

# OPTIQUE GEOMETRIQUE

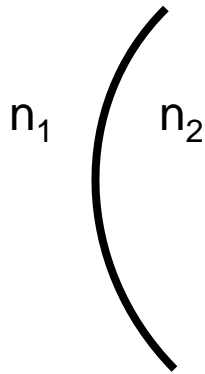
## III. Lentilles minces

### Introduction

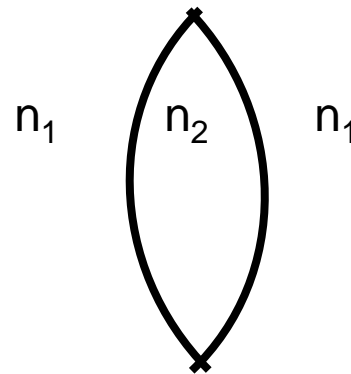
1. Relation de conjugaison des dioptries sphériques
2. Relation de conjugaison des lentilles minces
3. Foyer objet et image, focale, lentille convergente et divergente
4. Construction géométrique des rayons
5. Propriétés des images : position
6. Propriétés des images : grandissement

## INTRODUCTION

Lentille : milieu transparent (souvent du verre) délimité par deux dioptries sphériques



DIOPTRE SPHERIQUE

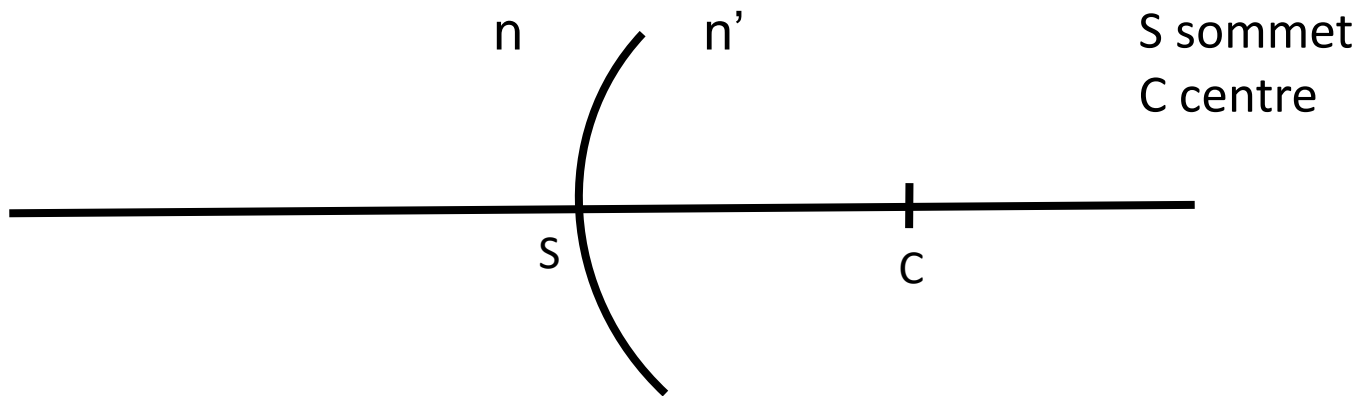


LENTILLE

Pour étudier les lentilles, il est nécessaire de connaître les propriétés des dioptries sphériques. Celles ci ne seront pas démontrées dans ce cours mais simplement admises.

# 1. Relation de conjugaison des dioptries sphériques

## RELATION DE CONJUGAISON DES DIOPTRÉS SPHÉRIQUES



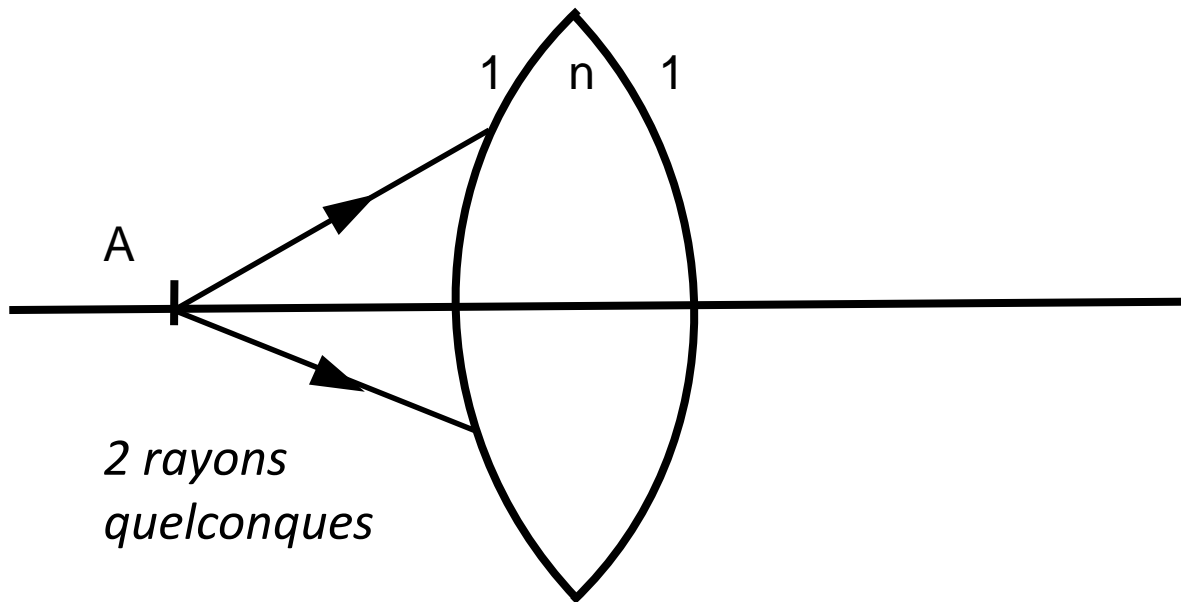
$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$

Dioptrés sphériques

Application aux lentilles minces ...

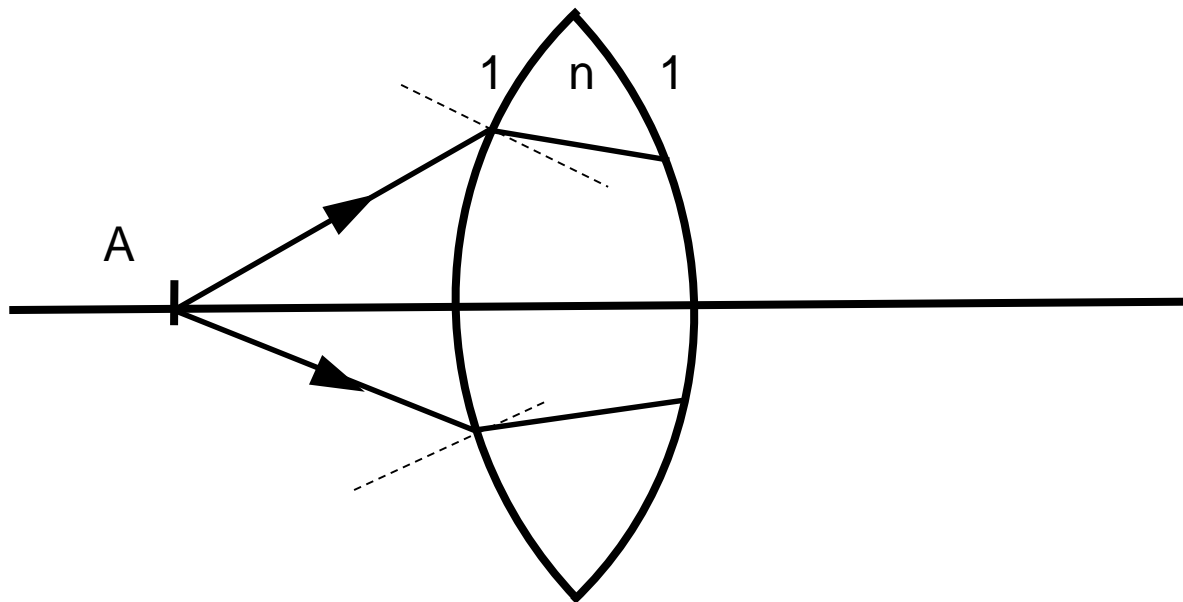
## 2. Relation de conjugaison des lentilles minces

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES



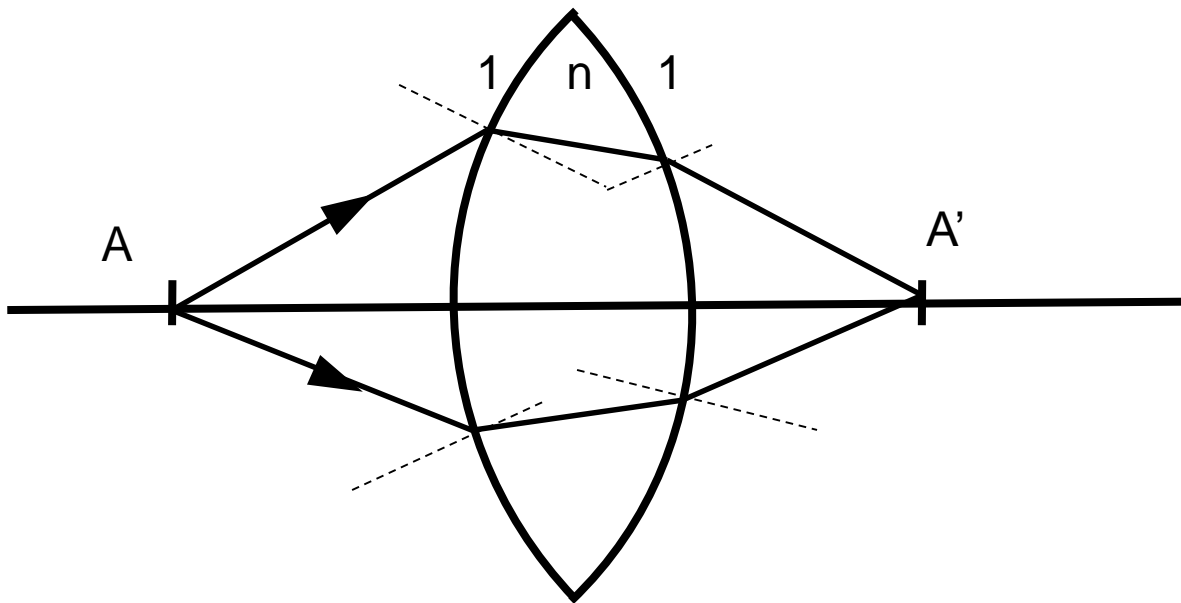
Soit un objet A. Que se passe t il pour les rayons lumineux issus de A passant dans la lentille ?

