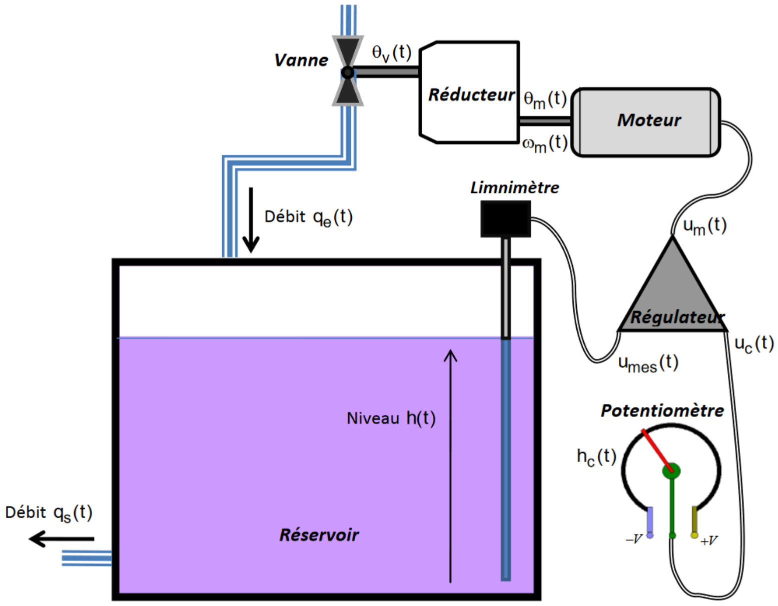
Séance 3 – Représentation des SLCI (FT + schémas blocs) -SLCI asservis

Exercice 1 : RÉGULATION DE NIVEAUD'EAU

La figure suivante représente une régulation de niveau d'eau h(t) dans un réservoir.



Constituant	Caractéristique	Modèle de connaissance
Moteur	Il tourne à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ pour une tension de commande $u_m(t)$	$\tau.\frac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_m.u_m(t)$
Réducteur	Il réduit l'angle de l'axe de rotation du moteur $\theta_m(t)$ en un angle d'ouverture $\theta_v(t)$ de la vanne	$\theta_v(t)=r.\theta_m(t)$
Vanne	Elle délivre un débit $q_e(t)$ pour un angle d'ouverture $\theta_v(t)$	$q_e(t)=K_v.\theta_v(t)$
Réservoir	Il est de section constante S, et a pour débit d'entrée $q_e(t)$ et de sortie $q_s(t)$	$q_e(t)-q_s(t)=S.\frac{dh(t)}{dt}$
Limnimètre (capteur)	Il traduit le niveau d'eau $h(t)$ atteint dans le réservoir en tension $u_{mes}(t)$, image de ce niveau	$u_{mes}(t)=a.h(t)$
Potentiomètre (interface H/M)	Il traduit la consigne de niveau d'eau $h_c(t)$ souhaité en tension $u_c(t)$, image de cette consigne	?
Régulateur (comparateur + correcteur)	Il compare la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ pour en déduire la tension $\varepsilon(t)$, image de l'erreur, puis corrige (amplifie) cette tension $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$	$\varepsilon(t)=u_c(t)-u_{mes}(t)$ $u_m(t)=A.\varepsilon(t)$

où τ, K_m, r, K_v, S, a et A sont des coefficients constants.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

Question 1 : Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc. Le modèle de connaissance du potentiomètre (interface H/M) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc être capable de le retrouver!

Question 2: Donner cette relation entre $h_c(t)$ et $u_c(t)$ qui assure que $\varepsilon(t)$ soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre. La relation entre vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et position angulaire $\theta_m(t)$ du moteur, n'est aussi jamais donnée dans les sujets de concours, il faut donc la connaître.

Question 3: Donner donc en précisant les unités, cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de $\Omega_m(p)$ à $\Theta_m(p)$

Question 4: Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma-bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.

