Institut for Elektroteknologi, Automation and Control

31300/31301 Reguleringsteknik 1

Forår 2017 rev 2/jca

Øvelsesvejledning nr. 3 (+4) - Modellering

Øvelsen strækker over to kursusdage.

Formål

Øvelsen understøtter følgende af kursets læringsmål:

1. Udlede modeller af dynamiske systemer og formulere dem på gængs matematisk form, herunder på blokdiagramform
2. Bestemme modelparametre ud fra målinger
3. Anvende blokdiagramform til at beskrive modeller for åbne og lukkede reguleringssystemer.

Indhold

Øvelsen går ud på generere en model for robottens centrale dele, bestemme de nødvendige parametre ud fra målinger og verificere at der er overensstemmelse med målinger fra robotten.

De fundne modelparametre skal bruges i den endelige rapport (rapport 3).

Del 1: Opstilling af model i Simulink.
Med model for motor, gear og hjul uden kontakt med gulv, og sammenlign med målinger på robot.

Kun for denne del er der behov for en robot.

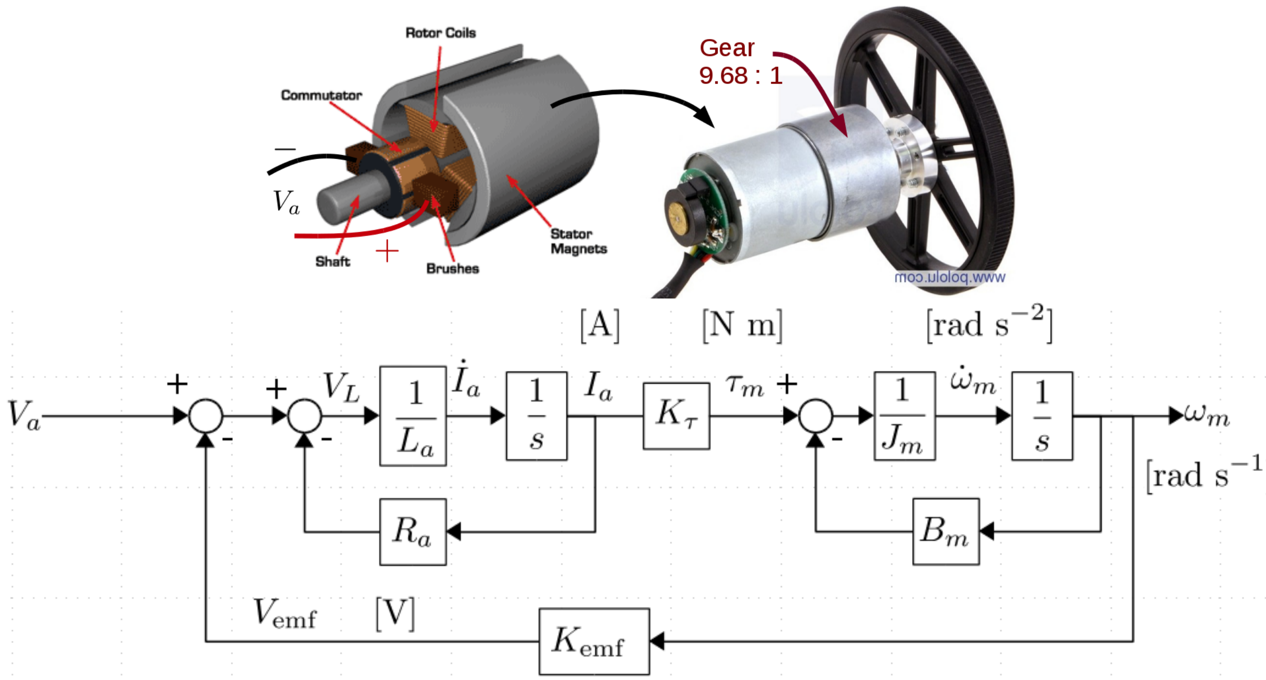
Del 2: Bestemmelse af parametre.
Ud fra målinger på robotten.
NB! del 2 tager lang tid.

Del 3: Udbygning med kørsel på gulv.
Tilføjelse af (især) robottens masse.

Del 4: Afprøvning af model med regulator.
Med regulatorparametre fra øvelse 2 (håndtuning)

Tekst med rød skrift og figurer med rød figurtekst er (mulige) resultatblokke, og ikke tilgængelig i øvelsesvejledningen. /jca

Robot dele



Figur 1: Motor, gear og hjul, samt motormodel gennemgået i lektion 1.

De centrale elektromekaniske dele af robotten er vist i figur 1. Der er 2 hjul, men vi vil kun modellere en.

Del 1: Opstilling af model (Simulink)

1. Opret en Simulink motormodel som kun indeholder integratorer, gain-blokke og summationer. Modellen skal medtage rotor (også kaldet anker) induktans, rotorviklingsmodstand, motorinerti og viskos friktion.

2. Simulink opstartshjælp

   Hvis du ikke har prøvet Simulink før, så er her lidt hjælp.

