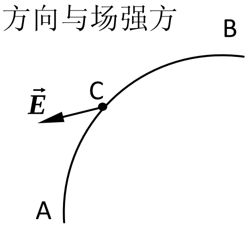
作业 17

1．电子沿曲线作加速运动，必有沿法向和切向的力；电子带负电，受力方向与场强方向相反。



2. $E_x = 0, E_y = 2E_1\cos\theta = \dfrac{2qy}{4\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)^{3/2}}$；

$$\therefore\ \vec{E} = E_y\vec{j} = \frac{qy}{2\pi\varepsilon_0(a^2+y^2)^{3/2}}\vec{j}$$

场强最大处：$\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y} = 0, \therefore\ y = \pm\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

3. 上半段：$\mathrm{d}Q = \dfrac{2Q}{\pi}\mathrm{d}\theta$，$E_{1x} = \dfrac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sin\theta\mathrm{d}\theta = \dfrac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$

$$E_{1y} = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

$$\therefore\ \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{i} - \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$$

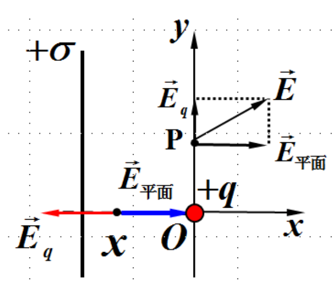
同理，下半段：$\vec{E}_2 = -\dfrac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{i} - \dfrac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$$

4. $\vec{E} = \dfrac{lQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2(2\pi R - l)}\hat{R}$ （$\hat{R}$ 单位矢量，方向从圆心指向空隙处)。

5. $\vec{F} = \dfrac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2\,\vec{i}$

6. P 点的场强 $\vec{E}$ 如图所示，场强为零的位置为 $x = -\sqrt{\dfrac{q}{2\pi\sigma}}$



7. O 点的场强为两个半无限长直线何半圆弧在 O 点产生场强的矢量叠加。

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i}-\vec{j}),\ \vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i}+\vec{j}) \quad \text{（半无限长导线），}$$

$\vec{E}_3 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$ （半圆）　　$\therefore \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$

作业 18

1．补成 8 个立方体，让 A 点在正中心。$\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$

2．（1）$Q = A\pi R^4$

（2）$E = \begin{cases} \dfrac{Ar^2}{4\varepsilon_0}, r < R \\ \dfrac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}, r > R \end{cases}$

3． $E = \begin{cases} 0 \quad (r < R_1, r > R_2) \\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \ (R_1 < r < R_2) \end{cases}$

4．利用场强叠加原理，将空腔填满。填满的空腔的球体在 P 点电场为 $\vec{E}_1$，把空腔看成是球形带电体对应 P 点电场 $\vec{E}_2$，这两球各自产生的场强具有球对称性，利用高斯定理，有：

$\vec{E}_1 = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$，$\hat{r}$ 为由 O 指向 P 的单位矢量

$$\vec{E}_2 = \frac{\rho R'^3}{3\varepsilon_0 (r-a)^2}\hat{r}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 + \vec{E}_P$$

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} - \frac{\rho R'^3}{3\varepsilon_0 (r-a)^2}\hat{r}$$

5.（1）O 点的场强改变，穿过高斯面的电通量不变；（2）场强与电通量都改变。

作业 19

1.（1）建立坐标系 x 轴，$\vec{E} = -\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0 L}\vec{i}$

（2）在 L 中心处，E＝0；

在 L 中心处向右，方向水平向右；

在 L 中心处向左，方向水平向左。

2.（1）小球受到竖直向上的电场力 qE、竖直向下的重力 mg 及绝缘槽给予的支持力 N（法线方向，指向圆心）（图略）

（2）设小球与圆心的连线跟通过圆心的垂线之间的夹角为 θ，则运动方程为：

$$-(mg-qE)\sin\theta = mR\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

整理后为：

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+\frac{(mg-qE)}{mR}\sin\theta = 0$$

（3）当满足 $\sin\theta\approx\theta$（即 $\theta<5°$），且 $mg-qE>0$ 时，上式就变为为简谐振动方程

$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+\frac{(mg-qE)}{mR}\theta = 0$，小球此时作简谐振动。其振动角频率为：$\omega=\sqrt{\frac{mg-qE}{mR}}$

3. (1) $$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{-qQx}{4\pi\varepsilon_0 m(x^2+R^2)^{3/2}}=0$$

(2) 当 $x<<R$， 运动方程近似为：$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{-qQx}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}=0$

注意到 $q<0$，上式的解为：$x(t)=A\cos(\sqrt{\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}}t)$ 小球以 O 点为平衡位置做简谐振动。其中 $\omega=\sqrt{\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}},\varphi_0=0$

（若 x_0 为小球的初始位置，则 $A=x_0$ 为小球的振幅。）

（3）若 $q>0$，小球释放后水平向右做变加速运动。

4. $-\frac{3\sigma d}{2\varepsilon_0}$

5. $A=-2PE\cos\alpha$

6.（1）$\vec{E}=\frac{\sigma\cdot\Delta S}{4\pi\varepsilon_o R^2}\frac{\vec{R}}{R}$ $\vec{R}$ 由 O 指向小孔,

（2）$U=\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0 R}(4\pi R^2-\Delta s)$