Question 5: Déterminer les fonctions de transfert

$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} \quad et \quad F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0}.$$

Question 6: En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de H(p) = f [Hc(p) + Qs(p)]

__Exercice 2__ : BANDEROLEUSE À PLATEAU TOURNANT.

Une banderoleuse est destinée à enrouler un film transparent préétiré sur les faces latérales des produits palettisés (voir vidéos sur site du professeur). Le but de ce banderolage est de maintenir le chargement de la palette et de le protéger contre les poussières et l'eau. On distingue : un sous-ensemble de déroulement et de pré-étirage du film, constitué d'un chariot qui guide le rouleau de film et qui permet son déroulement à tension constante ; un sous-ensemble d'entrainement palette qui reçoit le produit palettisé à banderoler et lui imprime un mouvement de rotation autour d'un axe vertical ; un sous-ensemble de levage du chariot qui communique un mouvement de translation alternatif vertical afin de déposer le film sur toute la hauteur du produit palettisé ; une armoire électrique qui contient les appareillages de distribution de l'énergie électrique ainsi que l'automate programmable qui gère le fonctionnement autonome de la banderoleuse,-un pupitre.

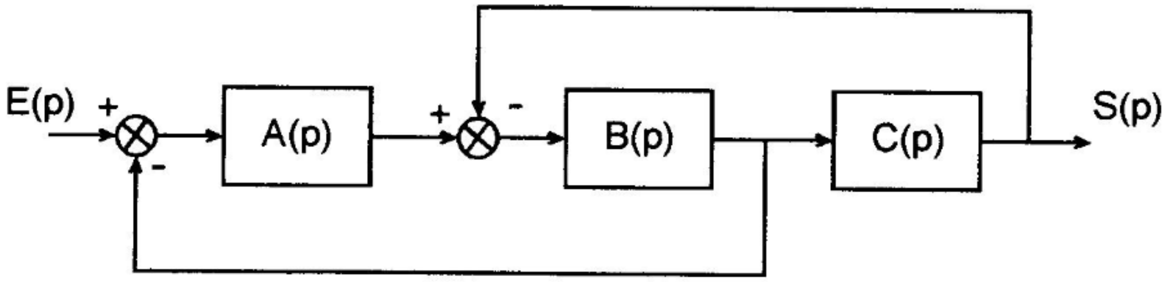
Nous nous intéressons seulement à l'asservissement en vitesse du plateau tournant. L'entraînement est assuré par un moteur suivi d'un réducteur de vitesse. La consigne est donnée au travers d'une interface H/M. Une génératrice tachymétrique mesure la vitesse obtenue après le réducteur. Le signal délivré par la génératrice tachymétrique est comparé à celui délivré par l'interface H/M. Un amplificateur, placé après le comparateur, délivre un signal de commande au moteur.

Question: Représenter le système asservi par un schéma-bloc. (Vous indiquerez le nom des constituants dans les blocs ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs).

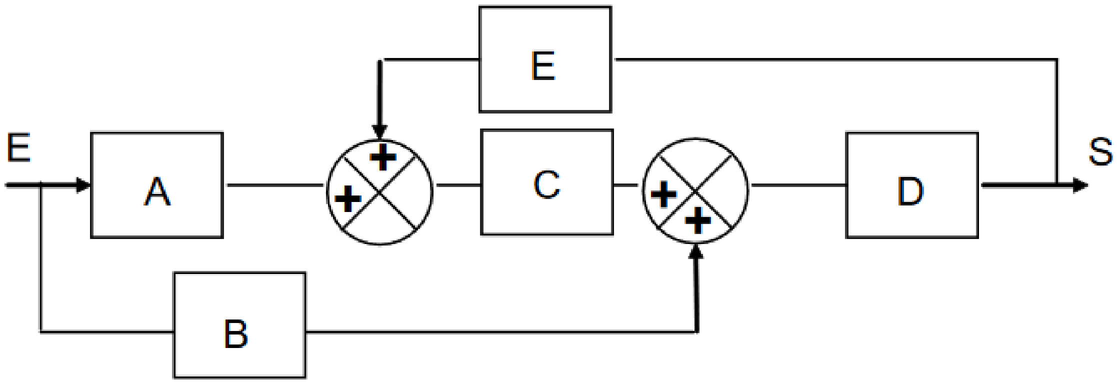
Exercice 3 : SIMPLIFICATION DESSCHÉMAS-BLOCS A BOUCLES IMBRIQUÉES.

