Norman Dryś 171887 9.06.2019

AIR 1

Projekt – Metody Modelowania matematycznego

Sprawozdanie

Treść polecenia Projektu 5 (System z nieliniowością):
Zamodelować i przeprowadzić symulację systemu opisanego równaniem:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{dt}^2}y(t) + b\cdot\frac{d}{dt}y(t) + A\cdot\sqrt{|a\cdot y(t)|} = u^3(t)$$

Umożliwić użytkownikowi definiowanie wszystkich parametrów A, a i b (wartości dodatnie) w menu programu. Symulację wykonać stosując odpowiedni (nieliniowy) model stanowy. Program powinien wykreślać bieżącą wartość wyjścia y(t) systemu.
Zaimplementować pobudzenie u(t) w postaci: fali prostokątnej, skoku, sinusoidy.

Równanie rozwiązywaliśmy za pomocą rozwinięcia Taylora sygnału $y(t)$ oraz $y'(t)$.

$$y(t+h) = y(t) + h\cdot\dot{y}(t) + \frac{h^2}{2}\cdot\ddot{y}(t)$$

$$\dot{y}(t+h) = \dot{y}(t) + h\cdot\ddot{y}(t)$$

Gdzie „h” jest krokiem całkowania

Wyznaczając z równania różniczkowego $\ddot{y}(t) = u^3(t) - A\cdot\sqrt{|a\cdot y(t)|} - b\cdot\dot{y}(t)$
oraz zmieniając model na dyskretny w czasie otrzymujemy równania:

$$y(i+1) = y(i) + h\cdot\dot{y}(i) + \frac{h^2}{2}\cdot\left[u^3(i) - A\cdot\sqrt{|a\cdot y(i)|} - b\cdot\dot{y}(i)\right]$$

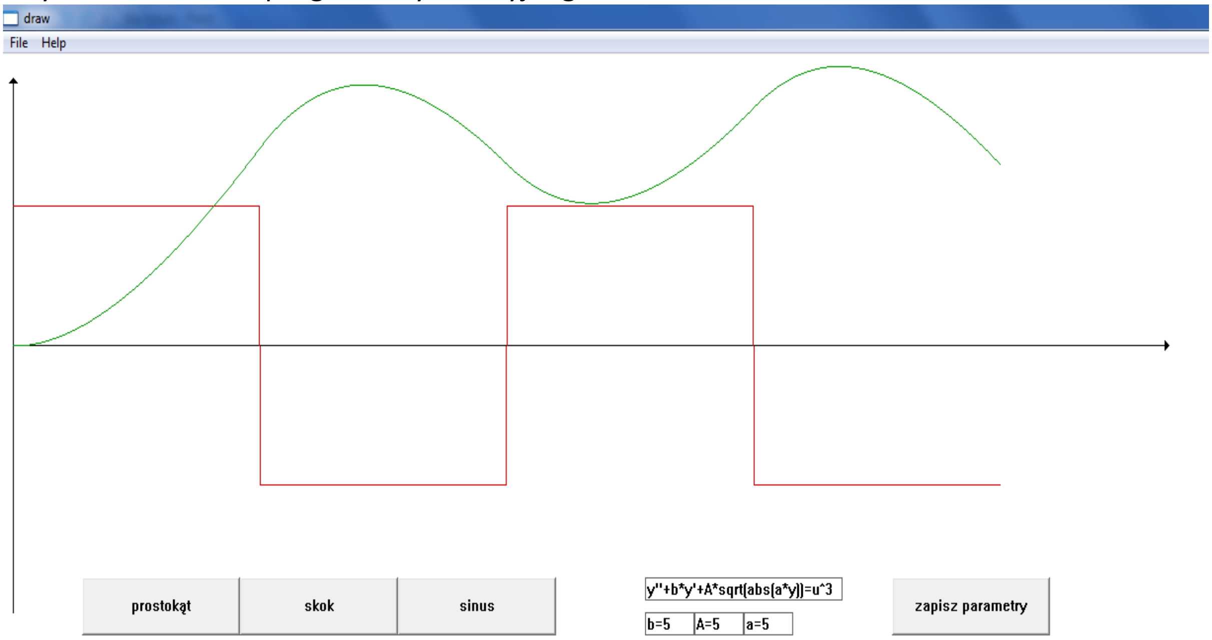
$$\dot{y}(i+1) = \dot{y}(i) + h\cdot\left[u^3(i) - A\cdot\sqrt{|a\cdot y(i)|} - b\cdot\dot{y}(i)\right]$$

