Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

a. Onde progressive

Une onde, ou plus concrètement la déformation d'un milieu, est progressive si elle se propage sans se déformer.

Si l'onde est au point O à l'instant t = 0, elle sera en M (point éloigné de O d'une distance notée « ℓ ») à l'instant « t » tel que :

$$t = \frac{\ell}{c}$$

avec « c » la célérité (ou vitesse de propagation) de l'onde.

Soit une déformation se propageant le long d'un chemin et les fonctions $s(0,t)$ et $s(\mathrm{M},t)$ qui expriment son amplitude respectivement aux points O et M à tout instant t.

La phrase « l'onde se trouve en M comme elle était plus tôt en O », s'écrit mathématiquement :

$$\boxed{s(M,t) = s\left(O, t - \frac{\ell}{c}\right)}$$

1

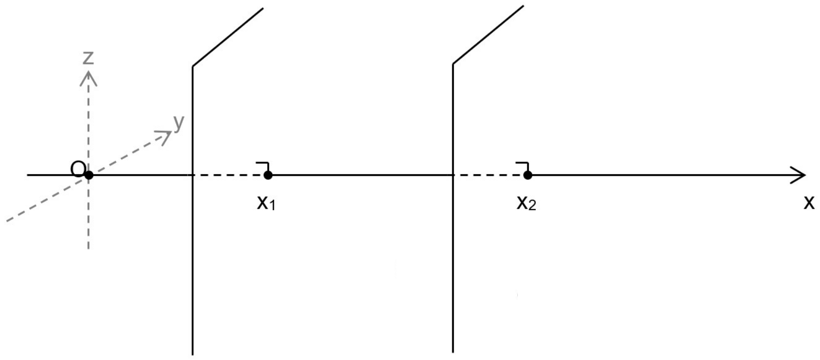
Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

b. Onde progressive plane

Une onde plane est une onde dont la fonction représentative ne dépend que d'une seule coordonnée d'espace et du temps. (Prenons le cas simple d'une onde se propageant rectilignement le long d'un axe (Ox) dans le sens positif)

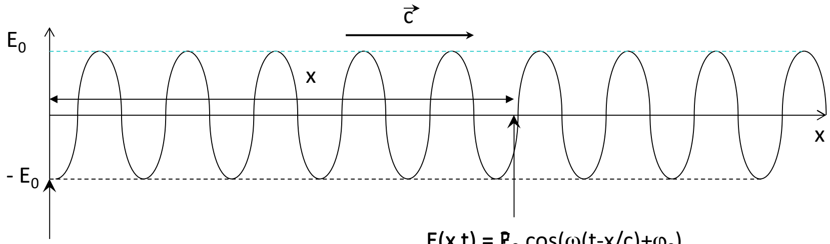


$$s(M',t) = s(M'',t) = s(x_1,t) \qquad s(N',t) = s(N'',t) = s(x_2,t)$$

2

c. Onde progressive plane monochromatique

Une onde plane progressive est monochromatique si la fonction qui la décrit est sinusoïdale.



$E(0,t) = E_0.\cos(\omega t+\varphi_0)$

$E(x,t) = E_0.\cos(\omega(t\text{-}x/c)+\varphi_0)$

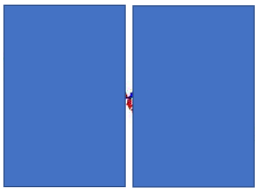
$E(x,t) = E_0.\cos(\omega t+\varphi x)$

$$\vec{E}(x,t)=\vec{E_0}\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right)=\vec{E_0}\cos\left(2\pi\nu\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right)=\vec{E_0}\cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right)$$

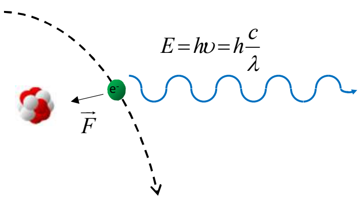
$fréquence:\ \upsilon \qquad pulsation:\ \omega=2\pi\upsilon$

$période\ temporelle:\ T=\frac{1}{\upsilon}$

$période\ spatiale\ ou\ longueur\ d'onde:\ \lambda=\frac{c}{\upsilon}$

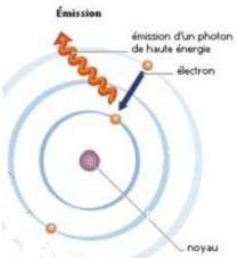


3

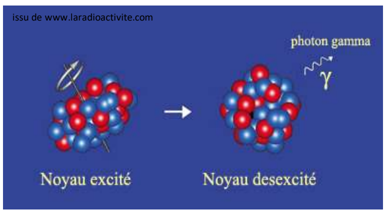


Toute particule chargée électriquement qui est accélérée, rayonne.

