau = RC$

Equation différentielle en tension (variable)

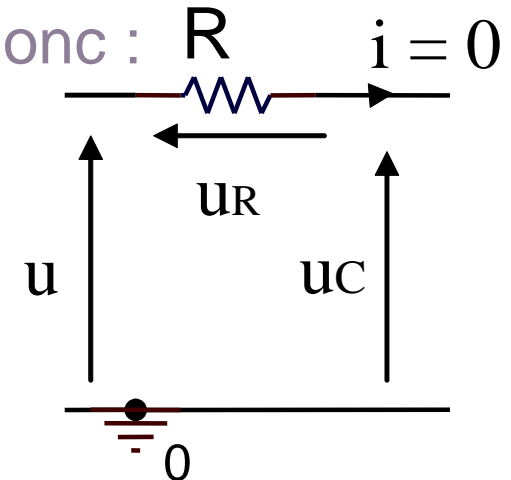


Equation différentielle du premier ordre ($c=ay'+by$)

Circuit RC du premier ordre

Détermination des conditions initiales en régime continu :

A $t=0^-$, on suppose le condensateur non chargé. Il se comporte comme un circuit ouvert ; le schéma devient donc :



$$i = 0 ; U_R = 0 ; U_C = 0 \text{ (non chargé)}$$

A $t = 0^+$, si $u(t)$ est une tension continue (variation brutale), $u_C(0^+) = 0$ car il y a continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ; i devient égal à u/R (variation brutale puis décroissance vers 0), et u_C évolue progressivement vers la valeur U

Circuit RL du premier ordre

Mise en équation :

$$u(t) = u_R + u_L$$

$$u_R = R \cdot i_L(t)$$

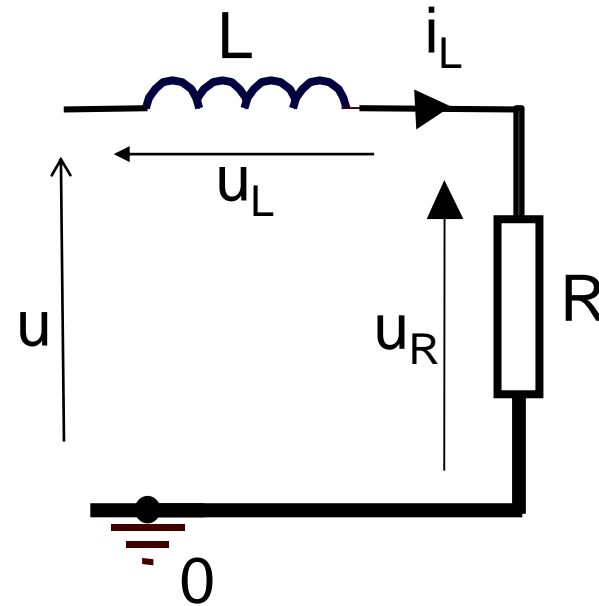
$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$u(t) = R \cdot i_L(t) + L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{u(t)}{R} = i_L + \frac{L}{R} \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{u(t)}{R} = \tau \cdot \frac{di_L}{dt} + i_L$$

Equation différentielle du 1^{er} ordre



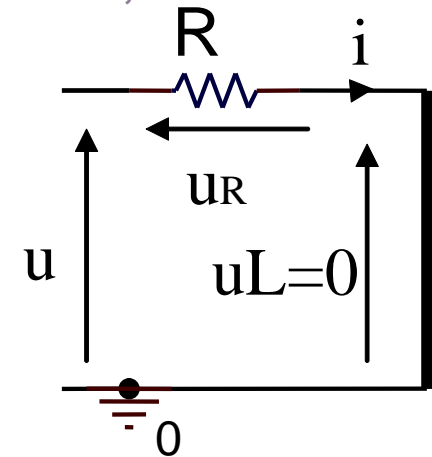
On pose : $\tau = \frac{L}{R}$

Circuit RL du premier ordre

Détermination des conditions initiales en régime continu :

A $t = 0^-$, on suppose que la bobine n'a accumulé aucune énergie, elle se comporte comme un court-circuit ; le schéma devient donc :

$$U_L = 0 ; U_R = U ; i = 0 \text{ (pas d'énergie)}$$



A $t = 0^+$, si $u(t)$ est une tension continue (variation brutale), $i_L(0^+) = 0$ continuité du courant, puis évolution progressive vers la valeur U/R ; et u_L passe instantanément à la valeur U (variation brutale puis décroissance vers 0).

Sommaire

- ❑ Condensateur et bobine
- ❑ Circuits RC et RL : mise en équation
- ❑ Résolutions types de circuits RC et RL (régime transitoire)
- ❑ Circuit RLC (régime transitoire)

Résolution de l'équation différentielle du 1^{er} ordre

$$y(t) + \tau \frac{dy(t)}{dt} = x(t)$$

τ : constante de temps du circuit étudié (s)

$x(t)$: second membre correspondant à l'apport d'énergie extérieur ; régime forcé

Résolution de l'équation différentielle du 1^{er} ordre

La solution d'une équation différentielle est constituée de **deux termes** :

- ☐ **Un terme représentant le régime transitoire**, c'est-à-dire la période de temps durant laquelle il existe une évolution des grandeurs (tensions, courants) permettant à la solution de se stabiliser dans un régime stable
- ☐ **Un terme représentant le régime permanent**, c'est-à-dire la période de temps suivant le régime transitoire et où les grandeurs se sont stabilisées définitivement

Résolution de l'équation différentielle du 1^{er} ordre

La **solution générale** de cette équation différentielle linéaire se présente comme la somme de :

- ❑ La **solution de l'équation sans second membre** (Y_t) : appelée aussi *solution transitoire*
- ❑ Une **solution particulière** (Y_p) : appelée aussi *solution permanente* (généralement de la même forme mathématique que $x(t)$)

Résolution de l'équation différentielle du 1^{er} ordre

La résolution de l'équation différentielle s'opère en cinq étapes :

1. Résolution de l'équation sans second membre (EQSSM) (solution générale ou transitoire)
2. Recherche d'une solution particulière (SP) (permanent)
3. On somme les deux solutions
4. Recherche des constantes
5. Ecriture de la solution

Résolutions types pour un circuit du 1^{er} ordre

Ici, on ne traite que des cas dans lesquels $x(t)$ est une constante.

