

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

## **Синтез помехоустойчивого кода**

Вариант №69

Выполнил

Макогон Ярослав Вадимович

Номер группы: Р3118

Проверила

Малышева Т. А.

## Содержание

Задание.....	3
Основные этапы вычислений.....	4
Заключение.....	13
Список использованных источников .....	14

## Задание

### Обязательное задание:

1. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4). Показать имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение:  
A. 51 - 1010011  
B. 88 - 0100110  
C. 13 - 1101000  
D. 10 - 1010000
2. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения. Показать имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.  
A. 69 - 001110001010100
3. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

### Дополнительное задание:

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## Основные этапы вычислений

Обязательное задание:

Схема декодирования для классического кода Хэмминга (7;4):

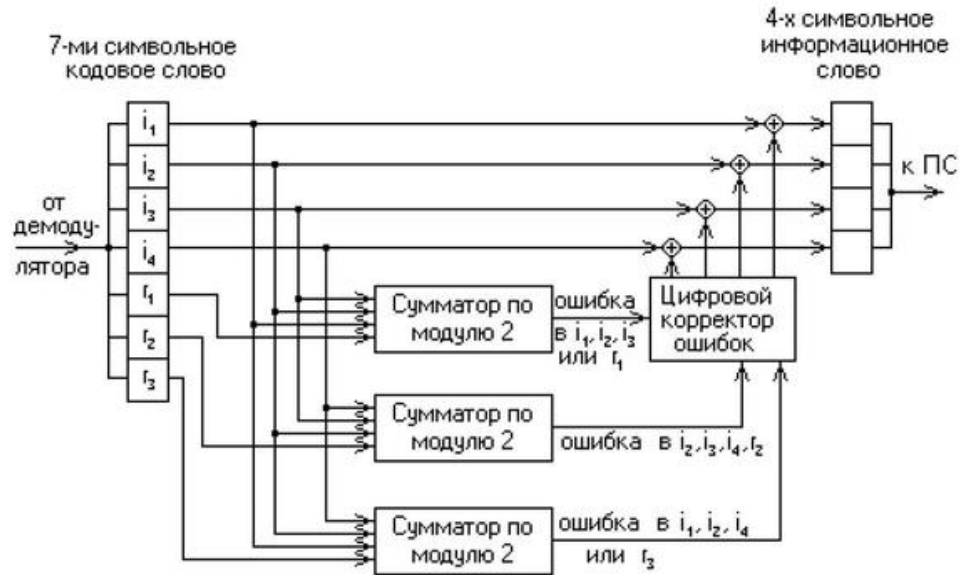


Рисунок 1. Схема декодирования для классического кода Хэмминга (7;4)

