

192.134 VU Grundzüge digitaler Systeme
2. Test, 2023W
Gruppe A

Deckblatt sofort und leserlich ausfüllen, und unterschreiben!

Matrikelnummer:

--	--	--	--	--	--	--	--

Nachname:

Vorname:

Unterschrift:

HINWEISE:

- Arbeitszeit: 90 Minuten
- Schreiben Sie Lösungen nur auf diesen Prüfungsbogen; verwenden Sie kein eigenes Papier.
- Benutzen Sie dokumentenechte Stifte (keine Rotstifte, keine Bleistifte).
- Die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (Taschenrechnern, Mobiltelefonen, ...), Skripten, Büchern, Mitschriften, Formelsammlungen, etc. ist unzulässig.
- Kennzeichnen Sie bei Ankreuzfragen eindeutig, welche Kästchen Sie kreuzen.
- Streichen Sie Passagen, die nicht gewertet werden sollen, deutlich durch.
- Schreiben Sie leserlich, unleserliche Antworten werden nicht gewertet.

	Max. Punkte	Punkte
A1	20	
A2	22	
A3	22	
A4	21	
A5	15	
Summe	100	

Viel Erfolg!

Aufgabe A1: Aussagenlogik

(20 Punkte)

a) (16 Punkte)

Laura erstellt für eine Kundin ein Design für die neue Homepage und muss die Grundfarben festlegen. Dabei überlegt sie Folgendes.

Die Vorgabe war, dass das Farbschema auf den Spektralfarben aufbaut, also Rot, Orange, Gelb, Grün, Cyan, Blau, und Violett. Gelb bietet kaum Kontrast zu Weiß und Cyan lässt sich schwer von Blau unterscheiden, deshalb kommen diese beiden Farben sicher nicht in Frage. Die Kundin möchte dafür auf jeden Fall Violett dabei haben. Insgesamt werde ich drei Farben verwenden, also brauche ich noch zwei andere. Die Farben Grün und Rot passen nicht zusammen, die darf ich nicht gleichzeitig verwenden. Außerdem hat die Kundin noch erwähnt, dass ich Blau und Orange verwenden muss, wenn ich Grün verwende.

- (i) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte zur Auswahl der Farben mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.
- (ii) Geben Sie alle Möglichkeiten an, ein Farbschema festzulegen. Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung und der in der Vorlesung vorgestellten Methoden (mittels Wahrheitstabelle oder anhand einer DNF, sodass sichergestellt ist, dass alle Möglichkeiten gefunden wurden und diese wirklich keiner Teilformel widersprechen).

- b) (4 Punkte) Geben Sie zu jeder der folgenden Aussagen an, ob diese *richtig* oder *falsch* ist. F und G bezeichnen dabei aussagenlogische Formeln.
(*richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte*)

Aussage	wahr	falsch
$F \Rightarrow G$ ist genau dann gültig, wenn $F \wedge \neg G$ unerfüllbar ist.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Wenn $F \vee G$ erfüllbar ist, dann muss auch F erfüllbar sein.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Aufgabe A2: Prädikatenlogik**(22 Punkte)**

a) (15 Punkte)

Seien *Einladung*/1, *Event*/1, *Laut*/1, *Person*/1 und *Teilnahme*/2 Prädikatensymbole mit folgender Bedeutung:

$Person(x)$... x ist eine Person

$Event(x)$... x ist ein Event

$Laut(x)$... x ist laut

$Teilnahme(x, y)$... x nimmt an y teil

$Einladung(x, y, z)$... x lädt y zu z ein

Verwenden Sie diese Symbole, um die nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

(i) Es gibt Einladungen zu etwas, das kein Event ist.

(ii) Entweder alles ist laut oder alles ist ein Event, aber es ist nicht alles laut und ein Event.

(iii) Personen, die an etwas Lautem teilnehmen, sind selber laut.

(iv) Es gibt Events, an denen alle lauten Personen teilnehmen.

(v) Es gibt Personen, die zu Events einladen, zu denen sie selber nicht eingeladen sind.

- b) (3 Punkte) Seien $A/2$ und $B/2$ Prädikatensymbole, $f/1$ und $d/0$ Funktionssymbole. Gegeben ist eine unvollständige Interpretation I .

$$\begin{aligned}\mathcal{U} &= \{1, 2, 3\} \\ I(A) &= \{(2, 1), (3, 1), (1, 2), (2, 2), (1, 3)\} \\ I(B) &= \{(1, 1), (2, 2), (3, 1)\} \\ I(d) &= 2\end{aligned}$$

Vervollständigen Sie I , indem Sie eine Interpretation $I(f)$ für f angeben, sodass die folgende Formel unter I zu 1 (*wahr*) auswertet.

$$\forall x (A(f(x), d) \wedge \neg B(x, f(x)))$$

$u \in \mathcal{U}$	$I(f)(u)$
1	
2	
3	

- c) (4 Punkte) Gegeben sind jeweils zwei prädikatenlogische Formeln F und G über den Prädikatensymbolen $P/2$, $Q/3$, $R/1$. Geben Sie zu jedem der Paare an, ob die Formeln F und G *semantisch äquivalent* sind.