   - Opret et normal MATLAB script med værdi for konstanter der skal bruges i motor-gear-hjul model, f.eks.:

```
% konstanter til REGBOT model
G = 9.68;  % gearing
rw = 0.03; % hjulradius [m]
% NB! efterfølgende værdier er IKKE de rigtige,
%     men OK inden for en faktor 10-50
Ra = 4;   % Rotorviklingmodstand medregnet H-bro og ledninger [Ohm]
Ktau = 0.02; % Motorkonstant [Nm/A]
```

```
Kemf = Ktau; % Motorkonstant [Vs]
La = 0.02; % rotor (anker) induktans [Henry]
Bm = 2e-6; % viskos friktion [Nms]
Jm = 5e-6; % intertimoment for motor [Kgm^2]
```

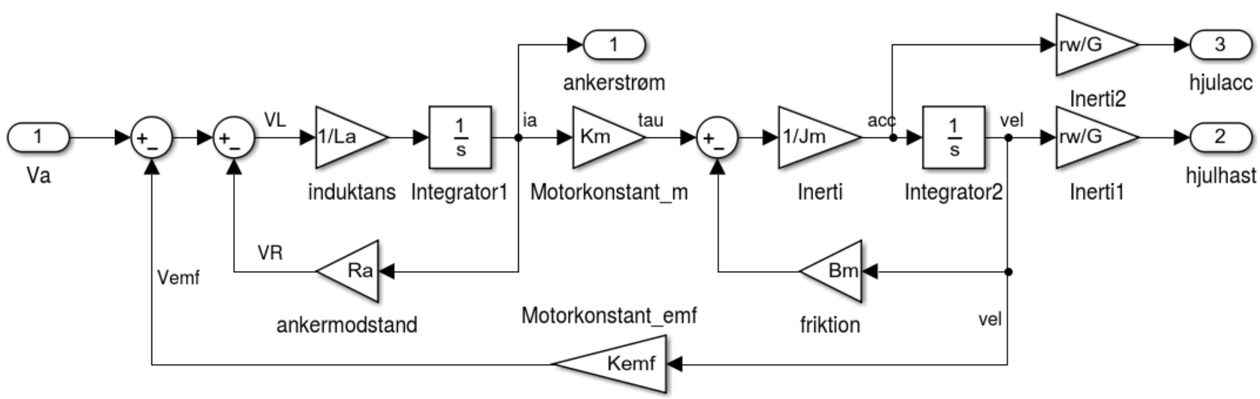
Gem og kør scriptet (i et tomt bibliotek).

- Opret en ny tom simulink model - start simulink (i menulinje), vælg "Blank model".
- I simulink editor åbnes "Library Browser" (under "View") med alle de blokke, der kan bruges i en simulink model.

  I "library Browser" findes under "Commonly used blocks" integrator blok, sum blok og gain blok, træk dem over i det nye editor vindue, og forbind ved at trække et udgang til en indgang. En blok roteres med "ctrl r".

  Opbyg en motormodel med de nødvendige blokke og medtag gear og hjul, så output bliver hjulets periferihastighed (hastighed på gulv).

  Dobbeltklik på blokkene for at åbne parameter editoren,her indtastes værdier som symboler (fra scriptet), værdier kan også være tal eller udregninger.



Figur 2: Motormodel, som gennemgået i lektion, suppleret med gear, og hjulradius for både hastighed og acceleration.

3. Simuleret step.

   - Tilslut et step til ankerspænding (stepfunktion findes i library Browser findes under "sources"). Sæt step parameterværdier "initial value", "final value" og "step time" til de samme værdier, som der bruges skal bruges under måling på robot, et step fra 3 til 4 Volt efter 0.5 sekunder er nok godt (et step fra 0V er ikke godt, da overgang fra statisk friktion gør at sammenligning bliver vanskelig). Efterlad øvrige parametre i blokken som de er default.
   - Omregn motoromdrejningshastighed (i $\mathrm{rad\,s^{-1}}$) med to gain blokke til hjulhastighed i $\mathrm{m\,s^{-1}}$.
   - Juster simuleringstiden til 1 sekund (Simulation stop time) - eller hvad der nu er passende.

- Alle signaler mellem simulinkblokke kan vises. Højreklik på en ledning og vælg “log selected signal”. Især motorspænding, motorstrøm og hjulhastighed er interessante (og er dem vi kan måle). De valgte signaler kan inspiceres med “Simulation Data Inspector” (i toolbar).
- Kør en simulering med disse parametre. Bemærk MATLAB “Command window”, hvis der er fejl i modellen. Brug “simulation data inspector” til at vise de valgte signaler.
- De 3 værdier vi kan måle på robotten, nemlig motorspænding, hjulhastighed og ankerstrøm, samles i en multiplekser (“Mux” under “signal routing”), og output af multiplekser føres til “To Workspace” (findes under “Sinks”) giv “to workspace” blokken variable navnet “model”.

