

Modélisation des mécanismes

Lyès MELLAL

[Adresse mail : Lyes.MELLAL@externe.yncrea.fr](mailto:Lyes.MELLAL@externe.yncrea.fr)

14/10/2020

Plan de la présentation

- I. Introduction
- II. Modélisation d'un mécanisme
- III. Sources

I. Introduction

1. Introduction

1. Introduction

- Un mécanisme est un agencement de pièces mécaniques reliées entre elles et conçu en vue de réaliser une fonction déterminée [1].
- Un mécanisme est généralement conçu pour établir une relation particulière entre des informations d'entrée qui sont des informations exercées par le milieu extérieur sur le mécanisme, et des informations de sortie qui sont des informations exercées par le système sur le milieu extérieur [1].

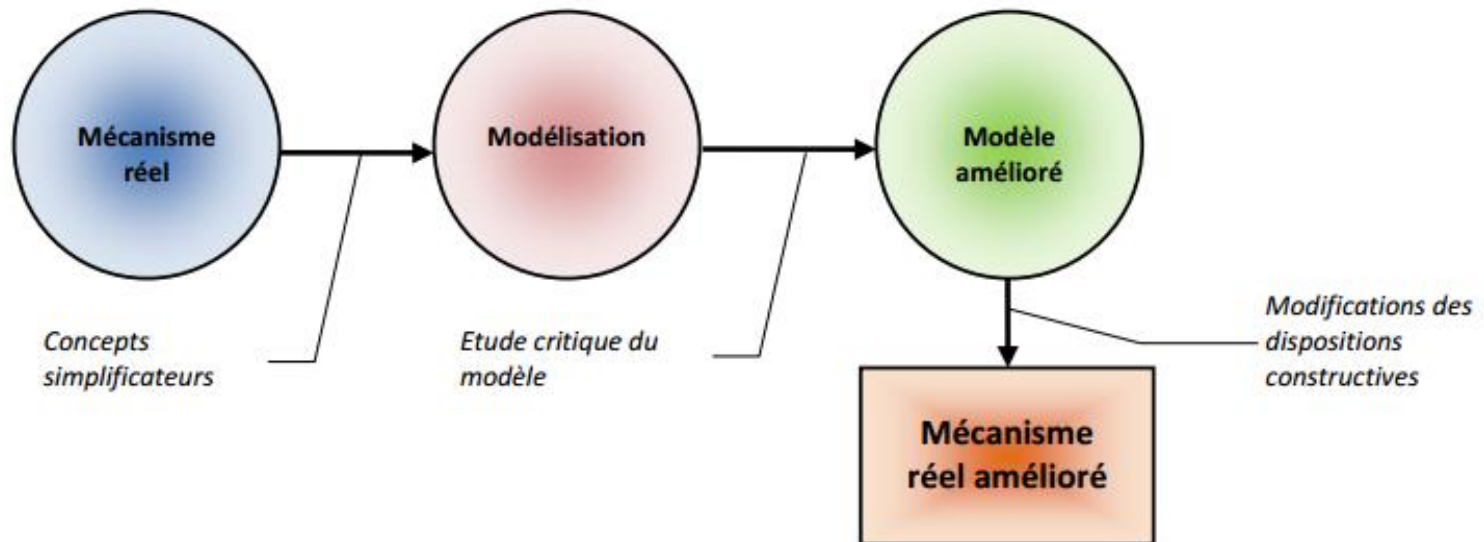
1. Introduction

- Un mécanisme réel étant toujours très complexe, il est nécessaire pour le comprendre et l'améliorer d'élaborer des modèles, afin de pouvoir lui appliquer les lois des mathématiques et de la mécanique [1].
- Cette modélisation permet de comprendre de façon précise le fonctionnement réel, d'en voir les limites et de proposer des améliorations [1].

II. Modélisation d'un mécanisme

1. Introduction
2. Modélisation des pièces mécaniques
3. Classes d'équivalences
4. Modélisation des contacts
5. Modélisation des liaisons

1. Introduction

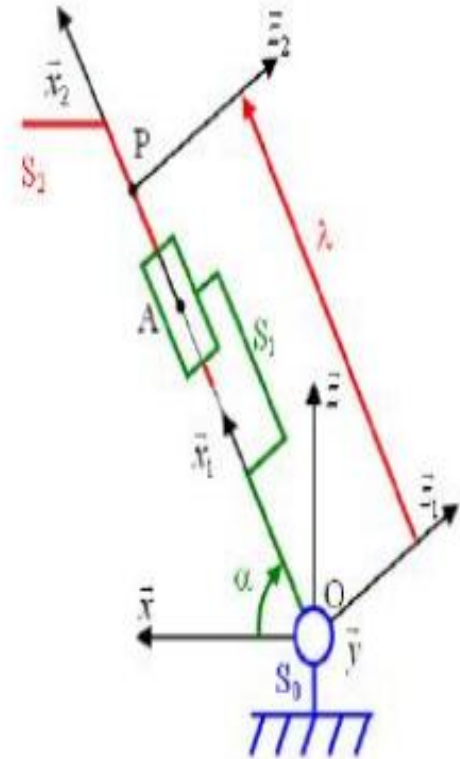
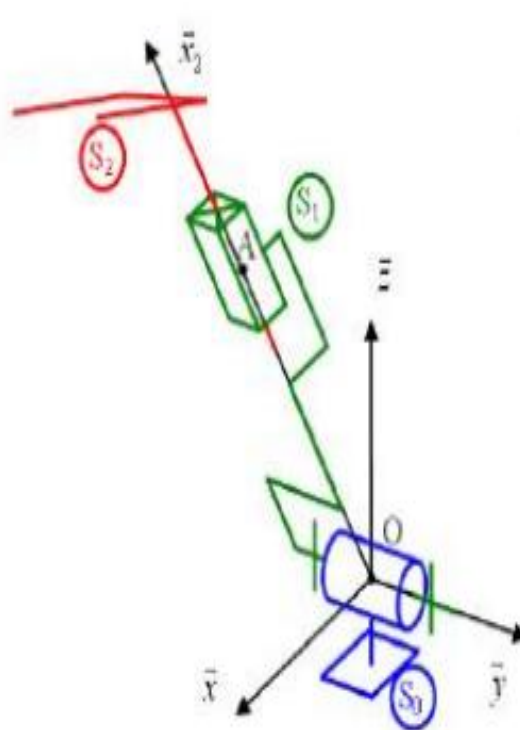


Etapes d'étude d'un mécanisme [1]

- Lors de l'étude d'un mécanisme, la modélisation des pièces, des liaisons et des actions mécaniques va permettre de déterminer les performances de ce mécanisme et son dimensionnement. La modélisation et la schématisation cinématique sont des outils privilégiés pour expliquer le bon fonctionnement d'un mécanisme [1].

