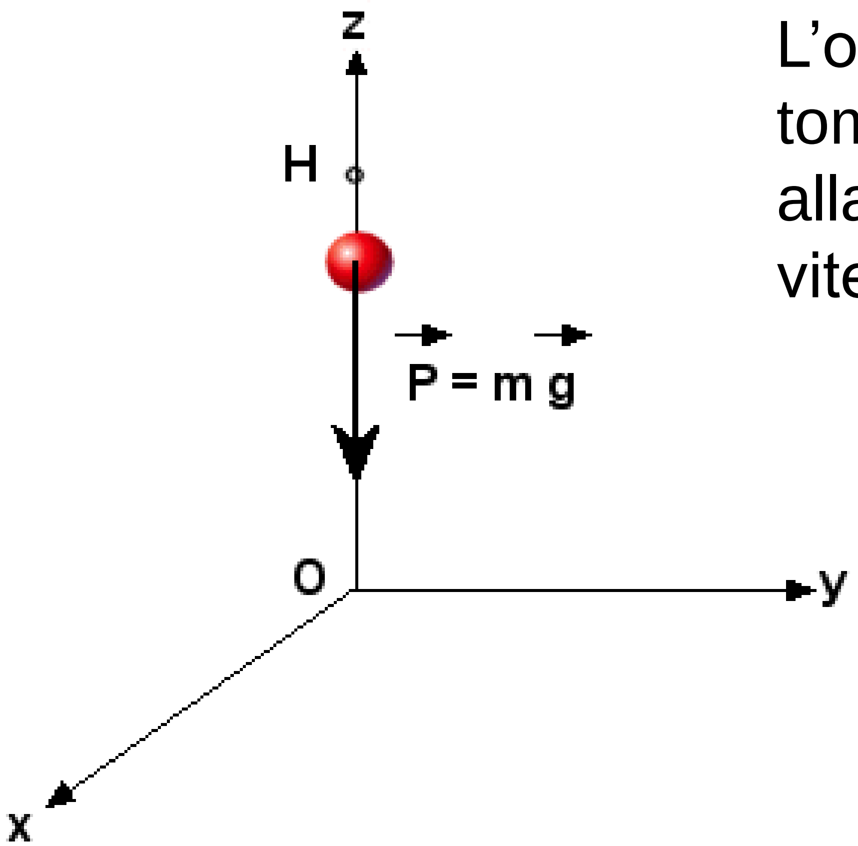
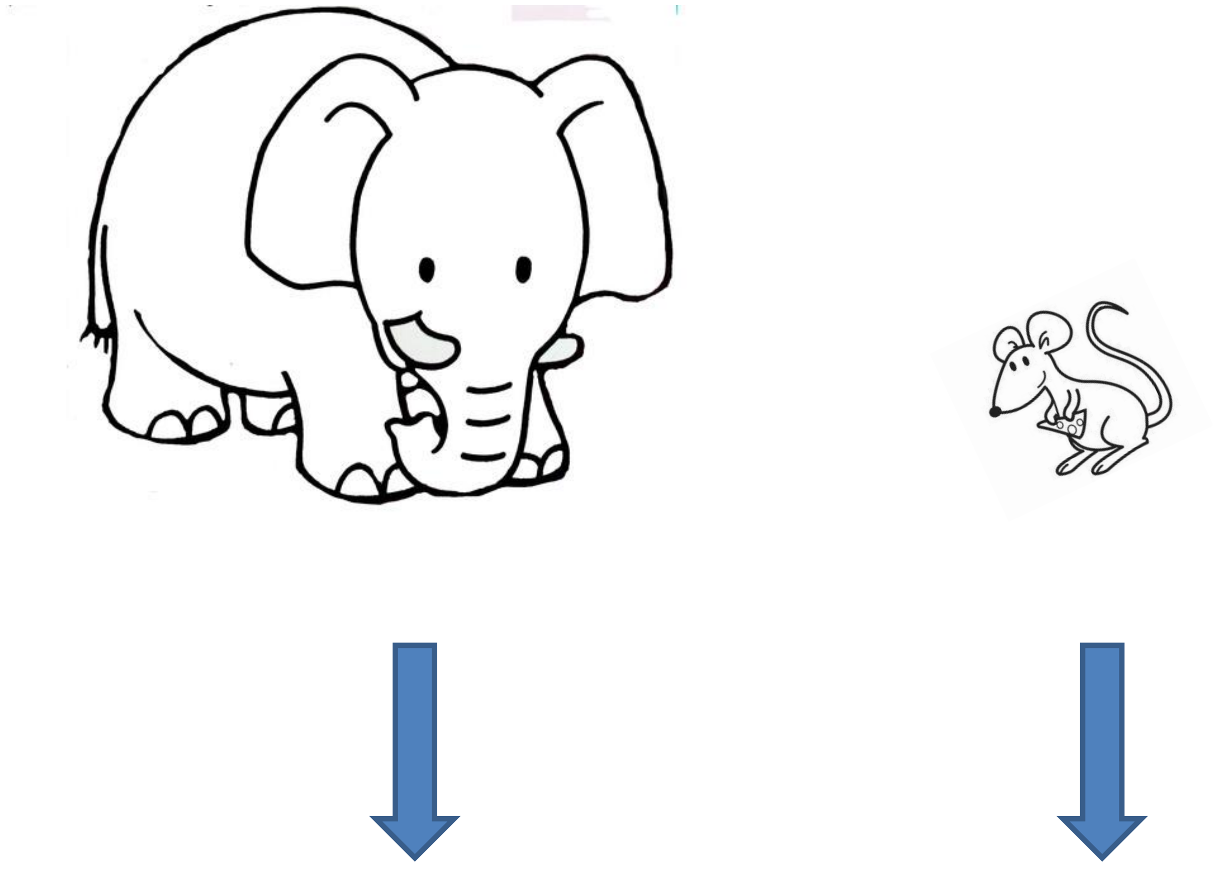
# MECANIQUE CLASSIQUE
# Chapitre 4 : Chutes
# [Dynamique appliquée à des systèmes simples]

