Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Kursusuge 11

Plan

- Forstyrrelser og stationær fejl
- Sensitivitet for forstyrrelser
- Forfilter

Gruppereregning

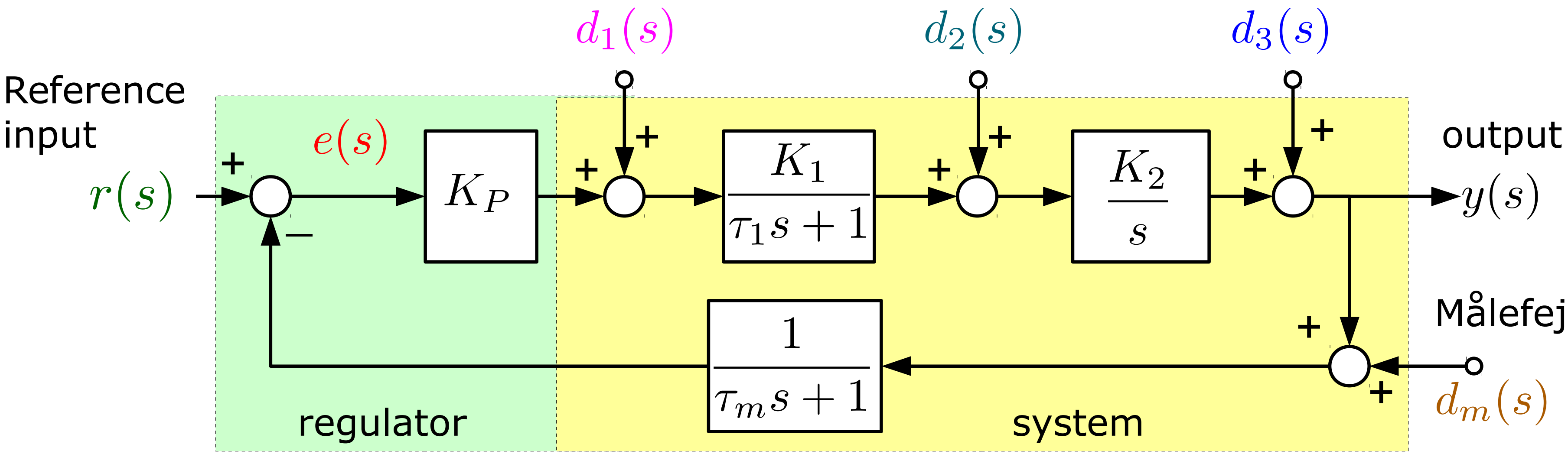
- Sensitivitet

Øvelse 10+11+12

- REGBOT balance udfordring
  - Modellering (simscape mechanics)
  - Balance regulator
  - Hastighedsregulator

DTU Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering

Stationær fejl og forstyrrelser

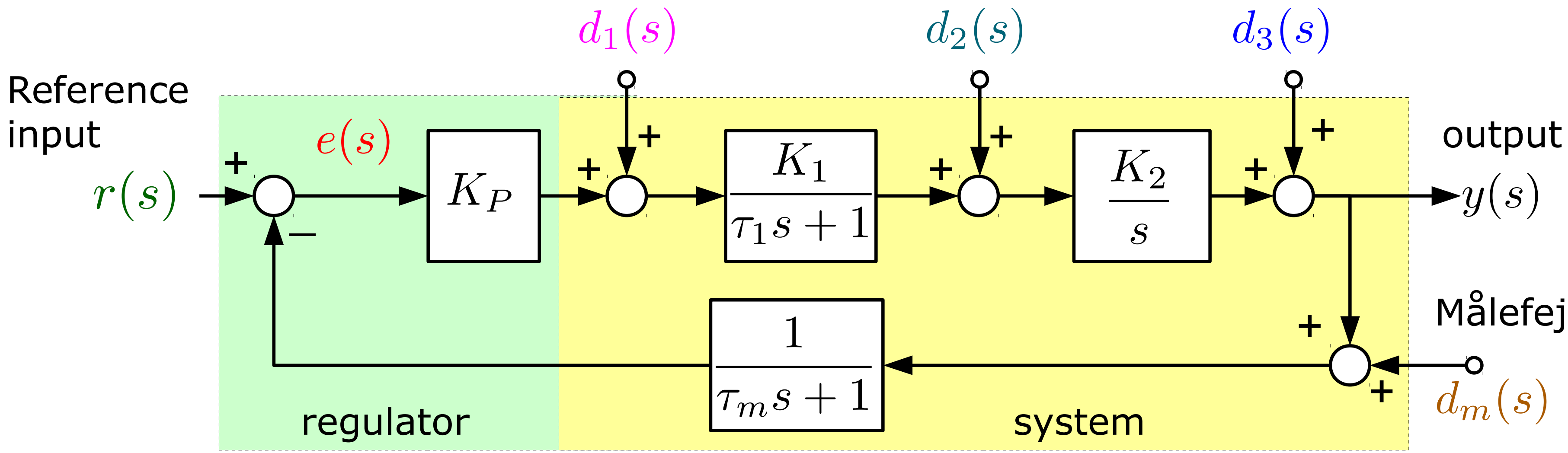


$$G_{å}(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på reference signal?

$$e_{r,ss} = ?$$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_{å}(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Lukket sløjfe fra $r(s)$ til $e(s)$

$$e_r(s) = r(s)\frac{1}{1 + G_{å}}$$

$$e_r(s) = r(s)\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s + K_P K_1 K_2}$$

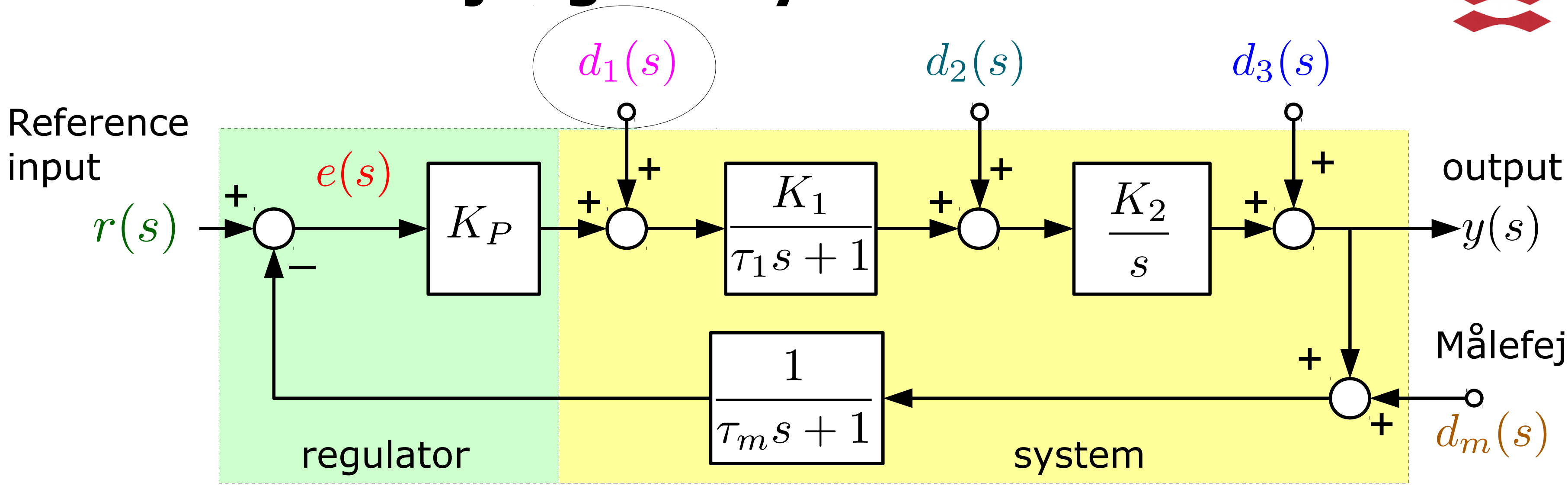
$$r(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{r,ss} = \lim_{s \to 0} s \; e_r(s)$$

$$e_{r,ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{K_P K_1 K_2 0.1}$$

$$e_{r,ss} = 0$$

Stationær fejl og forstyrrelser

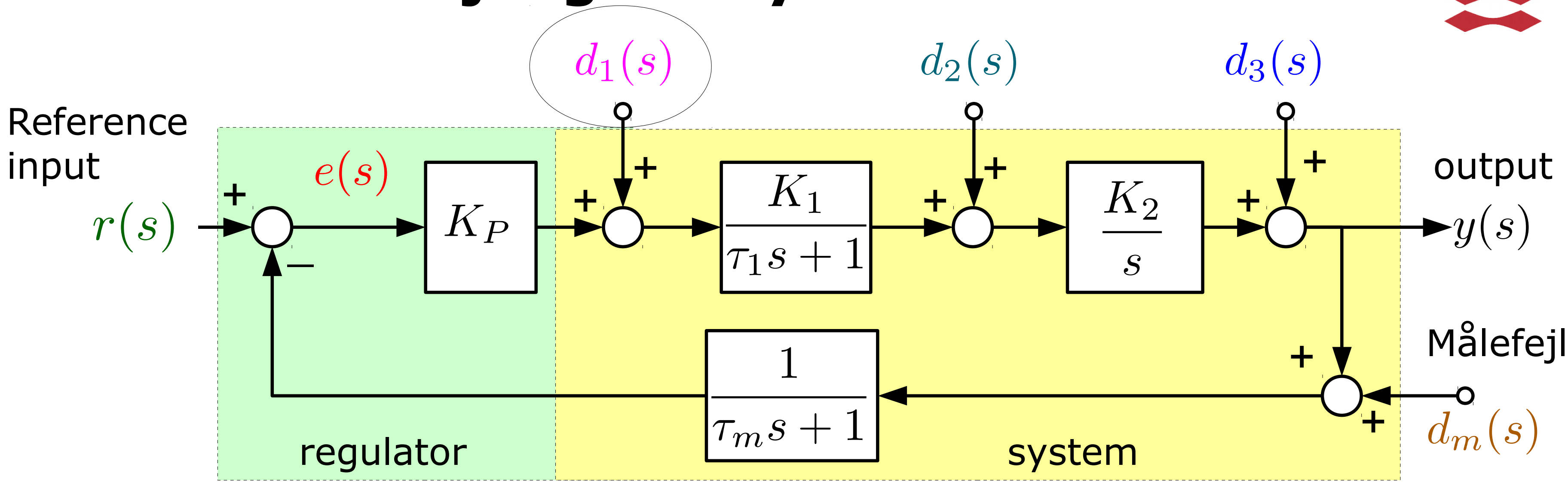


$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_m s+1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på forstyrrelse 1?

$e_{d1,ss} = ?$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på forstyrrelse 1?

$$e_{d1}(s) = d_1(s)\frac{-K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s(1 + G_å)}$$

$$e_{d1}(s) = d_1(s)\frac{-K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s + K_P K_1 K_2}$$

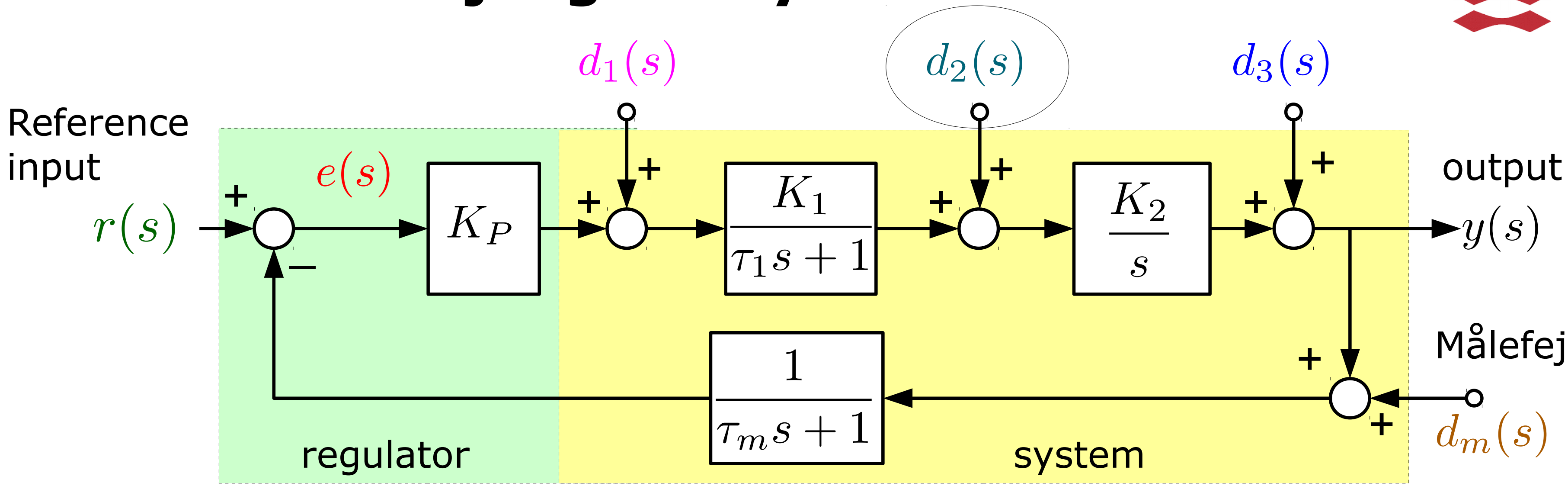
$$d_1(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{d1,ss} = \lim_{s \to 0} s\ e_{d1}(s)$$

$$e_{d1,ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-K_1 K_2}{K_P K_1 K_2}$$

$$e_{d1,ss} = \frac{-1}{K_P}$$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_m s+1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på forstyrrelse 2?

$$e_{d2}(s) = d_2(s)\frac{-K_2}{(\tau_m s+1)s(1+G_å)}$$

$$e_{d2}(s) = d_2(s)\frac{-K_2(\tau_1 s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_m s+1)s+K_P K_1 K_2}$$

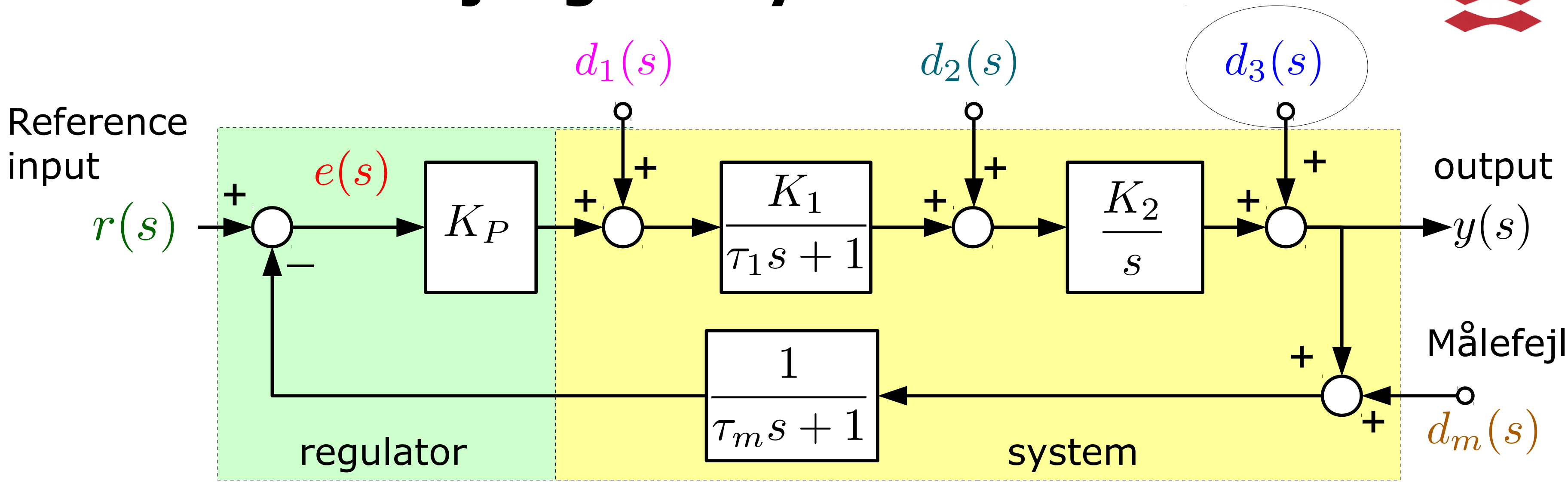
$$d_2(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{d2,ss} = \lim_{s\to 0} s\; e_{d2}(s)$$

$$e_{d2,ss} = \lim_{s\to 0} \frac{-K_2}{K_P K_1 K_2}$$

$$e_{d2,ss} = \frac{-1}{K_P K_1}$$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på forstyrrelse 3?

$$e_{d3}(s) = d_3(s)\frac{-1}{(\tau_m s + 1)(1 + G_å)}$$

$$e_{d3}(s) = d_3(s)\frac{-(\tau_1 s + 1)s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s + K_P K_1 K_2}$$

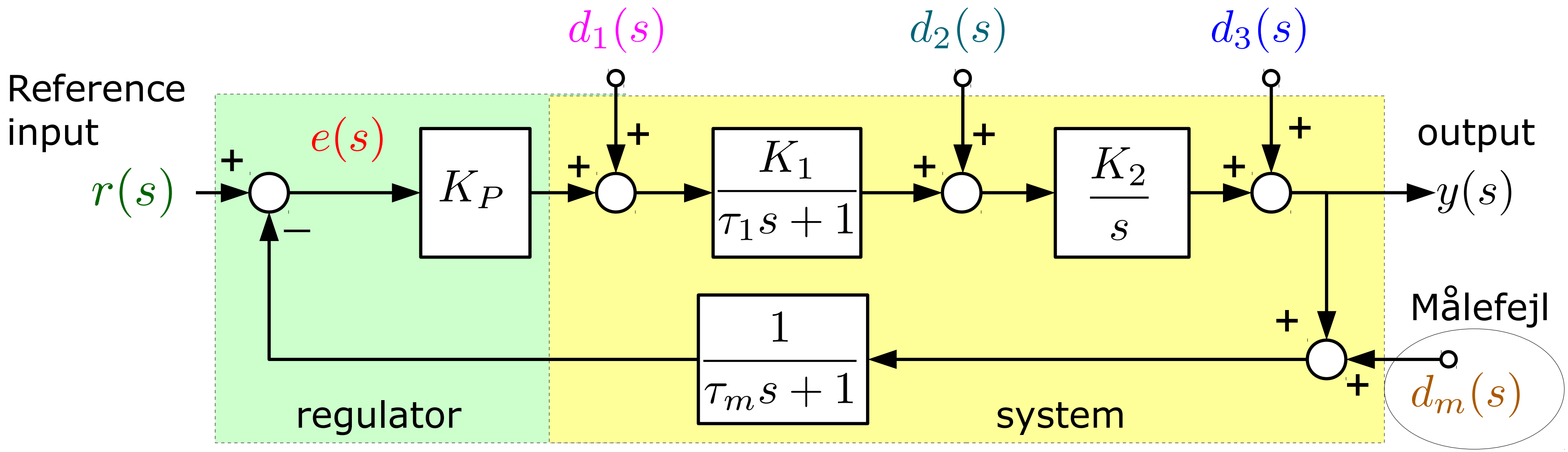
$$d_3(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{d3,ss} = \lim_{s \to 0} s\ e_{d3}(s)$$

$$e_{d3,ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s}{K_P K_1 K_2}$$

$$e_{d3,ss} = 0$$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på målestøj?

$$e_{dm}(s) = e_{d3}(s) \Rightarrow e_{dm,ss} = 0$$

Betyder det at målestøj er uden betydning?

