Exercice 1. Modélisation de l'œil

Un modèle très simplifié de l'œil humain consiste à assimiler le cristallin à une lentille mince, et la rétine à un écran plat.

1. Une lentille mince convergente L1 donne d'un objet (réel) AB situé à une distance D1 = 14 cm de son centre optique O une image A'B' nette sur un écran situé à une distance d = 28 mm. Quelle est la valeur f1 de sa distance focale ?

2. L'objet AB est éloigné du centre optique de L1 jusqu'à une distance D2 = 28 cm de O, et L1 est remplacée par une autre lentille L2 dont la distance focale est telle que son image A'B' soit à la même distance d = 28 mm du centre optique O de L2. Quelle est la valeur de f2 ?

3. Les valeurs du punctum proximum (PP) et du punctum remotum (PR) d'un œil myope sont respectivement 14 cm et 28 cm. Son cristallin est assimilé à une lentille mince convergente, et sa rétine à un écran dont la distance au centre optique du cristallin est 28 mm.

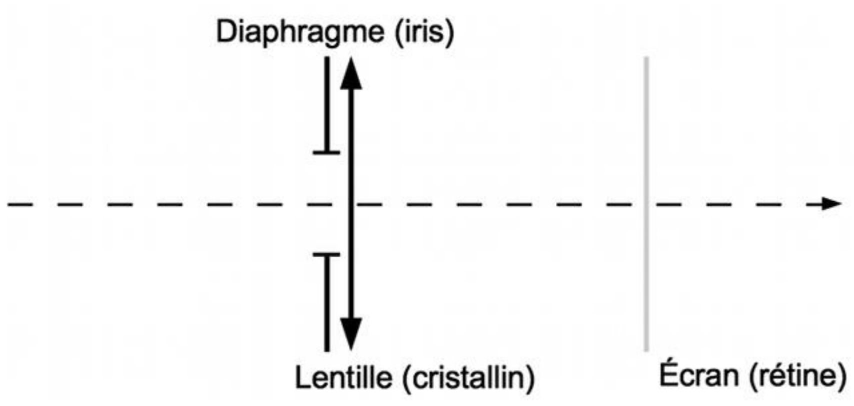
(a) Quelles sont les valeurs extrêmes fmin et fmax de la distance focale du cristallin lorsque cet oeil accommode pour voir nettement entre son PP (accommodation maximum) et son PR (pas d'accommodation, oeil au repos) ?

(b) En déduire son amplitude d'accommodation A, définie par $\mathrm{A} = \frac{1}{fmin} - \frac{1}{fmax}$.

4. Pour permettre à cet oeil de voir nettement à l'infini lorsqu'il est au repos, on le "corrige" à l'aide d'une lentille L0 de centre optique Oc placée à une distance d0 = 14 mm du cristallin.

(a) La lentille L0 est-elle convergente ou divergente ? Quelle est sa distance focale ?
Remarque : Il est conseillé, pour cette question, de faire un schéma faisant apparaître la lentille mince figurant le cristallin, l'écran figurant la rétine, la lentille de correction ainsi que le PR de cet oeil myope ; échelle conseillée : 1cm = 28 mm.

(b) En utilisant la formule de conjugaison des lentilles minces, trouver la valeur du PP de l'œil ainsi "corrigé" ?



Ex2. Lunette de Galilée

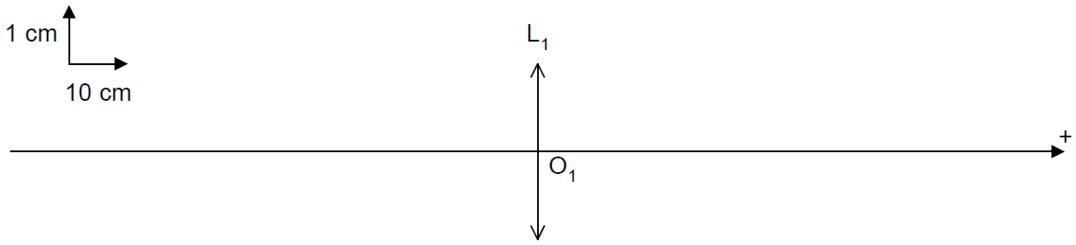
La lunette de Galilée est constituée de deux lentilles minces dont les axes optiques sont confondus. La première lentille L1 est une lentille convergente de distance focale f’1. La deuxième lentille L2 est une lentille divergente de distance focale f’2. Voir la figure ; attention, l’échelle n’est pas respectée.