  “To Workspace” blokken overfører simuleringsresultat til MATLAB når der køres en simulering. Her kan de bearbejdes og plottes via et script - som er mere egnet til en rapport.
- Gem modellen (kald den f.eks. `regbot_x_model.slx`)
- Plot simuleringsoutput i matlab, dette script illustrer brug af MATLAB script til at køre en simulering og plotte resultatet. Der er tilføjet extra features, der gør plottet velegnet til at bruge i en rapport - bl.a. linjebredde og fontstørrelse - for dem der ikke har brugt disse features før.

```
% run simulink simulation with 1 second duration
% exports data in a model variable
sim('regbot_x_model', 1.0)
% plot data
figure(100) % start figure 100
yyaxis left % use left y-axis
hold off    % repaint plot
plot(model.time, model.data(:,3),'-g','linewidth',2) %m/s
hold on  % keep previous plots
plot(model.time, model.data(:,2),'-r','linewidth',2) %A
ylabel('velocity and current')
hold on
yyaxis right
hold off % repaint plots
plot(model.time, model.data(:,1),'--m','linewidth',2) %V
axis([0,1,0,5]) % axis limits [x-min, x-max, ymin, ymax]
ylabel('motorspænding')
%
legend('Hastighed [m/s]', 'Motorstrøm [A]', ...
       'Motorspænding [V]', 'location','east');
xlabel('time [s]')
set(gca,'FontSize',12);
grid on     % show major grid (for left axis)
grid MINOR  % show also fine grid
```

Simuleringen returnerer 3 variable i 'model', en tidsvektor "model.time", og de 3 dataserier i "model.data".

- Husk at gemme både model og script, MATLAB kan gå ned i utide, og intet er gemt med mindre man selv gør det!

Måling på robotten

Foretag målinger på robotten der matcher det simulerede (eller omvendt) - se opsætning i punkt 1 og 2 - alle punkter er vigtige.

1. For at få mere støjfri målinger, så kør en encoder kalibrering først.
2. Foretag nu en måling på robotten med *det samme step som der simuleres*, så der kan foretages en sammenligning. NB! et step fra 0V går ikke på grund af ulinearitet.
   Brug en mission med denne opsætning:
   - Step fra 3V til 4V med step ved 0.5 sekunder og log hvert ms (log=1).
   - Uden hastighedsregulator - kun feed forward, og med `Kp=0`, (med en feed forward på $K_{ff} = 1$ skal der kommanderes `vel=3` for at få 3 V over motor.
   - Disabel drejeregulator!.
   - Log kun 'motor voltage", "motor current" og "wheel velocity".
   - Uden kontakt med gulv.
3. Importer i MATLAB og plot den simulerede ankerstrøm og motorhastighed i samme figur som de målte værdier. Det er steppet ved 0.5 sekunder der er interessant. Der er nok ikke overensstemmelse, og det skyldes (bl.a.) at modellens parametre ikke er rigtige.
4. De 2 motorer er nok ikke ens, så brug den motor der kører med de bedste og mest støjfri målinger, højest hastighed eller midst strøm, eller en middelværdi af de 2 motorer. Antagelsen er at en designet regulator vil være robust nok til at virke for begge motorer.

Del 2: Bestemmelse af parametre

Parametre kan bestemmes ved at opstille et antal ligninger med de indgående parametre og værdier fra målinger. Denne vejledning er en af flere mulige løsninger.

1. Vi kender 3 værdier: Motorspænding V_a, motorstrøm I_a og hjulhastighed $\dot{x}$ - både dynamisk og i steady state.
2. Der er ikke-linær friktion der ikke er afhængig af hastighed, og som vi ikke har modelleret.
3. Find først motorkonstant K_{emf} ud fra alle 3 kendte værdier - når det antages at ankermodstand R_a er (rimeligt) kendt.

4. Find så dynamisk (viskos) friktionskonstant B_m.
5. Find en bedre værdi for ankermodstand R_a og ankerinduktans L_a - ud fra især strømmåling.
6. Og til sidst Motorens inertimoment J_m.

Hint motorkonstant

I steady state er input til integratorer nul. Det betyder bl.a. at L_a er uden indflydelse. Og ud fra starten af modellen gælder:

$$V_a - V_{emf} - R_a I_a = 0 \tag{1}$$

Og da hastigheden er kendt kan ω_m udregnes, og derfor også K_{emf}. Brug steady state værdien for den største hastighed ($V_a = 6$V). Ankermodstand R_a antages at være rimeligt kendt.

Udbyg med hastiged:

$$V_a - \dot{x}\frac{G}{w_r}K_{emf} - R_a I_a = 0, \tag{2}$$

hvor G er geering og w_r er hjul radius.

Indsæt konstanter og R_a en estimeret ca. værdi. Med min måling var $V_a = 6$V, $I_a = 0.12$A og $R_a \approx 3\Omega$,

Det giver en motorkonstant: $K_{emf} = 0.0091$ [Vs].

Hint til friktion

Friktionen består i hovedsagen af en del der ikke er afhængig af hastigheden og en del der er proportional med hastigheden, den sidste kaldes viskos friktion, og den har vi mest brug for.

Brug derfor (steady state) ændringen fra 3V til 6V i strømforbrug $\Delta I_a = I_{a6V} - Ia3V$ så undgås den del der ikke er afhængig af omdrejningstal.

