



FORMATIVO N°1 - CÁLCULO I (220157)
MÓDULO I

Pregunta 1 Establezca la veracidad o falsedad de cada una de las proposiciones siguientes. Cada enunciado falso cámbielo por una proposición verdadera correspondiente.

- a) Si $x > 0$ entonces $x^2 > x$
- b) Cuando se multiplican ambos lados de una desigualdad por el mismo número positivo, la desigualdad preserva su sentido.
- c) El valor absoluto de todo número real siempre es un número positivo.
- d) Si $|x^2| = |y^2|$ entonces $x = y$ o bien $x = -y$
- e) Si $0 > x > y$ entonces $|x| > |y|$
- f) Una desigualdad cuadrática tiene dos soluciones, una solución o no tiene soluciones.
- g) Si $x, y > 0$ y $x > y$, entonces $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

Solución:

- a) Falso, por ejemplo, tome $x = 0.5$. Una proposición verdadera es: $x > 1$ entonces $x^2 > x$
- b) Verdadero
- c) Falso, el valor absoluto de todo número real siempre es número no negativo. (Recuerde que el valor absoluto del cero es cero)
- d) verdadero
- e) Falso. Si $0 > x > y$ entonces $|x| < |y|$
- f) Falso. Una desigualdad cuadrática tiene cero soluciones, una solución o un número infinito de soluciones.
- g) Verdadero



Pregunta 2 Jorge Iñigo elabora rompecabezas de madera; puede vender todos los que produce al precio de \$12 por unidad. Los costos de materia prima y mano de obra por unidad son de \$6 y los costos fijos semanales son \$1000. ¿Cuántos rompecabezas debe producir si desea obtener utilidades semanales de al menos \$500?

Solución: Sea el precio de venta $12x$, tal que x es el número de unidades. Paralelamente el costo dado por $COSTO = 6x + 1000$. Si la utilidad debe ser al menos de \$500:

$$UTILIDAD = INGRESO - COSTO$$

$$= 12x - (6x + 1000)$$

$$= 6x - 1000$$

$$6x - 1000 \geq 500$$

$$6x \geq 1500$$

$$x \geq 250$$

Luego

Procedimiento

$$a \geq b \text{ y } c > 0$$

$$\Rightarrow ac \geq bc$$

Rpta: producir y

Se deben vender al menos 250 rompecabezas

Pregunta 3 Resuelva la siguiente inecuación cuadrática.

$$x^2 + 5x + 6 > 0$$

Solución:

$$x^2 + 5x + 6 > 0$$

$$(x + 3)(x + 2) > 0$$

Nota ; primero analizar si es factorizable en \mathbb{R}

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

Sean los puntos críticos $x = -3$ y $x = -2$

	$x < -3$	-3	-2	$-2 < x$
$(x+3)$	-	0	+	+
$(x+2)$	-	-	0	+
$(x+3)(x+2)$	+	0	-	+

Finalmente se tiene $x \in]-\infty, -3[\cup]-2, +\infty[$

Pregunta 4 Resuelva la siguiente inecuación racional.

$$\frac{6}{x-2} \leq x - 3$$



Solución:

$$\frac{6}{x-2} \leq x-3$$

$$\frac{6}{x-2} - (x-3) \leq 0$$

$$\frac{6-(x-2)(x-3)}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{6-(x^2-5x+6)}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{x(5-x)}{x-2} \leq 0$$

Handwritten notes: $x^2 - 5x + 6$ is crossed out and replaced with $x(-x+5)$ and $x(5-x)$. The expression $\frac{x(5-x)}{x-2}$ is circled. To the right, a sign chart is shown with arrows pointing to $x=0$, $x=5$, and $x=2$, and the expression $(x-0)(5-x)$ is written above the arrows.

Entonces $x = 0, x = 5$ y $x = 2$ son puntos críticos.

		0		2		5	
(x)	-	0	+	+	+	+	+
$(5-x)$	+	+	+	+	+	0	-
$(x-2)$	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{x(5-x)}{(x-2)}$	+	0	Am	ind	+	0	Am

Finalmente la solución viene dada por $x \in [0, 2] \cup [5, +\infty[$.

Pregunta 5 Resuelva la siguiente inecuación aplicando las propiedades que correspondan.

$$\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$$

Propiedad:
 $|a| \geq b, b \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow a \geq b \vee a \leq -b$

Solución

$$\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + 7 \leq -2 \vee \frac{x}{2} + 7 \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} \leq -9 \vee \frac{x}{2} \geq -5$$

$$\Rightarrow x \leq -18 \vee x \geq -10$$

La solución es $x \in]-\infty, -18] \cup [-10, +\infty[$.



$$Cs = \mathbb{R} -]-18; -10[$$



Pregunta 6 Manuel Zamora, gerente de una distribuidora de televisores, sabe que a un precio de p dólares por unidad de cierto modelo pueden venderse x unidades al mes y la relación entre el precio y las unidades vendidas es $p = 1000 - 2x$. ¿Cuántas unidades debe vender Manuel para que los ingresos mensuales sean de al menos \$45.000? El precio de ese modelo de televisor no puede ser menor a \$300.

Solución 50 televisores, no es válido 450

$$p \geq 300$$

$$\text{Ingreso} = \text{precio unitario} * \text{cantidad vendida}$$

$$p * x$$

$$\text{Ingreso} := (1000 - 2x) * x$$

$$\text{Ingreso} \geq 45000$$

$$(1000 - 2x) * x \geq 45000$$

$$1000x - 2x^2 - 45000 \geq 0$$

$$2x^2 - 1000x + 45000 \leq 0$$

$$x^2 - 500x + 22500 \leq 0$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} -50 \\ -450 \end{array}$$

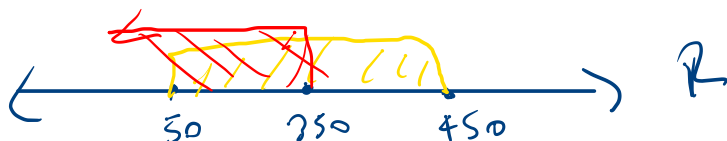
$$(x - 50)(x - 450) \leq 0$$

$$\begin{array}{l} x = 50 \\ x = 450 \end{array}$$

4

		50		450	
$(x - 50)$	-	0	+	+	+
$(x - 450)$	-	-	-	0	+
$(x - 50)(x - 450)$	+	0	-	0	+

$$50 \leq x \leq 450$$



$$CS = [50, 350]$$

Rpta: