Modélisation des mécanismes (Suite)

Lyès MELLAL

Adresse mail : Lyes.MELLAL@externe.yncrea.fr

04/11/2020

Plan de la présentation

II. Modélisation d’un mécanisme

III. Exercices d’application

IV. Sources

II. Modélisation d’un mécanisme

1. Modélisation des liaisons (suite)

5. Mod.des.liais(torseur cinématique)

- On appelle torseur cinématique associé à la liaison de S1 et S2, le torseur noté $\left\{\vartheta_{S_2/S_1}\right\}$ représentatif de tout mouvement de S2 par rapport à S1 compatible avec la liaison des solides S1 et S2 [1].

$$\left\{\vartheta_{S_2/S_1}\right\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} \\ \overrightarrow{V_{A,S_2/S_1}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x.\vec{x} + \omega_y.\vec{y} + \omega_z.\vec{z} \\ V_x.\vec{x} + V_y.\vec{y} + V_z.\vec{z} \end{Bmatrix}$$

- Si entre les deux solides n'existent aucune liaison, les six grandeurs $\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y$ et V_z sont quelconques. On dit que S2 possède 06 degrés de liberté par rapport à S1 [1].

5. Mod.des.liais(torseur transmissible)

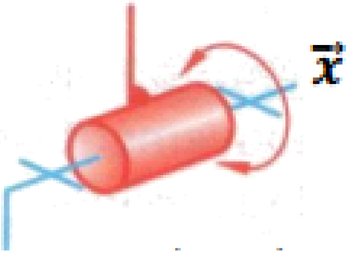
- On appelle torseur transmissible par une liaison parfaite le torseur des actions de contact exercées par le solide S1 sur le solide S2 dont la puissance est nulle dans tout mouvement de S2 par rapport à S1 compatible avec la liaison des solides S1 et S2 [1].

$$\boxed{\left\{T_{S_1\to S_2}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{(S_1\to S_2)}}\\ \overrightarrow{M_{A(S_1\to S_2)}}\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}X_{12} & L_{12}\\ Y_{12} & M_{12}\\ Z_{12} & N_{12}\end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = {}_A\left\{\begin{matrix}X_{12}.\vec{x}+Y_{12}.\vec{y}+Z_{12}.\vec{z}\\ L_{12}.\vec{x}+M_{12}.\vec{y}+N_{12}.\vec{z}\end{matrix}\right\}}$$

- Le nombre de degrés de liaison entre deux solides liés est le nombre de paramètres statiques indépendants. On appellera ce nombre Ns [1].

5. Exemple(torseur cinématique)

- Exemple Liaison Pivot d'axe $\vec{x}$: la forme par$(A \in \vec{x})$ ère en A du torseur cinématique :



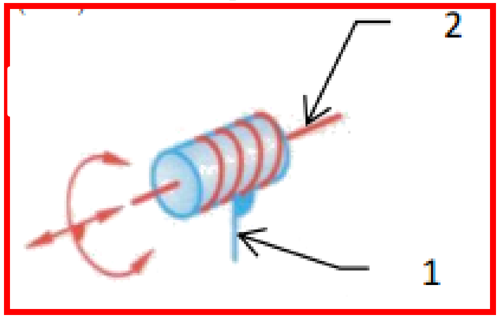
$$\{\vartheta_{S_2/S_1}\} = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} \\ \overrightarrow{V_{A,S_2/S_1}} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \qquad Nc = 1$$

On exprime au même point A et dans la même base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ le torseur d'action mécanique transmissible et ce de façon que le comoment de ces deux torseurs soit nul [1].

$$\{T_{S_1 \to S_2}\} = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{(S_1 \to S_2)}} \\ \overrightarrow{M_{A(S_1 \to S_2)}} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{matrix} \right\}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \qquad Ns = 5$$

5. Exemple(torseur cinématique)

- Exemple Liaison hélicoïdale : on définit le torseur cinématique de cette liaison par :



$$\{\vartheta_{S_2/S_1}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Quelle est la relation entre ω_x et V_x ?