1. Introduction

Exemple : Nacelle élévatrice



Exemple de Nacelle élévatrice [1]

2. Modélisation des pièces mécaniques

- Les pièces mécaniques sont considérées comme étant des solides parfaits, indéformables ayant une géométrie bien définie [1].
- On exclut de cette modélisation les fluides, ainsi que les pièces qui subissent de grandes déformations, comme les ressorts ou les courroies de transmission [1].



Exemple de rotules lisses [1] .



Exemple de vis à billes [1] .

3. Classes d'équivalences

- Une classe d'équivalence est un groupe de pièces n'ayant aucun mouvement relatif les unes par rapport aux autres pour une phase de fonctionnement donnée [2]. A l'intérieure d'une classe d'équivalence, toutes les pièces ont donc le même mouvement.
- Il est important de savoir dans quelle phase on se situe. En effet dans une phase de réglage, les mobilités du mécanisme sont plus nombreuses que lors d'une phase d'utilisation [2]. Par conséquent il y'aura plus de classes d'équivalence.

3. Classes d'équivalences

- La recherche des classes d'équivalence passe par la localisation de toutes les liaisons encastrement (liaisons complètes) réalisées à l'intérieur du mécanisme pour la phase de fonctionnement étudiée [2].

4. Modélisation des contacts

- Les contacts mécaniques entre pièces sont parfaits, sans jeu, les surfaces fonctionnelles sont géométriquement exactes, sans frottement ni adhérence et sans déformations sous charge [1].
- La modélisation des liaisons est basée sur l'analyse des surfaces de contact entre les groupes cinématiquement liés [1].





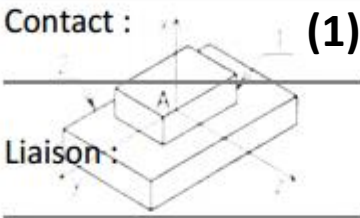
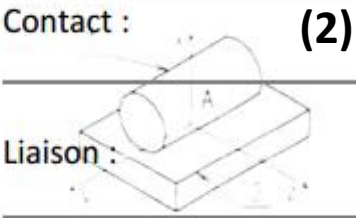
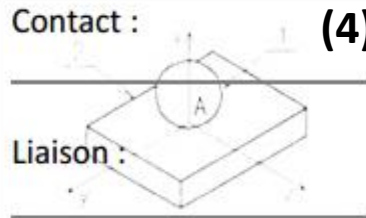

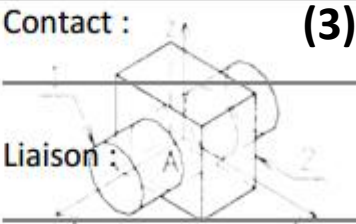
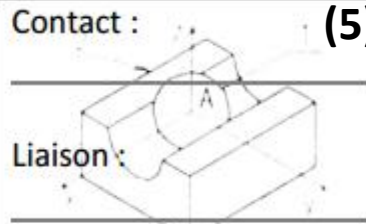

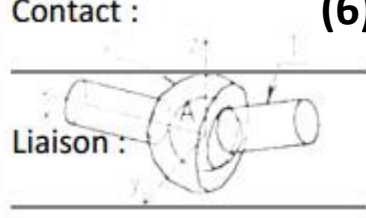
5. Modélisation des liaisons

- Pour étudier les mouvements d'un mécanisme, on développe des modèles qui mettent en évidence les relations cinématiques entre ses constituants. C'est pourquoi il est intéressant de modéliser les liaisons mécaniques [1]. Pour ce faire on pose les hypothèses suivantes :
 - solides indéformables en mouvement relatif
 - surfaces géométriquement parfaites
 - contact sans jeu et sans adhérence pour les pièces en mouvement relatif
 - liaisons considérées comme permanentes.

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- On appelle liaison élémentaire ou liaison simple de deux solides S_1 , S_2 tout contact mécanique de S_1 et S_2 s'effectuant suivant deux surfaces parmi les surfaces élémentaires suivantes (surface plane, surface cylindrique, surface sphérique) [1].
- Les différentes combinaisons donnent naissance à 6 liaisons simples [1].

5. Mod.des.liais(liaison simple)

<div>Surface S_1</div> <div>Surface S_2</div>			
	Contact : (1) 	Contact : (2) 	Contact : (4) 
		Contact : (3) 	Contact : (5) 
			Contact : (6) 

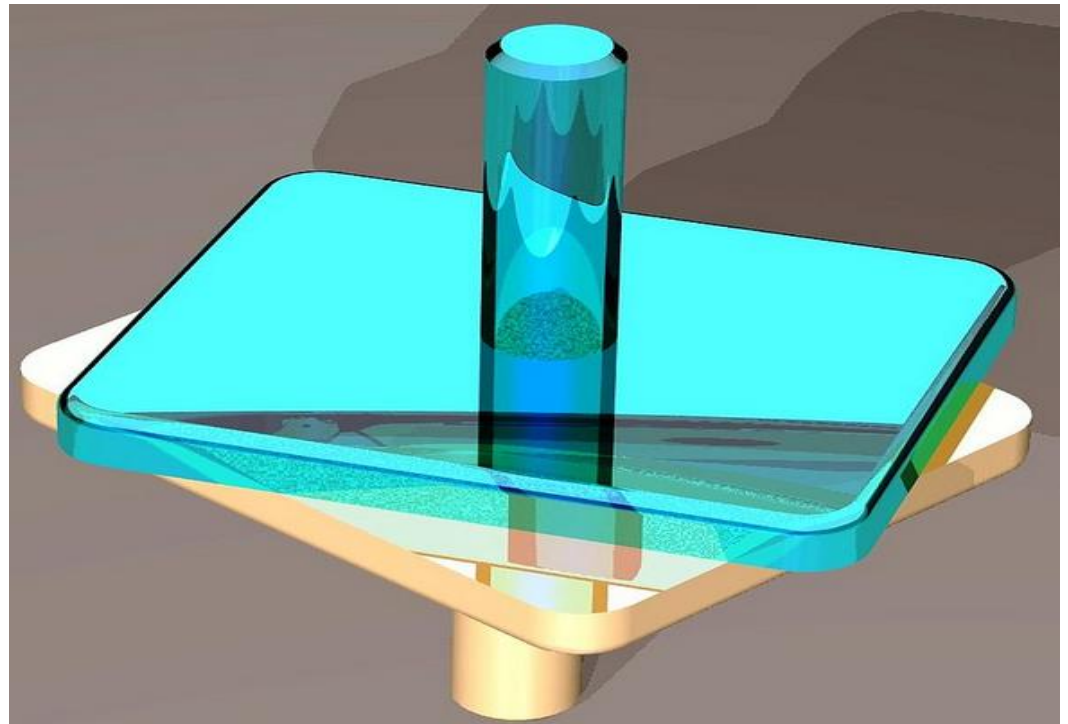
Les 06 différentes combinaisons [1]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(1) : contact surfacique, liaison plan/plan**

-La liaison plane, présente 3 degrés de liaison. Ils forcent le mouvement à rester dans un plan ($T_z=0$, $R_x=0$, $R_y=0$).