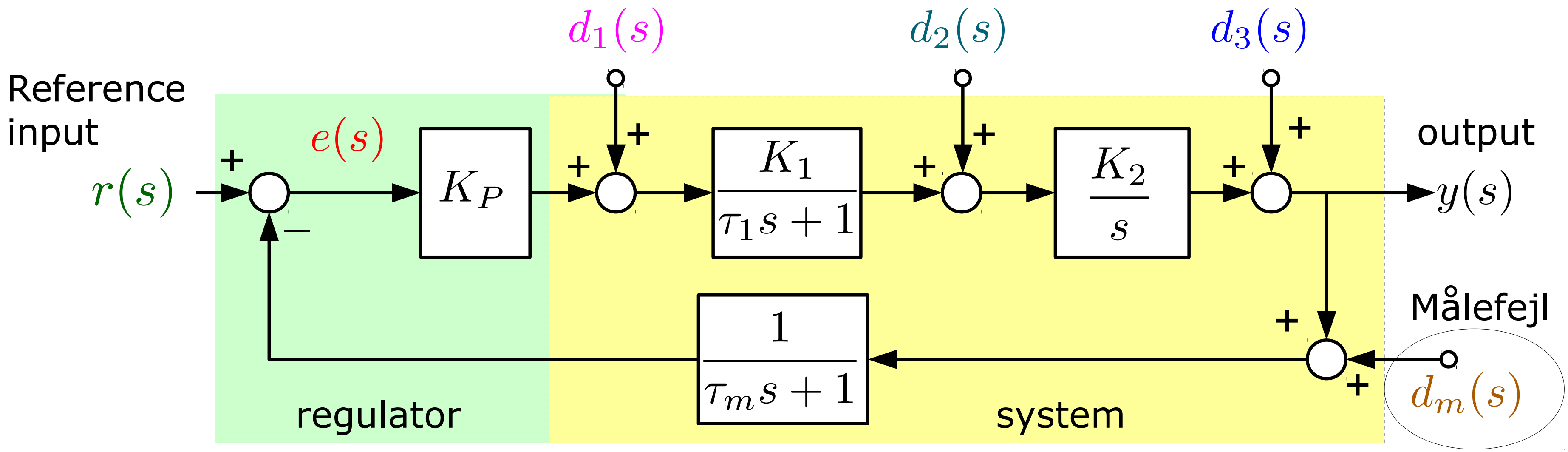
$$d_3(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{d3,ss} = \lim_{s \to 0} s \; e_{d3}(s)$$

$$e_{d3,ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s}{K_P K_1 K_2}$$

$$e_{d3,ss} = 0$$

Stationær fejl og forstyrrelser



$$G_å(s) = \frac{K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s}$$

Stationær fejl, for enhedsstep på målestøj?

$$\frac{y(s)}{d_m(s)} = \frac{-G_å}{1 + G_å}$$

$$y_{dm}(s) = d_m(s) \frac{-K_P K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_m s + 1)s + K_P K_1 K_2}$$

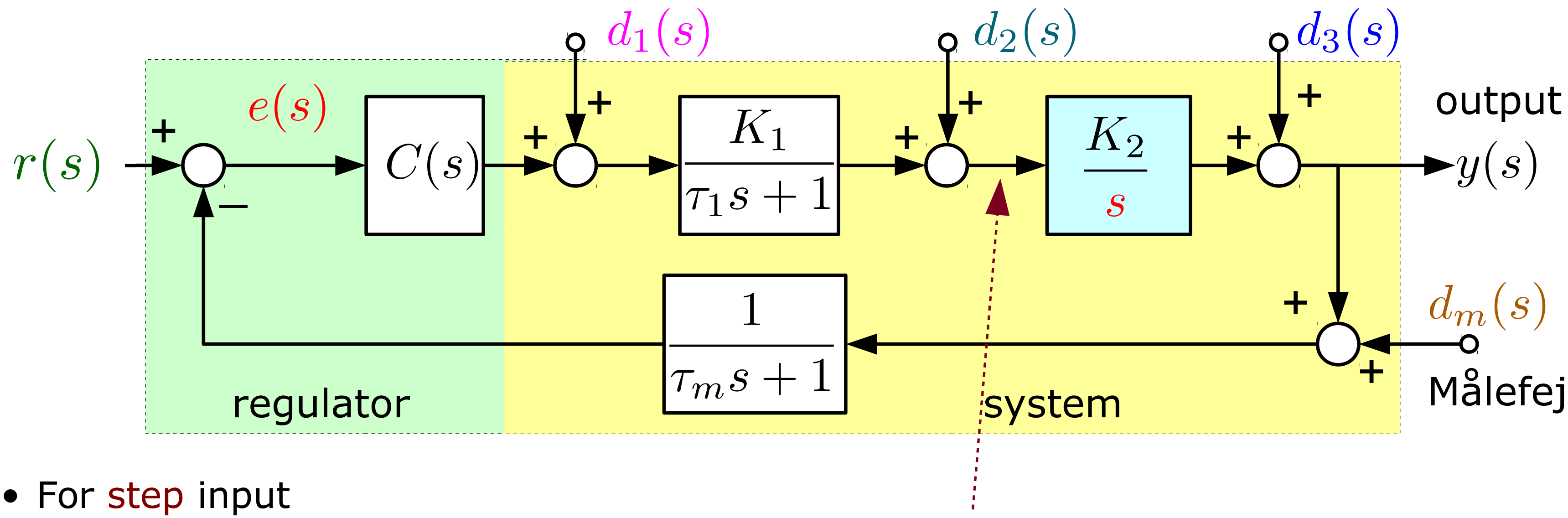
$$d_m(s) = \frac{1}{s}$$

$$y_{dm,ss} = \lim_{s \to 0} s \; y_{dm}(s)$$

$$y_{dm,ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-K_P K_1 K_2}{K_P K_1 K_2}$$

$$y_{dm,ss} = -1$$

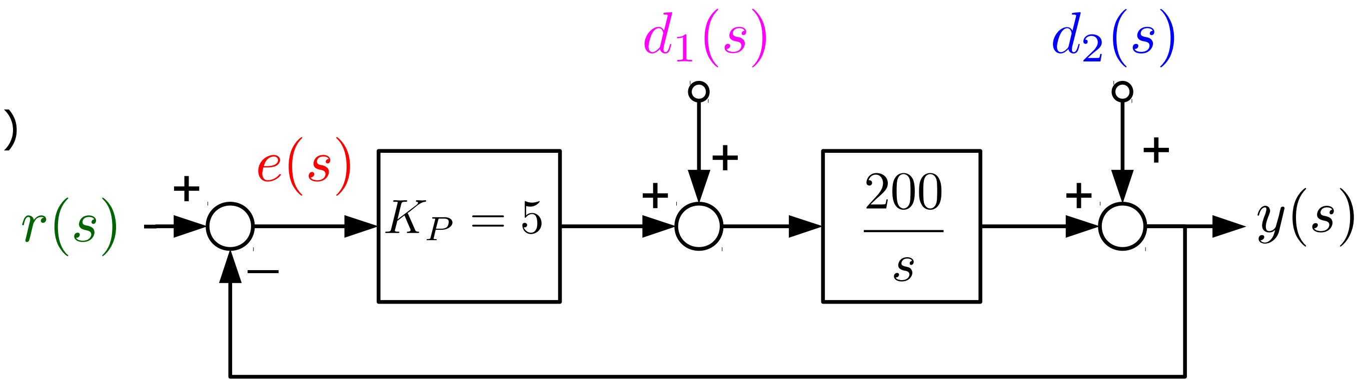
Stationær fejl forstyrrelser – konklusion



- For step input
  - Stationær betyder at input til en integrator er 0!
  - Alle input mellem integrator og output bliver kompenseret væk af integrator
  - Alle input mellem e og integrator må medføre at $e \neq 0$ (stationær fejl)
  - Ingen integrator $\Rightarrow$ alle input mellem e og output må medføre $e \neq 0$
  - Integrator kan også være i $C(s)$
- Målefejl giver fejl på output.
- For rampe input eller rampe fejl $d(t) = Kt \Rightarrow d(s) = \frac{K}{s^2}$
  - Se bog afsnit 3.4 (tabel 3.1)

Kontrolspørgsmål

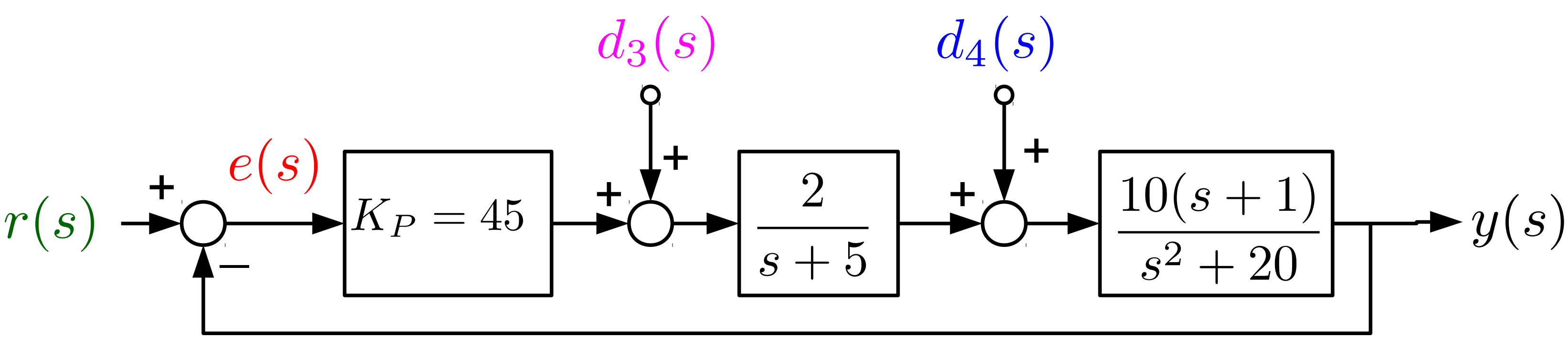
1)



Giver step på r, d1, d2 anledning til stationær fejl?:

$e_{r,ss} = / \neq 0?$ $e_{d1,ss} = / \neq 0?$ $e_{d2,ss} = / \neq 0?$

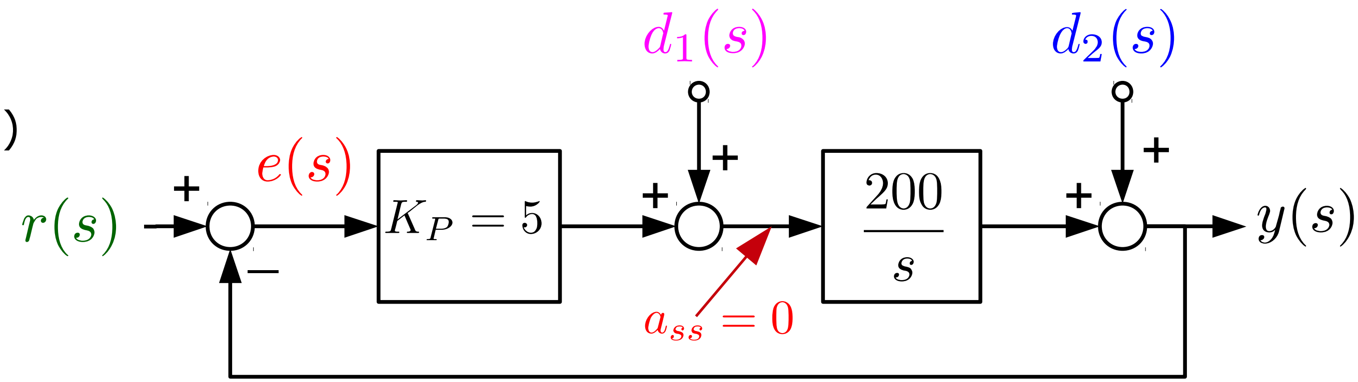
2)



Hvad bliver: $e_{r,ss} = ?$ $e_{d3,ss} = ?$ $e_{d4,ss} = ?$ for enhedsstep

Kontrolspørgsmål

1)



Giver step på *r, d1, d2* anledning til stationær fejl?:

Der er en integrator, og input er et step, så

$$e_{r,ss} = 0$$

Step forstyrrelse mellem *e* og integrator giver stationær fejl, så

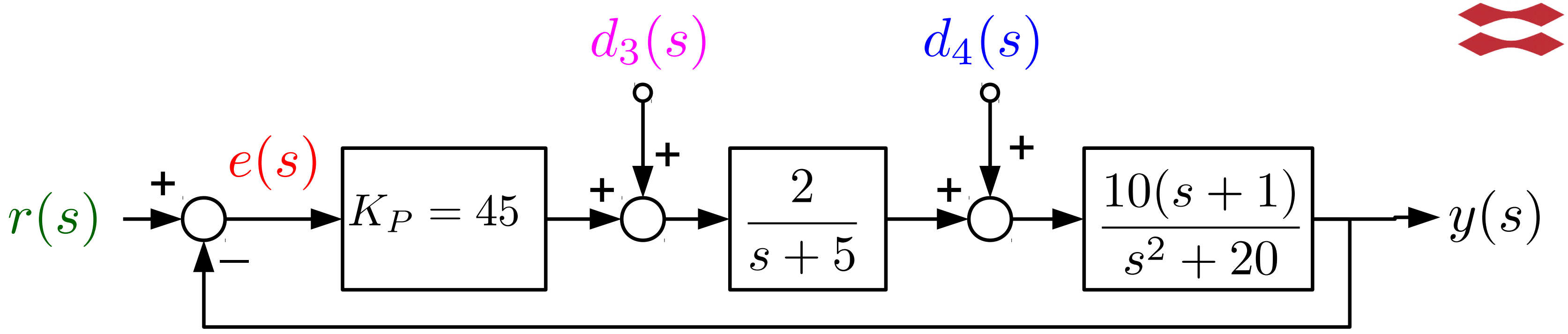
$$e_{d1,ss} \neq 0$$

Step forstyrrelse mellem integrator og output elimineres af integrator, så

$$e_{d2,ss} = 0$$

Kontrolspørgsmål

2)



Hvad bliver: $e_{r,ss} = ?$ $e_{d3,ss} = ?$ $e_{d4,ss} = ?$ for enhedsstep

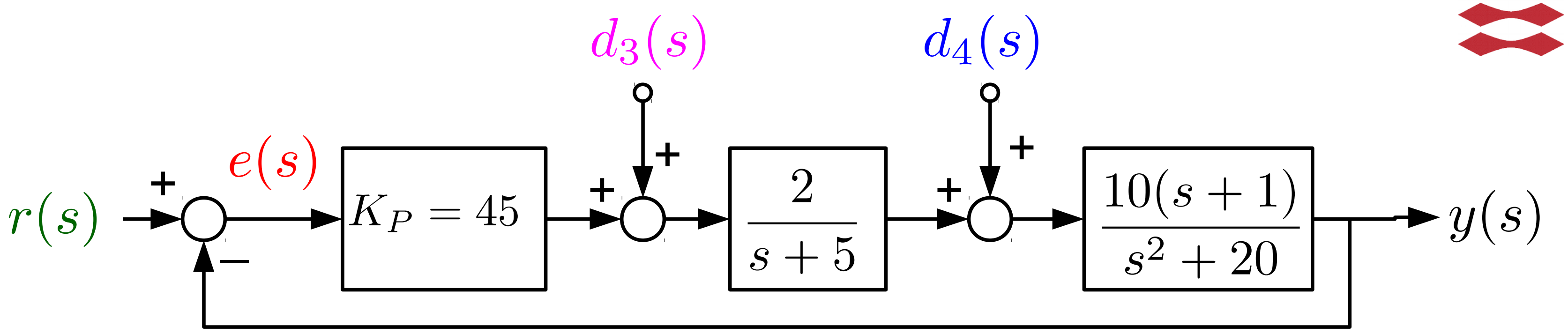
$$e_{r,ss} = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{s} \frac{1}{1 + G_å}$$

$$K_0 = \lim_{s \to 0} G_å = \frac{45 \cdot 2 \cdot 10}{5 \cdot 20} = 9$$

$$e_{r,ss} = \frac{1}{1+9} = 0.1 \ (10\%)$$

Kontrolspørgsmål

2)



Hvad bliver: $e_{r,ss} = ?$ $e_{d3,ss} = ?$ $e_{d4,ss} = ?$ for enhedsstep

$$e_{d3,ss} = \lim_{s \to 0} s \, \frac{1}{s} \, \frac{-2 \cdot 10(s+1)}{(s+5)(s+20)(1+G_{å})}$$