Relation entre x et θ (translation/rotation) :

$$\{T_{S_1\to S_2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(S_1\to S_2)}} \\ \overrightarrow{M_{A(S_1\to S_2)}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad Ns = 5$$

5. Exemple(torseur cinématique)

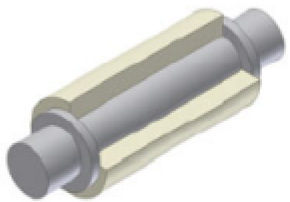
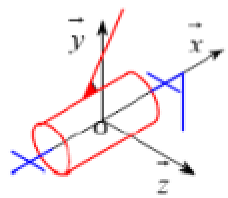
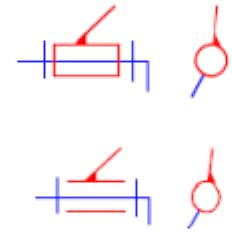
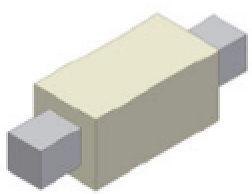
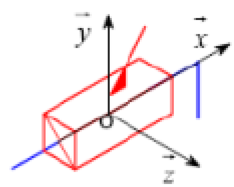
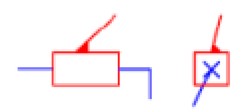
• **Pivot**		
Liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},..,..)}$	
		
Degrés de liberté – 1 **Rx** - rotation autour de $(O,\vec{x})$	Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe $(O,\vec{x})$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$.	
• **Glissière**		
Liaison glissière de direction $\vec{x}$ **Degrés de liberté – 1** **Tx** –translation de direction $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},..,..)}$ Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la direction principale $\vec{x}$.	
		

Image extraite de [3]

5. Exemple(torseur cinématique)

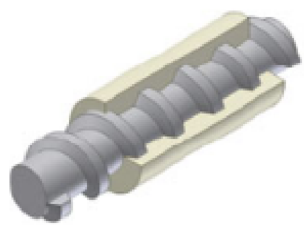
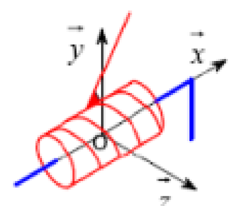
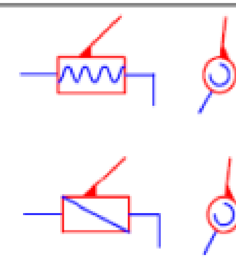
• **Hélicoïdale**		
Liaison hélicoïdale d'axe $\left(O,\vec{x}\right)$ **Degrés de liberté – 1** Les deux paramètres de mouvement (V_x et ω_x) sont liés	$\left\{V_{2/1}\right\} = \underset{\forall P\in\left(O,\vec{x}\right)}{\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x\cdot\vec{x}\\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x\cdot\vec{x}\end{array}\right\}} = \underset{\forall P\in\left(O,\vec{x}\right)}{\left\{\begin{array}{cc}\omega_x & V_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{array}\right\}}_{\left(\vec{x},\ldots,\ldots\right)}$ avec $\left\lvert V_x\right\rvert = \dfrac{p}{2\pi}\cdot\left\lvert\omega_x\right\rvert$ et p pas de l'hélice par tour. Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe $\left(O,\vec{x}\right)$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$. Le signe est fonction du sens de l'hélice	
		

Image extraite de [3]

