



Universidad del Bío-Bío
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Segundo Semestre 2022



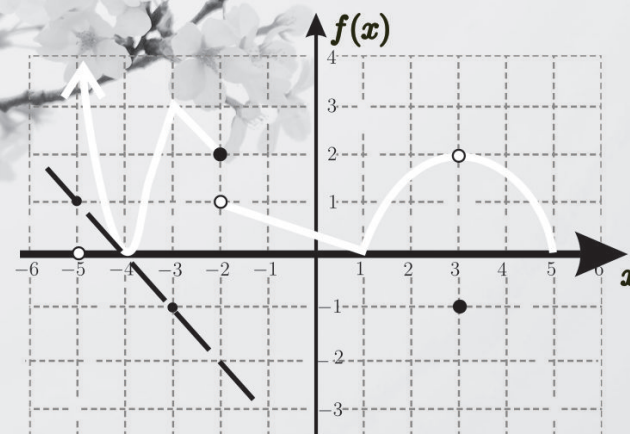
AXIOMA DEL SUPREMO

Apunte de Clase

Jenner Chapoñán D.

26 de septiembre de 2022

Cálculo Diferencial



CONTENIDOS

1 AXIOMA DEL SUPREMO

2 PRELIMINARES

AXIOMA DEL SUPREMO

Todo conjunto no vacío y acotado superiormente posee supremo.

DEFINICIÓN (CONJUNTOS ACOTADOS)

Dado un conjunto A . Diremos que

A ES ACOTADO SUPERIORMENTE si existe un real M tal que

$$\forall x \in A, x \leq M.$$

A cualquier valor M que verifique la definición lo llamaremos cota superior de A .

A ES ACOTADO INFERIORMENTE si existe un real m tal que

$$\forall x \in A, x \geq m.$$

A cualquier valor m que verifique la definición lo llamaremos cota inferior de A .

A ES ACOTADO si lo es superior e inferiormente.

DEFINICIÓN (SUPREMO, ÍNFIMO, MÍNIMO Y MÁXIMO)

Dado un conjunto A , se definen:

SUPREMO DE A es la menor de las cotas superiores de A . Lo denotamos por $\sup(A)$.

ÍNFIMO DE A es la mayor de las cotas inferiores de A . Lo denotamos por $\inf(A)$.

MÁXIMO DE A se define como la menor de las cotas superiores de A , siempre y cuando pertenezca al conjunto. Lo denotamos por $\max(A)$.

MÍNIMO DE A se define como la mayor de las cotas inferiores de A , siempre y cuando pertenezca al conjunto. Lo denotamos por $\min(A)$.

EJEMPLOS

EJEMPLO 1

Considerando los intervalos en \mathbb{R} con $a < b$.

	min	max	inf	sup	Acot sup.	Acot. inf	Acotado
$[a, b]$	a	b	a	b	Si	Si	Si
$]a, b[$	\nexists	\nexists	a	b	Si	Si	Si
$[a, b[$	a	\nexists	a	b	Si	Si	Si
$]a, b]$	\nexists	b	a	b	Si	Si	Si
$] - \infty, b]$	\nexists	b	\nexists	b	Si	No	No
$] - \infty, b[$	\nexists	\nexists	\nexists	b	Si	No	No
$[a, +\infty[$	a	\nexists	a	\nexists	No	Si	No
$]a, +\infty[$	\nexists	\nexists	a	\nexists	No	Si	No

EJEMPLO 2

Para cada uno de los conjuntos, determine, en caso de que existan, supremo, ínfimo, máximo y mínimo.

$$\text{A)} \quad A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{(3-x)(x+1)} \leq 0 \right\}.$$

$$\text{B)} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| \frac{x-4}{x} - 3 \right| \geq 1 \right\}.$$

ACTIVIDAD 1

Para cada uno de los conjuntos, determine, en caso de que existan, supremo, ínfimo, máximo y mínimo.

$$\text{A)} \quad A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| \frac{x-4}{3-x} \right| \leq 1 \right\}.$$

$$\text{B)} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| \frac{x-4}{3-x} \right| \geq 1 \right\}.$$

$$\text{C)} \quad C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| \frac{1}{3-x} - 3 \right| \leq 6 \right\}.$$

$$\text{D)} \quad D = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2(x^2 - 16)}{|x + 5|} \geq 0 \right\}.$$

GRACIAS



Flores Fernando.

Material de apoyo para el módulo 1 de Cálculo I .
DMAT UBB,
(2018).



Ron, Larson,

Calculus.

Cengage Learning,
10 (2014).



Stewart, James.

Cálculo de una variable: transcendentales tempranas .
Cengage,
7 (2013).