Donner l'expression de la transmittance $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ par réduction du schéma-bloc des systèmes à boucles imbriquées A, B et C.

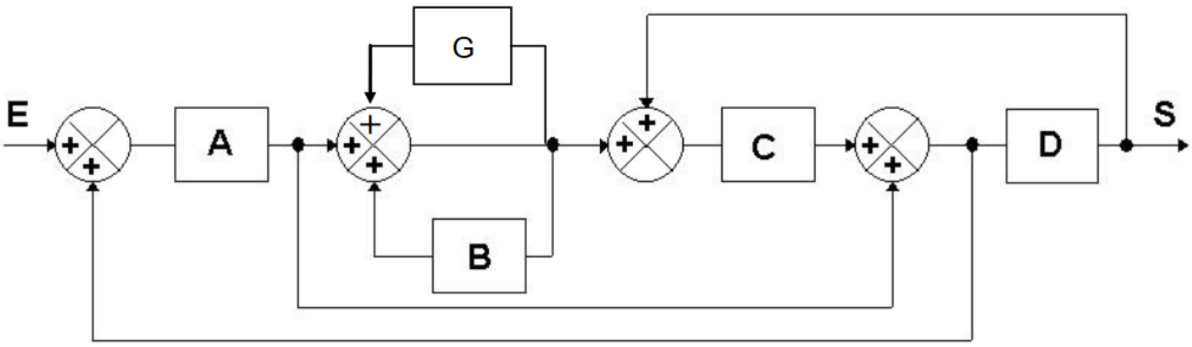
Système à boucles imbriquées A.
Soit le système définit par le schéma-bloc suivant:



Système à boucles imbriquées B.
Soit le système définit par le schéma-bloc suivant:

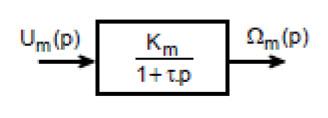
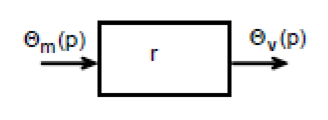
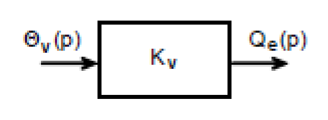
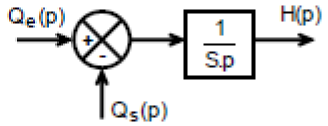
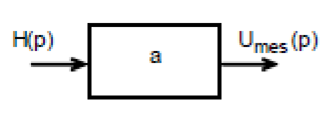
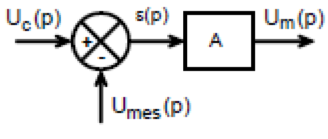


Système à boucles imbriquées C.
Soit le système définit par le schéma-bloc suivant:



Corrigé Exercice 1 : RÉGULATION DE NIVEAU D'EAU.

Question 1 : *Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc.*

Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace + fonction de transfert	Schéma-bloc
Moteur	$\tau.\frac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_m.u_m(t)$	$\tau.p.\Omega_m(p)+\Omega_m(p)=K_m.U_m(p)$ $\Omega_m(p).(1+\tau.p)=K_m.U_m(p)$ $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{K_m}{1+\tau.p}$	
Réducteur	$\theta_v(t)=r.\theta_m(t)$	$\Theta_v(p)=r.\Theta_m(p)$ $\frac{\Theta_v(p)}{\Theta_m(p)}=r$	
Vanne	$q_e(t)=K_v.\theta_v(t)$	$Q_e(p)=K_v.\Theta_v(p)$ $\frac{Q_e(p)}{\Theta_v(p)}=K_v$	
Réservoir	$q_e(t)-q_s(t)=S.\frac{dh(t)}{dt}$	$Q_e(p)-Q_s(p)=S.p.H(p)$ $\frac{H(p)}{Q_e(p)-Q_s(p)}=\frac{1}{S.p}$	
Limnimètre (capteur)	$u_{mes}(t)=a.h(t)$	$U_{mes}(p)=a.H(p)$ $\frac{U_{mes}(p)}{H(p)}=a$	
Régulateur (comparateur + correcteur)	$\varepsilon(t)=u_c(t)-u_{mes}(t)$ $u_m(t)=A.\varepsilon(t)$	$\frac{U_m(p)}{A}=U_c(p)-U_{mes}(p)$ $\frac{U_m(p)}{U_c(p)-U_{mes}(p)}=A$	

Le modèle de connaissance du potentiomètre (interface H/M) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc être capable de le retrouver !

