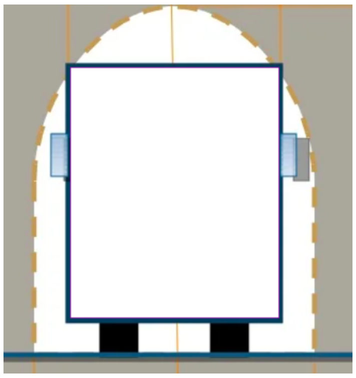
UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.
Segundo Semestre 2022

FORMATIVO N°2 - CÁLCULO I (220157)
MÓDULO I

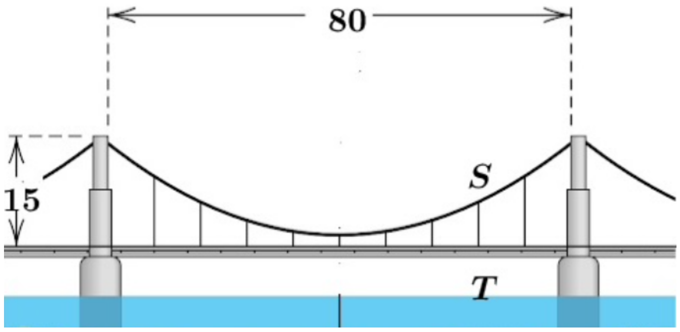
Pregunta 1 Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-3,4)$ y es paralela a la recta de ecuación $4x + y - 1 = 0$

Pregunta 2 Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3,5)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y = -x + 3$

Pregunta 3 Un túnel en forma de arco parabólico tiene una altura máxima de 6 metros y un ancho de 10 metros en la base. Determine la altura máxima que puede tener un vehículo de 3 metros de ancho para atravesar el túnel.



Pregunta 4 El cable del soporte de un puente tiene forma parabólica y está tendido entre dos torres cuya altura es de 15 metros cada una y están separadas 80 metros entre si. Además, el punto central está a 5 metros sobre la calzada. Determinar el largo del cable ST que está a 15 metros de la torre derecha.



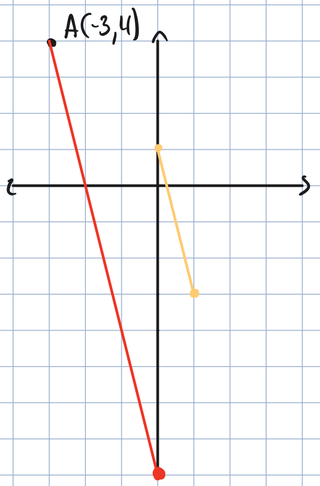
Pregunta 5 Determine la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(1,5)$ y es tangente a la recta $L : 4x + 3y + 14 = 0$ en el punto $Q(2,2)$.

Pregunta 6 La señal de una estación de radio tiene un alcance circular de $50km$. Una segunda estación de radio, situada a $100km$ al este y $80km$ al norte de la primera estación, tiene un alcance circular de $80km$. ¿Hay lugares donde las señales se puedan recibir de ambas estaciones de radio?.

Pregunta 1 Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-3, 4)$ y es paralela a la recta de ecuación $4x + y – 1 = 0$

Pregunta 2 Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, 5)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y = -x + 3$

1)



$4x + y - 1 = 0 \longrightarrow 4x - 1 = -y \;/\cdot -1$

$\frac{-4}{1}x + 1 = y$

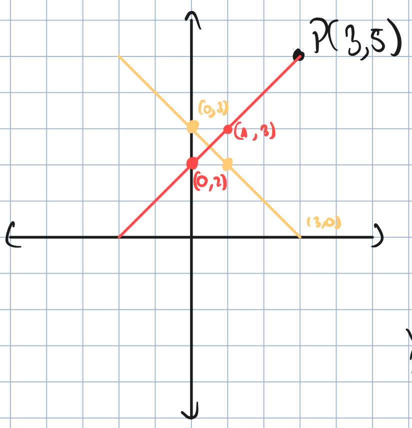
$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = -4(x + 3)$

$y - 4 = -4x - 12$

$y = -4x - 8$

2)