Gdzie „i” oznacza numer próbki sygnału

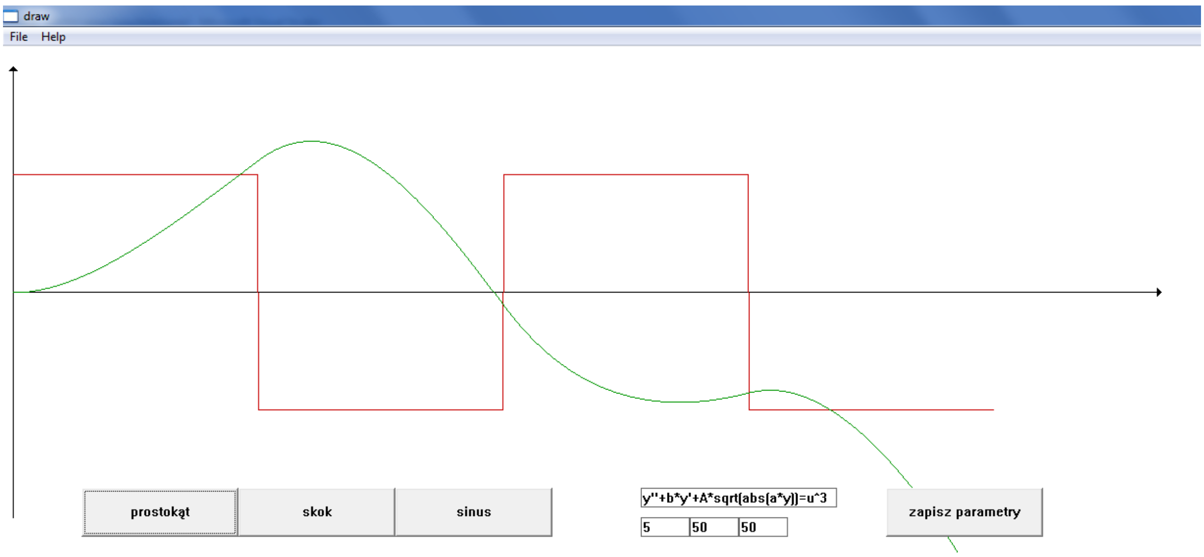
Na podstawie powyższych równań oraz wiedząc, że warunki początkowe $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$ Jesteśmy w stanie wyznaczyć numerycznie bieżącą wartość wyjścia $y(t)$ systemu. Krok całkowania h wynosi 0.001

Program został napisany w języku C++ korzystając z biblioteki do tworzenia aplikacji WinAPI. Interfejs umożliwia definiowanie wartości współczynników A, a, b równania różniczkowego. Domyślnie wartości te wynoszą 5. Za pomocą przycisków możemy wybierać między rodzajem sygnału wejściowego (fala prostokątna, sinus, skok). Wykres czerwony przedstawia sygnał wejściowy, a zielony sygnał wyjściowy.

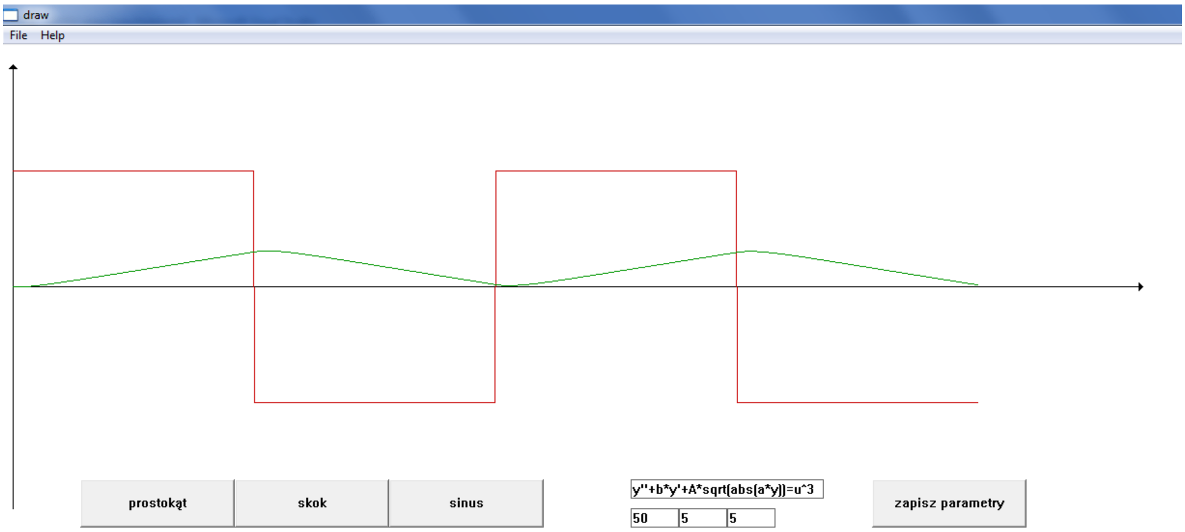
Przykładowe widoki programu symulacyjnego:



A, b, a = 5



A, a = 50, b = 5



A, a = 5, b = 50

Wnioski:

1. Dyskretna aproksymacja modelu z krokiem całkowania h = 0.001 całkowicie wystarcza na dokładne odzwierciedlenie sygnału wyjściowego nie wydłużając przy tym niepotrzebnie czasu symulacji.
2. Na podstawie przebiegów symulacji możemy stwierdzić, że im większe wartości współczynników członu nieliniowego tym odpowiedź systemu jest bardziej niestabilna. Większa wartość współczynnika „b" odpowiada większemu tłumieniu.
3. Program może służyć do obserwacji przebiegu wyjścia różnych nieliniowych systemów opisanych równaniem różniczkowym drugiego rzędu dzięki możliwości definiowania współczynników równania.
4. Zastosowana metoda modelowania oraz odpowiedni dobór języka programowania dały zadowalające wyniki.