

作业 1

1. $\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = 0$, $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{2v_1 \sin(\theta/2)}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta v}$.
2. (1) $\vec{v}(t=1\text{ s}) = 2\vec{i} + 9\vec{j}$ (m/s);
 (2) $\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = 2\vec{i} + 39\vec{j}$ (m/s), $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = 36\vec{j}$ (m/s²).
3. 质点 A 运动的轨道方程为 $y = 18 - \frac{3}{2}x$, 直线;
 质点 B 运动的轨道方程为 $y = 17 - \frac{4}{9}x^2$, 抛物线;
 质点 C 运动的轨道方程为 $x^2 + y^2 = 16$, 圆;
 质点 D 运动的轨道方程为 $\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{6}\right)^2 = 1$, 椭圆.
4. (1) 速度函数: $v = \frac{dx}{dt} = -u \ln(1-bt)$; 加速度函数: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{ub}{1-bt}$;
 (2) $v(t=0\text{ s}) = 0$; $v(t=100\text{ s}) = 4.16 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$;
 $a(t=0\text{ s}) = 22.5 \text{ ms}^{-2}$ $a(t=100\text{ s}) = 90 \text{ ms}^{-2}$.
5. $v = \sqrt{5x^2 + 6x + 36}$.
6. a_n 增大, a_τ 不变, a 增大; $\tan \alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$, 由于 a_n 增大, a_τ 不变, 所以 α 增大.

作业 2

1. 切向加速度量值 $a_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$; 法向加速度 $a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$.
2. 切向加速度为 $a_t = \frac{d^2 s}{dt^2} = 48 \text{ m/s}^2$; 法向加速度为 $a_n = \frac{v^2}{R} = 2.304 \times 10^4 \text{ m/s}^2$.
3. (1) 质点上升到轨道最高点法向加速度最大, 其值为 $a_{n\max} = g$, 切向加速度量值为零;
 (2) 因为只考虑 $y > 0$ 的区域, 所以当质点下落到和抛出点同一高度时, 夹角 θ 最大, 法向加速度最小, $a_n = g \cos \theta_0$, 切向加速度为 $a_\tau = g \sin \theta_0$.
4. (1) $t = 1 \text{ s}$; (2) $S = 1.5 \text{ m}$; $\theta = 0.5 \text{ rad}$.
5. $\vec{v}_{BA} = -2\vec{i} + 2\vec{j} \text{ ms}^{-1}$.
6. 地面上测得的风速 $\vec{v} = 36\vec{i} - 18\vec{j} \text{ km/h}$.
7. 切向加速度 $a_t = 0.2 \text{ m/s}^2$, 法向加速度 $a_n = 3.6 \text{ m/s}^2$.

作业 3

1. $\begin{cases} f - mg = 0 \\ f + Mg = Ma \end{cases} \rightarrow a = \frac{m+M}{M} g$.
2. $a + a_0 = (g + 2a_0)/3$.

$$3. \omega \leq \sqrt{\frac{\mu g}{R}}.$$

$$4. F \leq \mu_0(m+M)mg/M.$$

$$5. (1) a_M = g \frac{m \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}; (2) a_m = g \frac{(M+m) \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta}.$$

$$6. (1) \text{ 子弹速度随时间变化的函数式为 } v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{k}{m}t\right);$$

$$(2) x_{\max} = \frac{m}{k} v_0.$$

作业 4

$$1. (1) \vec{I} = m(-\vec{i} + 3\vec{j}) \text{ (NS).}$$

$$2. v = 6 \text{ ms}^{-1}.$$

$$3. \vec{I} = -m(\sqrt{v_A^2 + 2\pi\alpha R^2} + v_A)\vec{i} \text{ (SI).}$$

$$4. F = 215.6 \text{ N.}$$

$$5. t_1 < t_2.$$

作业 5

$$1. (1) L_A = L_B; (2) E_{KA} > E_{KB}.$$

$$2. (1) \omega' = 4\omega_0; (2) A = \frac{3}{2}mr^2\omega_0^2.$$

$$3. A = 2F_0R^2.$$

$$4. (1) A = G \frac{M_e m h}{R_e(R_e + h)}; (2) v = \sqrt{\frac{2GM_e h}{R_e(R_e + h)}}.$$

$$5. (1) A = -\frac{mg\mu}{2L}(L-a)^2; (2) v = \sqrt{\frac{g}{L}[(L^2 - a^2) - \mu(L-a)^2]}.$$