## Схема декодирования для классического кода Хэмминга (15;11):

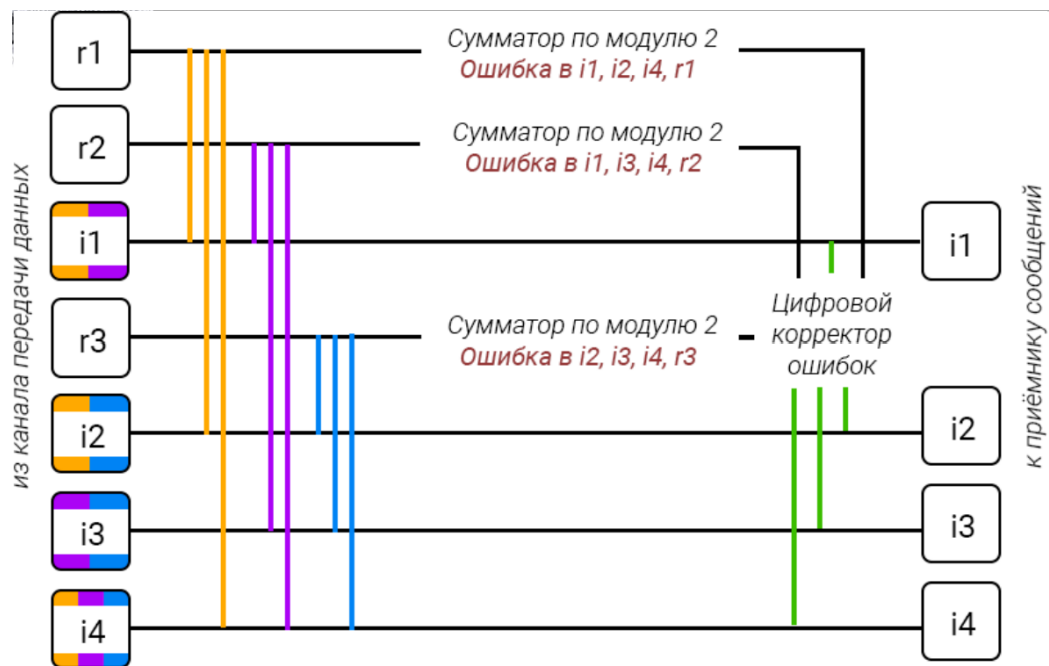


Рисунок 2. Схема декодирования для классического кода Хэмминга (15;11) - Часть 1

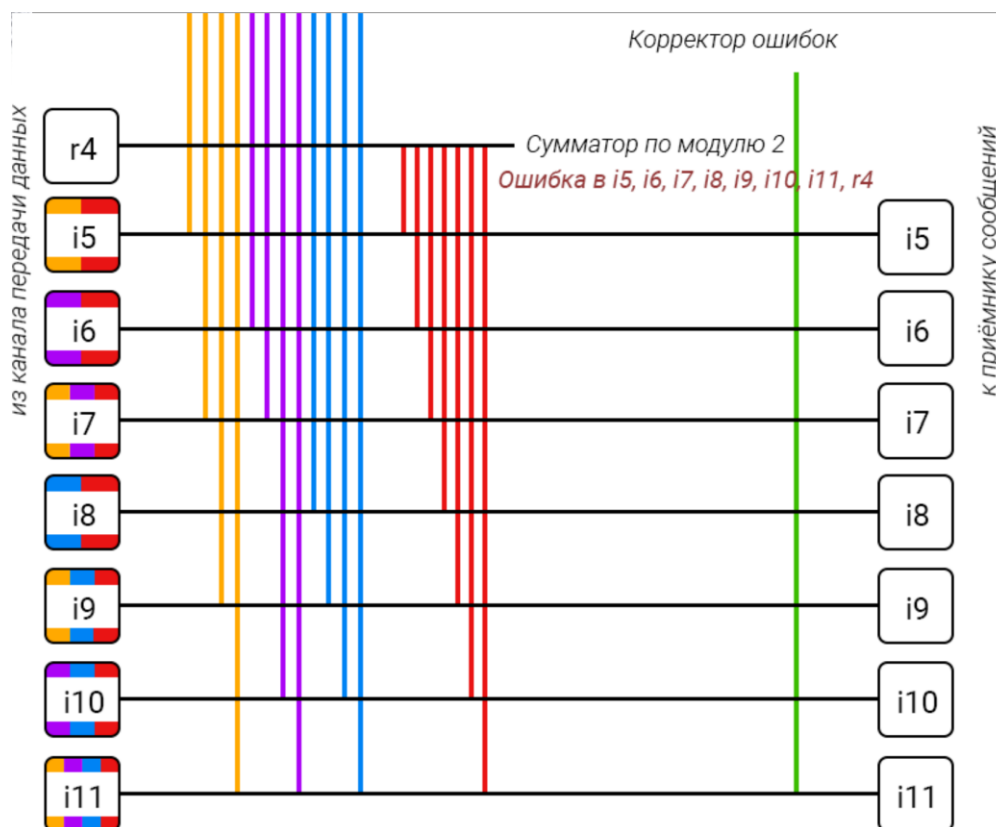


Рисунок 3. Схема декодирования для классического кода Хэмминга (15;11) - Часть 2

# Задание №1

А. 51 – 1010011

	1	2	3	4	5	6	7	
Пример полученного сообщения	1	1	1	0	0	0	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рисунок 4. Таблица кода Хэмминга (7;4)

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S(1,1,0) \Rightarrow 011_2 = 3_{10}, \text{ значит ошибка в } i_1.$$

Исходное сообщение: 1000011

В. 88 – 0100110

	1	2	3	4	5	6	7	
Пример полученного сообщения	1	1	1	0	0	0	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рисунок 5. Таблица кода Хэмминга (7;4)

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$S(1,0,0) \Rightarrow 001_2 = 1_{10}$ , значит ошибка в  $r_1$ .