5. Exemple(torseur cinématique)

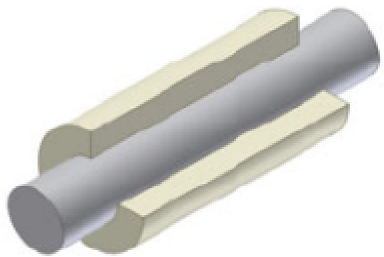
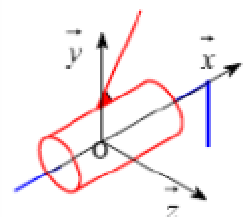
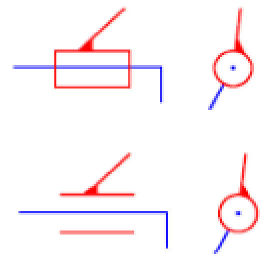
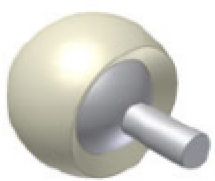
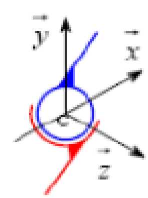
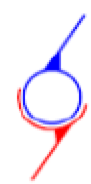
• **Pivot glissant**		
Liaison pivot glissant d'axe $(O,\vec{x})$ **Degrés de liberté – 2** **Rx, Tx** : 2 mouvements possibles	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x \cdot \vec{x} \\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\dots,\dots)}$ Le torseur à la même forme en tout point P de l'axe $(O,\vec{x})$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$.	
		 (iso) (nf)
• **Sphérique (Rotule)**		
Liaison sphérique de centre C **Degrés de liberté – 3** **Rx, Ry, Rz**	$\{V_{2/1}\} = \underset{C}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}} = \underset{C}{\begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}}_{(\dots,\dots,\dots)}$ Dans tout repère de centre C, centre de la sphère	
		

Image extraite de [3]

5. Exemple(torseur cinématique)

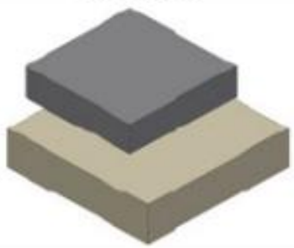
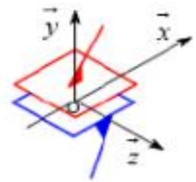
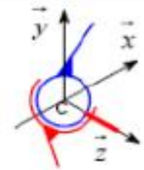
• **Appui plan**		
Liaison appui plan de normale $\vec{y}$ **Degrés de liberté – 3** **Tx, Tz, Ry**	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_y \cdot \vec{y} \\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} \end{Bmatrix}} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}}_{(\ldots,\vec{y},\ldots)}$ avec $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}} \cdot \vec{y} = 0$ Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la normale au plan –ici $\vec{y}$ –	
		
• **Sphérique à doigt**		
Liaison Sphérique à doigt de centre C **Degrés de liberté – 2** **Ry, Rz**	$\{V_{2/1}\} = \underset{C}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}} = \underset{C}{\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}}_{(\ldots,\ldots,\ldots)}$ Le torseur doit être écrit en C, centre de la sphère, dans une base dont l'un des vecteurs est porté par le doigt, ici $\vec{z}$.	
		

Image extraite de [3]

5. Exemple(torseur cinématique)

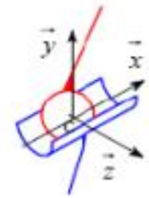
• Sphère-cylindre (linéaire annulaire))

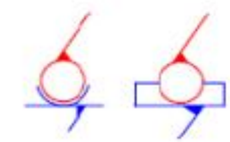
Liaison Sphère –cylindre d'axe $(C,\vec{x})$

Degrés de liberté –4–
Rx, Ry, Rz, Tx

$$\{V_{2/1}\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{C\in 2/1}}\end{matrix}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}\omega_x & V_x\\ \omega_y & 0\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}_{C\;(\vec{x},\dots)}$$

Le doit torseur doit être écrit en C centre de la sphère, avec un des vecteurs de base – ici $\vec{x}$ – le long de l'axe du mouvement de translation





• Linéaire rectiligne

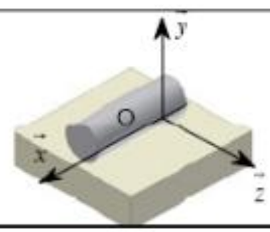
Liaison linéaire rectiligne d'axe $(O,\vec{x})$ et de normale $\vec{z}$

