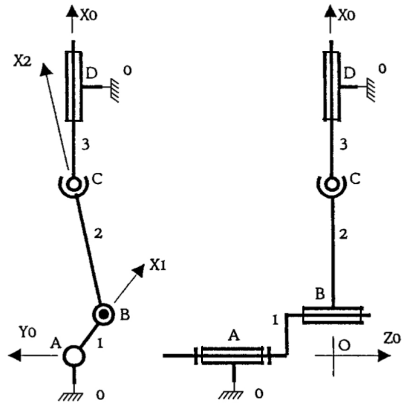
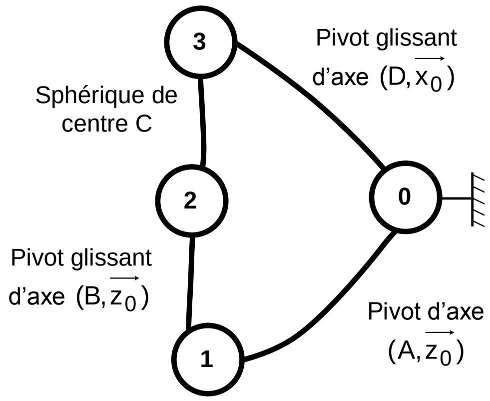
Corrigé Exercice 1 : MINI-COMPRESSEUR.

Question 1 : *Donner le graphe de liaison de ce système.*

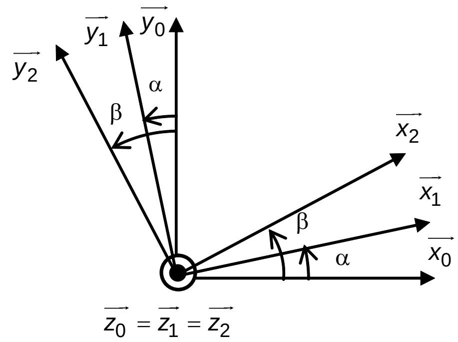




Question 2 : *Donner les caractéristiques, le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.*

Caractéristiques : longueur de la bielle L et longueur de la manivelle e
Paramètre d'entrée : position angulaire du vilebrequin 1 par rapport au bâti 0 : α
Paramètre de sortie : position linéaire du piston 3 par rapport au bâti 0 : X

Question 3 : *Déterminer la loi E/S en position du système à l'aide d'une fermeture géométrique.*



On souhaite une loi entrée-sortie de type $X = f(\alpha)$

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$

Donc : $e.\overrightarrow{x_1} + L.\overrightarrow{x_2} - X.\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$

$$e \cdot (\cos\alpha \cdot \overrightarrow{x_0} + \sin\alpha \cdot \overrightarrow{y_0}) + L \cdot (\cos\beta \cdot \overrightarrow{x_0} + \sin\beta \cdot \overrightarrow{y_0}) - X \cdot \overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$

En projetant : $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & e.\cos\alpha + L.\cos\beta - X = 0 \\ /\overrightarrow{y_0} : & e.\sin\alpha + L.\sin\beta = 0 \end{cases}$

1ère méthode plus rapide pour cet exercice :

En connaissant la relation $\cos(\arcsin u) = \sin(\arccos u) = \sqrt{1-u^2}$.

Et en déterminant β : $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & X = e.\cos\alpha + L.\cos\beta \\ /\overrightarrow{y_0} : & \sin\beta = -\dfrac{e}{L}.\sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & X = e.\cos\alpha + L.\cos\beta \\ /\overrightarrow{y_0} : & \beta = \arcsin(-\dfrac{e}{L}.\sin\alpha) \end{cases}$

Donc $X = e.\cos\alpha + L.\cos\left[\arcsin(-\dfrac{e}{L}.\sin\alpha)\right] \Leftrightarrow X = e.\cos\alpha + L.\sqrt{1-(\dfrac{e.\sin\alpha}{L})^2}$

2ème méthode moins rapide pour cet exercice :

En isolant $\cos\beta$ et $\sin\beta$: $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & L.\cos\beta = X - e.\cos\alpha \\ /\overrightarrow{y_0} : & L.\sin\beta = -e.\sin\alpha \end{cases}$