Introduction
1. Force de gravitation
2. Chute libre

Introduction




L’objet d’étude : un objet tombe, vers le bas, en allant de plus en plus vite…



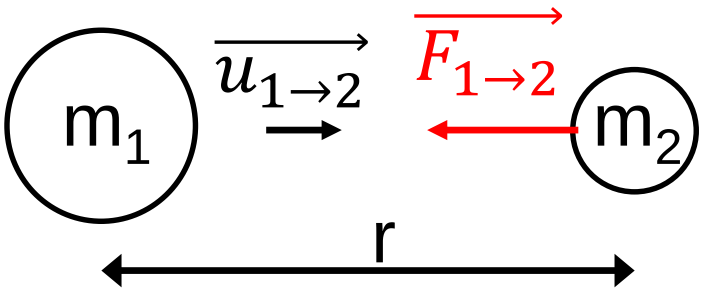
Un éléphant et une souris tombent  de 10 m.
Lequel arrive au sol le premier ?

tous les objets tombent avec le même mouvement indépendamment de leur masse

On verra aussi que : **chute libre = apesanteur**

Apesanteur dans un vol parabolique

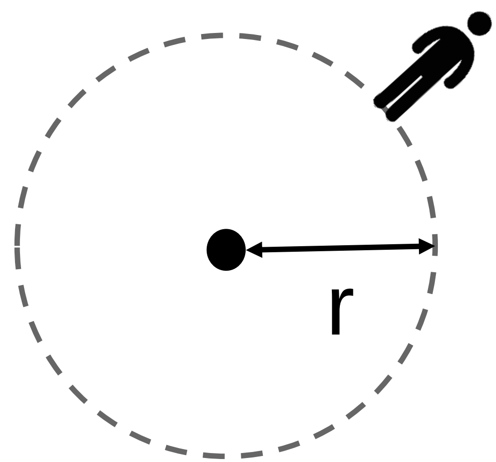
# 1. Force de gravitation




$$\boxed{\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{u_{1\to 2}}}$$

$G = 6{,}67\ 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$

Remarque : expression valable pour des corps ponctuels.
Valable aussi pour des corps plus gros et sphériques :




**Théorème de Gauss** (admis)
Un corps à symétrie sphérique exerce la même force qu’une masse ponctuelle située en son centre

$$\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\overrightarrow{u_{1\to 2}}$$

$$G = 6{,}67\ 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$$

**Application :**

calculer la force d'attraction qu'exerce la Terre sur vous

$$\|\vec{F}\| = \frac{GM_Tm}{{R_T}^2}$$

$$M_T = 6\ 10^{24} kg$$

$$R_T = 6400\ km$$

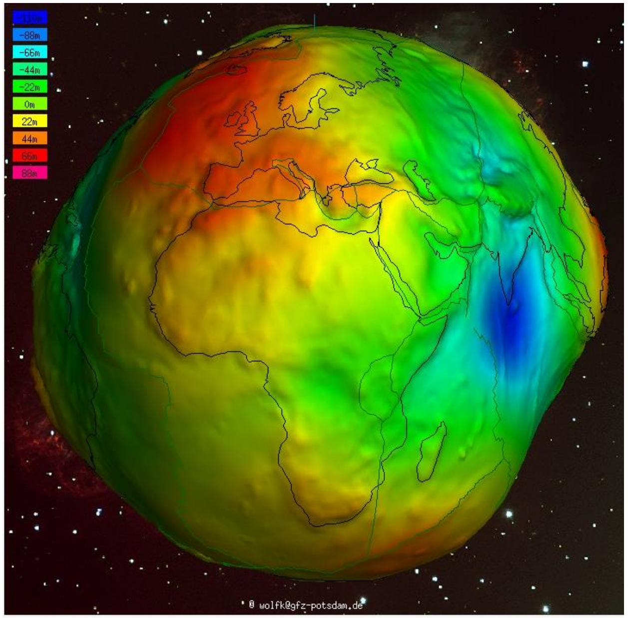
$$\Rightarrow \quad \|\vec{F}\| = quelques\ centaines\ de\ Newtons$$