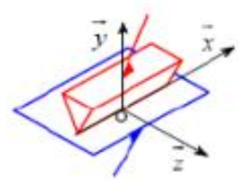
Degrés de liberté – 4
Rx, Ry,
Tx, Tz

$$\{V_{2/1}\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{C\in 2/1}}\end{matrix}\right\}_{\forall P\in(O,\vec{x})} = \left\{\begin{matrix}\omega_x & V_x\\ \omega_y & 0\\ 0 & V_z\end{matrix}\right\}_{\forall P\in(O,\vec{x})\;(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Le repère idéal est défini par un point P sur la droite de contact –ici $(O,\vec{x})$ et la normale à la surface de contact –ici $\vec{y}$ –

Nota : cette liaison était définie dans la norme NFE 04015 mais n'apparait pas dans la norme ISO 3952





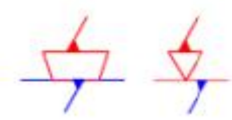


Image extraite de [3]

5. Exemple(torseur cinématique)

<table>
<tr><td colspan="3">• Sphère-plan (ponctuelle)</td></tr>
<tr><td>Liaison sphère-plan de normale $(I, \vec{y})$

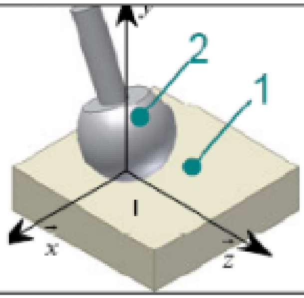
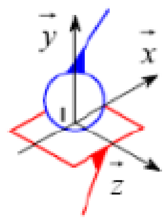
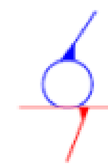
Degrés de liberté – 5
Tx, Ty
Rx, Ry,Rz</td><td colspan="2">$$\{V_{2/1}\} = {}_I\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{Ce2/1}} \end{matrix} \right\} = {}_C\left\{ \begin{matrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{matrix} \right\}_{(..,\vec{y},..)}$$
Le torseur s'écrit en I point de contact, dans toute base contenant la normale au plan de contact</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">• Liaison encastrement ou liaison complète</td></tr>
<tr><td colspan="3">On appelle liaison complète une liaison entre deux solides qui annule tous les mouvements.
La liaison encastrement est représentée par un triangle noirci entre les deux solides.</td></tr>
</table>

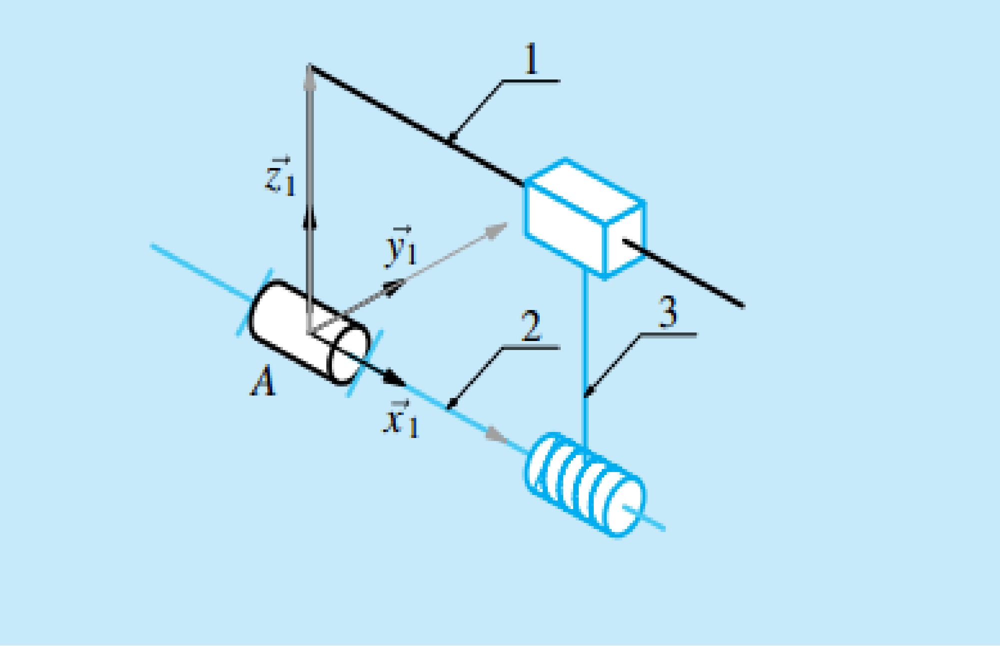
Image extraite de [3]