Overføringsfunktion fra V_a til I_a udregnes ud fra model. Først sløjfe omkring L_a som G_1 og sløjfe omkring J_m som G_2.

$$\begin{aligned} G_1 &= \tfrac{1}{L_a s(1+\frac{1}{L_a s}R_a)} \\ \Rightarrow G_1 &= \tfrac{1}{L_a s + R_a} \\ G_2 &= \tfrac{1}{J_m s(1+\frac{1}{J_m s}B_m)} \\ \Rightarrow G_2 &= \tfrac{1}{J_m s + B_m} \end{aligned} \tag{3}$$

Overføringsfunktion fra V_a til I_a bliver så:

$$\frac{I_a}{V_a} = \frac{G1}{1 + G1 K_\tau G2 K_{emf}} \tag{4}$$

Og med V_a som er et step fra 3V til 6V $V_a = \frac{3}{s}$ bliver $I_a(s)$

$$Ia(s) = \frac{3}{s}\frac{J_m s + B_m}{J_m L_a s^2 + (B_m L_a + J_m R_a)s + B_m R_a + K_\tau K_{emf}} \tag{5}$$

Omsat til steady state fås:

$$\begin{aligned} I_a(\omega \to 0) &= \lim_{s\to 0} sI_a(s) \\ \Rightarrow I_a(\omega \to 0) &= \tfrac{3B_m}{B_m R_a + K_\tau K_{emf}} \\ K_\tau &= K_{emf} = K_m \\ \Rightarrow \Delta i_a(t \to \infty) &= \tfrac{3B_m}{B_m R_a + K_m^2} \end{aligned} \tag{6}$$

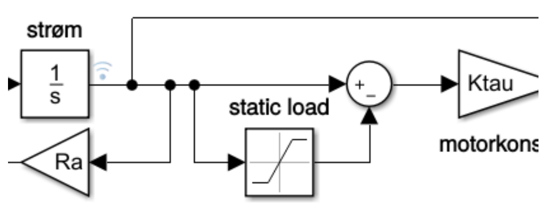
Ændring i I_a før og efter step er for min måling

$$\begin{aligned} \Delta i_a(t \to \infty) &= 0.12 - 0.0866 \text{ A} \\ \Rightarrow 0.12 - 0.0866 &= \tfrac{3B_m}{B_m R_a + K_m^2} \\ \Rightarrow B_m &= 0.95 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \tag{7}$$

Når den dynamiske del af friktion er fundet kan der findes den statiske del af friktion, der ikke er afhængig af omdrejningshastighed. Den strøm motoren trækker totalt i steady state ved 6V motorspænding må være summen af dynamisk (viskos) og statisk del af strømmen.

Ved at finde den statiske del, og medtage den i simuleringen vil de målte og simulerede grafer være meget mere sammenfaldende.
Men det betyder at modellen ikke længere er lineær.

Tilføj en blok i motorstrøm-forbindelsen, f.eks. som vist på figur 3.



Figur 3: For at modellere den del af friktionen der ikke er afhængig af omdrejningstal kan en blok som "static load"indføres med en +/- begrænsning svarende til den statiske strøm. Det betyder at ikke før strømmen er over denne begrænsning vil motoren få accelerationskraft.

Den dynamiske del af strømmen ved steady state 6V, er ud fra overføringsfunktion til strømmen:

$$I_{a-dyn} = \lim_{s\to 0}\left(s\frac{6}{s}\frac{J_m s + B_m}{J_m L_a s^2 + (B_m L_a + J_m R_a)s + B_m R_a + K_\tau K_{emf}}\right) \tag{8}$$

Når de øvrige parametre er indsat fås:

$$\begin{aligned} i_{a-static} &= i_{maalt} - i_{a-dyn} \\ i_{a-static} &= 0.12 - 0.0668 \\ i_{a-static} &= 0.052 \text{ A} \end{aligned} \tag{9}$$

Hint til ankerinduktans

Ved steppet fra 3V til 6V motorspænding stiger strømmen til et maksimum i_{a-max} efter nogle få ms. Modellen skal gøre det samme $\hat{i}_{a-max}$ - samme størrelse $i_{a-max} = \hat{i}_{a-max}$ og til samme tidspunkt $t_{i-max} = \hat{t}_{i-max}$. At det tager tid at nå maksimum skyldes L_a, var der ingen L_a ville maksimum være lige ved steppet.

Det kan udnyttes. Fint tid fra step til maksimum udtrykt ved bl.a. L_a og sæt den lig den målte tid. Desuden kan amplituden af denne peak udnyttes til at opstille en ligning mere. Der er dog 3 ubekendte der mangler en udregnet værdi L_a, R_a og J_m, så de sidste 2 må stadig bevare med den gættede værdi lidt endnu.

$$t_{i-max} = \hat{t}_{i-max} \tag{10}$$

Når $\dot{I}_a(s)$ er fundet og invers Laplace transformeret til $\dot{i}_a(t)$ kan t isoleres til $t = f(L_a)$. Når t erstattes med den målte kan Maple nok ikke løse den med “solve”, men med
“fsolve($t_{maalt} = f(L_a), L_a = 0.001..0.02$);” kan det lykkes.