L'observateur dirige la lunette vers un objet AB de hauteur h situé à la distance D de la lunette. A, pied de l'objet, est situé sur l'axe optique.

Données numériques :
h = AB = 0,70 m ; D = O1A = 50 m ; f’1 = $\overline{O1F'1}$ = 0,80 m ; f’2 = $\overline{O2F'2}$ = -0,08 m.

1. Déterminer par le calcul la position de l'image A'B' donnée de AB par la lentille L1. Quelle est la taille et le sens de cette image ?

2. En tenant compte des résultats précédents, situer sur le schéma ci-dessous : L1, ses foyers et l'image A'B'.



3. A'B' joue le rôle d'objet pour la lentille L2. Celle-ci est située à la distance d = O1O2 en arrière de L1. On donne d = 0,70 m.

3.1. Sur un schéma, représenter les deux lentilles, leurs foyers et A'B'. Quelle est la nature de l'objet A'B' pour la lentille L2 ?

3.2. Construire l'image A’’B’’ de A'B' donnée par L2.

3.3. Calculer la position et la taille de A’’B’’ et confirmer le résultat précédent.

4. Calculer :

4.1. Le diamètre apparent a de l'objet AB, pour un observateur dont l’oeil est placé en F2, foyer objet de la lentille L2.

4.2. Le diamètre apparent a’’ de l'image A’’B’’ pour le même observateur regardant dans L2, son œil étant toujours en F2.

5. Par définition, le grossissement G d'un système optique est le rapport du diamètre apparent de l'image définitive a’’ au diamètre apparent de l'objet observé a. Calculer le grossissement de la lunette dans les conditions étudiées ci-dessus.

6. La lunette est utilisée convenablement lorsque l’oeil n'accommode pas, c'est-à-dire si l'image définitive est située à l'infini. Ceci est obtenu en déplaçant L2 par rapport à L1, en agissant sur une bague de réglage (l’objet est supposé à l’infini).

6.1. Quelle est alors la distance entre les deux centres optiques ?

6.2. Dans ce cas le grossissement de la lunette de Galilée est égal au rapport des distances focales des deux lentilles. Faire l’application numérique.

Ex3. Téléobjectif d’appareil photographique

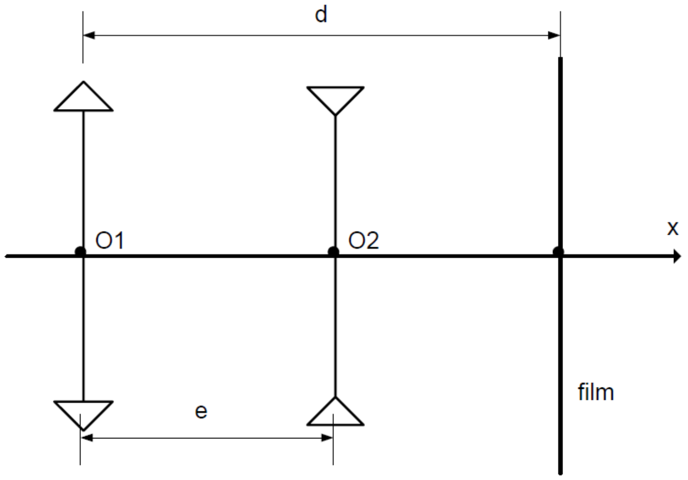
Un téléobjectif est formé de deux lentilles minces L1 et L2 distantes de *e*= 2 cm. La lentille L1 est convergente de distance focale image f’1 = 6 cm et la lentille L2 est divergente de distance focale objet f2= 8cm. Une plaque photographique (film) est placée à la distance *d*= 10 cm de L1 (voir figure). Dans ces conditions l’appareil photographique est mis au point à l’infini.