$L_1: \; y = -x + 3$

$-\frac{1}{1}$

$L_2 = m_2 = m_1 \cdot m_2 = -1$

$-1 \cdot m_2 = -1$

$m_2 = \frac{-1}{-1} = 1$

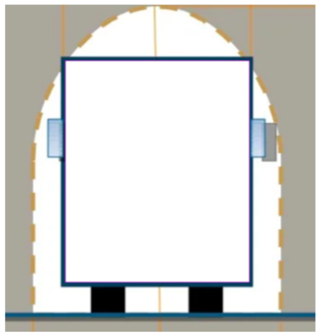
$y - y_1 = m(x - x_1)$

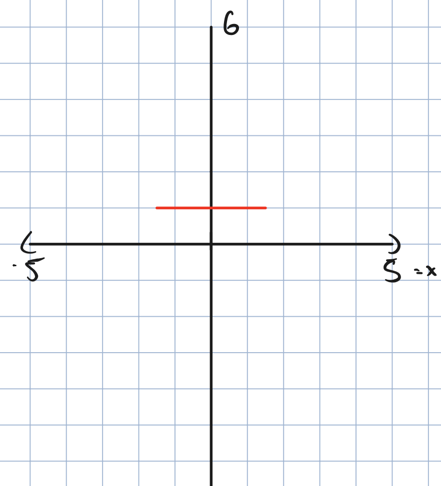
$y - 5 = 1(x - 3)$

$y - 5 = x - 3$

$y = 1x + 2$

Pregunta 3 Un túnel en forma de arco parabólico tiene una altura máxima de 6 metros y un ancho de 10 metros en la base. Determine la altura máxima que puede tener un vehículo de 3 metros de ancho para atravesar el túnel.





$v(h,k) = (0,6)$

Donde C.P.P: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

Reemplazando: $(x-0)^2 = 4p(y-6)$

$x^2 = 4p(y-6)$

$5^2 = 4p(0-6)$

$25 = 4p(-6)$

$25 = -24p$

$\frac{25}{-24} = p$

despues la E. Parabola

$x^2 = 4 \cdot \frac{25}{-24}(y-6)$

$x^2 = -\frac{25}{6}(y-6)$

la altura se evalua teniendo el ancho del camion

$\frac{3}{2}^2 = -\frac{25}{6}(y-6)$

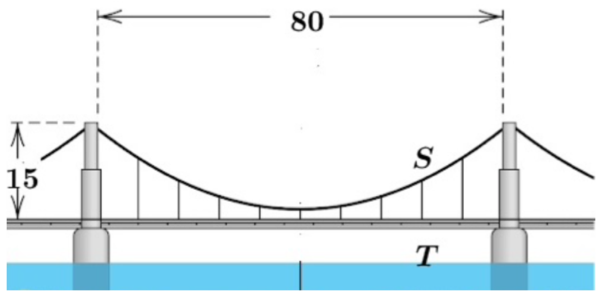
$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{25}{6}y + 25$

$-\frac{91}{4} = -\frac{25}{6}y$

$\frac{273}{50} = y$

$5,46 = y$

Pregunta 4 El cable del soporte de un puente tiene forma parabólica y está tendido entre dos torres cuya altura es de 15 metros cada una y están separadas 80 metros entre si. Además, el punto central está a 5 metros sobre la calzada. Determinar el largo del cable ST que está a 15 metros de la torre derecha.



Ecuacion Principal de la Parabola

$(x-h)^2 = 4p(y-k)$

Vertice

$V(h,k)$

$(0,5)$

$(x-0)^2 = 4p(y-5)$

$x^2 = 4p(y-5)$

$40^2 = 4p(y-5)$

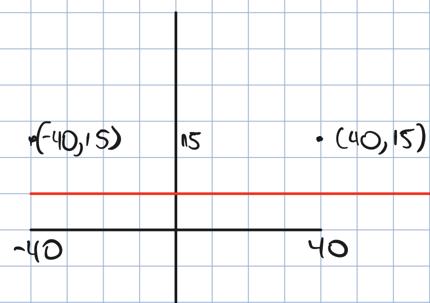
$40^2 = 4p(15-5)$

$1600 = 4p(10)$

$1600 = 40p$

$\frac{1600}{40} = p$

$40 = p$



$y = (k-p) = 5$

$E.P: (x-h)^2 = 4p(y-k)$

$x^2 = 4 \cdot 40(y-5)$

$25^2 = 160(y-5)$

$625 = 160y - 800$

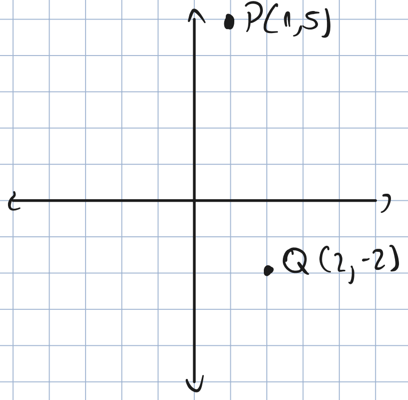
$625+800 = 160y$

$1425 = 160y$

$\frac{285}{32} = y$

$8{,}9 = y$

Pregunta 5 Determine la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(1,5)$ y es tangente a la recta $L: 4x + 3y + 14 = 0$ en el punto $Q(2,-2)$.



