

Autómatas Finitos Determinísticos

(máquina de estado *finito*, finite state machine)

¿Autómatas Finitos?

- Son sistemas que en todo momento se encuentran en uno de los estados (finitos) existentes.



Referencia de eventos

↑	Termina la animacion	↓	Toca el suelo
↑	Pulsa la tecla Subir	Z	Pulsa la tecla Z

Características de los autómatas finitos determinísticos (AFD):

Un autómata finito determinístico es una quintupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ donde:

- ❑ Q es un conjunto finito de estados.
- ❑ Σ un alfabeto de entrada finito.
- ❑ q_0 elemento de Q , es el estado inicial.
- ❑ F subconjunto de Q , es el conjunto de estados finales o de aceptación.
- ❑ δ es la función $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ que determina el único estado siguiente para el par (q_1, σ) correspondiente al estado actual q_1 y la entrada σ .

Autómatas Finitos determinísticos

$$M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

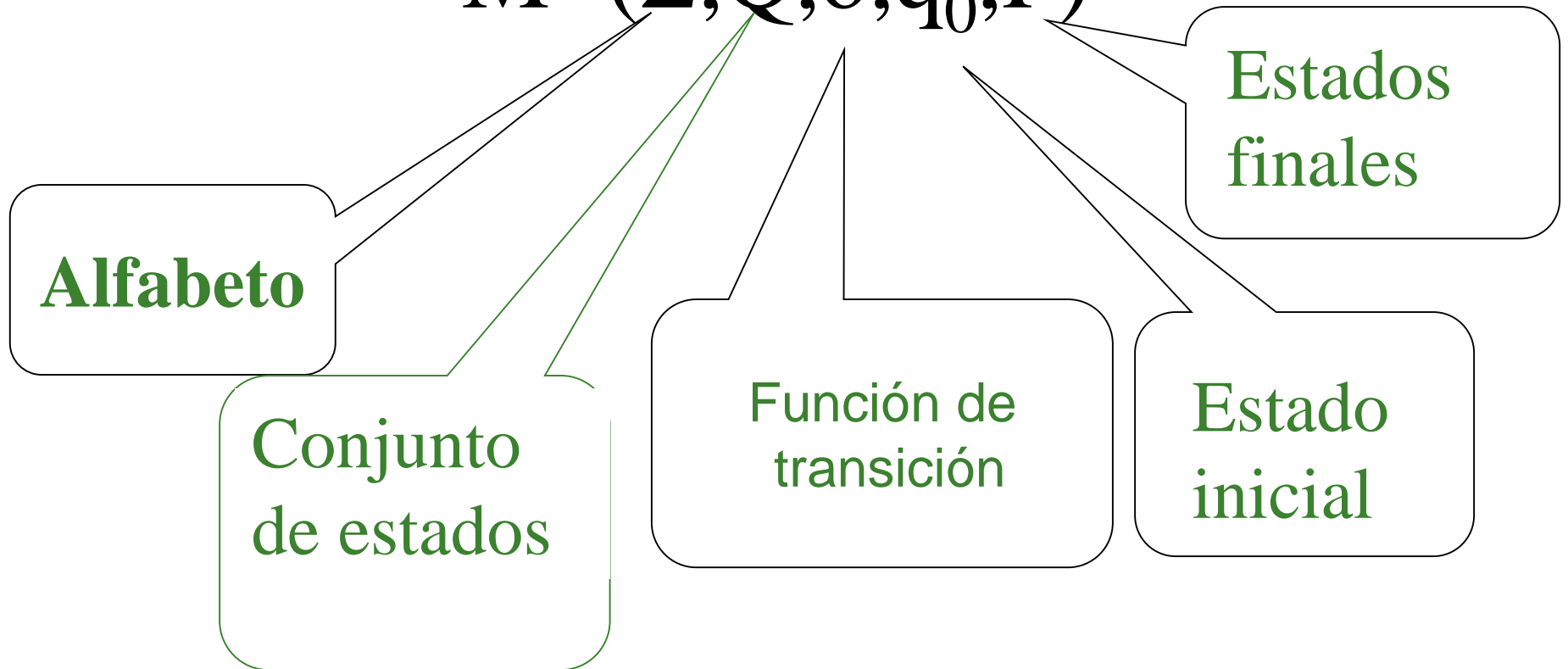
Alfabeto

Conjunto
de estados

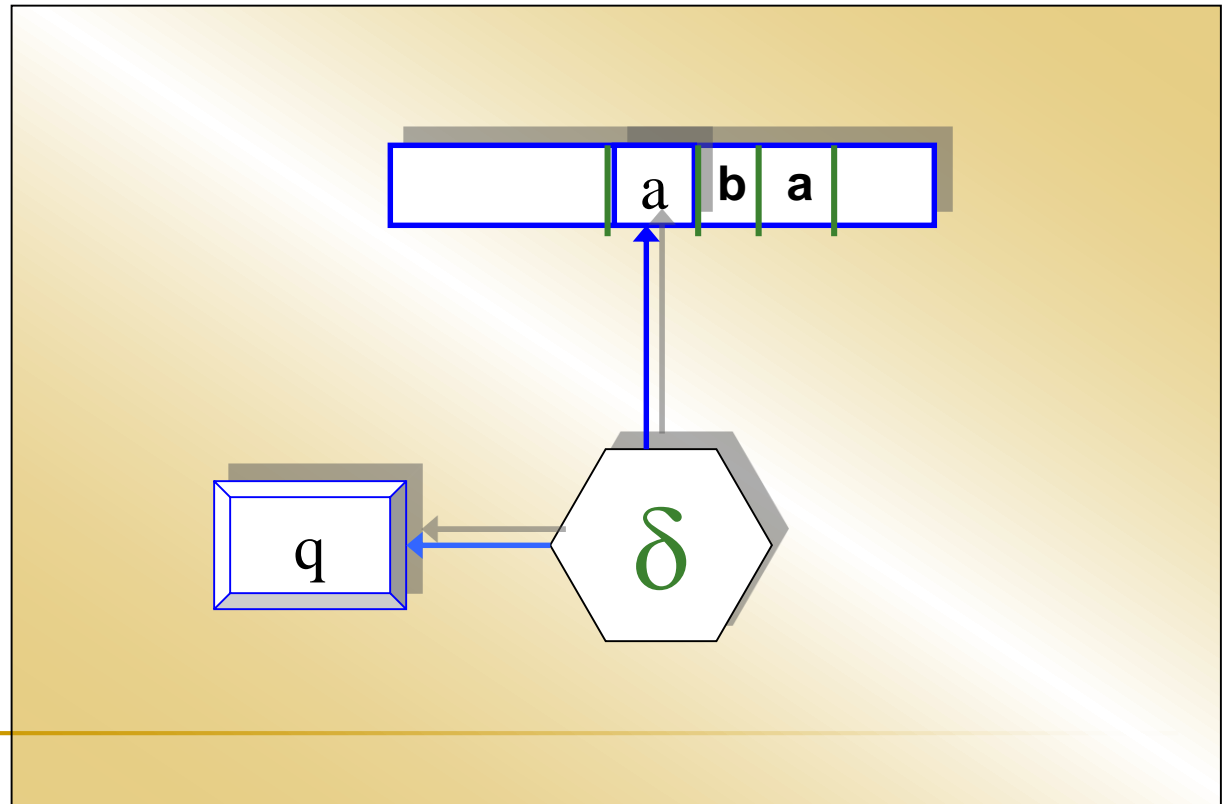
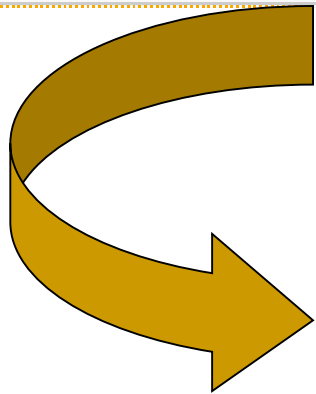
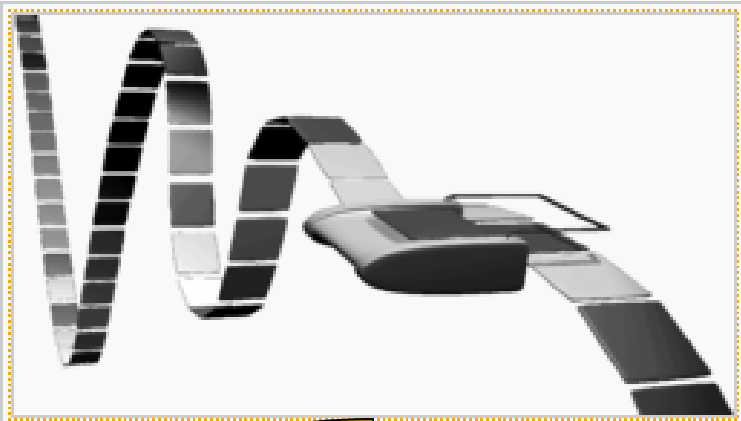
Función de
transición

Estado
inicial

Estados
finales



Máquina de Estados Finitos



Características de los autómatas finitos determinísticos (AFD):

1. Poseen un conjunto finito de estados y un conjunto de transiciones de estado a estado, que se dan sobre símbolos de entrada tomados de un alfabeto Σ .
2. Para cada símbolo de entrada existe **exactamente una transición** a partir de cada estado.
3. Un estado, por lo general denotado como q_0 es el estado inicial, en el que el autómata comienza.
4. Algunos estados están designados como final o de aceptación.

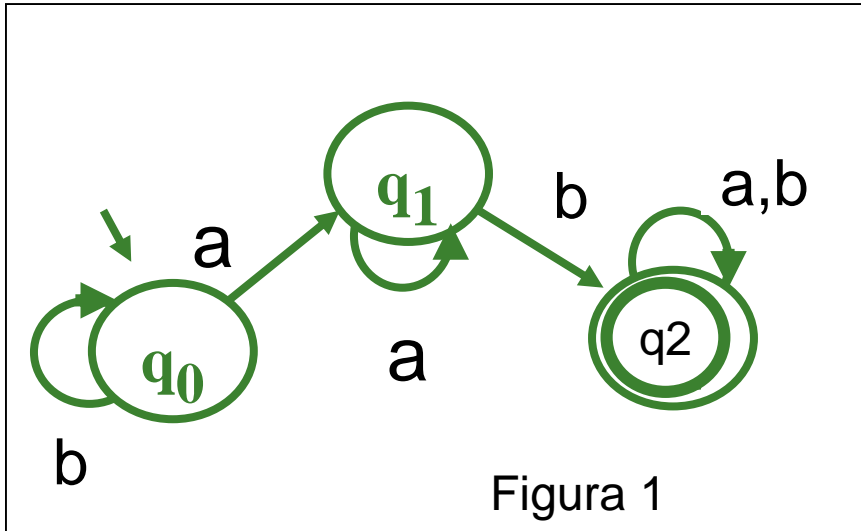
Características de los autómatas finitos determinísticos (AFD):