Puis, en élevant au carré et en sommant :

$$L^2 = (X - e.\cos\alpha)^2 + (-e.\sin\alpha)^2$$
$$(X - e.\cos\alpha)^2 = L^2 - (-e.\sin\alpha)^2$$
$$X - e.\cos\alpha = \pm\sqrt{L^2 - (e.\sin\alpha)^2}$$
$$X = e.\cos\alpha \pm \sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha}$$
$$X = e.\cos\alpha + \sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha} \text{ car } X > 0$$

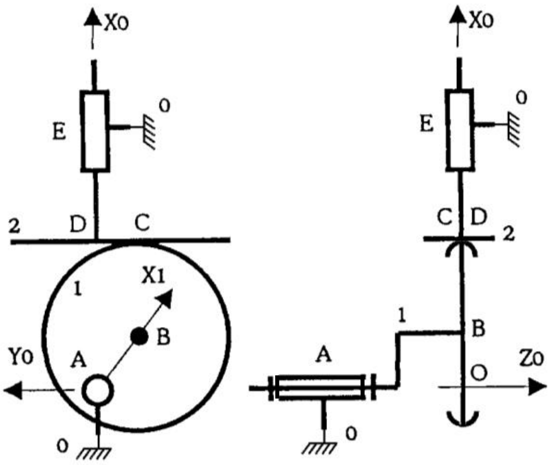
Question 4 : *En déduire la vitesse du piston par rapport au bâti (c'est-à-dire la loi E/S en vitesse).*

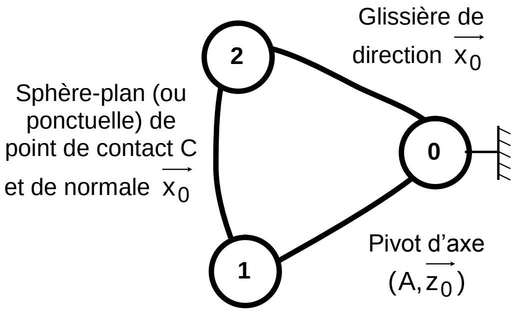
$$\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{C/0}} + "C \in 3" = \overrightarrow{V_{C/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0C}}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d(X.\overrightarrow{x_0})}{dt}\right]_0 = \dot{X}.\overrightarrow{x_0} = \left[-e.\dot{\alpha}.\sin\alpha - \frac{2.e^2.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sin\alpha}{2.\sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha}}\right].\overrightarrow{x_0}$$

Car $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2.\sqrt{u}}$

Corrigé Exercice 2 : POMPE HYDRAULIQUE À PISTONS AXIAUX.

Question 1 : *Donner le graphe de liaison de ce système.*





Question 2 : *Donner les caractéristiques, le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.*

Caractéristiques : rayon de l'excentrique R et excentricité e
Paramètre d'entrée : position angulaire de l'excentrique 1 par rapport au bâti 0 : θ
Paramètre de sortie : position linéaire du piston 2 par rapport au bâti 0 : X

Question 3 : *Déterminer la loi E/S en position du système à l'aide d'une fermeture géométrique.*

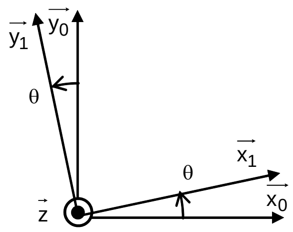
On souhaite une loi entrée-sortie de type $X = f(\theta)$

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$

$e.\overrightarrow{x_1} + R.\overrightarrow{x_0} + \lambda.\overrightarrow{y_0} - X.\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$

$e \cdot (\cos\theta \cdot \overrightarrow{x_0} + \sin\theta \cdot \overrightarrow{y_0}) + R \cdot \overrightarrow{x_0} + \lambda \cdot \overrightarrow{y_0} - X \cdot \overrightarrow{x_0} = \vec{0}$

En projetant : $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & e.\cos\theta + R - X = 0 \\ /\overrightarrow{y_0} : & e.\sin\theta + \lambda = 0 \end{cases}$



