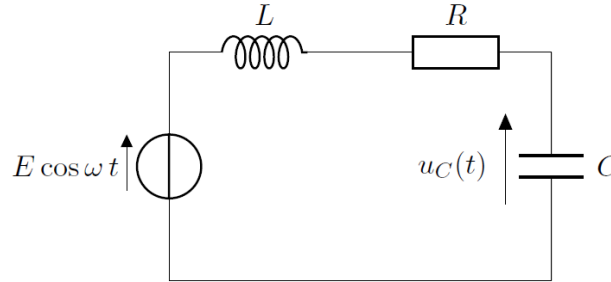


On se propose d'étudier en détail les caractéristiques de résonance d'un circuit RLC série : résonance en tension, en intensité et en impédance. La résonance est caractérisée par un maximum de ces grandeurs à une fréquence spécifique du circuit.

Exercice 1. Résonance en tension

Soit le circuit RLC suivant, alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t)$.



1. Expression de U_{C0} et φ

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
- Exprimer la tension complexe $\underline{u_C(t)}$ associée. Montrer qu'on peut aussi l'obtenir directement à partir des impédances complexes en utilisant le théorème du diviseur de tension.
- En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U_C}$.

d) Déterminer l'expression de l'amplitude U_{C0} du signal réel de $u_C(t) = U_{C0} \cos(\omega t + \varphi)$.

e) Montrer que $U_{C0} = \frac{E}{\sqrt{(1-x^2)^2 + (\frac{x}{Q})^2}}$ en utilisant les variables réduites usuelles :

pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$, facteur de qualité $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

f) Déterminer l'expression de la phase φ .

g) Montrer qu'on peut l'écrire sous la forme : $\varphi = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{(1-LC\omega^2)}{RC\omega}\right)$.

h) Réexprimer φ en fonction de x et Q .

2. Comportement de U_{C0} et φ en fonction de la pulsation réduite et phénomène de résonance.

- Etudier la fonction $U_{C0}(x)$ pour déterminer l'allure de U_{C0} en fonction de x . On distinguera 2 cas : $Q > 1/\sqrt{2}$ et $Q < 1/\sqrt{2}$.
- Calculer les valeurs limites et maximum $U_{C0}(x)$ et tracer la courbe.
- Comment évolue la courbe en fonction du facteur de qualité ?
- Etudier la fonction $\varphi(x)$ pour déterminer son allure en fonction de x .
- Calculer les valeurs limites et maximum $\varphi(x)$ et tracer la courbe.
- quelle est la valeur du déphasage à la résonance ?

Exercice 2. (Bonus) Résonance en intensité (voir aussi TD6 ex2 et ex3)

On continue à étudier le circuit RLC série en régime sinusoïdal.

1. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité \underline{I} à partir de celle de la tension aux bornes du condensateur déterminée dans l'exercice précédent.

2. En déduire l'expression de l'amplitude réelle I_0 et montrer qu'en fonction des variables réduites usuelles :

pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$, facteur de qualité $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ elle vaut :

$$I = \frac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

3. Etudier la fonction $I_0(x)$ pour déterminer l'allure de I_0 en fonction de x .

4. Calculer les valeurs limites et maximum et tracer la courbe.

5. Comment évolue la courbe en fonction du facteur de qualité ?

6. Déterminer l'expression du déphasage φ' de l'intensité par rapport au déphasage de la tension aux bornes du condensateur.

7. Calculer les valeurs limites et maximum de $\varphi'(x)$ et tracer la courbe. Que vaut le déphasage à la résonance ?

Exercice 3. (Bonus) Résonance en impédance

Soit un circuit RLC série en régime sinusoïdal.

1. Quelle est l'expression de l'impédance complexe totale du circuit ?

2. Quelle est l'expression de l'impédance réelle ? Pour quelle pulsation est-elle minimale ?