L'onde électromagnétique produite par accélération d'une particule chargée électriquement est appelée « onde Hertzienne ».



L'onde électromagnétique produite par désexcitation électronique est appelée « lumière ».



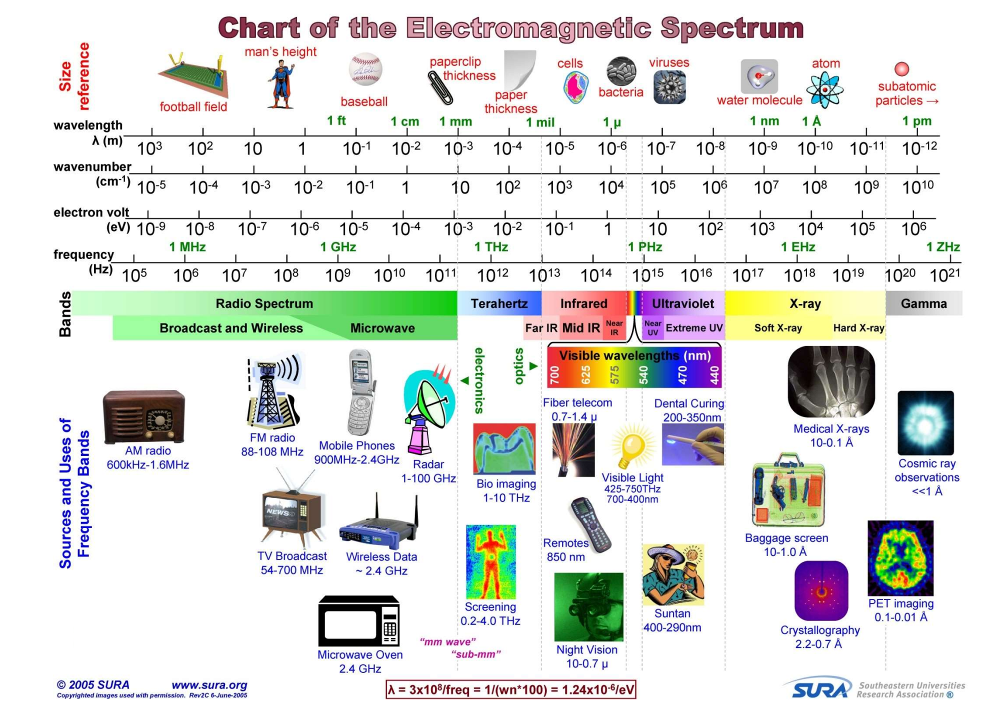
L'onde électromagnétique produite par désexcitation nucléaire est appelée « rayon gamma ».

4

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
- 1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
- 2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
- 3) Opérateurs
- 4) Symétries et invariances
- 5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable



5

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
- 1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
- 2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
- 3) Opérateurs
- 4) Symétries et invariances
- 5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

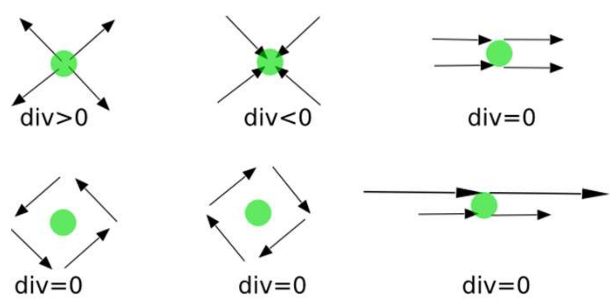
* le gradient indique la direction de la plus grande variation d'un champ scalaire, et l'intensité de cette variation.

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial x}\,\vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\,\vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

* le divergent d'un champ de vecteur indique le caractère divergent de celui-ci.

$$\oiint_S \overrightarrow{X}.\overrightarrow{dS} = \iiint_V div\overrightarrow{X}.dV$$

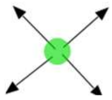
théorème de flux-divergence = théorème de Green-Ostrogradski

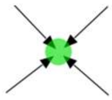


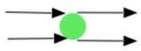
6

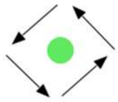
* le rotationnel d'un champ de vecteur indique le caractère tournant de celui-ci.

