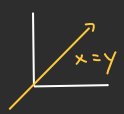
Resumen

Relaciones → Funciones

Relaciones

$R \subseteq A \times B$ = relación de un Subconjunto de $A \times B$ que tienen una propiedad común.

Ej: $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \,/\, x = y\}$



$Dom(R) = \{x \in A \,/\, \exists y \in B \wedge xRy\}$

$Rec(R) = \{y \in B \,/\, \exists x \in A \wedge xRy\}$

$Cod(R) = B$

Funciones

$[\forall (x,y),(x,z) \in R \Rightarrow (y = z)] \Leftrightarrow R$ es Función

Función Real

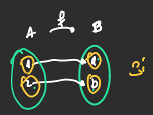
Función de A en B = $f: A \to B$ ✓

a cada elemento de A, un unico elemento de B

$x \longrightarrow f(x) = y$

$f: A \longrightarrow B$

$x \longrightarrow f(x) = y$



x = Preimagen, y = imagen

Definición: $Dom(f) = \{x \in A \,/\, y \in B \wedge y = f(x)\}$

Definición: $Rec(f) = \{y \in B \,/\, \exists x \in A \wedge f(x) = y\}$

---

1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ = dom y Cod definido, Falta Rec.
2) $f: \underline{A \subseteq \mathbb{R}} \to \mathbb{R}$ = Cod definido, Falta dom y Rec.
3) $f: \mathbb{R} \longrightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ = Dom definido, Falta Rec y luego Rec = Cod. (sobreyectiva)
4) $f: A \longrightarrow B$: Dom y Cod explicitos, solo Falta Rec. Ej: $[3,10] \to [5,10]$

Tipo de Función

1) Inyectiva: Elementos diferentes de A tienen diferentes elementos de B $\longrightarrow \forall x_1, x_2 \in A, (x_1 \neq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \neq f(x_2))$.
2) Sobreyectiva: Si $Rec(f) = B$ o Codominio.
3) Biyectiva: Si sobreyectiva e inyectiva a la vez.
4) No inyectividad: $f(x_1) = f(x_2) \wedge x_1 \neq x_2$ ej: $(-1)^2$ y $(1)^2 = 1$

Funciones y su Restricción

1: $f(x) = 2x^2 + 2 = \mathbb{R}$ (sin Restricción)

Funcion → Polinomica

2: $f(x) = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$

$\mathbb{R}_0^+$

3: $f(x) = \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$

$\frac{1}{0}$

$f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = -0{,}5x^2 + 2x$ $\quad -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x \quad / 2$

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x = 0$

$-x^2 + 4x = 0 \quad / \cdot -1$

$(x-2)(x+2)$

$x_1 = 0$

$x_2 = 4$

$-0{,}5\cdot(2)^2 + 2\cdot(2)$

$-\frac{1}{2}\cdot 4 + 4$

$-2 + 4$

2

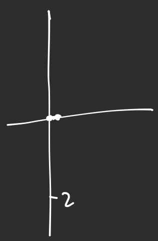
$\frac{(-b)}{2a} \quad \frac{-2}{\frac{1}{2}} \quad -\frac{2}{1} = +2$

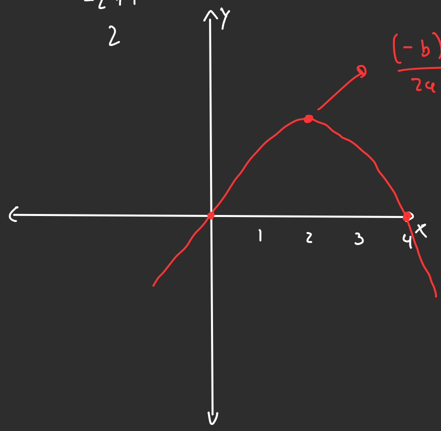
Dom $(f) = \mathbb{R}$

Dom $(g) = \mathbb{R}$

Rec $(f) =$

$\boxed{\begin{array}{l} y = -2 \\ x = 0 \end{array}}$



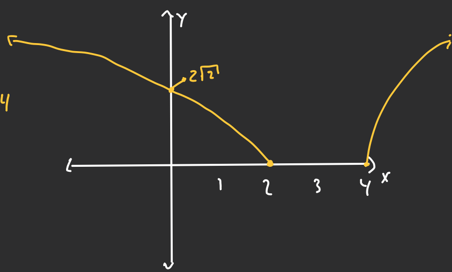


Funcion Cuadratica dentro de un Radical $= f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

1) encontrar Interesección del eje x con la formula general o por factorización $= x_1\ 2,\ x_2 = 4$