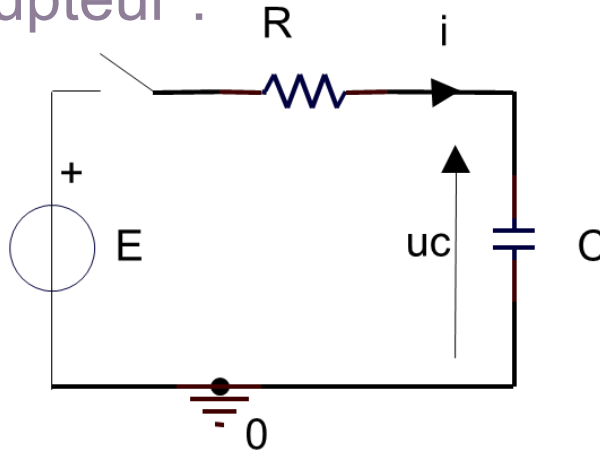
Le régime forcé/sinusoidal, où $x(t)$ est dépendant du temps, est traité dans le chapitre suivant.

Etude du circuit RC

Charge d'un condensateur à travers une résistance :

Le condensateur est initialement déchargé.

A $t = 0$, on ferme l'interrupteur :



Ecrire la loi des mailles de ce circuit. $E = R \cdot i(t) + u_C(t)$

Ecrire l'équation caractéristique du condensateur. $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

Etude du circuit RC

Ecrire l'équation différentielle liant E , u_C et $\frac{du_C}{dt}$ et la mettre sous la forme canonique.

$$E = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C(t)$$

On pose en général : $\tau = RC$

Etude du circuit RC

Résoudre cette équation différentielle et exprimer $u_C(t)$.

La résolution de l'équation sans second membre donne : $A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

La solution particulière est : E

La solution générale vaut : $A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + E$

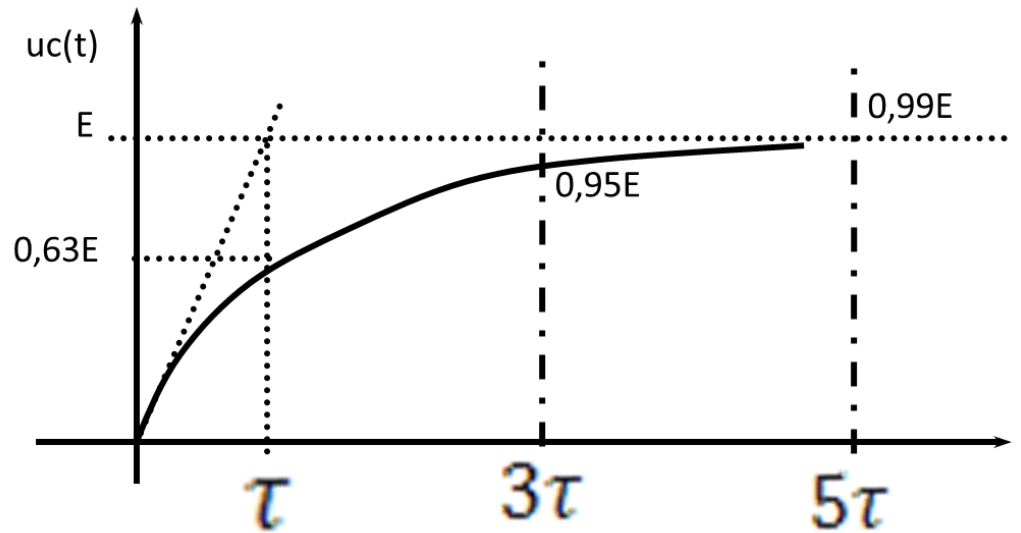
Détermination de A : à $t = 0$, on a $u_C(t) = 0$ (conditions limites)

$$A \cdot e^0 + E = 0 ; \text{donc } A = -E$$

Exprimer $u_C(t)$ en fonction de E , τ et t : $u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Etude du circuit RC

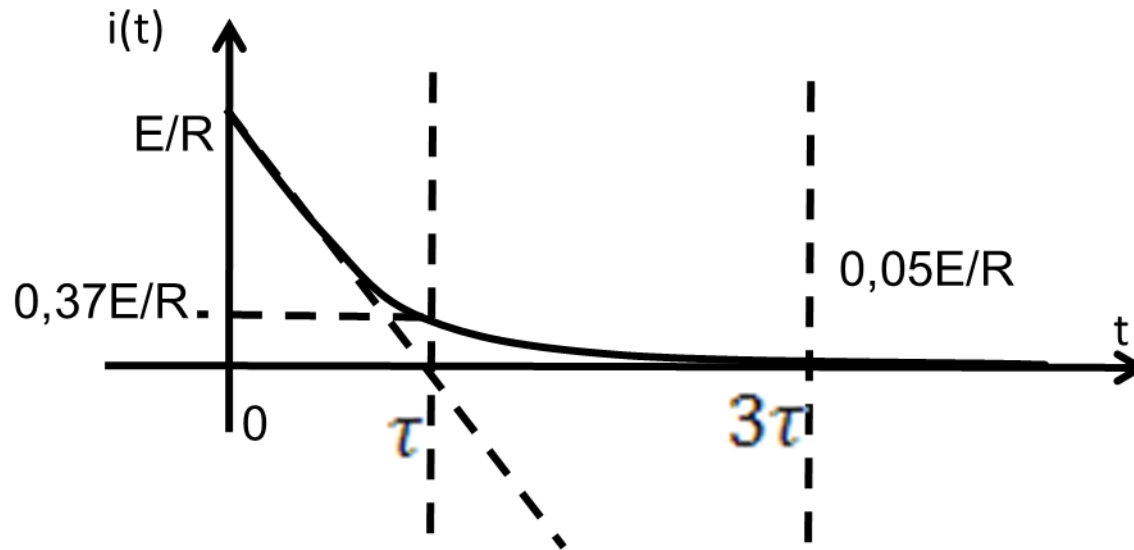
Tracer $u_C(t)$ pour $0 < t < 5\tau$.



Etude du circuit RC

Exprimer $i(t)$ et tracer-le.

