



GUÍA DE ESTUDIO - CÁLCULO I (220157)

MÓDULO I

Pregunta 1 Andrés tiene un año menos que Pablo y Pablo un año menos que Carlos. Si del cuadrado de la edad de Carlos se resta el cuadrado de la edad de Pablo, la diferencia es 4 años menos que los $\frac{17}{5}$ de la edad de Andrés. Hallar las edades respectivas.

Resuelva paso a paso esta situación problemática, definiendo variables, planteando ecuación y dando respuesta a la pregunta.

Solución: Sea A la edad de Andrés, B la edad de Pablo y C es la edad de Carlos, se plantean las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} A + 1 & = & B \quad 5 + 1 = 6 \\ B + 1 & = & C \quad 6 + 1 = 7 \end{array}$$

A raíz del enunciado se tiene que:

$$C^2 - B^2 = \frac{17}{5}A - 4$$

Reemplazando se tiene:

$$\begin{aligned} \Rightarrow (A + 2)^2 - (A + 1)^2 &= \frac{17}{5}A - 4 \\ \Rightarrow (A^2 + 4A + 4) - (A^2 + 2A + 1) &= \frac{17}{5}A - 4 \\ \Rightarrow 2A + 3 &= \frac{17}{5}A - 4 \quad 2A - \frac{17}{5}A = -7 \quad / \cdot 5 \\ \Rightarrow A &= 5 \quad 10A - 17A = -35 \\ &\quad -7A = -35 \quad = A = 5 \end{aligned}$$

Finalmente se tiene que las edades de Andrés, Pablo y Carlos son, respectivamente, 5, 6 y 7 años.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 2 Cristóbal tiene una barbería. El costo asociado a la renta del local es de £20 diarios. Si por cada corte de pelo cobra £4 (Considere que £ son libras):

- Explique por qué su balance neto diario viene dado por $£(4x - 20)$, donde x corresponde al número de cortes de pelo que realiza diariamente.
- Él espera alcanzar una ganancia neta de al menos £50 por día. Sin embargo, su expectativa de ganancia no supera los £120. Escriba la inecuación que describe la situación.
- Resuelva la inecuación.

Solución:

- Cristóbal recibe un ingreso variable de £4 por cada corte de pelo que realice, por lo que su ingreso diario se puede escribir de la forma: $I = £4x$.

Sin embargo, su gasto fijo por el arriendo del local es de £20.

Por lo que la utilidad que presenta diariamente es de $£(4x - 20)$.

- Dado que la utilidad de Cristóbal se estima entre £50 y £120, inclusive, se tiene que la inecuación asociada viene dada por:

$$50 \leq (4x - 20) \leq 120$$

- La solución de la inecuación viene dada por:

$$\begin{aligned} 50 &\leq (4x - 20) \leq 120 \\ \Rightarrow 70 &\leq 4x \leq 140 \\ \Rightarrow \frac{35}{2} &\leq x \leq 35 \end{aligned}$$

Cristóbal atiende entre 18 y 35 personas diariamente.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 3 Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando específicamente la propiedad o axioma que le permite ejecutar los procedimientos.

a) $2x - 3 < 1 + x < 3x - 1$

b) $|x + 2| + |2x - 1| \geq 0$

Solución:

a)

$$2x - 3 < 1 + x < 3x - 1$$

$$\iff 2x - 3 < 1 + x \quad \wedge \quad 1 + x < 3x - 1$$

$$\iff 2x - x < 1 + 3 \quad \wedge \quad 1 + 1 < 3x - x$$

$$\iff x < 4 \quad \wedge \quad 2 < 2x$$

$$\iff x < 4 \quad \wedge \quad 1 < x$$

$$\iff 1 < x < 4$$

$$\iff x \in]1, 4[.$$

b)

$$|x + 2| + |2x - 1| \geq 0$$

$$\iff |x + 2| \geq -|2x - 1|$$

$$\iff |x + 2| > -|2x - 1| \quad \vee \quad |x + 2| = -|2x - 1|$$

$$\iff F \quad \vee \quad F = F$$

$$\iff c.s. = \{ \}.$$



Pregunta 4 Un peluquero atiende en promedio 120 clientes a la semana cobrándoles \$4usd por corte. Por cada incremento de \$0.5usd en el precio, el peluquero pierde 8 clientes. ¿Qué precio máximo deberá fijar para obtener ingresos semanales de al menos \$520usd?

Solución:

Sea x el número de incrementos de 0.5 por encima de 4.

Entonces, el precio por corte de cabello es $(4 + 0.5x)$ dólares .

