Conicas

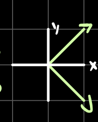
- Plano Cartesiano $\longrightarrow \mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x,y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R}\}$
  - Par ordenado (a,b)
- Def.
  - $a = c$ y $b = d$.
- Producto de dos conjuntos.
- lugar geometrico : conjuntos numericos del plano que satisface una ecu

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Punto medio:

$$M = \left| \frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} \right|$$

- Rectas:
  - horizontal
  - Vertical
- Pendiente de una recta
  - $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Punto Pendiente (Ecuación)
  - $y = m(x - x_1) + y_1$
- Ecuacion Principal de la recta
  - $L: \ y = mx + b$
    - Si pendiente > 0
    - Si " < 0



Ejemplos:

a) $y = 5x + 2$, $m > 5$

$0 = 5x + 2$

$-\frac{2}{5} = x$

- Ecuacion General de la recta.
  - $Ax + By + C = 0$
- Rectas Paralelas $L_1 // L_2$
  - Dos Rectas son paralelas si las pendientes son iguales, $m_1 = m_2$
- Rectas Perpendiculares $L_1 \perp L_2$
  - Dos Rectas son perpendiculares si las pendientes multiplicas es -1, $m_1 \cdot m_2 = -1$
- Ejemplo Ecuacion general de la recta

La Recta

Ejemplo

Guia 6.

Ejercicio 4: Determine k para que $L_1 \perp L_2 \longrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

Si: $L_1: 2x + ky - 9 = 0$

$L_2: 2x + 3y - 1 = 0$

1) Pendiente de L_1: $\frac{-2}{k}$

2) Pendiente de L_1: $\frac{-2}{3}$

$$\frac{-2}{k} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{4}{3k} = -1 \quad , k \neq 0 \quad / \cdot 3k$$

$$= 4 = -3k$$

$$\boxed{= \frac{-4}{3} = k}$$

Ejercicio 5 =

$L_1: \frac{y}{3} - 1 = x$

$L_2: -3x + y = -5$

1) Pendiente de L_1:

$\frac{y}{3} - 1 = x \quad / +1$

$\frac{y}{3} = x+1 \quad / 3$

$y = 3(x+1)$

$y = 3x+3$

1) $m = 3$

2) Pendiente de L_2:

$-3x + y = -5$

$y = 3x - 5$

2) $m = 3$

Como m_1 y m_2 son iguales $\rightarrow L_1 \parallel L_2$

Ejercicio 6:

Determinar si las rectas son paralelas entre sí

- $L_1: 4y - 1 = 2x$
- $L_2: 2y + 4 = 5$

1) Pendiente de L_1:

$$y = \frac{2x + 1}{4}$$

$$L_1: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

$$m_1: \frac{1}{2}$$

Pendiente de L_2:

$$y = \frac{5}{2} - \frac{4x}{2}$$

$$L_2: y = -2x + \frac{5}{2}$$

$$m_2 = -2$$

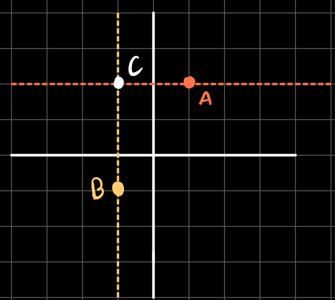
Graficar

Ejemplo 2 : pal dilan xD

A) Encontrar intersección como un punto C.

1) A (1, 2)
B (-1, 1)

2) Dibujar Plano y Graficar



$C = (-1, 2)$

B) Determine $y \in \mathbb{R}$ de modo que la distancia entre $(2, y)$ y $(3, 4) = 5$

$$d(A, B) = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(4 - y)^2 + (3 - 2)^2} \quad / \cdot ^2$$

$$25 = (4 - y)^2 + (3 - 2)^2$$

$$25 = (4 - y)^2 + 1$$

$$25 = x^2 - 8x + 16 + 1$$

$$x^2 - 8x - 8 = 0$$

$$4 \pm 2\sqrt{6}$$

$L_1: 4x + 2y - 1 = 0 \quad P(3,2)$

$m_1 = -2$

$m_2 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = \frac{-A}{B}$

$L = -x + 2y + \frac{1}{2}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$

$y - 2 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

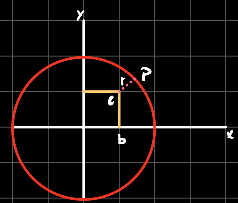
$$\begin{cases} 4x + 2y - 1 = \\ x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$
$5x + 4y - 1 = 0$

$\frac{-3}{2} + \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 2}$

$\frac{-3 + 4}{2} =$

Conicas, Circunferencia

Circunferencia



Ecuacion Principal

$\mathcal{C} : (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

donde r es constante positiva o cero

2 elementos necesitar para encontrar la circunferencia

radio
centro

Ecuacion General

$\mathcal{C} : x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Escriba la ecuacion de la circunferencia de centro $(1,-2)$ y de radio 2

1) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

2) Encuentre el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación general es:

- $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$
- Completar cuadrado

$(x^2 - 8x) + (y^2 - 6y) = -16$

mitad y elevar al cuadrado

$(x^2 - 8x + 16 - 16) + (y^2 - 6y + 9 - 9) = -16 + 16 + 9$

$C : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$

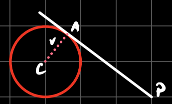
Es una Circunferencia:

centro : $C(4,3)$
radio : $r = 3$

3) La ecuacion $x^2+y^2+2x+2=0$ es circunferencia?

$$(x^2+2x)^2+(y^2+0)^2=-2$$
$$(x+1)^2+(y-0)^2=-2+1$$
$$(x+1)^2+(y-0)^2=-1 \rightarrow \text{no representa } \bigcirc$$

Recta tangente de una $\bigcirc$

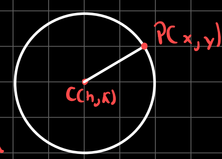


Ejemplo dos

Repaso

$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : d(P,C) = r\}$

Circunferencia de Centro $C(h,k)$ y radio r



- $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ // Ecuación de la circunferencia
- Si el $C(h,k)$ o centro esta en el origen $(\overset{x}{0}, \overset{y}{0}) \iff (h,k)$
  la ecuacion ordinaria queda como $x^2 + y^2 = r^2$ // Canonica de la circunferencia.
- la ecuacion ordinaria desarrollada como forma general
  queda como : $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
  Donde $D = -2h$, $E = -2k$ y $F = h^2 + k^2 - r^2$

- no todas las E. Generales son circunferencia
  por tanto $\left(x + \frac{D}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2}\right)^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}$

$$\longrightarrow \begin{cases} > 0, & \text{su centro } C\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right), \text{ su radio sera } = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}} \\ = 0, & \text{punto } C\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \\ < 0, & \text{no existe grafica} \end{cases}$$

Distancia entre un Punto y una recta.

Sea el punto $m = (x_1, y_1)$ y la recta $L: ax + by + c = 0 \longrightarrow d(m,L) = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Punto medio

- $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

1) $C(-4,-1)$, $L: 3x + 2y - 12 = 0$

$$\frac{|3 \cdot -4 + 2 \cdot -1 - 12|}{\sqrt{13}} = \frac{|-26|}{\sqrt{13}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}$$

Calcular r: $(x+4)^2 + (y+1)^2 = r^2$

$x^2 + 16 + y^2 + 1 = r^2$

$x^2 + 17 + y^2 = r^2$

$x^2 + y^2 + 17 - r^2 = 0$

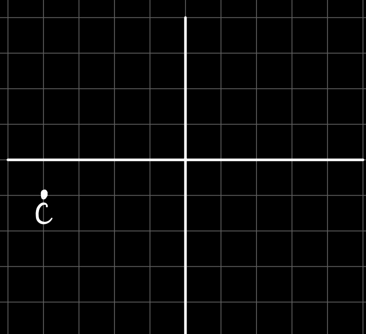
$x + y + \sqrt{17} - r = 0$

$r = 2\sqrt{13}$

Ecuacion : $(x+4)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{13})^2$

$x^2 + 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = 52$

$x^2 + 8x + 17 + y^2 + 2y = 52$



2) $L_1 : 2x + y - 5 = 0$

$L_2 = 2x + y + 15 = 0$

$P : (2, 1)$

$C = (h, k)$

$d(P, C) = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$

$d(L_2, P) = \frac{|(2 \cdot 2) + (1 \cdot 1) + 15|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|20|}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$

$d(L_1, P) = \frac{|(2 \cdot 2) + (1 \cdot 1) - 5|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|0|}{\sqrt{5}} = 0$

entre L_2 y $P = 4\sqrt{5}$

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = (4\sqrt{5})^2$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 80$

$x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5 = 80$

$x^2 - 4x + y^2 - 2y = 75$

$+y2)$

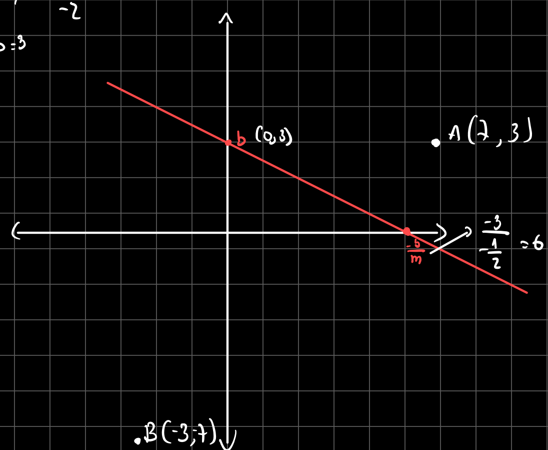
3) $L_1 : x + 2y - 6 = 0$
$A : (7, 3)$
$B : (-3, -7)$

Punto medio

$\circ\ M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1}{2} \right.$

$$x + 2y - 6 = 0$$
$$-2y = x - 6$$
$$y = \frac{x}{-2} + 3$$

$m = -\frac{1}{2}$, $b = 3$



(1) $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 = r^2$

$$x^2 - 14x + 49 + y^2 - 6y + 9 = r^2$$
$$x^2 - 14x + y^2 - 6y + 58 = r^2$$

(2) $(x + 3)^2 + (y + 7)^2 = r^2$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 14y + 49 = r^2$$
$$x^2 + 6x + y^2 + 14y + 58 = r^2$$

(3) Si $C(h, k)$ esta en $x + 2y - 6 = 0$

multiplicar por 10

$$10x + 20y - 60 = 0$$

$$d(C, L_1) = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$$

(4) restar ecuaciones

$$\begin{array}{r} x^2 - 14x + y^2 - 6y + 58 = r^2 \\ -\ x^2 + 6x + y^2 + 14y + 58 = r^2 \\ \hline 20x - 20y = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20x - 20y = 0 \\ +\ 10x + 20y - 60 = 0 \\ \hline 30x = 60 \\ x = 2 \end{array}$$

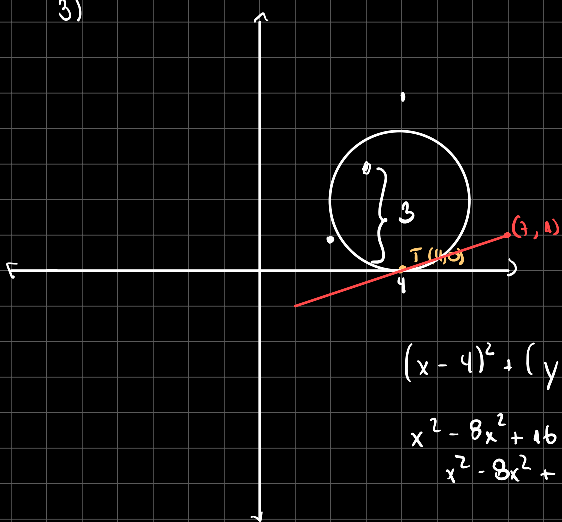
Evaluar x en $x + 2y - 6 = 0$

$$2 + 2y - 6 = 0$$
$$2y = 4$$
$$y = 2$$

$\longrightarrow C(\overset{x}{2}, \overset{y}{2})$

$$\left(x - \frac{26}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = r^2$$

3)



$$(x-4)^2 + (y-0)^2 = r^2$$

$$x^2 - 8x^2 + 16 + y^2 = r^2$$

$$x^2 - 8x^2 + 16 + y^2 - r^2 = 0$$

$$\left(\frac{1+5}{2}\right), \left(\frac{1+5}{2}\right)$$

3, 3

2) $L: 2x - y - 8 = 0$

$C(3, 3)$

$$d(C, L) = \frac{|2(3) - 1\cdot(3) - 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

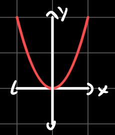
$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{5}^2$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{5}$$

Parabola:

Ec. canonica

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$



Suponga que dos torre

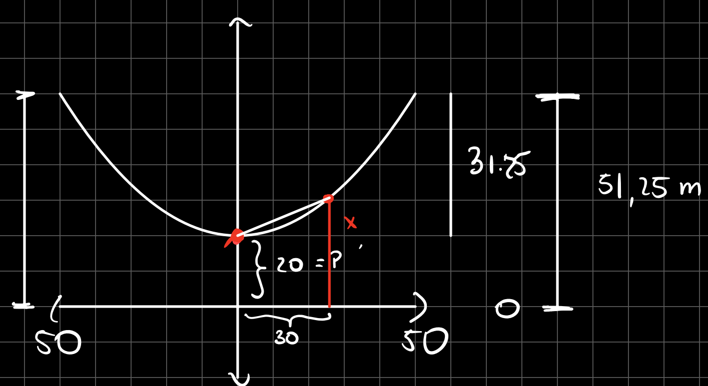
Suponga que dos torres de un Puente están separados por 100 metros, y ambos sostienen un cable de forma parabolica, y que por las bases de las torres hay una carretera que representa la directriz. La parte mas baje del cable esta a 20 metros de la carretera.

A) REalice el grafico

B) Exprese una ecuación adecuada utilizando los datos que representa tal situación

C) Cuál es la altura de las torres.

D) Si la altura de un punto del cable es de 30 metros ¿ Cual es la distancia qué hay entre la parte mas baja del cavle a la altura?



$(x-h)^2 = 4p(y-k)$

$x^2 = 80(y-20)$

$x^2 = 80y - 1600$

$50^2 = 80y - 1600$

$2500 = 80y - 1600$

$4100 = 80y$

$\frac{4100}{80} = y$

$\frac{205}{4} = y$

31.25

$x^2 = 80(30-20)$

$x^2 = 800$

$x = 28,28..$ $\sqrt{800}$

$x^2 = 80\left(\frac{205}{4} - 30\right)$

$x^2 = 80\left(\frac{85}{4}\right)$

$x = 41.2.$

$\sqrt{(\sqrt{800} - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\sqrt{(28,28)^2 + (10)^2}$

$800 + 100$

900

$= 30$

V(0,20)
P(28,28, 30)