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d\left(E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)\right)}{dt} = CE \cdot \left(\frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

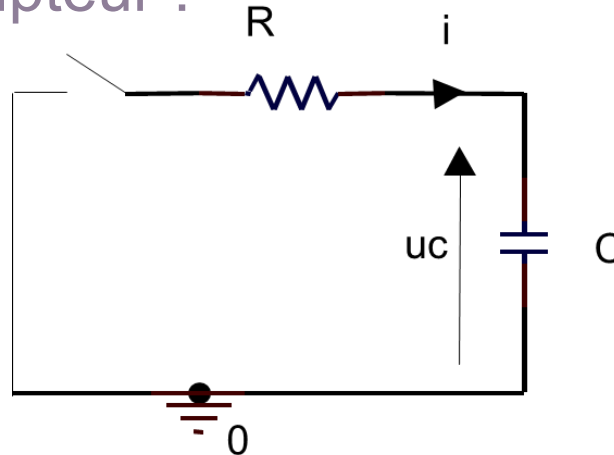


Etude du circuit RC

Décharge d'un condensateur à travers une résistance :

Le condensateur est initialement chargé à la valeur E .

A $t = 0$, on ferme l'interrupteur :



Ecrire la loi des mailles de ce circuit. $0 = R \cdot i(t) + u_C(t)$

Ecrire l'équation caractéristique du condensateur. $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

Etude du circuit RC

Ecrire l'équation différentielle liant u_C et $\frac{du_C}{dt}$ et la mettre sous la forme canonique.

$$0 = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C(t)$$

On pose en général : $\tau = RC$

Etude du circuit RC

Résoudre cette équation différentielle et exprimer $u_C(t)$.

La résolution de l'équation sans second membre donne : $A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

La solution particulière est : 0

La solution générale vaut : $A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

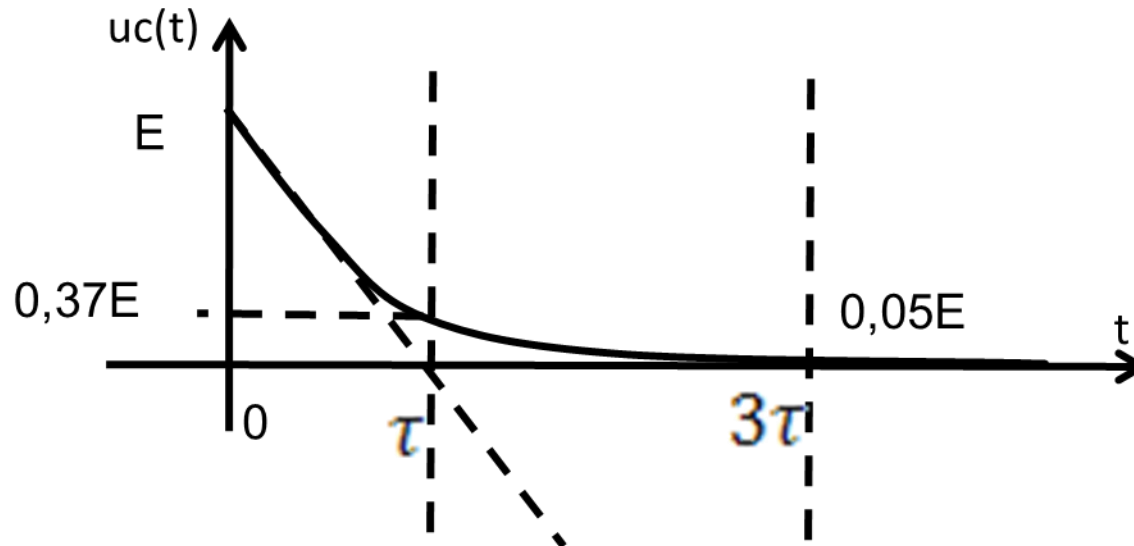
Détermination de A : à $t = 0$, on a $u_C(t) = 0$ (conditions limites)

$$A \cdot e^0 = E ; \text{ donc } A = E$$

Exprimer $u_C(t)$ en fonction de E, τ et t : $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Etude du circuit RC

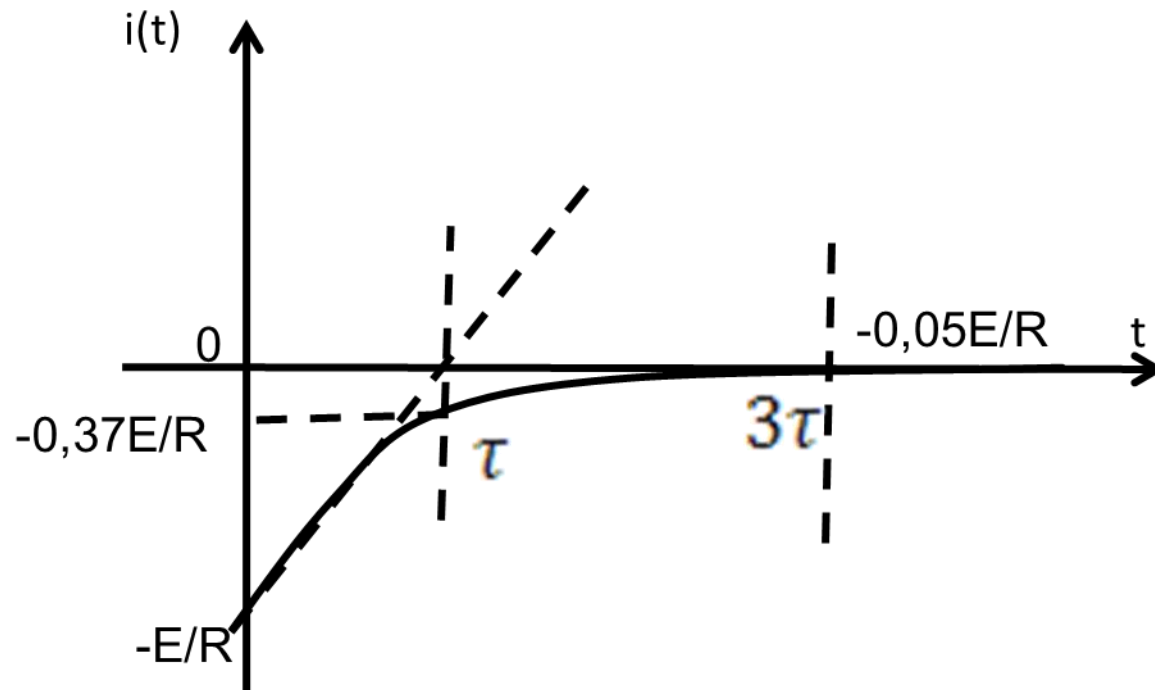
Tracer $u_C(t)$ pour $0 < t < 5\tau$.