-Les deux translations et la rotation dans ce plan sont libres T_x , T_y , R_z .



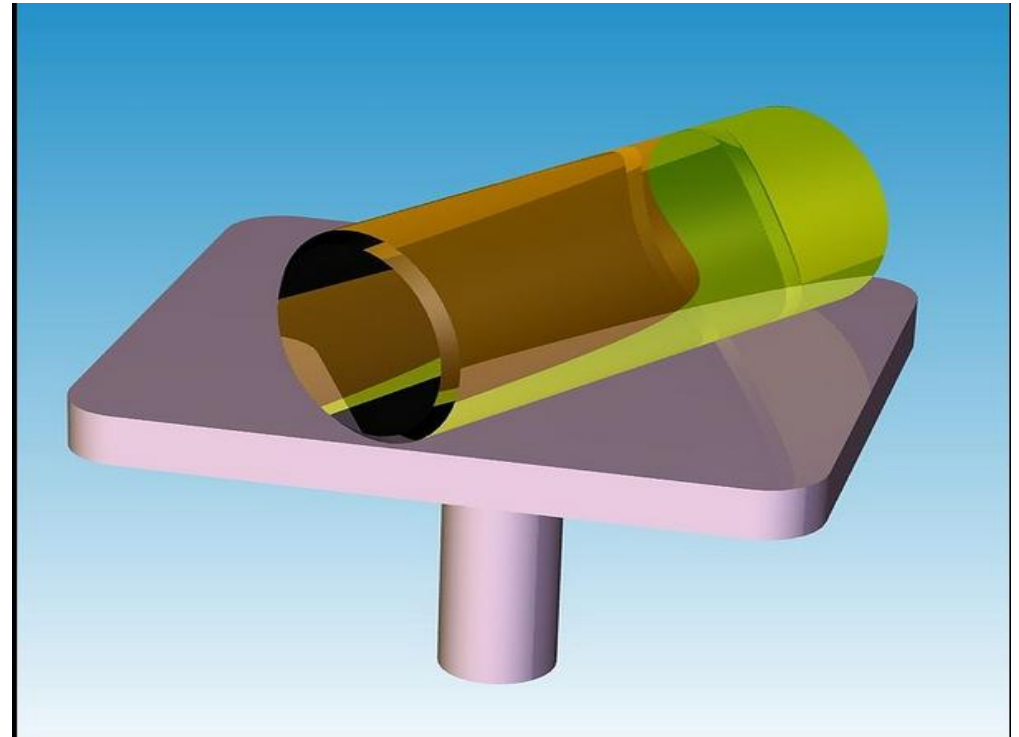
Deux faces planes en appui [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(2) : contact linéique, liaison cylindre/plan**

-Elle est l'association de 2 ponctuelles.

- Elle présente 2 degrés de liaison : la translation perpendiculaire au plan tangent (soit suivant la direction des normales) et toute rotation d'axe perpendiculaire au plan des normales de contact ($T_z=z$, $R_y=M$). Ses 04 degrés de liberté sont T_x , T_y , R_x , R_z



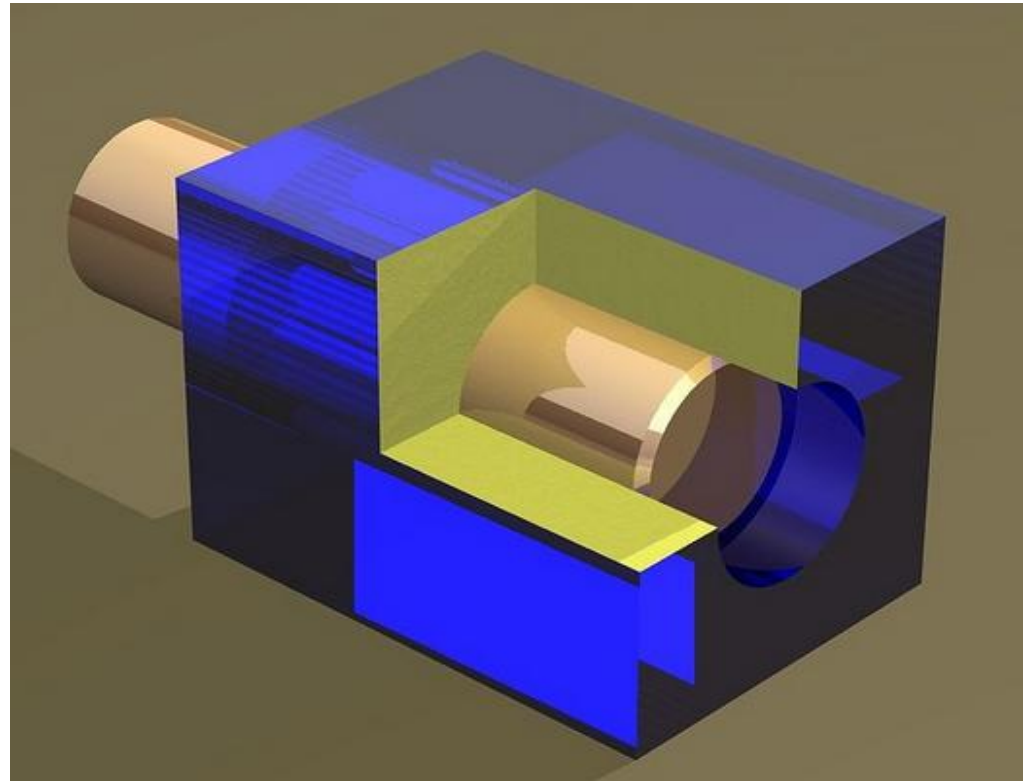
Liaison linéaire rectiligne par cylindre posé sur un plan[Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(3) : contact surfacique, liaison cylindre/cylindre**

-Elle s'obtient lorsque tous les points de contact appartiennent à un ou plusieurs cylindres coaxiaux. Les normales de contact rencontrent toutes l'axe de ces cylindres qui devient naturellement l'axe de la liaison.

C'est la seule direction caractéristique.