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES



Première déviation sur le premier dioptre ...

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES



Et deuxième déviation sur le deuxième dioptré.

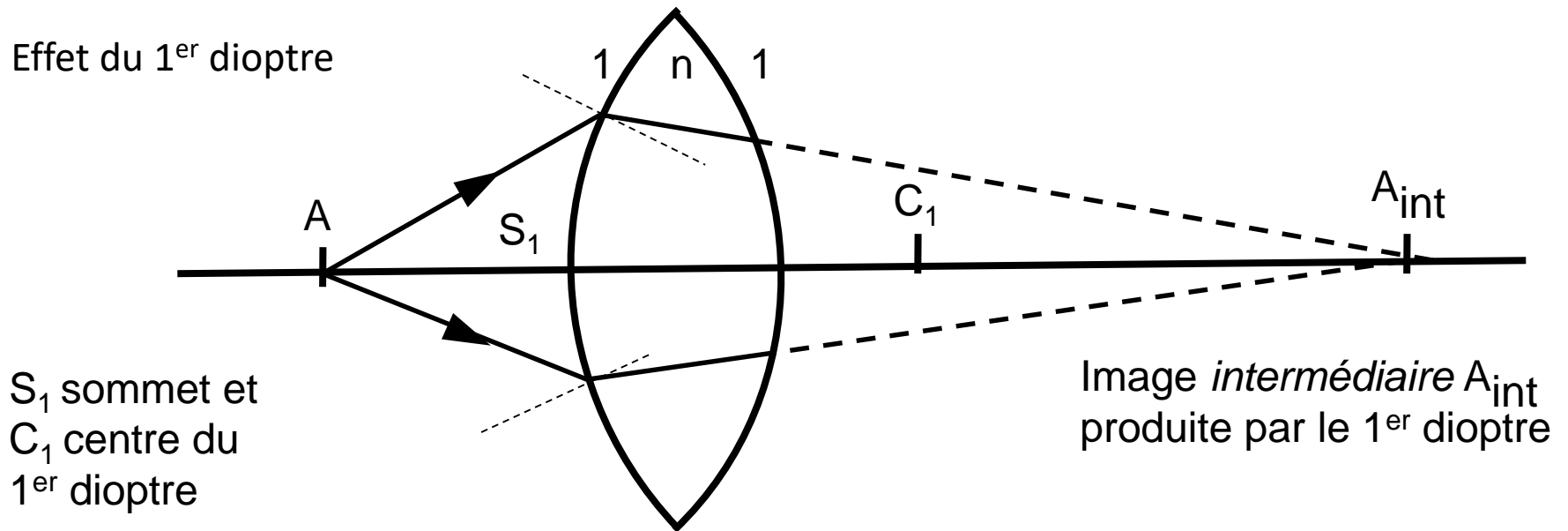
Dans les **conditions de Gauss**, on peut montrer que les dioptrés sphériques et les lentilles sont **stigmatiques** (stigmatisme approché) = tous les rayons issus de  $A$  vont converger vers un même point et la notion d'image est pertinente.



## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES

Relation de conjugaison de la lentille à partir de celle des 2 dioptries ?

1. Effet du 1<sup>er</sup> dioptre



$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$

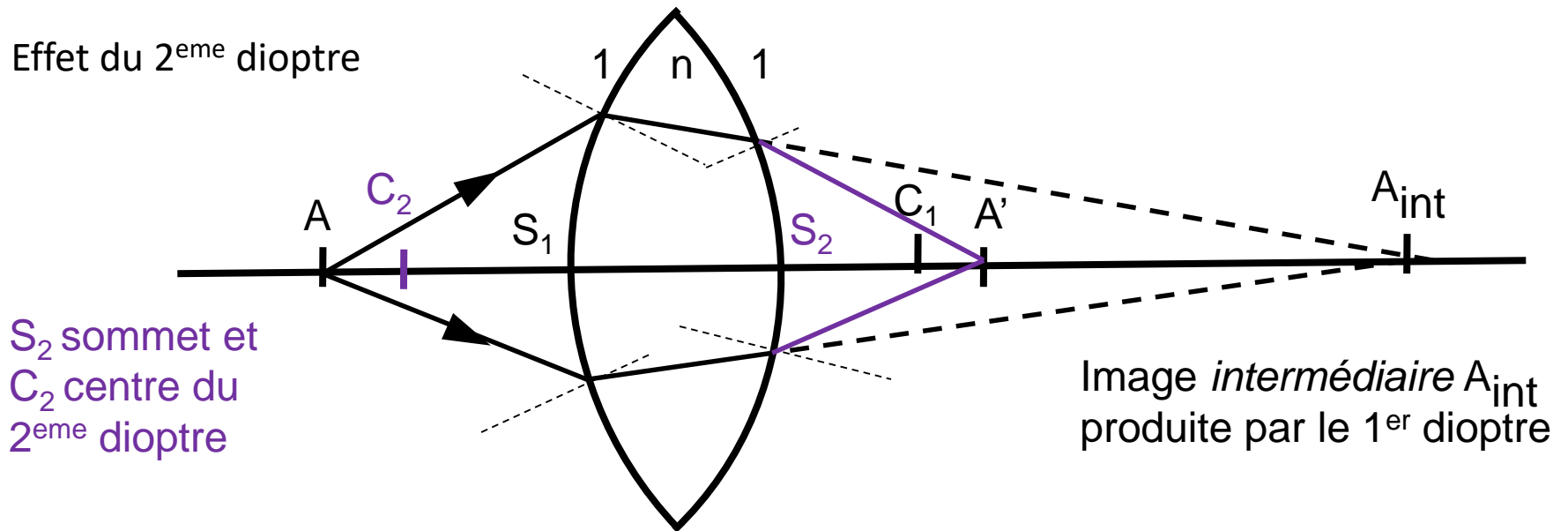


$$\frac{1}{\overline{S_1A}} - \frac{n}{\overline{S_1A_{int}}} = \frac{1 - n}{\overline{S_1C_1}}$$

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES

Relation de conjugaison de la lentille à partir de celle des 2 dioptries ?

2. Effet du 2<sup>ème</sup> dioptre



$S_2$  sommet et  
 $C_2$  centre du  
2<sup>ème</sup> dioptre

Image *intermédiaire*  $A_{int}$   
produite par le 1<sup>er</sup> dioptre

$A_{int}$  est l'**objet virtuel** du 2<sup>ème</sup> dioptre

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$



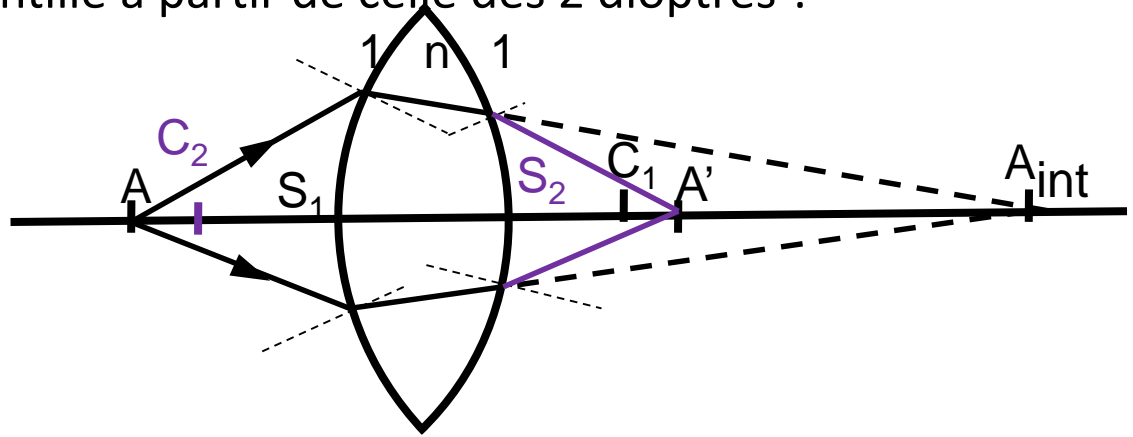
$$\frac{n}{\overline{S_2 A_{int}}} - \frac{1}{\overline{S_2 A'}} = \frac{n - 1}{\overline{S_2 C_2}}$$

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES

Relation de conjugaison de la lentille à partir de celle des 2 dioptries ?

3. Combinaison des 2 équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\overline{S_1 A}} - \frac{n}{\overline{S_1 A_{int}}} = \frac{1-n}{\overline{S_1 C_1}} \\ \frac{n}{\overline{S_2 A_{int}}} - \frac{1}{\overline{S_2 A'}} = \frac{n-1}{\overline{S_2 C_2}} \end{array} \right.$$



Pas évident...  $S_1 A_{int}$  et  $S_2 A_{int}$  etc...

Heureusement, la plupart des lentilles ont une propriété remarquable : elles sont fines!

On peut supposer que  $S_1$  et  $S_2$  sont confondus.  **$S_1 = S_2 = \text{point O}$**

*Remarque. Ce n'est pas une simplification pour que le cours soit facile mais bien une approximation standard, faite aussi pour les lunettes et les télescopes*

## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES

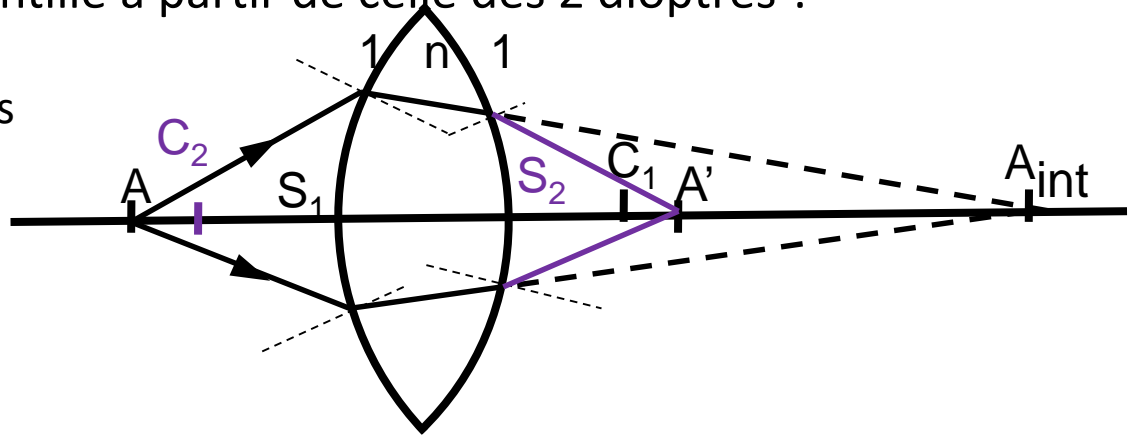
Relation de conjugaison de la lentille à partir de celle des 2 dioptries ?