Etude du circuit RC

Exprimer $i(t)$ et tracer-le.

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d(E e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = CE \cdot \left(-\frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \right) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

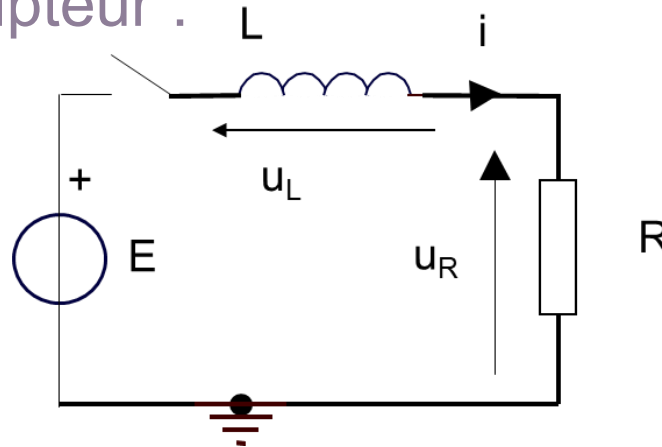


Etude du circuit RL

Etablissement du courant dans une bobine :

La bobine n'a initialement accumulé aucune énergie.

A $t = 0$, on ferme l'interrupteur :



Ecrire la loi des mailles de ce circuit. $E = u_R(t) + u_L(t)$

Ecrire l'équation caractéristique de la bobine. $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$

Etude du circuit RL

Ecrire l'équation différentielle liant E , i et $\frac{di}{dt}$ et la mettre sous la forme canonique.

$$E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{E}{R} = i(t) + \frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{On pose en général : } \tau = \frac{L}{R}$$

Etude du circuit RL

Résoudre cette équation différentielle et exprimer $u_C(t)$.

La résolution de l'équation sans second membre donne : $A \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

La solution particulière est : $\frac{E}{R}$

La solution générale vaut : $A \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$

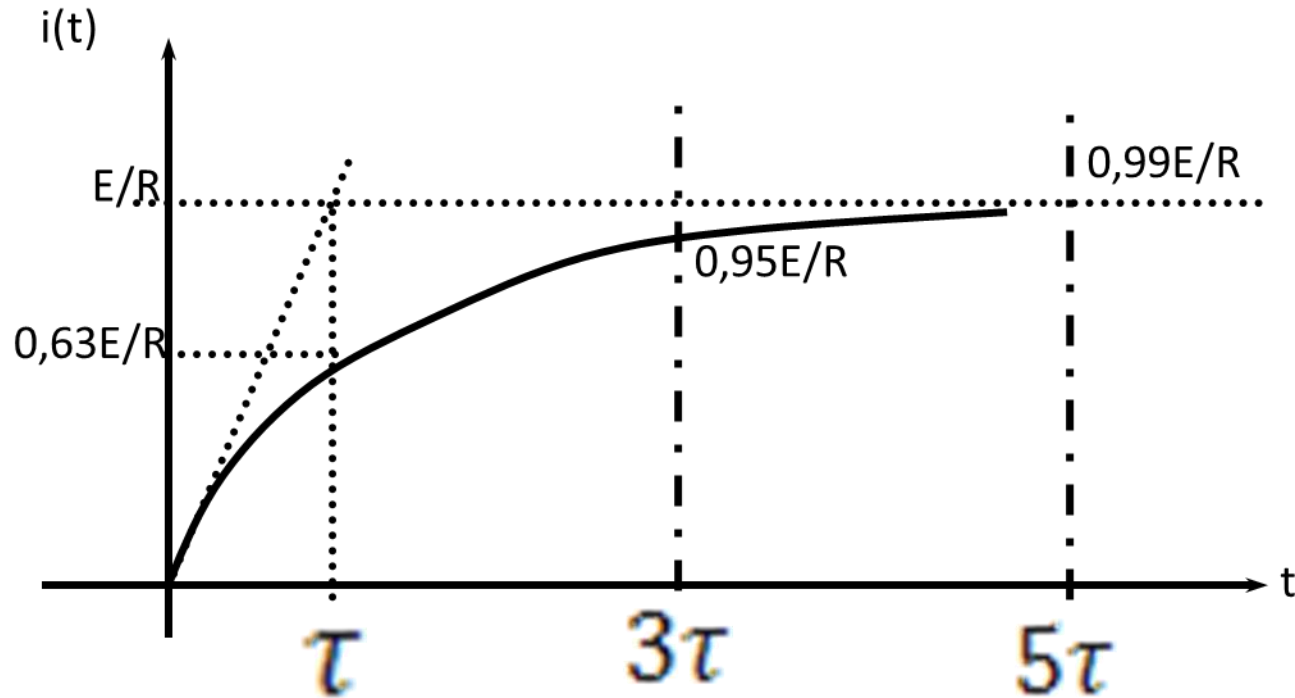
Détermination de A : à $t = 0$, on a $i(t) = 0$ (conditions limites)

$$i(0) = 0 = A \cdot e^0 + \frac{E}{R} ; \text{ donc } A = -\frac{E}{R}$$

Exprimer $u_C(t)$ en fonction de E, τ et t : $i(t) = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Etude du circuit RL

Tracer $i(t)$ pour $0 < t < 5\tau$.



$$t_{\text{réponse } 5\%} = 3\tau$$

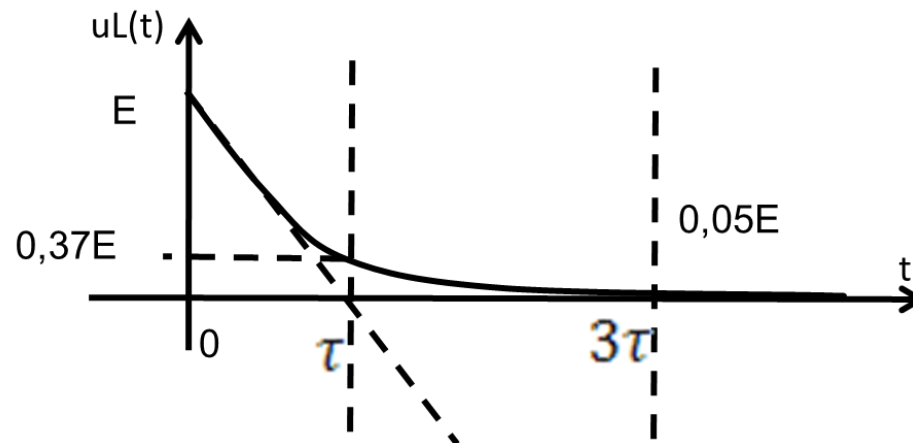
Etude du circuit RL

Exprimer $u_R(t)$ et $u_L(t)$ et tracer-les.