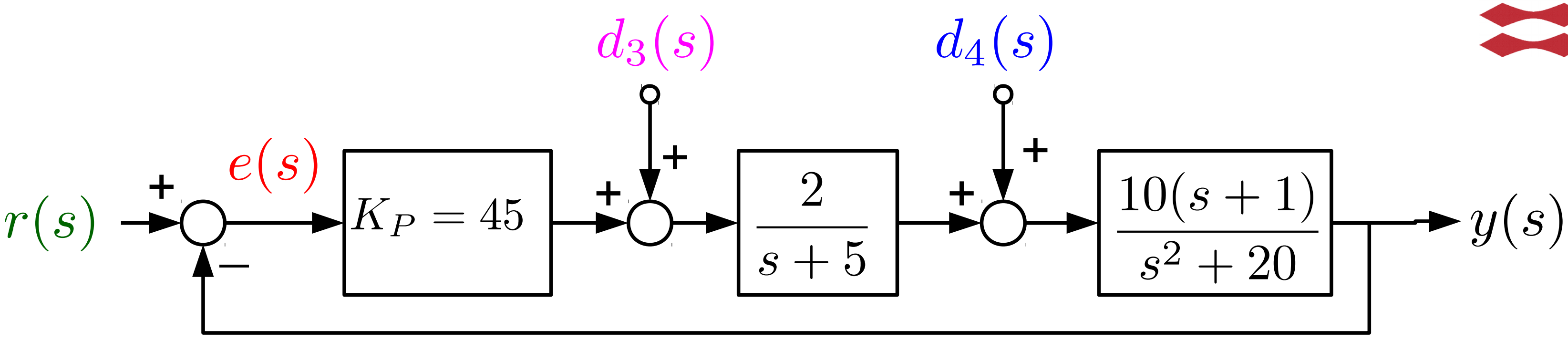
$$K_0 = \lim_{s \to 0} G_{å} = 9$$

$$e_{d3,ss} = \frac{-2 \cdot 10}{5 \cdot 20(1+9)}$$

$$e_{d3,ss} = \frac{-1}{50} = -0.02 \ (-2\%)$$

Kontrolspørgsmål

2)



Hvad bliver: $e_{r,ss} = ?$ $e_{d3,ss} = ?$ $e_{d4,ss} = ?$ for enhedsstep

$$e_{d4,ss} = \lim_{s \to 0} s \, \frac{1}{s} \, \frac{-10(s+1)}{(s^2+20)(1+G_å)}$$

$$K_0 = \lim_{s \to 0} G_å = 9$$

$$e_{d4,ss} = \frac{-10}{20(1+9)}$$

$$e_{d4,ss} = \frac{-1}{20} = -0.05 \ (-5\%)$$

Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Kursusuge 11

Plan

- Forstyrrelser og stationær fejl
- Sensitivitet for forstyrrelser
- Forfilter

Grupperegning

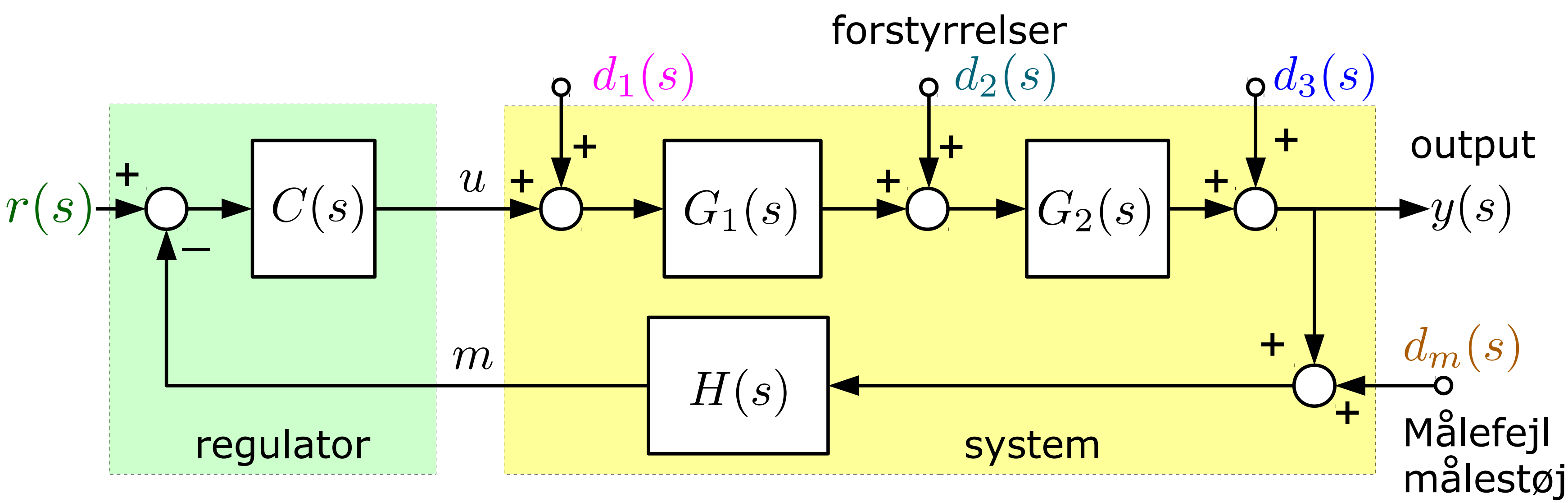
- Sensitivitet

Øvelse 10+11+12

- REGBOT balance udfordring
  - Modellering (simscape mechanics)
  - Balance regulator
  - Hastighedsregulator

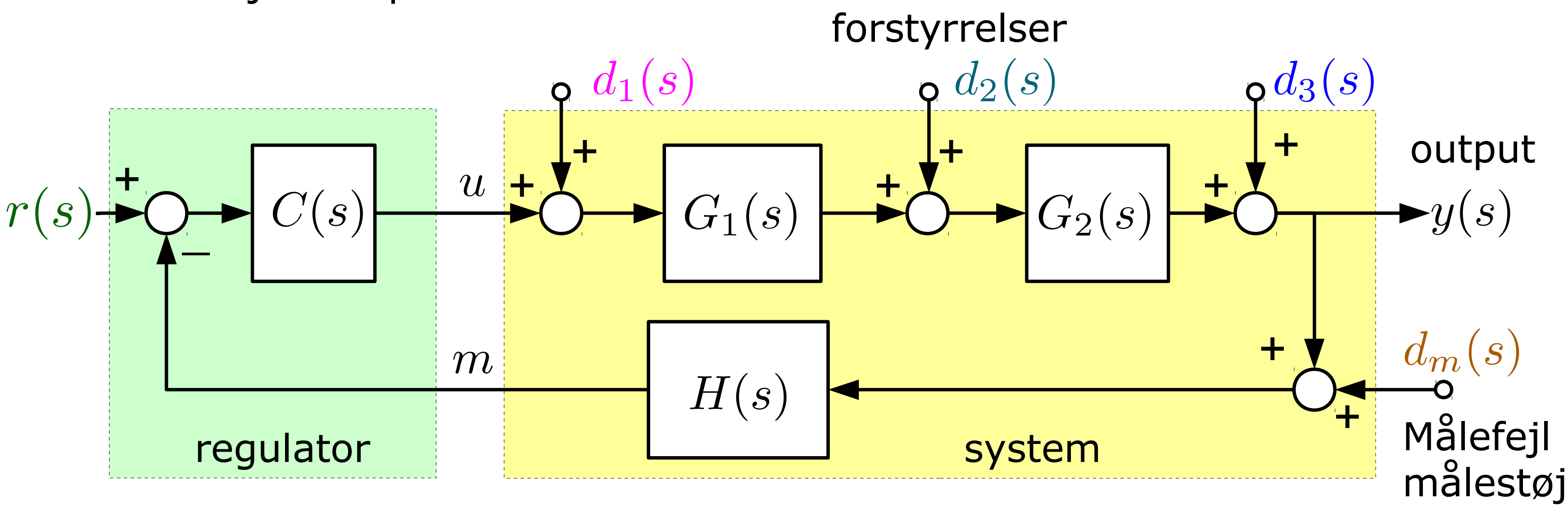
Sensitivitet

- Stationær fejl er følsomhed (eller forstærkning) ved frekvensen 0 Hz, fra et input til et output.
- Sensitivitet er følsomhed eller forstærkning fra en forstyrrelse eller målestøj til output.



Sensitivitet

- Sensitivitet er følsomhed eller forstærkning fra en forstyrrelse eller målestøj til output.

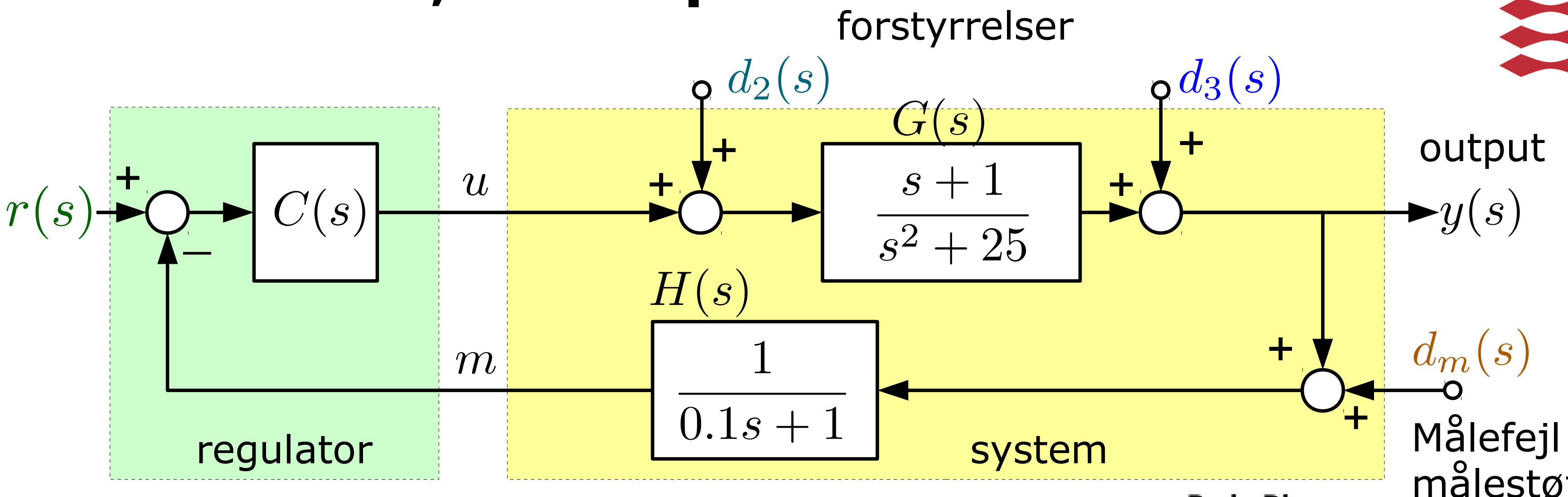


- Optimalt: $\dfrac{y(s)}{r(s)} = 1 \quad \dfrac{y(s)}{d_1(s)} = 0 \quad \dfrac{y(s)}{d_2(s)} = 0 \quad \dfrac{y(s)}{d_3(s)} = 0 \quad \dfrac{y(s)}{d_m(s)} = 0$

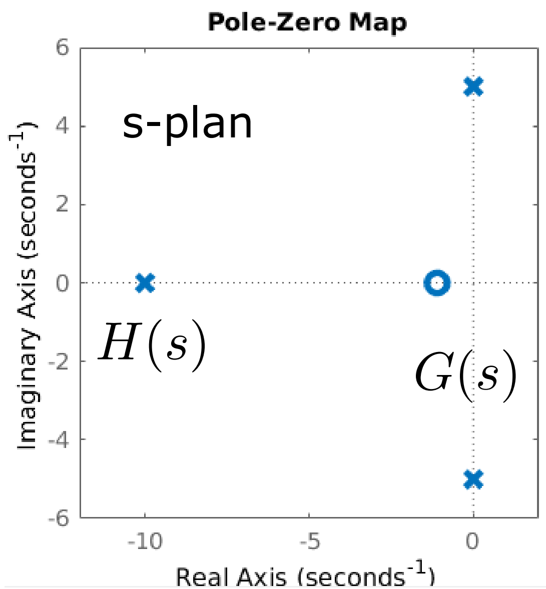
- men $\quad y = r\dfrac{CG_1G_2}{1+G_å} + d_1\dfrac{G_1G_2}{1+G_å} + d_2\dfrac{G_2}{1+G_å} + d_3\dfrac{1}{1+G_å} + d_m\dfrac{-G_å}{1+G_å}$

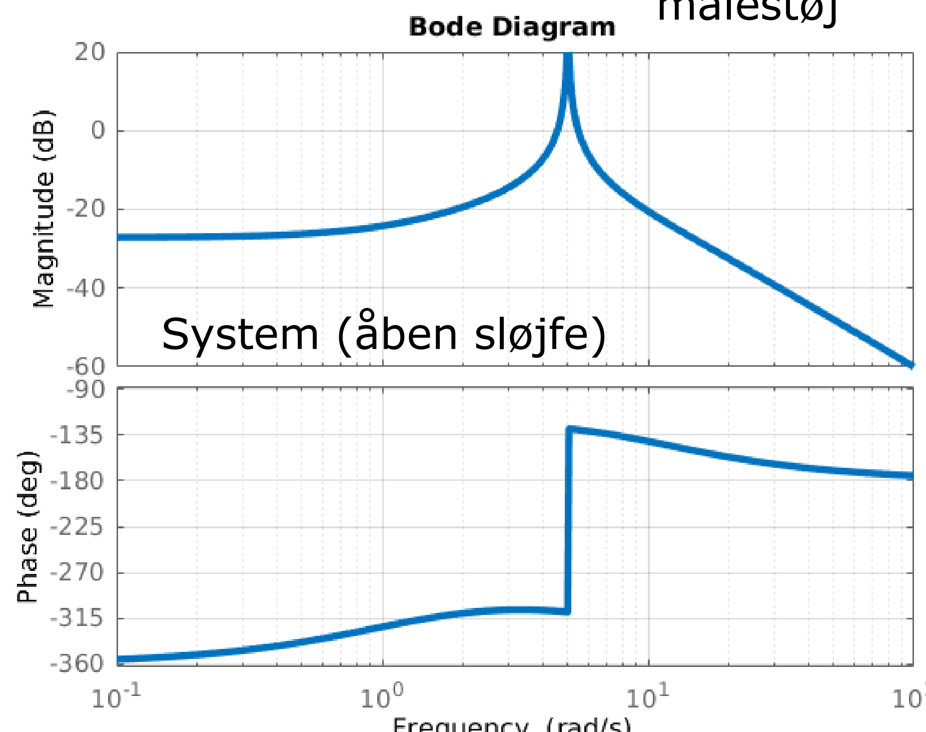
Sensitivitet, eksempel

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$



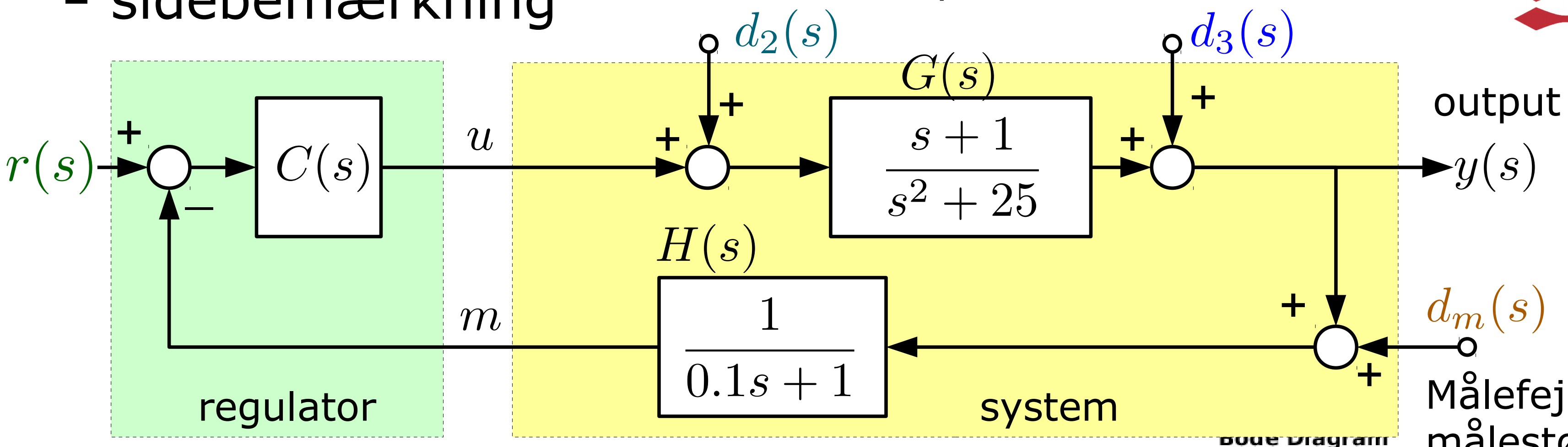
$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+\omega_n^2} = \frac{s+1}{(s+j\omega_n)(s-j\omega_n)}$$





Sensitivitet, eksempel
- sidebemærkning

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$



Poler på $j\omega$ akse

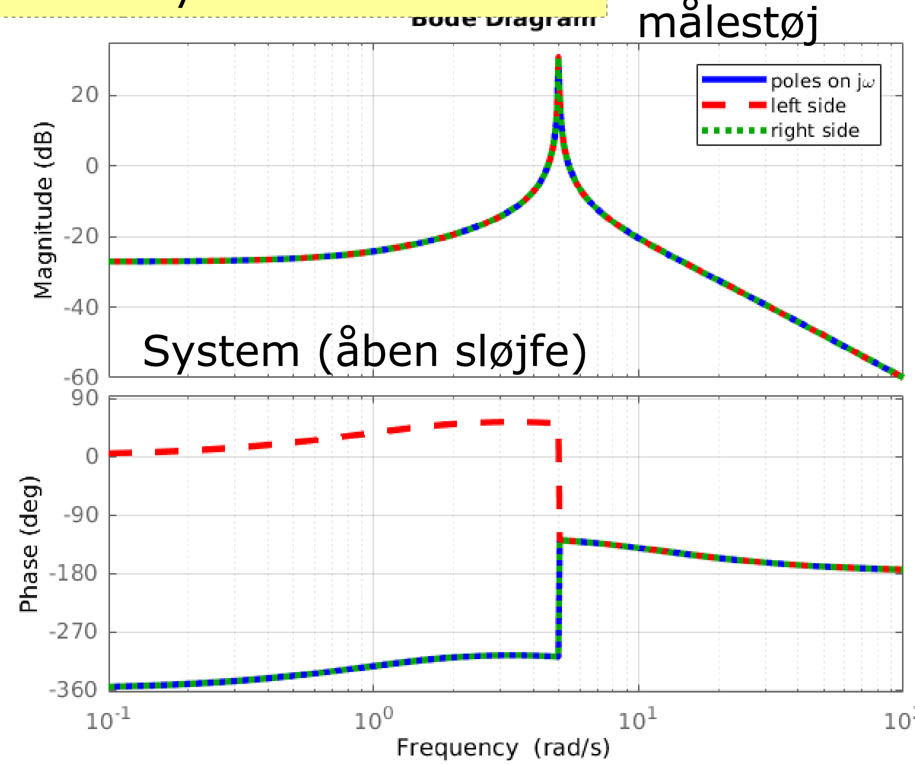
$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+25} = \frac{s+1}{(s+j5)(s-j5)}$$