- Se puede construir un diagrama para que ayude a determinar los distintos miembros o cadenas del lenguaje.
- El diagrama tiene la forma de un grafo dirigido con información añadida, y se llama diagrama de transición.
- Los nodos del grafo corresponden a los estados del AFD.
- Por lo general q_0 es el estado inicial, marcando con una flecha (\rightarrow) el comienzo del autómata.
- Algunos estados están designados como final o aceptación indicados por un doble círculo.

Características de los autómatas finitos determinísticos (AFD):

- Los símbolos del alfabeto ($\sigma \in \Sigma$) son las etiquetas de los arcos del grafo.
- Si cuando ha sido tratada la cadena en su totalidad se termina en un estado de aceptación entonces la cadena es aceptada por el lenguaje.
- Si M es un AFD, entonces el lenguaje aceptado por M es $L(M) = \{w \in \Sigma^* / w \text{ es aceptada por } M\}$.
- Por tanto, $L(M)$ es el conjunto de cadenas que hacen que M pase de su estado inicial a un estado de aceptación.

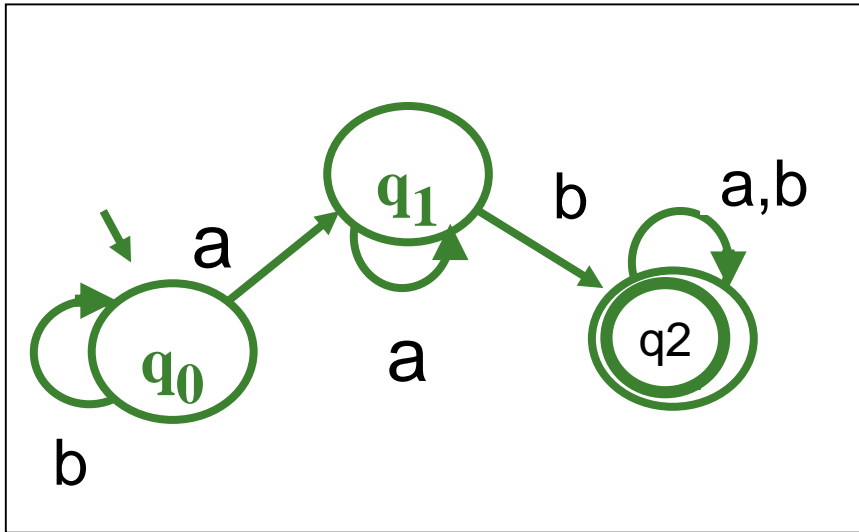
Ejemplo1: Autómatas Finitos (determinísticos)



Se pide:

- Construir la función de transición con representación matricial.
- Señalar formalmente el lenguaje que reconoce el autómata finito representado por la figura 1.

Ejemplo1, solución:

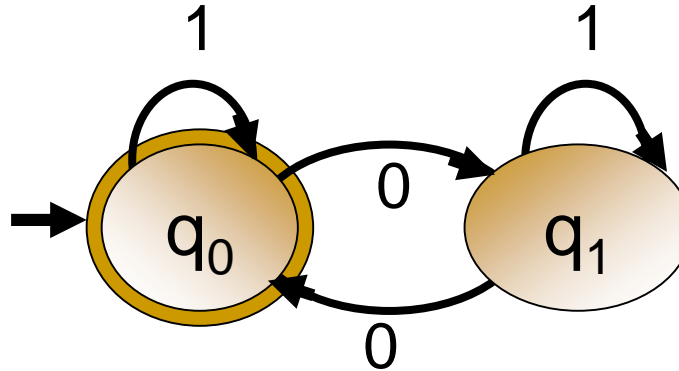


$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

Q / Σ	a	b
q ₀	q ₁	q ₀
q ₁	q ₁	q ₂
q ₂	q ₂	q ₂

$L = \{ w \in \Sigma^* / w \text{ tiene como substring a "ab"} \}$ // debe darse ab
 $= \{ w \in \Sigma^* / \text{"ab"} \in w \}$ // donde debe darse substring "ab"

Ejemplo2 (AFD):



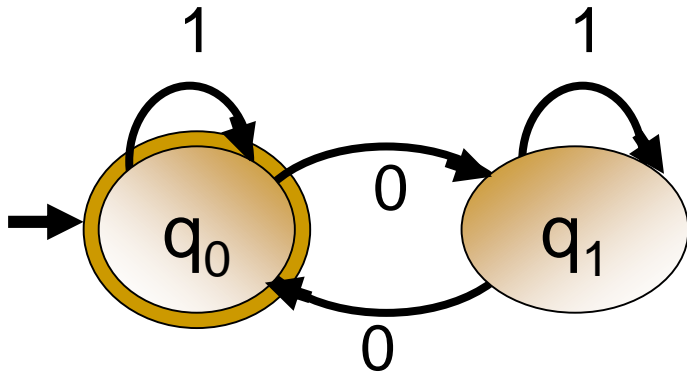
Se pide:

- a) Describir formalmente el autómata finito de la figura.
- b) Escribir en forma matricial a la función de transición del autómata
- c) Escribir formalmente el lenguaje que reconoce el autómata.