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \text{ ou } u_L = E - u_R$$

ce qui donne $u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

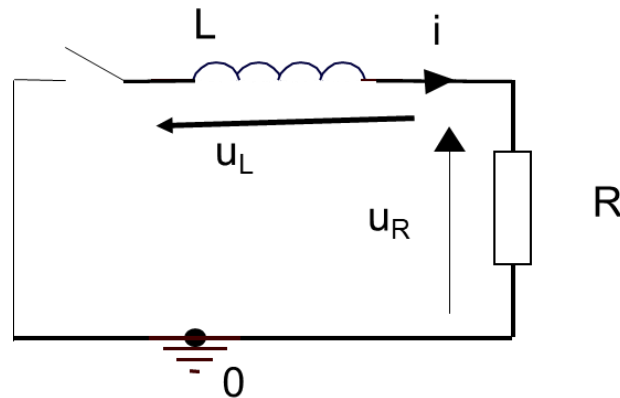
$u_R(t)$ a donc la même forme que $i(t)$; tandis que $u_L(t)$ donne le résultat suivant :



Etude du circuit RL

Extinction du courant dans une bobine :

A $t = 0$, le courant dans la bobine vaut I_0 et on ferme l'interrupteur :



Ecrire la loi des mailles de ce circuit. $0 = u_R(t) + u_L(t)$

Ecrire l'équation caractéristique de la bobine. $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$

Etude du circuit RL

Ecrire l'équation différentielle liant i et $\frac{di}{dt}$ et la mettre sous la forme canonique.

$$0 = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$0 = i(t) + \frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{On pose en général : } \tau = \frac{L}{R}$$

Etude du circuit RL

Résoudre cette équation différentielle et exprimer $u_C(t)$.

La résolution de l'équation sans second membre donne : $A \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

La solution particulière est : 0

La solution générale vaut : $A \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

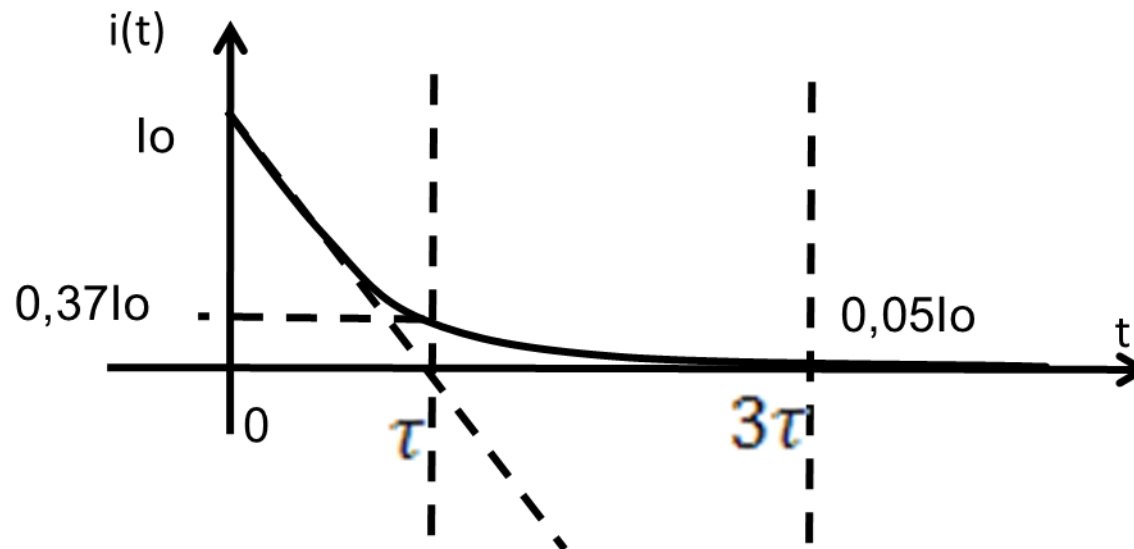
Détermination de A : à $t = 0$, on a $i(t) = 0$ (conditions limites)

$$i(0) = I_0 = A \cdot e^0 ; \text{ donc } A = I_0$$

Exprimer $u_C(t)$ en fonction de E, τ et t : $i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Etude du circuit RL

Tracer $i(t)$ pour $0 < t < 5\tau$.

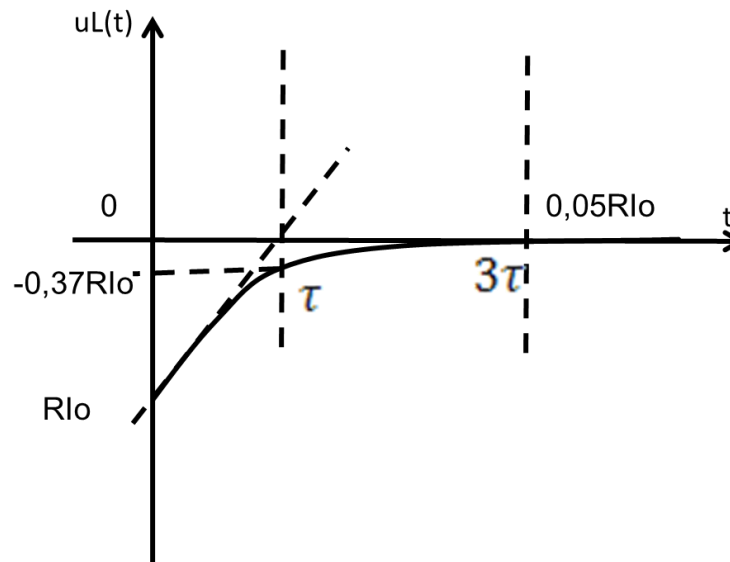


Etude du circuit RL

Exprimer $u_R(t)$ et $u_L(t)$ et tracer-les.

$$u_R(t) = R.i(t) = R.I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = -u_R$$

$u_R(t)$ a donc la même forme que $i(t)$; tandis que $u_L(t)$ a la forme opposée :



Sommaire

- ❑ Condensateur et bobine
- ❑ Circuits RC et RL : mise en équation
- ❑ Résolutions types de circuits RC et RL (régime transitoire)
- ❑ Circuit RLC (régime transitoire)

Circuit RLC du second ordre

$u(t)$ en fonction de $u_C(t)$?

