CIR2 CNB2 — Interrogation 1 — 20 Septembre 2019

Séries numériques

NOM	Prénom	Classe

Durée 45 minutes
Pas de document, ni calculatrice, ni téléphone portable
Inscrire les réponses sur la feuille d'énoncé, sans râture ni surcharge (utiliser un brouillon !)

1. Soit $\sum u_n$ une série à termes réels strictement positifs telle que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} L$.

   Compléter le tableau par « VRAI » , « FAUX » ou « On ne sait pas »

Si ↓ Alors ➔	la série $\sum u_n$ converge	la série $\sum u_n$ diverge
$L<1$	**VRAI**	**FAUX**
$L=1$	**On ne sait pas**	**On ne sait pas**
$L>1$	**FAUX**	**VRAI**

2. Soit $\sum u_n$ une série à termes réels strictement positifs telle que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} L$.

   Compléter le tableau par « VRAI » , « FAUX » ou « On ne sait pas »

Si ↓ Alors ➔	$L<1$	$L=1$	$L>1$
la série $\sum u_n$ converge	**On ne sait pas**	**On ne sait pas**	**FAUX**
la série $\sum u_n$ diverge	**FAUX**	**On ne sait pas**	**On ne sait pas**

3. Soit $\sum u_n$ une série à termes complexes.

   Compléter le tableau par « VRAI » , « FAUX » ou « On ne sait pas »

Si ↓ Alors ➔	la série $\sum u_n$ converge	la série $\sum u_n$ diverge
$u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$	**On ne sait pas**	**On ne sait pas**
$u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$	**FAUX**	**VRAI**
$u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 1-i$	**FAUX**	**VRAI**

4. Compléter le tableau par « VRAI » ou « FAUX »

   Soit a un réel. La série $\sum a^n$ ...

converge si $a<1$	converge si $a\leqslant 1$	converge si $-1<a<1$	diverge si $a>1$	diverge pour tout a
FAUX	**FAUX**	**VRAI**	**VRAI**	**FAUX**

5. Entourer la réponse exacte. (une seule réponse ;)

$\sum_0^\infty(-2)^n=-1$	$\sum_0^\infty(-2)^n=-\frac{3}{2}$	$\sum_0^\infty(-2)^n=\frac{-2}{3}$	$\sum_0^\infty(-2)^n=0$	$\sum_0^\infty(-2)^n$ n'existe pas

6. Compléter le tableau par « VRAI » ou « FAUX »

$\sum_0^\infty\frac{(-1)^n}{3^n}=\frac{3}{2}$	$\sum_0^\infty\frac{(-1)^n}{3^n}=\frac{2}{3}$	$\sum_0^\infty\frac{(-1)^n}{3^n}=\frac{3}{4}$	$\sum_0^\infty\frac{(-1)^n}{3^n}=-\frac{3}{4}$	$\sum_0^\infty\frac{(-1)^n}{3^n}$ n'existe pas

7. Soit z un complexe. Que peut-on dire de la série $\sum_0^\infty\frac{z^n}{n!}$?

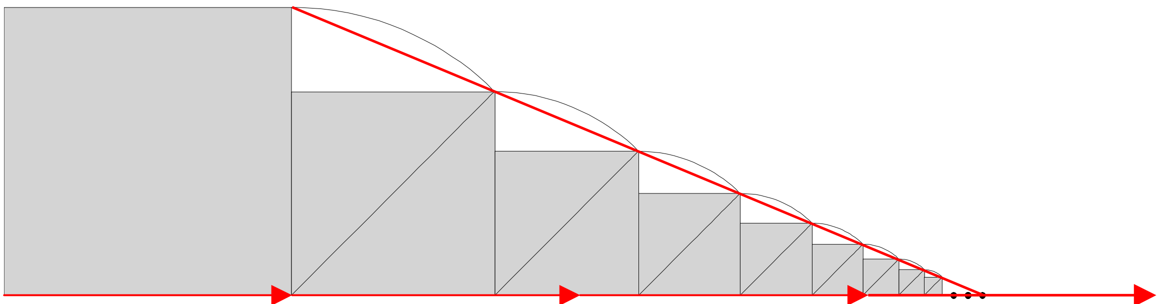
Elle converge absolument (on utilise la règle de D'Alembert) et, par définition, sa somme est exp(z)

8. Énoncer le critère des séries alternées (Leibniz). Préciser la propriété des sommes partielles.

$$\text{si }\begin{cases}u_n=(-1)^n\varepsilon_n\\(\varepsilon_n)\text{ décroit}\\\varepsilon_n\xrightarrow[n\to\infty]{}0\end{cases},\text{ alors }\begin{cases}[u_n]\,converge\\\forall k\in\mathbb{N},\ S_{2n-1}\leqslant S\leqslant S_{2n}\\|R_n|\leqslant|u_{n+1}|\end{cases}\quad\left(\text{On a noté } S=\sum_{k=0}^{\infty}u_k\ ,\ S_n=\sum_{k=0}^{n}u_k\ ,\ R_n=\sum_{k=n+1}^{\infty}u_k\ \right)$$

9. Parmi les séries $[a_n]_{n\in\mathbb{N}^*}$ suivantes, entourer celles qui convergent, barrer celles qui divergent.

$\cancel{a_n=\frac{1}{n}}$	$a_n=\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$	$a_n=\frac{\sin n\theta}{n}\quad(\theta\in]0,2\pi[)$	$\cancel{a_n=\frac{2^n+4^n}{3^n}}$	$\cancel{a_n=\left(1-\frac{1}{n}\right)^n}$	$\cancel{a_n=\frac{n+1}{n^2}}$



10. On prend comme unité le côté du plus grand carré. Les arcs de cercles sont centrés sur les sommets des carrés

Pour chaque question, entourer la réponse exacte. (une seule réponse ;)

La largeur totale de la figure illustre la série ...

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots$	$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots$	$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$	$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\ldots$	autre chose

La somme de cette série est

2	1	$1+\sqrt{2}$	$1-\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	n'existe pas (la série diverge)

L'aire grisée illustre la série...

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots$	$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots$	$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$	$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\ldots$	autre chose

La somme de cette série est

2	1	$1+\sqrt{2}$	$1-\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	n'existe pas (la série diverge)