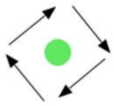
$$\oint_C \vec{X}.\vec{dl} = \iint_S \overrightarrow{rot}\,\vec{X}.\vec{dS}$$ théorème de Stokes

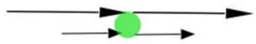

vecteur rotationnel nul


vecteur rotationnel nul


vecteur rotationnel nul


vecteur rotationnel vers vous


vecteur rotationnel vers l'écran


vecteur rotationnel vers l'écran

7

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

* Formules remarquables.

Soit un champ de vecteur $\vec{X}$ quelconque, nous aurons toujours $div\left(\overrightarrow{rot}.\vec{X}\right) = 0$

Soit un champ scalaire f quelconque, nous aurons toujours $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{grad}.f\right) = \vec{0}$

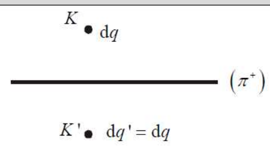
8

Principe de Curie : Un phénomène physique possède au moins les éléments de symétrie de ses causes.

Un système est invariant dans une transformation si le résultat de cette transformation (déplacement) engendre une situation identique à la situation initiale.

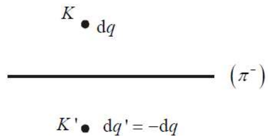
Plan de symétrie

(π^+) est un plan de symétrie pour les charges si la distribution de charges D peut être décomposée en éléments K et K' deux à deux symétriques tels que $\mathrm{d}q = \mathrm{d}q'$.



Plan d'antisymétrie

(π^-) est un plan d'antisymétrie pour les charges si la distribution de charges D peut être décomposée en éléments K et K' deux à deux symétriques tels que $\mathrm{d}q = -\mathrm{d}q'$.

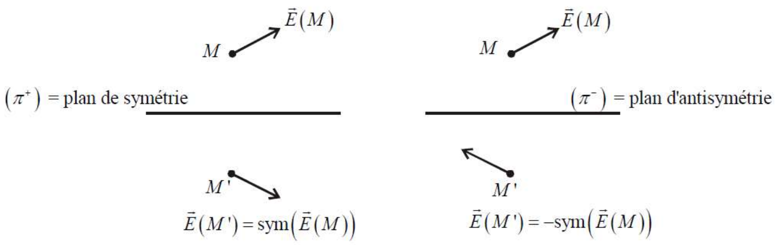


Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

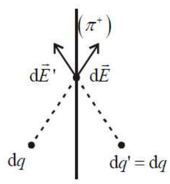
Relation entre le champ en *M* et le champ en *M'*



Si $M \in$ plan de symétrie pour les charges, alors $\vec{E}(M) \in$ plan de symétrie.

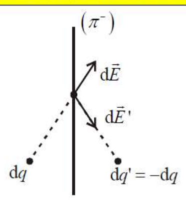
En associant les charges deux par deux, $\mathrm{d}\vec{E} + \mathrm{d}\vec{E}'$ appartient au plan de symétrie (π^+).

Pour le schéma, on suppose $\mathrm{d}q > 0$.



Si $M \in$ plan d'antisymétrie pour les charges, alors $\vec{E}(M) \perp$ plan d'antisymétrie.

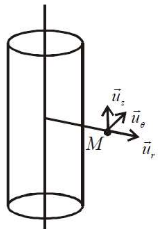
En associant les charges deux par deux,
$\mathrm{d}\vec{E} + \mathrm{d}\vec{E}\,'$ est orthogonal au plan d'antisymétrie (π^-).
Pour le schéma, on suppose $\mathrm{d}q > 0$.



cylindre infini uniformément chargé

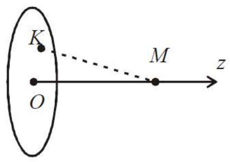
- Les plans $P = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $Q = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ sont des plans de symétrie, donc $\vec{E}(M) \in P \cap Q$, soit $\vec{E}(M) \,//\, \vec{u}_r$.
- La distribution de charges D est invariante par rotation d'angle θ et par translation d'axe Oz, donc $\vec{E}$ aussi, ses coordonnées ne dépendent pas de θ et z.

Bilan : $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r}$



disque

- Tous les plans passant par M et contenant l'axe Oz sont des plans de symétrie pour les charges sources du champ, donc le champ électrostatique en M appartient à l'intersection de tous les plans : $\vec{E}(M) \,//\, Oz$.



