数学家介绍：拉格朗日

小组成员：卢浩仁，卢一宁，马诗雨，郑开元

December 2024

人物介绍

个人经历

- 青年时代
- 游历时代

数学贡献

- 变分法与分析力学
- 拉格朗日中值定理
- 在数论中的贡献
- 在代数学中的贡献

人物介绍

约瑟夫 · 拉格朗日（Joseph-Louis Lagrange，1736 年—1813 年）全名为约瑟夫 · 路易斯 · 拉格朗日，法国著名数学家、物理学家。1736 年 1 月 25 日生于意大利都灵，1813 年 4 月 10 日卒于巴黎。他在数学、力学和天文学三个学科领域中都有历史性的贡献，其中尤以数学方面的成就最为突出。

青年时代

青年时代，在数学家雷维里的教导下，拉格朗日喜爱上了几何学。17 岁时，他读了英国天文学家哈雷介绍牛顿微积分成就的短文《论分析方法的优点》后，感觉到“分析才是自己最热爱的学科”，从此他迷上了数学分析，开始专攻当时迅速发展的数学分析。18 岁时，拉格朗日用意大利语写了第一篇论文，是用牛顿二项式定理处理两函数乘积的高阶微商，他又将论文用拉丁语写出寄给了当时在柏林科学院任职的数学家欧拉。不久后，他获知这一成果早在半个世纪前就被莱布尼兹取得了。这个并不幸运的开端并未使拉格朗日灰心，相反，更坚定了他投身数学分析领域的信心。

游历时代

1755 年拉格朗日 19 岁时，在探讨数学难题“等周问题”的过程中，他以欧拉的思路和结果为依据，用纯分析的方法求变分极值。第一篇论文“极大和极小的方法研究”，发展了欧拉所开创的变分法，为变分法奠定了理论基础。变分法的创立，使拉格朗日在都灵声名大振，并使他在 19 岁时就当上了都灵皇家炮兵学校的教授，成为当时欧洲公认的第一流数学家。1756 年，受欧拉的举荐，拉格朗日被任命为普鲁士科学院通讯院士。1764 年，法国科学院悬赏征文，要求用万有引力解释月球天平动问题，他的研究获奖。接着又成功地运用微分方程理论和近似解法研究了科学院提出的一个复杂的六体问题（木星的四个卫星的运动问题），为此又一次于 1766 年获奖。

游历时代

1766 年德国的腓特烈大帝向拉格朗日发出邀请时说，在“欧洲最大的王”的宫廷中应有“欧洲最大的数学家”。于是他应邀前往柏林，任普鲁士科学院数学部主任，居住达 20 年之久，开始了他一生科学研究的鼎盛时期。在此期间，他完成了《分析力学》一书，这是牛顿之后的一部重要的经典力学著作。书中运用变分原理和分析的方法，建立起完整和谐的力学体系，使力学分析化了。他在序言中宣称：力学已经成为分析的一个分支。1783 年，拉格朗日的故乡建立了“都灵科学院”，他被任命为名誉院长。1786 年腓特烈大帝去世以后，他接受了法王路易十六的邀请，离开柏林，定居巴黎，直至去世。

变分法与分析力学

广义坐标，广义速度
拉格朗日函数
最小作用量原理
$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0$
欧拉-拉格朗日方程
$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$
高中物理中的例子：
$L = T = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x)$

拉格朗日中值定理

介值原理：函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且值域为 $[m,M]$，则 $\forall y \in [m,M], x \in [a,b], f(x) = y$

费马原理：函数 $f(x)$ 在 (a,b) 上连续可导，则 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的最值 $\Rightarrow f'(x_0) = 0$

罗尔中值定理：若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导，且 $f(a) = f(b)$ 则 $x_0 \in (a,b), f'(x_0) = 0$

拉格朗日中值定理：若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导，则 $x_0 \in (a,b), f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

在数论中的贡献

拉格朗日四平方定理：

$\forall n \in \mathbb{N}, \exists a, b, c, d \in \mathbb{N}, n = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

拉格朗日恒等式：

$(\sum_{i=1}^{n} a_i^2)(\sum_{i=1}^{n} b_i^2) = (\sum_{i=1}^{n} a_i b_i)^2 + \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} (a_i b_j - a_j b_i)^2$

拉格朗日插值公式

在代数学中的贡献

群论中的拉格朗日定理：
如果 H 是群 G 的一个子群，那么 H 的阶（即 H 中元素的个数）必然能整除 G 的阶