

Komplexe Division

$$\frac{a}{a+bi} = \frac{a}{a+bi} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

Darstellungsformen: $a+bi$

- $re^{i\varphi}$, - $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{mit } \varphi = \arctan \left(\frac{b}{a} \right),$$

$$\text{bei } a=0^\circ \rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Komplexe Potenzen:

$$z^5 = (\rho e^{i\varphi})^5 = r^5 e^{i5\varphi}$$

Komplexe Wurzeln:

Die n-te Wurzel aus z hat n Ergebnisse.

$$\zeta = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$$

$$z_\zeta = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$$

Winkelfunktionen:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Matrix transponierung:

$A^T \rightarrow$ Erste Spalte zu ersten Zeile, zweite Spalte zu zweiter Zeile usw.

$$(A^T)^T = A; A^T + B^T = (A+B)^T$$

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

Ist U ein UVR? \rightarrow - behalbhet

or $\vec{0}?$ - ist er abgeschlossen?

Matrixdimension:

Matrix in Spalten aufteilen, Vielfache streichen,

Anzahl Restspalten = Dim

Rang: 1. Zeilenstufenform,

2. Nullzeilen streichen,

Anzahl übriger Zeilen Rang

PP-Formel:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Span: $(a+3b)$

$U = (a-b)$

$$= \{(a) + (3b)\}$$

$$= \{a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}\}$$

$$\rightarrow \text{Span}(U) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Kern:

$$\text{Ker}(A) \rightarrow Ax = \vec{0},$$

der Kern ist x

Parallelogramm Dreieck

		(0)
0	1	(1)
1	2	(2)
2	3	(3)
3	4	(4)
4	5	(5)
5	6	(6)
6	7	(7)
7	8	(8)
8	9	(9)
9	10	(10)
10	11	(11)
11	12	(12)
12	13	(13)
13	14	(14)
14	15	(15)
15	16	(16)
16	17	(17)
17	18	(18)
18	19	(19)
19	20	(20)
20	21	(21)
21	22	(22)
22	23	(23)
23	24	(24)
24	25	(25)
25	26	(26)
26	27	(27)
27	28	(28)
28	29	(29)
29	30	(30)
30	31	(31)
31	32	(32)
32	33	(33)
33	34	(34)
34	35	(35)
35	36	(36)
36	37	(37)
37	38	(38)
38	39	(39)
39	40	(40)
40	41	(41)
41	42	(42)
42	43	(43)
43	44	(44)
44	45	(45)
45	46	(46)
46	47	(47)
47	48	(48)
48	49	(49)
49	50	(50)
50	51	(51)
51	52	(52)
52	53	(53)
53	54	(54)
54	55	(55)
55	56	(56)
56	57	(57)
57	58	(58)
58	59	(59)
59	60	(60)
60	61	(61)
61	62	(62)
62	63	(63)
63	64	(64)
64	65	(65)
65	66	(66)
66	67	(67)
67	68	(68)
68	69	(69)
69	70	(70)
70	71	(71)
71	72	(72)
72	73	(73)
73	74	(74)
74	75	(75)
75	76	(76)
76	77	(77)
77	78	(78)
78	79	(79)
79	80	(80)
80	81	(81)
81	82	(82)
82	83	(83)
83	84	(84)
84	85	(85)
85	86	(86)
86	87	(87)
87	88	(88)
88	89	(89)
89	90	(90)
90	91	(91)
91	92	(92)
92	93	(93)
93	94	(94)
94	95	(95)
95	96	(96)
96	97	(97)
97	98	(98)
98	99	(99)
99	100	(100)

E-Eucl / Bezout:					
E_i	r_i	a_i	b_i	ϵ_i	Wie oft geht
0	x	n	0	n_i	n_i in r_i ?
1	-3	0	1	$n_i = n + 1$	Rückwert
2	-	-	-	$a_i(b_i)$	= Bezahl

$$\epsilon_n = \left\lfloor \frac{r_{n-1}}{r_n} \right\rfloor; r_n = r_{n-2} - (r_{n-1})$$

$$a_n = a_{n-1} - (\epsilon_{n-1} \cdot a_{n-2})$$

$$b_n = b_{n-1} - (\epsilon_{n-1} \cdot b_{n-2})$$

Kommutativ: $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativ: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Distributiv: $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

KNF: Wahrheitstabelle nach 0 suchen, Werte negieren, mit A konkludieren

DNF: Wie KNF, nur 1 und V

Horn-SAT: Klausel mit 1 pos. Literal, alle Negationen in anderen Klauseln stricken. Nur 1 Klausel p. Variable. Falsch machen k. lscr. Sonst 1.

Surjektiv: jedes Elcm. in Zielmenge wird getroffen

Injektiv: jedes Element wird max 1x getroffen

Bijektiv: Injektiv + Surjektiv
Spieleinheitliche Umkehrfunktion

P-Dichte bis $x \approx \text{Ker}(G)$.

$$Z_n^* = \{x > 0 \wedge x \leq n \mid ggT(x, n) = 1\}$$

$$Z_n^* = \{0, 1, \dots, n\}$$

$$|Z_n^*| = \phi(n) = \phi(\neg \text{PF2})$$

Körper: $(G, \circ, 0) \rightarrow (G, \circ)$ und $(G, 0)$

und abelsche Gruppen, es gilt Distributivgesetz

Gruppe: (G, \circ) ; Bedingungen:

- Assoziativität,
- neutrales und invertierbares Element,
- Abgeschlossenheit

Abelsche Gruppen: Kommutative Gruppen

Halbgruppen: Assoziativität, nicht zwangsläufig invertierbar, nicht zwangsläufig neutrales Element

Endliche Gruppe mod n: $\exists x: x^n$ erreicht mod n jedes Element der Gruppe.

Ring: $(G, \circ, 0)$, so dass (G, \circ) abelsch G. ist und $(G, 0)$ Halbgruppe

Restklassenring: Ring, in dem nach jeder Operation modulo genommen wird

Einheit: Element eines Rings, für das gilt: $a \circ \tilde{a} = e$.

Nullteiler: Elcm. Ring, so dass $a \cdot b = 0$ mal

Sin / Cos / Tan:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \sin(\alpha) = \frac{\text{Gegen}}{\text{Hyp}}; \cos(\alpha) = \frac{\text{An}}{\text{Hyp}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegen}}{\text{An}}$$

arcsin / arccos / arctan:

x	0	1	-1	$x \rightarrow \pm \infty$
\arcsin	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	
\arccos	$\frac{\pi}{2}$	0	π	
\arctan	0	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\pm \frac{\pi}{2}$