Question 2 : *Donner cette relation entre $h_c(t)$ et $u_c(t)$ qui assure que $\varepsilon(t)$ soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre.*

Pour que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, il faut que $\varepsilon(p)$ soit proportionnelle à l'erreur : $\boxed{\varepsilon(p)=K.Er(p)=K.[H_c(p)-H(p)]}$

Or ici, $\varepsilon(p)=U_c(p)-U_{mes}(p)$

$\varepsilon(p)=F_{interface\ H/M}(p).H_c(p)-F_{capteur}(p).H(p)$

Donc la seule possibilité de vérifier que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, est que $\boxed{F_{interface\ H/M}(p)=F_{capteur}(p)=K=C^{te}}$.

Le capteur qui mesure la grandeur physique en sortie, et l'interface H/M qui traduit la consigne en entrée doivent impérativement :

- produire une image de même nature (en général une tension électrique) ;
- et aussi utiliser le même coefficient de proportionnalité…

Ainsi $\boxed{\varepsilon(p)=K.[H_c(p)-H(p)]=K.Er(p)}$ Dans cet exercice, K vaut a.

Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace + fonction de transfert	Schéma-bloc
Potentiomètre (interface H/M)	$u_c(t) = a.h_c(t)$	$U_c(p) = a.H_c(p)$ $\frac{U_c(p)}{H_c(p)} = a$	$H_c(p) \rightarrow \boxed{a} \rightarrow U_c(p)$

Question 3: Donner donc en précisant les unités, cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de $\Omega_m(p)$ à $\Theta_m(p)$.

La vitesse instantanée linéaire est la dérivée de la position linéaire : $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$.

De même, la vitesse instantanée angulaire est la dérivée de la position angulaire : $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$.

Avec $\theta_m(t)$ en rad, et $\omega_m(t)$ en rad/s.

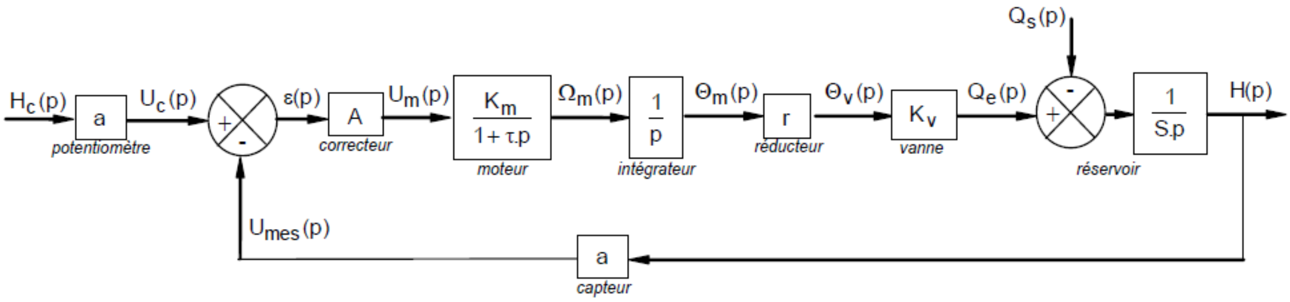
Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace + fonction de transfert	Schéma-bloc
Intégrateur (composant "virtuel")	$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$	$\Omega_m(p) = p.\Theta_m(p)$ $\frac{\Theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$	$\Omega_m(p) \rightarrow \boxed{\frac{1}{p}} \rightarrow \Theta_m(p)$

Ce bloc est appelé intégrateur car la vitesse angulaire est intégrée en position angulaire…

Question 4: Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma-bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.