For step fra 3V til 6V fås fra formel (5) udtryk for I_a efter steppet, og den differentieres ved at gange med s og invers Laplace fås.

$$\begin{aligned} \dot{I}_a(s) &= \frac{3*(J_m*s+B_m)}{J_m*La*s^2+B_m*La*s+J_m*Ra*s+B_m*Ra+K_m^2} \\ \dot{i}_a(t) &= \pounds^{-1}\left\{\dot{I}_a(s)\right\} \end{aligned} \tag{11}$$

Og ved at indsætte kendte værdier på nær L_a og løse med hensyn til t fik jeg:

$$t_{max} = f(L_a); \tag{12}$$

Med $R_a = 4.2\Omega$ og en målt peak-tid til 7 ms fik jeg

$$L_a = 8.3 \text{ mH} \tag{13}$$

R_a og L_a udgør en tidskonstant τ_{RL}, der kun minimalt er afhængig af de øvrige variable, Så hvis der senere findes en bedre værdi for R_a skal L_a også justeres, så τ_{RL} bevares:

$$\tau_{RL} \approx \frac{L_a}{R_a} \tag{14}$$

Jeg fik en RL tidskonstant på:

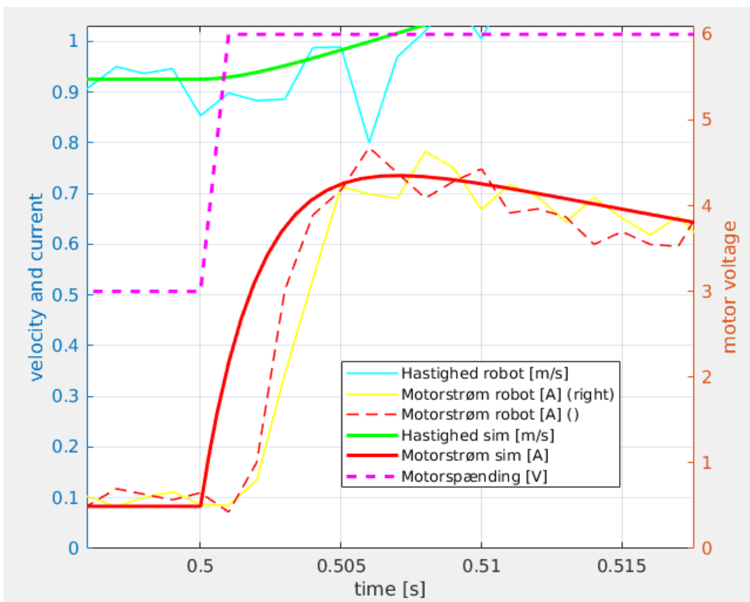
$$\tau_{RL} = \frac{L_a}{R_a} = 2 \text{ ms} \tag{15}$$

Hint til ankermodstand

Jeg kom ikke på bedre metode til at finde Ra end at bruge de hidtidige resultater og plotte en graf med både simulering og målte værdier for hastighed og motorstrøm.

Og derefter prøve med forskellige værdier af R_a indtil strøm toppen havde samme størrelse som for målingen.

Med $R_a = 4.2\Omega$ fik jeg følgende graf - zoomet ind på strømmåling (fra begge motorer):

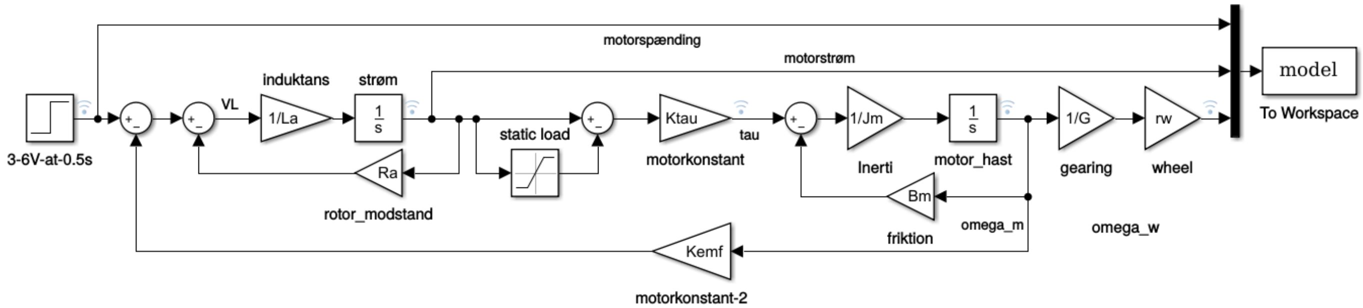


Figur 4: Simuleret motorstrøm (rød) og målt motorstrøm (gul og stiplet rød). Det ses at strømmen ikke stiger før der er gået 1 eller 2 ms, hvor den simulerede stiger med det samme. Der er ikke taget højde for dette i beregningerne. Toppunkt estimeres til 7 ms efter step, og de 2 amplituder anslås til at være ens.

Hint til motorinerti

Grafen for hastighed ligner nu et 1. ordenssystem (som et simpelt RC-led). Det fremgår af overføringsfunktionen for hastigheden at der er 2 poler, den ene med en tidskonstant på omkring 2ms (eller 500 rad/s) den anden må være den der bl.a. skyldes J_m.

Start med den normaliserede overføringsfunktion fra V_a til $\dot{x}$, poler er i nævneren, og rødderne til nævnerpolynomiet er værdi s skal have (med modsat fortegn) for at give en pol.