m de L_1: $4x + 3y + 14 = 0$

$$4x + 14 = -3y$$
$$\frac{4x}{3} + \frac{14}{-3} = y$$

Ecuacion Principal de ○

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$\sqrt{(2-h)^2 + (-2-k)^2} = \sqrt{(1-h)^2 + (5-k)^2}$$
$$\cancel{h^2} - 4h + 4 + \cancel{k^2} + 4k + 4 = \cancel{h^2} - 2h + 1 + \cancel{k^2} - 10k + 25$$
$$-4h + 4k + 8 = -2h + 26 - 10k$$
$$-4h + 4k + 2h + 10k = 26 - 8$$
$$-2h + 14k = 18 \quad /\div 2$$
$$-h + 7k = 9 \quad (1)$$

Pendiente de $L_1 = \frac{4}{3}$

Pendiente de $C(h,k)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{k+2}{h-2}$$

Como deben ser perpendiculares

$L_1 \perp L_2 = m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{k+2}{h-2} = -1$$
$$\frac{4k+8}{3h-6} = -1$$
$$4k + 8 = -1 \cdot (3h - 6)$$
$$4k + 8 = -3h + 6$$
$$4k + 2 = -3h$$
$$4k + 3h = -2 \quad (2)$$

Sumando ecuaciones:

$$21k - 3h = 27 \quad / \cdot 3$$
$$+\ 4k + 3h = -2$$
$$25k = 25$$
$$k = \frac{25}{25}$$
$$k = 1$$

$$-h + 7 = 9$$
$$-h = 9 - 7$$
$$-h = 2 \quad / \cdot -1$$
$$h = -2$$

$$r: d(C,P) = \sqrt{(1+2)^2 + (5-1)^2}$$
$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$
$$r = \sqrt{9 + 16}$$
$$r = \sqrt{25}$$
$$r = 5$$

Por lo tanto $k = 1$ y $h = -2$

La ecuacion de la Circunferencia sera:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5^2$$

E. G. C.

$D = -2h$, $E = -2K$ F, $h^2 + K^2 - r^2$.

$U(h, K)$

Punto medio

$$m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Ecuacion Punto Pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuacion Principal de la circunfere

$$(x-h)^2 + (y-K^2) = r^2$$

Eje simetria.

$S: x = h$

Ecuacion Principal de una Parabola

$$(x-h)^2 = 4p(y-K)$$

Directriz

$$D: y = (K - p)$$

Foco

$$F(h, K+p)$$

Ecuacion General de una parabola

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

distancia

$$d(P, C) = \frac{|Ax + bx + C|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Pendiente

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

E. P. Recta

$$y = mx + b$$

distancia entre dos Puntos

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = d$$

Ec. G. Re

$$Ax + by + C = 0$$

Ecuacion Principal de ○

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

Eje Simetria

$S: x=h$

Ecuacion Principal de ∪

$(x-h)^2=4p(y-K)$

$D = y=(K-p)$

Foco

$F(h, K+p)$

Ecuacion General de la Circunferencia

$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

distacancia de recta tangente a ○

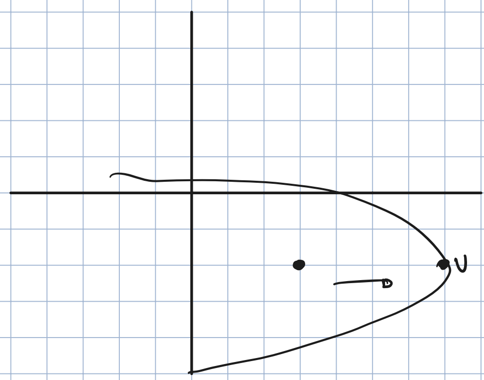
$P(x,y)$
$C(h,k)$ $\quad d(P,C) = \frac{|Ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

distancia desde el Centro

$d(P,C)=r$

1) Determine la ecuación de la Parabola cuyo foco es $F(3,-2)$ y $V(7,-2)$

$F(h, k+p)$



$F(h+p, k)$

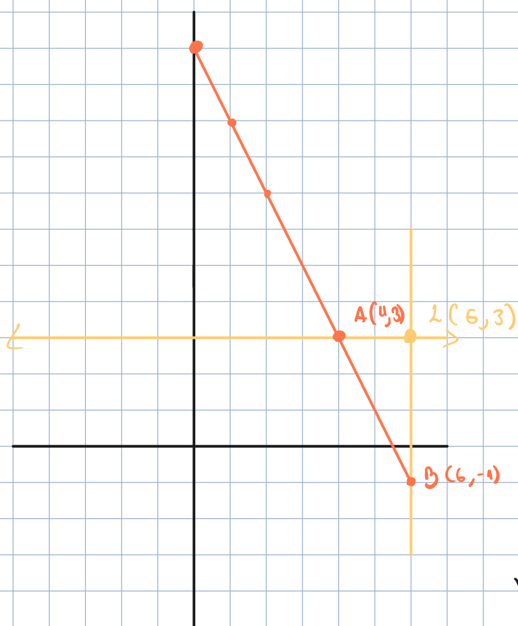
$p=4$

$(y+2)^2 = 4 \cdot 4(x-7)$

$y^2+4y+4 = 16x-112$

$y^2+4y-16x = -116$

1) Una recta de pendiente -2 pasa por el punto $P(2,7)$ y $A(x,3)$, $B(6,y)$
Hallar $d(A,B)$



$\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$

$\sqrt{(-1-3)^2+(6-4)^2}$

$(-4)^2+(2)^2$

$\sqrt{16+4}$

$\sqrt{20} = d(A,B)$

$y-y_1 = m(x-x_1)$

$y-7 = -2(x-2)$

$y-7 = -2x+4$

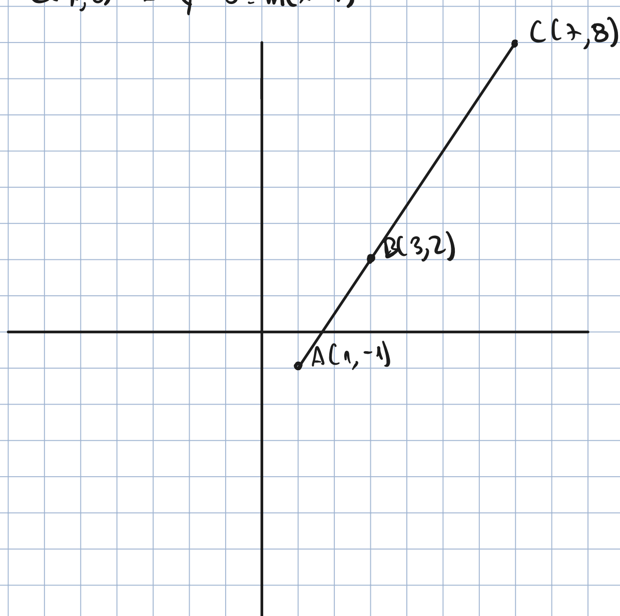
$y = -2x+11$

2) Puntos Pendientes

$A(1,-1) = y+1 = m(x-1)$

$B(3,2) = y-2 = m(x-3)$

$C(7,8) = y-8 = m(x-7)$



$\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$

$\sqrt{(8-2)^2+(7-3)^2}$

$\sqrt{(6)^2+(4)^2}$

$\sqrt{52}$

$d = 2\sqrt{13}$

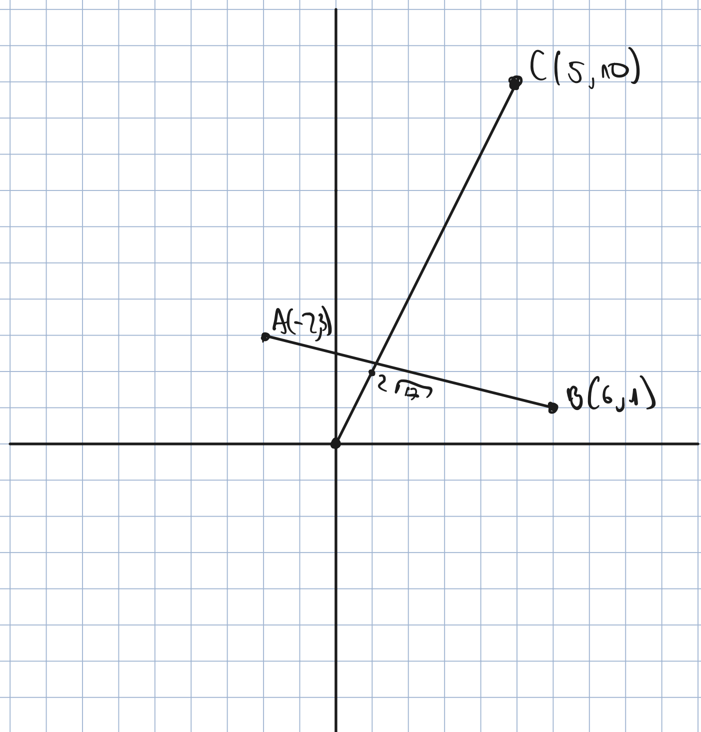
$m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m = \dfrac{8-2}{7-3} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