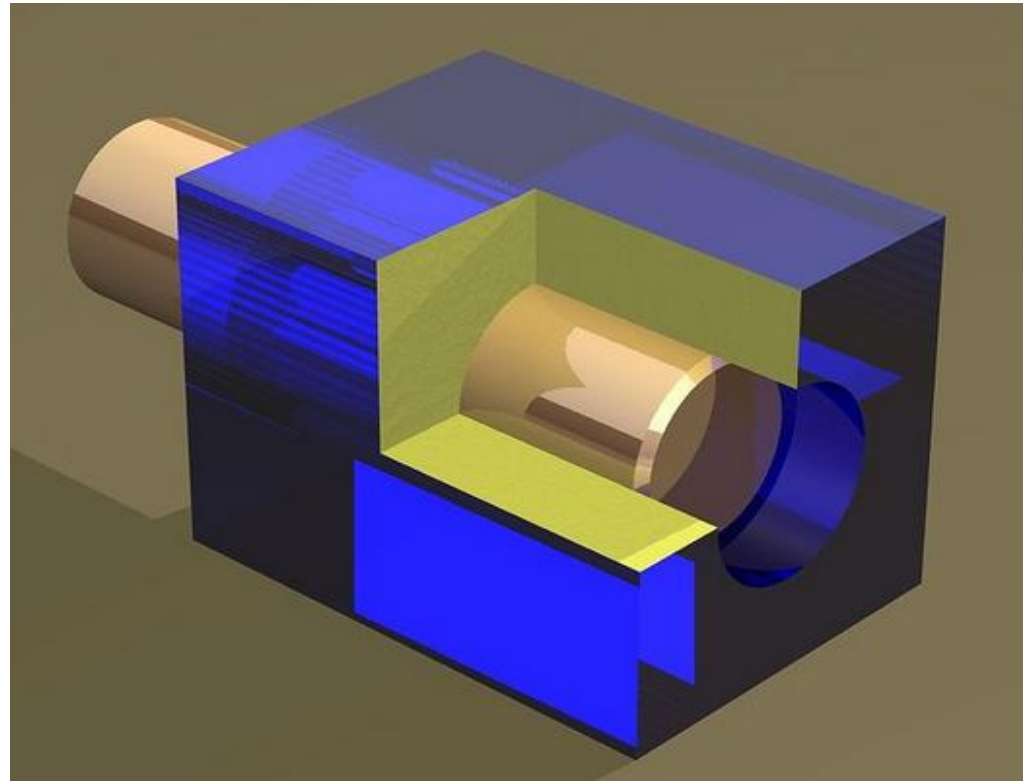


Solution pour un pivot glissant
[Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(3) : contact surfacique, liaison cylindre/cylindre**

-Elle dispose de 4 degrés de liaison puisqu'elle lie les deux translations et les deux rotations transversales ($T_z=0$, $T_y=0$, $R_y=0$, $R_z=0$).
-Ses deux degrés de liberté sont : **T_x et R_x** .



Solution pour un pivot glissant
[Wikipedia]

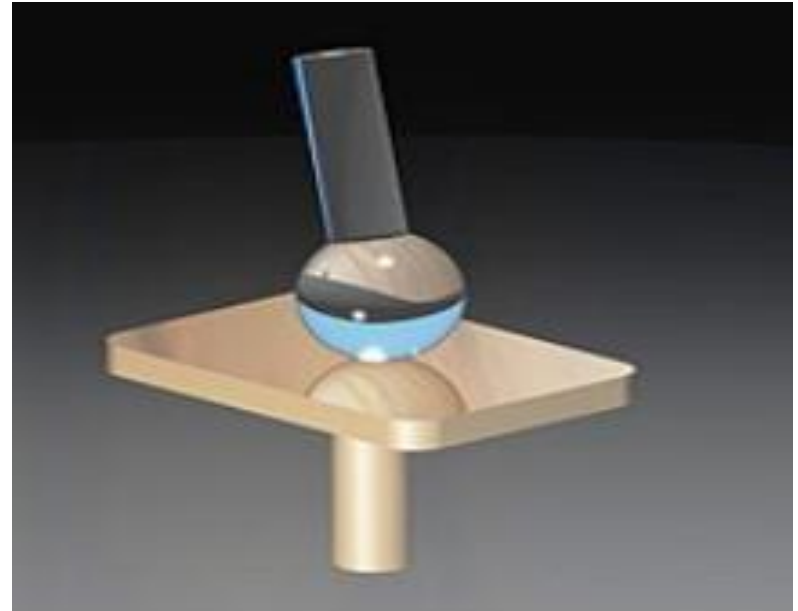
5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(4) : contact ponctuel, liaison sphère/plan**

-La liaison ponctuelle décrit un contact entre deux solides qui se réduit à un point.

-Elle présente 1 degré de liaison ($T_z=0$).

-Ses 05 degrés de liberté sont : T_x
 T_y , R_y , R_z et R_x .

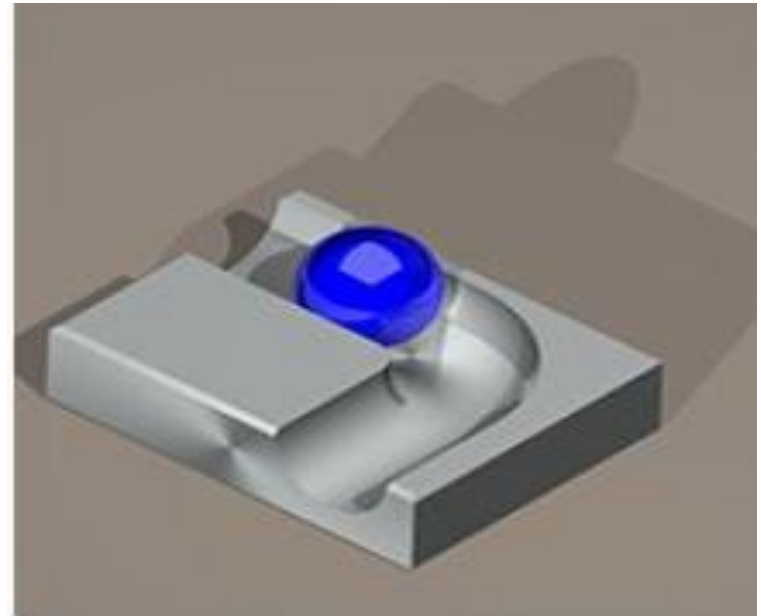


Liaison sphère/plan [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(5) : contact linéique annulaire, liaison sphère/cylindre**

- La liaison linéaire annulaire est obtenue lorsque le contact est réparti suivant un ensemble de points coplanaires et dont les normales de contact concourent.
- Elle présente 2 degrés de liaison ($T_x=0$, $T_y=0$).
- Ses 04 degrés de liberté sont : T_z , R_y , R_z et R_x .