Poler i venstre halvplan

$$G_a(s) = \frac{s+1}{s^2+0.0001s+25}$$

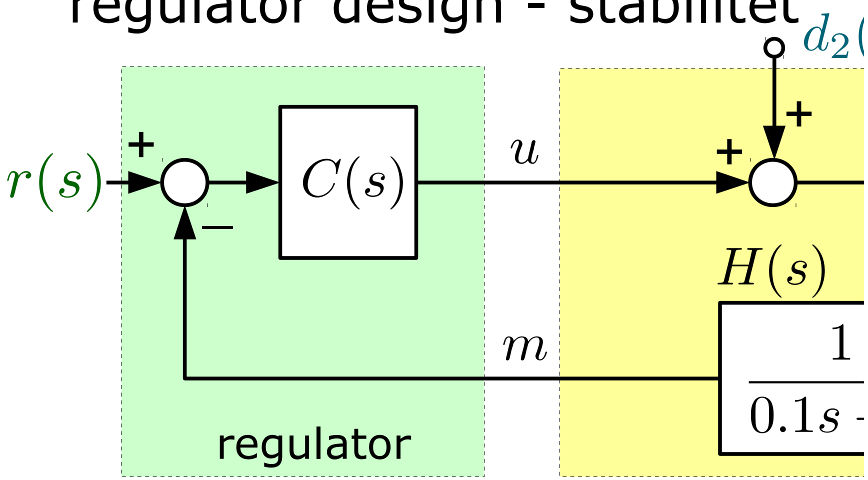
Poler i højre halvplan

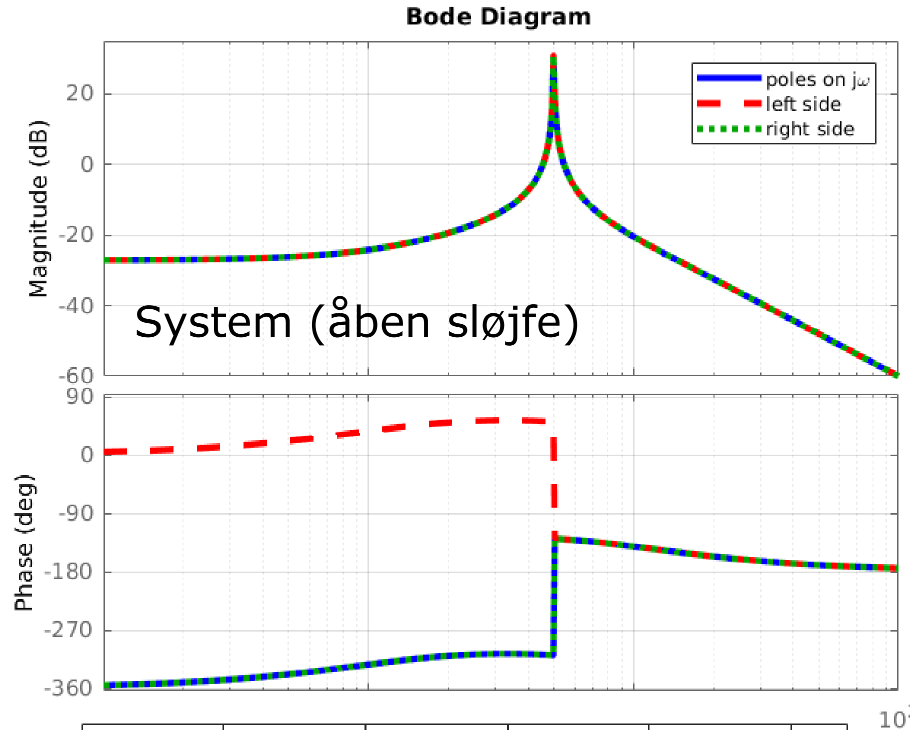
$$G_b(s) = \frac{s+1}{s^2-0.0001s+25}$$



Sensitivitet, eksempel

regulator design - stabilitet





Poler i venstre halvplan

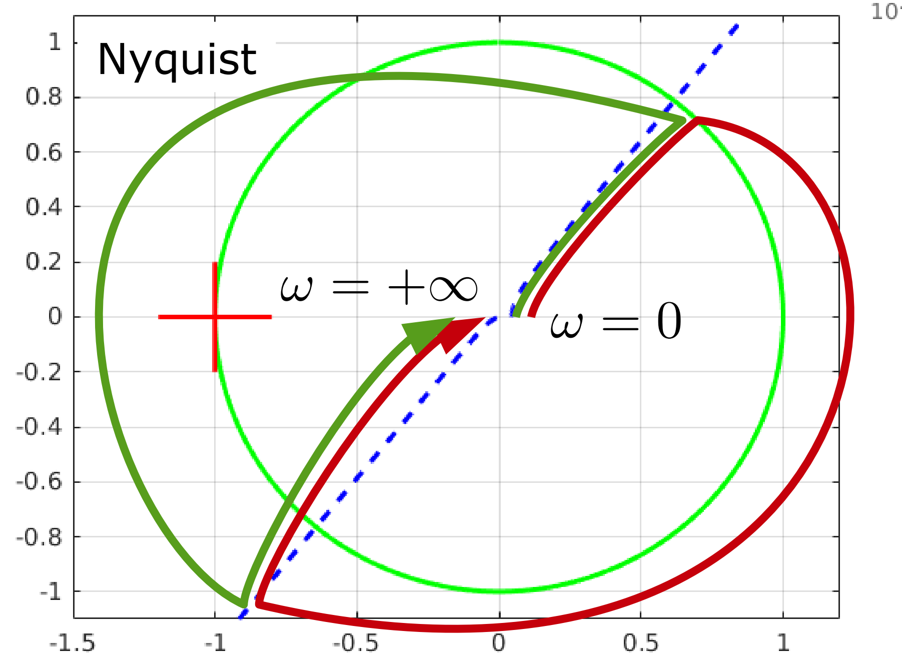
$$G_a(s) = \frac{s+1}{s^2 + 0.0001s + 25}$$

Poler i højre halvplan

$$G_b(s) = \frac{s+1}{s^2 - 0.0001s + 25}$$

(to gange CCV omkring -1, når negative frekvenser medtages).

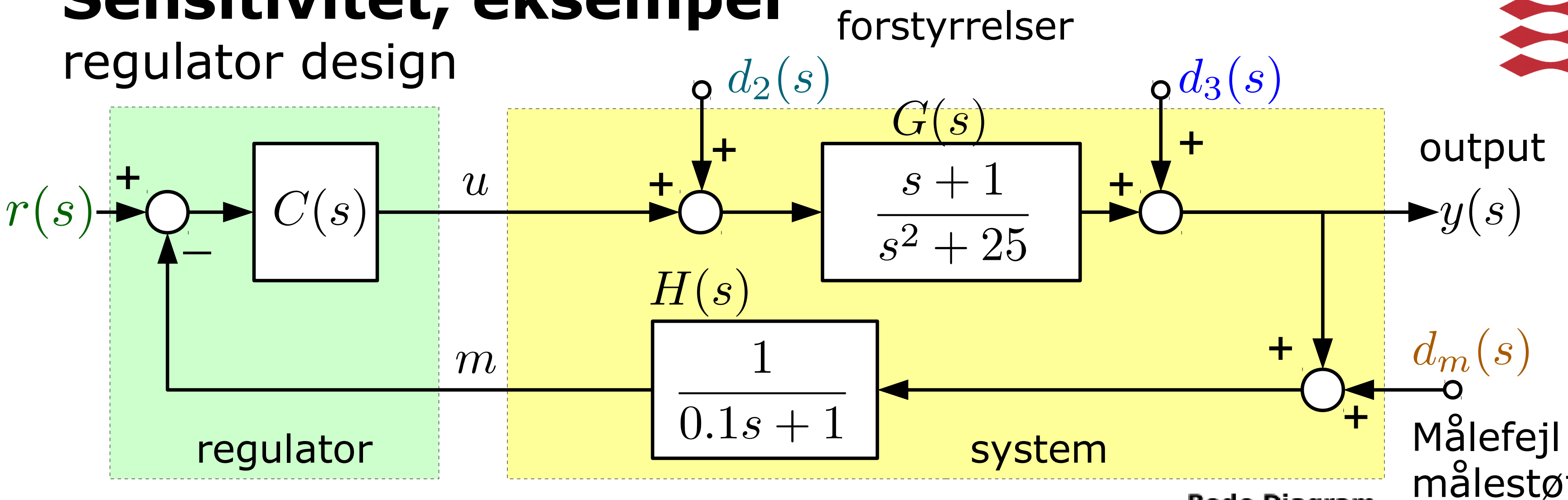
Begge stabile med en P-regulator



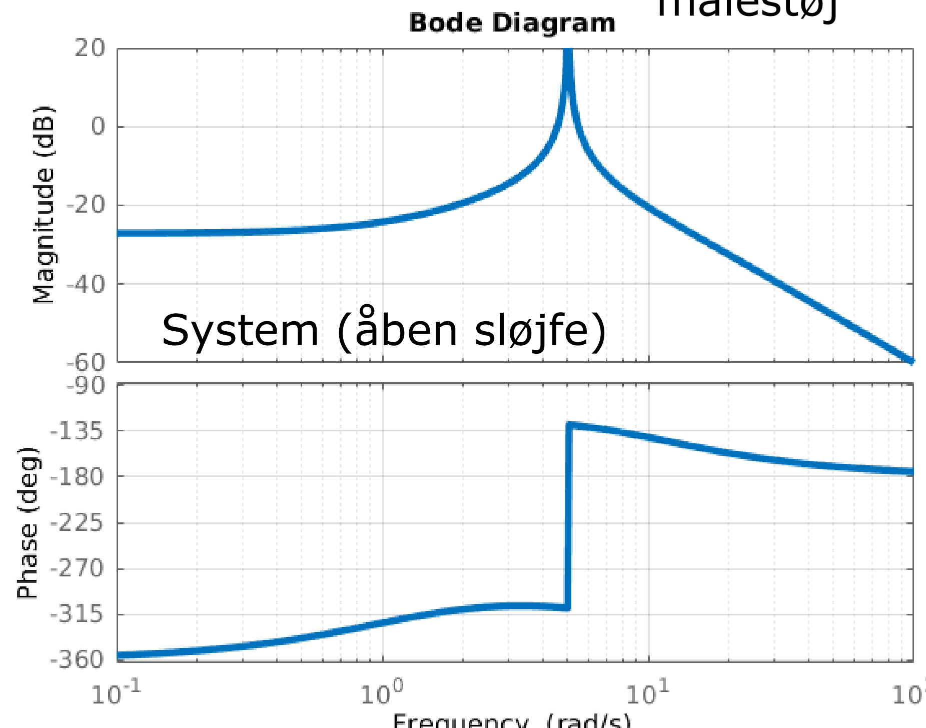
$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Sensitivitet, eksempel

regulator design



$$G(s) = \frac{s+1}{(s+j\omega_n)(s-j\omega_n)}$$



Vurdering:
Høj peak, mulighed for krydsfrekvens ved højere frekvens end peak.

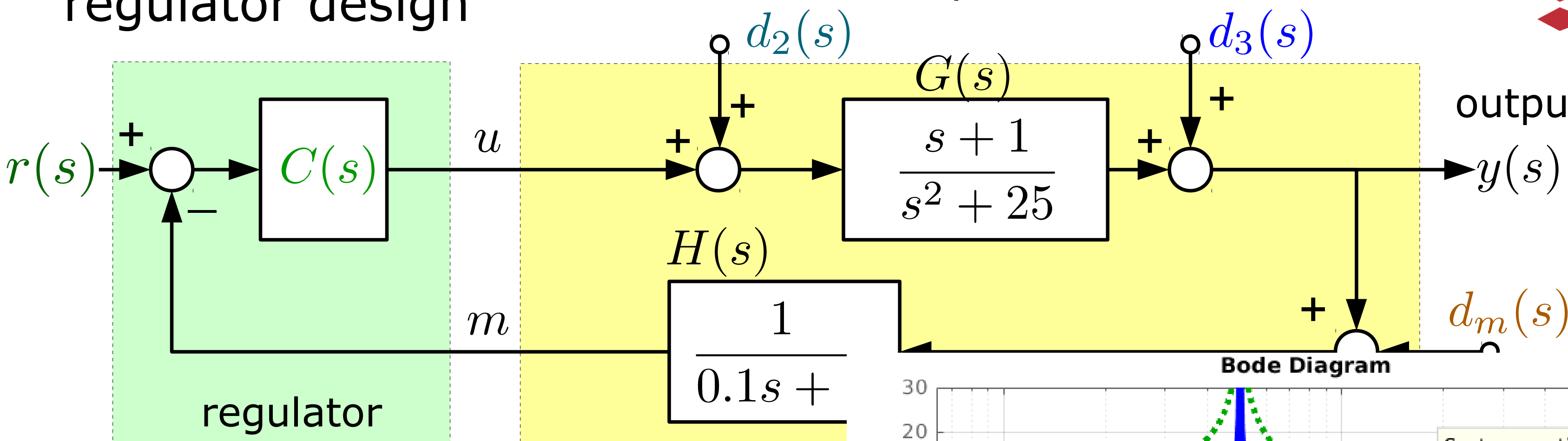
I-led nulpunkt omkring peak frekvens for at øge loop-gain (reducere fejl)

$$\tau_i = 0.2 \qquad C_i = \frac{0.2s+1}{0.2s}$$

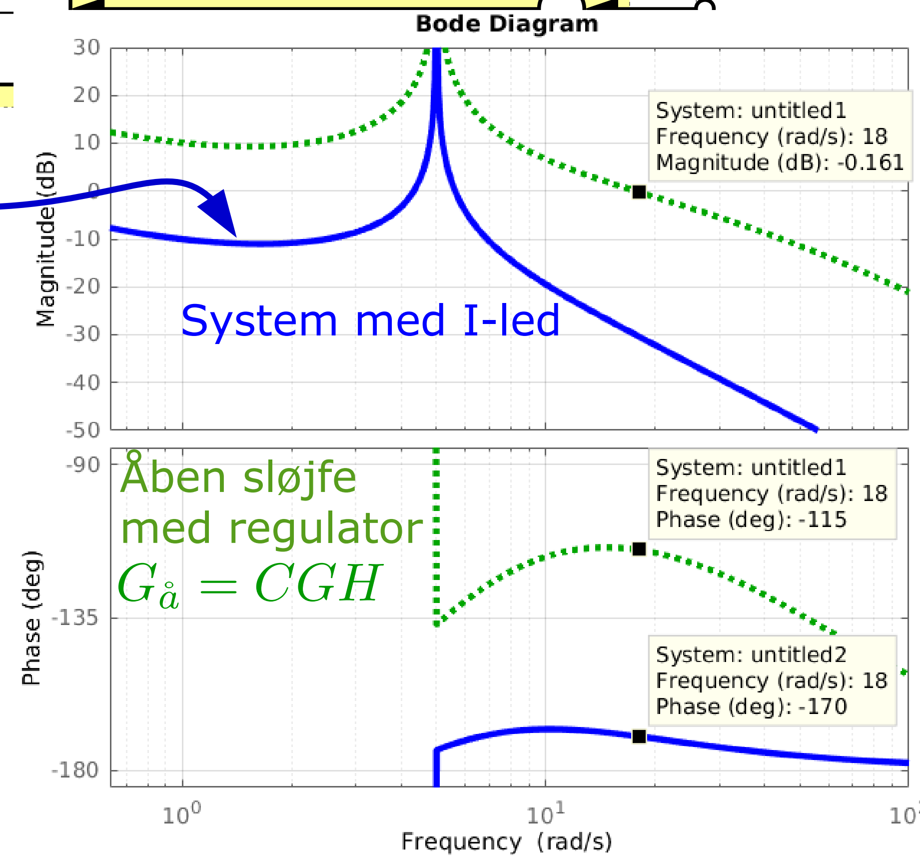
$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Sensitivitet, eksempel

regulator design



$$GC_i(s) = \frac{s+1}{s^2+25}\,\frac{1}{0.1s+1}\,\frac{0.2s+1}{0.2s}$$



Et Lead-led for at forbedre fasemargin

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow \varphi_M = 55^o \qquad \gamma = 65^o$$