Remarque : on peut aussi faire le calcul en utilisant

$$\|\vec{F}\| = mg \qquad g = 9.81\ ms^{-2}$$

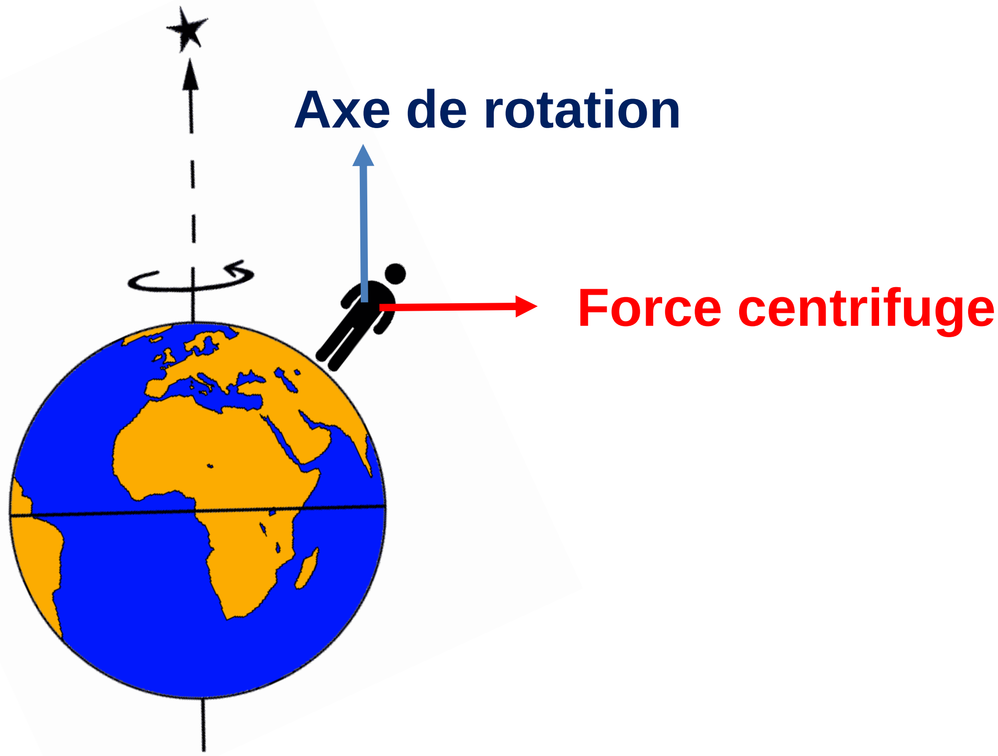
Remarque

1. La Terre n’est pas sphérique, donc théorème de Gauss limité



Remarque 2. La Terre tourne, donc on néglige la force centrifuge

Dans quelle direction pointe l'axe de rotation de la Terre ?
→ La force centrifuge nous projette légèrement à la perpendiculaire de cette direction



Remarque 3
g est variable en fonction de la forme de la Terre, de la force centrifuge, et aussi du contenu des sols :
nappe d'eau, pétrole (géodésie)

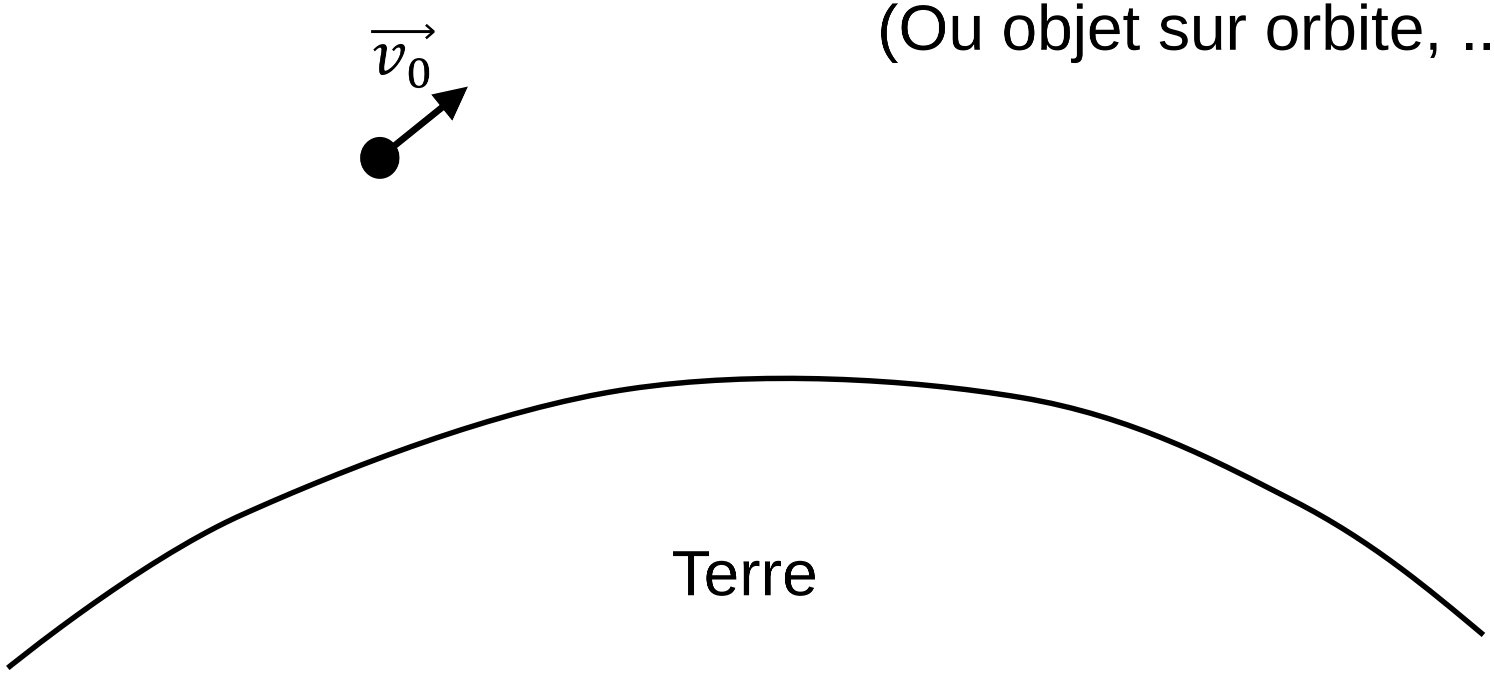

La surface moyenne de l'océan, une équipotentielle de pesanteur
1: creux du fond océanique
2: corps moins dense (sel, pétrole,...) que l'encaissant
3: corps plus dense (fer, or, platine,...) que l'encaissant
4: bosse du fond océanique

## 2. Chute libre

Objet qui tombe et qui a une vitesse initiale quelconque.

