

# Øvelsesvejledning

## Dampmaskineregulering

### Formål

Øvelsen understøtter følgende af kursets læringsmål:

1. Anvend frekvensanalyse til regulator design, herunder PID, lead, lag og feed forward regulatorer.
2. Udføre linearisering af ikke lineære systemer.
3. Implementering af regulatorer v.h.a. elektriske komponenter
4. Lave analyse og dimensionering af regulatorer for energi producerende systemer
5. Anvende analyse- dimensionerings- og simuleringsprogrammer

### Indhold

Øvelsens indhold er design og implementering af en regulatorer til styring af kedeltryk og generatorfrekvens i en dampmaskine.

Dampmaskinen er en bord-model af en dampmaskine, hvor der er tilføjet en 3-faset generator mm. Dampmaskinen bruges i et andet kursus til illustration af en energiproducerende enhed. Kurset er obligatorisk for Diplom Elektro uddannelsen, og de kan sikkert arrangere et besøg for dem der ikke har kurset.

Til denne øvelse er der fremstillet en ulinær model af de vigtigste dele af dampmaskinen, og det er udelukkende denne model der anvendes her.

Der skal udfærdiges en (kort) rapport om resultatet af øvelsen, som skal godkendes med peer-review. Krav til rapport fremgår af del 5. Bedømmelsesgrundlag vil fremgå af peer-review modulet, men vil følge de samme linjer som for rapport 1.

Denne vejledning dækker 3 øvelsesdage.

**Del 1:** Afprøv dampmaskinemodel.

**Del 2:** Design en regulator til styring af kedeltryk.

**Del 3:** Design en regulator til styring af generatorfrekvens (kun obligatorisk for 31300).

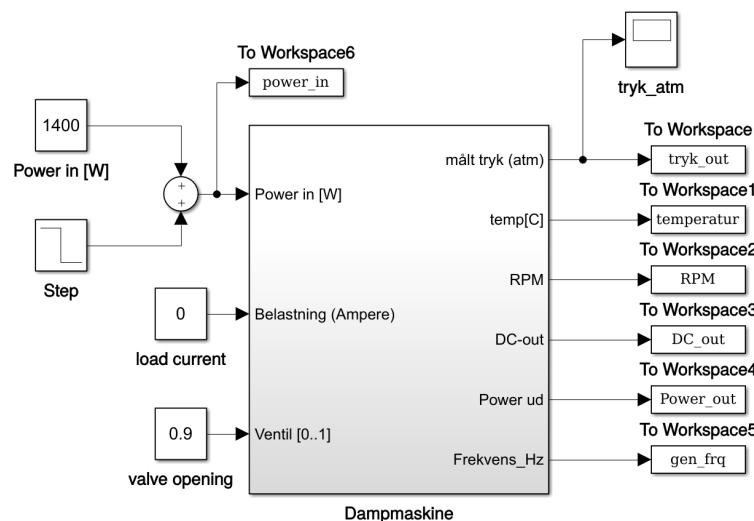
**Del 4:** Implementer en regulator med operationsforstærkere (kun obligatorisk for 31301).

**Del 5:** Krav til rapport.

# 1 Afprøv dampmaskinemodel

## 1.1 Forståelse af dampmaskinen

Der er allerede en simulinkmodel af dampmaskinen under fildeling, den består af en simulink model og et antal parametre i en *.m*-fil. Hent disse filer til et egen folder, kørs *.m* filen og åben simulinkmodellen. Modellen ser nogenlunde ud som på figur 1.



Figur 1: Model af den ulinære dampmaskine, input er kan variere opvarmningseffekt, belastning af generatoren og dampventilens åbning. Output er først og fremmest kedeltryk, leveret generatoreffekt og frekvens. Dampmaskinen har udgangspunkt i en modeldampmaskine der bl.a. anvendes i kursus 31036 Elektriske Energisystemer. Kedlen opvarmes elektrisk med en maksimal effekt på 1400 W, dampmotoren trækker en 3-faset generator, der gennem en 3-faset transformator og ensretter giver en DC spænding (DC-out). Den producerede energi kan forbruges af en belastningsstrøm, og der er en ventil, der kan regulere dampflow til motoren. Alle output genererer data variable (to Workspace) med de viste navne, disse kan bruges umiddelbart i et MATLAB script.

En nærmere beskrivelse af modellen fremgår af [appendix](#) til denne vejledning. Detaljer i modellen inspiceres ved at dobbeltklikke på dampmaskineblokken, og læse kommentarerne i *.m*-filen.

Modellen er kun gyldig for temperaturer over 100° og har iøvrigt nogle startbetingelser (kedeltemperatur og motor-omdrejningstal (RPM)) som det fremgår af detaljerne inde i blokken.

NB! Hvis der ændres i modellen (måske for at gøre den mere realistisk) skal det af rapporten fremgå hvilke parametre der er ændret.

## 1.2 Arbejdspunkt

1. Efter at *.m*-filen er kørt kan modellen af dampmaskinen også køres. Gør det med en simuleringstid på måske 250 sekunder.

Inspicer trykoutput, som gerne skulle stabilisere sig på et tidspunkt. Vi antager at kedlen kan klare et tryk på 2 atmosfæres overtryk, eller et samlet indre tryk på 3 atmosfærer.