Donc $X = e.\cos\theta + R$

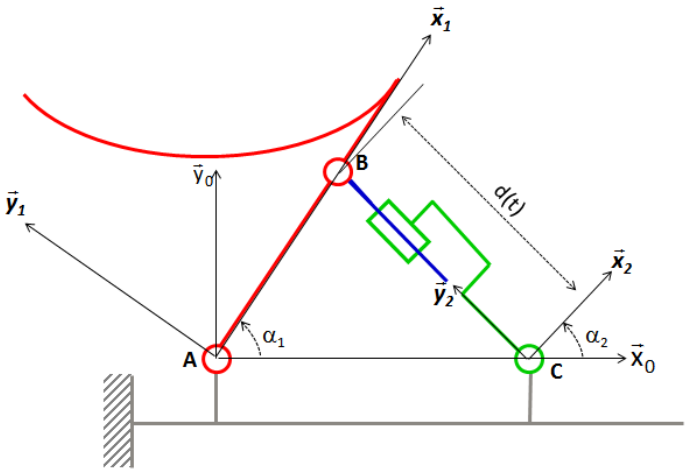
Question 4 : *En déduire la vitesse du piston par rapport au cylindre (c'est-à-dire la loi E/S en vitesse).*

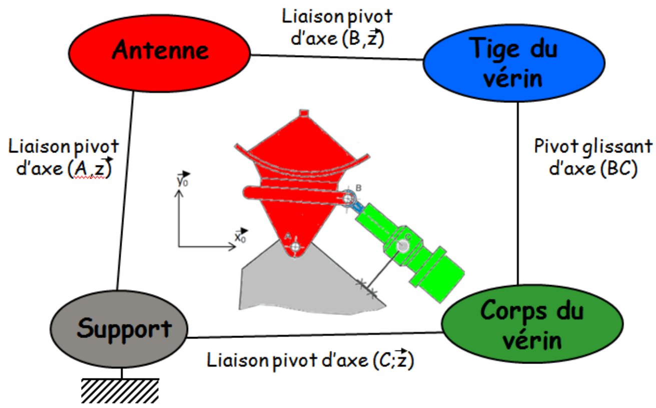
$$\overrightarrow{V_{D\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{D/0}} + "D \in 2" = \overrightarrow{V_{D/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0D}}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d(X.\overrightarrow{x_0})}{dt}\right]_0 = \dot{X}.\overrightarrow{x_0} = -e.\dot{\theta}.\sin\theta.\overrightarrow{x_0}$$

Corrigé Exercice 3 : SYSTÈME D'ORIENTATION D'ANTENNE

Question 1 : *Réaliser, en s'inspirant de la figure ci-dessus, le schéma cinématique du système d'orientation d'antenne dans le plan $(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0})$. Paramétrer ce schéma cinématique.*

Question 2 : *Donner le graphe de liaison de ce système.*





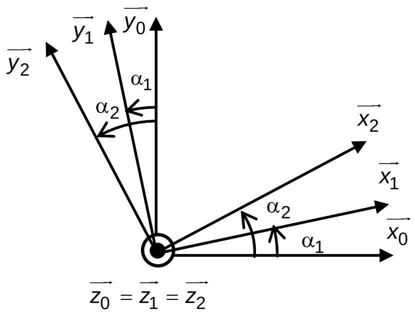
Question 3 : *Donner les caractéristiques, le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.*

Caractéristiques : distances L_0 et L_1

Paramètre d'entrée : position linéaire de la tige du vérin par rapport corps du vérin : $d(t)$

Paramètre de sortie : position angulaire de l'antenne par rapport au support : $\alpha_1(t)$

Question 4 : *Déterminer la loi E/S en position du système à l'aide d'une fermeture géométrique.*



On souhaite une loi entrée-sortie de type $\alpha_1 = f(d)$

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

Donc : $L_1 \cdot \overrightarrow{x_1} - d \cdot \overrightarrow{y_2} - L_0 \cdot \overrightarrow{x_0} = \vec{0}$

$L_1 \cdot (\cos\alpha_1 \cdot \overrightarrow{x_0} + \sin\alpha_1 \cdot \overrightarrow{y_0}) - d \cdot (-\sin\alpha_2 \cdot \overrightarrow{x_0} + \cos\alpha_2 \cdot \overrightarrow{y_0}) - L_0 \cdot \overrightarrow{x_0} = \vec{0}$

En projetant : $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & L_1.\cos\alpha_1 + d \cdot \sin\alpha_2 - L_0 = 0 \\ /\overrightarrow{y_0} : & L_1.\sin\alpha_1 - d \cdot \cos\alpha_2 = 0 \end{cases}$