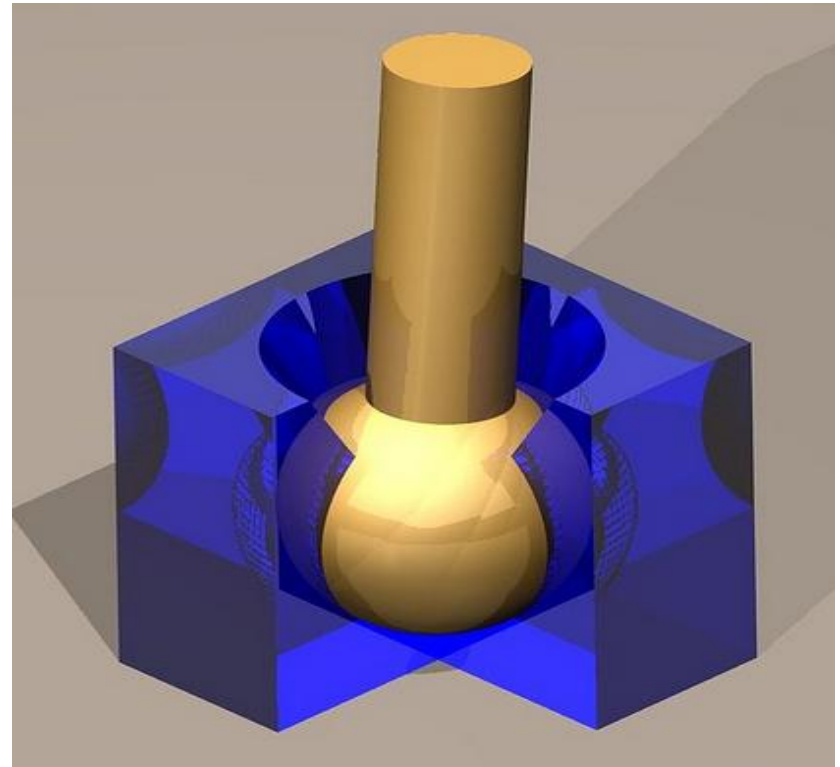


Liaison sphère/cylindre [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison simple)

- **(6) : contact rotule, liaison sphère/sphère**

-La liaison rotule s'identifie facilement par ses degrés de libertés: elle lie complètement deux pièces en translation mais les laisse libres en rotation. Elle comporte donc 3 degrés de liaisons (les 3 translations : $T_x=0$, $T_y=0$, $T_z=0$) et 3 degrés de liberté (les 3 rotations). Ses 04 degrés de liberté sont : R_y , R_z et R_x .

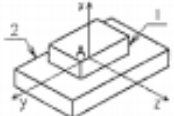
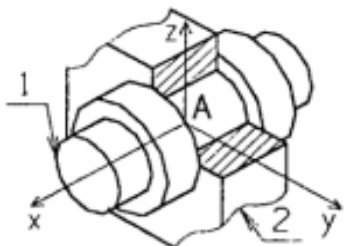
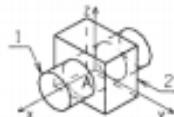
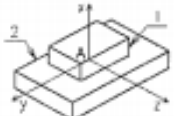
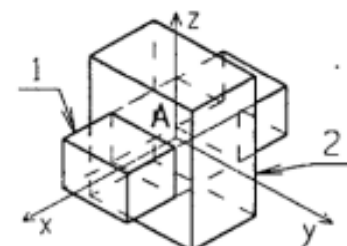
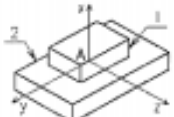

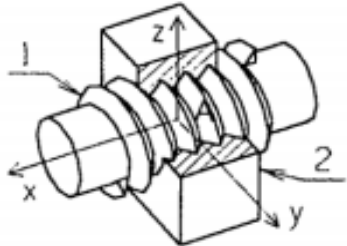

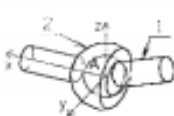
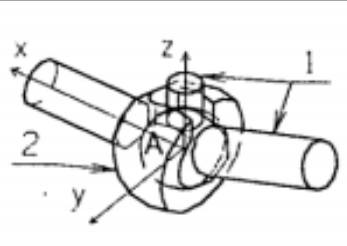



Liaison sphère/sphère [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- On appelle liaison composée, toute liaison entre deux solides $S1$ et $S2$ s'effectuant au moyen d'au moins deux liaisons élémentaires [1].
- Essentiellement à cause des problèmes de fabrication, il est très rare de trouver des liaisons Pivot, glissière, hélicoïdale et sphérique à doigt réalisées de façon élémentaire [1].

5. Mod.des.liais(liaison composée)

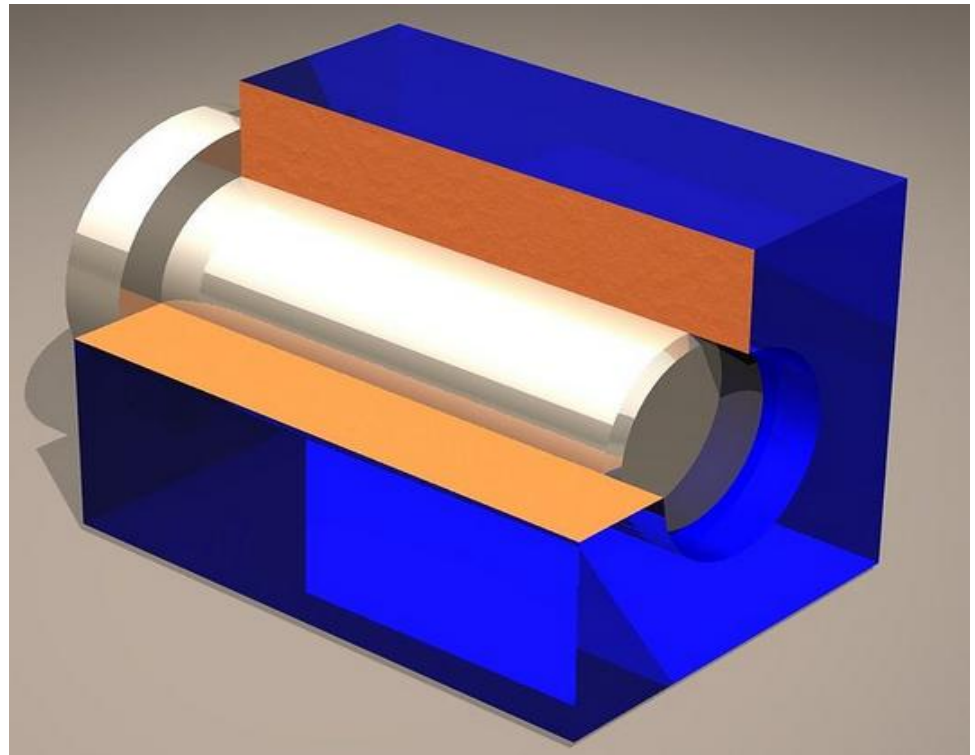
Appui-plan		(1)	Pivot	
Pivot glissant				
Appui-plan		(2)	Glissière	
Appui-plan				
Pivot glissant		(3)	Hélicoïdale	
Ponctuelle				
Sphérique		(4)	Sphérique à doigt	
Linéaire rectiligne				

