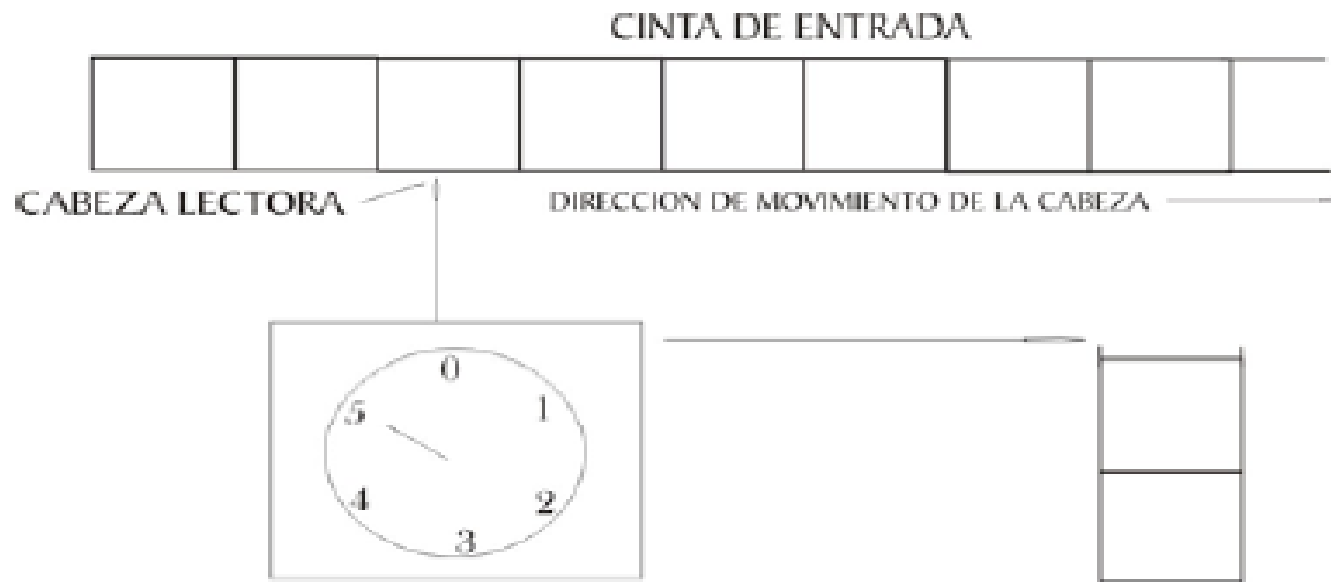


Autómata con Pila

Fundamentos de Ciencias de la Computación (ICI-UBB)



Autómata con pila

Formalmente es una séptupla de la forma $(Q, \Sigma, T, \delta, Q_0, F, S)$, donde:

- Q : Conjunto finito de estados.
- Σ : Alfabeto de la máquina.
- T : Conjunto finito de símbolos de pila.
- δ : Colección finita de transiciones.
- Q_0 : Estado inicial.
- F : Conjunto de estados de aceptación.
- S : Símbolo inicial de la Pila

La función δ es definida por:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times T \rightarrow (Q \times T^*)$$

$$\delta(q_j, a, X) = (q_k, \alpha)$$

q_j : Estado Actual

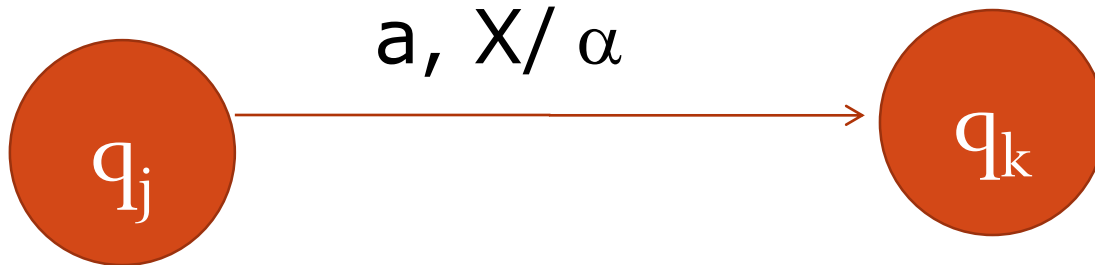
a : Símbolo leído desde cinta de entrada