Que se passe t il ?

Parabole
(Ou objet sur orbite, ..)



Remarque 1

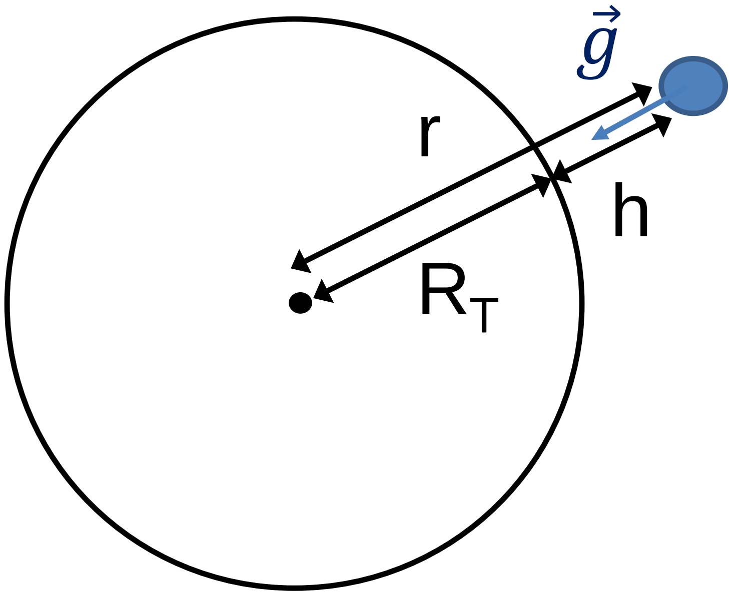
On **néglige les forces de frottement**

Est-ce crédible pour un caillou qui tombe ?
Oui

Une navette spatiale qui retombe sur Terre ?
Non (optimisée pour qu'il y ait un maximum de frottement et limiter la vitesse d'impact)

Remarque 2

**g varie en fonction de la hauteur h**
Autrement dit il faudrait en toute rigueur prendre g=g(h)




$$g(h) = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}$$

Application : calcul de g lorsque h = 0 m et h= 10m

$$g(h) = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}$$

$$M_T \approx 6\ 10^{24} kg$$

$$R_T \approx 6400\ km$$

$G = 6{,}67\ 10^{-11}$ $m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$

$$g(h = 0) = 9{,}77051\ ms^{-2}$$

$$g(h = 10m) = 9{,}77048\ ms^{-2}$$

Application : variation relative de g ?

$$g(h = 0) = 9{,}77051\, ms^{-2}$$
$$g(h = 10m) = 9{,}77048\, ms^{-2}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{g(h = 10m) - g(h = 0m)}{g(h = 0m)}$$

Remarque : formule plus générale d’une variation relative (pour h petit)

$$g(h) = g(h=0) + \left.\frac{dg}{dh}\right|_{h=0} \times h$$

Calcul de la variation relative :

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\right) = GM_T \times \frac{d}{dh}\left(\frac{1}{(R_T+h)^2}\right) = \frac{-2GM_T}{(R_T+h)^3}$$

$$\left((a+x)^{-2}\right)' = -2 \times 1 \times (a+x)^{-3} = \frac{-2}{(a+x)^3}$$

$$g(h) = g(h=0) + \left.\frac{dg}{dh}\right|_{h=0} \times h$$

$$\frac{\Delta g}{g(0)} = \frac{g(h) - g(h=0)}{g(h=0)} = \left.\frac{dg}{dh}\right|_{h=0} \times \frac{h}{g(h=0)}$$

$$\frac{\Delta g}{g(0)} = \left.\frac{-2GM_T}{(R_T+h)^3}\right|_{h=0} \times \frac{h}{\frac{GM_T}{{R_T}^2}}$$

$$\frac{\Delta g}{g(0)} = \frac{-2GM_T}{{R_T}^3} \times \frac{h}{\frac{GM_T}{{R_T}^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta g}{g(0)} = \frac{-2h}{R_T}}$$

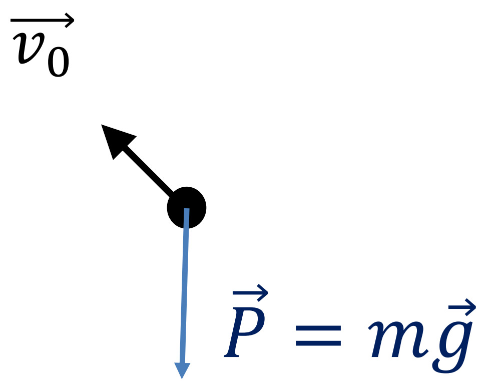
**h entre 0 et 10 m ?**

$$\frac{\Delta g}{g(0)} = \frac{-2 \times 10}{6\,400\,000} \sim 3\ 10^{-6}$$

→ Entre 0 et 10 mètres la variation relative de g est de quelques millionièmes – donc si on n'a pas besoin d'une meilleure précision on peut considérer g constant.