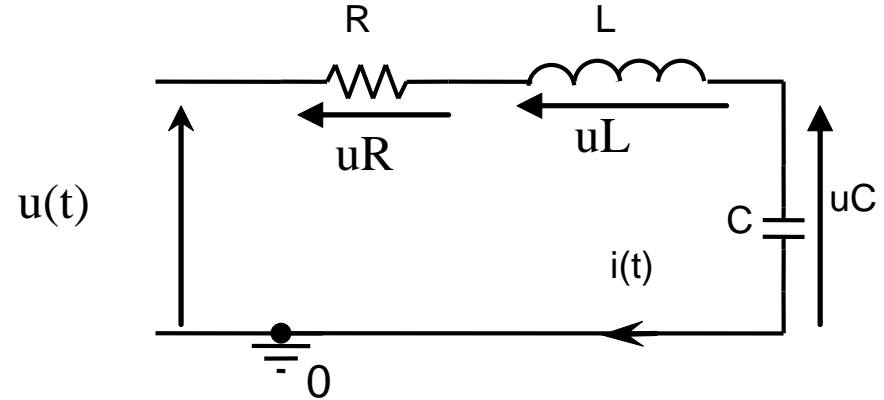
Mise en équation :

$$u(t) = u_R + u_L + u_C$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$



$$u(t) = LC \cdot \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Ou en divisant par LC :

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_C(t) = \frac{1}{LC} \cdot u(t)$$

C'est une équation différentielle du second ordre en tension

Circuit RLC du second ordre

On peut aussi trouver l'équation différentielle du second ordre en courant.

Mise en équation : $u(t) = u_R + u_L + u_C$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt$$

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt$$

En dérivant l'équation et en multipliant par C, on obtient :

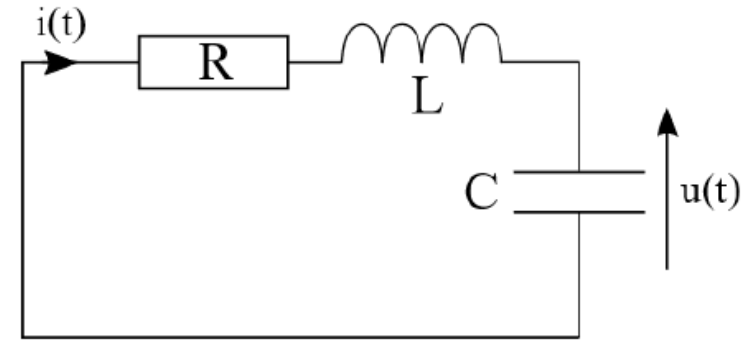
$$C \cdot \frac{du(t)}{dt} = LC \cdot \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + RC \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t)$$

$$\text{Ou en divisant par LC : } \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i(t) = \frac{1}{L} \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

Méthode de résolution de l'équation différentielle

Equation à résoudre :

$$LC \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + RC \cdot \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$



Solution = solution homogène + solution particulière

Ici, cas particulier : second membre nul → **Solution particulière nulle**

On cherche donc une solution = solution homogène

Solution du type : $u = Ae^{rt}$

Méthode de résolution de l'équation différentielle

Equation homogène du second ordre :

$$LC \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + RC \cdot \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$

Solution du type : $u = Ae^{rt}$

En injectant la solution dans l'équation, on obtient :

$$LCr^2 u + RCru + u = 0 \Leftrightarrow r^2 + \frac{R}{L}r + \frac{1}{LC} = 0$$

Cette équation est appelée polynôme caractéristique de l'équation différentielle. **Trouver la solution de ce polynôme permet de trouver les solutions de l'équation différentielle.**

Définitions des variables réduites usuelles

Pulsation propre :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pulsation des oscillations en l'absence d'amortissement

Facteur d'amortissement :

$$\lambda = \frac{R}{2L}$$

Plus λ est grand, plus l'amortissement est élevé

En utilisant ces variables réduites, on peut écrire le polynôme caractéristique de la manière suivante :

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

Solutions : les différents régimes

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

Le polynôme caractéristique acceptant plusieurs solutions selon la valeur de son discriminant, il en est de même pour l'équation différentielle.

On utilise le discriminant réduit : $\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2$

Trois régimes selon le signe de Δ' :

- ☐ $\Delta' > 0$ Régime apériodique
- ☐ $\Delta' = 0$ Régime critique
- ☐ $\Delta' < 0$ Régime pseudo-périodique

Régime apériodique

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 \text{ et } \Delta' > 0$$

Le polynôme admet deux racines :

$$r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \quad r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$

La solution s'écrit : $u(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$

Remarque : les deux racines sont négatives, c'est normal puisque la solution ne peut pas tendre vers l'infini, cela n'aurait pas de signification physique.

Régime apériodique

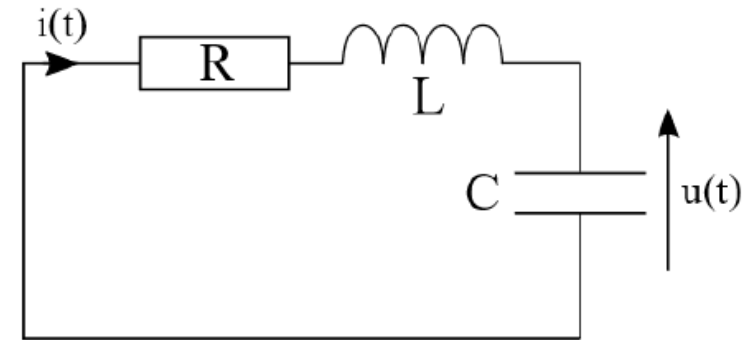
Détermination des constantes à partir des conditions initiales