作业 6

$$1. (1) v = \sqrt{2gR/3}; (2) H = \frac{4}{3}R.$$

2. A: 错。如果系统不受外力作用, 则动量肯定守恒; 如果非保守内力做功不为零, 则系统的机械能不守恒;

B: 错。如果系统所受合外力为零, 则动量肯定守恒; 但合外力为零的系统, 如果合外力做功不为零, 即使系统不受非保守内力, 系统的机械能也不守恒;

C: 正确。系统不受外力, 合外力为零, 动量肯定守恒; 不受外力, 外力的功肯定为零, 内力都是保守力, 非保守内力做功肯定为零, 机械能必然守恒;

D: 错。外力对一个系统做的功为零, 但如果非保守内力做功不为零, 则系统的机械能不守恒; 外力对一个系统做的功为零, 不能保证系统的动量不变。

$$3. (1) E_p = G \frac{2mM}{3R}; (2) E_p = -G \frac{mM}{3R}.$$

$$4. A = 3 \text{ J.}$$

$$5. v = d \sqrt{\frac{k}{2m}}.$$

$$6. (1) \text{ 小球对桌面的速度 } v_1 = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}, \text{ 容器对桌面的速度 } v_2 = -\frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gMR}{(m+M)}};$$

$$(2) \text{ 小球受到向上的支持力 } N = mg[1 + \frac{2(m+M)}{M}];$$

$$(3) \text{ 物块相对桌面移动的距离 } L = \frac{m}{m+M} R.$$

$$7. v = \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}.$$

作业 7

$$1. J_A < J_B.$$

2. 几个力的矢量和为零, 外力矩的矢量和不一定为零。

(1) 合力矩为零时, 刚体静止或匀速转动; (2) 合力矩不为零时, 加速或减速转动。

$$3. (1) \omega = 15 \text{ rad/s}, \theta = 22.5 \text{ rad};$$

$$(2) v = 6.25 \text{ m}; a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 156.31 \text{ m/s}^2.$$

$$4. (1) h = 2.45 \text{ m}; (2) T = 39.2 \text{ N}.$$

$$5. (1) \alpha = -\frac{K\omega_0^2}{9J}; (2) t = \frac{2J}{K\omega_0}.$$

$$6. \alpha' > \alpha$$

作业 8

$$1. (1) J_M > J_H; (2) E_{kM} > E_{kH}.$$

2. C; 因为有内能, 是非保守力做功, 系统的机械能不守恒; 但合力矩为零, 角动量守恒。

$$3. \omega = \frac{mv'R}{J+mR^2} = 0.095 \text{ rad/s}.$$

$$4. \cos \theta = 1 - \frac{75}{296} \frac{v^2}{gl}.$$

$$5. v_A = \omega l = \sqrt{3gl}.$$

6. (1) 对于小球和圆环构成的系统, 重力与转轴平行, 所以力矩为零, 系统的内力不改变角动量, 所以系统的角动量守恒。

$$\text{当小球在 B 位置时 } J_0\omega_0 = J_0\omega_B + mR^2\omega_B \rightarrow \omega_B = \frac{J_0\omega_0}{J_0 + mR^2};$$

$$\text{当小球在 C 位置时 } J_0\omega_0 = J_0\omega_c + m0^2\omega_c \rightarrow \omega_c = \omega_0.$$

(2) 以地球、圆环、小球为系统, 系统不受外力, 做功为零。内力有重力和小球与环壁

之间的压力，重力为保守内力；而小球和环壁的压力为非保守内力，但是小球受的压力（与环壁垂直）与小球相对于环的速度方向（与环壁相切）始终垂直，所以这对力做功为零。因此系统的机械能守恒： $mg2R + \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_0\omega^2 \rightarrow v = \sqrt{4gR}$ 。C 点时环为瞬时惯性系，对地的速度和对环的速度一样。

7. 系统动量守恒，系统受合外力为零；系统角动量守恒，系统受合外力矩为零。