Funciones trigonométricas, Teorema de Moivre, Tree k-ario regular, BFS y DFS en Wolfram Mathematica 11

Irarrázabal Callejas Norton John
Norton.Dante.I@gmail.com
Facultad de Ciencias
Universidad de La Serena

Resumen - En este documento se presenta y deja constancia, de los proyectos efectuados para la asignatura de Matemáticas 4, los cuales se presentaron durante el segundo semestre 2017 en este mismo orden de especificación, Funciones trigonométricas, Teorema de Moivre, y como tercera presentación Tree k-ario regular, más dos métodos para recorrer grafos, búsqueda en anchura (BFS) y búsqueda en profundidad (DFS). Se aboraran los siguientes objetivos principales. Examinar diferentes funciones trigonometricas y sus variaciones mediante parametros. Conocer el teorema de Moivre referente a las potencias de un numero complejo y los puntos que se generan. La construcción del árbol k-ario regular a diferentes niveles y raíces. Observar como se recorre un grafo Petersen mediante ambos métodos. Tener un enfoque orientado siempre al ámbito visual e interactivo con la aplicación. Conocer la utilidad y usos de la aplicación Wolfram Mathematica 11. Lograr extraer una enseñanza entorno a estos proyectos que se presentaron. Citar las referencias que aportaron a la elaboración de este documento.

Palabras claves - Funciones trigonometricas, Teorema de Moivre, Numeros complejos, Arboles k-arios, DFS, BFS, Wolfram Mathematica, Aplicaciones, Funciones.

I. INTRODUCCIÓN

En primera instancia se destaca que la propuesta de aprender a programar y conocer esta herramienta de Wolfram Mathematica 11 mediante aplicaciones, fue encomendada por el profesor a cargo de la asignatura de matemáticas 4, Dr. Eric R. Jeltsch F.
Las aplicaciones elaboradas durante este semestre se relacionaron con los contenidos que se fueron desarrollando para las pruebas, así fue en la aplicación Funciones Trigonométricas y Teorema de Moivre. Exceptuando en la tercera ocasión que se buscó explorar por el área de la computación y poner a prueba las capacidades de Wolfram Mathematica 11 en este ámbito. Me significo una motivación mayor a la hora de desarrollar la tercera entrega. Principalmente lo que se busca en este informe es, mostrar el contexto en el que se dio cada una de las aplicaciones desarrolladas y la funcionalidad que posee, así como también añadir un pequeño marco teórico.

II. CONTEXTO - APLICACIÓN FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

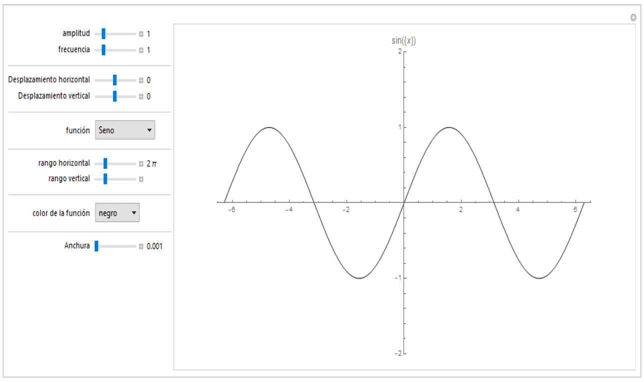
Los primeros contenidos del curso fueron referente a Integrales impropias, Laplace y Fourier. Se observó en Fourier de graficas seno y coseno el asunto de la amplitud, frecuencia y desplazamientos de las funciones. Por lo que la primera aplicación que desarrolle fue entorno a funciones trigonométricas como el Seno, Coseno, Tangente, Secante, Cosecante, Cotangente y como se veía afectada la función por la amplitud, frecuencia, desplazamiento horizontal, vertical, rango horizontal y vertical. Ese fue el contexto de la primera aplicación teniendo en cuenta que fuese fácil la interacción con ella y lograr observar como la función es afectada por estas variables.

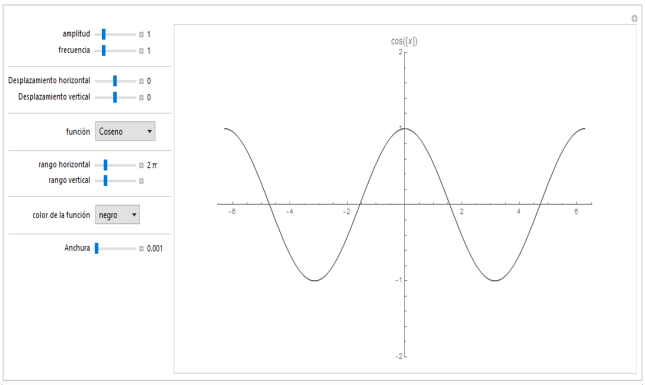
III. MARCO TEÓRICO - APLICACIÓN FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

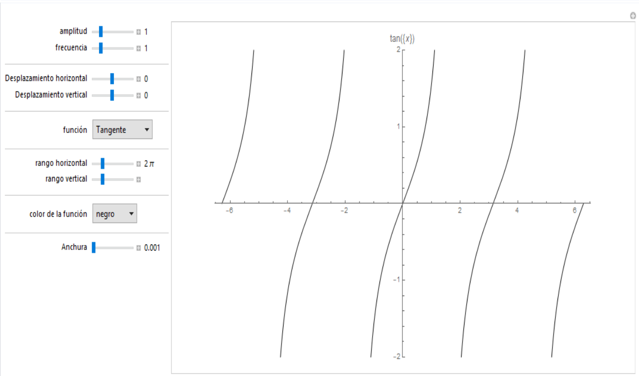
En matemáticas, las funciones trigonométricas son las funciones establecidas con el fin de extender la definición de las razones trigonométricas a todos los números reales y complejos.
Son de gran importancia en física, astronomía, cartografía, náutica, telecomunicaciones, la representación de fenómenos periódicos, y otras muchas aplicaciones.
La definición más moderna la describen como series infinitas o como la solución de ciertas ecuaciones diferenciales, permitiendo su extensión a valores positivos y negativos, e incluso a números complejos.
Existen seis funciones trigonométricas básicas. Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Secante, Cosecante.