Continuité de la tension : $u(t = 0) = E$

Continuité de l'intensité : $i(t = 0) = 0$

$$u(t = 0) = A_1 + A_2 = E$$

$$i(t = 0) = r_1 A_1 + r_2 A_2 = 0$$



$$u(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

Deux équations pour deux inconnus. Après calcul, on déduit :

$$A_1 = \frac{r_2 E}{r_2 - r_1} \quad A_2 = \frac{-r_2 E}{r_2 - r_1}$$

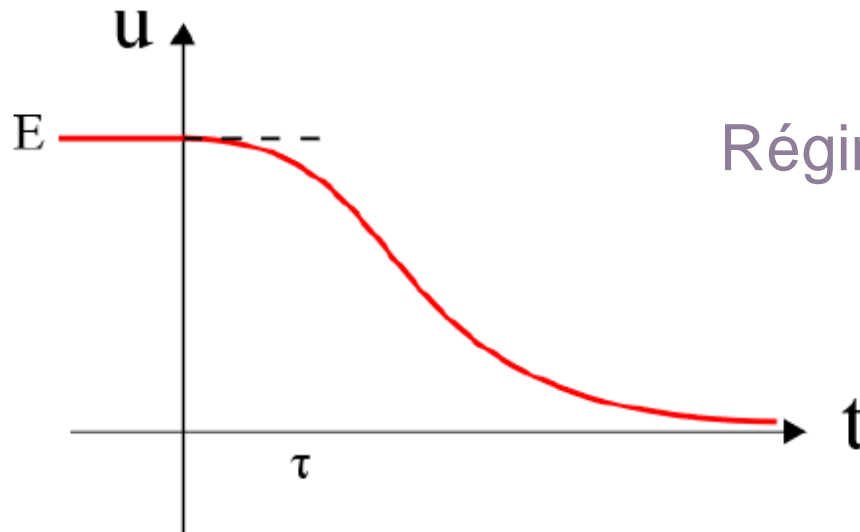
Régime apériodique

Expression et allure de la tension aux bornes du condensateur

$$u(t) = \frac{r_2 E}{r_2 - r_1} e^{r_1 t} - \frac{r_1 E}{r_2 - r_1} e^{r_2 t}$$

$$r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$

$$r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$



Régime apériodique

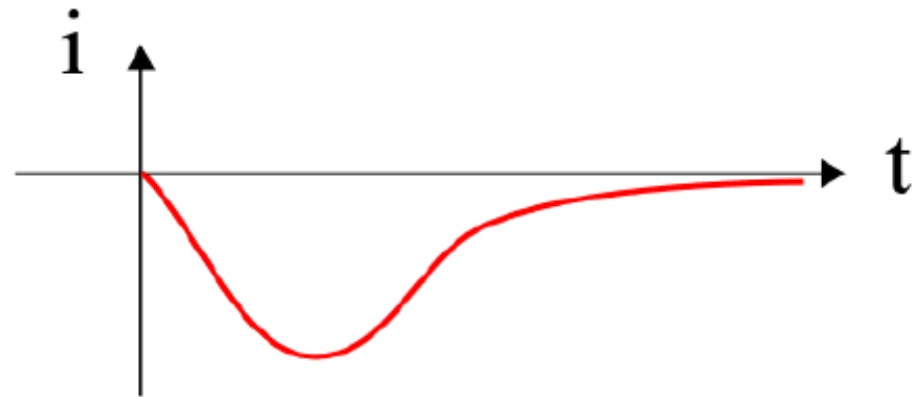
Régime apériodique

Expression et allure de l'intensité dans le circuit

A partir de l'équation caractéristique du condensateur :

$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

$$i(t) = \frac{r_2 r_1 E C}{r_2 - r_1} (e^{r_1 t} - e^{r_2 t})$$



Régime critique

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 \text{ et } \Delta' = 0$$

Le polynôme admet une racine double : $r_1 = -\lambda$

La solution s'écrit : $u(t) = (A_1 t + A_2)e^{-\lambda t}$

Après détermination des constantes : $u(t) = E(\lambda t + 1)e^{-\lambda t}$

En utilisant $i(t) = C \frac{du}{dt}$ $i(t) = -EC\lambda^2 t e^{-\lambda t}$

Même type de résultat que dans le régime apériodique

Régime pseudo-périodique

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 \text{ et } \Delta' < 0$$

$$\text{On pose } \omega^2 = -\Delta'$$

Le polynôme admet deux racines complexes :

$$r_1 = -\lambda + j\omega \quad r_2 = -\lambda - j\omega$$

La solution s'écrit : $u(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$

Difficulté : C_1 et C_2 sont des constantes complexes (comme r_1 et r_2), or on veut une solution réelle. On peut montrer qu'en combinant les solutions $e^{r_1 t}$ et $e^{r_2 t}$, on obtient une autre forme, réelle, de u :

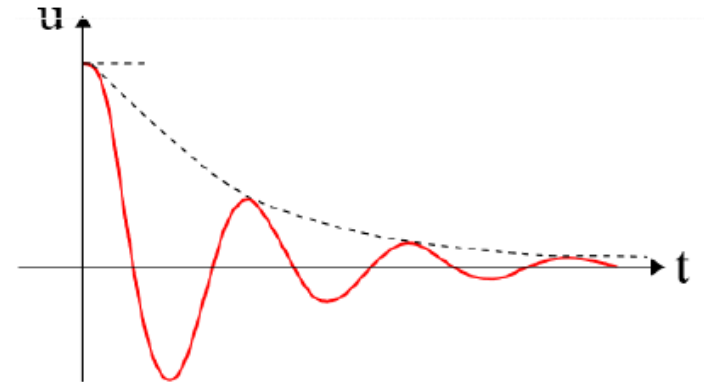
$$u(t) = (A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t))e^{-\lambda t}$$

Régime pseudo-périodique

Expression et allure de la tension aux bornes du condensateur :

Détermination des constantes à partir des conditions initiales, on trouve :

$$u(t) = E \left(\cos(\omega t) + \frac{\lambda}{\omega} \sin(\omega t) \right) e^{-\lambda t}$$