Figur 5: Simulinkmodel, hvor ikke dynamisk friktion er medtaget.

$$\frac{b_0}{a_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{m}{(p1 - s)(p_2 - s)} \tag{16}$$

Den pol der ikke er omkring 500 rad/s er den ser beskriver hastighedsindsvingningen.

Tidskonstanten for en pol er

$$\tau = \frac{1}{p} \tag{17}$$

Og τ er den tid det tager at nå 63% at indsvingningen fra 3V til 6V, og kan bestemmes ud fra den målte graf. Det kan bruges til at bestemme J_m - når de øvrige parametre indsættes.

Hint alternativ

Det er også muligt at prøve sig frem, men normalt vil der være for mange parametre at dreje på, men jo flere parametre der er beregnet jo lettere er det.

Det er også muligt at alle parametre kan estimeres samtidigt, hvis der kan opstilles tilstrækkeligt mange ligninger. Det er ikke hidtil lykkedes for mig.

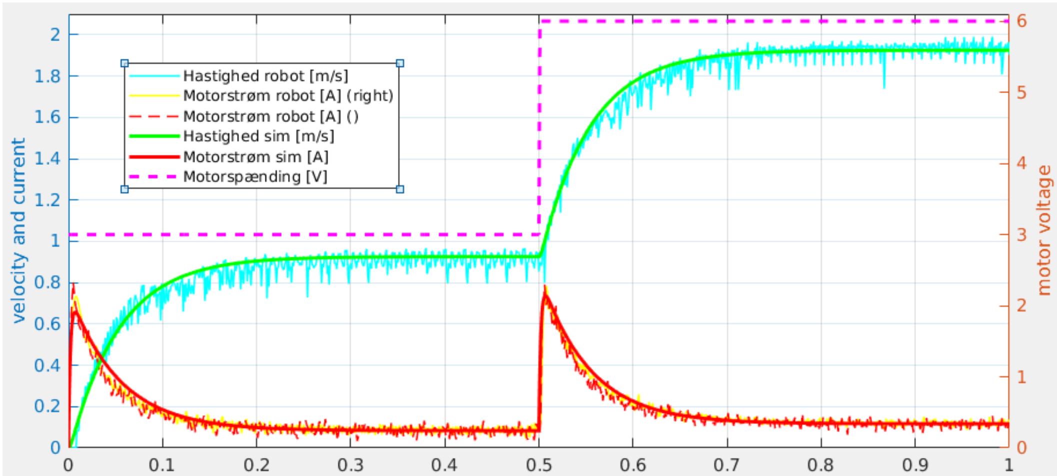
Efter parameterestimering er resulatet som vist i figur 6.

Del 3: Udbygning med kørsel på gulv

Der mangler robottens masse i modellen for at give en model der svarer til at køre på gulvet. Den skal nu medtages.

Gem simulink modellen og det tilhørende MATLAB script med et nyt navn, modellen uden robotmasse skal bruges senere.

Robottens masse findes ved a veje den (vægten er noget varierende afhængig af konfigurationen).



Figur 6: Efter parameterestimering og med statisk (ikke dynamisk) friktion medtaget er der god overensstemmelse mellem målt og simuleret forløb.

Hint 1

Ifølge Newton: $f = Ma$ (Kraft f på massen M i kg er lig massen gange massens acceleration a i $\mathrm{m\,s^{-2}}$). Modellen har en acceleration, men det er roterende på motorakslen, og kraften f i udtrykket er ikke et moment på motorakslen men belaster alligevel motorens moment, omregn robottens masse M til et inertimoment J_r der kan adderes til motorens J_m og indfør i simulink modellen.

Hint 2

Hvordan? Accelerationen af motorhastigheden i $\mathrm{rad\,s^{-2}}$ omregnes til (hjul)acceleration på samme måde som for hjulhastigheden (dividere med gearing og gange med hjulradius). Accelerationen a omregnes til en accelerationskraft f i Newton ved at gange med robottens samlede masse M i Kg.