X : Tope de la Pila

q_k : Nuevo estado

α : Acción sobre la Pila

$$\delta(q_j, a, X) = (q_k, \alpha)$$

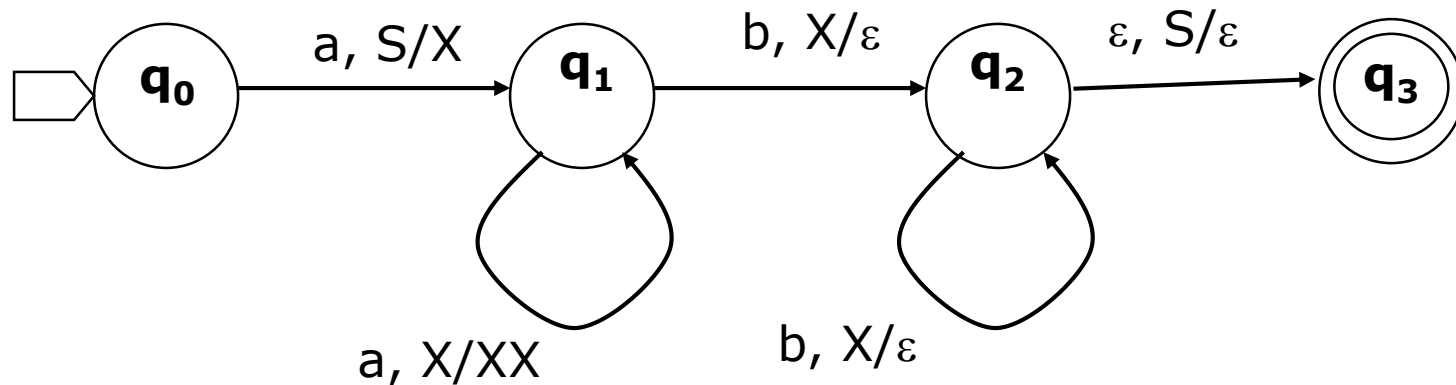


Si $\alpha: \varepsilon$ entonces elimina X de la Pila

Si $\alpha: X$ entonces conserva X en la Pila

Si $\alpha: ZX$ entonces apila Z sobre X en la Pila

Ejemplo: $\{a^n b^n \text{ con } n \geq 1\}$



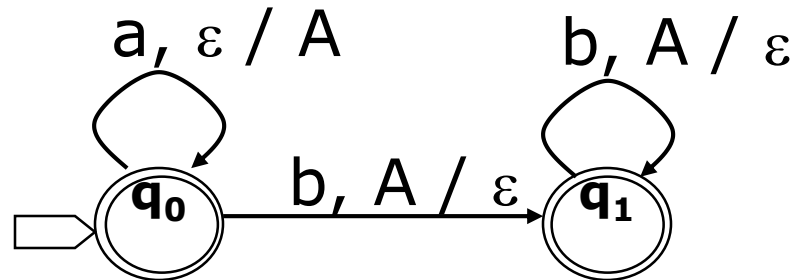
Consideraciones adicionales:

- Al comienzo la primera celda de la cinta se coloca sobre la cabeza lectora con la pila vacía.
- Al final, se espera que la **pila esté vacía** y la máquina en un **estado de aceptación** (final).
- La palabra vacía ϵ juega un rol distinto según las tres posiciones que puede ocupar en la flecha de la transición:
 - En primera posición significa que no se lee nada de la tira y la misma no avanza una posición;
 - En segunda posición no se extrae nada de la pila;
 - En tercera posición no se coloca nada en la pila.

Sea el Autómata de pila que acepta $\{a^i b^i \text{ con } i \geq 0\}$

Cuando leo una A, no toco la pila y empilo A

Cuando leo una B, desempilo A y no



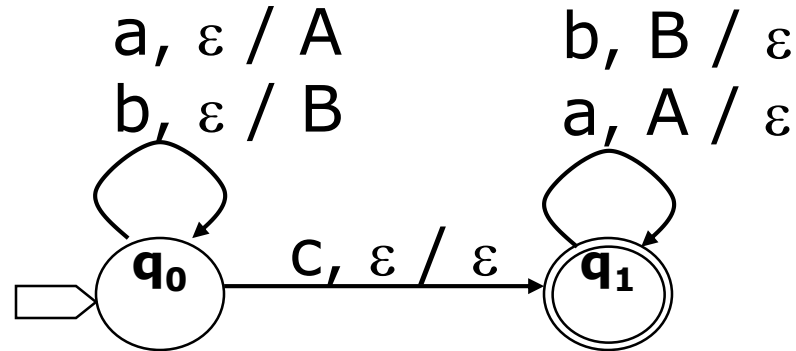
- $K = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\Gamma = \{A\}$
- $s_0 = q_0$
- $F = \{q_0, q_1\}$
- $\delta(q_0, a, \varepsilon) = (q_0, A)$
- $\delta(q_0, b, A) = (q_1, \varepsilon)$
- $\delta(q_1, b, A) = (q_1, \varepsilon)$

Se pide: derivar la cadena "aaabbbb" utilizando el AP definido.