IV. FUNCIONALIDAD - APLICACIÓN FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

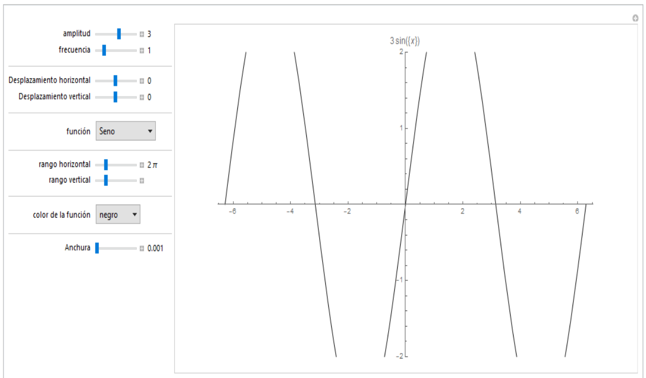
Graficar funciones



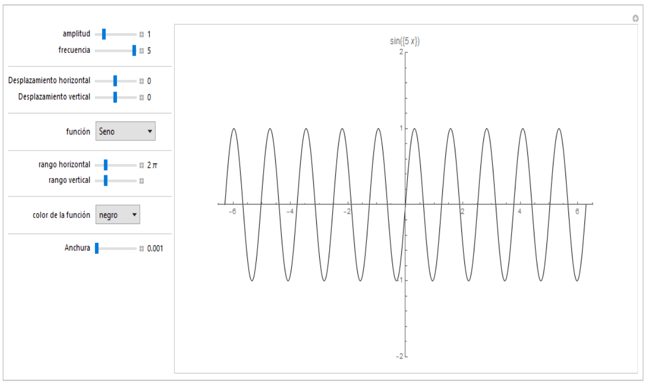




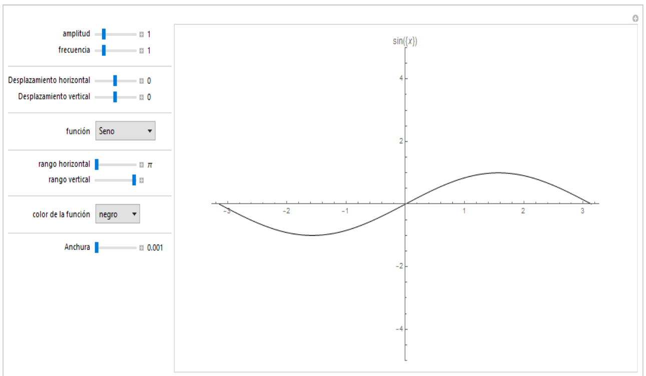
Modificar amplitud de la función



Modificar la Frecuencia de la función



Modificar los rangos de las funciones tanto en el eje X como en el eje Y



V. CONTEXTO - APLICACIÓN TEOREMA DE MOIVRE

La Segunda evaluación de matemáticas 4 fue referente a números complejos, su forma polar, teorema de moivre, raíces números complejos, funciones complejas, derivadas de funciones complejas, entre otros conceptos. Por lo que yo me enfoque al Teorema de Moivre y en lograr encontrar los diferentes puntos que se generan alrededor de una circunferencia, al elevar el número complejo Z en forma polar, n veces, sin embargo si lo miramos de esta forma se mostraría un único punto, entonces lo que se hizo fue conservar los anteriores puntos generados inferiores a la n potencia del complejo Z.
Entonces resulto la particularidad que al conservar los n puntos anteriores del número complejo elevado a n, se forman figuras o formas bastante peculiares, con un patrón claro. Y justamente esto fue lo que se hizo.
Las variables que se utilizaron son: radio de Z, ángulo de Z, la potencia a la cual se elevaría, y se añadió un radio manual, para observar otros radios diferentes a los 2 pre-establecidos.

VI. MARCO TEÓRICO - APLICACIÓN TEOREMA DE MOIVRE

Si $z_1 = x_1 + iy_1 = r_1(cos\theta_1 + isen\theta_1)$ y $z_2 = x_2 + iy_2 = r_2(cos\theta_2 + isen\theta_2)$ se puede demostrar que:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2[cos(\theta_1 + \theta_2] + isen(\theta_1 + \theta_2)]$$

Una generalización de la ecuación conduce a

$z_1 z_2 ... z_n = r_1 r_2 ... r_n[cos(\theta_1 + \theta_2 + ... + \theta_n) + isen(\theta_1 + \theta_2 + ... + \theta_n)$