4. Dans l'approx des lentilles minces

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\overline{OA}} - \frac{n}{\overline{OA_{int}}} = \frac{1-n}{\overline{OC_1}} \\ \frac{n}{\overline{OA_{int}}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{n-1}{\overline{OC_2}} \end{array} \right.$$

En sommant on obtient :

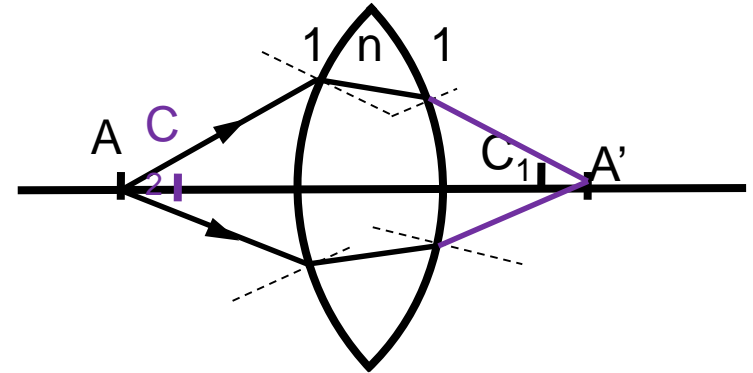
$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1) \left( \frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}} \right)$$



## RELATION DE CONJUGAISON DES LENTILLES MINCES

On définit le point F tel que

$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = (n - 1) \left( \frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}} \right) = \frac{1}{\overline{OF}}$$



Qu'est-ce que F ?

Si  $\overline{OA'} \rightarrow \infty$ ,  $A = F$       **F est le foyer objet**

$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF}} \quad \text{avec}$$

$$\frac{1}{\overline{OF}} = (n - 1) \left( \frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}} \right)$$

Relation de conjugaison  
des lentilles minces

*Aussi appelé : la formule des opticiens*

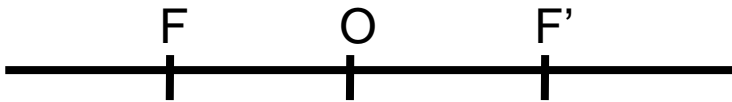
### 3. Vocabulaire

## FOYER OBJET ET FOYER IMAGE

Si  $\overline{OA'} \rightarrow \infty$ ,  $A = F$

**F est le foyer objet**

Si  $\overline{OA} \rightarrow \infty$ ,  $\overline{OA'} = -\overline{OF} = \overline{OF'}$  **F' est le foyer image**

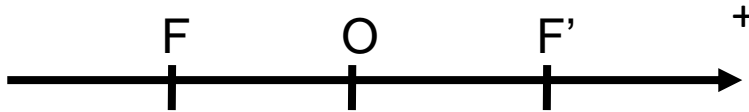


Pour une lentille mince les points F et F' sont symétriques par rapport à O

## DISTANCE FOCALE

La distance focale  $f'$  est définie par

$$\overline{OF'} = f'$$



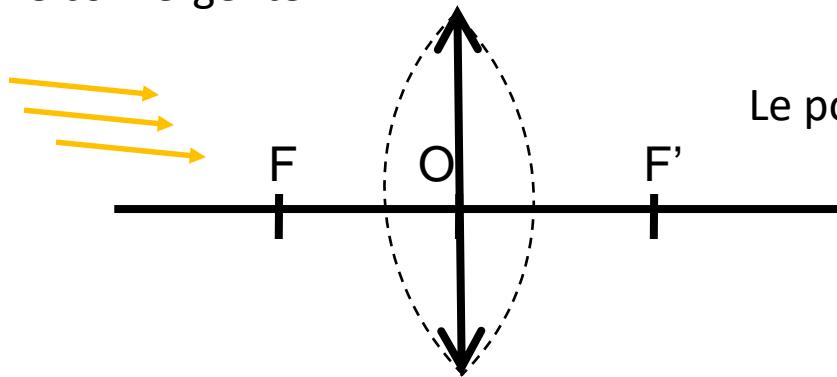
C'est une **grandeur algébrique**! La focale  $f'$  est **positive dans le cas d'une lentille convergente**, si la lumière se propage dans le sens positif de l'axe



## LENTILLE CONVERGENTE ET DIVERGENTE

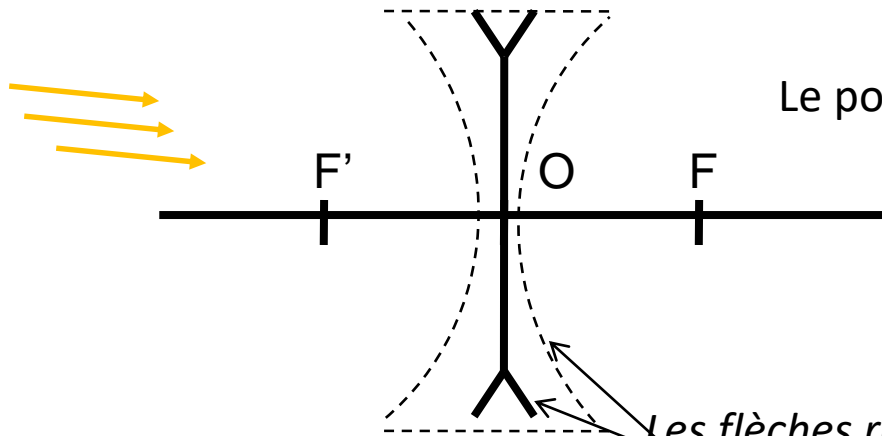
Deux cas en fonction du signe de  $f'$  (et donc du signe de  $\overline{OC1}$  et  $\overline{OC2}$ )

Lentille convergente



Le point **F** est du côté de la lumière incidente

Lentille divergente



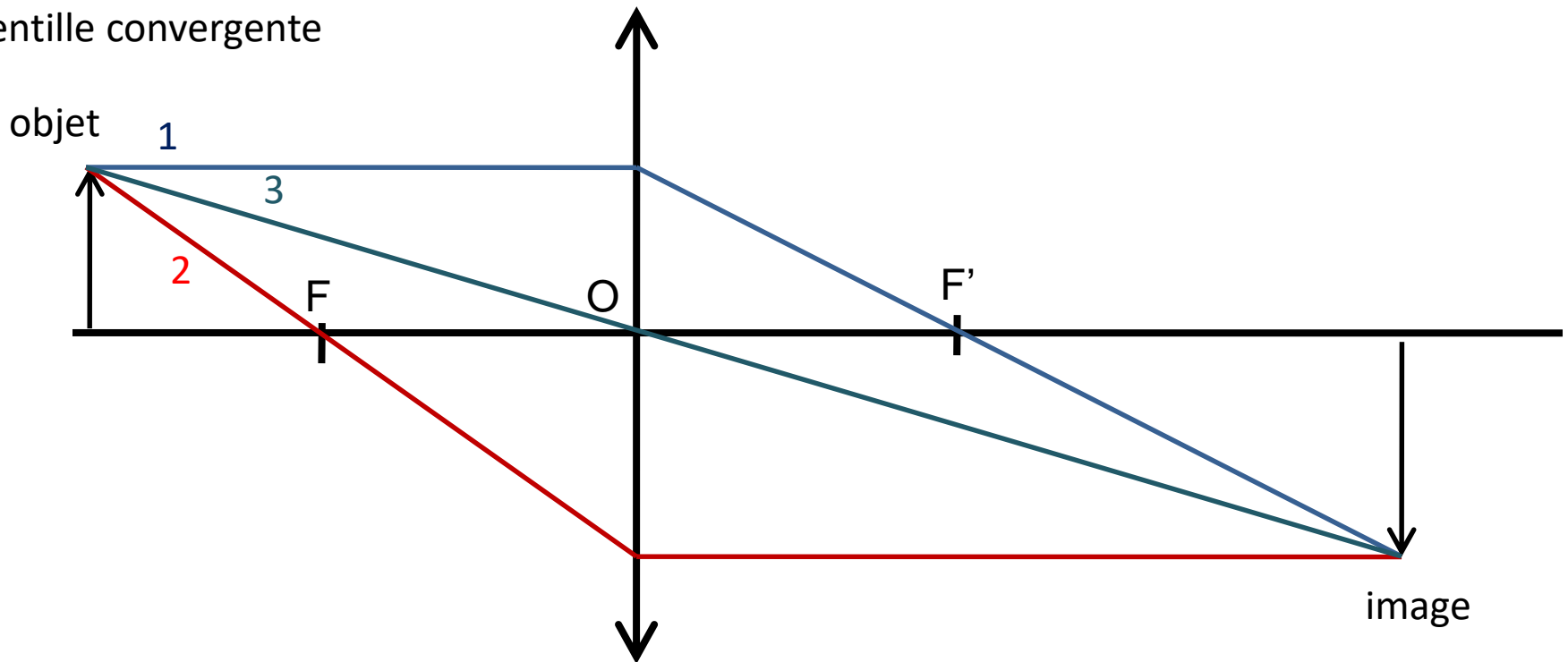
Le point **F'** est du côté de la lumière incidente