$$\angle(GC_i) = -180 + 65 - 55 = -170^o$$

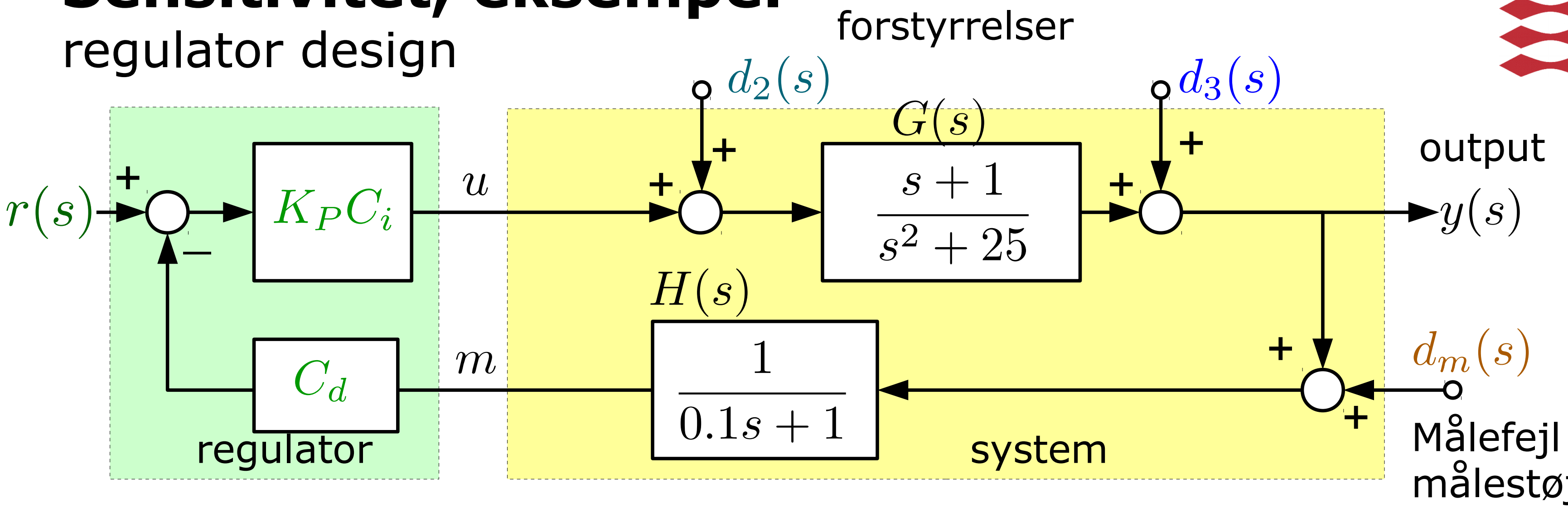
$$\omega_c = 18\,\mathrm{rad/sek},\ \ \tau_d = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.18$$

$$C(s) = 10\frac{0.2s+1}{0.2s}\,\frac{0.18s+1}{0.018s+1}$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Sensitivitet, eksempel

regulator design

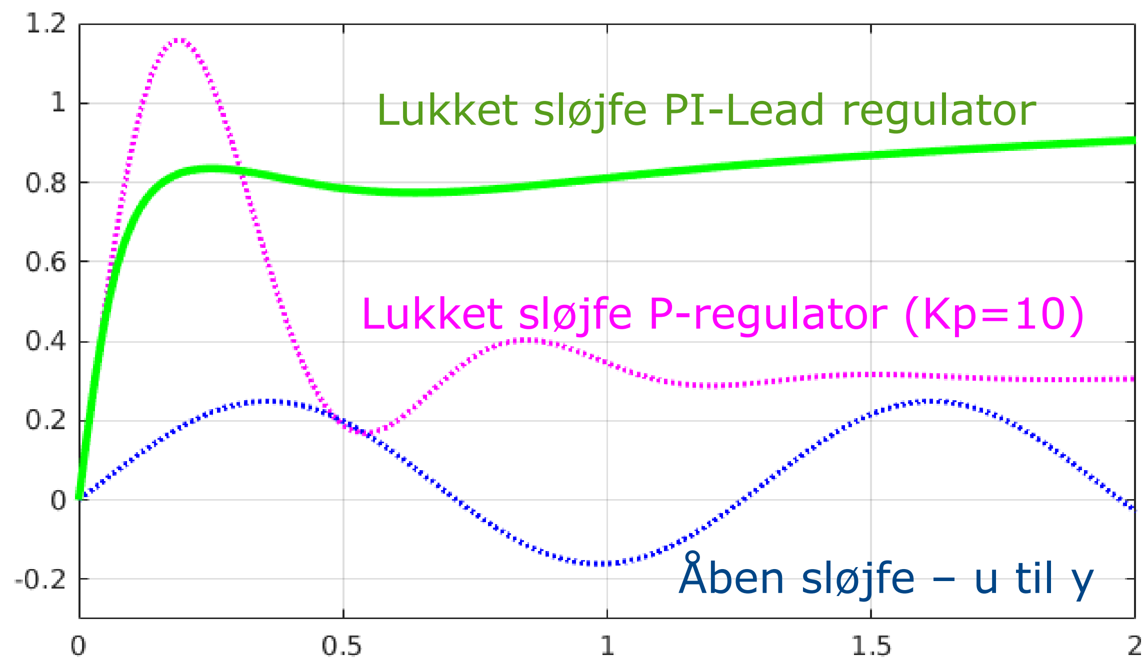


$$K_P Ci = 10\frac{0.2s+1}{0.2s}$$

$$C_d = \frac{0.18s+1}{0.018s+1}$$

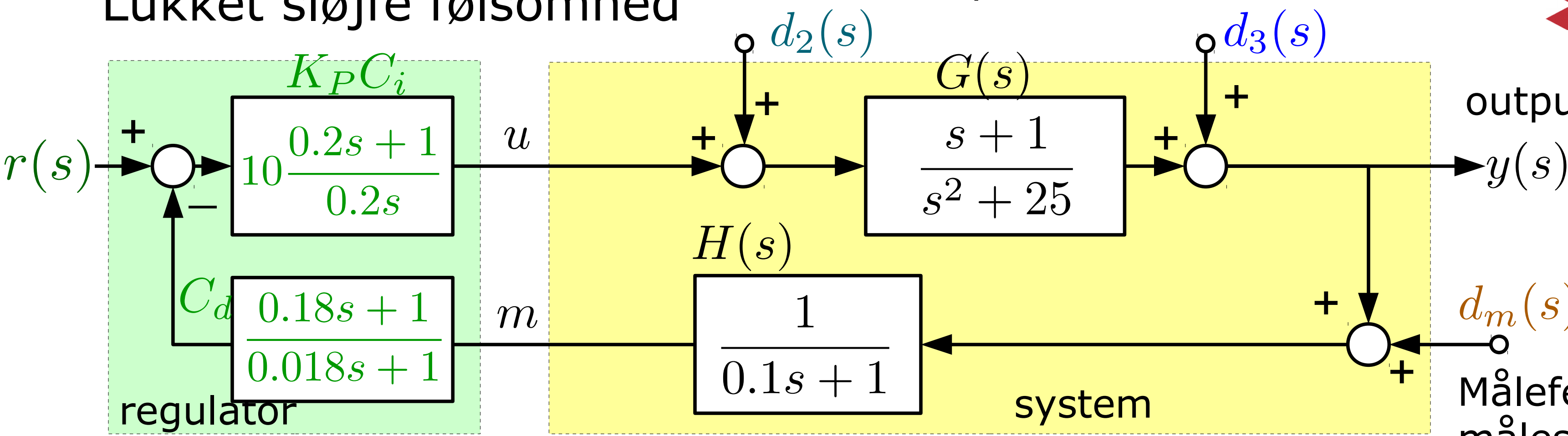
$$\frac{y}{r} = \frac{K_P C_i G}{1 + Kp C_i G H C_d}$$

PI-Lead regulator
design er OK



Sensitivitet, eksempel

Lukket sløjfe følsomhed



Optimalt

$$y_r = \frac{y(s)}{r(s)} = 1 \qquad y_{d2} = 0$$

$$y_{d3} = 0 \qquad y_{dm} = 0$$

Sensitivitetsfunktion

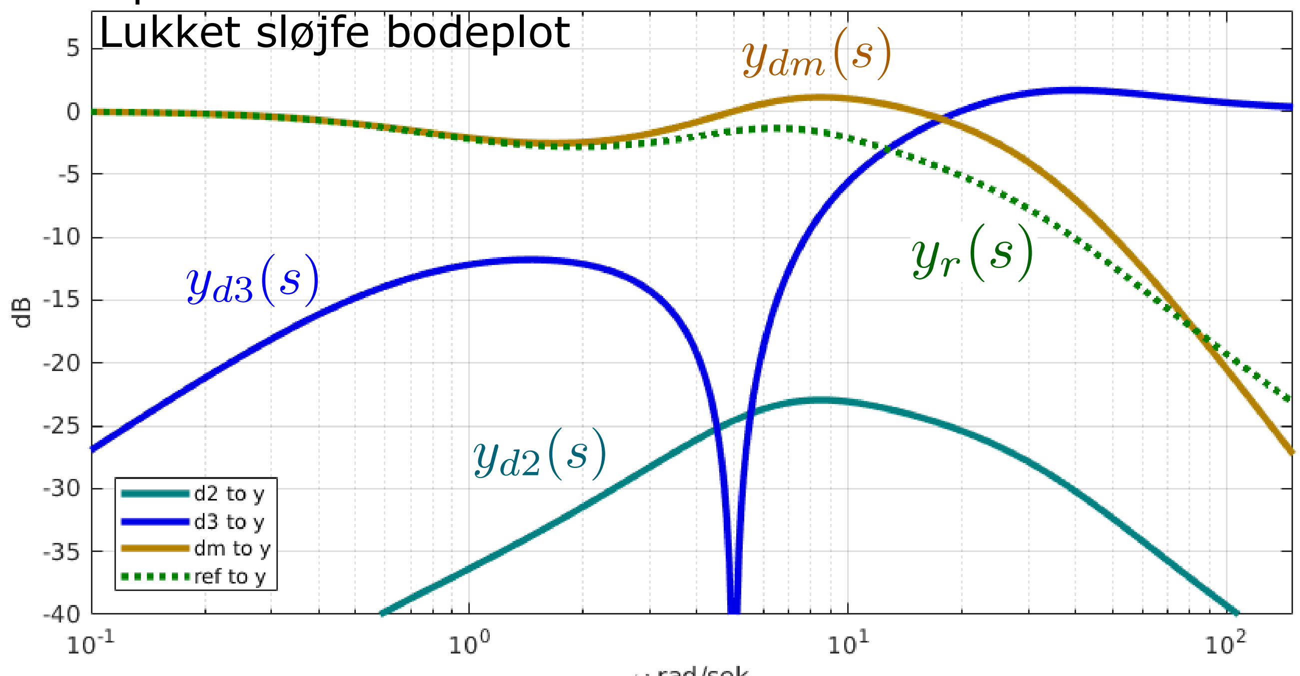
$$y_{d3}(s) = \frac{1}{1+G_å}$$

Komplementær sensitivitetsfunktion

$$y_{dm}(s) = \frac{-G_å}{1+G_å}$$

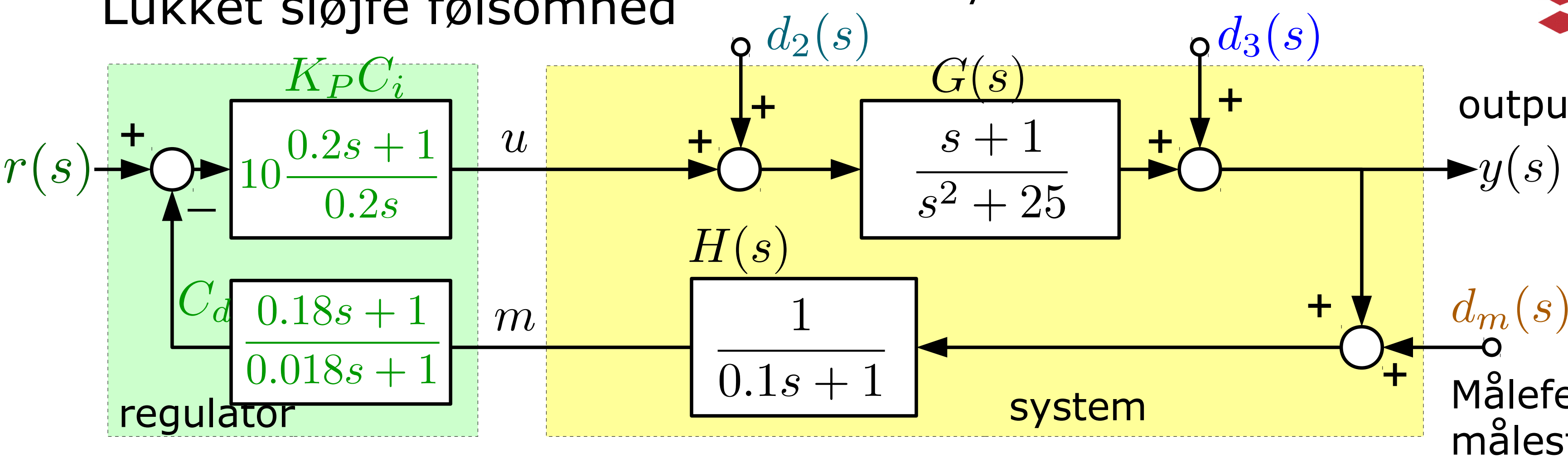
Opnået

Lukket sløjfe bodeplot



Sensitivitet, eksempel

Lukket sløjfe følsomhed

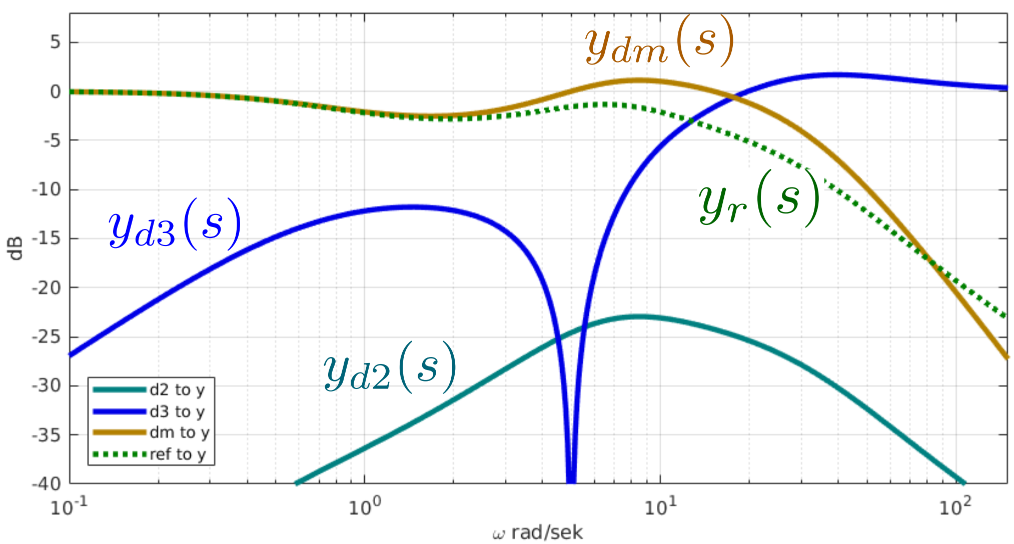


Kontrolspørgsmål:

1) Hvorfor findes der ikke en frekvens, hvor $d_3(s)$ og $d_m(s)$ kan undertrykkes samtidigt?

2) Hvorfor har $y_{d3}(s)$ et dyk ved ca. 5 rad/sek ?

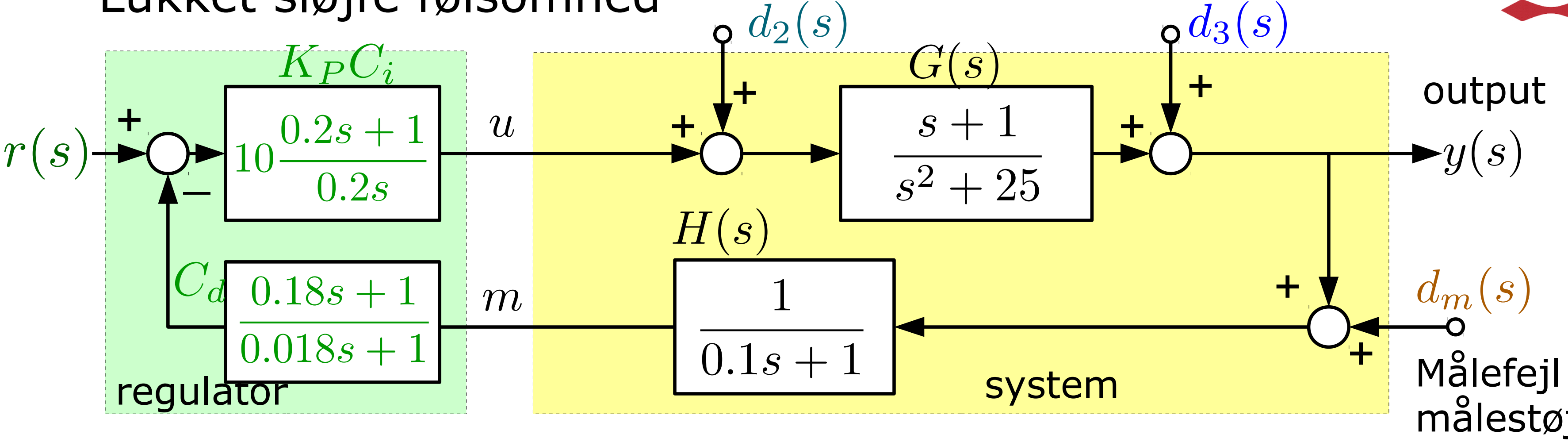
Opnået
Lukket sløjfe bodeplot



Sensitivitet, eksempel

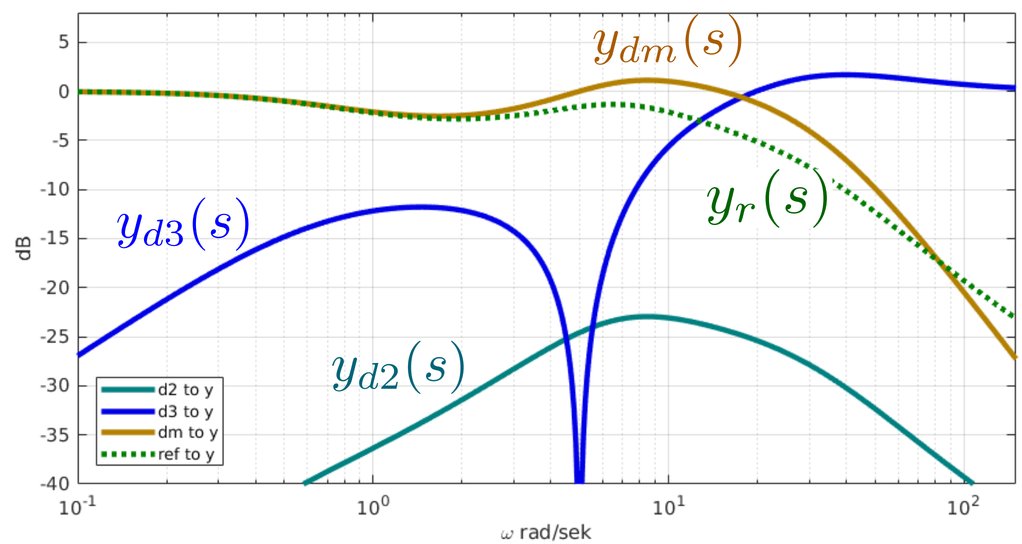
Lukket sløjfe følsomhed

forstyrrelser



Kontrolspørgsmål:
1) Hvorfor findes der ikke en frekvens, hvor $d_3(s)$ og $d_m(s)$ kan undertrykkes samtidigt?