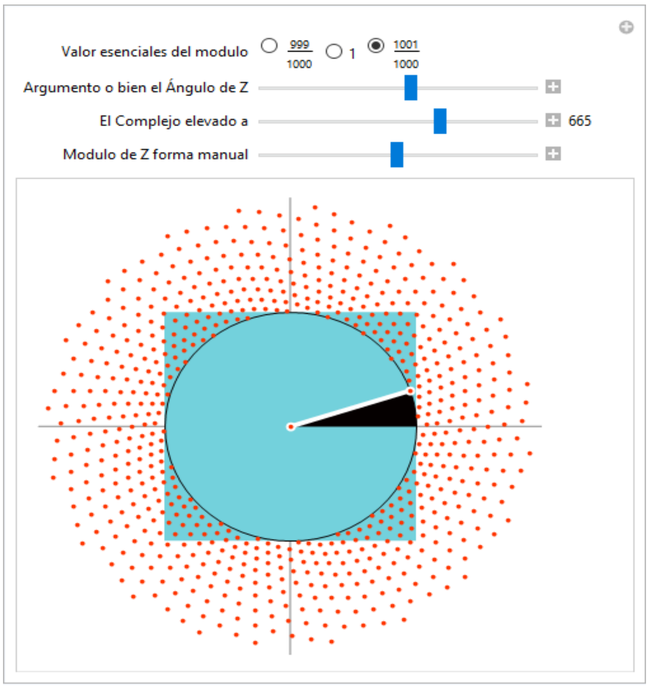
y si $z_1 = z_2 = ... = z_n = z$ se obtiene

$$z^n = [r(cos\theta + isen\theta)]^n = r^n(cosn\theta + isenn\theta)$$

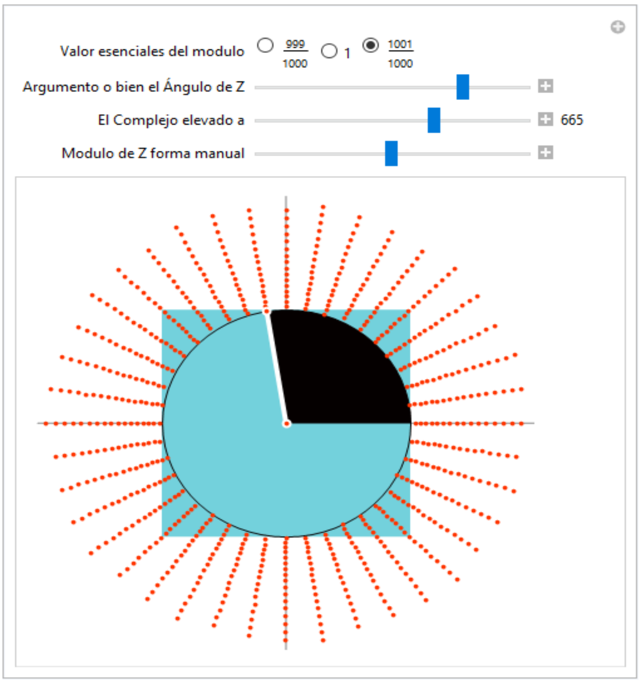
y a esto se le conoce como teorema de Moivre. A lo que nos lleva que si el complejo se eleva a la n potencia se modifica su radio y su ángulo en el plano x,i.

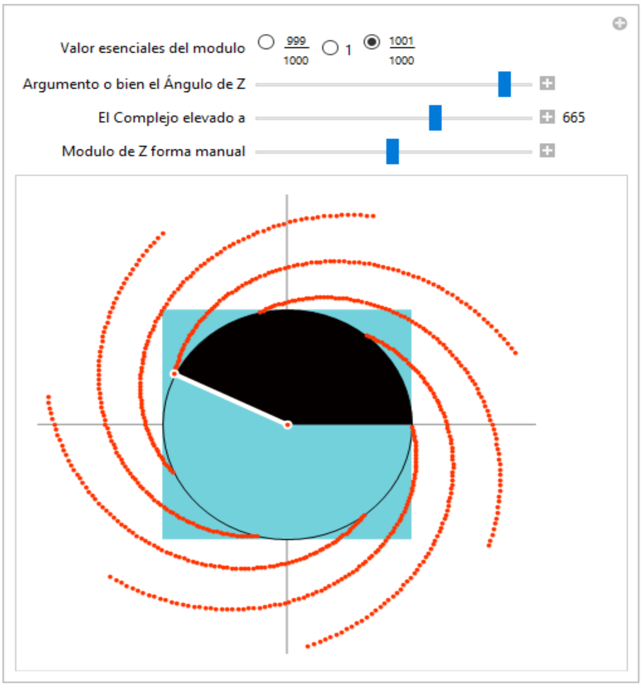
VII. FUNCIONALIDAD - APLICACIÓN TEOREMA DE MOIVRE

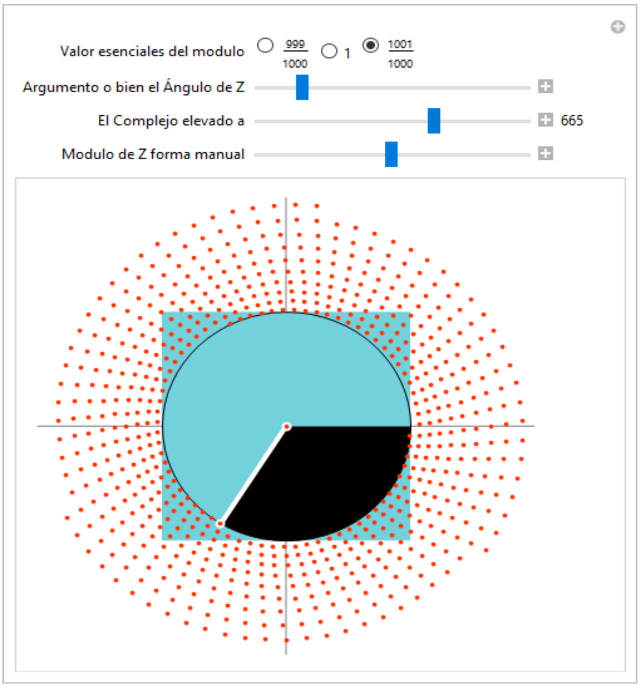
Elevar el complejo Z a una potencia n y graficar su punto actual y anteriores a él



