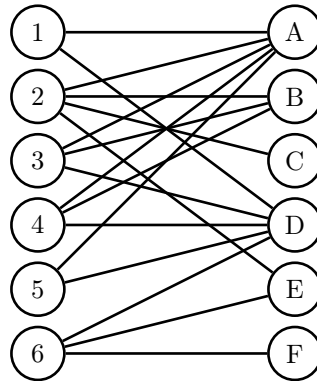
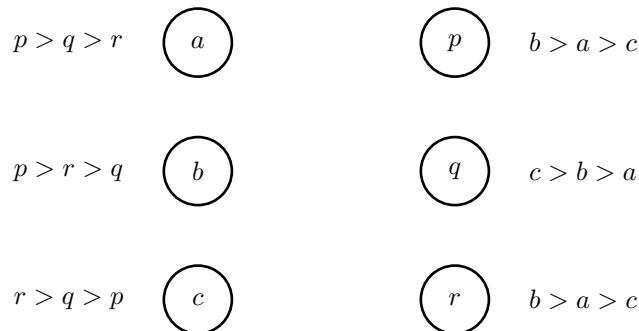


Замечание. Это последняя неделя курса так что домашнего задания уже нет.

4.1.1. Существует ли в графе на картинке паросочетание, покрывающее все вершины в левой доле?



4.1.2. Рассмотрим вершины левой и правой доли с предпочтениями как на картинке.



Найдите стабильное сочетание, которое получится после запуска алгоритма Гэйла-Шепли.

4.1.3. Для той же картинки реализуйте алгоритм Гэйла-Шепли со сменой ролей (то есть, теперь предложения делают вершины правой доли). Найдите стабильное паросочетание, которое выдаст этот алгоритм. Можно ли утверждать, что для всякой системы предпочтений стабильное паросочетание единственно?

4.1.4. Постройте пример с двумя вершинами слева и двумя вершинами справа, для которого существуют два стабильных паросочетания.

4.1.5. Докажите, что алгоритм Гэйла-Шепли выгоден для вершин левой доли: в стабильном паросочетании, которое строит алгоритм, каждая вершина левой доли получает пару не хуже, чем в любом другом стабильном паросочетании.

4.1.6. Заключите из предыдущей задачи, что паросочетание, которое выдает алгоритм Гэйла-Шепли, не зависит от того, в каком порядке выбираются вершины левой доли.

4.1.7. Докажите, что алгоритм Гэйла-Шепли невыгоден для вершин правой доли: в стабильном паросочетании, которое строит алгоритм, каждая вершина правой доли получает пару не лучше, чем в любом другом стабильном паросочетании.