UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Profesores: Miguel Oyarzún - Paulina Llarena - José Luis Riquelme.
Primer Semestre 2022

Formativo N°3 - Álgebra I (220155) - MÓDULO 2

Nombre:____ **Rut:**......... **Fecha:**.........

Problema 1

a) Hallar el cociente y el resto de la división de P por D, donde $P = x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 6x + 1$ y $D = x^2 + x$.

b) Decidir si 1 es raíz de $P = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$, y en caso de serlo, hallar su multiplicidad.

Problema 2 Sabiendo que $1-i$ y 3 son raíces del polinomio $P = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 29x^2 + 42x + 18$, hallar todas las raíces (complejas) del polinomio.

Problema 3

a) Hallar polinomios en $\mathbb{Q}[x]$, con el menor grado posible, con las siguientes raíces:

- $-2,\ 0,\ \sqrt{2}$
- $2,\ 1-\sqrt{3},\ 2+i$

b) Descomponer los siguientes polinomios como producto de factores irreducibles en $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$:

- $x^3 - 27$
- $x^4 - 16$
- $x^5 + x$

Problema 4 Sea $P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$.

a) Determinar las posibles raíces racionales de $P(x)$.

b) Encontrar todas las soluciones de la ecuación $P(x) = 0$.

1)

a) Hallar cociente y resto de $\frac{P}{D}$

$P = x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 6x + 1$
$D = x^2 + x$

$$
\begin{array}{l}
x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 6x + 1 \div x^2 + x = x^2 - 4x + 8 \\
\underline{-x^4 - x^3} \\
\quad -4x^3 + 4x^2 \\
\quad \underline{4x^3 + 4x^2} \\
\qquad 8x^2 + 6x \\
\qquad \underline{-8x^2 - 8x} \\
\qquad\quad -2x + 1
\end{array}
$$

Luego el cociente: $C(x) = x^2 - 4x + 8$
" " resto: $r(x) = -2x + 1$

b) Decidir si 1 es raiz de $P = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$, si lo es encontrar multiplicidad

- Usar ruffini para $(x - 1)$
- Coeficientes: 1 -5 9 -7 2

	1	-5	9	-7	2
1		1	-4	5	-2
	1	-4	5	-2	0
1		1	-3	2	
	1	-3	2	0	
1		1	-2		
	1	-2	0		
1		1			
	1	-1			

Se acaba

Luego se tiene que $(x-1)$ tiene multiplicidad de 3 o de otra forma $Ord_1 P = 3$

2) $-1-i$ y 3 son raices de $P(x) = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 29x^2 + 42x + 18$, hallar todas las raices complejas:
$x^6 + 2x^5 + 8x^4 + 29x^2 - 42x + 18$

raices:
1) $-1-i$ √
2) $-1+i$ √
3) 3 √
4) -1
5) -1
6) 3

a) Posibles 0 racionales
- Divisores de a_0: 1, 2, 3, 6, 9, 18
- Divisores de a_n: 1
- Posibles raices Racionales: ±1, ±2, ±3, ±6, ±9, ±18 • 6

b) Posibles ceros positivos y negativos:
- Signo $p(x)$: + - - + + + → 2 o 0 raices positivas.
- Signo $p(-x)$: + - + + - + → 4, 2 o 0 raices negativas

c) Division Sintetica

Para x =

	1	-2	-8	0	29	42	18
3		3	3	-15	-45	-48	-18
	1	1	-5	-15	-16	-6	0
-1		-1	0	5	10	6	
•	1	0	-5	-10	-6	0	
$-1-i$		$-1-i$	$2i$	$7+3i$	6		
	1	$-1-i$	$-5+2i$	$-3+3i$	0		
$-1+i$		$-1+i$	$2-2i$	$3-3i$			
	1	-2	-3	0			

$x^2 - 2x - 3$

	1	-2	-3
-1		-1	3
	1	-3	0
3		3	
	1	0	

Preguntar: Sobre Orden de multiplicidad y coorelación con Cantidad de raices positivas y negativas o Regla de Signos de Descartes

3)

a) Hallar polinomios en $Q[x]$, con el menor grado posible:

$-2, 0, \sqrt{2}$

$-2 = (x-2)$

$0 = (x-0)$

$\sqrt{2} = (x^2-2) \to$

$0 = x + \sqrt{2}$

$x = \sqrt{2}^2$

$x^2 = 2$

$x^2 - 2 = 0$

$2, 1-\sqrt{3}, 2+i$

$(x-2)(x-1-\sqrt{3})(2+i)$

1) $(x+2)$

2) $(x+1-\sqrt{3}) \to x = 1-\sqrt{3}$

$(x-1) = -\sqrt{3}$

$(x+1)^2 = -3$

$x^2 - 2x + 1 = -3$

$x^2 - 2x + 4 = 0$

b)

2) listado

a) $P = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 2x^2 - 12x - 8$, $a = -2$

	1	6	11	2	-12	-8
-2		-2	-8	-6	+8	8
	1	4	3	-4	-4	0
-2		-2	-4	2	4	
	1	2	-1	-2	0	
-2		-2	0	+2		
	1	0	-1	0		
-2		-2	4			
	1	-2	3			

Luego como $(x+2)$ tiene multiplicidad 3 o $ord_2 P = 3$

b) $P = x^7 - 6x^4 - x^3 + 6$, $a = i$

	1	0	0	-6	-1	0	0	6
i		i	-1	$-i$	$1-6i$	6	$6i$	-6

Luego como $(x-i)$ tiene multiplicidad 1 o $ord_i P = 1$

c) $P = x^5 + 7x^4 + 19x^3 + 16x + 4$, $a = -1$

	1	7	19	0	16	4
1		1	8	27	27	
	1	8	27	27		

Luego como $(x+1)$ tiene multiplicidad 0 o $ord_{-1} P = 0$