Opnået
Lukket sløjfe bodeplot



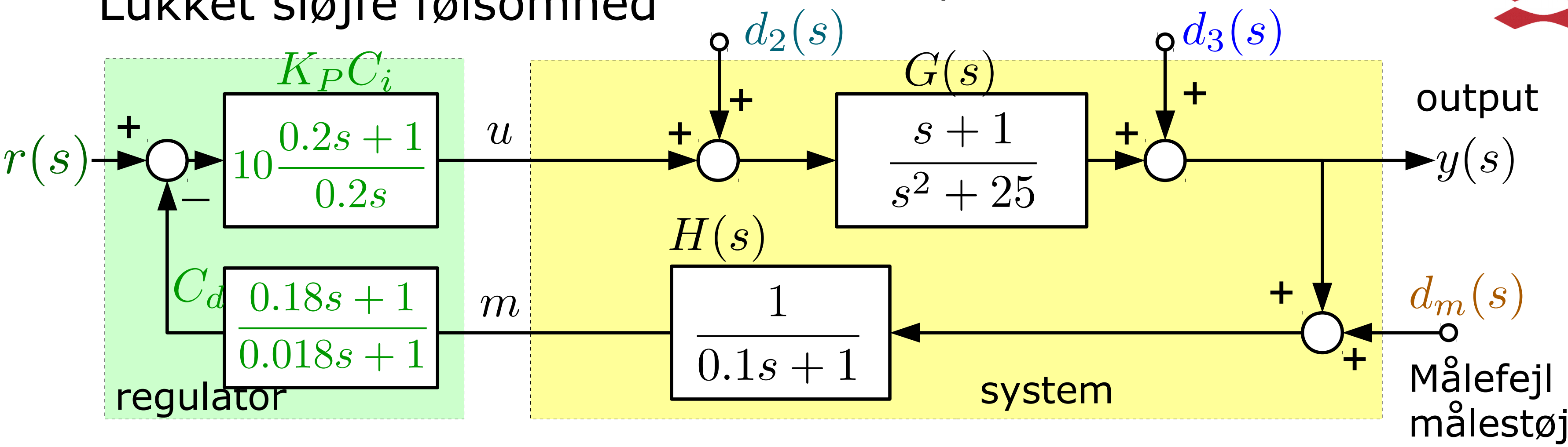
De to funktioner er komplementære

$$\left|\frac{1}{1+G_å}\right| + \left|\frac{-G_å}{1+G_å}\right| = \left|\frac{1+G_å}{1+G_å}\right| = 1$$

Derfor er $|y_{d3}(s) + y_{dm}(s)| = 1$
Og kan derfor ikke undertrykkes samtidigt

Sensitivitet, eksempel

Lukket sløjfe følsomhed

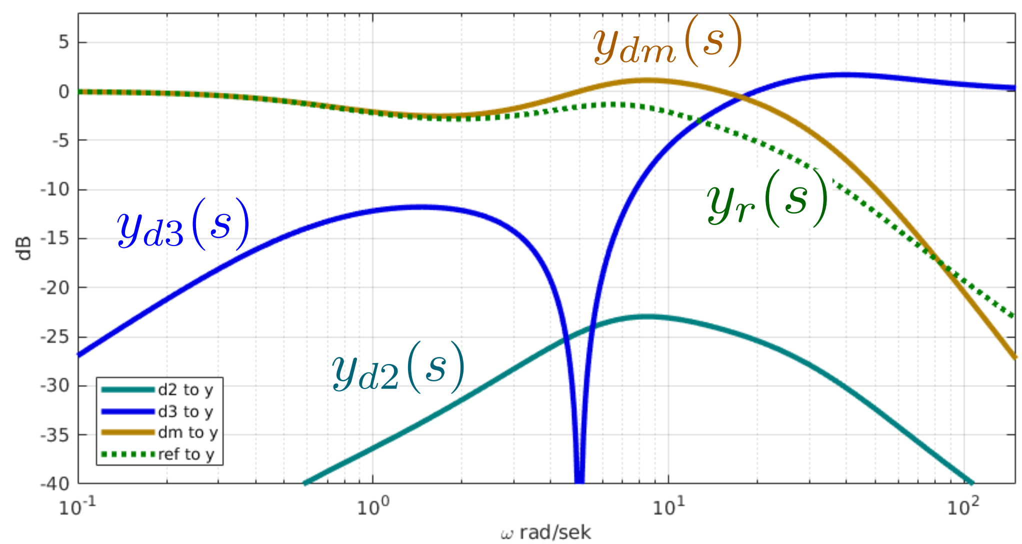


Kontrolspørgsmål:

2) Hvorfor har $y_{d3}(s)$ et dyk ved ca. 5 rad/sek ?

Høj sløjforstærkning giver lille fejl – og dermed god undertrykkelse af forstyrrelser. Og netop ved 5 rad/sek har sløjfeforstrærkning en peak (se open loop bodeplot tidligere)

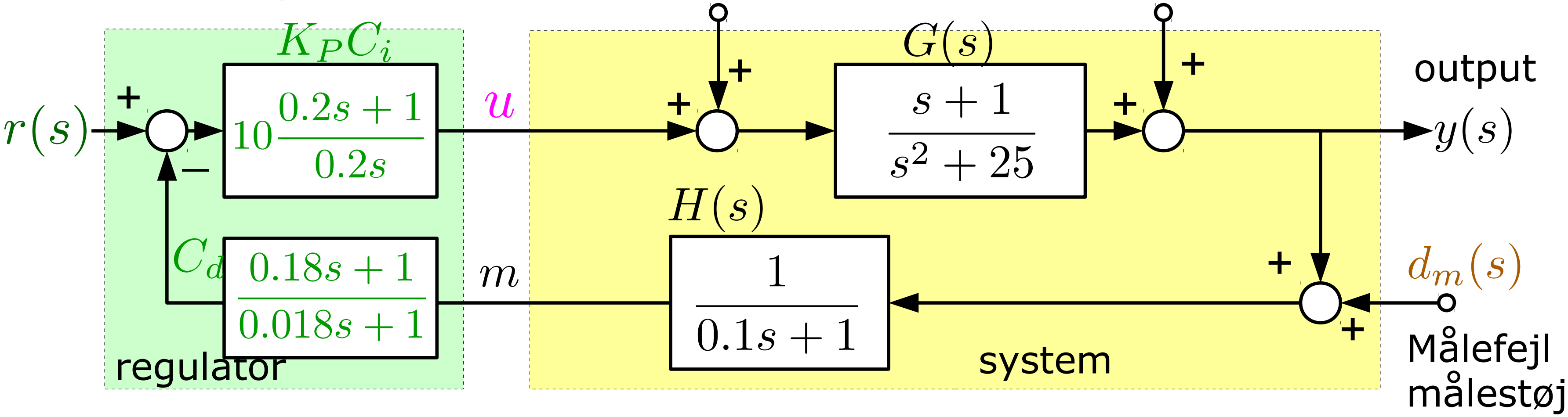
Opnået
Lukket sløjfe bodeplot



Målestøj og styresignal

DTU Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering

Sensitivitet, eksempel
styresignal følsomhed

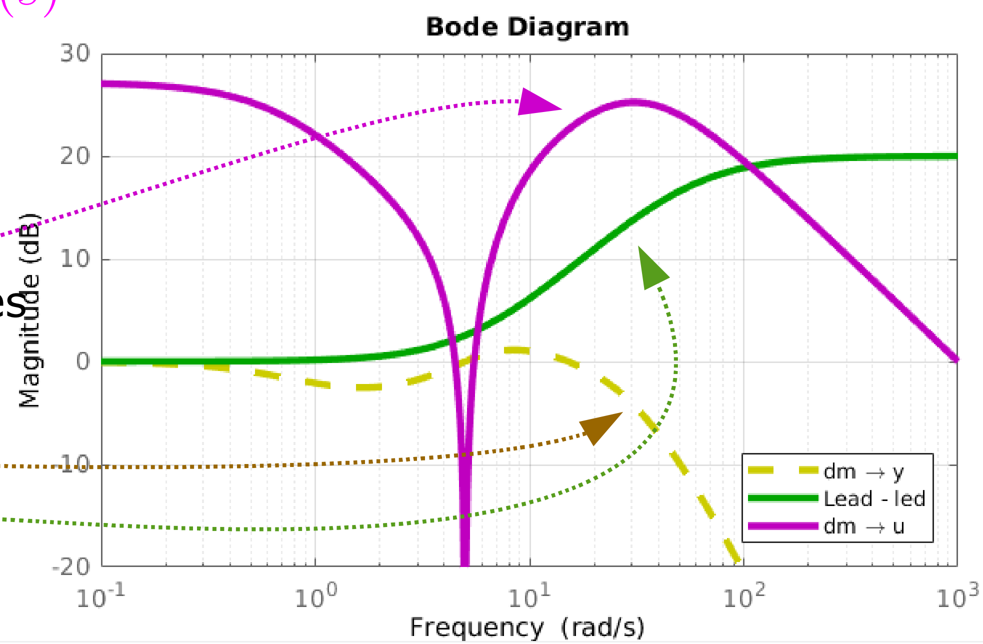


Overføringsfunktion fra $d_m(s)$ til $u(s)$

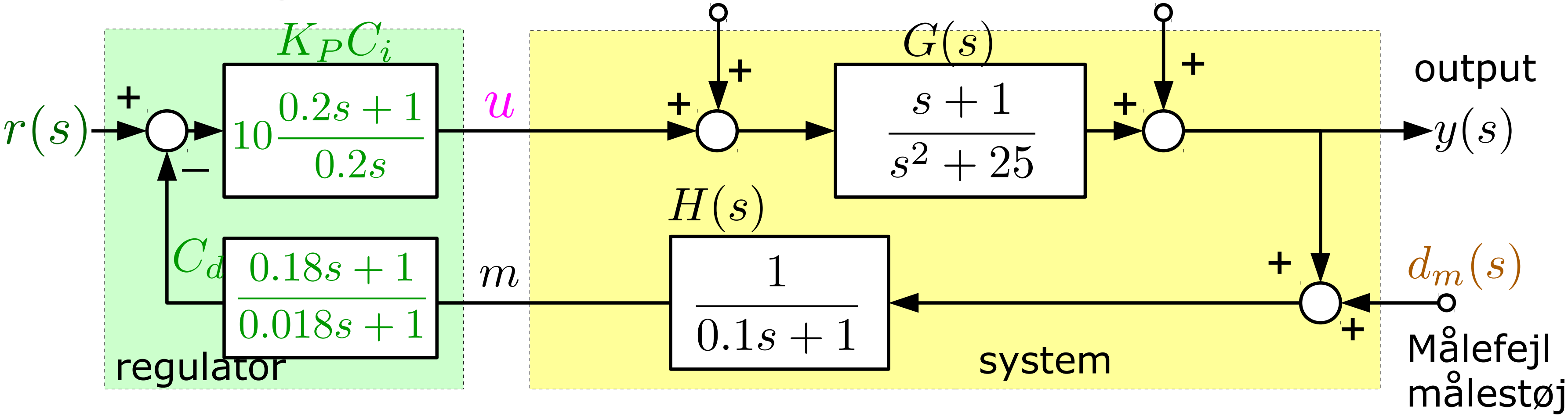
$$u_{dm} = \frac{u(s)}{d_m(s)} = \frac{-HC_dK_PC_i}{1+G_å}$$

Målestøj fra 10-100 rad/s forstærkes med mere end 20dB, til u selv om virkning på y er betydeligt mindre.

- Lead led bidrager væsentligt til denne støjfølsomhed. (bliver dog her dæmpet af H(s))



Sensitivitet, kontrolspørgsmål
styresignal følsomhed



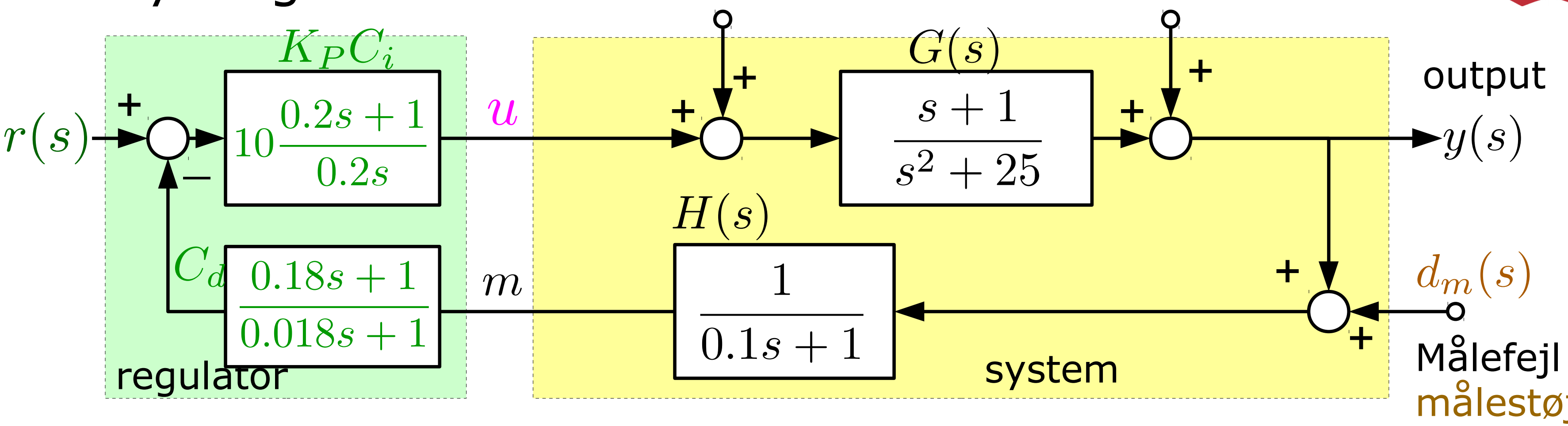
Kontrolspørgsmål

Lead led bidrager til at u er følsom overfor højfrekvent målestøj.

3) Vil det hjælpe, eller gøre det værre, hvis Lead-led flyttes til fremkoblingsgrenen (og ikke som vist i tilbagekoblingsgrenen)?

Sensitivitet, kontrolspørgsmål

styresignal følsomhed



Kontrolspørgsmål

Lead led bidrager til at u er følsom overfor højfrekvent målestøj.

3) Vil det hjælpe, eller gøre det værre, hvis Lead-led flyttes til fremkoblingsgrenen (og ikke som vist i tilbagekoblingsgrenen)?

Nej, det gør ingen forskel da Lead-led i begge tilfælde er i fremkoblingsgren fra målestøj til u.

Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Kursusuge 11

Plan

- Forstyrrelser og stationær fejl
- Sensitivitet for forstyrrelser
- Forfilter

Grupperegning

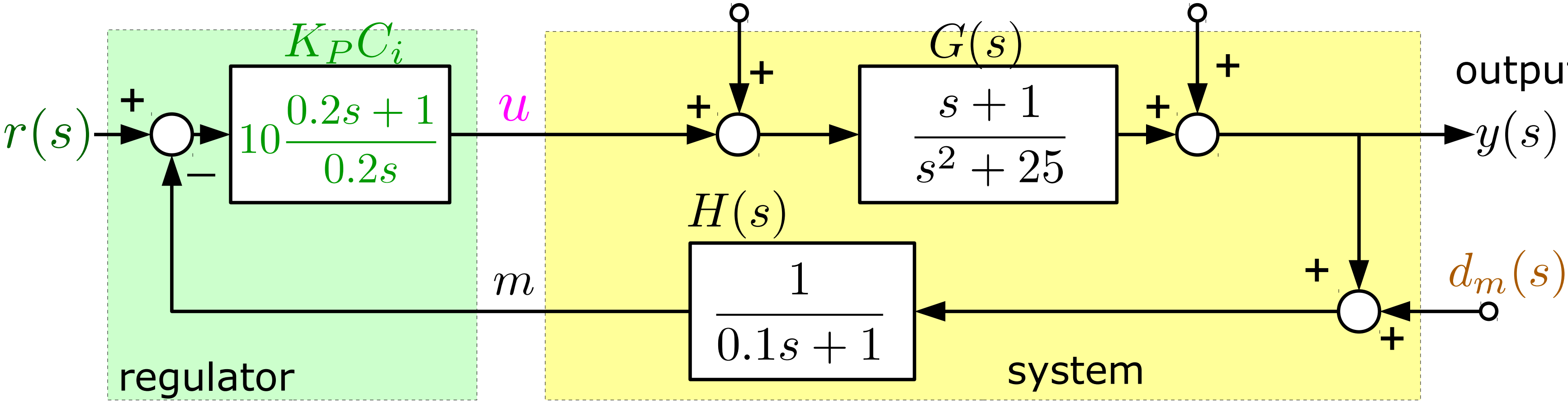
- Sensitivitet

Øvelse 10+11+12

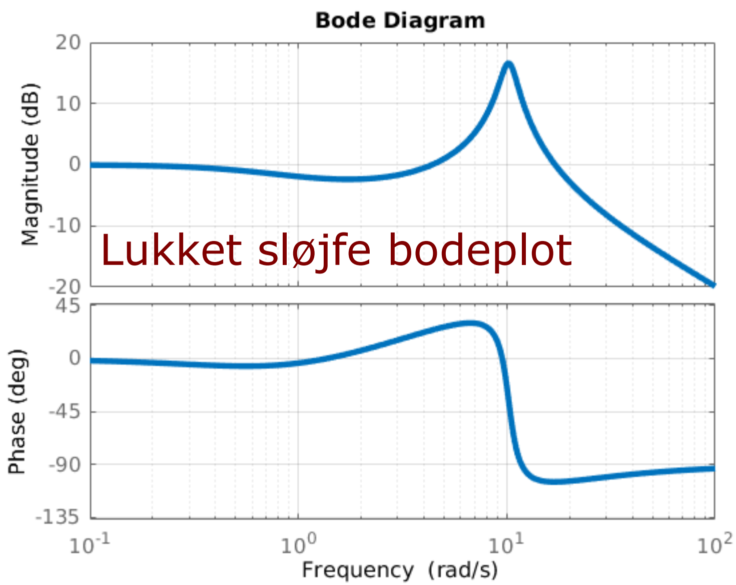
- REGBOT balance udfordring
  - Modellering (simscape mechanics)
  - Balance regulator
  - Hastighedsregulator