Ejemplo2, solución:

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

$$M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1\}, \delta, q_0, q_0)$$



δ : función de transición

Σ	0	1
Q		
q_0	q_1	q_0
q_1	q_0	q_1

$$\begin{aligned} L &= \{ w \in \Sigma^* / w \text{ tiene un número par de 0's} \} \\ &= \{ w \in \Sigma^* / |w|_0 = 2n, n \geq 0 \} // \text{ se repetirá 0 } 2n \text{ veces} \end{aligned}$$

Ejemplo3:

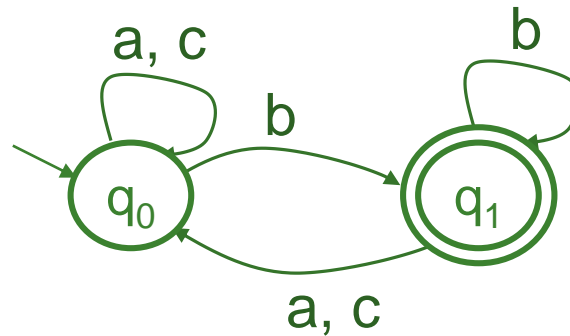
- a) Dibujar el AFD asociado a la función de transición δ
- b) Describir formalmente el lenguaje $L(M)$ descrito por el AFD presentado.

δ	a	b	c
q0	q0	q1	q0
q1	q0	q1	q0

Ejemplo3:

a) Dibujar el AFD asociado a la función de transición δ .

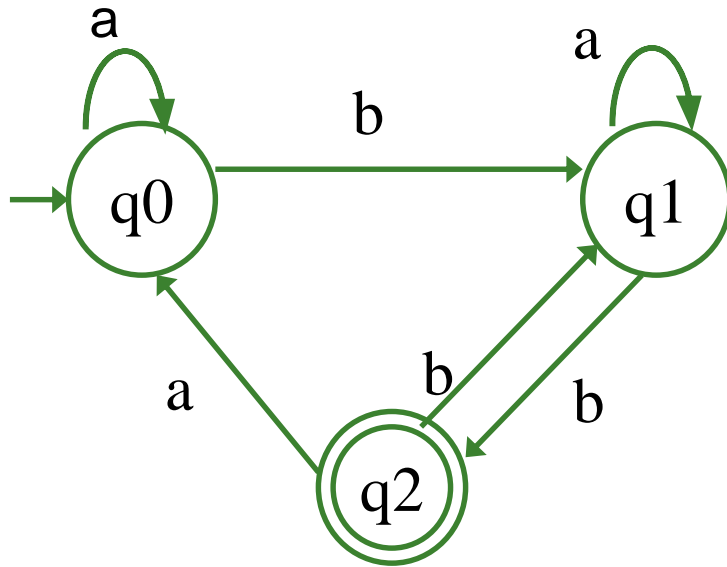
δ	a	b	c
q0	q0	q1	q0
q1	q0	q1	q0



b) Describir formalmente el lenguaje $L(\text{AFD})$ descrito por el AFD presentado.

$$L(\text{AFD}) = \{ w \in \Sigma^* \mid w = xb \text{ con } x \in \Sigma^* \} \quad // \text{ x veces b}$$

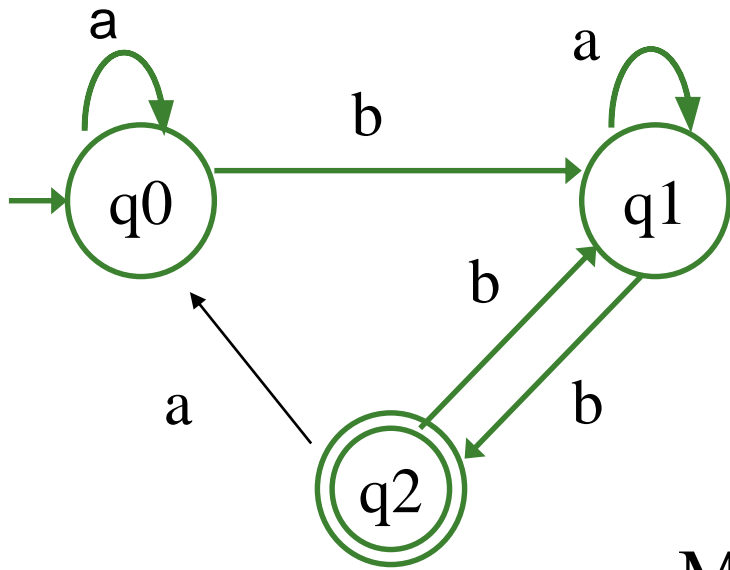
Ejemplo4:



1. Determinar la función de transición asociada
2. Describir el AFD formalmente.
3. Describir formalmente al lenguaje $L(\text{AFD})$ reconocido por el AFD

Ejemplo4, Solución:

Función de transición asociada



σ	a	b
q0	q0	q1
q1	q1	q2
q2	q0	q1

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

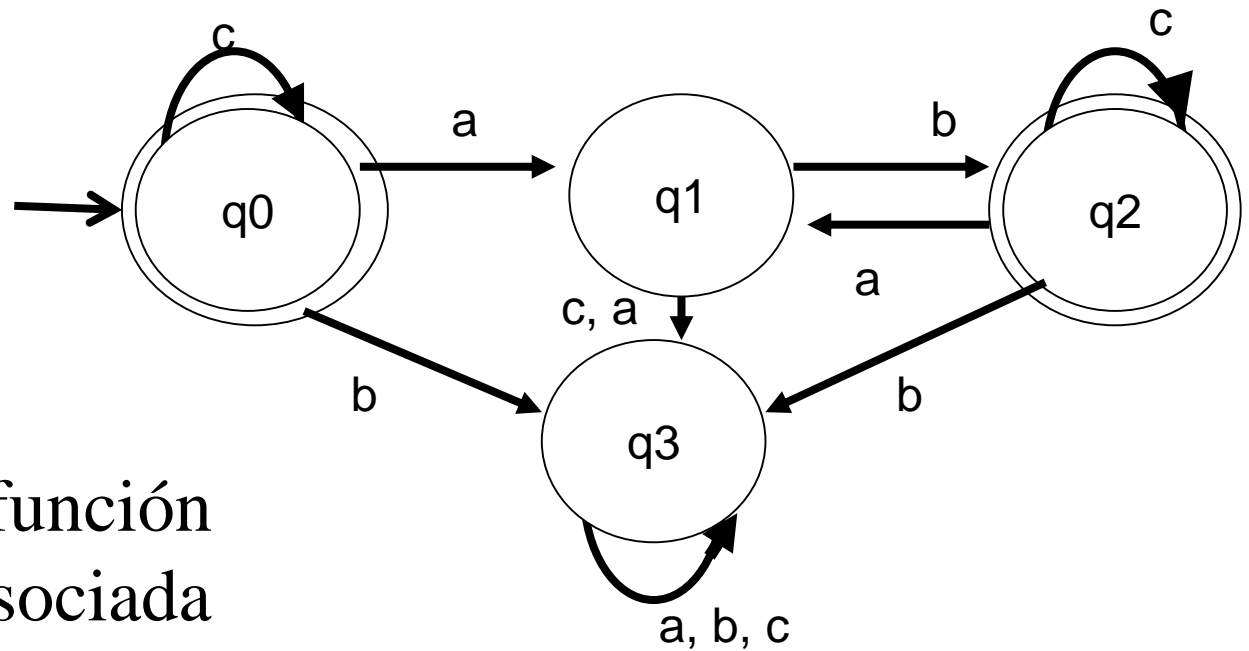
$$M = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, q_2)$$

Lenguaje $L(M)$ reconocido por el AFD:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* / |w|_b = 2n, n > 0 \text{ y que termine en "b"}\}$$

$$= \{w \in \Sigma^* / |w|_b = 2n, n > 0 \wedge w = xb \text{ con } x \in \Sigma^*\}$$

Ejemplo5:

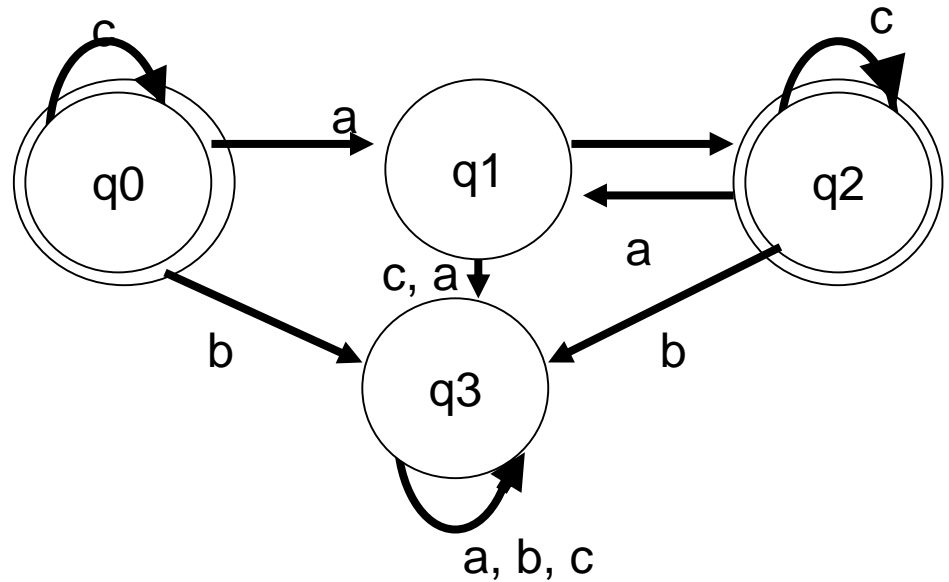


1. Determinar la función de transición asociada
2. Describir el AFD formalmente.
3. Describir formalmente al lenguaje $L(\text{AFD})$ reconocido por el AFD

Ejemplo5, Solución:

	a	b	c
q0	q1	q3	q0
q1	q3	q2	q3
q2	q1	q3	q2
q3	q3	q3	q3

Función de transición asociada



$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

$$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \delta, q_0, \{q_0, q_2\})$$