Variable d'entrée (consigne) : $h_c(t)$

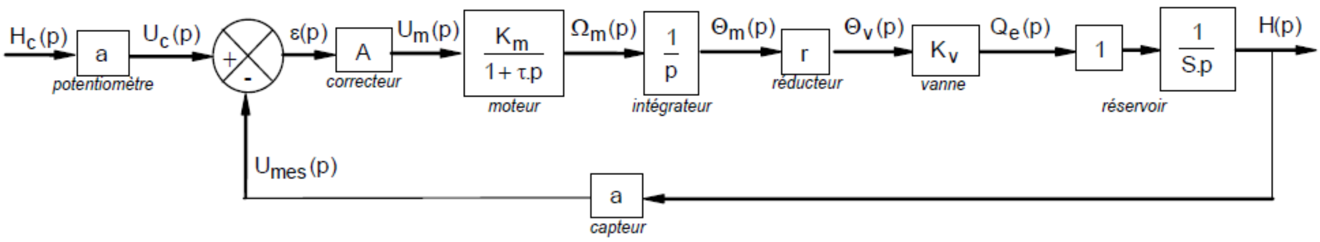
Variable de sortie à asservir : $h(t)$



Question 5: Déterminer les fonctions de transfert

$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} \quad et \quad F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0}.$$

Si $Q_s(p) = 0$ alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} = a.\frac{A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.1.\frac{1}{S.p}}{1+a.A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.1.\frac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} = a.\frac{A.K_m.r.K_v}{(1+\tau.p).p.S.p + a.A.K_m.r.K_v}$$

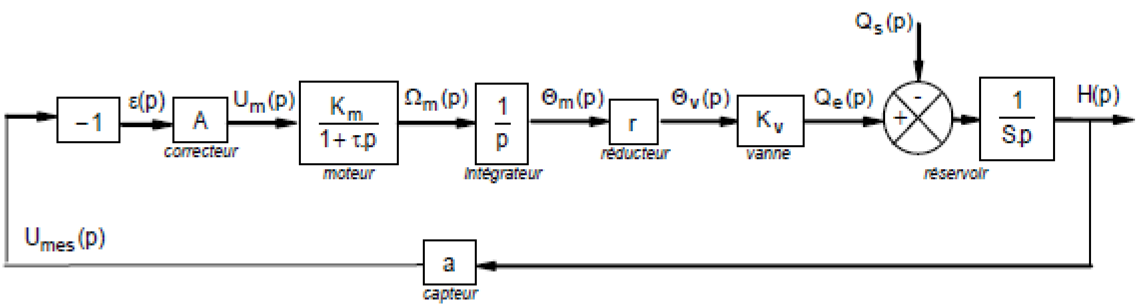
$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} = \frac{a.A.K_m.r.K_v}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} = \frac{a.A.K_m.r.K_v}{a.A.K_m.r.K_v}\frac{1}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_1(p) = \left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0} = \frac{1}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$\boxed{\text{Ainsi si } Q_s(p) = 0 \text{ alors } H(p) = F_1(p).H_c(p)}$$

Si $H_c(p) = 0$ alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-\frac{1}{S.p}}{1-a.(-1).A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.\frac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-(1+\tau.p).p}{(1+\tau.p).p.S.p + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p-\tau.p^2}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\frac{-\tau.p^2}{-p}}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\tau.p}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

Ainsi si $H_c(p) = 0$ alors $H(p) = F_2(p).Q_s(p)$

Question 6: En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de H(p) = f [Hc(p) + Qs(p)]