1) On vise un objet très éloigné de diamètre angulaire α. Pour rappel, le diamètre angulaire (ou diamètre apparent) est l’*angle* sous lequel est vu le diamètre d’un disque à partir d’un point donné.
Faire la construction géométrique à l’échelle 1/2. Situer les différents points focaux.

2) Calculer la dimension de l’image en fonction de f1’, f2, *e* et α. Application numérique dans le cas où α = 1’ (1 minute d’arc ≈ 3 10-4 rad).

3) Les grains de la pellicule ont une taille de 40 µm, l’objet visé sera-t-il résolu (cad pourra être ou non échantillonné par plus d’un grain) ?

4) Quelle serait la focale d’une simple lentille qui donnerait des images de taille identique à celles que donne le téléobjectif ?



Formulaire

Les lentilles minces

Vergence : $D = \dfrac{n-1}{R_1} + \dfrac{1-n}{R_2} = \dfrac{1}{f'} = -\dfrac{1}{f}$

Conjugaison (Descartes) : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = D = \dfrac{1}{f'}$

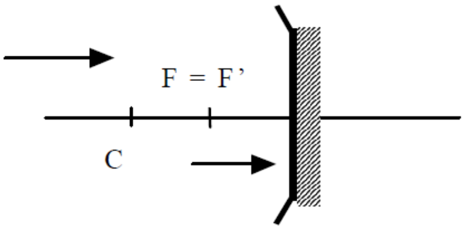
Grandissement (Descartes) : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Conjugaison (Newton) : $\overline{F'A'}.\overline{FA} = ff' = -f'^2$

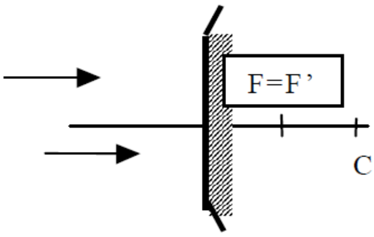
Grandissement (Newton) $\gamma = -\dfrac{f}{\overline{FA}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}$

Miroirs sphériques

miroir **concave** : $R = \overline{SC} < 0$



miroir **convexe** : $R = \overline{SC} > 0$



Les foyers F et F' d'un miroir sphérique sont **confondus** avec le **milieu** de [S ; C] cf schéma ci-dessus :

$\overline{SF} = \overline{SF'} = \dfrac{\overline{SC}}{2}$

Conjugaison :

Descartes : $\dfrac{1}{\overline{SA'}} + \dfrac{1}{\overline{SA}} = \dfrac{2}{\overline{SC}}$

Newton : $\overline{F'A'}.\overline{FA} = ff'$

grandissement :

Descartes : $\gamma = -\dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

Newton : $\gamma = -\dfrac{f}{\overline{FA}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}$

Avec C : $\gamma = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$

Solutions

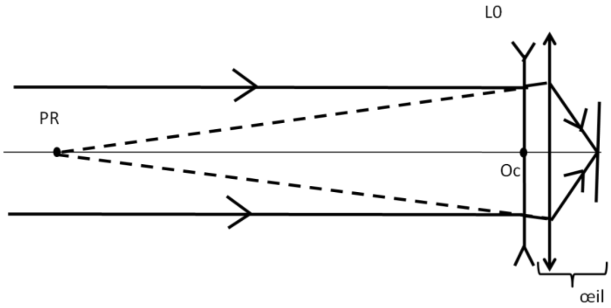
Ex 1.