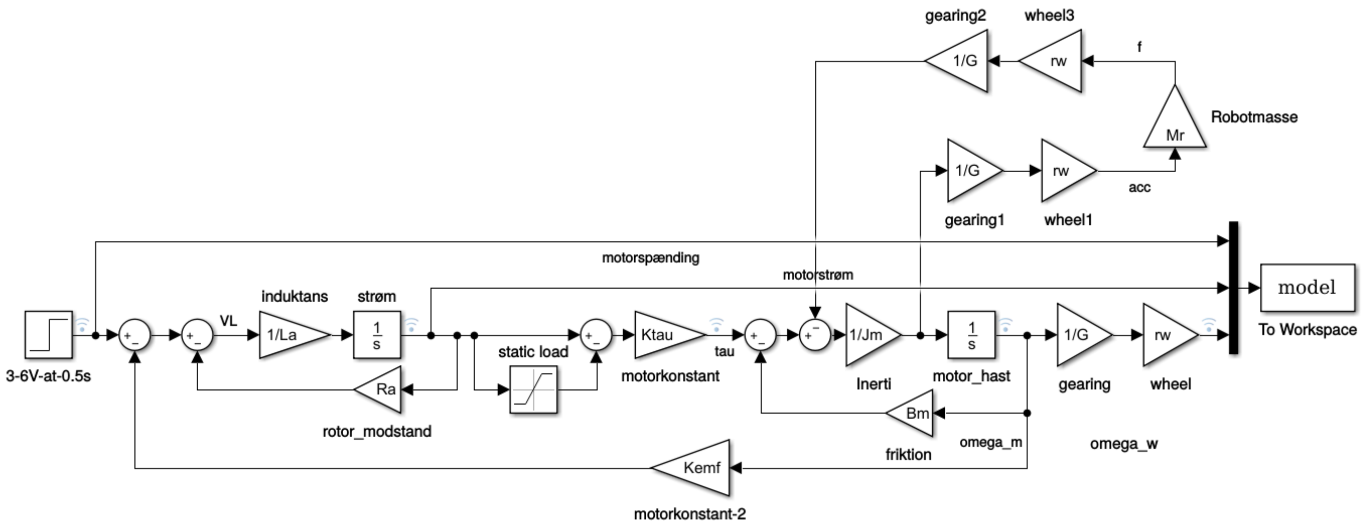
Nu skal f regnes "tilbage" til at belaste motoren. Først til et moment på hjulakslen $\tau = f \cdot r$, hvor τ er momentet i $\mathrm{N\,m}$, f er kraften i N og r er den arm (hjulradius i meter) som kraften virker på. Så skal moment på hjulaksel føres tilbage til motoren (som belastes mindre på grund af gearing) ved at dividere med gearing G. herefter skal det blot trækkes fra det moment motoren yder. Alle disse led danner en sløjfe hen over konstanten med motorinerti J_m, og sløjfen kan derfor omregnes til et udtryk (en konstant).

Model med robotmasse M_r på figur 7.

De 5 gain-blokke bliver til:

$$G_m = M_r \frac{r_w^2}{G^2} \tag{18}$$

Betragtes sløjfen er $1/J_m$ fremad grenen og hele sløjfen er G_m/J_m, derfor kan sløjfen erstattes med:



Figur 7: Model med tilføjet led for konvertering fra motoracceleration til robot acceleration. Udregning af accelerationskraften og tilbage til motormoment. Jo større hjulradius jo større moment - med den samme kraft, og tilsvarende jo større gearing jo mindre moment på motoraksel, derfor skal der divideres med G.

$$G_i = \frac{1}{J_m \left(1 + M_r \frac{r_w^2}{G^2 J_m}\right)} \tag{19}$$

eller

$$G_i = \frac{1}{J_m + M_r \frac{r_w^2}{G^2}} \tag{20}$$

Som forventet virker robottens masse på samme måde som motorens inertimoment (men dog behørigt omregnet).

Afprøvning på gulv

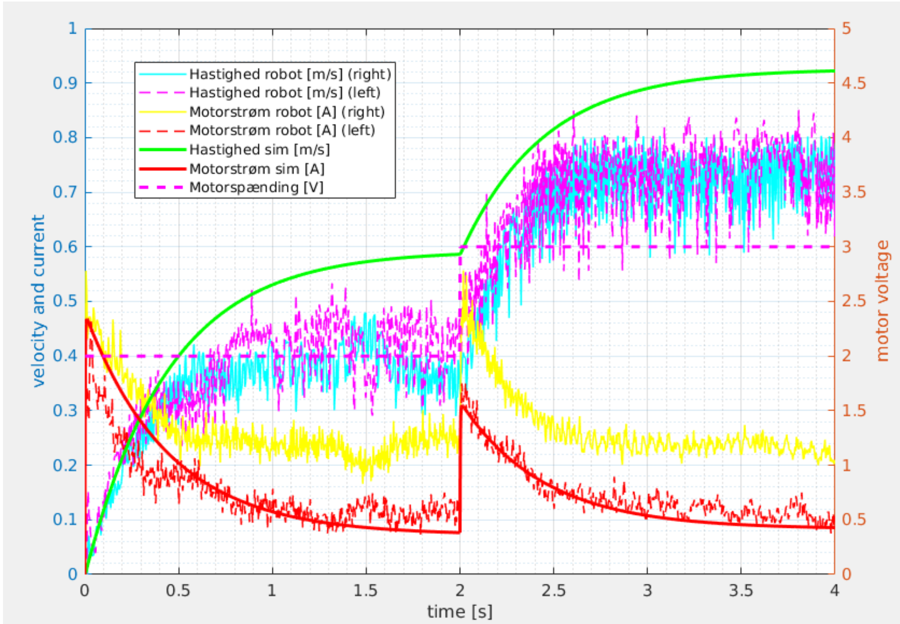
Optag en kørsel (hastighedsstep), og simuler samme step - f.eks. step efter 2 sekunder fra 2V til 3V (ellers kører den for langt) og “log=4” burde gøre at der kan logges i 4 sekunder.

Husk enkoder kalibrering.

Kan der opnås samme overensstemmelse som de hjulene ikke rørte gulvet?

Overvej hvorfor.

Der er en friktion mod gulv og robotten kan lave hjulspind, ingen af delene er medtaget i modellen.