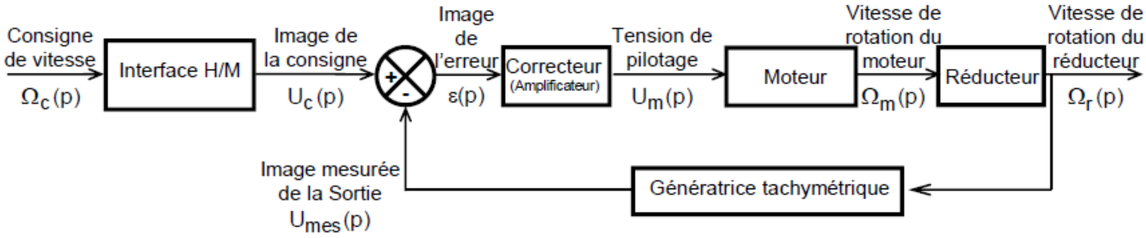
Si les 2 entrées sont présentes en même temps, le théorème de superposition nous donne :

$$\boxed{H(p) = F_1(p).H_c(p) + F_2(p).Q_s(p)}$$

En connaissant la nature (échelon, rampe…) et les caractéristiques (amplitude, pente…) des deux entrées du système (consigne de niveau d'eau $h_C(t)$ et débit d'évacuation $q_S(t)$), on pourrait repasser dans le domaine temporel et connaître ainsi l'évolution du niveau d'eau h(t) dans le bassin en fonction du temps…

Corrigé Exercice 2 : BANDEROLEUSE À PLATEAU TOURNANT.

Question 1 : *Représenter le système asservi par un schéma-bloc. (Vous indiquerez le nom des éléments constituants les blocs ainsi que les informations entre les blocs).*

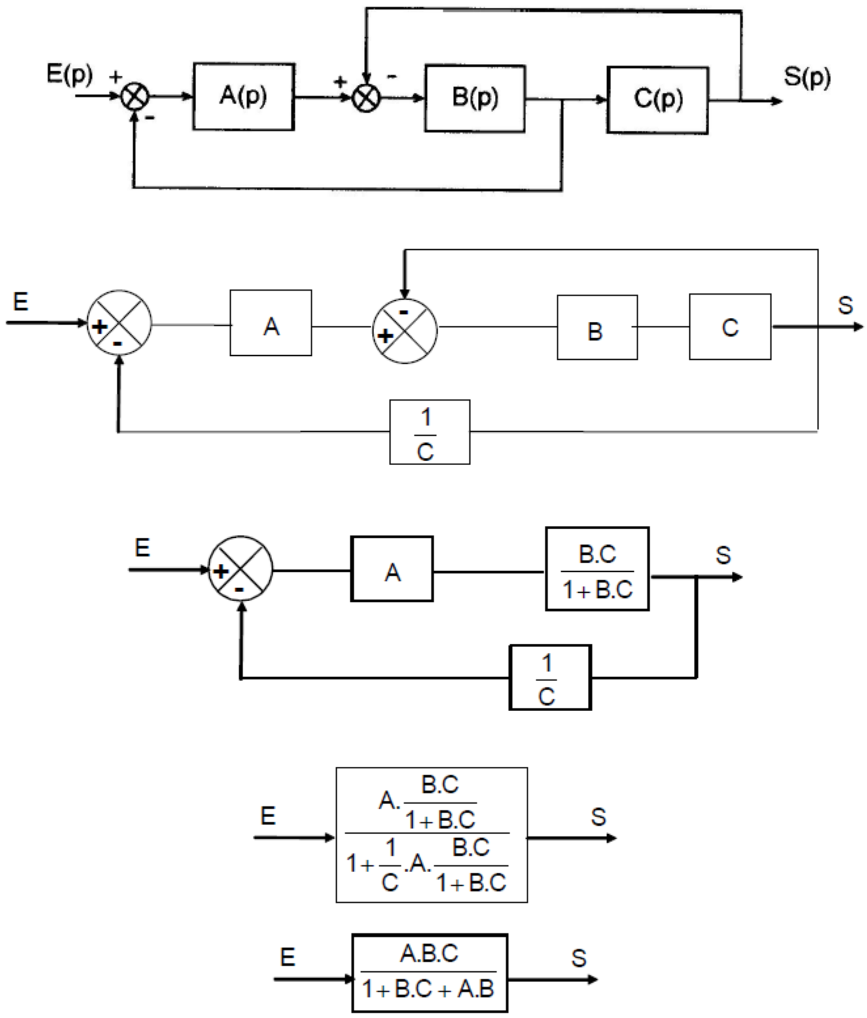


Corrigé Exercice 3 : SIMPLIFICATION DE SCHÉMAS-BLOCS A BOUCLES IMBRIQUÉES.