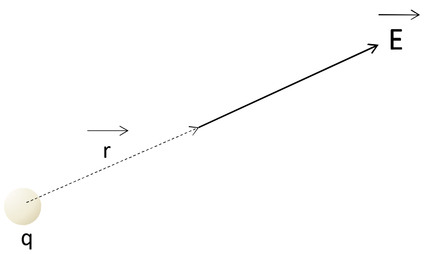
11

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

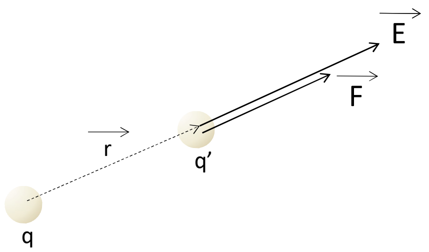
II) Régime variable

Loi de Coulomb :



$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}.\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

(Loi de Coulomb)



$$\vec{F} = q'.\vec{E} = k\frac{qq'}{r^2}.\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

(Force de Coulomb)

12

Loi de Gauss :

- Forme intégrale :

$$\boxed{\varphi = \oiint_S d\varphi = \oiint_S \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}}$$

- Forme locale :

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

Loi de Biot et Savart :

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\theta}{r}}$$

$$\Rightarrow \boxed{div\,\vec{B} = 0}$$

13

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
1) Onde électromagnétique progressive plane monochromatique
2) Phénomènes produisant des ondes électromagnétiques
3) Opérateurs
4) Symétries et invariances
5) Equations de l'électrostatique et de la magnétostatique

II) Régime variable

Loi d'Ampère:

$$\boxed{\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0.\Sigma I_{enlacé}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{rotB} = \mu_0.\vec{j}}$$

Loi de conservation du flux magnétique :

- Forme intégrale :

$$\boxed{\oiint_S \vec{B}.\vec{dS} = 0}$$

- Forme locale :

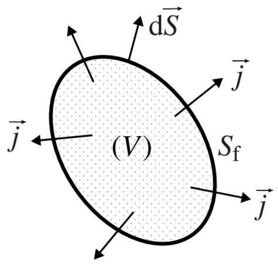
$$\boxed{div\vec{B} = 0}$$

14

- Forme intégrale :

$$Q(t) = \iiint_V \rho(M, t)\, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, d\tau$$



Le principe de conservation de la charge consiste à affirmer qu'en l'absence de toute création ou disparition de charges à l'intérieur du volume, toute variation de la charge contenue dans le volume V ne peut être due qu'au fait que certaines charges ont franchi la surface S_f.

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, d\tau = \iint_{S_f} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

- Forme locale :

$$\boxed{div\, \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

15

Chapitre 3 : Electromagnétisme

I) Généralités et révisions
II) Régime variable
1) Loi de conservation de la charge – équation de Maxwell-Ampère
2) Loi de l'induction électromagnétique de Faraday
3) Equations de Maxwell

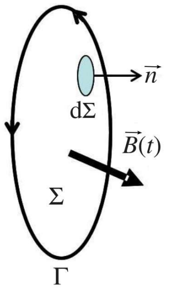
En 1864, James Maxwell a pointé l'incompatibilité entre l'équation de conservation de la charge et le théorème d'Ampère. Il proposa de compléter le théorème :

$$\boxed{\overrightarrow{rotB} = \mu_0 . \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 . \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Le terme supplémentaire, appelé « courant de déplacement », assure la compatibilité de l'équation de Maxwell-Ampère avec la loi de conservation de la charge.

16

*Considérons une surface Σ immobile, délimitée par un contour Γ, placée dans une région où règne un champ magnétique variable B. Le flux de B à travers Σ est :



$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\Sigma$$

*Les variations de flux de B à travers la surface Σ créent un champ électrique induit E dont la circulation le long du contour Γ détermine la f.e.m. induite U.

$$U = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{E} \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\Sigma$$

* D'après la loi de Faraday :

$$U = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\iint_{\Sigma} \frac{d\vec{B}}{dt} . \vec{n}\, d\Sigma$$

* Par identification nous obtenons : $\overrightarrow{rot}\, \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$

17

Équation de Maxwell-Gauss. Cette équation locale décrit comment un champ électrique $\vec{E}$ est généré par des charges électriques :

$$\mathrm{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Équation de Maxwell-Flux magnétique. Cette équation énonce que les lignes de champ magnétique $\vec{B}$ sont obligatoirement fermées, et qu'il n'existe aucune « charge magnétique » analogue à une charge électrique.

$$\mathrm{div}(\vec{B}) = 0$$

Équation de Maxwell-Faraday. Cette équation décrit comment la variation d'un champ magnétique peut créer un champ électrique. Par exemple, un aimant en rotation crée un champ magnétique variable qui génère un champ électrique.

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Équation de Maxwell-Ampère. Cette équation énonce que les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières : par les courants électriques (c'est le théorème d'Ampère), ou par la variation d'un champ électrique (c'est l'apport de Maxwell sur cette loi).

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0\, \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

18