2) Encontrar intersección del eje y, anulando x $(f(x) \to f(0))$ $= 2\sqrt{2}$

3) Determinar dominio restringiendo que $x^2 - 6x + 8 \geq 0 \longrightarrow\ ]-\infty, 2] \cup [4, \infty[$



1) $\mathbb{R} - \{-2\}$ ✓

2) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ✓

3) $\mathbb{R}$ ✓

4) $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} - \{-1\}$

5) $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} - \{-1\}$

6) $f(x) = \sqrt{x-2} \geq 0$ $\quad [2, \infty[$

7) $f(x) = \sqrt{-x+2} \geq 0$ $\quad [-2, \infty[$

8) $f(x) = \sqrt{x^2-6x+8} \geq 0$

$$y^2 = x^2 - 6x + 8 \quad \wedge \quad y \geq 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = 6 \pm \sqrt{36-(4\cdot 8)}$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4 \qquad x_1 = 4$

$x_2 = \frac{6-2}{2} \quad 2 \qquad x_2 = 2$

$$f(x) = \frac{2x+3}{3x-4} = \{x \in \mathbb{R} \,/\, y \in \mathbb{R} \wedge y = f(x)\}$$

$\{x \in \mathbb{R} \,/\, \frac{2x+3}{3x-4}\}$

$\{x \in \mathbb{R} \,/\, 3x-4 \neq 0\}$

$\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq \frac{4}{3}\}$

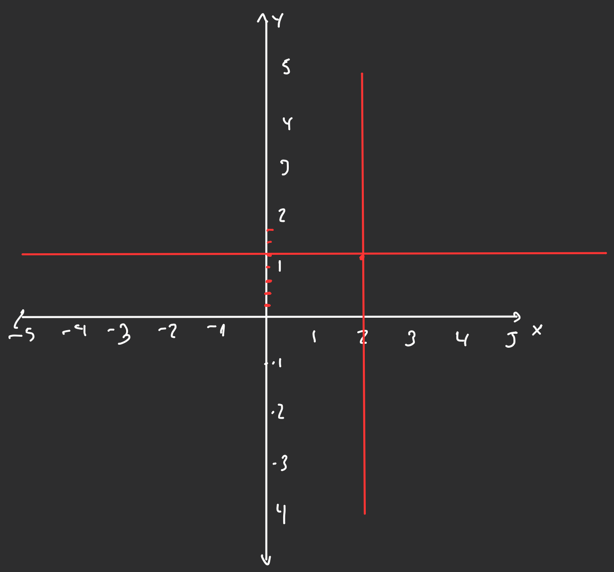
$Dom(f) = \mathbb{R} - \{4/3\}$

$Rec(f) = \{y \in \mathbb{R} \,/\, \exists x \in \mathbb{R} \wedge y = f(x)\}$

$\{y \in \mathbb{R} \,/\, \mathbb{R} - \{4/3\} \wedge y = \frac{2x+3}{3x-4}\}$

$\{y \in \mathbb{R} \,/$

$$f = \frac{x-5}{2x-4}$$



$Dom(f):\ 2x-4 \neq 0$

$x = \frac{4}{2} = 2$

$Dom(f) = 2$

$Rec(f) = \quad y = \frac{x-5}{2x-4}$

$0(2x-4) = \frac{x-5}{2x-4}$

$0 = x-5$

$5 = x$

$x = 5$

$Rec(f) = 5 \qquad 1-5 = \frac{-4}{-2} = 2.$

$$\frac{0-5}{0-4} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & (x < -1) \longrightarrow \;]-\infty, -1[\;\; A \\ x^2, & (-1 \leq x < 2) \longrightarrow \; [-1, 2[\;\; B \\ (x-3)^2 + 3, & (x > 2) \longrightarrow \;]2, +\infty[\;\; C \end{cases}$$

$$\underbrace{]-\infty, -1[}_{A} \cup \underbrace{[-1, 2[}_{B} \cup \underbrace{]2, +\infty[}_{C} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

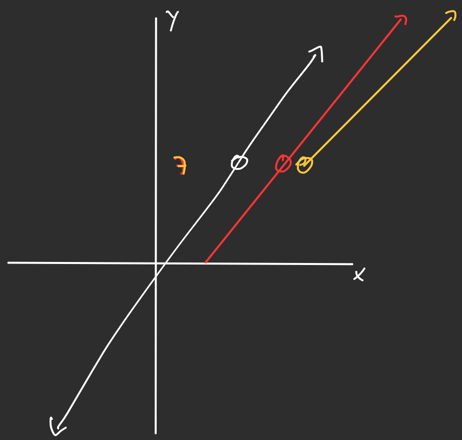
$Dom(c) = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \in \mathbb{R}\}$