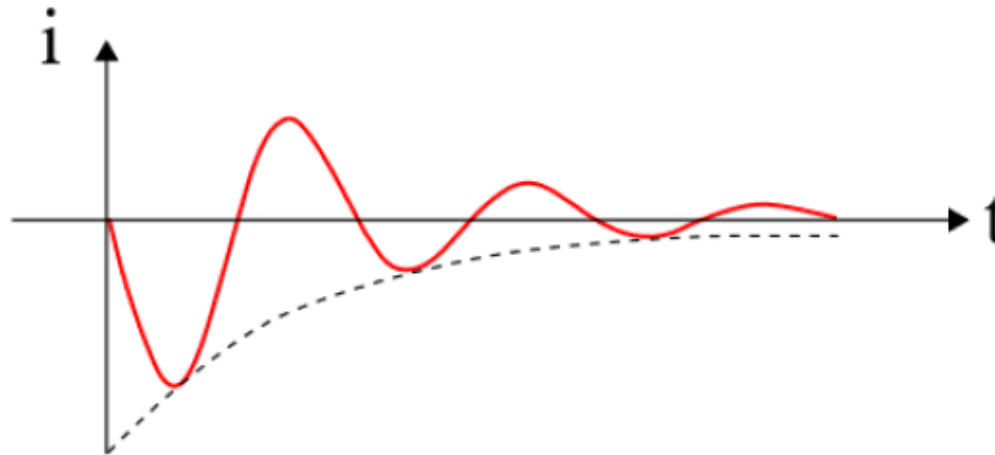
Cette solution se découpe en deux parties :

- Une partie oscillante à la pulsation ω
- Une amplitude décroissant de manière exponentielle

Régime pseudo-périodique

Expression et allure de l'intensité dans le circuit :

En utilisant : $i(t) = C \frac{du}{dt}$ $i(t) = -CE \left(\frac{\omega^2 + \lambda^2}{\omega} \right) e^{-\lambda t} \sin(\omega t)$

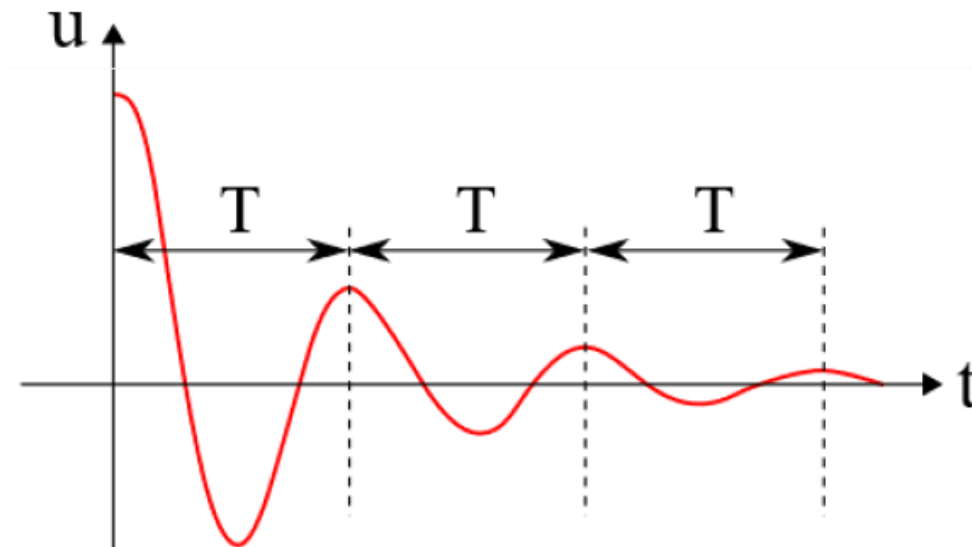


Régime pseudo-périodique

Remarque :

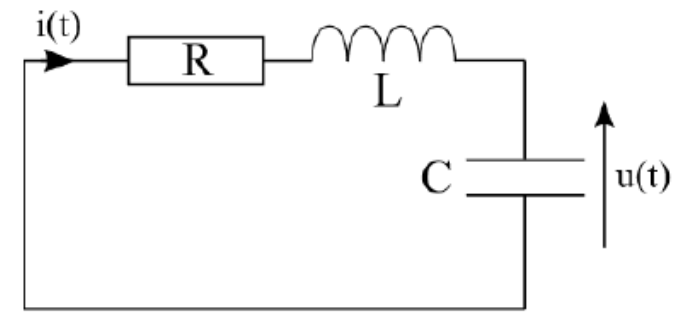
On observe donc des oscillations électriques à la pulsation ω ,
donc de pseudo-période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

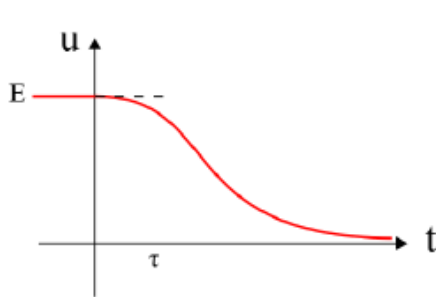


Pour résumer

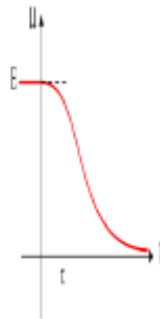
Circuit RLC :



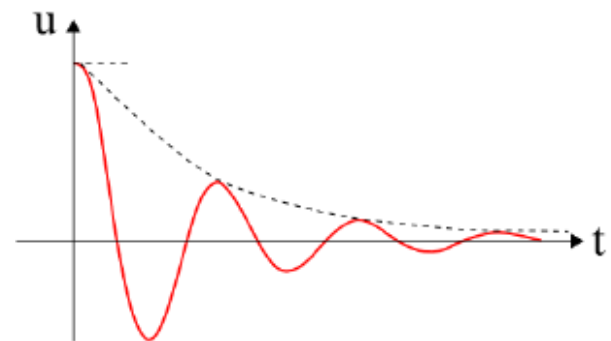
- ❑ Trois régimes en fonction des paramètres R , L et C
- ❑ Peut faire apparaître des **oscillations électriques**
- ❑ Selon l'**amortissement par effet Joule**, le régime transitoire est différent



Apériodique



Critique



Pseudo-périodique

Récapitulatif (A savoir)

- ❑ Equations caractéristiques de la bobine et du condensateur
- ❑ Résolution d'équations différentielles du premier et du second ordre
- ❑ Notion de régimes transitoire et permanent
- ❑ Comportement des circuits RC, RL et RLC

Fin du chapitre 2