Y el número de clientes será de $(120 - 8x)$ por semana . De modo que:

$$\text{Ingresos totales semanales} = (\text{Número de clientes})(\text{Precio por corte}) = (120 - 8x)(4 + 0.5x).$$

Los ingresos por los 120 clientes actuales son de \$480. Por lo tanto, los nuevos ingresos deben ser al menos iguales:

$$\begin{aligned} (120 - 8x)(4 + 0.5x) &\geq 520 \\ \Rightarrow -4x^2 + 28x &\geq 40 \\ \Rightarrow 4x^2 - 28x + 40 &\leq 0 \\ \Rightarrow x^2 - 7x + 10 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 2)(x - 5) &\leq 0 \\ \Rightarrow x &\in [2, 5] \end{aligned}$$

Por lo tanto, el precio máximo que se puede cobrar es $4 + 0.5(2) = 5$ usd.

Pregunta 5 Andrés tiene 2 años más que Pablo y éste dos años más que Carlos. Si las edades de Pablo y Carlos se suman, esta suma excede en 12 años a $\frac{7}{8}$ de la edad de Andrés. Hallar las edades respectivas.

Resuelva paso a paso esta situación problemática, definiendo variables, planteando ecuación y dando respuesta a la pregunta.

Solución: Sea A la edad de Andrés, B la edad de Pablo y C la edad de Carlos, se plantean las siguientes ecuaciones: (1 punto)

$$\begin{aligned} A &= B + 2 \\ B &= C + 2 \end{aligned}$$

Del enunciado se tiene que:

$$B + C = \frac{7}{8}A + 12 \quad (2 \text{ punto})$$

Reemplazando se tiene:

$$\begin{aligned} \Rightarrow (A - 2) + (A - 4) &= \frac{7}{8}A + 12 \\ \Rightarrow 2A - 6 &= \frac{7}{8}A + 12 \\ \Rightarrow \frac{9}{8}A &= 18 \\ \Rightarrow A &= 16 \end{aligned}$$



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Finalmente, las edades de Andrés, Pablo y Carlos son 16, 14 y 12 años, respectivamente.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 6 La distancia que un automóvil puede recorrer con su estanque lleno varía entre 200 y 320 millas.

- a) Si m representa la distancia en millas que recorre el vehículo con el estanque lleno. Escriba la inecuación en términos de m .
- b) La distancia en kilómetros, k , está relacionada con la distancia en millas de la forma:

$$m = \frac{5k}{8}$$

Reescriba la inecuación del punto a) en términos de k .

- c) ¿Cuántos kilómetros puede recorrer el vehículo con el estanque lleno?

Solución:

- a) Dado que el vehículo puede recorrer entre 200 y 320 millas, la desigualdad se puede escribir como:

$$200 \leq m \leq 320$$

- b) Sea $m = \frac{5k}{8}$, se puede reescribir la inecuación anterior como:

$$200 \leq \frac{5k}{8} \leq 320$$

- c) Resolviendo la inecuación se tiene:

$$\begin{aligned} 200 &\leq \frac{5k}{8} \leq 320 \\ \Rightarrow 1600 &\leq 5k \leq 2560 \\ \Rightarrow 320 &\leq k \leq 512 \end{aligned}$$

El vehículo, con estanque lleno, puede recorrer entre 320 y 512 km.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 7 Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando específicamente la propiedad o axioma que le permite ejecutar los procedimientos.

a) $3x - 5 < 1 + x < 2x - 3$

b) $|3x - 2| + |2x - 7| < 0$

Solución:

a)

$$3x - 5 < 1 + x < 2x - 3$$

$$\iff 3x - 5 < 1 + x \quad \wedge \quad 1 + x < 2x - 3$$

$$\iff 3x - x < 1 + 5 \quad \wedge \quad 1 + 3 < 2x - x$$

$$\iff 2x < 6 \quad \wedge \quad 4 < x$$

$$\iff x < 3 \quad \wedge \quad 4 < x$$

$$\iff c.s. = \{\}.$$

b)

$$|3x - 2| + |2x - 7| < 0$$

$$\iff |3x - 2| < -|2x - 7|$$

$$\iff F$$

$$\iff c.s. = \{\}.$$



Pregunta 8 En un cierto estanque se crían peces. Si se introducen n de ellos allí, se sabe que la ganancia de peso promedio de cada pez es de $(600 - 3n)$ gramos. Determine las restricciones de n , si la ganancia total en peso de todos los pesos debe ser mayor que 28800 gramos.

Solución:

Dado que la ganancia de peso promedio de cada pez es de $(600 - 3n)$.

Entonces la ganancia por n peces es $n(600 - 3n)$.