Donner l'expression de la transmittance $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ par réduction du schéma-bloc des systèmes à boucles imbriquées A, B et C.

1. Système à boucles imbriquées A.

Soit le système définit par le schéma-bloc suivant:



NB : Il est plus long de retrouver ce résultat par le calcul...

2) Par le calcul, en notant ε_1 et ε_2 les sorties respectives des 1er et 2ème sommateurs

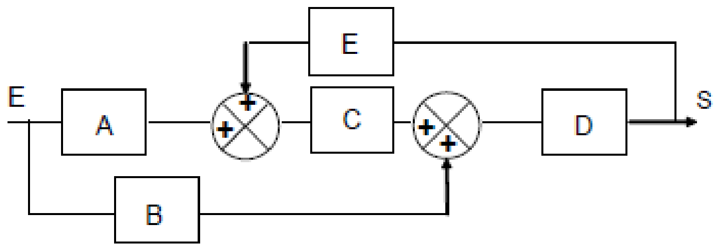
$\varepsilon_1(p) = E(p) - B(p).\varepsilon_2(p)$ $\quad$ $\varepsilon_2(p) = A(p).\varepsilon_1(p) - S(p)$ $\quad$ et $S(p) = B(p).C(p).\varepsilon_2(p)$

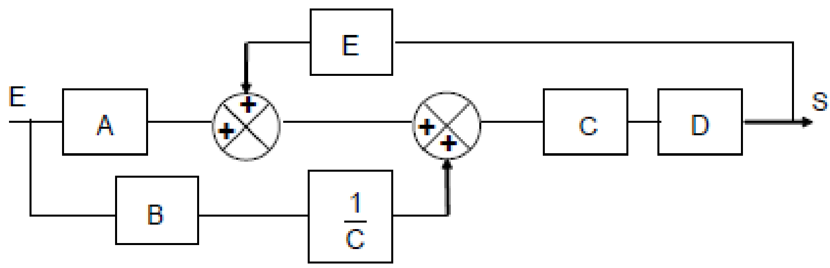
La 2ème expression s'écrit encore $\varepsilon_2(p) = A(p).(E(p) - B(p).\varepsilon_2(p)) - S(p)$

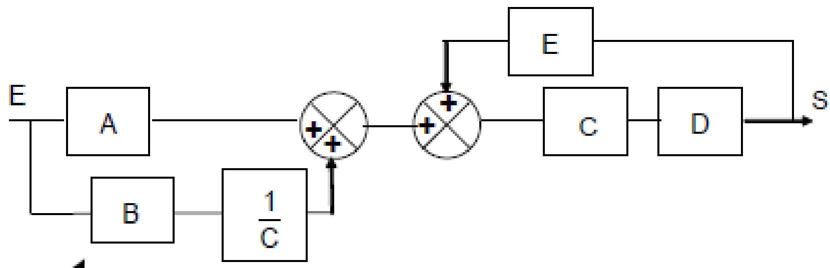
Soit $\varepsilon_2(p) = \dfrac{A(p).E(p) - S(p)}{1 + A(p).B(p)}$ $\quad$ et $\quad S(p) = B(p).C(p).\dfrac{A(p).E(p) - S(p)}{1 + A(p).B(p)}$

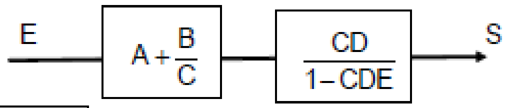
On retrouve bien $\dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{A(p).B(p).C(p)}{1 + A(p).B(p) + B(p).C(p)}$

2. **Système à boucles imbriquées B.**

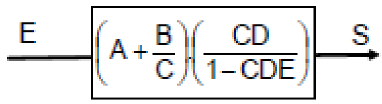








Attention, ce sont des blocs en parallèle, et non pas une boucle de retour, donc il ne faut pas utiliser la FTBF !



3. **Système à boucles imbriquées C.**