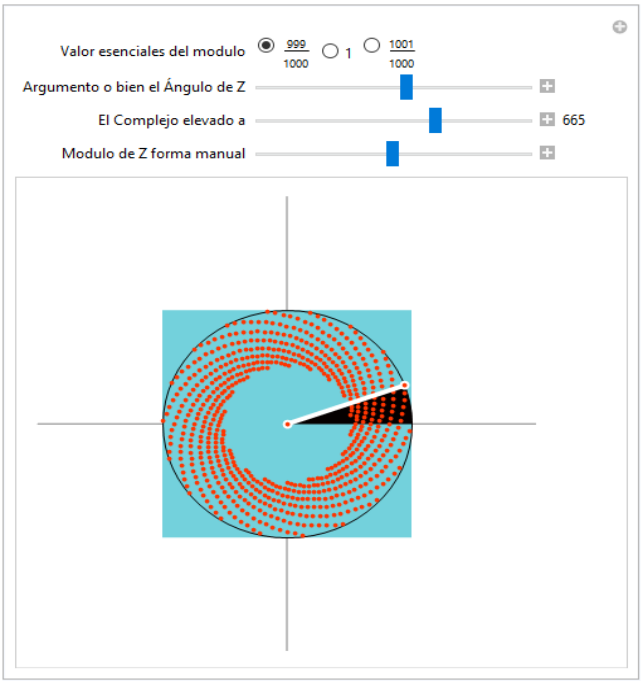
Modificar el angulo del complejo



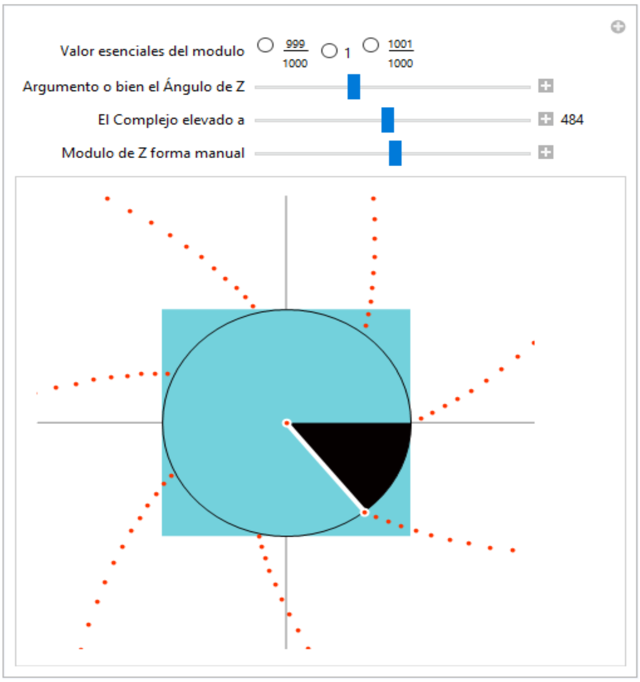




Cambiar el modulo (r)



Tambien se permite cambiar el modulo de forma manual)



VIII. CONTEXTO - APLICACIÓN ÁRBOL K-ARIO REGULAR, BFS Y DFS

Bueno este contexto es bastante especial a diferencia de los dos primeros, producto de que no se generó a partir de los contenidos del curso, sino más bien fue por motivación personal de querer experimentar y buscar otras funcionalidades de Wolfram Mathematica 11, expandir las posibilidades. Y me fui por el lado de la computación. Allí me encontré con la documentación para hacer árboles, grafos y algunas funciones útiles. De lo cual surgió la aplicación del árbol k-ario regular, que a simple vista, no parecía nada del otro mundo pero resulto que al añadirle que las raíces fueran centradas me lleve una tremenda sorpresa con la figura que se formaba. Luego de ello quise continuar con el trabajo y añadí la búsqueda en anchura y profundidad. Y a su lado el árbol que se formaba producto de la búsqueda, resaltando el paso a paso.

IX. MARCO TEÓRICO - APLICACIÓN ÁRBOL K-ARIO REGULAR, BFS Y DFS

<u>Árbol k-ario.</u>
En la teoría de grafos, un árbol k-ario es un arraigado árbol en el que cada nodo no tiene más que hijos k.

También es conocido a veces como una manera de árbol-k, un árbol N-ario, o un árbol M-ario.

Un árbol binario es el caso especial en que k=2.

Un árbol k-ario completo es un árbol k-ario donde cada nodo en el mismo nivel 0 tiene hijos k.

Para un árbol k-ario con altura h, el límite superior para el número máximo de hojas es k^h.

<u>BFS.</u>
En Ciencias de la Computación, Búsqueda en anchura (en inglés BFS - Breadth First Search) es un algoritmo de búsqueda no informada utilizado para recorrer o buscar elementos en un grafo (usado frecuentemente sobre árboles).

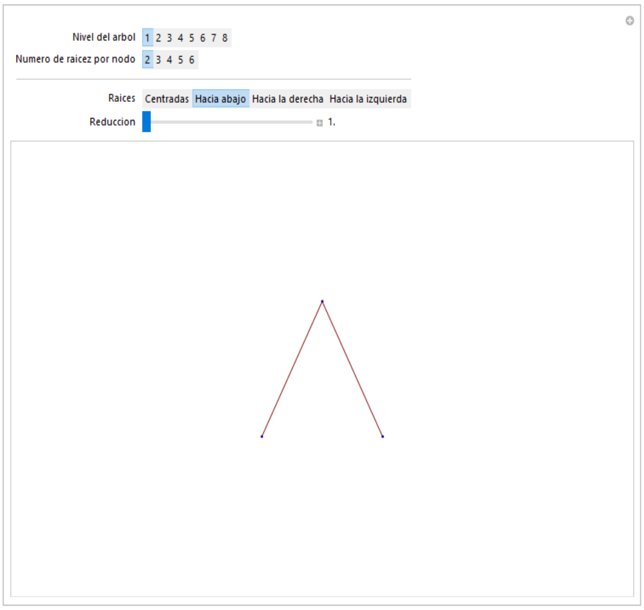
Intuitivamente, se comienza en la raíz (eligiendo algún nodo como elemento raíz en el caso de un grafo) y se exploran todos los vecinos de este nodo. A continuación para cada uno de los vecinos se exploran sus respectivos vecinos adyacentes, y así hasta que se recorra todo el árbol.

<u>DFS.</u>
Una Búsqueda en profundidad (en inglés DFS o Depth First Search) es un algoritmo de búsqueda no informada utilizado para recorrer todos los nodos de un grafo o árbol (teoría de grafos) de manera ordenada, pero no uniforme.

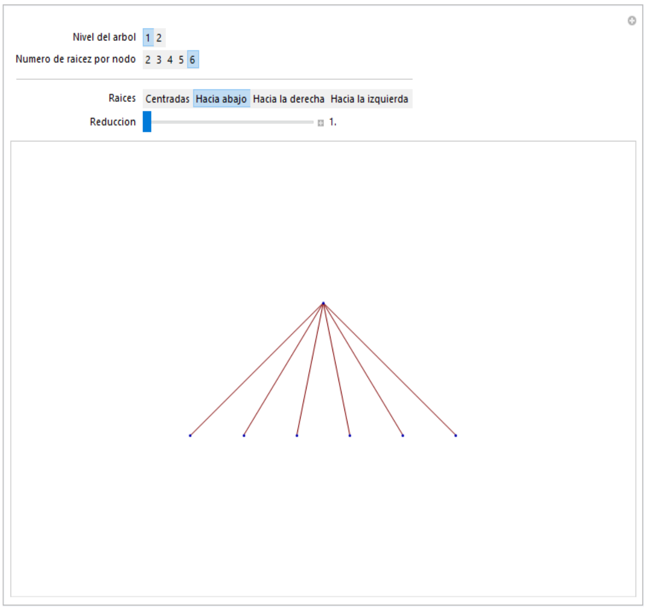
Su funcionamiento consiste en ir expandiendo todos y cada uno de los nodos que va localizando, de forma recurrente, en un camino concreto. Cuando ya no quedan más nodos que visitar en dicho camino, regresa (Backtracking), de modo que repite el mismo proceso con cada uno de los hermanos del nodo ya procesado.