(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

Formel	äquivalent	nicht äquivalent
$F: \quad \forall x \forall y (P(x, y) \Rightarrow \forall z Q(x, y, z))$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$G: \quad \forall x \forall y (P(x, y) \Rightarrow \forall u \forall z Q(u, y, z))$		
$F: \quad \exists x (P(x, x) \wedge \forall y Q(x, y, x))$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$G: \quad \neg \exists x \neg (P(x, x) \wedge \forall y Q(x, y, x))$		

Aufgabe A3: Automaten**(22 Punkte)**

- a) (14 Punkte) Entwerfen Sie einen **Moore-Automaten** \mathcal{A} mit höchstens 5 Zuständen, der beliebige Bit-Strings verarbeitet, die mit dem Präfix 11 beginnen müssen. Beginnt der Bit-String mit einer anderen Bitfolge, geht der Automat in einen Fehlerzustand über und gibt für jedes weitere Symbol aus $\{0, 1\}$ **err** aus. Der Automat verbleibt solange im Fehlerzustand, bis er ein **reset**-Symbol erhält. Bei Eingabe eines **reset**-Symbols wird \mathcal{A} in den Startzustand zurückgesetzt. Generell soll der Automat \mathcal{A} zu jedem Zeitpunkt (ausgenommen im Fehlerzustand), insbesondere auch schon bei der Verarbeitung des Präfix, die aktuelle Parität der bisher verarbeiteten Symbole als Paritätsbit ausgeben. Das Paritätsbit nimmt dabei den Wert 0 bei gerader Parität und 1 bei ungerader an. Dabei gilt, dass eine Bitfolge von gerader Parität ist, wenn die Anzahl der 1-wertigen Bits gerade ist, ansonsten ist die Bitfolge von ungerader Parität. Wurden noch keine Symbole verarbeitet, gilt die Parität als gerade.

- (i) Wie lauten Σ und Γ ?

$\Sigma =$

$\Gamma =$

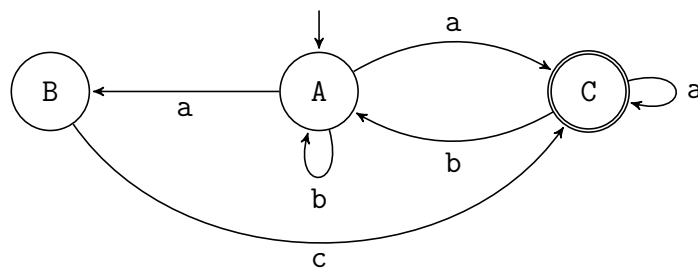
- (ii) Geben Sie \mathcal{A} in grafischer Notation an. Markieren Sie den Startzustand und beschriften Sie alle Knoten und Kanten vollständig.

(iii) Bestimmen Sie die Übersetzung $[\mathcal{A}](w)$ Ihres Automaten für folgende Werte w :

w	$[\mathcal{A}](w)$
11011010	
01011100	

b) (8 Punkte) Gegeben ist der folgende Automat sowie acht Aussagen dazu. Kreuzen Sie für jede Aussage an, ob diese wahr oder falsch ist.

(richtig: +1 Punkte, falsch: -1 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)



Aussage

wahr falsch

Der dargestellte Automat ist deterministisch.

☐ ☐

Der dargestellte Automat ist ein Mealy-Automat.

☐ ☐

Der dargestellte Automat kann als Akzeptor gesehen werden.

☐ ☐

Der dargestellte Automat ist kein Generator für das Wort **acbbbab**.

☐ ☐

Der Zustand **C** ist kein Endzustand, da dieser mit dem Symbol **b** verlassen werden kann.

☐ ☐

Der dargestellte Automat akzeptiert keine Wörter, die mit mehr als einem **b** beginnen.

☐ ☐

Der dargestellte Automat akzeptiert das Leerwort ϵ .

☐ ☐

Der dargestellte Automat akzeptiert auch Wörter, die eine gerade Anzahl des Symbols **a** enthalten.

☐ ☐

Aufgabe A4: Formale Sprachen**(21 Punkte)**

a) (10 Punkte) POSIX extended regular expressions

- (i) Eine Dezimalzahl beginnt optional mit einem Minuszeichen, gefolgt von einer nicht-leeren Folge von Ziffern. Danach darf ein einzelnes Komma mit einer weiteren Folge von Ziffern folgen, wobei nach dem Komma zumindest eine Ziffer folgen muss.

Geben Sie einen regulären Ausdruck in der Notation der POSIX extended regular expressions an, der diese Dezimalzahlen beschreibt.

