Grupo de Inteligencia Artificial Universidad Rey Juan Carlos

Hoja de Problemas 9

Autómatas a pila

Universidad Rey Juan Carlos

Nivel del ejercicio : ($\star$) básico, ($\clubsuit$) medio, ($\spadesuit$) avanzado.

1. Para cada uno de los lenguajes siguientes, describe un autómata a pila que acepte el lenguaje.
   (a) ($\star$) $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$.
   (b) ($\star$) $L = \{\mathbf{x}c\mathbf{x}^{-1} \mid \mathbf{x} \in \{a,b\}^+\}$.
   (c) ($\star$) $L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 3n\}$.
   (d) ($\clubsuit$) $L = \{\mathbf{x}c\mathbf{y} \mid \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \{a,b\}^*$, número subcadenas ab en $\mathbf{x}$ = número subcadenas ba en $\mathbf{y}\}$.
   (e) ($\clubsuit$) $L = \{\mathbf{x}c\mathbf{y} \mid \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \{a,b\}^+$, número subcadenas ab en $\mathbf{x}$ = número subcadenas ba en $\mathbf{y}\}$.
   (f) ($\star$) $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$.
   (g) ($\star$) $L = \{a^n b^m c^t a^{m+t} b^n \mid m, n > 0\ ,\ t \geq 0\}$.
   (h) ($\clubsuit$) $L = \{\mathbf{x} \in \{a,b\}^* \mid n_a(\mathbf{x}) = n_b(\mathbf{x})\}$.
   (i) ($\clubsuit$) $L = \{\mathbf{x} \in \{a,b\}^* \mid n_a(\mathbf{x}) = n_b(\mathbf{x}) + 1\}$.
   (j) ($\spadesuit$) $L = \{\mathbf{x} \in \{a,b\}^* \mid n_a(\mathbf{x}) = 2n_b(\mathbf{x})\}$.
   (k) ($\clubsuit$) $L = \left\{a^{max\{0,n-m\}} b^n a^m \mid n,\ m \geq 0\right\}$
   (l) ($\clubsuit$) $L = \{a^{n+m} b^{m+t} a^t b^n \mid n, t > 0, m \geq 0\}$

2. Obtén autómatas a pila que acepten los lenguajes generados por las gramáticas siguientes :
   (a) ($\star$)

$$
\begin{aligned}
S &::= aA \\
A &::= aABC \mid bB \mid a \\
B &::= b \\
C &::= c
\end{aligned}
$$

   Nota: Comprueba que la palabra $aaabc$ esté en el lenguaje generado por el autómata.

   (b) ($\clubsuit$)

$$
\begin{aligned}
A &::= 2BC \mid 1B \mid \lambda \\
B &::= 1D \mid 1C \mid 1 \\
C &::= 2 \\
D &::= 2D \mid 2C
\end{aligned}
$$

(c) ($\clubsuit$)

$$\begin{array}{rcl} S & ::= & aAb \mid aBbb \mid ab \mid abb \mid \lambda \\ A & ::= & aAb \mid ab \\ B & ::= & aBbb \mid abb \end{array}$$

(d) ($\clubsuit$)

$$\begin{array}{rcl} S & ::= & AB \mid BA \mid 0A1 \mid 1A0 \mid 0 \\ A & ::= & 0A1 \mid 1A0 \mid 0 \\ B & ::= & 0B1 \mid 1B0 \mid 01 \mid 10 \end{array}$$

(e) ($\clubsuit$)

$$\begin{array}{rcl} S & ::= & aABB \mid aAA \\ A & ::= & aBB \mid a \\ B & ::= & bBB \mid A \end{array}$$

3. Obtén gramáticas que generen el lenguaje aceptado por los autómatas a pila siguientes :

   (a) ($\star$) $AP_1 = (\{a, b\}, \{A, B\}, \{p, q\}, A, p, f, \emptyset)$

$$\begin{array}{rcl} f(p, a, A) & = & \{(p, BA)\} \\ f(p, a, B) & = & \{(p, BB)\} \\ f(p, b, B) & = & \{(q, \lambda)\} \\ f(q, b, B) & = & \{(q, \lambda)\} \\ f(q, \lambda, B) & = & \{(q, \lambda)\} \\ f(q, \lambda, A) & = & \{(q, \lambda)\} \end{array}$$

   La gramática de este apartado definela en Forma Normal de Greibach.

   (b) ($\clubsuit$) $AP_2 = (\{a, b\}, \{A, z\}, \{q_0, q_1\}, z, q_0, f, \{q_1\})$

$$\begin{array}{rcl} f(q_0, a, z) & = & \{(q_0, Az)\} \\ f(q_0, b, A) & = & \{(q_0, AA)\} \\ f(q_0, a, A) & = & \{(q_1, \lambda)\} \end{array}$$

   (c) ($\clubsuit$) $AP_3 = (\{0, 1\}, \{A, B\}, \{p, q\}, A, p, f, \emptyset)$

$$\begin{array}{rcl} f(p, 1, A) & = & \{(p, BA)\} \\ f(p, 1, B) & = & \{(p, BB)\} \\ f(p, 0, B) & = & \{(q, \lambda)\} \\ f(q, 0, B) & = & \{(p, \lambda)\} \\ f(q, \lambda, A) & = & \{(q, \lambda)\} \end{array}$$

(d) (♣) $AP_4 = (\{0,1\}, \{A,S\}, \{p,q\}, S, p, f, \emptyset)$

$$\begin{array}{rcl}
f(p,0,S) & = & \{(p,AS)\} \\
f(p,0,A) & = & \{(p,AA)\} \\
f(p,1,A) & = & \{(q,\lambda)\} \\
f(q,1,A) & = & \{(q,\lambda)\} \\
f(q,\lambda,A) & = & \{(q,\lambda)\} \\
f(q,\lambda,S) & = & \{(q,\lambda)\}
\end{array}$$