XI. FUNCIONALIDAD - APLICACIÓN ÁRBOL K-ARIO REGULAR, BFS Y DFS

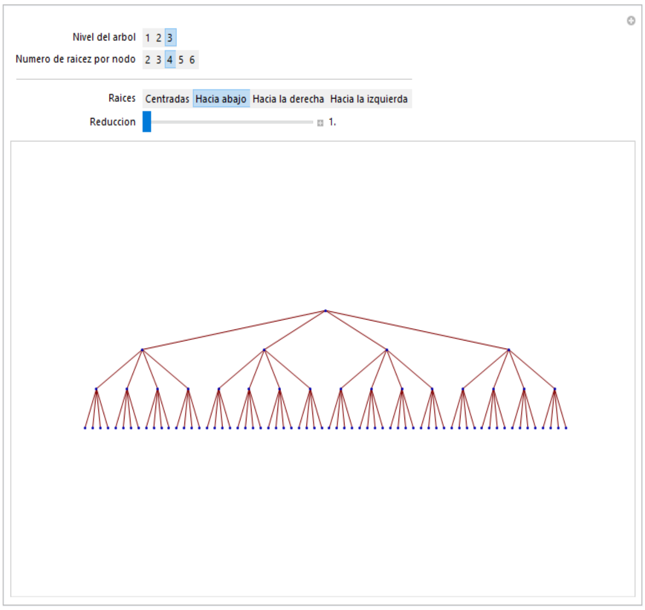
Generar árbol k-ario regular



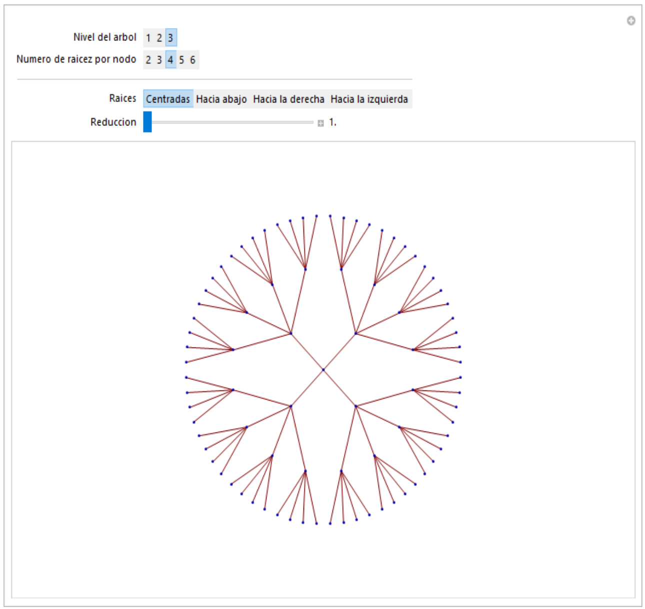
Modificar el número de nodos

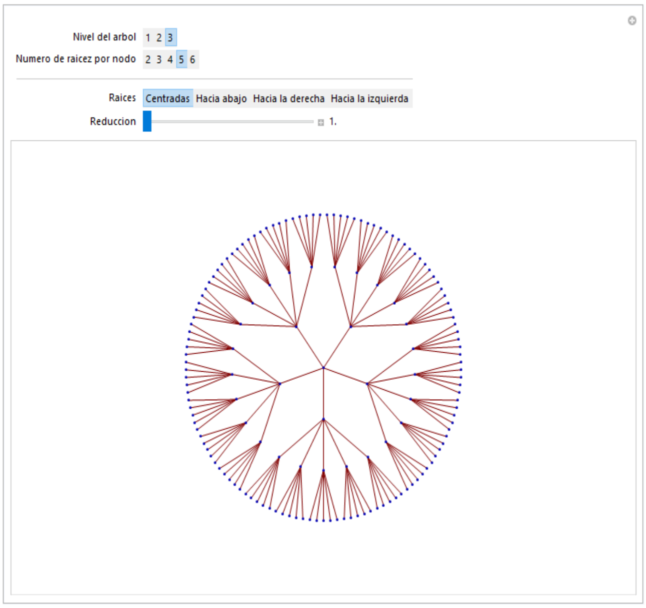


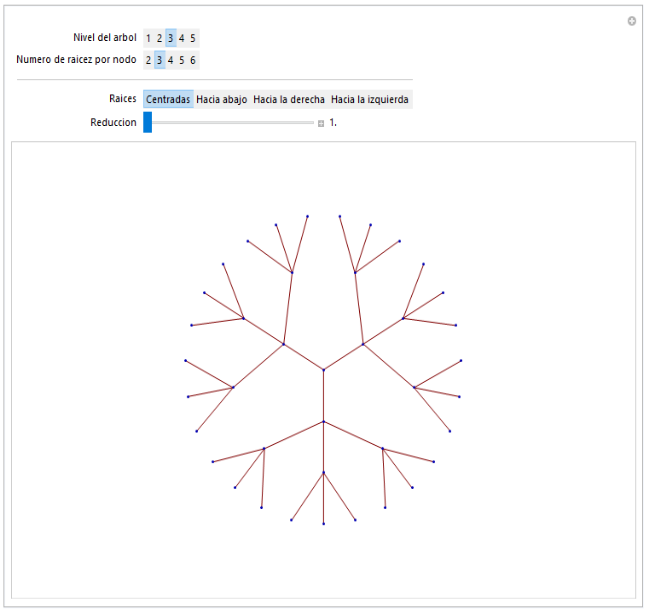
Modificar nivel del árbol



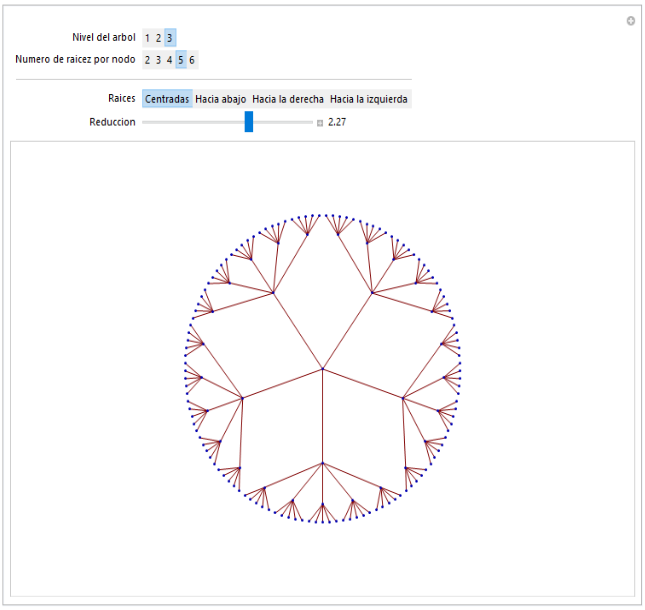
Modificar dirección de las raícez



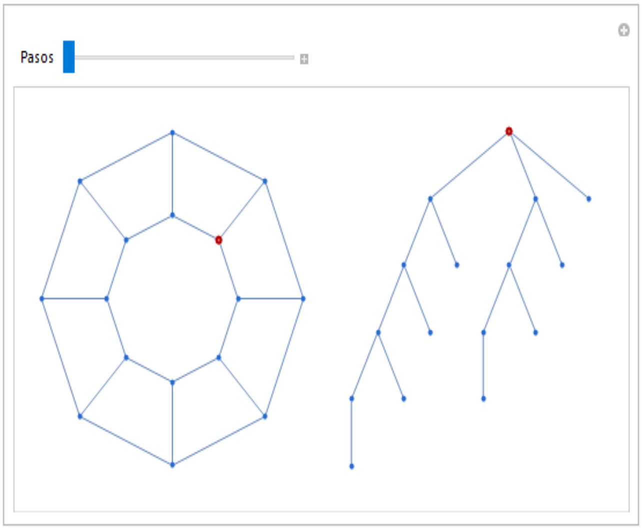




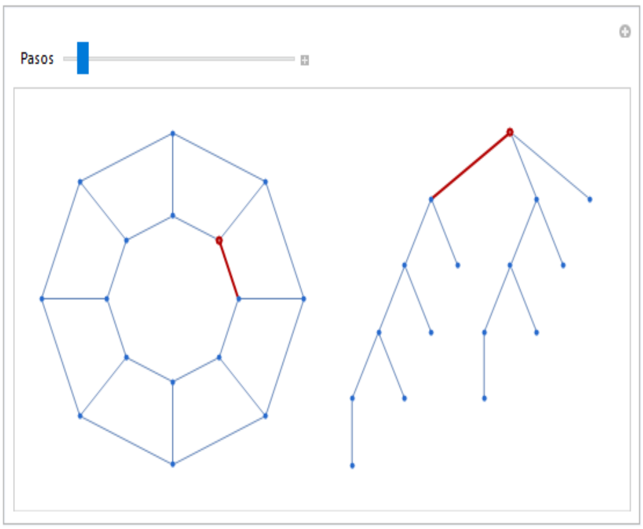
Contraer los vertices cercanos a las hojas