1) $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ d'où $\frac{1}{d} + \frac{1}{D1} = \frac{1}{f1}$ donc f1 $= \frac{dD1}{d+D1} = \frac{28\times140}{28+140} = 23{,}3\ mm$

2) $\frac{1}{d} + \frac{1}{D2} = \frac{1}{f2}$ donc f2 $= \frac{dD2}{d+D2} = \frac{28\times280}{28+280} = 25{,}5\ mm$

3) a) fmin=f1 et fmax=f2 b) $A = \frac{1}{fmin} - \frac{1}{fmax} = \frac{1}{23.3} - \frac{1}{25.5} = 3{,}7\ 10^{-3}mm^{-1} = 3{,}7\ m^{-1}$

4)



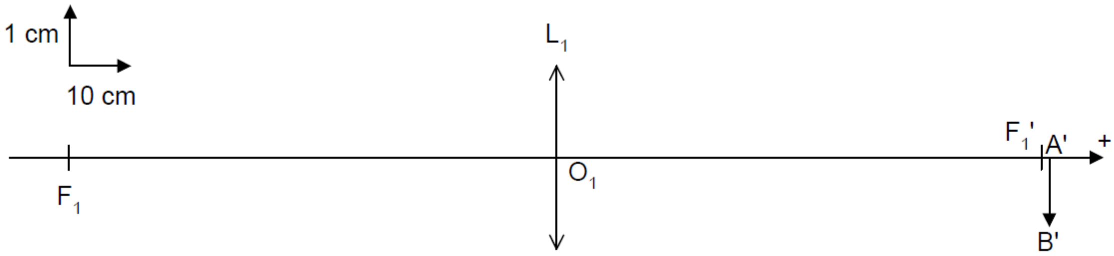
a) Voir net à l'infini → l'image (intermédiaire) à travers L0 d'un objet à l'infini doit être au PR de l'œil. Donc le PR est le foyer image de L0. Il est à l'avant de L0 donc f' est négatif et L0 est une lentille divergente.
F'0 = PR – 14 mm = 26,6 cm.

b) $\frac{1}{\overline{OcA'}} - \frac{1}{\overline{OcA}} = \frac{1}{\overline{OcF'}}$ avec $\overline{OcA'} = -(14-1{,}4)\ cm = +\ 12{,}6\ cm$ et $\overline{OcF'} = -26{,}6\ cm$
donc $\frac{1}{\overline{OcA}} = \frac{1}{\overline{OcA'}} - \frac{1}{\overline{OcF'}} = \frac{1}{-12{,}6} - \frac{1}{-26{,}6}$ et on obtient $\overline{OcA} \approx -24\ cm$

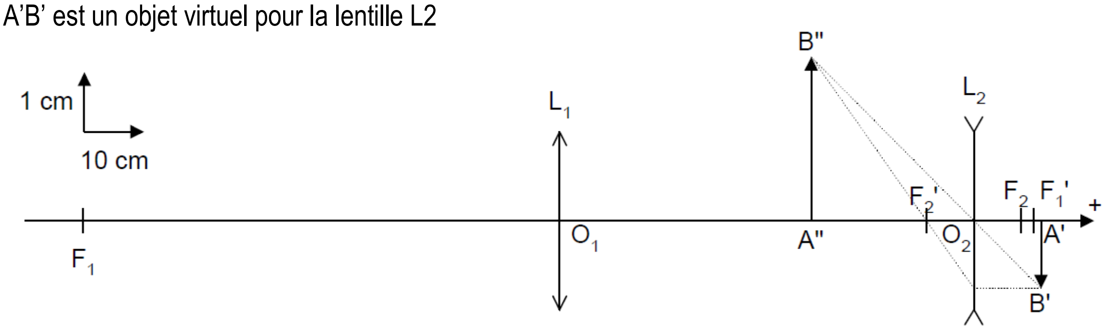
Ex2.

1)En utilisant la relation de conjugaison $\frac{1}{\overline{O1A'}} - \frac{1}{\overline{O1A}} = \frac{1}{\overline{O1F'1}}$ puis l'expression du grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ on obtient $\overline{O1A'} = 0{,}813\ m$, $\gamma = -0{,}0163$ et $\overline{A'B'} = -\ 0{,}0114\ m = 1{,}14\ cm$

2)



3) A'B' est un objet virtuel pour la lentille L2



Explication de la construction de A''B'' : le rayon passant par le centre 02 et l'objet B' n'est pas dévié ; le rayon qui arrive (de gauche à droite) parallèlement à l'axe optique donne lieu à un rayon sortant qui est sur la droite passant par le foyer image (ici la lentille est divergente donc le foyer image F' est à gauche). Les 2 rayons construits ne se croisent pas à droite de la lentille mais à gauche, c'est donc une image virtuelle.