La ganancia total en pesos de todos los peces debe ser mayor que 28800 gramos ,

$$\begin{aligned} (600 - 3n)n &> 28800 \\ \Rightarrow 3n^2 - 600n + 28800 &< 0 \\ \Rightarrow n^2 - 200n + 9600 &< 0 \\ \Rightarrow (n - 80)(n - 120) &< 0 \\ \Rightarrow n \in]80, 120[\end{aligned}$$

Por lo tanto, n debe ser mayor a 80 y menor a 120.

Pregunta 9 La suma de las edades actuales de Andrés y Pablo es 65 años, y dentro de 10 años la edad de Pablo será los $\frac{5}{12}$ de la de Andrés. Hallar las edades actuales.

Resuelva paso a paso esta situación problemática, definiendo variables, planteando ecuación y dando respuesta a la pregunta.

Solución: Sea A la edad de Andrés y B la edad de Pablo, se plantean las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} A + B &= 65 \\ \frac{5}{12}(A + 10) &= B + 10 \end{aligned}$$

Reemplazando se obtiene que:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{5}{12}((65 - B) + 10) &= B + 10 \\ \Rightarrow \frac{5}{12}(75 - B) &= B + 10 \\ \Rightarrow \frac{375}{12} - \frac{5}{12}B &= B + 10 \\ \Rightarrow \frac{375 - 120}{12} &= \frac{17}{12}B \\ \Rightarrow B &= 15 \end{aligned}$$

Finalmente las edades de Andrés y Pablo son 50 y 15 años, respectivamente.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 10 Una persona sabe que el monto mensual que debe pagar por la electricidad varía entre £50 y £90. (Considere que £ son libras)

- Si C representa el monto que debe pagar por el consumo eléctrico. Escriba la inecuación en términos de C .
- La boleta señala que se tiene un cargo fijo mensual de £10 y un costo de £0.1 por kilowatt hora utilizado. Si n es el número de kilowatt por hora usado, reescriba la inecuación del punto a) en términos de n .
- ¿Cuántos kilowatt por hora utiliza esta persona mensualmente?

Solución:

- a) Sea C el monto a pagar, la inecuación se puede escribir como:

$$50 \leq C \leq 90$$

- b) El monto a cancelar mensualmente se divide en un cargo fijo de £10 y un valor variable por kilowatt hora de £0.1, por lo que la inecuación se puede reescribir como:

$$50 \leq (10 + 0.1n) \leq 90$$

- c) Resolviendo la inecuación se tiene:

$$\begin{aligned} 50 &\leq (10 + 0.1n) \leq 90 \\ \Rightarrow 40 &\leq 0.1n \leq 80 \\ \Rightarrow 400 &\leq n \leq 800 \end{aligned}$$

El consumo mensual, en kilowatt por hora, varía entre 400 y 800.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 11 Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando específicamente la propiedad o axioma que le permite ejecutar los procedimientos.

a) $2x - 3 < 1 + x < 3x - 1$

b) $|2x - 3| + |7 + 7x| < 0$

Solución:

a)

$$5x - 7 \geq 3x + 1 \geq 6x - 11$$

$$\iff 5x - 7 \geq 3x + 1 \quad \wedge \quad 3x + 1 \geq 6x - 11$$

$$\iff 5x - 3x \geq 1 + 7 \quad \wedge \quad 1 + 11 \geq 6x - 3x$$

$$\iff 2x \geq 8 \quad \wedge \quad 12 \geq 3x$$

$$\iff x \geq 4 \quad \wedge \quad 4 \geq x$$

$$\iff 4 \leq x \leq 4$$

$$\iff x = 4.$$

b)

$$|2x - 3| + |7 + 7x| < 0$$

$$\iff |2x - 3| < -|7 + 7x|$$

$$\iff F$$

$$\iff c.s. = \{\}.$$



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesores: Paulina Llarena - Jenner Chapoñán - Efraín Nova.

Segundo Semestre 2022



Pregunta 12 Un supermercado se encuentra con grandes existencias de manzana que debe vender rápidamente. El gerente sabe que si las manzanas se ofrecen a p centavos por libra, venderá x libras, con $x = 1000 - 20p$. ¿Qué precio deberá fijar con el fin de obtener ingresos por lo menos de \$120?

Solución:

Los ingresos serán, $I = xp$,

pero como $x = 1000 - 20p$,

entonces $I = (1000 - 20p)p$.

Los ingresos deben ser por lo menos \$120,

$$\begin{aligned}
 I &\geq 120 \\
 \Rightarrow (1000 - 20p)p &\geq 120 \\
 \Rightarrow 1000p - 20p^2 - 120 &\geq 0 \\
 \Rightarrow 20p^2 - 1000p + 120 &\leq 0 \\
 \Rightarrow 25 - \sqrt{619} &\leq p \leq \sqrt{619} + 25
 \end{aligned}$$

El precio que debe fijar debe ser mayor o igual a 0.12 y menor o igual 49.88.