- (ii) Der NACE-Code wird in der Europäischen Union als Klassifizierungssystem verwendet, um Wirtschaftszweige einzuordnen und eine einheitliche statistische Auswertung zu ermöglichen. Der NACE-Code besteht aus vier Ebenen. Die höchste Ebene codiert 21 Abschnitte mithilfe eines Buchstaben A bis U. Die nächste Ebene codiert Abteilungen mithilfe von zwei Ziffern. Drei Ziffern werden für die Codierung der nächsten Ebene, die der Gruppen, verwendet. In der nächsten Ebene werden mittels vier Ziffern die Klassen angegeben. Ebenen sind durch einen Punkt getrennt. Werden nicht alle vier Ebenen angegeben, so muss zumindest die höchste Ebene angegeben werden. Weiters dürfen nur Ebenen angegeben werden, wenn auch alle Ebenen darüber angegeben werden.

Beispiele für gültige NACE-Codes: P P.85.042 P.85.042.0001

Ungültige Codes: P.85.42 P.85.0001

Geben Sie einen regulären Ausdruck in der Notation der POSIX extended regular expressions an, der alle Wörter aus diesem NACE-Code beschreibt.

- b) (5 Punkte) Geben Sie das Ergebnis folgender Operationen auf den gegebenen Sprachen an. Achten Sie darauf, jeweils die ganze Sprache anzugeben und die Mengenklammern richtig zu setzen.

(i) $\left(\{\varepsilon, \mathbf{b}\} \cdot \{\mathbf{b}, \mathbf{x}\} \right) \cdot \{\mathbf{b}, \mathbf{f}\} =$

(ii) $\{\mathbf{o}\} \cdot \left(\{\mathbf{l}, \mathbf{n}\}^2 \cap \{\mathbf{k}, \mathbf{n}\mathbf{l}, \varepsilon, \mathbf{l}\mathbf{l}\} \right) =$

(iii) $\left(\{\varepsilon\} \cup \{\} \cup \left(\{\mathbf{k}, \mathbf{u}\}^1 \cup \{\mathbf{u}, \mathbf{k}\} \right)^0 \right) =$

(iv) $L = \{\square, \heartsuit, \bowtie\}, L^2 =$

(v) $L = \{\mathbf{o}, \mathbf{n}\mathbf{l}\}, L^1 =$

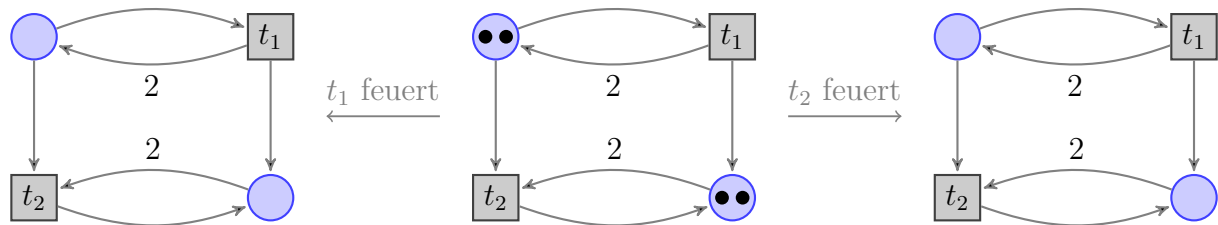
- c) (6 Punkte) Wir betrachten die Sprache L , die durch folgende POSIX extended regular expression definiert wird:

$$[\mathbf{wx}]^*([5-6]^+|\mathbf{yz}^+)\backslash.[3-4]\{2,3\}$$

Geben Sie ein Syntaxdiagramm an, das genau die Sprache L beschreibt. Verwenden Sie keine Abkürzungen.

Aufgabe A5: Petri Netze**(15 Punkte)**

- a) (4 Punkte) Lassen Sie im folgenden markierten Petri-Netz die Transitionen unabhängig voneinander feuern. Tragen Sie im linken unmarkierten Petri-Netz die Markierung ein, die sich durch Feuern von t_1 ergibt, und im rechten jene, die sich durch Feuern von t_2 ergibt.



- b) (11 Punkte) Der Gipfel des Großglockners ist ein beliebtes Ziel. Die Bergsteiger:innen steigen selbständig zum Lucknerhaus auf. Dort treffen sie auf ihre Bergführer:in, von denen es drei gibt. Eine Bergführer:in nimmt zwei Personen mit auf den Gipfel und bringt sie danach wieder zum Lucknerhaus zurück. Danach kann sie sich um die nächsten Bergsteiger:innen kümmern. Bergsteiger:innen, die auf dem Gipfel waren, verlassen das Lucknerhaus Richtung Tal, gehen also nicht gleich nochmals auf den Gipfel. Die Bergsteiger:innen sind vorsichtig und gehen ausschließlich mit Bergführer:in auf den Großglockner.

Modellieren Sie das beschriebene Szenario als Petri-Netz.

- Achten Sie darauf, alle geschilderten Einschränkungen abzubilden.
- Geben Sie die Bedeutung der Stellen und Transitionen an.
- Denken Sie auch an die Anfangsmarkierung.