DTU Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering

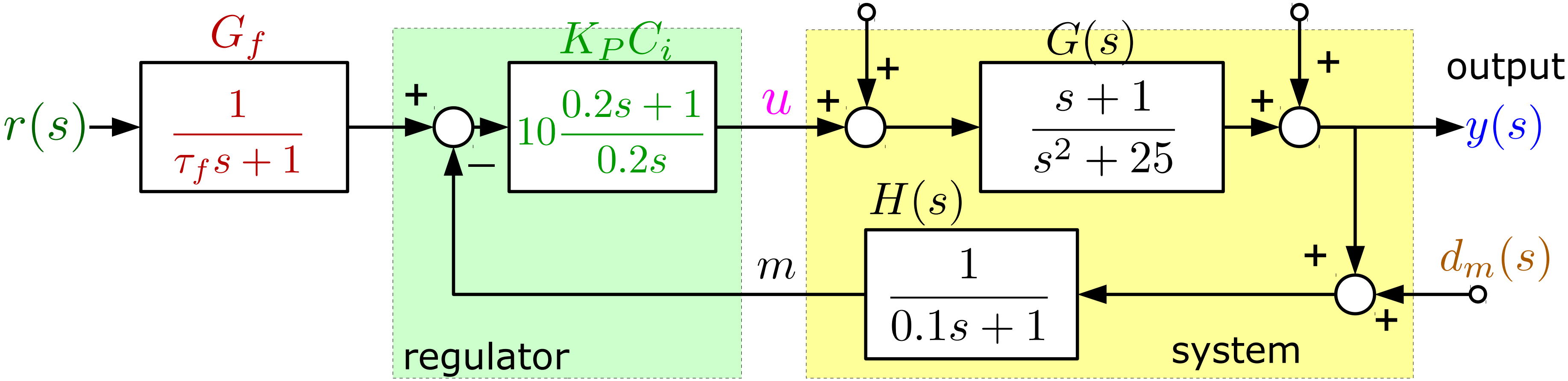
Forfilter



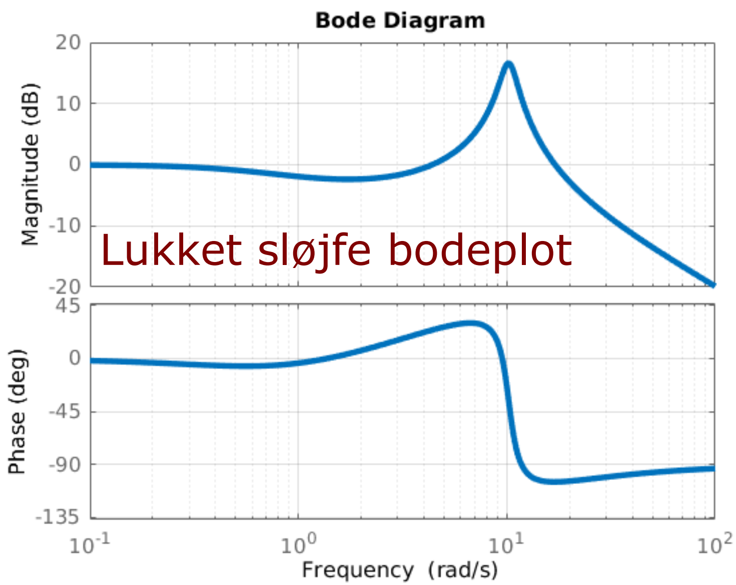
Lead-led giver for meget forstærkning af målestøj, men uden Lead led fås for mange svingninger.

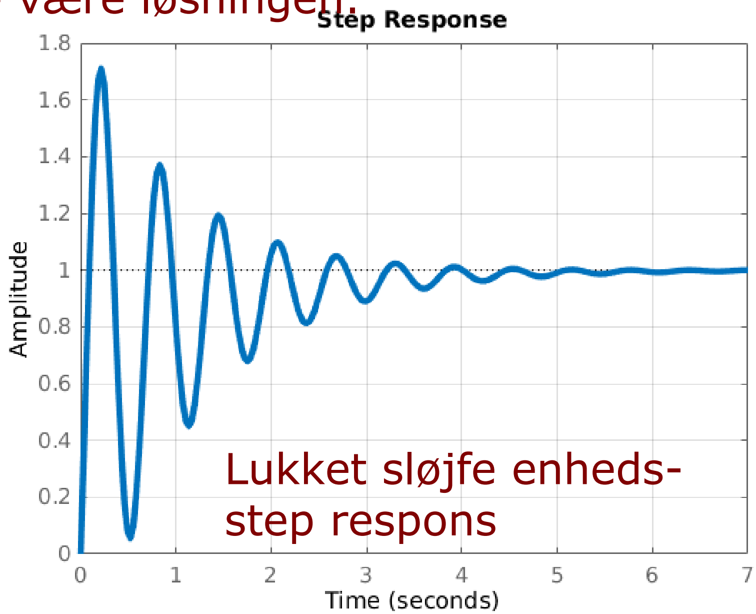


Forfilter

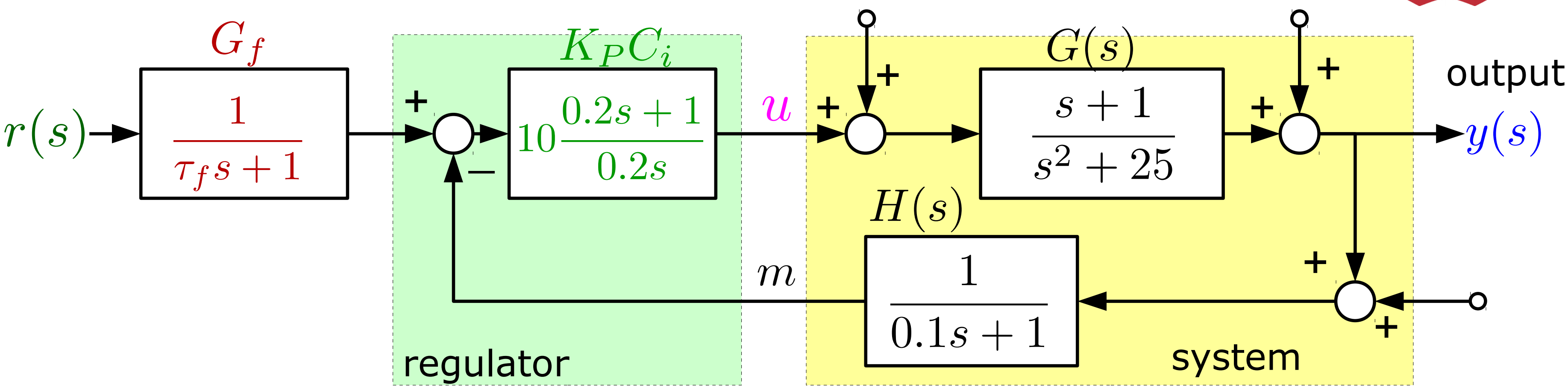


Et forfilter med en steady-state gain på 1, og en pol, der dæmper peak i reguleringssløjfens overføringsfunktion kunne være løsningen.





Forfilter



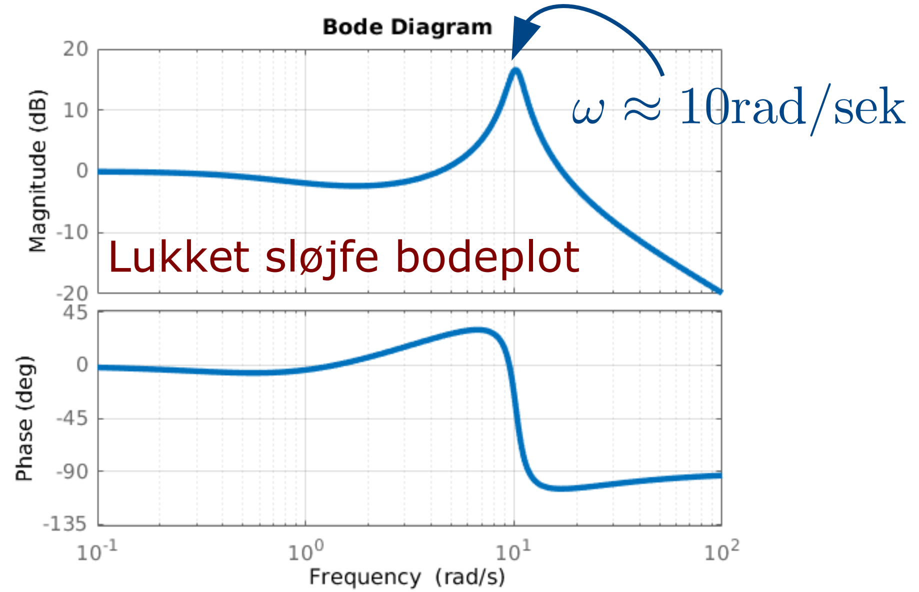
Et forfilter med en kunne være løsningen

En pol, kunne dæmpe peak i reguleringssløjfens overføringsfunktion .

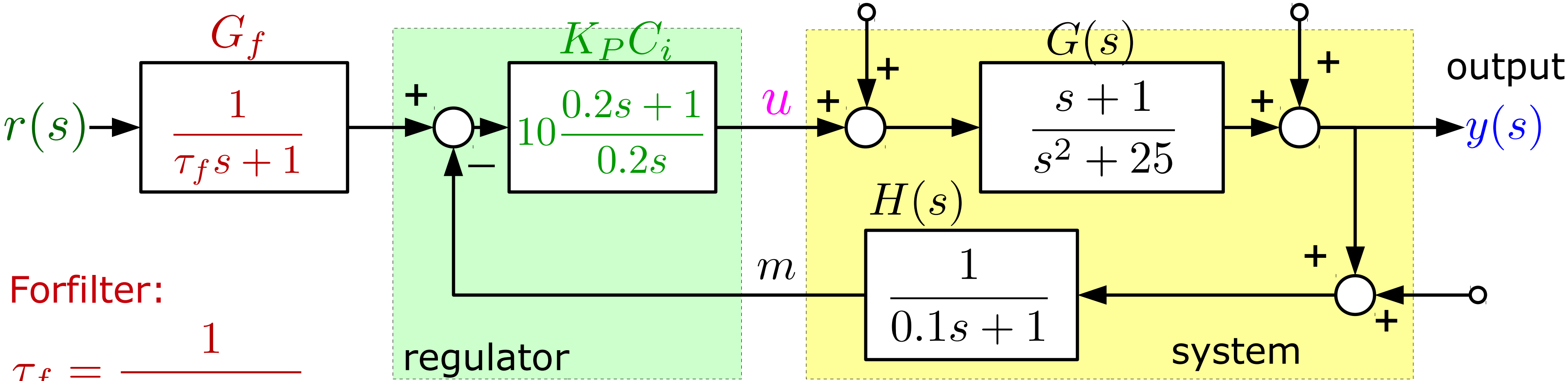
Med steady state gain på 1 bevares 0 dB gain fra *r* til *y*.

En peak på 16 dB (=6.3) ved 10 rad/sek, og pol der giver -20 dB/dekade fås:

$$\tau_f = \frac{6.3}{10} \Rightarrow G_f(s) = \frac{1}{0.63s+1}$$

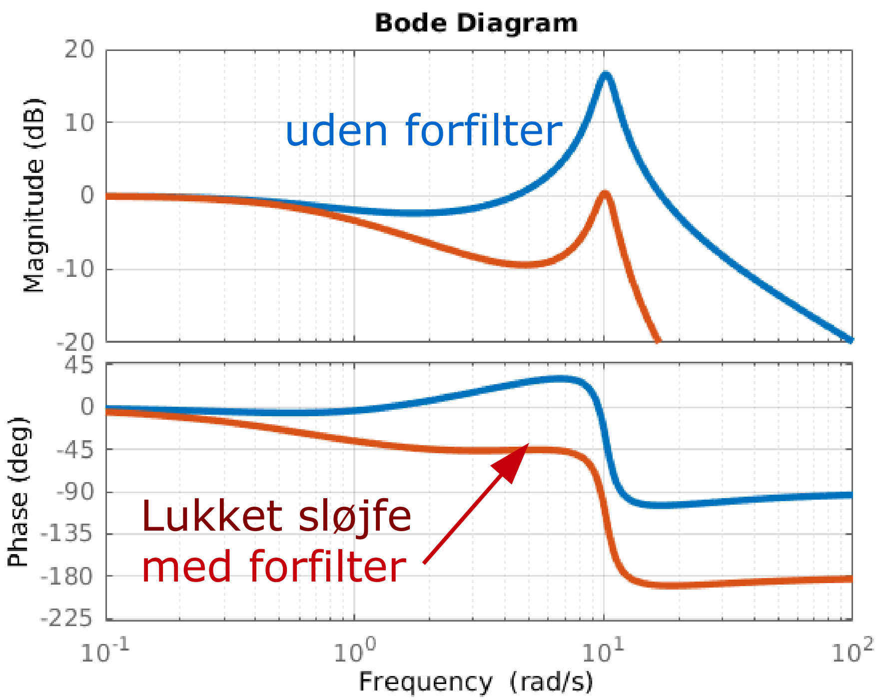


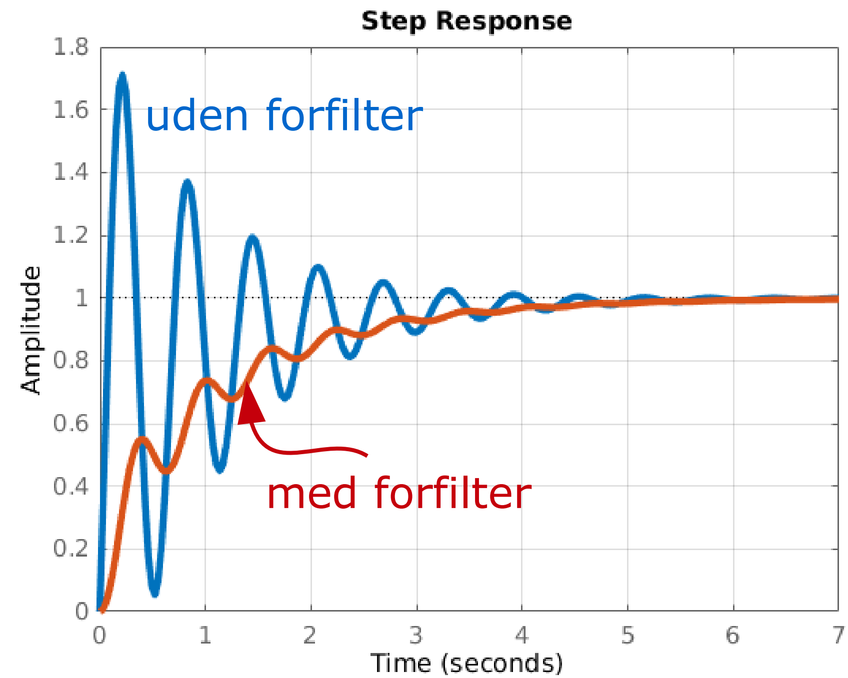
Forfilter



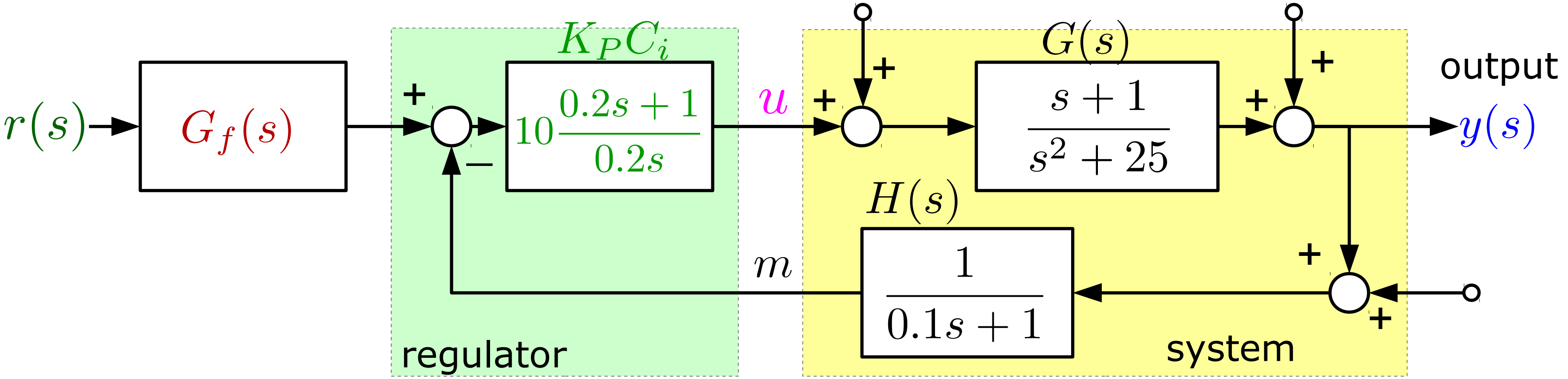
Forfilter:

$$\tau_f = \frac{1}{0.63s+1}$$





Forfilter

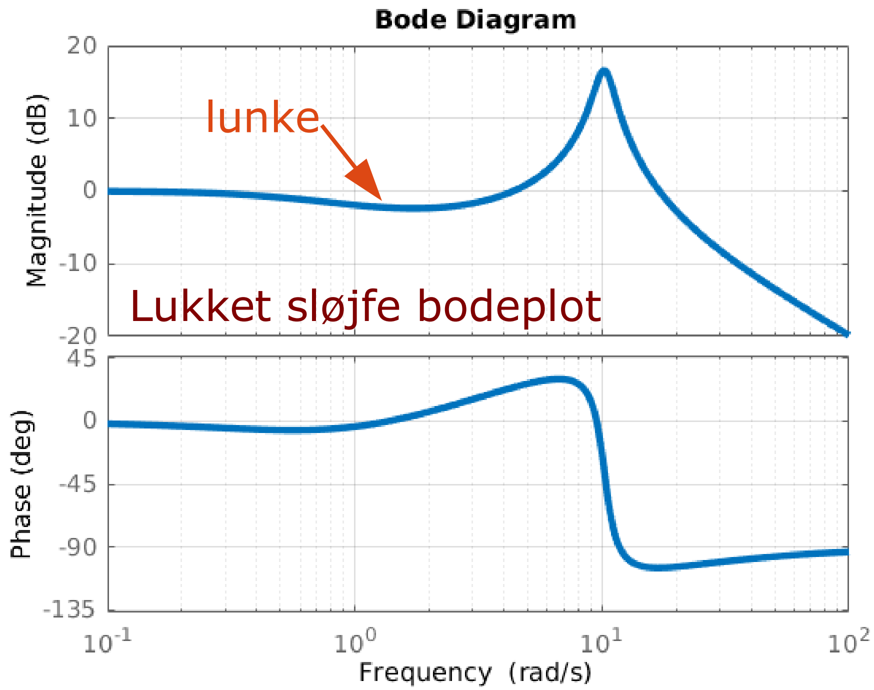


Et forfilter kunne måske også tilpasses bedre til regulatoren, så bodeplot kunne gøres mere flad (0 dB er jo idealet