Исходное сообщение: 1100110

	1	2	3	4	5	6	7	
Пример полученного сообщения	1	1	1	0	0	0	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рисунок 6. Таблица кода Хэмминга (7;4)

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S(1,1,1) \Rightarrow 111_2 = 7_{10}, \text{ значит ошибка в } i_4.$$

Исходное сообщение: 1101001



D. 10 - 1010000

	1	2	3	4	5	6	7	
Пример полученного сообщения	1	1	1	0	0	0	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рисунок 7. Таблица кода Хэмминга (7;4)

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$S(0,1,0) \Rightarrow 010_2 = 2_{10}$ , значит ошибка в  $r_2$ .

Исходное сообщение: 1110000

## Задание №2

А. 69 - 001110001010100

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$s_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$s_4$

Рисунок 8. Таблица кода Хэмминга (15;11)

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$S(1,0,1,1) \Rightarrow 1101_2 = 13_{10}$ , значит ошибка в  $i_9$ .

Исходное сообщение: 001110001010000

## Задание №3

$$(51 + 88 + 13 + 10 + 69) * 4 = 924 \Rightarrow i = 924 - \text{число информационных разрядов}$$

$$2^r \geq i + r + 1 \Rightarrow r_{\min} = 10 - \text{минимальное число проверочных разрядов}$$

$$k = \frac{r_{\min}}{r_{\min} + i} = \frac{10}{934} \approx 0.010707 - \text{коэффициент избыточности}$$

### Дополнительное задание:

#### C++17

```
#include <iostream>
#include <string>

void drop_input_error() {
    std::cout << "Incorrect input format.";
    exit(0);
}

signed main() {
    std::cout << "Enter a message: ";

    std::string input;
    std::cin >> input;

    if (input.size() != 7) {
        drop_input_error();
    }
    bool message[7];
    for (int i = 0; i < 7; ++i) {
        if (input[i] != '0' && input[i] != '1') {
            drop_input_error();
        }
        message[i] = (input[i] == '0' ? false : true);
    }

    bool s1 = message[0] xor message[2] xor message[4] xor message[6],
        s2 = message[1] xor message[2] xor message[5] xor message[6],
        s3 = message[3] xor message[4] xor message[5] xor message[6];
    int mistake_index = s1 + s2 * 2 + s3 * 4 - 1;

    std::string correct_message = input;

    if (mistake_index == -1) {
        std::cout << "Message is correct.\n";
    }
    else {
        std::string output_list[7] = {
            "r_1", "r_2", "i_1", "r_3", "i_2", "i_3", "i_4" };
        correct_message[mistake_index] =
            (correct_message[mistake_index] == '1' ? '0' : '1');

        std::cout << "Error in " << output_list[mistake_index] <<
            ".\nIndex of incorrect bit in message: " << mistake_index + 1 << '\n';
    }
    std::string output;
    output.push_back(correct_message[2]);
    output.push_back(correct_message[4]);
    output.push_back(correct_message[5]);
    output.push_back(correct_message[6]);

    std::cout << "Information bits in correct message: " << output;
}
```

**Пример вывода программы:**

```
Enter a message: 0001000  
Error in r_3.  
Index of incorrect bit in message: 4  
Information bits in correct message: 0000
```

*Рисунок 9. Пример работы программы*

## Заключение

- Был изучен принцип работы кода Хэмминга.
- Проведены вычисления для выявления ошибок в сообщениях разной длины.
- Написана программа на языке программирования C++, которая выявляет ошибку в сообщении, анализируя его по на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

### **Список использованных источников**

1. Статья “Код Хэмминга. Пример работы алгоритма” – URL: <https://habr.com/ru/articles/140611/>
2. Статья “Избыточное кодирование, код Хэмминга” – URL: <https://clck.ru/3DozQW>