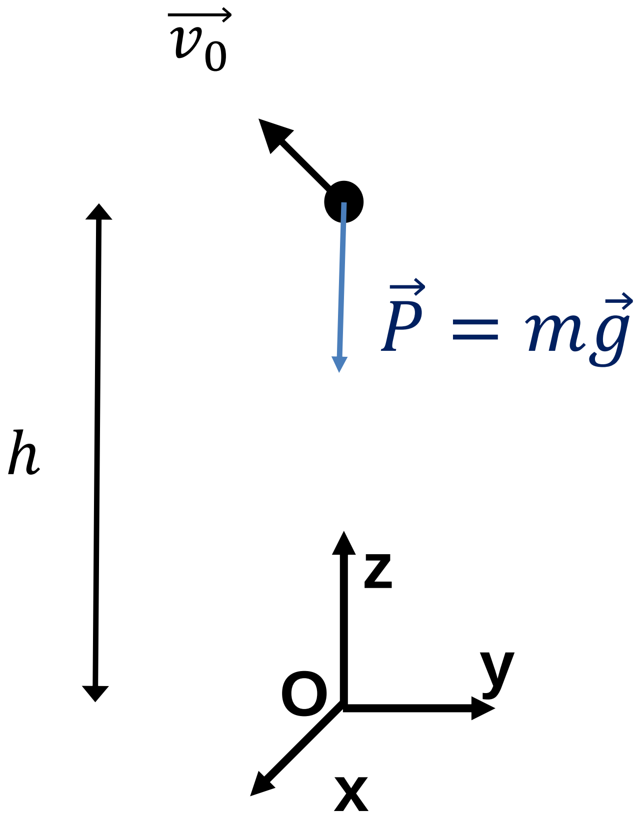
PROBLEME TYPE

Soit un corps ayant une vitesse initiale v0, soumis à une seule force, son poids. Quel est le mouvement de ce corps ?



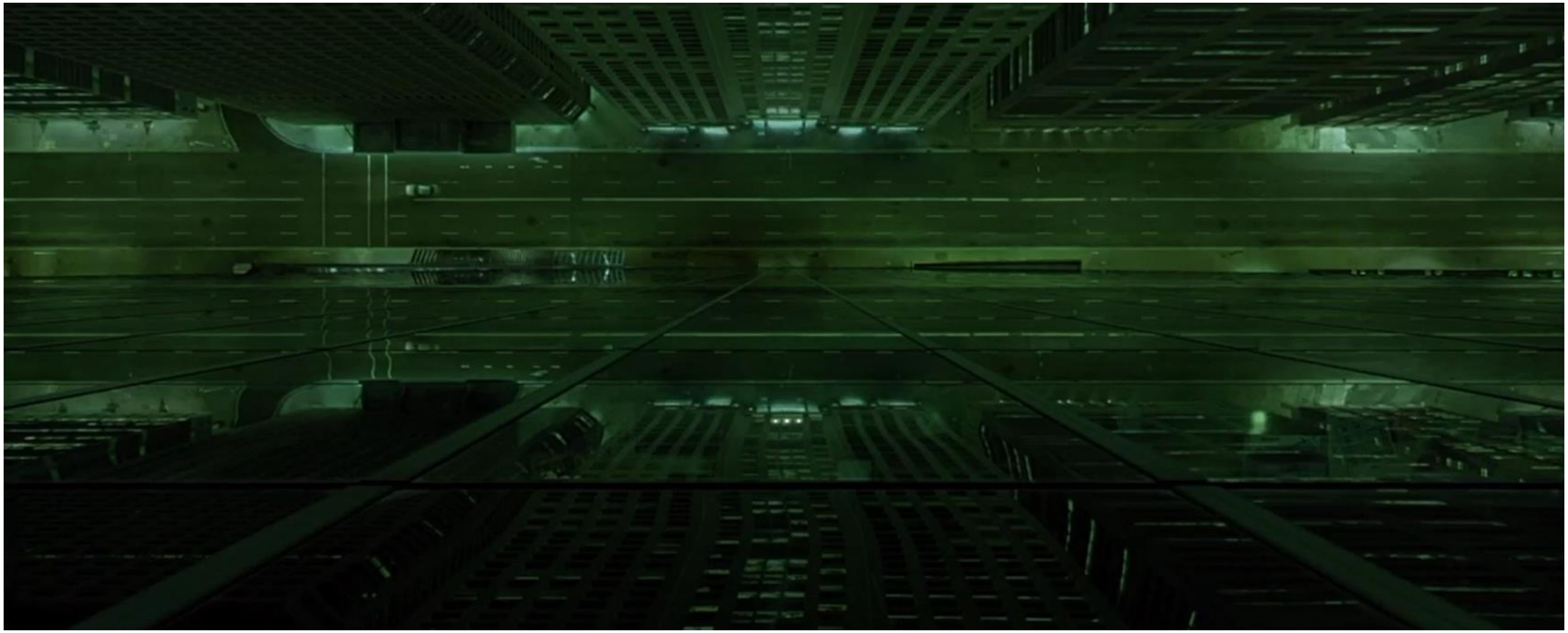

$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases} \quad ?$$

On trouve : (voir supplément)