Figur 8: Kørsel på gulv (59 Susanne, som vejer 0.911 kg) med step fra 2V til 3V efter 2 sekunder. Der er betydelig dårligere overensstemmelse. Der er ikke synlig hjulspin (ville give meget hurtigt hastighedsskift), men friktion mod gulv er formentlig hovedansvarlig for forskel. Bemærk at de 2 motorer ikke trækker samme strøm selv om de kører samme hastighed, det kan skyldes at der er mere friktion i den ene side af robotten.

Del 4: Afprøvning af model med regulator

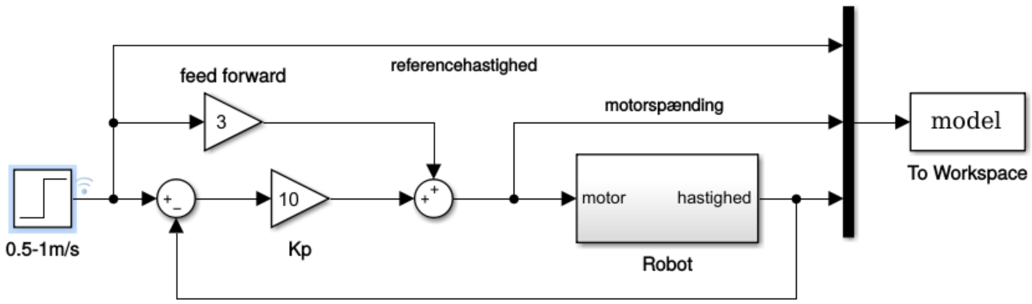
Simuleret model med regulator - uden robottens masse - så der kan sammenlignes med en kørsel med hjulene opad.

1. Juster model, så robottens masse ikke er medtaget.
2. Gør motormodellen til et "subsystem". f.eks. ved at markere alle blokkene på nær input og output, og vælg "gør til subsystem". Det gør det mere overskueligt at tilføje en regulator.
3. Tilføj en hastighedsregulator (referenceinput, sum-blok, K_P, feed forward K_{ff} til modellen og brug de parametre, der blev fundet under øvelse 2.
4. Genindfør regulatorparametre (både hastighed og drejeregulator) på robotten fra øvelse 2.
5. Kør en ligeud mission med skift mellem 2 hastigheder (f.eks. fra 0.5 til 1m/s efter 0.2 s) og log bl.a. hjulhastighed og motorspænding (log=1). Med hjulene opad og husk enkoder kalibrering.
6. Simuler og sammenlign hastighed og motorspænding. Især skulle den tid det tager at nå sluthastighed (stigetid for hastighed - (målt fra 10% til 90%) - passe.

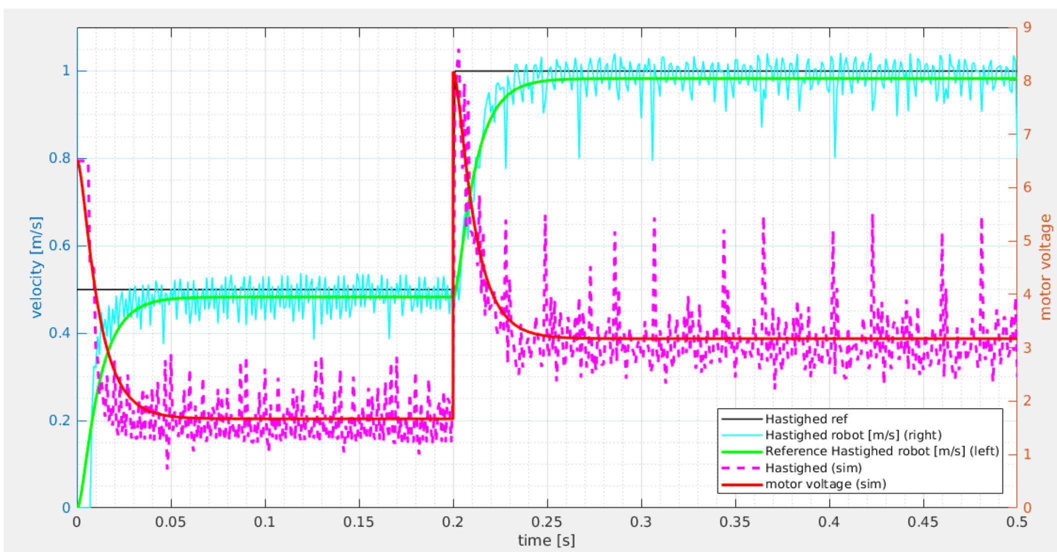
   NB! motorspændingen skulle ikke nå maksimum, hvis den gør, så kan der i simulering indføres en begrænser med samme værdi som på robotten.
7. Blev indsvingningstiden kortere?

8. Nåede robotten den ønskede hastighed?

Her er brugt reguleringsparametre $K_P = 10$ og $K_{ff} = 3$ med følgende model og resultat.



Figur 9: Robotmodel med regulator. Der er brugt en P-regulator med feed forward.



Figur 10: Regbot 58 Susanne. Med regulator bliver indsvingningstiden betydelig kortere (ca. 22ms), men med kon en P-regulator nås referencehastigheden ikke helt. Det ses at motorspændingen når ca. 9V, men begrænser er 9V, så testen er i det lineære område (på nær den statiske friktion).

(det var det. Husk at gemme især estimerede parametre, da de senere skal bruges i rapport 3).