*Les flèches rappellent la forme des dioptries utilisés* <sup>17</sup>

## 4. Construction géométrique des rayons

## CONSTRUCTION GEOMETRIQUE DES RAYONS

Lentille convergente



1. Le rayon incident // à l'axe optique ressort en passant par  $F'$

2. Le rayon incident passant par  $F$  ressort // à l'axe optique

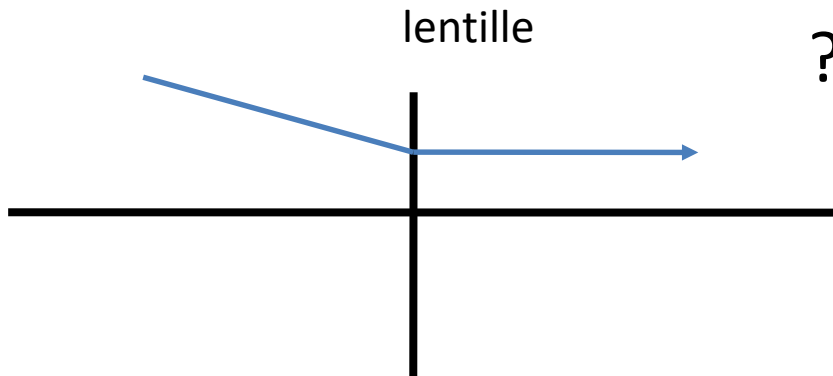
3. Le rayon passant par  $O$  n'est pas dévié

Les règles de constructions sont les mêmes pour une lentille divergente

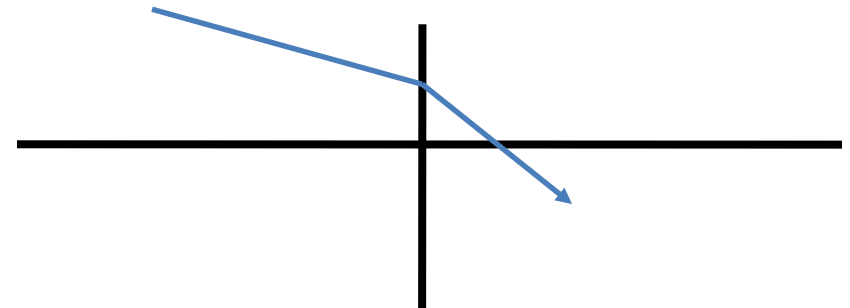
## Remarque

Comment savoir si une lentille est convergente ou divergente ?

Et inversement



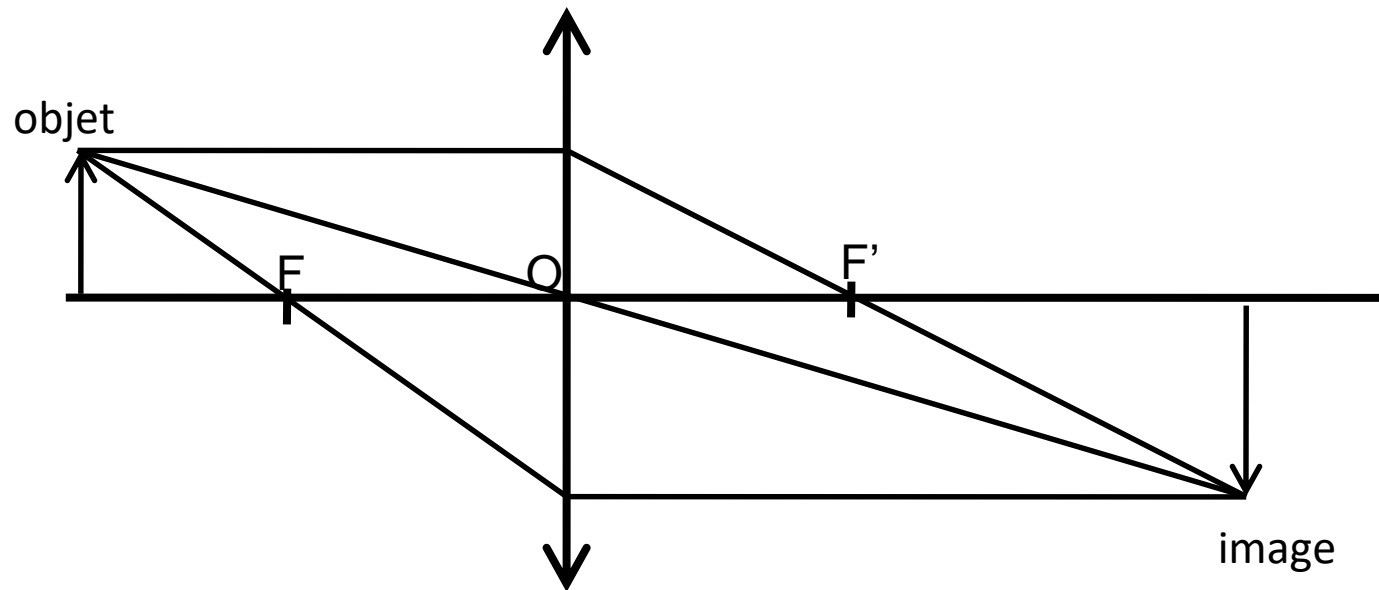
Divergente – dévie les rayons en les écartant de l'axe



Convergente

## 5. Propriétés des images : position ( $OA'$ )

## PROPRIETES DES IMAGES



Dans certains cas on utilise une lentille pour obtenir une image plus petite que l'objet (appareil photo), dans d'autre une plus grande (vidéoprojecteur)

Dans quel cas a-t-on une grande/petite image ? Dans quel cas l'image est inversée ?<sub>22</sub>

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

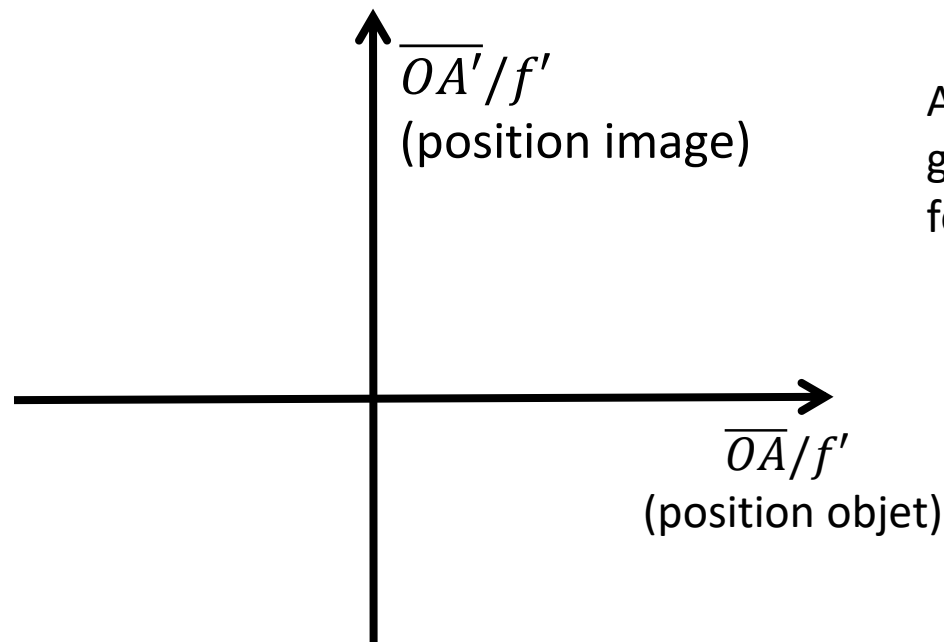
1. On déduit l'expression de  $OA'$  à partir de la relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

2. On trace la courbe  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$

Si on pose  $x \equiv \frac{\overline{OA}}{f'}$  la relation  $\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$  devient  $\frac{\overline{OA'}}{f'} = \frac{x}{1+x}$



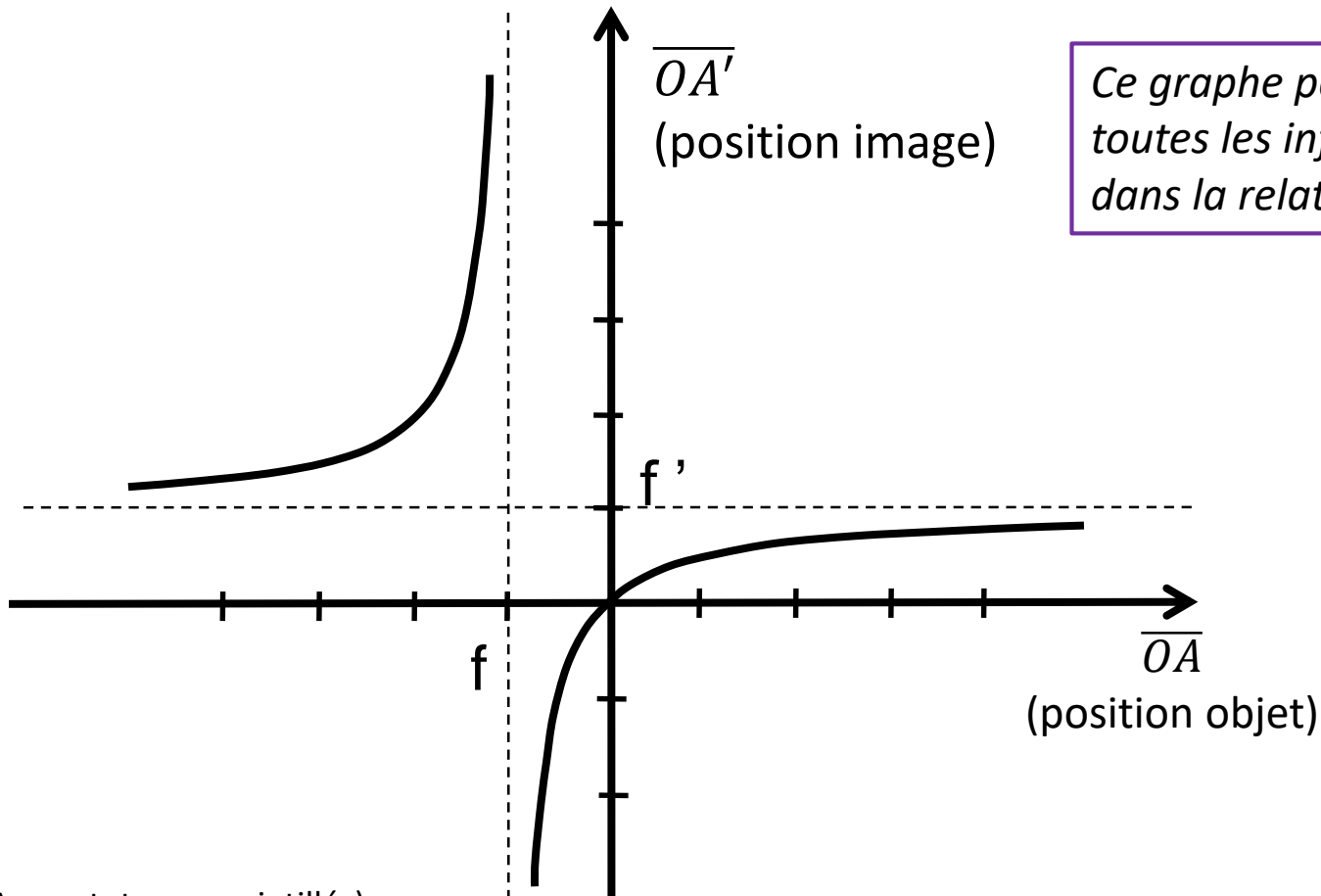
A quoi ressemble graphiquement la fonction  $y \rightarrow x/(1+x)$  ?



## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

2. On trace la courbe  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$

$$\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

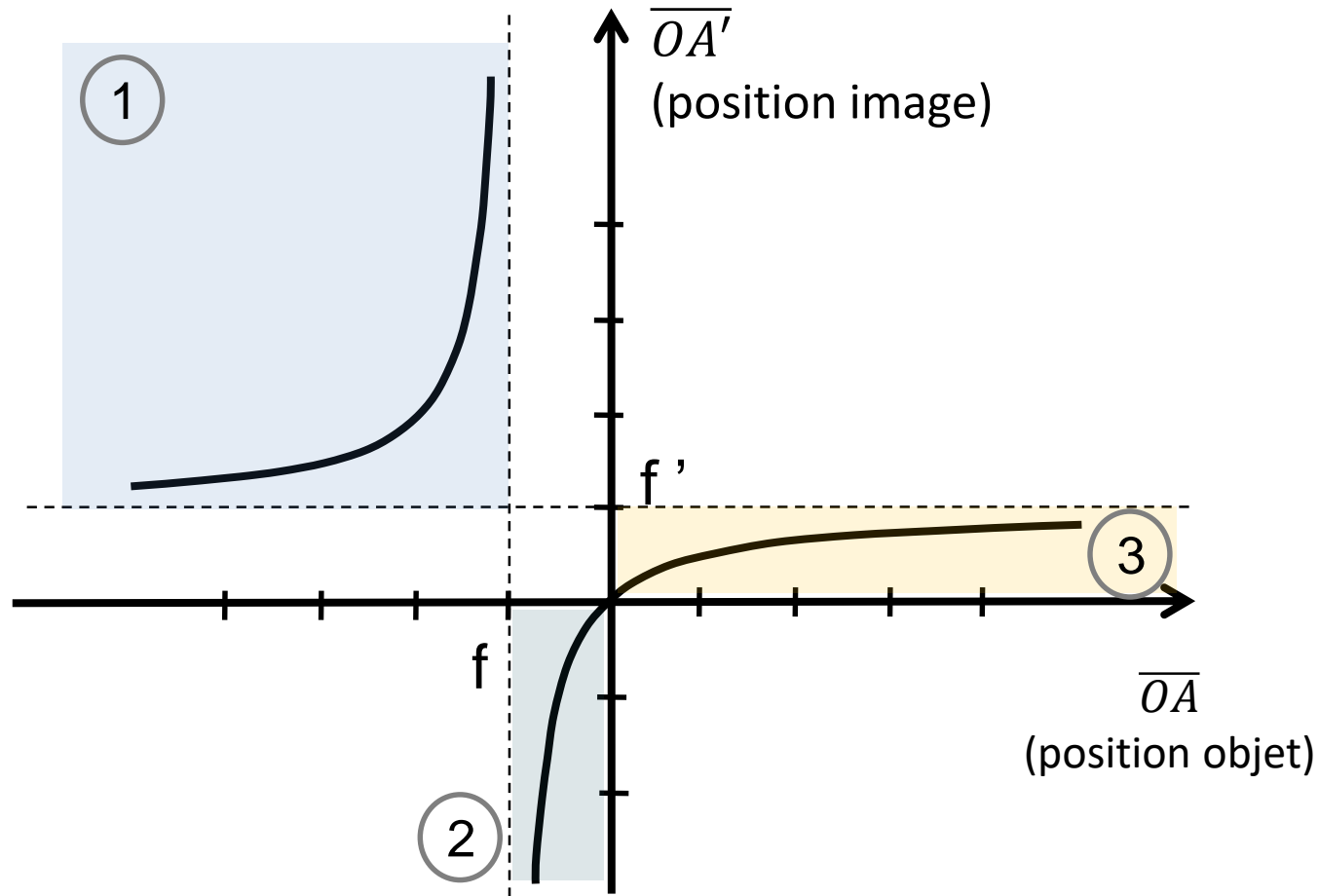


*Ce graphe permet de visualiser toutes les informations contenues dans la relation de conjugaison*

(Asymptotes en pointillés)

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

### 3. Etude de la courbe

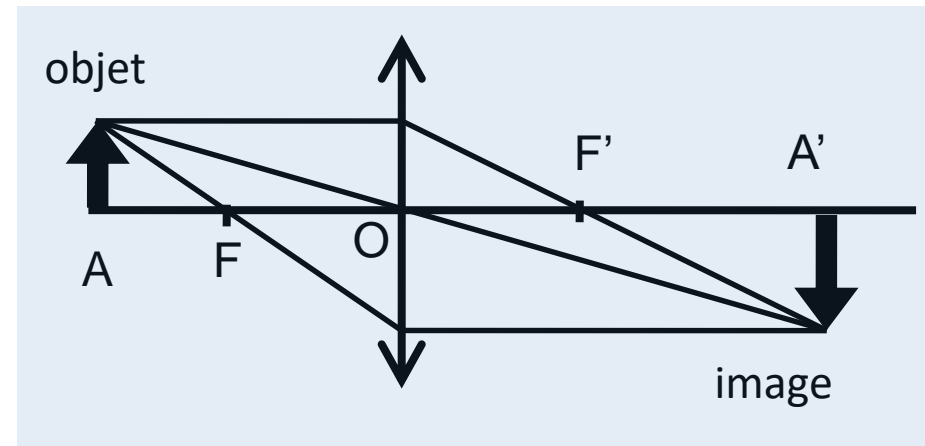
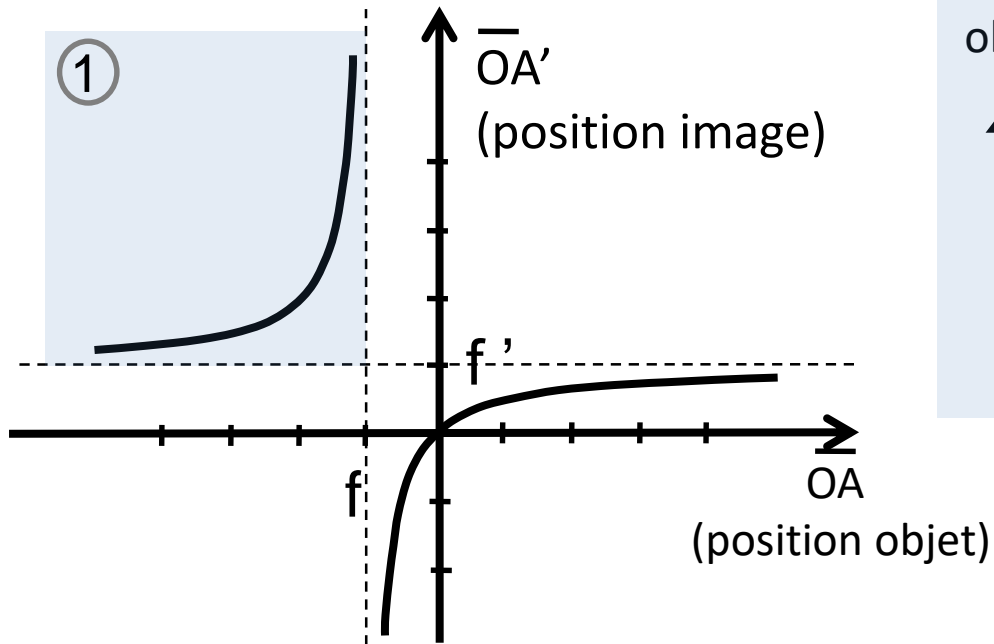