Ejemplo: palíndromos de longitud impar

Sea el Autómata de pila que acepta $\{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

- $K = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma = \{A, B\}$
- $s_0 = q_0$
- $F = \{q_1\}$
- $\delta(q_0, a, \varepsilon) = (q_0, A)$
- $\delta(q_0, b, \varepsilon) = (q_0, B)$
- $\delta(q_0, c, \varepsilon) = (q_1, \varepsilon)$
- $\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$
- $\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$



Se pide:
derivar la cadena "aaacbbb"
utilizando el AP definido.

Ejemplo: palíndromos de longitud par

Sea el Autómata de pila que acepta $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

Con:

$$K = \{q_0, q_1\}$$

- $\Sigma = \{a, b\}$

- $\Gamma = \{A, B\}$

- $s_0 = q_0$

- $F = \{q_1\}$

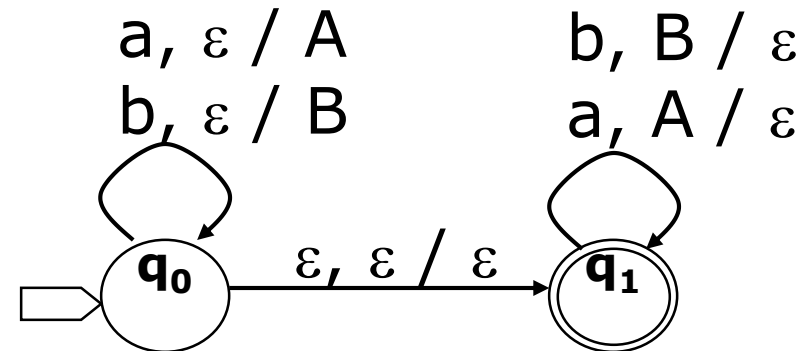
- $\delta(q_0, a, \varepsilon) = (q_0, A)$

- $\delta(q_0, b, \varepsilon) = (q_0, B)$

- $\delta(q_0, \varepsilon, \varepsilon) = (q_1, \varepsilon)$

- $\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$

- $\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$



AP como reconocedor de lenguajes:

- Se llamará a todas las cadenas aceptadas por el autómata de pila M como el lenguaje aceptado por la maquina, representado por $L(M)$.
- El lenguaje $L(M)$ no es cualquier colección de cadenas aceptadas por M , sino la colección de **todas las cadenas que acepta M** .

Consideraciones Adicionales:

- Todo lenguaje aceptado por un autómata finito es también aceptado por un autómata de pila.
- Los lenguajes libres de contexto son aceptados por los autómatas de pila y los lenguajes generados por los autómatas de pila son los lenguajes libres de contexto.

Ejercicio:

1. Defina un AP para el lenguaje generado por la gramática libre de contexto cuyas reglas son:

$$P = \{ S \rightarrow aSa \mid S \rightarrow bSb \mid S \rightarrow c \}$$

2. Obtener una GLC y un AP para cada uno de los lenguajes:

- $\{a^n b^m \text{ con } n \neq m\}$.
- $\{a^n b^m \text{ con } n \neq m\} = \{a^n b^m \mid n < m\} \cup \{a^n b^m \mid n > m\}$
- $\{a^n b^m \text{ con } n < m\}$
- $\{a^n b^m \text{ con } n > m\}$

Cerradura de los LLC

- Dadas dos gramáticas $G_1=(V_1, \Sigma_1, R_1, S_1)$ y $G_2=(V_2, \Sigma_2, R_2, S_2)$ entonces (se asume que los símbolos no terminales de G_1 y G_2 son disjuntos):
 - La gramática libre de contexto que genera $L(G_1) \cup L(G_2)$ es $G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, R_1 \cup R_2 \cup \{S \rightarrow S_1, S \rightarrow S_2\}, S)$
 - La gramática libre de contexto que genera $L(G_1) L(G_2)$ es $G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, R_1 \cup R_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_2\}, S)$
 - La gramática libre de contexto que genera $L(G_1)^*$ es $G = (V_1, \Sigma_1, R_1 \cup \{S \rightarrow \lambda, S \rightarrow S_1 S_1\}, S)$