PROGRAM STUDI TEKNIK KOMPUTER FAKULTAS TEKNIK DAN INFORMATIKA UNIVERSITAS MULTIMEDIA NUSANTARA SEMESTER GANJIL TAHUN AJARAN 2024/2025



CE 121 – LINEAR ALGEBRA

Pertemuan 5 Sistem Persamaan Linier 2

Firstka Helianta MS, S.Si., M.Si

Capaian Pembelajaran Mingguan Mata Kuliah (Sub-CPMK)

1. Mahasiswa mampu menentukan solusi sistem persamaan linier dengan menggunakan metode Gauss dan Gauss-Jordan (C3)

Sub-Pokok Bahasan

- 1. Matrik lengkap (augmented matrix)
- 2. Matrik eselon vs eselon tereduksi
- 3. Penyelesaian SPL dengan metode Eliminasi Gauss
- 4. Penyelesaian SPL dengan metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss

Metode "Eliminasi Gauss" merupakan suatu cara penyelesaian SPL dengan menggunakan bentuk matriks melalui teknik penyederhanaan matriks menjadi matriks yang lebih sederhana (diperkenalkan oleh Carl Friedrich Gauss), yaitu dengan melakukan operasi baris sehingga matriks tersebut menjadi matriks yang Eselon-baris.

Metode Eliminasi Gauss

SPL bisa diselesaikan dengan menggunakan matriks

$$a_1x + a_2y + a_3z = K$$

 $b_1x + b_2y + b_3z = L$
 $c_1x + c_2y + c_3z = M$

Persamaan di atas dapat dibuat menjadi:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ L \\ M \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} K \\ L \\ M \end{bmatrix} \longrightarrow AX = B$$

Metode Eliminasi Gauss

- Teknis operasionalnya: dengan mengubah persamaan linier tersebut ke dalam matriks imbuhan (matriks yang diperluas atau teraugmentasi) dan mengoperasikannya.
- Setelah terbentuk matriks eselon-baris, maka lakukanlah substitusi balik untuk mendapatkan nilai dari variabel-variabel tersebut.

$$(A|B) \rightarrow (I|X)$$

Contoh

Tentukan nilai x, y, dan z dari SPL berikut

$$3x + 4y + 2z = 17$$

 $x - 3y + 5z = 10$
 $2x + 5y - 2z = 6$

Jawab:

Ubah SPL di atas menjadi bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 5 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 17 \\ 1 & -3 & 5 & 10 \\ 2 & 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

Eliminasi Gauss

$$\begin{pmatrix}
3 & 4 & 2 & | 17 \\
1 & -3 & 5 & | 10 \\
2 & 5 & -2 & | 6
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 10 & -8 & | -3 \\
1 & -3 & 5 & | 10 \\
2 & 5 & -2 & | 6
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 10 & -8 & | -3 \\
0 & -13 & 13 & | 13 \\
0 & -15 & 14 & | 12
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 10 & -8 & | -3 \\
0 & 1 & -1 & | -1 \\
0 & -15 & 14 & | 12
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 10 & -8 & | -3 \\
0 & 1 & -1 & | -1
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 10 & -8 & | -3 \\
0 & 1 & -1 & | -1
\end{pmatrix}$$

$$-z = -3$$

$$y - z = -1$$

$$v = 2$$

⋄
$$x + 10y - 8z = -3$$

$$x + 10(2) - 8(3) = -3$$

$$x + 20 - 24 = -3$$

$$x = 0$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & | 17 \\ 1 & -3 & 5 & | 10 \\ 2 & 5 & -2 & | 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & -8 & | -3 \\ 1 & -3 & 5 & | 10 \\ 2 & 5 & -2 & | 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & -8 & | -3 \\ 0 & -13 & 13 & | 13 \\ 0 & -15 & 14 & | 12 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & -8 & | -3 \\ 0 & 1 & -1 & | -1 \\ 0 & -15 & 14 & | 12 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & -8 & | & -3 \\ 0 & 1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 0 & -1 & | & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & -8 & | & -3 \\ 0 & 1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 10 & 0 & | & 21 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai x, y, dan z dari SPL berikut

$$2x + y - 3z = 1$$

$$x + 3y + z = -2$$

$$-x + 4y - 4z = -5$$

Tentukan nilai x, y, dan z dari SPL berikut

$$2x + y - 3z = 1$$

$$x + 3y + z = -2$$

$$-x + 4y - 4z = -5$$

Jawab:

Ubah SPL di atas menjadi bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & 1 & -3 & 1 \\
1 & 3 & 1 & | -2 \\
-1 & 4 & -4 & | -5 \\
= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 1 & | -2 \\
2 & 1 & -3 & 1 \\
0 & 4 & -4 & | -5 \\
\end{vmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 1 & | -2 \\
0 & 1 & 1 & | -1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 1 & | -2 \\
0 & 1 & 1 & | -1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 1 & | -2 \\
0 & 1 & 1 & | -1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 1 & | -2 \\
0 & 1 & 1 & | -1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 3 & 0 & | -2 \\
0 & 1 & 0 & | 1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & | 1 \\
0 & 1 & 0 & | 1 \\
0 & 0 & 1 & | 0
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
x \\
y \\
z
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
1 \\
-1 \\
0
\end{pmatrix}$$

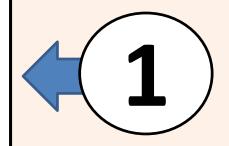
$$= \begin{pmatrix}
x \\
y \\
z
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
1 \\
-1 \\
0
\end{pmatrix}$$

Latihan

Tentukan x, dan y, dari sistem persamaan linier berikut:

$$2x + 5y + 3z = 1$$

 $-x + 2y + z = 2$
 $x + y + z = 0$



Tentukan x, y, dan z dari persamaan matrik berikut:



$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Terima Kasih

Sampai Jumpa di Pertemuan Selanjutnya