En isolant $\cos\alpha_2$ et $\sin\alpha_2$: $\begin{cases} /\overrightarrow{x_0} : & d \cdot \sin\alpha_2 = L_0 - L_1.\cos\alpha_1 \\ /\overrightarrow{y_0} : & d \cdot \cos\alpha_2 = L_1.\sin\alpha_1 \end{cases}$

En élevant au carré et en sommant : $d^2 = (L_0 - L_1.\cos\alpha_1)^2 + (L_1.\sin\alpha_1)^2$

$$d^2 = L_0^2 - 2 \cdot L_0 \cdot L_1.\cos\alpha_1 + L_1^2$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{L_0^2 + L_1^2 - d^2}{2 \cdot L_0 \cdot L_1}$$

$$\boxed{\alpha_1 = \arccos(\frac{L_0^2 + L_1^2 - d^2}{2 \cdot L_0 \cdot L_1})}$$

Question 5 : *Déterminer la vitesse de sortie de la tige par rapport au corps.*

Rappel pour une liaison hélicoïdale :

$$\left.\begin{array}{l} 2\pi\ (rad) \rightarrow \pm p\ (mm) \\ \theta\ (rad) \rightarrow x\ (mm) \end{array}\right\} \Rightarrow x = \pm\theta.\frac{p}{2\pi} \Rightarrow v_x = \pm\omega_x \cdot \frac{p}{2\pi}$$ **Pas à droite + et Pas à gauche -**

Avec ω *en rad/s et v en mm/s et pas en mm*

Relation entre ω *en rad/s et N en tr/min :* $\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60}$

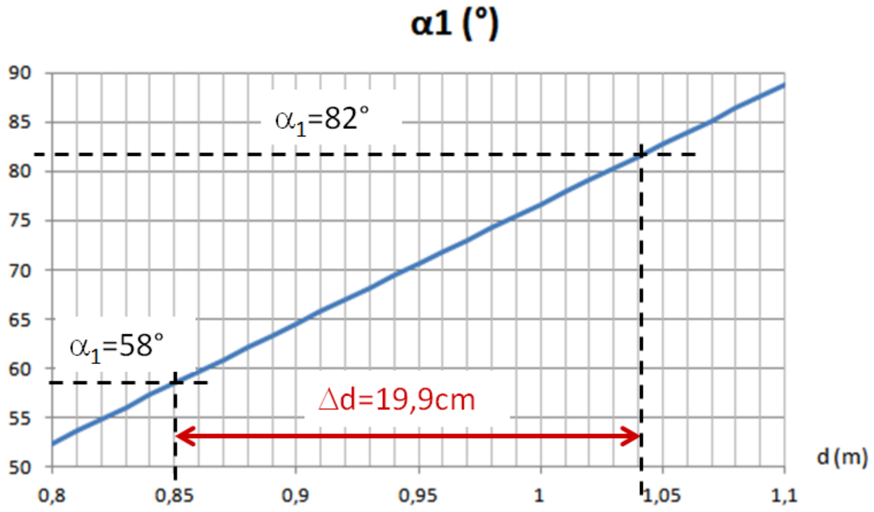
Donc dans ce problème, la vitesse de sortie de tige du vérin est :

$$v_{tige/corps} = \omega_{tige/corps} \cdot \frac{p}{2\pi} = \frac{2\pi \cdot N_{tige/corps}}{60} \cdot \frac{p}{2\pi} = \frac{N_{tige/corps} \cdot p}{60} = \frac{1}{5} \cdot \frac{N_{axe\ moteur/corps} \cdot p}{60}$$

$$AN: \quad v_{tige/corps} = \frac{1}{5} \times \frac{6000 \times 2}{60} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{v_{tige/corps} = 40\ mm/s}$$

Question 6 : *Déterminer, à l'aide de la courbe de la loi entrée-sortie donnée ci-dessous, la durée d'alimentation du vérin électrique permettant ce changement de position.*

Ce changement de position de l'antenne nécessite donc une sortie de la tige de 20,5 cm :



La durée d'alimentation du moteur est donc : $\Delta t = \frac{\Delta d}{V} = \frac{19{,}9}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\Delta t = 4{,}98\ s}$