$m = \dfrac{2+1}{3-1} = \dfrac{3}{2}$

$m = \dfrac{8+1}{7-1} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2}$

3) $P(x,y)$ equidista a $A(-2,3)$, $B(6,1)$
y la pendiente de la recta que une dicho punto a $C(5,10)$ es 2



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-3}{6+2} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

equista sacar distancia
entre dos puntos:

$$\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$$

$$\sqrt{(1-3)^2+(6+2)^2}$$

$$\sqrt{(-2)^2+(8)^2}$$

$$\sqrt{4+64}$$

$$d(A,B)\ \sqrt{68}$$

$$d(A,B) = 2\sqrt{17}$$

$C(5,10)$

E.P. pendiente

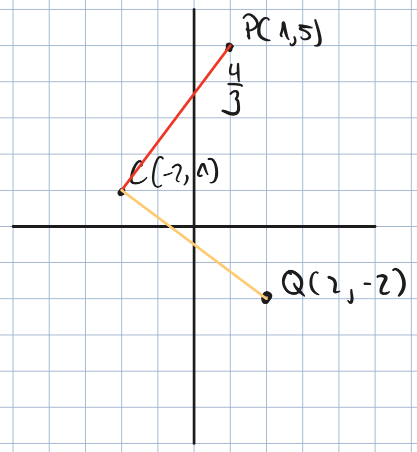
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 10 = 2(x-5)$$

$$y - 10 = 2x - 10$$

$$y = \frac{2x}{1}$$

Pregunta 5 Determine la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(1,5)$ y es tangente a la recta $L: -4x+3y+14=0$ en el punto $Q(2,-2)$.



E.P.R.

$-4x+3y+14=0$

$-4x+14=-3y$

$\frac{4x}{3}-\frac{14}{3}=y$

$C(h,1)$

$C(-2,1)$

$$E.C. = (x-h)^2+(y-k)^2=r^2 \longrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=5^2$$

$$\sqrt{(1-h)^2+(5-k)^2} = \sqrt{(2-h)^2+(-2-k)^2}$$

$$(-h+1)^2+(-k+5)^2 = (h+2)^2+(-k-2)^2$$

$$\cancel{h^2}-2h+1+\cancel{k^2}-10k+25 = \cancel{h^2}-4h+4+\cancel{k^2}+4k+4$$

$$-2h-10k+26 = -4h+4k+8$$

$$-2h+4h-10k-4k = 8-26$$

$$2h-14k=-18 \quad / \div -2$$

$$-h+7k=9 \quad (1) \quad /\cdot(-1)$$

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m=\frac{k+2}{h-2}$$

$$m_1\cdot m_2=-1$$

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{k+2}{h-2}=-1$$

$$\frac{4\cdot k+2}{3\cdot h-2}=-1$$

$$\frac{4k+8}{3h-6}=-1(3h-6)$$

$$4k+8=-3h+6$$

$$4k+3h=-2 \quad (2)$$

$$-h+7k=9 /\cdot 3 \rightarrow -3h+21k=27$$
$$3h+4k=-2 \qquad\qquad 3h+4k=-2$$

$$25k=25$$

$$k=\frac{25}{25}$$

$$k=1$$

$$-h+7(1)=9$$

$$-h=9-7$$

$$-h=2 \quad /\cdot(-1)$$

$$h=-2$$

$$r=d(C,P)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \;\Big|\; \sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$$

$$r=\sqrt{(1+2)^2+(5-1)^2}$$

$$r=\sqrt{(3)^2+(4)^2}$$

$$r=\sqrt{9+16}$$

$$r=\sqrt{25}$$

$$r=5$$