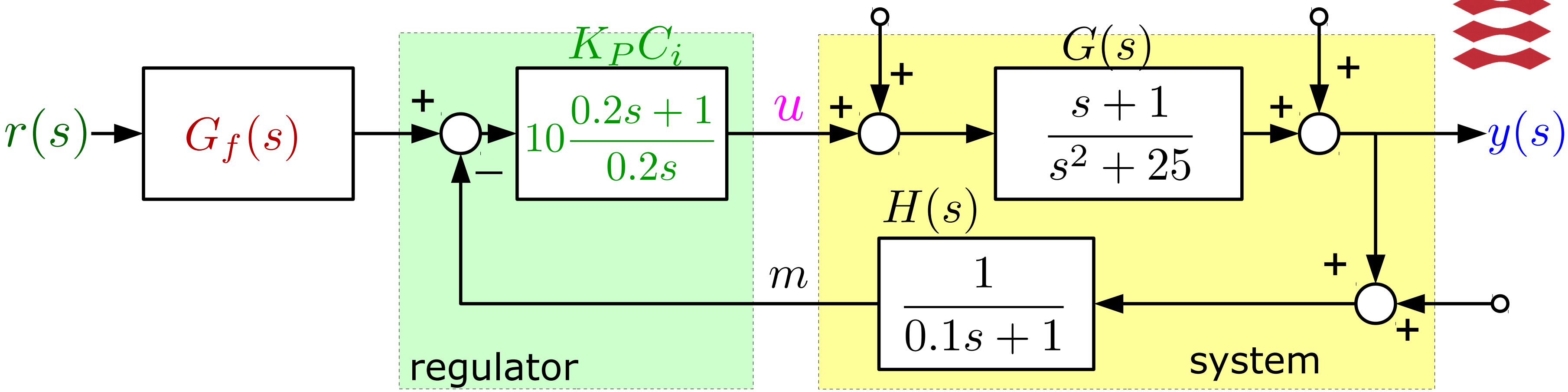
Lunken kunne hæves med et Lead-led, omkring 1 rad/sek

Og et 2. orden nulpunkt, omvendt af peak, og med poler ved en højere frekvens.

(polplombering)



Forfilter

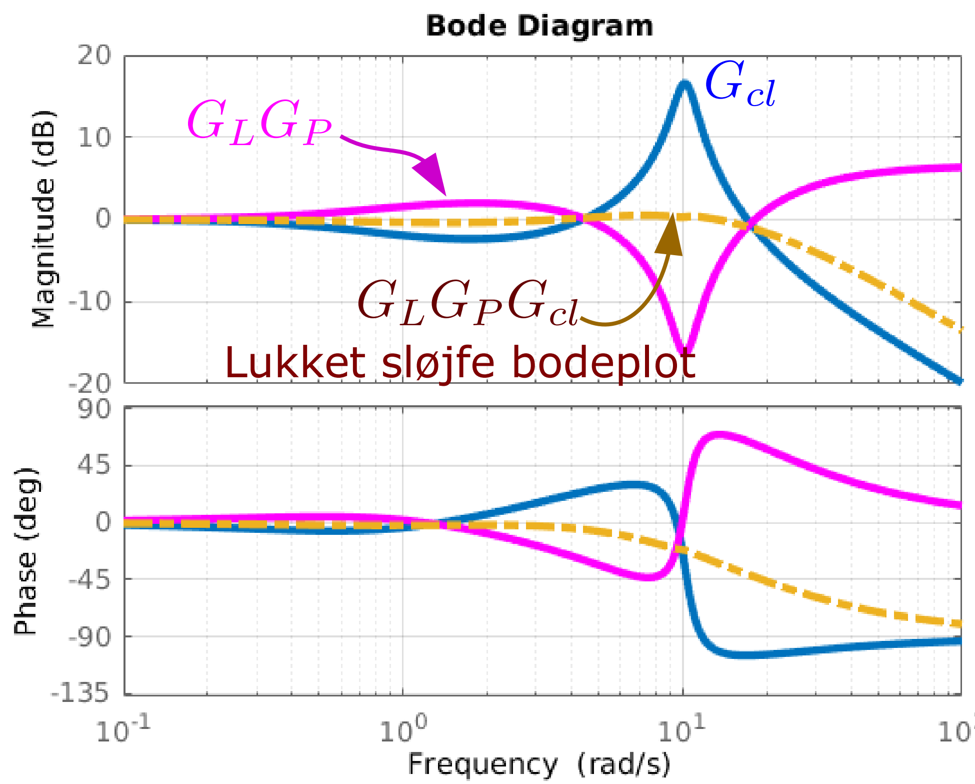


Et forfilter tilpasset regulator:
Lunke hæver:

$$G_L(s) = \frac{1.35s+1}{0.95s+1}$$

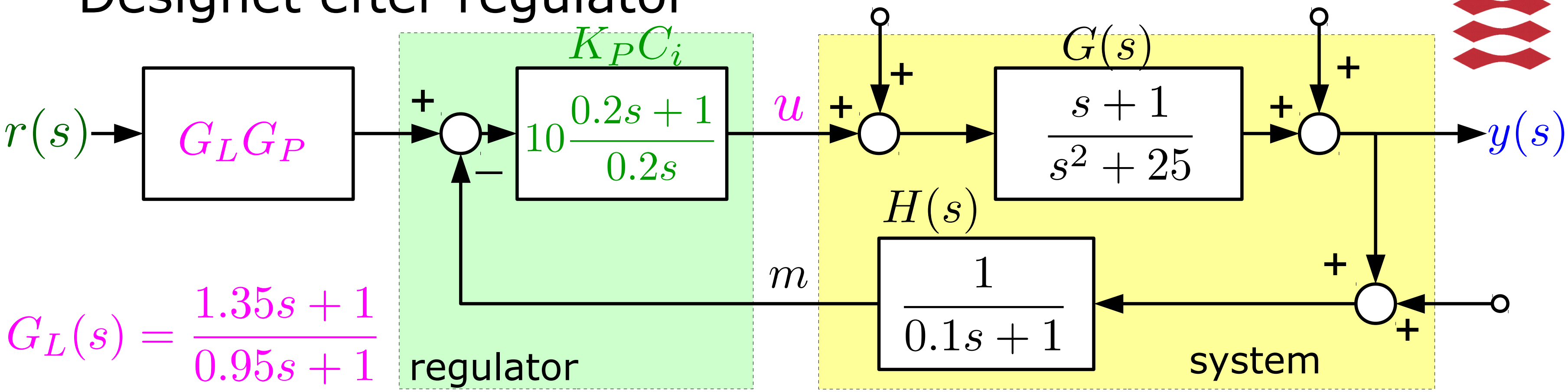
Peak eliminator

$$G_P(s) = \frac{0.0096s^2+0.0176s+1}{0.0064s^2+0.16s+1}$$



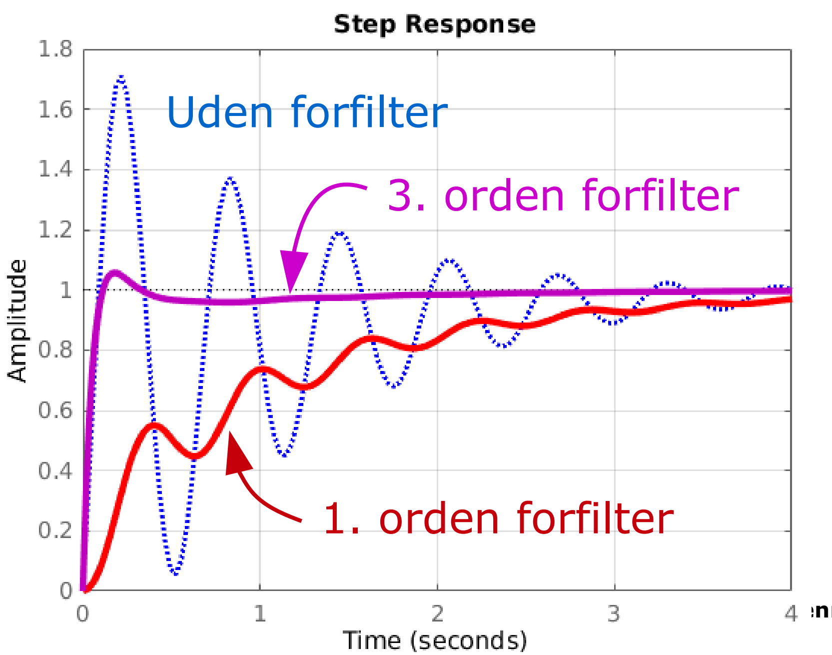
Forfilter

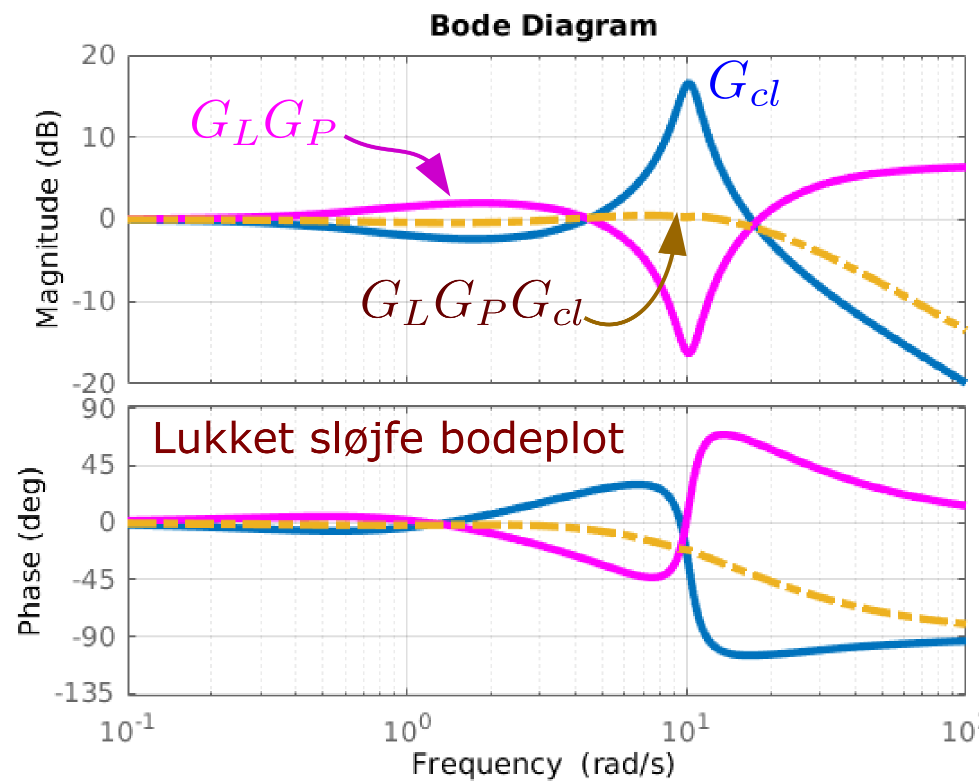
Designet efter regulator



$$G_L(s) = \frac{1.35s+1}{0.95s+1}$$

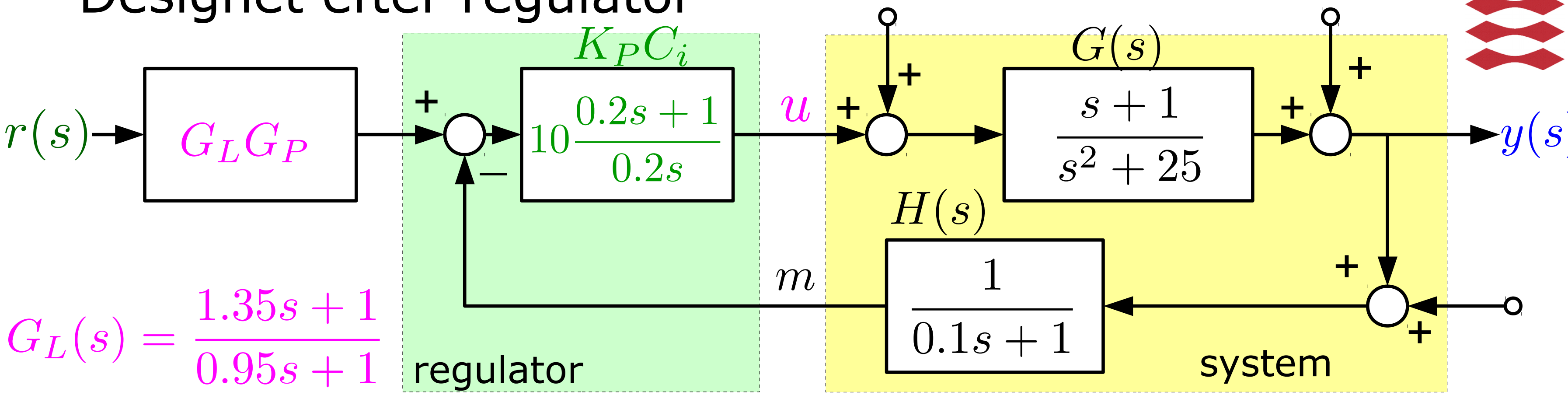
$$G_P(s) = \frac{0.0096s^2+0.0176s+1}{0.0064s^2+0.16s+1}$$





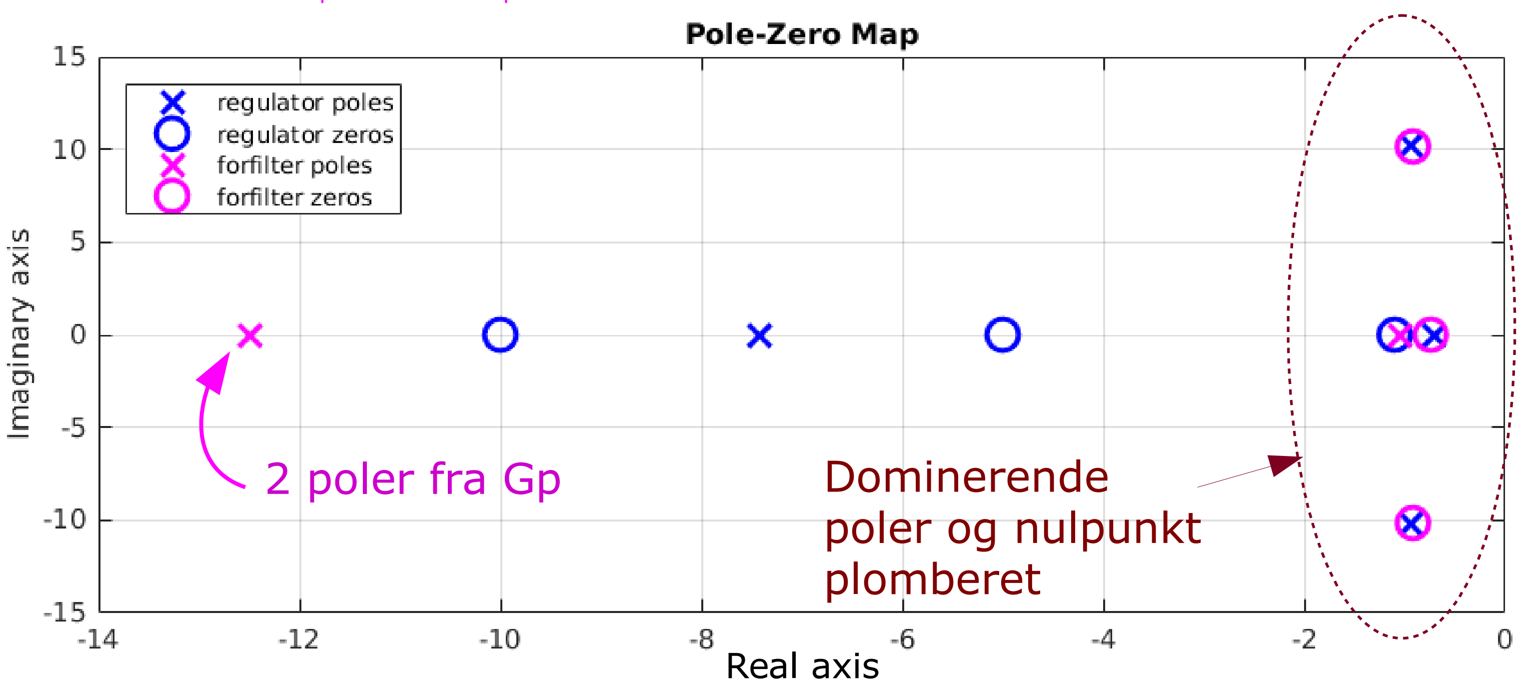
Forfilter

Designet efter regulator



$$G_L(s) = \frac{1.35s+1}{0.95s+1}$$

$$G_P(s) = \frac{0.0096s^2+0.0176s+1}{0.0064s^2+0.16s+1}$$



Nu og fremover

- Hjemmeopgave
  - Sensitivitetsopgave

- Øvelse:
  - REGBOT Balance fortsat

- Plan for resten af kurset (lektion og *øvelse*)
  - 12 Feed forward, delay (*REGBOT balance – youtube?*)
  - 13 Prøveeksamen, kursusevaluering, digital regulator (*REGBOT rapport*)