III. Exercices d’application

1. Système vis-écrou

1. Système vis-écrou

On se propose d'analyser un système de transformation de mouvement utilisant l'association d'une vis et d'un écrou.



Ce mécanisme comporte trois solides :

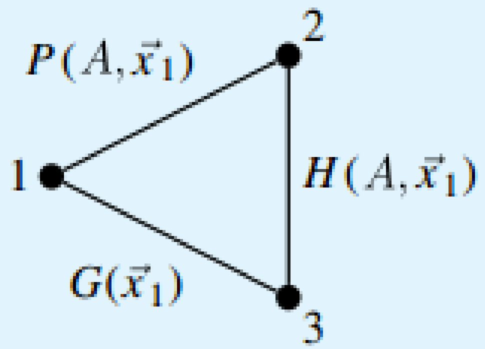
1. Système vis-écrou

• un support 1, auquel on associe un repère $\left(A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1}\right)$;
• un écrou 3, guidé en translation rectiligne par rapport au support par une glissière de direction $\vec{x_1}$;
• une vis 2, en liaison pivot d'axe $\left(A, \vec{x_1}\right)$ avec le support et en liaison hélicoïdale de même axe avec l'écrou.

1.Paramétrer ce mécanisme.
2.Un moteur entraîne la vis par rapport au support et l'écrou est accroché à un récepteur. Déterminer la loi entrée-sortie.
3.On souhaite un déplacement suivant + $\vec{x_1}$ du récepteur lors de la rotation positive du moteur. Déterminer le sens à imposer à l'hélice de la liaison hélicoïdale.
4.Évaluer le degré de statisme de cette structure.

1. Système vis-écrou

- Ce mécanisme comporte une chaîne fermée de trois solides.



P	Pivot *d'axe (Dte)*
G	Glissière *suivant (Vec)*
H	Hélicoïdale *d'axe (Dte)*

On écrit les trois torseurs cinématiques pour poser les 03 Variables cinématiques :

$$\mathcal{V}(2/1) = {}_A\begin{cases} \dot{\alpha}\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\mathcal{V}(3/1) = \begin{cases} \vec{0} \\ \dot{\lambda}\vec{x}_1 \end{cases}$$

$$\mathcal{V}(2/3) = {}_A\begin{cases} \omega_{23}\vec{x}_1 \\ u_{23}\vec{x}_1, \text{ avec } u_{23} = p\,\omega_{23} \end{cases}$$

1. Système vis-écrou

L'analyse des sommets permet de faire ressortir les propriétés géométriques propres à cette structure :

- la vis 2 comporte deux droites confondues et une hélice de pas p;
- sur le bâti 1sont définies une droite et une direction parallèles;
- l'écrou 3comporte également une droite et une direction parallèles, ainsi qu'une hélice de pas p.

Le pas de l'hélice est la seule valeur non nulle caractéristique de la géométrie du mécanisme.

IV. Sources

[1] Cours de modélisation des mécanismes (Lycée P.Mendès France Epinal)

[2]http://barreau.matthieu.free.fr/cours/meca/modelisation/pages/liaisons.html

[3] Modélisation, prévision et vérification du comportement cinématique des systèmes mécaniques réalisé par Mr Pernot