

Exercice - Doublet de Lentilles

Un système optique grossissant comporte deux lentilles L_1 et L_2 :

L_1 , objectif, est une lentille convergente de distance focale $f_1 = +3 \text{ cm}$

L_2 , oculaire, est une lentille divergente de distance focale image $f_2 = -6 \text{ cm}$.

Leur centre optique, respectivement O_1 et O_2 , sont séparés de $\overline{O_1 O_2} = +9 \text{ cm}$

1. Un observateur, ayant une vue normale (punctum remotum à l'infini, punctum proximum à 20 cm) désire observer sans fatigue, au travers du système grossissant.

1a. Où doit se former l'image définitive A'B' donnée par l'ensemble des deux lentilles (A sur l'axe optique, B hors de l'axe) ? Où doit alors se former l'image intermédiaire $A_1 B_1$ donnée par L_1 de l'objet AB ?

1b. Faire un schéma à l'échelle représentant les deux lentilles (échelle recommandée : $\frac{1}{2}$) :

- Positionner les foyers image et objet des deux lentilles.

- Trouver par construction la position de l'objet réel B correspondant à l'image définitive B'

- Expliquer les constructions.

Aide. On ne connaît pas a priori la taille de l'objet initial, ni l'angle sous lequel est vu l'image finale. Pour la construction il faut donc partir de l'image finale en choisissant un angle quelconque pour les rayons parallèles sortants.

1c. Retrouver par le calcul la distance $\overline{O_1 A}$.

2. 2a. Sous quel angle α serait vu, *au mieux*, à l'oeil nu, l'objet AB ?

2b. Sous quel angle α' est vue l'image A'B' donnée par le système ?

2c. Calculer le grossissement apporté par le système.

Les lentilles minces	
Vergence : $D = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$	Conjugaison (Newton) : $\overline{F' A'} \cdot \overline{FA} = \overline{ff'} = -f'^2$
Conjugaison (Descartes) : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = D = \frac{1}{f'}$	Grandissement (Newton) $\gamma = -\frac{f}{FA} = -\frac{\overline{F' A'}}{f'}$
Grandissement (Descartes) : $\gamma = \frac{\overline{A' B'}}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{OA}$	

2. 2a. Sous quel angle α serait vu, *au mieux*, à l'oeil nu, l'objet AB ?

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{D_{\min}} \leftarrow \text{point de vision}$$



2b. Sous quel angle α' est vue l'image A'B' donnée par le système ?

$$\alpha' \approx \frac{A_1 B_1}{O_2 F_2}$$

2c. Calculer le grossissement apporté par le système.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1 B_1}{AB} \frac{D_{\min}}{f_2} = \gamma_1 \frac{D_{\min}}{f_2}$$

$$\gamma_1 = \frac{O_1 F_2}{O_1 A} = 15 \times \frac{4}{15} = 4$$

$$\boxed{G = 4 \times \frac{20}{6} = 13,3}$$

1a. Où doit se former l'image définitive A'B' donnée par l'ensemble des deux lentilles (A sur l'axe optique, B hors de l'axe) ? Où doit alors se former l'image intermédiaire A₁B₁ donnée par L₁ de l'objet AB ?

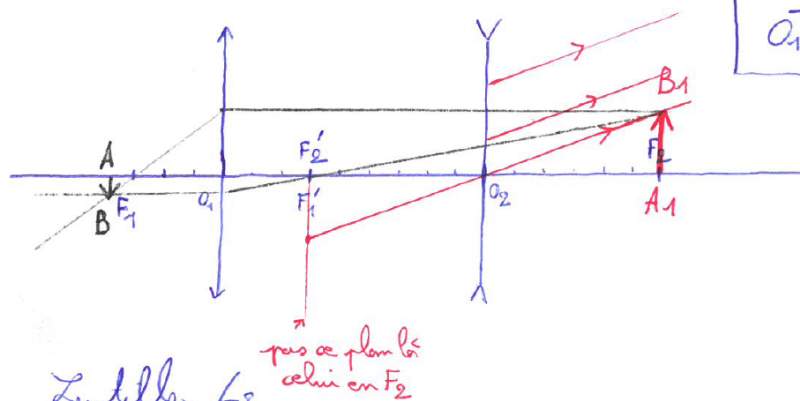
$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

Si A'B' est à l'infini, A₁B₁ est dans le plan focal
 objet de L₂ : $A_2 = F_2$

1b. Faire un schéma à l'échelle représentant les deux lentilles (échelle recommandée : 1/2) :

- Positionner les foyers image et objet des deux lentilles.
- Trouver par construction la position de l'objet réel B correspondant à l'image définitive B'
- Expliquer les constructions.

Aide. On ne connaît pas a priori la taille de l'objet initial, ni l'angle sous lequel est vu l'image finale. Pour la construction il faut donc partir de l'image finale en choisissant un angle quelconque pour les rayons parallèles sortants.



$$\begin{aligned} L_1 & f'_1 = +3\text{cm} \\ L_2 & f'_2 = -6\text{cm} \\ \overline{O_1O_2} & = +9\text{cm} \end{aligned}$$

L'image est à l'infini donc l'objet de L₂ est sur le plan focal F₂.

Le rayon passant par O₂ n'est pas dévié
 On peut donc construire l'image intermédiaire à l'intersection de ce rayon et du plan focal en F₂.

Lentille L₁

- Le rayon passant par F₁ ressort parallèle à l'axe optique (et arrive sur B₁)
- Le rayon qui arrive // passe par F₁'

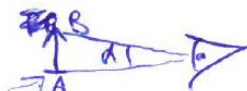
1c. Retrouver par le calcul la distance $\overline{O_1A}$.

$$\begin{array}{c}
 A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2 \\
 A \longrightarrow F_2 \longrightarrow \infty
 \end{array}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2}} - \frac{1}{f_1'} = \frac{1}{9+6} - \frac{1}{3} = -\frac{4}{15} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1A} = -3,7\text{cm}}$$

2. 2a. Sous quel angle α serait vu, *au mieux*, à l'œil nu, l'objet AB ?

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{D_{\min}} \leftarrow \text{point le plus proche}$$


2b. Sous quel angle α' est vue l'image A'B' donnée par le système ?

$$\alpha' \approx \frac{A_1B_1}{\overline{O_2F_2}}$$

2c. Calculer le grossissement apporté par le système.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{AB} \frac{D_{\min}}{f_2} = g_1 \frac{D_{\min}}{f_2}$$

$$g_1 = \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_1A}} = 15 \times \frac{4}{15} = 4$$

$$\boxed{G = 4 \times \frac{20}{6} = 13,3}$$