

1) Determinar dominio y recorrido

a) $\text{Dom}(f) = [-3, +\infty[$

$\text{Rec}(f) = [0, +\infty[$

b) $\text{Dom}(g) =]-\infty, +\infty[\text{ o } \mathbb{R}$

$\text{Rec}(g) =]-\infty, 5]$

2) Determinar dominio y recorrido, graficar y determinar intersección entre ambas funciones si existe.

Domínios

a) $f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = -0.5x^2 + 2x$

$f(x) = x^2 - 2 \Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} / f(x) \in \mathbb{R}\}$

$\Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 2 \in \mathbb{R}\}$

$\text{Dom}(f) \Leftrightarrow \mathbb{R}$

$g(x) = -0.5x^2 + 2x \Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} / g(x) \in \mathbb{R}\}$

$\Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} / -0.5x^2 + 2x \in \mathbb{R}\}$

$\text{Dom}(g) \Leftrightarrow \mathbb{R}$

Recorridos

$f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = -0.5x^2 + 2x$

$\text{Rec}(f) = \{y \in \mathbb{A} / \exists x \in \mathbb{A} \wedge y = f(x)\}$

$= \{y \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge y = x^2 - 2\}$

$= \{y \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge x = \sqrt{y+2}\}$

$= \{y \in \mathbb{R} / \sqrt{y+2} \in \mathbb{R}\}$

$= \{y \in \mathbb{R} / y+2 \geq 0\}$

$= [-2, +\infty[$

Vertice

$\frac{(-b)}{2a} = -\frac{2}{-1} = 2$

$\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 2 \\ y + 2 = x^2 / \sqrt{} \\ \sqrt{y+2} = x \end{array} \right\}$

$y+2 \geq 0 \rightarrow y \geq -2$

$\text{Rec}(g) = \{y \in \mathbb{A} / \exists x \in \mathbb{A} \wedge y = g(x)\}$

$\{y \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge y = -0.5x^2 + 2x\}$

$\{y \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge x = \dots\}$

$\{y \in \mathbb{R} / \dots\}$

$-1/2 x^2 + 2x = 0 \quad / \cdot 2$

$x^2 + 4x = 0$

$(x+2)(x+2) = 0$

$x_1 = 0 \quad y \quad x_2 = 4$

3) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x)\}$

$\{x \in \mathbb{R} / y = \sqrt{4-x^2}\}$

$\{x \in \mathbb{R} / 4-x^2 \geq 0\}$

$\{x \in \mathbb{R} / x^2 \leq 4\}$

$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$

$\{-2 \leq x \leq 2\}$

$\text{Dom}(f) = [-2, 2]$

$y \in \text{Rec}(f) \Leftrightarrow \exists x \in [-2, 2] / \sqrt{4-x^2}$

$\exists x \in [-2, 2] / y^2 = 4-x^2 \wedge y \geq 0$

$\exists x \in [-2, 2] / x^2 = 4-y^2 \wedge y \geq 0$

$\exists x \in [-2, 2] / x = \pm \sqrt{4-y^2} \wedge y \geq 0$

$4-y^2 \geq 0 \wedge y \geq 0$

$-2 \leq y \leq 2 \wedge y \geq 0$

$= y \in [0, 2]$

$\text{Rec}(f) = [0, 2]$