Exemple de liaisons composées [1]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- **(1) : liaison pivot (pivot glissant/plan)**

- La liaison pivot est la plus rencontrée dans les systèmes mécaniques. Elle guide en rotation une pièce en ne permettant qu'une rotation autour de l'axe de la liaison. Elle comporte donc 5 degrés de liaisons ($T_x=0$, $T_y=0$, $T_z=0$, $R_x=0$, $R_y=0$) et 1 degré de liberté **Rz**.



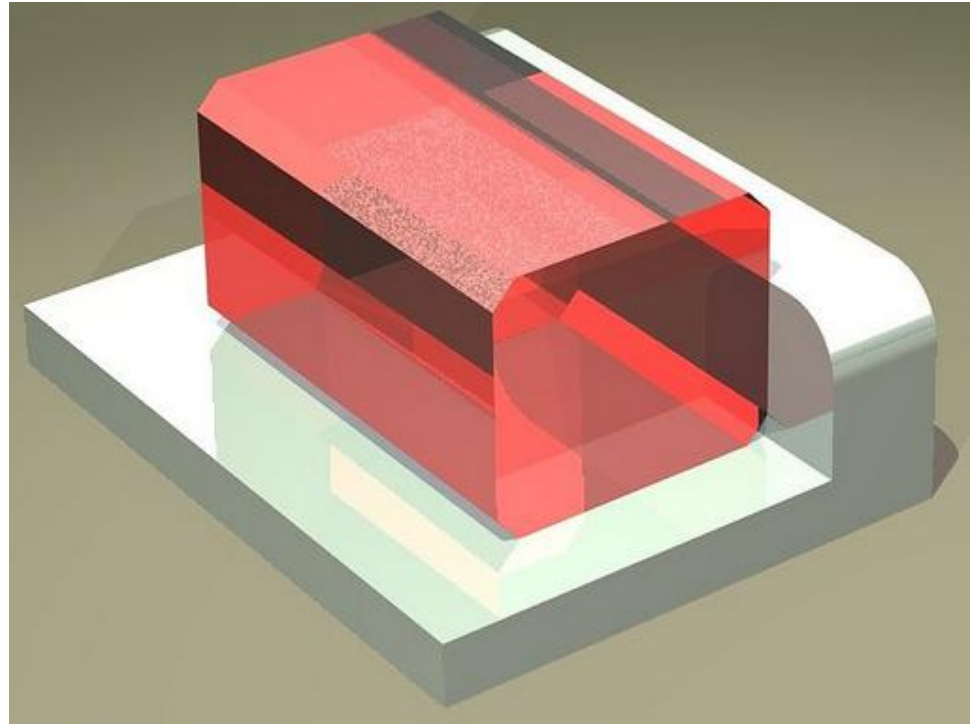
Liaison pivot par cylindre et plan radial [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- **(2) : liaison glissière (plan/plan)**

-La liaison glissière assure 5 degrés de liaison ($T_y=0$, $T_z=0$, $R_x=0$, $R_y=0$, $R_z=0$) en ne permettant que le mouvement de translation dans la direction de la liaison. La définition de cette liaison doit préciser cette direction.

-Elle possède qu'un degré de liberté T_x .



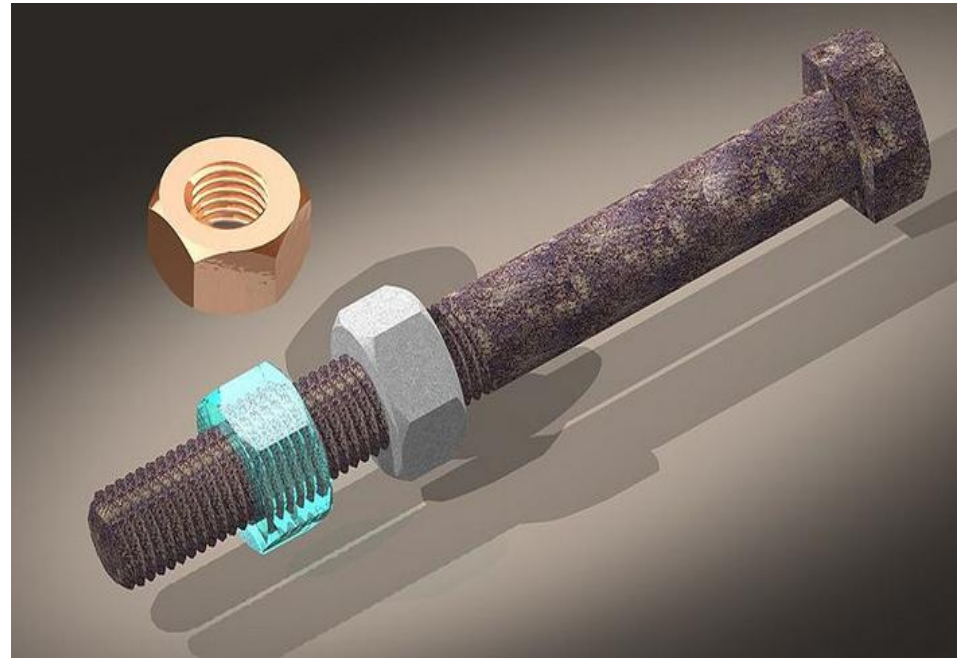
Liaison glissière [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- **(3) : liaison hélicoïdale (pivot glissant /ponctuel)**

-Ce qui caractérise cette liaison, c'est l'existence d'un mouvement *combiné* : la rotation est simultanée à la translation dans un rapport qu'on appelle le pas de vis, d'hélice ou de filet. De ce fait, il s'agit d'un seul et même degré de liberté.

- La liaison dispose donc de 5 degrés de liaison, dont les 2 translations et les 2 rotations transversales ($T_y=0$, $T_z=0$, $R_y=0$, $R_z=0$, $x= u \cdot \theta_x$).

