Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №6

Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Вариант №15

Выполнил
Макогон Ярослав Вадимович
Номер группы: P3118
Проверила
Малышева Т. А.

Таблица

Удар «средней силы»				
	m(кг)	h(м)	E_k(Дж)	F(кН)
R	0,5	1,0	5	25
	1,0	1,0	10	100
Удар «со всего плеча»				
	L(м)	E_k(Дж)	F(кН)	
М.	40	100	100	
К.	20	1000	300	

горизонту, равна

$$L = \frac{u_0^2}{g} sin 2\alpha = \frac{u_0^2}{g},$$

поэтому

$$E_k = \frac{mu_0^2}{2} = \frac{mgL}{2}.$$

В таблицу мы записали оценки ки- нетической энергии обычного молот- ка (М.) и кувалды (К.) для ударов «средней силы» и «со всего плеча». Туда же мы занесли и вычисленные значения максимальной силы (F). Из таблицы видно, что даже при ударе «средней силы» силы вполне хватает. Аналогично обстоит дело и с другими гвоздями. «Запас силы» довольно значителен, особенно для гвоздей малых размеров, и в случае удара кувалдой «со всего плеча» на два порядка превышает максималь- ное значение силы сопротивления.

Справедливости ради отметим, что в действительности такие силы возникнут лишь в том случае, если гвоздь упирается в материал гораздо более жесткий, чем сталь. При забивании гвоздя в дерево фактически работают две последовательно включенные пружины: гвоздь и дерево[1]. Так что общая жесткость этой системы пружин равна

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

Однако, и в этом случае запас силы существенный. Действительно, для учета смягчающего действия дерева оценим его жесткость формулой

$$k = E_д.R$$

Возможность такой оценки видна из следующих рассуждений. Вообще говоря, «деревянная пружина» у нас очень странная полупространство, заполненное деревом. Но при надав- ливании гвоздя существенным обра- зом деформируется не все полупро- странство, а лишь полусферическая область вблизи острия гвоздя, кото- рая больше похожа на стандартную пружину. Пространственный масш- таб у нас один радиус гвоздя R, поэтому естественно оценить длину этой области как R, а площадь как R^2. Отсюда и получается выписан- ная нами формула. Приняв модуль Юнга для дерева $E_д = 5 \cdot 10^{10}$, для удара молотком «со всего плеча» по комбинированной пружине получим

$$F = 80 \text{ кН}, \qquad (1)$$

чего по-прежнему вполне достаточно (1).

Итак, с силой проблем нет.

Рассмотрим второй аргумент «против» - «энергии не хватит». В этом случае убедиться в обратном достаточно просто. Для того чтобы забить гвоздь, энергия молотка должна превышать значение

$$E_{min} = A_{тр} + E_{p1} + E_{p2},$$

где $A_{тр} = (F_0 + F_{max}) l_0 / 2$ - работа против силы трения, $_{p12}$ - потенциальные энергии деформированных дерева и гвоздя. Первое слагаемое гораздо больше двух остальных. Например, для потенциальной энергии сжатия гвоздя можно записать

$$E_{p2} = \frac{\sigma^2}{2E} V \approx \frac{F_{\max}}{SE} \frac{F_{\max}}{2S} l_0 S \approx \frac{F_{\max}}{SE} A_{тр} \ll A_{тр}.$$

Поэтому для забивания гвоздя достаточно, чтобы энергии молотка хватило, для преодоления силы трения. Для единичного гвоздя это составляет в случае ели 70 Дж, в случае бука – 400 Дж.

Таким образом, удара кувалдой должно хватить.

Так же оптимистично выглядят результаты расчета и для стандартных гвоздей (рис.5). В случае ели проблемы могут возникнуть лишь с вбиванием «двухсотки». Для бука энергии требуется побольше, но даже для «соток» соответствующие значения порядка 1000 Дж.

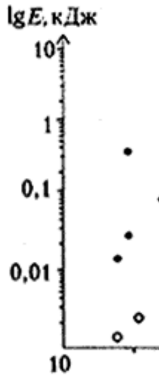

Рис. 5. Энергии, необходимые для вдавливания гвоздей (а - ель, б - бук)

Последний и окончательный аргумент

Не обнаружив явных причин, запрещающих вбивать гвозди с одного удара, мы вернулись к эксперименту. Стали забивать гвозди, не жалея сил. И очень скоро все прояснилось. То, что раньше мы списывали на неудачу при сильном ударе гвозди не забивались в бук, а просто гнулись, - и есть главное. Научное название этого эффекта неустойчивость Эйлера.

Обычно неустойчивость Эйлера демонстрируют следующим образом. Пусть на шарнирно закрепленный стержень действует сила F (рис.6). Пока эта сила невелика, гвоздь прекрасно выдерживает нагрузку. Но как только сила превысит критическое значение

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2},$$

стержень становится неустойчивым. Малейший его изгиб начинает катастрофически расти с ростом силы, и стержень ломается. (Такое поведе ние стержня само по себе удивитель но. Оно совсем не похоже на обычное поведение упругих тел, к которому Мы привыкли, деформации постепенно увеличиваются с ростом приложенной силы. Обсуждение причины этого увело бы нас в сторону, поэтому ограничимся лишь замечанием, что связано это с экстремальным свойством отрезка прямой - он короче любой другой линии, соеди няющей две точки.)

Величины, входящие в выражение для критической силы, могут быть

[1] *"Справедливости ради» отметим, что молоток – тоже колебательная система, и время прохождения волны вдоль молотка и обратно сильно влияет на качество удара. Так что у нас не две пружины, а три. Кроме того, конец гвоздя при каждом ударе углубляется в дерево, и сила сопротивления при этом меняется слабо. Поэтому дерево не совсем пружина. Но при численных оценках с запасом эти факторы не очень существенны.* ***(Прим. ред.)***