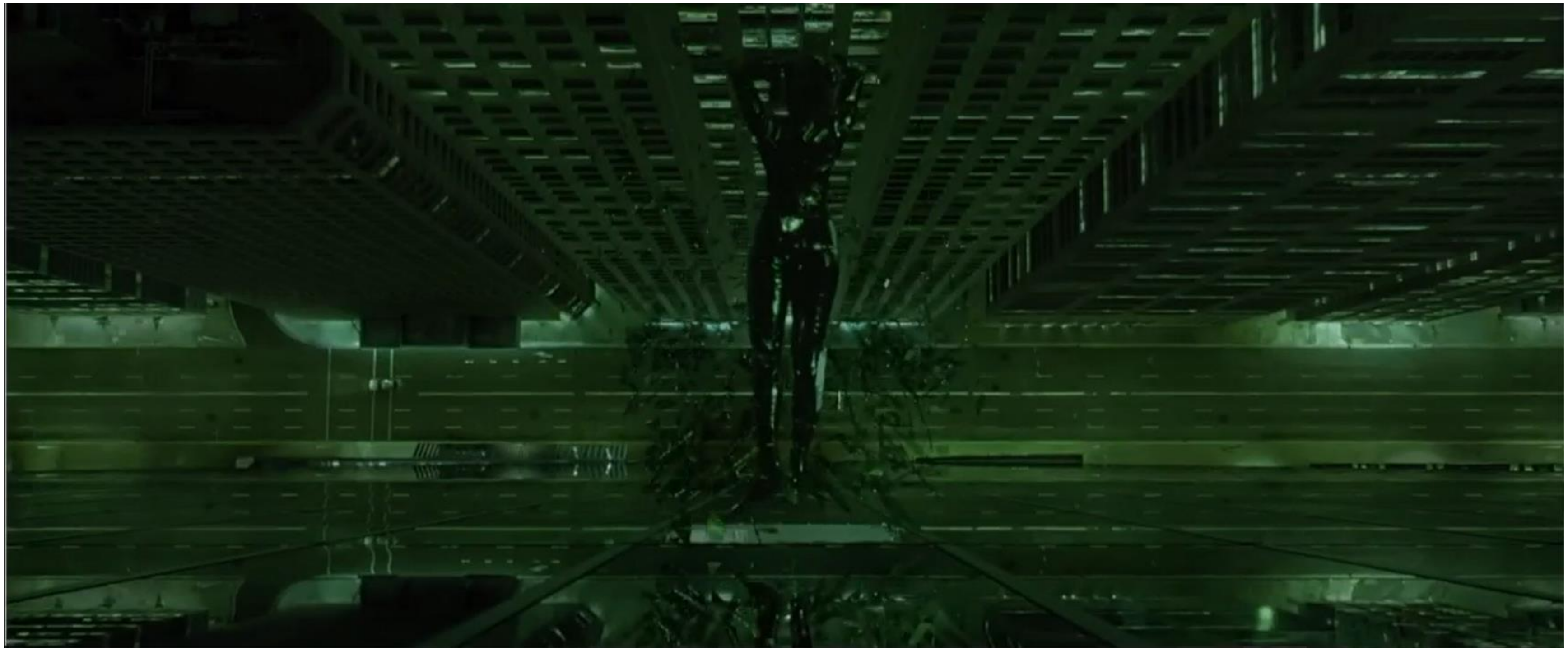



$$\begin{cases} x = \ v_{0x}t \\ y = v_{0y}t \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + h \end{cases}$$

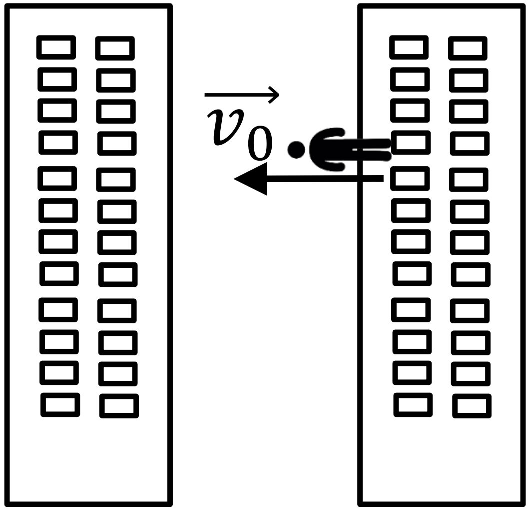
# Appliquons ce résultat au cas de Trinity (Matrix)