**S'entraîner à la lecture de courbe**

Faire un schéma optique (lentille, objet, image) pour chaque région 1,2,3

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

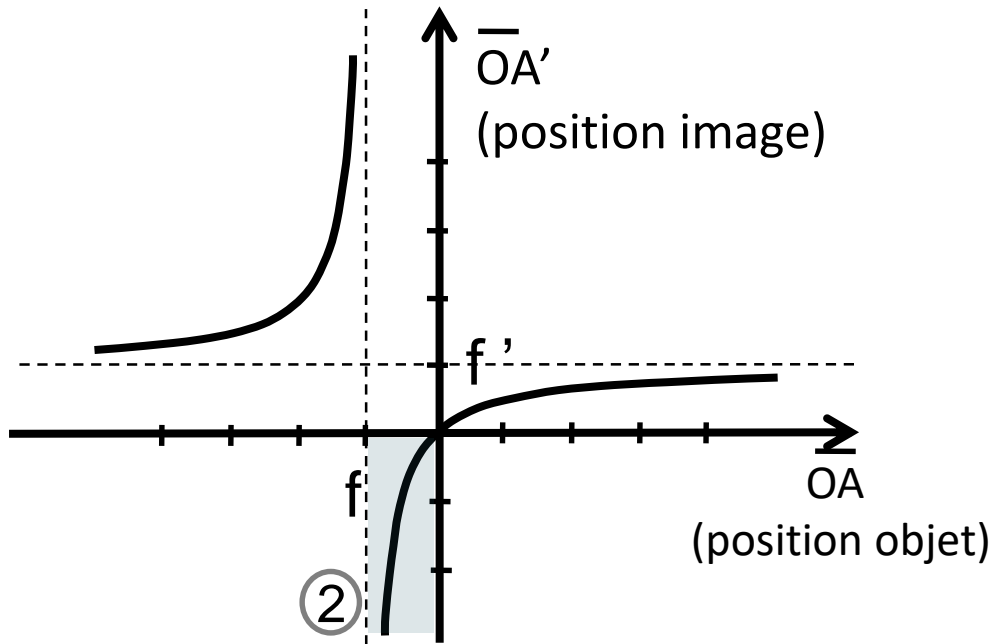
### Zone 1



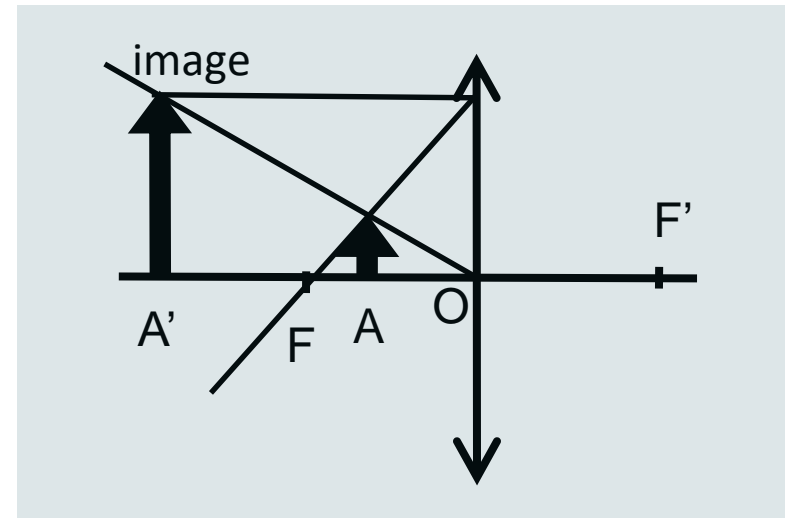
Zone 1 : L'image se situe à gauche du foyer  $F$   
 $\overline{OA} < -f'$  donc en valeur absolue  $OA > OF$

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

### Zone 2



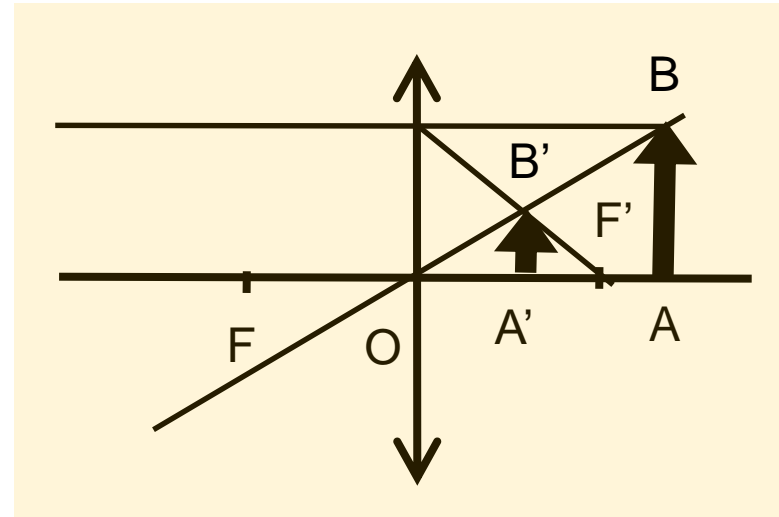
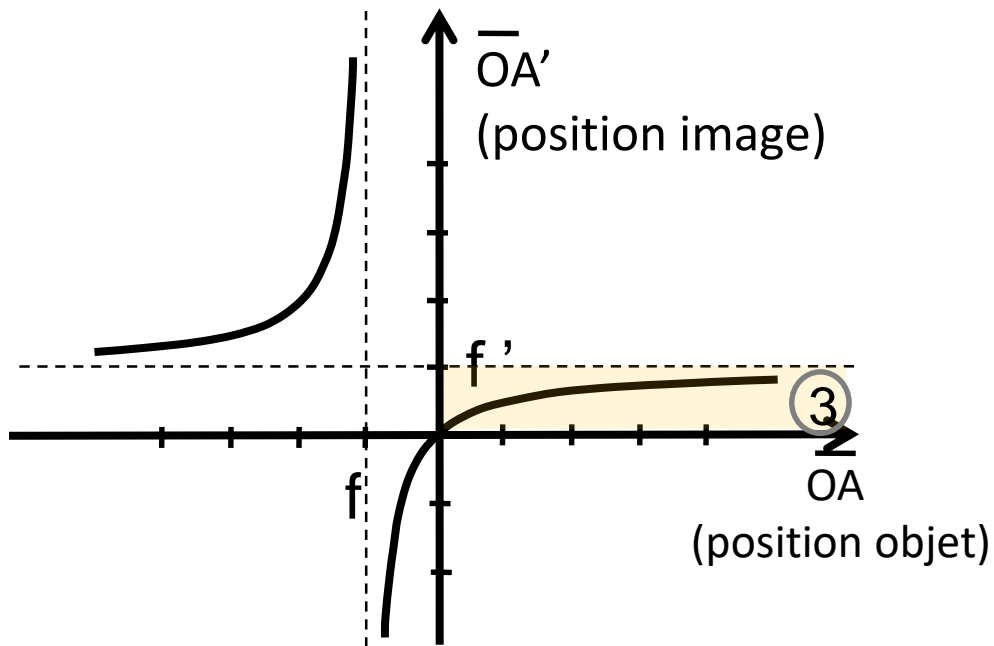
Zone 2 : l'objet est entre  $O$  et  $F$



$OA'$  est négatif : l'image est à gauche de la lentille

## PROPRIETES DES IMAGES : POSITION

### Zone 3



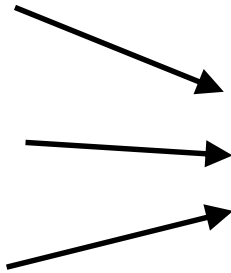
On a en effet  $OA'$  est positif

Objet tel que  $OA$  est positif : objet virtuel

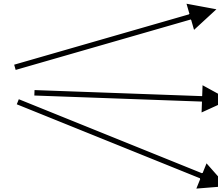
## Remarque : OBJET VIRTUEL

Notion d'objet virtuel : objet vers lequel les rayons convergent

Objet réel : objet à partir duquel les rayons divergent



Objet virtuel



Objet réel

**En pratique pour les lentilles :**

**Objet à gauche de la lentille = réel**

**à droite de la lentille = virtuel**

(Dans le cas où la lumière se propage de gauche à droite)

## 6. Propriétés des images : taille (grandissement)

## TAILLE DES IMAGES

Définition : on appelle grandissement

$$\gamma \equiv \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Remarque : grandeur algébrique, bizarre de comparer des grandeurs algébriques sur différents axes. Cela signifie ici qu'on oriente des axes parallèle dans le même sens

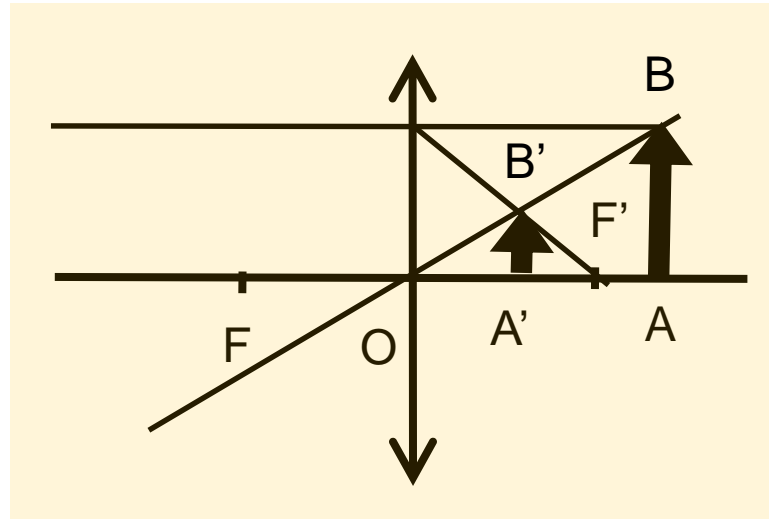


## TAILLE DES IMAGES

Expression de  $\gamma$  en fonction de  $OA$  et  $OA'$

Dans le cas 3 précédent, on voit, d'après Thalès que :