3.3)

$\frac{1}{\overline{O2A''}} - \frac{1}{\overline{O2A'}} = \frac{1}{\overline{O2F'2}}$ avec $\overline{O2A'} = \overline{O2O1} + \overline{O1A'}$ (changement de centre optique)

donc $\overline{O2A''} = -0{,}274 \text{ m} = -27{,}4\ cm$

Grandissement $\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O2A''}}{\overline{O2A'}} = \frac{-0{,}274}{0{,}113} = -2{,}42$ donc

$\overline{A''B''} = -2{,}42 \times 1{,}14\ cm = 2{,}76\ cm$

4.1) a ≈ tan a = AB / AF2 = 0,7 / (50 + 0,7 + 0,08) =0,014 rad=0,79°

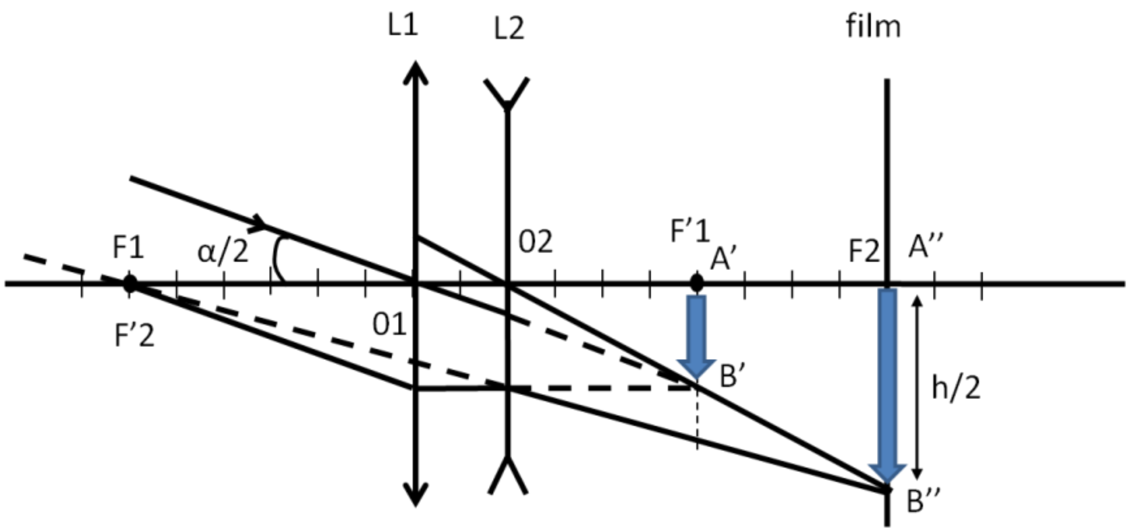
4.2) a''≈ tan a = A''B'' / A"F2 = 0,0276 m / (0,274+0,08)m = 0,078 rad = 4,459°

5) G=a''/a =5,64

6.1) On veut A''B'' à l'infini, donc A'B' doit être sur F2 le foyer objet de L2. Si l'objet initial est à l'infini l'image de la 1e lentille, A'B', se situe aussi sur le foyer image de L1 : F'1. Il faut donc F'1 et F2 soient confondus. Donc O1O2=0,8-0,08 m=72 cm

6.2) G=0,8/0,08=10

Ex3. 1)



2) Thalès dans les triangles 02A''B'' et O2A'B' → $\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O2F'1}}{\overline{O2F2}}$

Par ailleurs $\frac{\alpha}{2} \approx \frac{A'B'}{O1F'1}$

En combinant on obtient $h = 2A''B'' = \frac{O2F2}{O2F'1} \times \alpha \times O1F'1 = \frac{\alpha f2 f'1}{(f'1 - e)}$

A.N. h=36 microns

3) h<40 microns → image non résolue

4) tan α/2 =h/2 /f' ≈ α/2
Donc f'≈ h / α = (36.10-6) / (3. 10-4)
f' = 12 cm