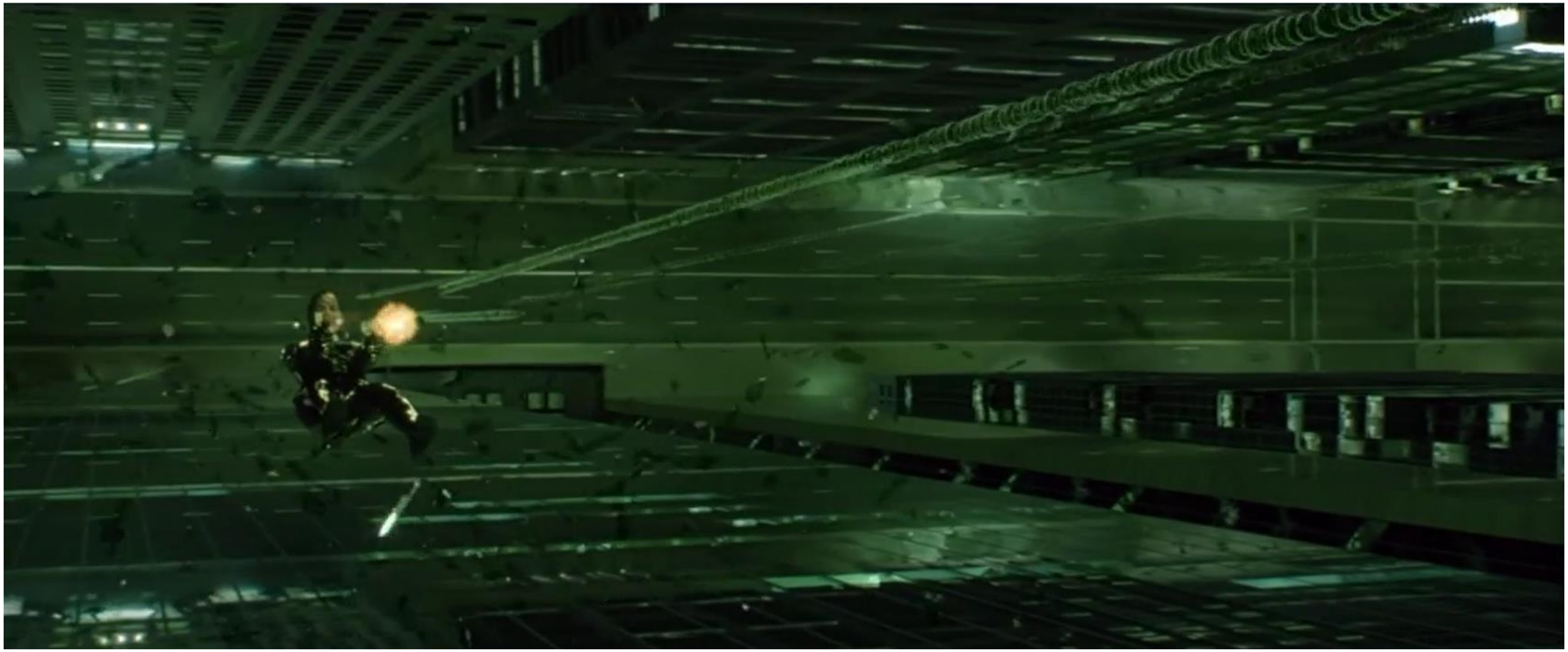
Rue vue de dessus entre 2 gratte-ciels



Trinity s’échappe en sautant par la fenêtre


$\overrightarrow{v_0}$

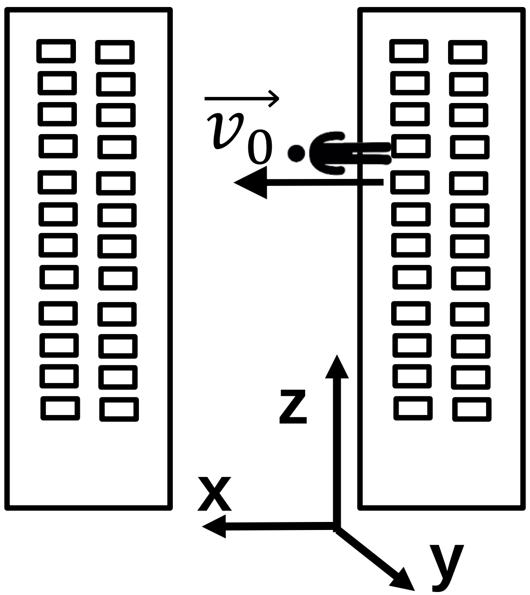
Vitesse d’impulsion : horizontale



les morceaux de verre chutent à la même vitesse que Trinity

(Elle est toujours à 2 mètres du bord de l'immeuble)

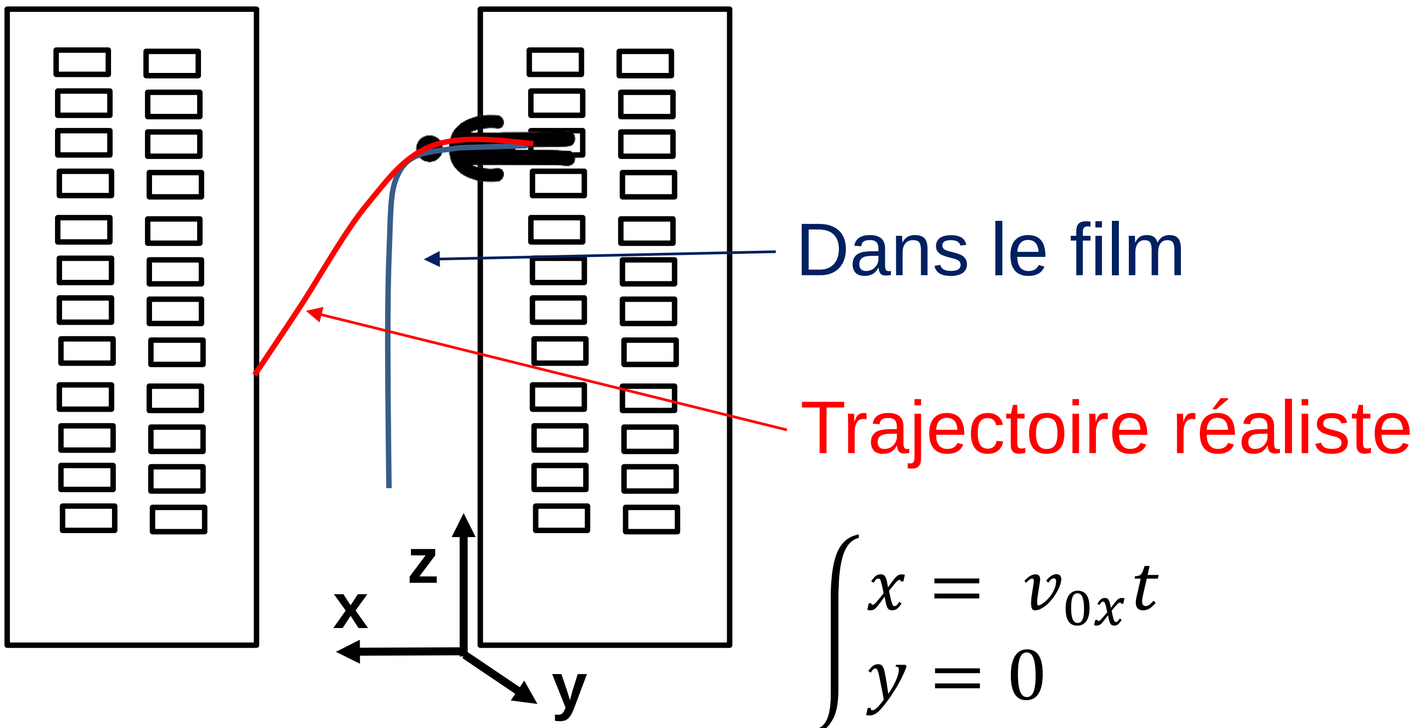
Appliquons ce résultat au cas de Trinity dans Matrix




$$\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = 0 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