$$\gamma \equiv \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$



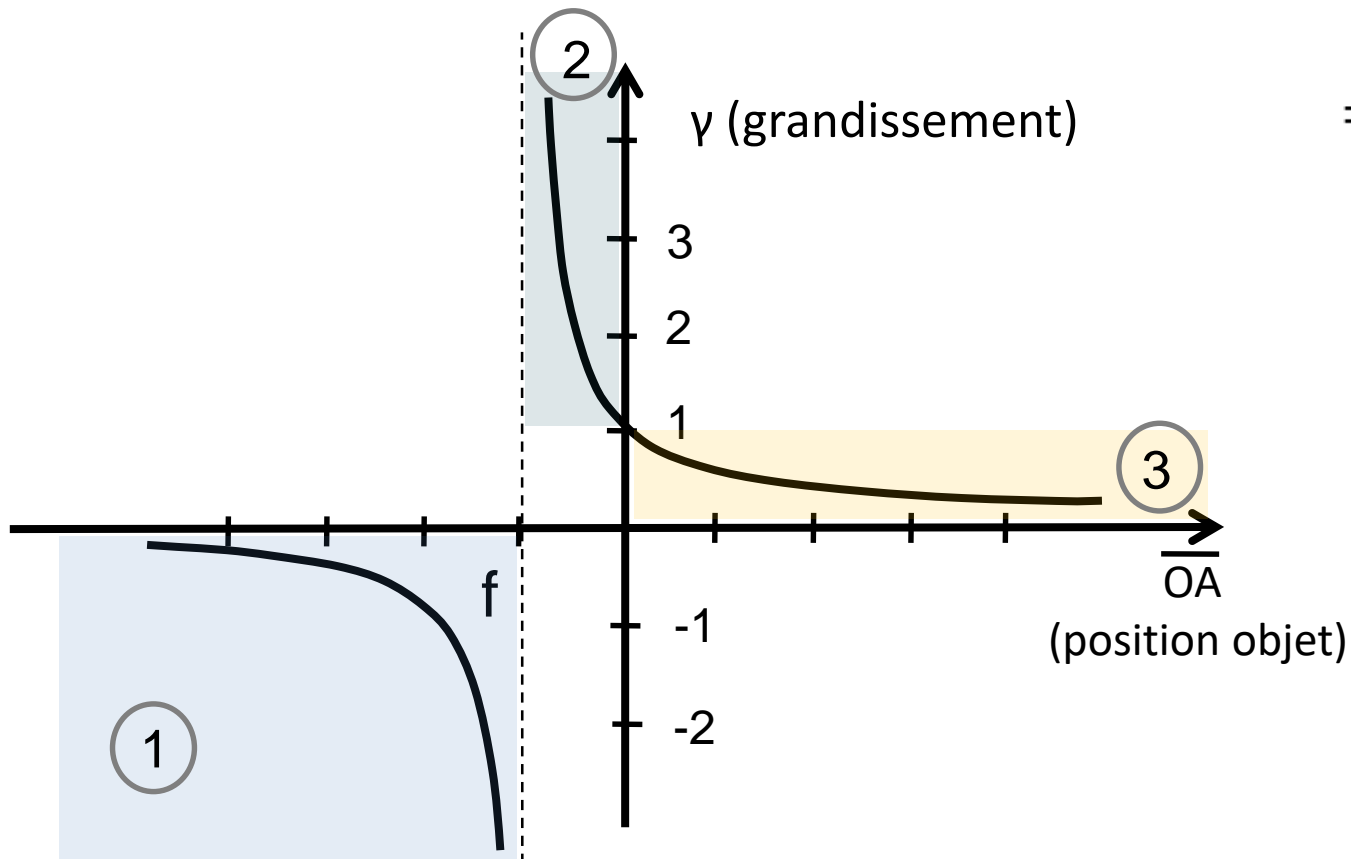
$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Expression du grandissement valable pour toutes les lentilles minces

## TAILLE DES IMAGES

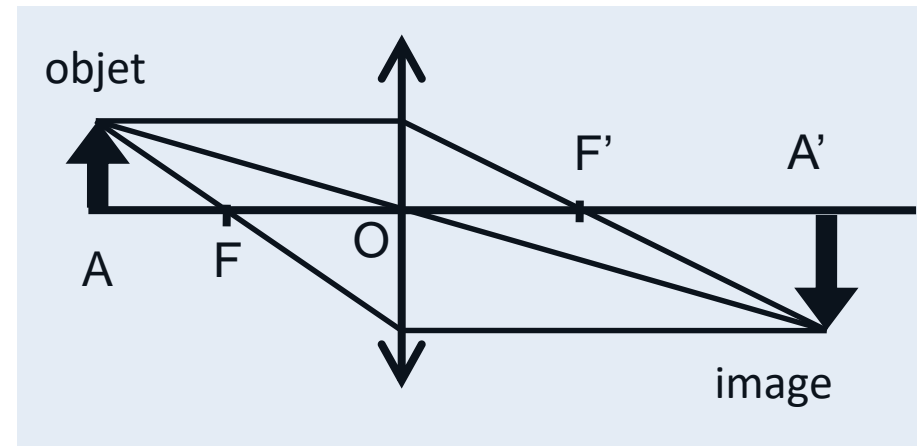
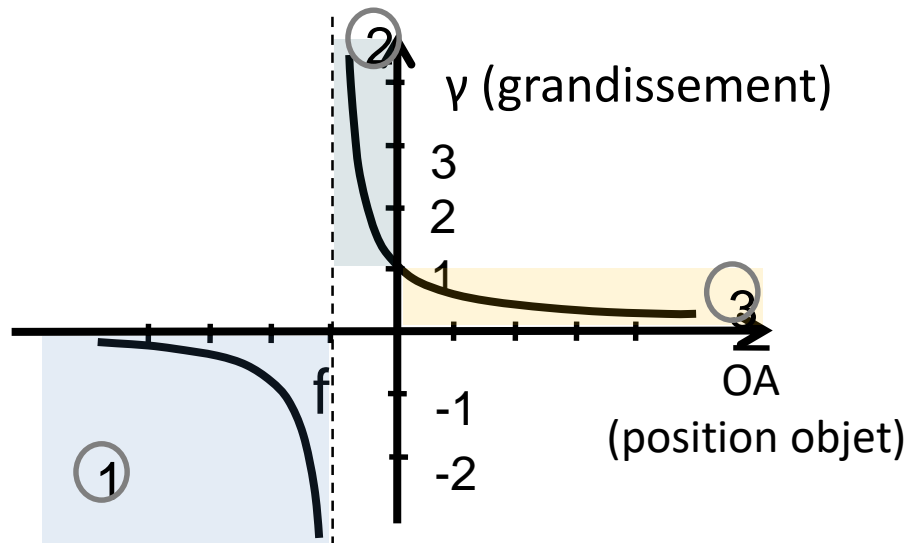
En combinant  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$  avec  $\overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$  on obtient  $\gamma = \frac{f'}{f' + \overline{OA}}$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\overline{OA}}{f'}} = \frac{1}{1 + x}$$



# TAILLE DES IMAGES

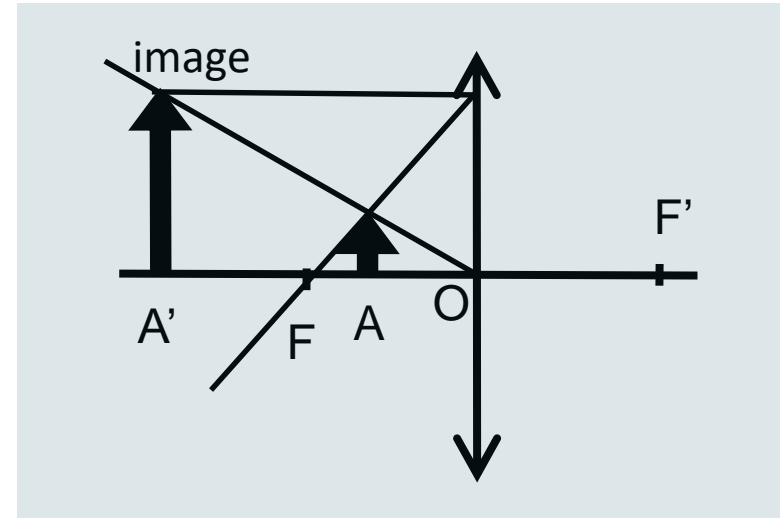
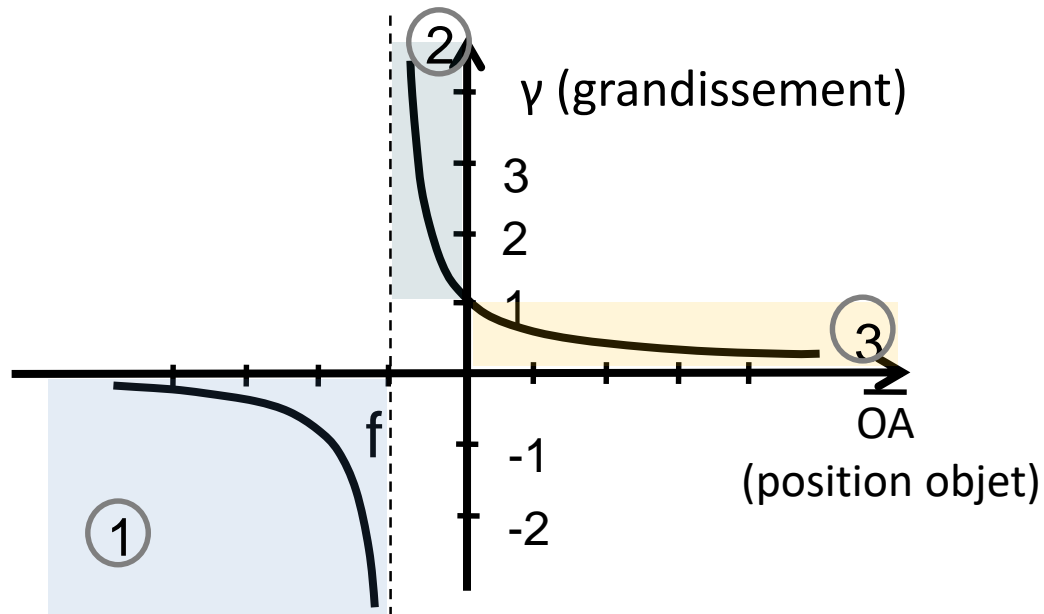
Cas 1