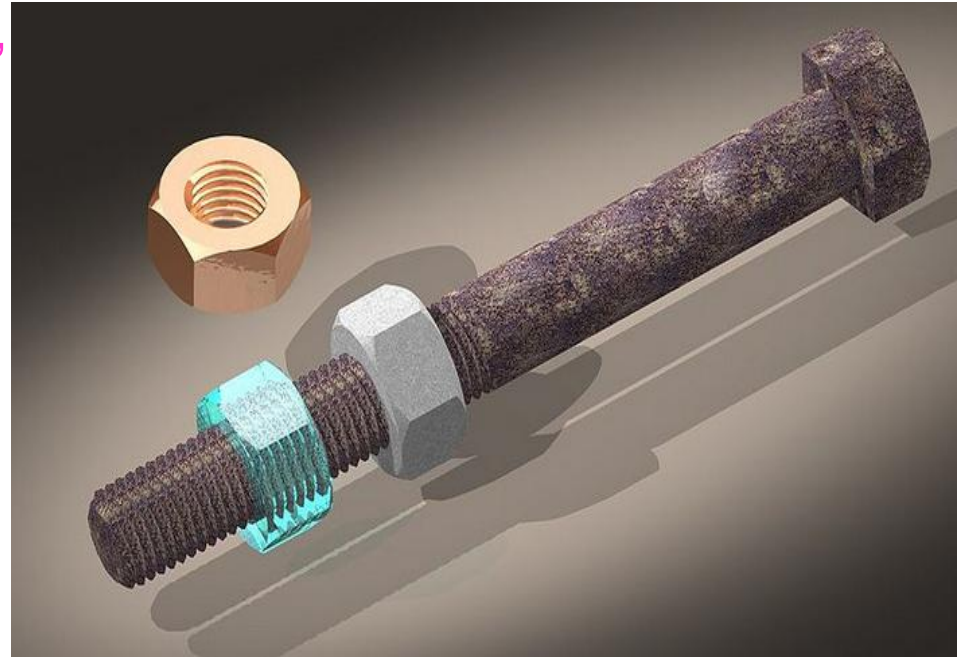


Une vis et plusieurs écrous [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- **(3) : liaison hélicoïdale (pivot glissant /ponctuel)**

-Ses degrés de liberté sont : $R_x = \theta_x$,
 $x = u \cdot \theta_x$.

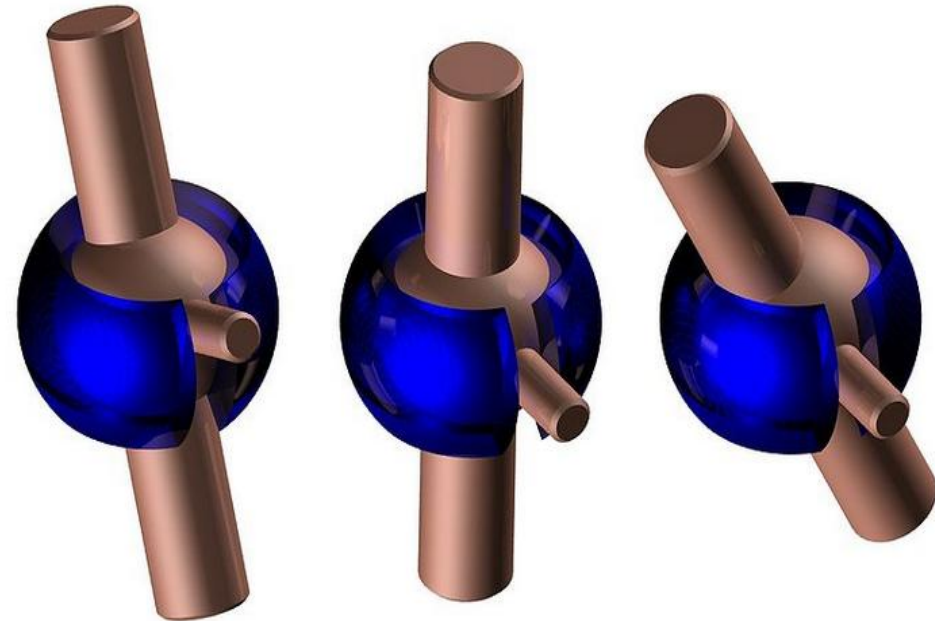


Une vis et plusieurs écrous [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

- **(4) : liaison sphérique ou rotule à doigt (sphérique/linéaire rectiligne)**

-La liaison sphérique à doigt dispose de 4 degrés de liaisons. Elle lie les 3 translations et une rotation ($T_x=0$, $T_y=0$, $T_z=0$, $R_z=0$), laissant libres les 2 autres rotations R_x , R_y .



Mouvements relatifs dans une rotule à doigt [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

liaison complète ou encastrement

-C'est le cas de deux pièces complètement solidaires. Cette liaison est parfois appelée **encastrement**. Elle ne présente en théorie aucune direction particulière. Sur le plan cinématique elle est sans intérêt puisque les pièces sont sans mouvement relatif possible.

-Elle est prise en compte dans la modélisation cinématique des mécanismes.

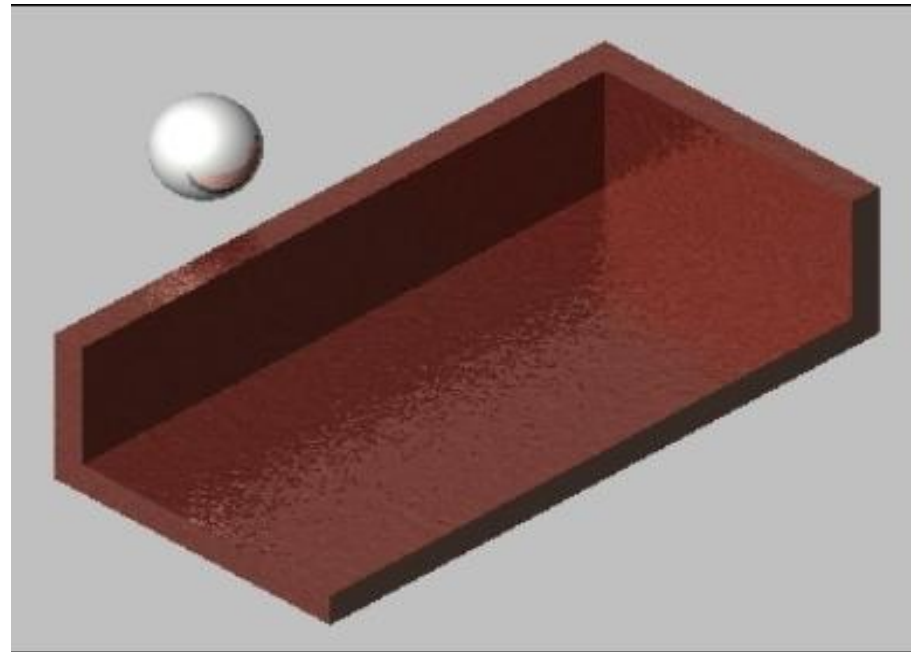


Assemblage riveté [Wikipedia]

5. Mod.des.liais(liaison composée)

liaison nulle ou libre

-Pas de point contact entre deux pièces.