→ Une erreur de réalisme dans la vidéo! Déplacement selon x varie en fonction du temps

La composante en x augmente avec le temps donc Trinity devrait percuter l'immeuble d'en face




$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = 0 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

Autre calcul type
Vitesse à un instant t à partir des équations horaires

Cas le plus simple : vitesse initiale nulle

(Voir complément manuscrit)

VOCABULAIRE : **Equation horaire**

= coordonnées x y et z en fonction de t. Par exemple :

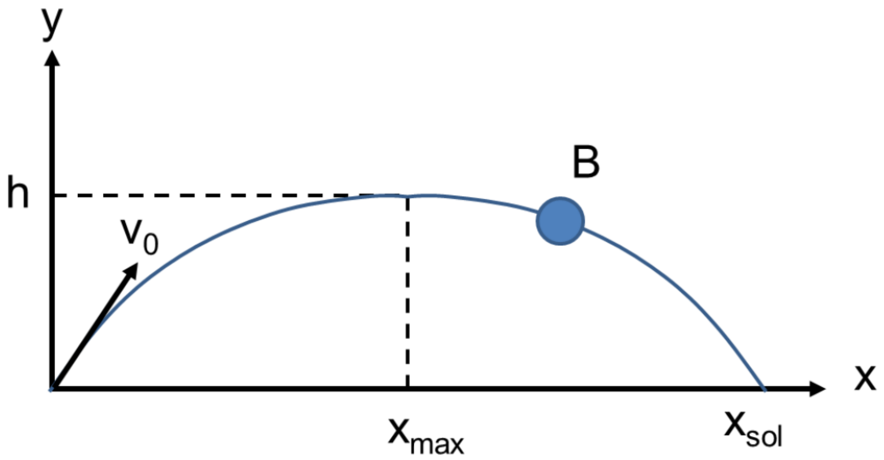
$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = 0 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

VOCABULAIRE : **Trajectoire**

Equation de z (ou y,…) en fonction de x.

Par exemple, voir TD :

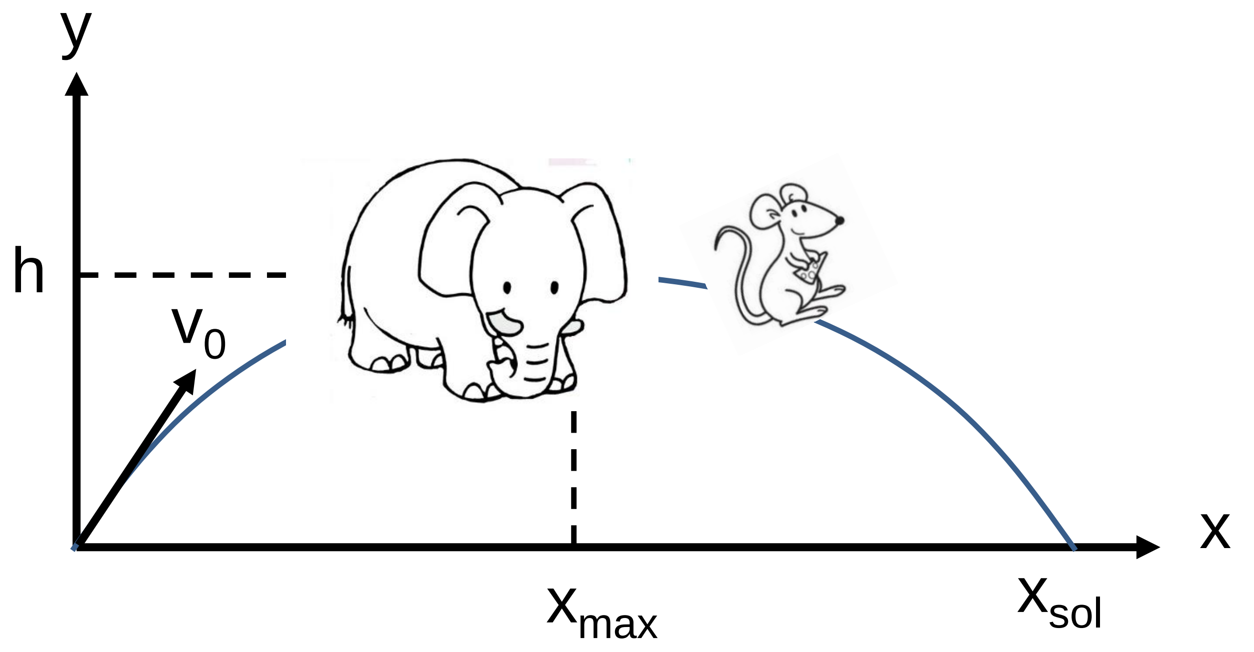
$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y} \left(\frac{x}{v_{0x}}\right)$$




Remarque : ce type de trajectoire est parabolique

Remarque : la trajectoire ne dépend pas de la masse (en l'absence de frottement)

→ tous les corps suivent la même trajectoire



Remarque : chute libre = apesanteur

Apesanteur : situation dans laquelle la pesanteur ne se fait plus sentir

= l'observateur ne peut voir l'effet de l'accélération g

Limite : frottements de l'air (négligeables à l'intérieur d'un avion en vol parabolique)

Remarque : chute libre = apesanteur

Les vols paraboliques n’abolissent pas la pesanteur, mais suivent simplement les corps en train de tomber.