Définition mathématique d'un neurone

De façon mathématique et générale, un neurone est défini comme ceci :

$$z = \sum_{i} x_i \cdot w_i + b$$
 et $a = \alpha(z)$

- x : les entrées du neurone (par exemple des pixels),
- -w: les poids associés à chaque entrée,
- -b: le biais,
- -z: la somme pondérée des entrées + biais,
- a: l'activation (la sortie du neurone) via la fonction α .

Exemple simple

Prenons un exemple concret : le neurone doit prédire si j'ouvre ou non la fenêtre. Il reçoit deux informations d'entrée :

- Entrée 1 : température = 30° C;
- Entrée 2 : humidité = 50%.

On choisit arbitrairement les poids suivants :

- Température : +0.8;
- Humidité : -0.4.

Le calcul de la somme pondérée donne :

$$z = (30 \times 0.8) + (50 \times (-0.4)) = 24 - 20 = 4$$

Puis on ajoute le biais (disons -3):

$$z = 4 + (-3) = 1$$

Interprétation:

- Le poids indique : « Combien cette info est importante pour moi? »
- Le biais indique : « Quel est mon point de départ par défaut, avant même d'avoir des infos ? »

Fonction d'activation

On applique ensuite une fonction d'activation, par exemple ReLU (Rectified Linear Unit), définie par :

$$ReLU(z) = max(0, z)$$

Donc ici:

$$a = \text{ReLU}(1) = 1$$

La sortie a devient l'entrée x d'un autre neurone dans une couche suivante, et ainsi de suite. C'est cela qui permet la création d'un **réseau** de neurones.