Liaison libre ou nulle [Wikipedia]

5. Modélisation des liaisons (résumé)

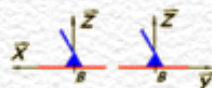


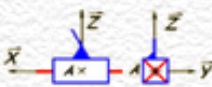

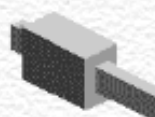
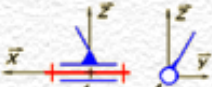





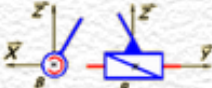





Nom de la liaison	Représentations planes	Perspective	Degrés de liberté	mobilités
Liaison encastrement de centre B			Translation Rotation 0 0 0 0 0 0	 Aucun mouvement possible
Liaison glissière de centre A et d'axe X			Translation Rotation Tx 0 0 0 0 0	
Liaison pivot de centre A et d'axe X			Translation Rotation 0 Rx 0 0 0 0	
Liaison Pivot Glissant de centre C et d'axe X			Translation Rotation Tx Rx 0 0 0 0	
Liaison hélicoïdale de centre B et d'axe Y			Translation Rotation 0 0 Ty Ry=Ty*2p/p 0 0	
Liaison Appui Plan de centre D et de normale Z			Translation Rotation Tx 0 Ty 0 0 Rz	

Tableau de résumé [2]

5. Modélisation des liaisons (résumé)







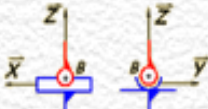


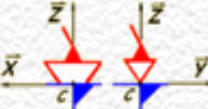


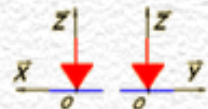


<i>Liaison rotule de centre O</i>			Translation Rotation 0 Rx 0 Ry 0 Rz	
<i>Liaison rotule à doigt de centre O d'axe X</i>			Translation Rotation 0 0 0 Ry 0 Rz	
<i>Liaison linéaire annulaire de centre B et d'axe X</i>			Translation Rotation Tx Rx 0 Ry 0 Rz	
<i>Liaison linéique rectiligne de centre C, d'axe X et de normale Z</i>			Translation Rotation Tx Rx Ty 0 0 Rz	
<i>Liaison ponctuelle de centre O et de normale Z</i>			Translation Rotation Tx Rx Ty Ry 0 Rz	

Tableau de résumé [2]

5. Mod.des.liais(torseur cinématique)

- On appelle torseur cinématique associé à la liaison de S1 et S2, le torseur noté $\{\mathfrak{g}_{S_2/S_1}\}$ représentatif de tout mouvement de S2 par rapport à S1 compatible avec la liaison des solides S1 et S2 [1].

$$\{\mathfrak{g}_{S_2/S_1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} \\ \overrightarrow{V_{A,S_2/S_1}} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{array} \right\}_A \left(\begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{array} \right) = \left\{ \begin{array}{c} \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z} \\ V_x \vec{x} + V_y \vec{y} + V_z \vec{z} \end{array} \right\}_A$$

- Si entre les deux solides n'existent aucune liaison, les six grandeurs $\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y$ et V_z sont quelconques. On dit que S2 possède 06 degrés de liberté par rapport à S1 [1].

5. Mod.des.liais(torseur cinématique)

- Si entre les deux solides existe une liaison mécanique, celle-ci va imposer « n » relations entre les six grandeurs précédentes. Par conséquent S_2 possède $(6-n)$ degrés de liberté par rapport à S_1 [1].
- Les relations les plus simples et les plus fréquentes correspondent à la nullité des grandeurs cinématiques ou à des proportionnalités entre ces grandeurs [1].
- On note le nombre de degrés de liberté par N_c .

5. Mod.des.liais(torseur transmissible)

- On appelle torseur transmissible par une liaison parfaite le torseur des actions de contact exercées par le solide S1 sur le solide S2 dont la puissance est nulle dans tout mouvement de S2 par rapport à S1 compatible avec la liaison des solides S1 et S2 [1].

$$\{T_{S_1 \rightarrow S_2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{(S_1 \rightarrow S_2)}} \\ \overrightarrow{M_{A(S_1 \rightarrow S_2)}} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}_A = \left\{ \begin{array}{l} X_{12} \cdot \vec{x} + Y_{12} \cdot \vec{y} + Z_{12} \cdot \vec{z} \\ L_{12} \cdot \vec{x} + M_{12} \cdot \vec{y} + N_{12} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_A$$

- Le nombre de degrés de liaison entre deux solides liés est le nombre de paramètres statiques indépendants. On appellera ce nombre N_s [1].

5. Mod.des.liais(liaison parfaite)

- La liaison parfaite entre deux solides S_1 et S_2 correspond à toute liaison pour laquelle la puissance des efforts intérieurs au système $(S_1 \cup S_2)$ est nulle dans tout mouvement de S_2 par rapport à S_1 compatible avec la liaison [1].

$$P_{S_1 \rightarrow S_2} = {}_A \{ \vec{T}_{S_1 \rightarrow S_2} \} \otimes {}_A \{ \vec{\Theta}_{S_2/S_1} \} \text{ torseurs exprimés au même point}$$

$$\text{Soit : } P_{S_1 \rightarrow S_2} = {}_A \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{(S_1 \rightarrow S_2)} \\ \vec{M}_{A(S_1 \rightarrow S_2)} \end{array} \right\} \otimes {}_A \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{S_2/S_1} \\ \vec{V}_{A,S_2/S_1} \end{array} \right\} = \vec{R}_{(S_1 \rightarrow S_2)} \cdot \vec{V}_{A,S_2/S_1} + \vec{M}_{A(S_1 \rightarrow S_2)} \cdot \vec{\Omega}_{S_2/S_1}$$

- La puissance des efforts intérieurs au système $S_1 \cup S_2$ est nulle lorsque le facteur de frottement des surfaces en contact est nul [1].

- [1] Cours de modélisation des mécanismes (Lycée P.Mendès France Epinal)
- [2]<http://barreau.matthieu.free.fr/cours/meca/modelisation/pages/liaisons.html>