Zone 1 : grandissement négatif = image inversée

## TAILLE DES IMAGES

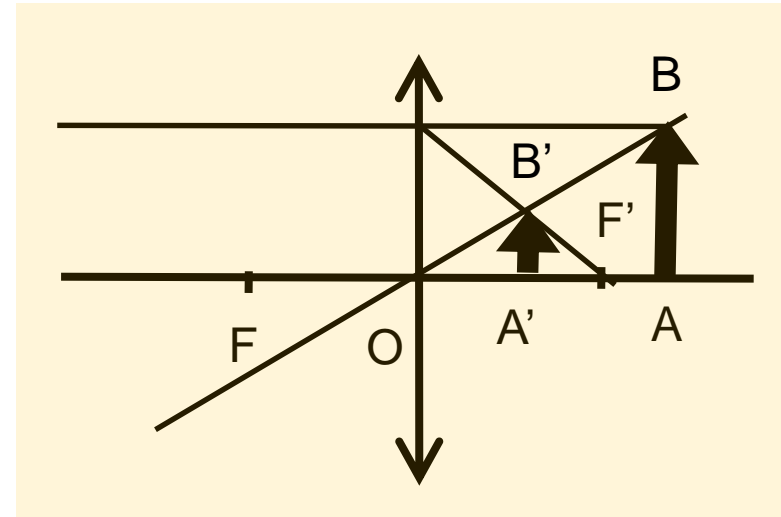
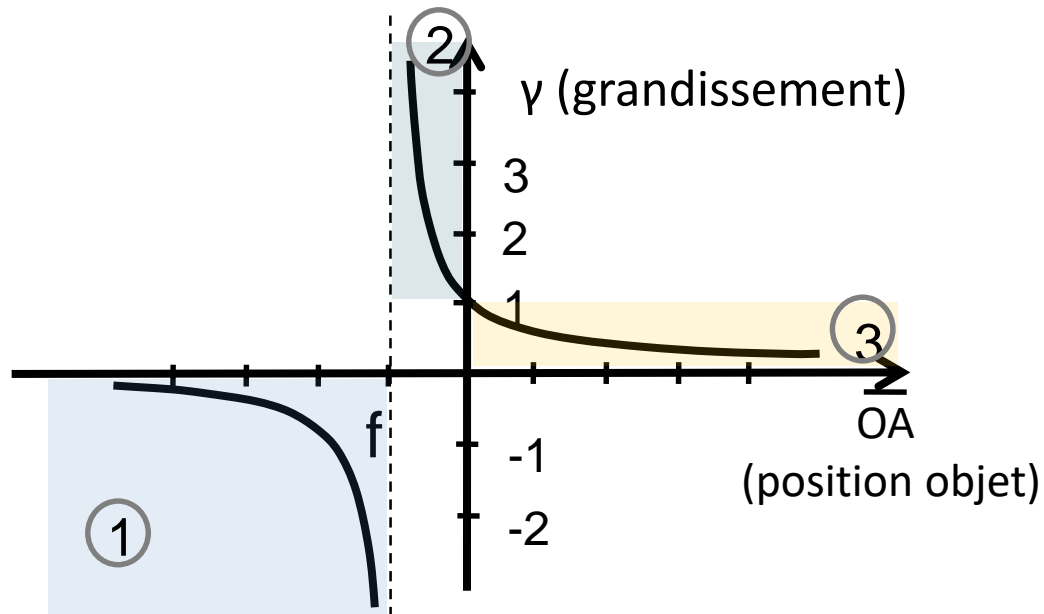
Cas 2



Zone 2 : grandissement  $> 1$  donc image agrandie = Loupe

## TAILLE DES IMAGES

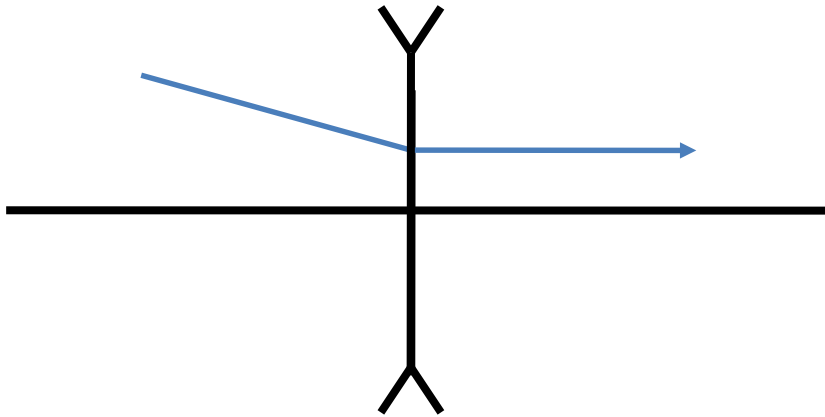
Cas 3



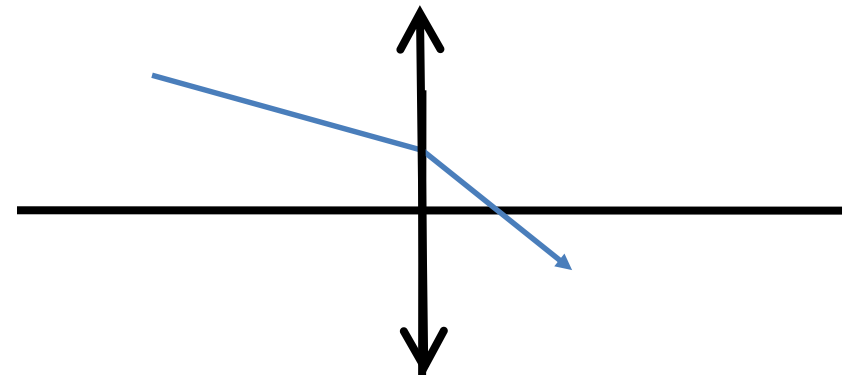
Zone 3 : grandissement  $< 1$  donc image réduite



# 1. Qu'est-ce qu'une lentille convergente ? Divergente ?



Divergente – dévie les rayons en les écartant de l'axe



Convergente

## 2. Qu'est-ce que le foyer objet d'une lentille ? Le foyer image ?

Si  $\overline{OA'} \rightarrow \infty$ ,  $A = F$

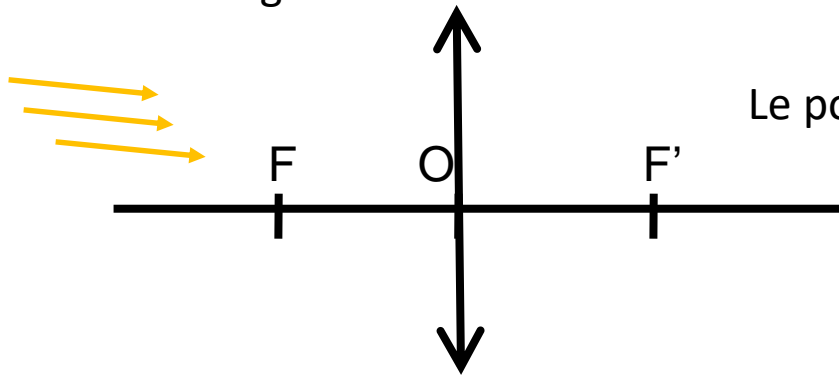
F est le foyer objet

Si  $\overline{OA} \rightarrow \infty$ ,  $\overline{OA'} = -\overline{OF} = \overline{OF'}$  F' est le foyer image



**3.** Où se situent les foyers objet  $F$  et image  $F'$  d'une lentille convergente par rapport à la position de la lentille  $O$  ?

Lentille convergente

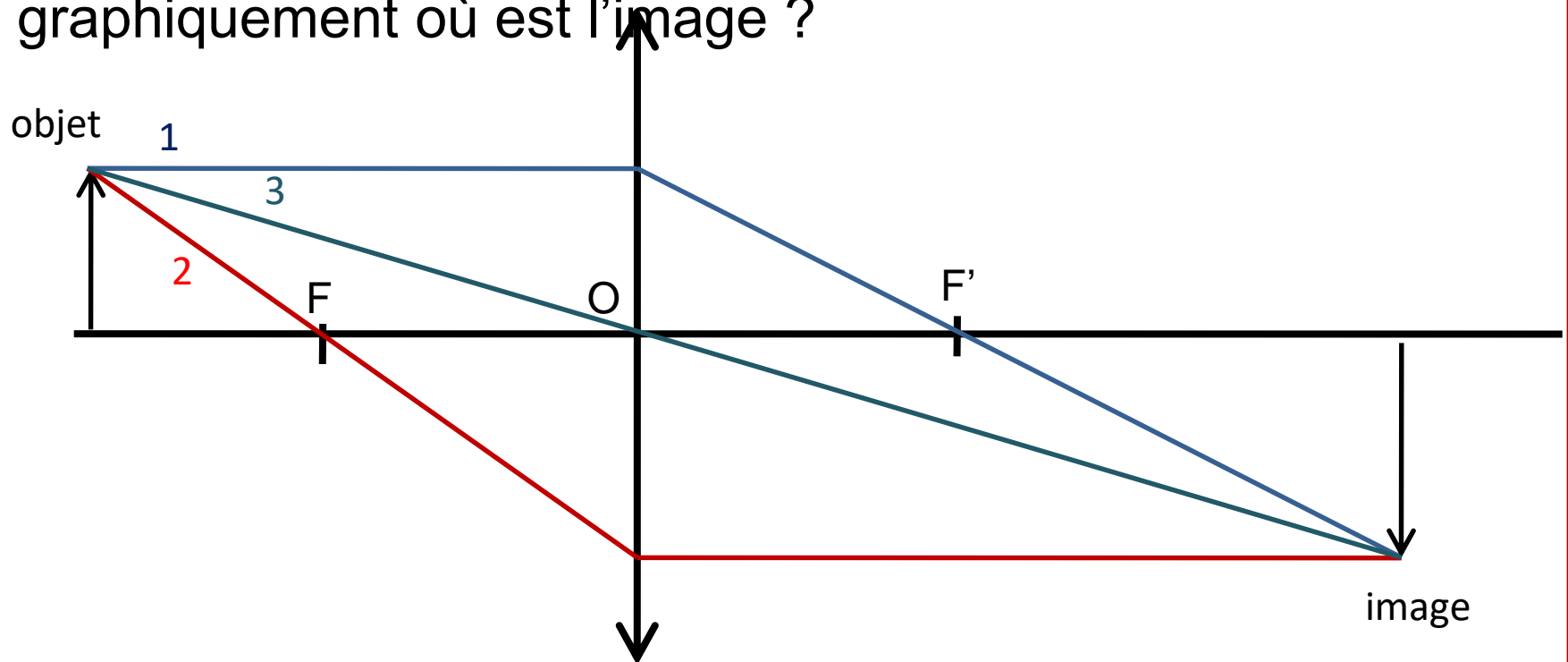


Le point **F** est du côté de la lumière incidente

Et dans le cas d'une lentille divergente ?

C'est l'opposé :  $\rightarrow F' O F$

**4.** Dans le cas des lentilles minces, quels sont les rayons remarquables que l'on peut utiliser pour déterminer graphiquement où est l'image ?



1. Le rayon incident  $//$  à l'axe optique ressort en passant par  $F'$
2. Le rayon incident passant par  $F$  ressort  $//$  à l'axe optique
3. Le rayon passant par  $O$  n'est pas dévié

**5.** Quelle est la relation de conjugaison des lentilles minces ?

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

Si par exemple un objet se trouve à 2 cm à l'avant d'une lentille de focale 4 cm, où se trouve l'image ?

Image à 4 cm en avant de la lentille (mode loupe)

**5.** Quel est la définition du grandissement ?

$$\gamma \equiv \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Exemple :

que peut on déduire si le grandissement vaut - 0.5 ?

Image réduite (puisque  $|\gamma| < 1$ )

Image inversée (puisque  $\gamma$  est négatif)