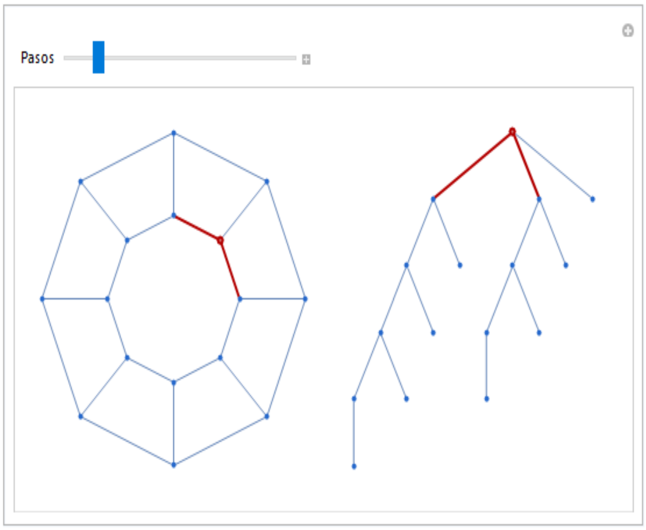
Grafo petersen



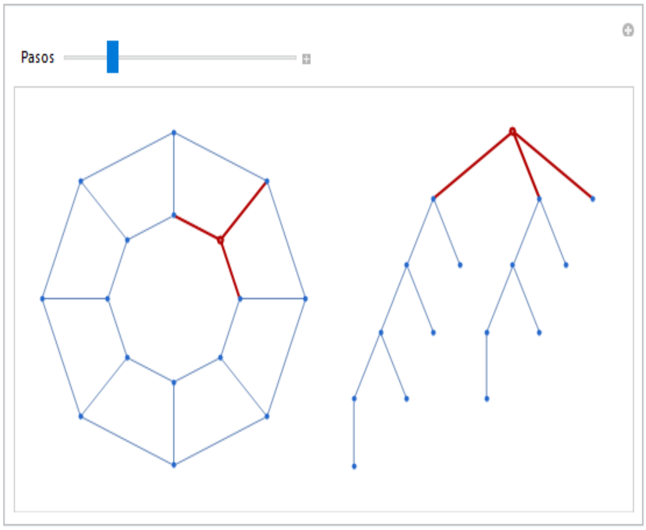
Recorrer grafo por BFS paso 1



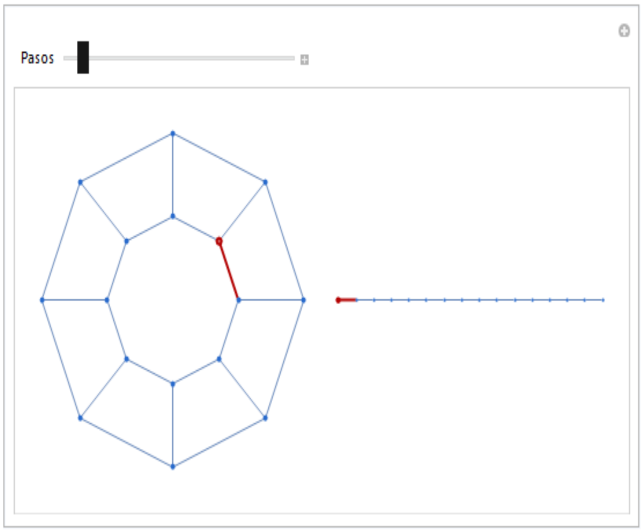
Paso 2



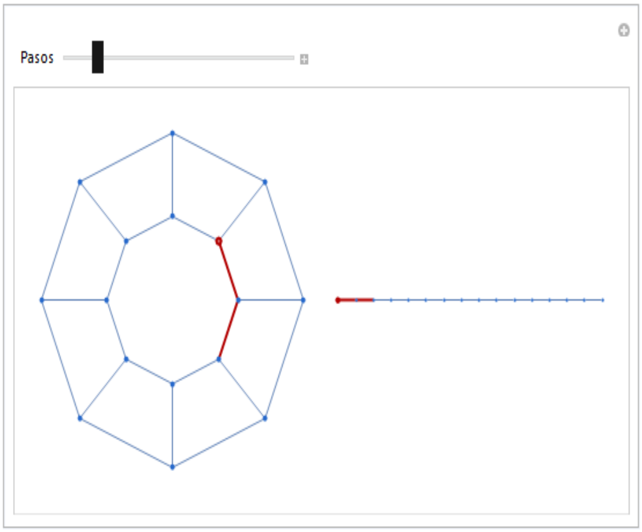
Paso 3



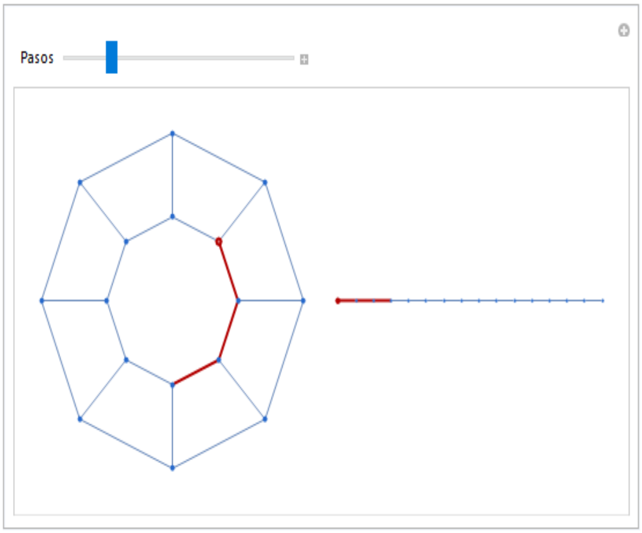
Recorrer grafo por DFS paso 1



Paso 2



Paso 3



XII. APRENDIZAJE

La enseñanza que obtuve a partir de esta propuesta de aplicaciones en Wolfram Mathematica 11 son diversas pero abarcare las esenciales. Aprendí a usar un nuevo software, logre conocer un nuevo tipo de lenguaje de programación más enfocado a funciones, conseguí ser interactivo a la hora de crear una aplicación, conocí la utilidad y usos de la aplicación Wolfram Mathematica 11. También decir que hay muchos software interesantes que posiblemente aun no conozco y esta era una de ellas. Ahora si consideramos que el trabajo en Latex IEEE también se elabora en un software que posee su propio lenguaje de programación aumentaríamos el aprendizaje que se obtuvo del trabajo.
En general la propuesta me pareció muy interesante ya que a mí me hubiese gustado aprender árboles, grafos, búsquedas, matemáticas 1 2 3, etc. de una manera más interesante y no de una forma tan plana como es habitual aprenderlo, ya que generalmente la pizarra o los ppts. Muestran ejemplos muy estáticos, uno no puede experimentar con ellos, en cambio en Wolfram Mathematica 11 se pueden modificar las variables e ir viendo los cambios, resulta fácil e interesante para el observador, me atrevería a decir que el aprendizaje es hasta más rápido.
Sin ánimos de criticar el actual sistema de la carrera, me gustaría recomendar que se usara el software desde cursos más bajos pero, no dejarlos a la deriva sino que los estudiantes tengan un guía que les sepa enseñar el lenguaje paso a paso, ya que los alumnos a los inicios de la carrera no están muy instruidos en el tema de la programación. Y como segunda recomendación darles la posibilidad de tener una licencia real del software (el ultimo link de la bibliografía lleva a la página de compra de Wolfram Mathematica para observar algunos planes).

Referencias

[1] Consultas frecuentes de Wolfram Mathematica: wolfram.com/cdf/faq

[2] Pagina oficial de Wolfram mathematica: wolfram.com/mathematica

[3] Centro de documentacion de Wolfram Mathematica: reference.wolfram.com/language