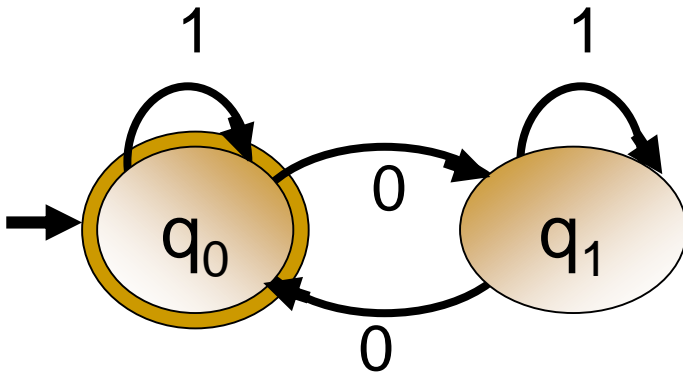
Lenguaje $L(M)$ reconocido por el AFD:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* / w = c^n (ab c^p)^m \text{ con } n, p, m \geq 0\}$$

Ejemplo6 (AFD):

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

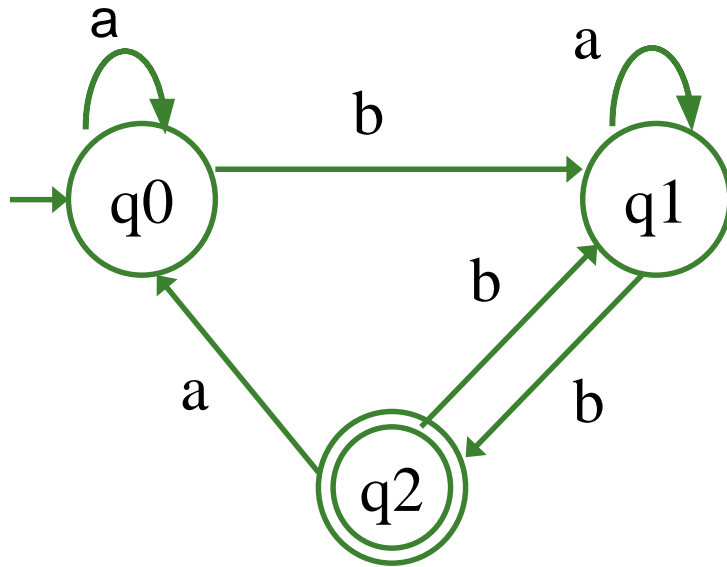
$$M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1\}, \delta, q_0, q_0)$$



δ : función de transición

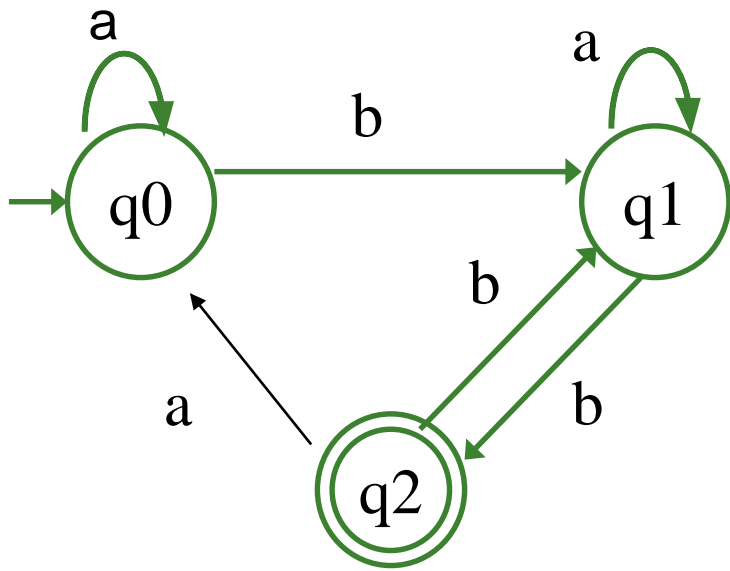
Σ	0	1
Q		
q_0	q_2	q_1
q_1	q_1	q_2

Ejemplo7:



1. Describir formalmente el lenguaje L reconocido por el AFD
2. Escribir una expresión Regular que describa al lenguaje reconocido por el AFD

Solución:



	a	b
q0	q0	q1
q1	q1	q2
q2	q0	q1

Función de transición
asociada

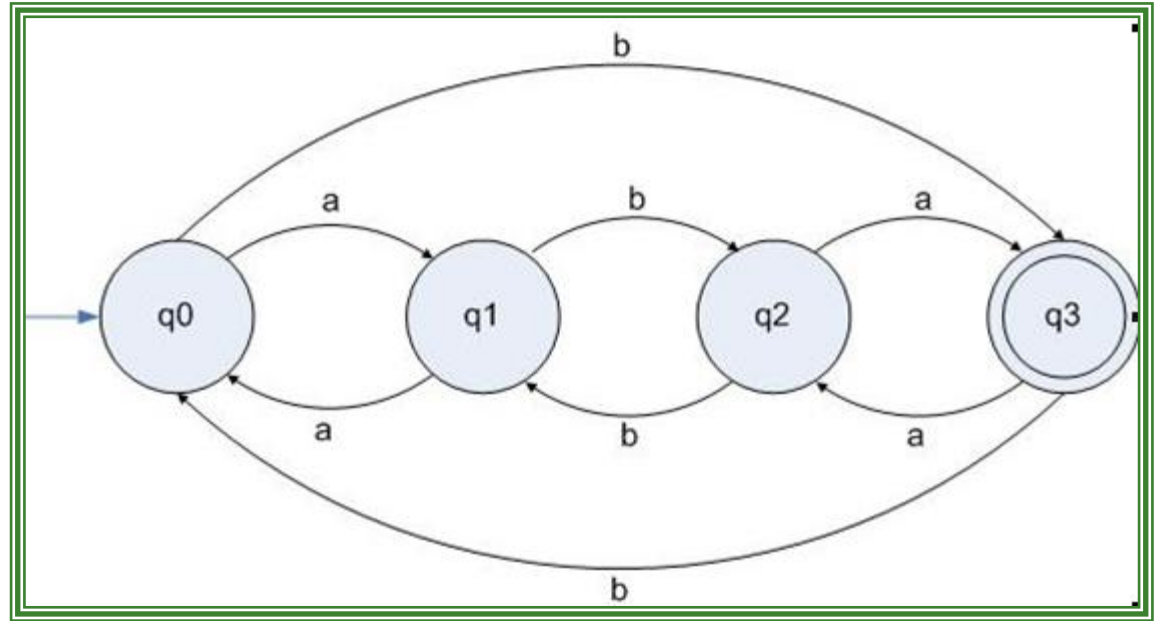
- Expresión Regular para el lenguaje que reconoce el AFD:

$$a^*(ba^*b)^+$$

- Describa el lenguaje L reconocido por el AFD:

$L = \{ w \in \Sigma^* / |w|_b = 2n, n > 0 \text{ y que termine en "b"} \}$

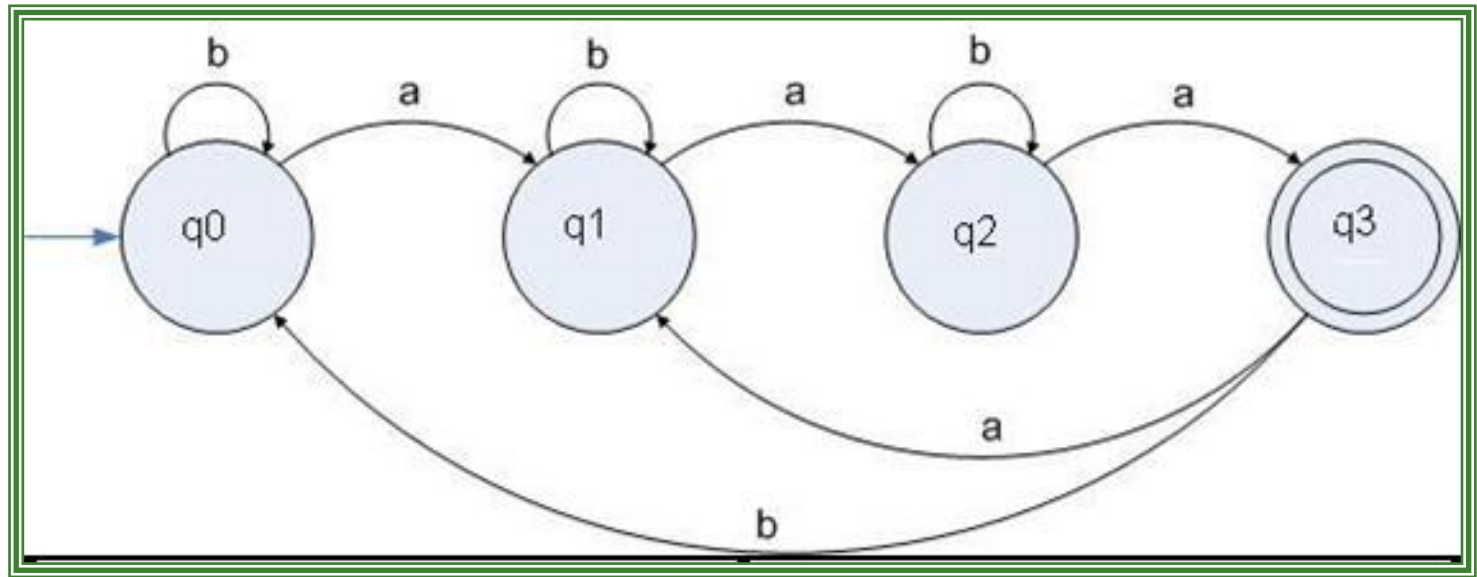
Ejercicio 1:



Se pide:

1. Determinar la función de transición asociada
2. Escribir una expresión para el lenguaje que reconoce el AFD
3. Describir formalmente el lenguaje L reconocido por el AFD

Ejercicio 2:



Se pide:

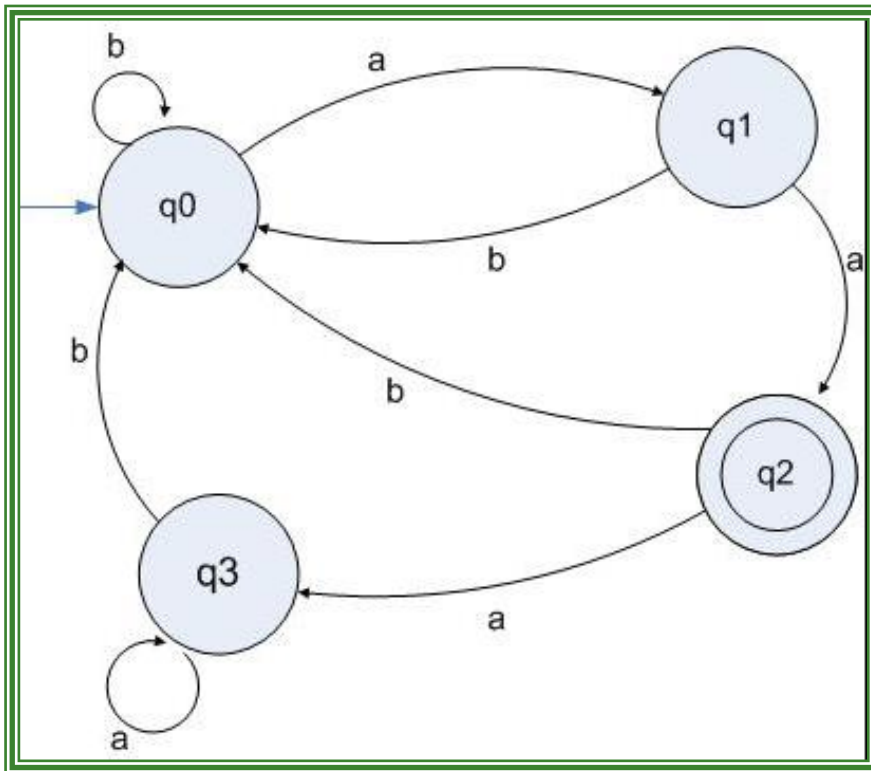
1. Determinar la función de transición asociada
2. Escribir una expresión regular (ER) para el lenguaje que reconoce el AFD
3. Describir formalmente el lenguaje $L(M)$ reconocido por el AFD

Ejercicio 3:

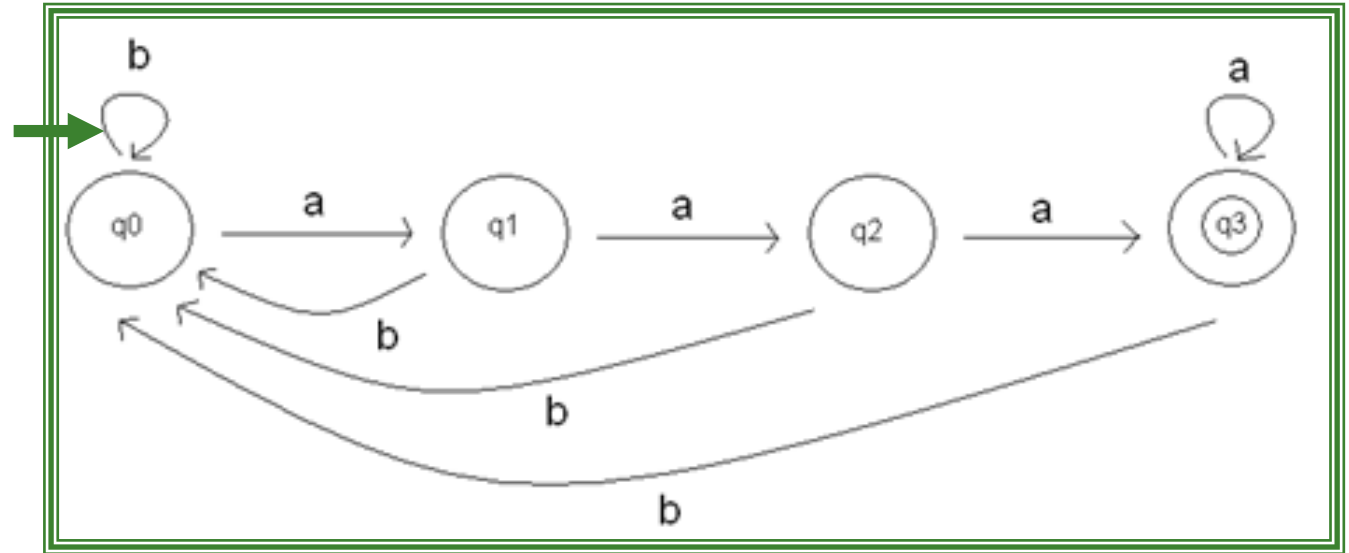
1. Determinar la función de transición asociada

2. Escribir una expresión regular para el lenguaje que reconoce el AFD

3. Describir formalmente el lenguaje L reconocido por el AFD.



Ejercicio 4:



Se pide:

1. Determinar la función de transición asociada
2. Escribir una expresión regular (ER) para el lenguaje que reconoce el AFD
3. Describir formalmente el lenguaje L reconocido por el AFD

Ejercicio 5:

1. Sea M un AFD

M: $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$F = \{q_2\}$

δ	a	b
q₀	q ₀	q ₁
q₁	q ₂	q ₁
q₂	q ₂	q ₀

- Realizar el diagrama de estados del AFD.
- Determinar si las cadenas pertenecen al lenguaje:
 - abaa
 - bbbabb
 - bababa
- Describe el lenguaje $L(M)$ reconocido por el AFD
- Escribir una expresión regular (ER) para $L(M)$

Ejercicio 6:

Construya un AFD completo para cada uno de los lenguajes descritos:

1. El conjunto de cadenas para alfabeto $\{a,b\}$ en donde la subcadena aa ocurra al menos dos veces.
2. El conjunto de cadenas para alfabeto $\{a,b,c\}$ que comienzan con a , contienen exactamente dos b 's y terminan con cc .
3. El lenguaje definido por $ER = (ab)^*ba$
4. El lenguaje definido por $ER = (ab)^*(ba)^*$