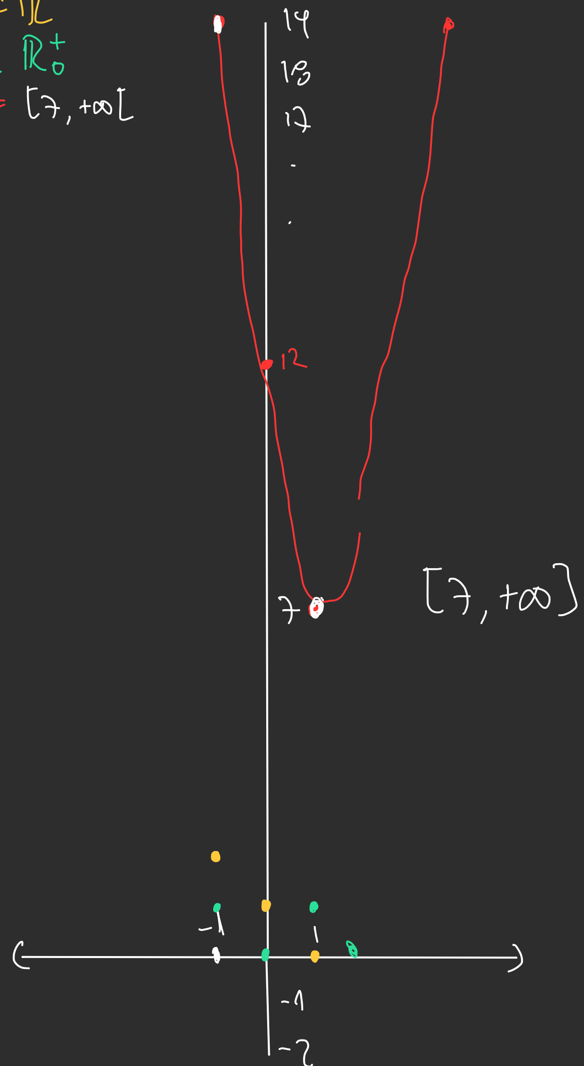
$=]-\infty, -1[\cup [-1, 2[\cup]2, +\infty[$

$= \mathbb{R} - \{2\}$

	x	-1 (x_1)	0 (x_2)	1 (x_3)	
$1 - x = y$	A	2	1	0	$= \mathbb{R}$
$x^2 = y$	B	1	0	1	$= \mathbb{R}_0^+$
$(x-3)^2 + 3 = y$	C	19	12	7	$= [7, +\infty[$

$\mathbb{R} \cup \mathbb{R}_0^+ \cup [7, +\infty[$





- $\log 10^9 = 9 \cdot \log 10 = 9 \cdot 1 = 9$
- $\log_2 8^5 = 5 \cdot \log_2 8 = 15$
- $\log_2 16^x = x \cdot \log_2 16 = 4x$
- $\log_5 25^{x+1} = (x+1) \cdot \log_5 25 = (x+1) \cdot 2 = 2x + 2$
- $\log_3 \frac{81}{9} = \log_3 81 - \log_3 9 = 4 - 2 = 2$
- $\log_5 14 - \log_5 7 - \log_5 2 = \log_5 2 - \log_5 2 = \log_5 \frac{2}{2} = \log_5 1 = 0$
- $\log_2 16 - \log_2 5 + \log_2 10 = \log_2 \frac{16 \cdot 10}{5} = \log_2 \frac{160}{5} = \log_2 32 = 5$

Dominios

1) $[-2, 2[$ ✓

2) $[0, 2]$ ✓

3) $]2, +\infty[$ ✓

$3 + 4t$ si $-2 \leq t < 2$

$3 + 4(2)$

$3 + 8$

11 Rec: $[-5, 11[\cup [1, 5] \cup]2, +\infty[$

$t^2 + 1$ $[1, 5]$

0

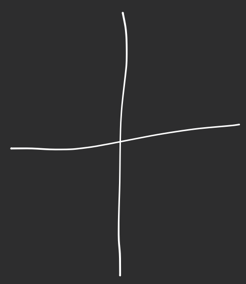
1

$2^2 + 1$

$4 + 1$

5

$\sqrt{7}$



$3 + 4t$ si $-2 \leq t < 2$: 3 y -5.

$t^2 + 1$ si $0 \leq t \leq 2$

$0^2 + 1$

1