[4] Introducción para el lenguaje de Wolfram Mathematica: wolfram.com/language/fast-introduction-for-programmers/es

[5] Documentación funcion plot: wolfram.com/language/fast-introduction-for-math-students/es/plots-in-2d

[6] Introducción a modelos interactivos: wolfram.com/language/fast-introduction-for-math-students/es/interactive-models

[7] Documentación funcion PlotRange: reference.wolfram.com/language/ref/PlotRange

[8] Documentación funcion PlotStyle: reference.wolfram.com/language/ref/PlotStyle

[9] Documentación funcion ControlType: reference.wolfram.com/language/ref/ControlType

[10] Documentación funcion PlotLabel: reference.wolfram.com/language/ref/PlotLabel

[11] Documentación funcion Manipulate: reference.wolfram.com/language/ref/Manipulate

[12] Documentación funcion Graphics: reference.wolfram.com/language/ref/Graphics

[13] Documentación funcion Polygon: reference.wolfram.com/language/ref/Polygon

[14] Documentación funcion Disk: reference.wolfram.com/language/ref/Disk

[15] Documentación funcion Table: reference.wolfram.com/language/ref/Table

[16] Documentación funcion Appearance: reference.wolfram.com/language/ref/Appearance

[17] Documentación funcion TreePlot: reference.wolfram.com/language/ref/TreePlot

[18] Documentación funcion ImageSize: reference.wolfram.com/language/ref/ImageSize

[19] Documentación funcion ImageSizeAction: reference.wolfram.com/language/ref/ImageSizeAction

[20] Documentación funcion HighlightGraph: reference.wolfram.com/language/ref/HighlightGraph

[21] Documentación funcion PetersenGraph: reference.wolfram.com/language/ref/PetersenGraph

[22] Documentación funcion BreadthFirstScan: reference.wolfram.com/language/ref/BreadthFirstScan

[23] Documentación funcion GraphStyle: reference.wolfram.com/language/ref/GraphStyle

[24] Documentación funcion GraphHighlightStyle: reference.wolfram.com/language/ref/GraphHighlightStyle

[25] Documentación funcion DepthFirstScan: reference.wolfram.com/language/ref/DepthFirstScan

[26] Novedades que se implementaron en la version 8 de Wolfram Mathematica: wolfram.com/mathematica/new-in-8

[27] Link de descarga de miktex: miktex.org

[28] Link de descarga de texmaker: xm1math.net/texmaker

[29] Catálogo de compra de Wolfram Mathematica: wolfram.com/mathematica/pricing