MATLAB hint: Hvis et “Scope” ikke viser hele forløbet fra tid=0 er det fordi Scopets historik er begrænset, under “Configuration properties” (tandhjulet - eller “view”) kan begrænsningen slås fra (under “History” eller “Logging”).

2. Mål omdrejningstallet (med endnu et “scope”). Generatoren starter ikke til tiden 0, er det realistisk?
3. Overvej hvilken effekt en belastning vil få på steady state værdien af kedeltrykket?
4. Tilføj en belastningsmodstand  $R$ , der ud fra den genererede spænding  $V$  - “DC-out” - beregner en belastningsstrøm  $I$ , som forbindes til “Belastning” indgangen.

$$V = I \cdot R \text{ (Ohms lov)} \quad (1)$$

Find den belastningsmodstand, der giver det maksimale effektoutput af dampmaskinen uden at kedeltrykket overstiger 3 atm. Og noter resultatet i tabel 1.

Tabel 1: Arbejdspunkt med maksimal genereret effekt og kedeltryk.

Parameter	Værdi
Power ind	1400 W
Ventilåbning	0.9
Belastningsmodstand	270 $\Omega$
Kedeltryk	2.97 Atm
DC-out	38.4 V
RPM	3840
Frekvens	832 Hz
Power ud	5.46 W

## 2 Regulator til trykstyring

### 2.1 Find den lineære overføringsfunktion

Det er i teorien muligt at finde linearisere hver af de ulinære blokke i modellen i et givet arbejds punkt, og derefter kombinere blokkene til en samlet overføringsfunktion fra effekt input til kedeltrykket som output.

En anden metode er at lade MATLAB linearisere en overføringsfunktion, til det brug har MATLAB funktionerne `linmod(...)` og `linearize(...)`.

En tredje metode er at generere data fra input og output, og lade en MATLAB finde den overføringsfunktion der bedst passer med data, med et givet antal poler og nulpunkter.

En fjerde metode er selv at vurdere ud fra - typisk - et step respons.

### Lineær model

Der skal findes en lineær overføringsfunktion fra power input til tryk, men da systemet er ulinært skal det findes i nærheden af et rimeligt arbejds punkt.

Den foreslåede metode er at lade MATLAB analysere et step. Steppet skal være i arbejds punktet. Det skal være så lille så det kan betragtes som lineært. Det skal samtidigt være så stort som muligt for ikke at drukne i støj eller måleusikkerhed. Hint: et kompromis til denne model kunne være et step på 50W.

Et rimeligt arbejds punkt er det der blev fundet i forrige afsnit.

Hint: Følgende hint er metoden at lade MATLAB analysere et step respons.

1. Indfør et step, således at den samlede inputeffekt skifter fra 1400W til 1350W (eller omvendt) efter 150 sekunder (hvor det antages at trykket er stabiliseret).
2. Modificer i simulink-model de 2 output vi skal bruge: `power_in` og `tryk_out` så der samples hver 0.1 sekund (dobbeltklik og juster "sample time").
3. Opret eller forlæng MATLAB scriptet med en linje til at køre simulering (anden parameter er simuleringstid i sekunder), f.eks.:

```
sim('dampmaskine_rev9',250);
```

4. Udvalg den del af data der skal bruges til at finde overføringsfunktionen, Her er steppet ved 150 sekunder og antages at være stabilt i de 10 sekunder der går forud. Denne periode bruges til at finde det offset der skal bruges så MATLAB får data der starter i 0. f.eks. som her

```
step_in_offset=mean(power_in.data(1300:1499));
```

```
step_ud_offset=mean(tryk_out.data(1300:1499));
step_in=power_in.data(1400:end)-step_in_offset;
step_ud=tryk_out.data(1400:end)-step_ud_offset;
```

Vi ved at data er samlet med 0.1 sekund, så det er let at udregne hvilke dele der skal bruges til offset `power_in.data(1300:1499)`, hvis alle resten af simulering anvendes kan der bruges symbolet “end” `tryk_out.data(1400:end)`.

Plot `step_ud` for at vurdere hvor mange poler og nulpunkter der er brug for.

5. Se effekten på output, og vurder om der er tale om et 1. orden eller 2. orden system (1, 2, 3 eller 4 poler), og ligner det et system med komplekse poler, og kan der være nulpunkter?
6. Lad MATLAB finde en overføringsfunktion ved brug af `tfest` funktionen (se `>>help tfest` og `>>help iddata` for oplysninger om de anvendte funktioner)

Data skal pakkes i en datastruktur med `iddata(out, in, sample-time)`. Estimering tager parametre `tfest(data, poler, nulpunkter)` og resultatet er et “system”, en overføringsfunktion.

```
linSample=iddata(step_ud,step_in,0.1);
sys_20=tfest(linSample,1,0)
sys_30=tfest(linSample,2,0)
sys_31=tfest(linSample,3,1)
sys_42=tfest(linSample,4,2)
```

7. Vurder resultat ved at plotte et step for hver af disse funktioner, og sammenlign med data fra simulatoren- For at sammenligne den estimerede model med det målte output fra simulink, kan det være en fordel at få step respons med samme sample-tid. Det kan gøres ved at generere en tidsvektor `tv = 0:0.1:100;`, der så kan bruges i step-funktionen. `step` returnerer y-værdier og tidsvektoren. For at sammenligne med et power-step på 50W skal resultatet ganges med 50, f.eks

```
tv=0:0.1:100;
[y_42,t_42]=step(sysW2P_42,_tv);
plot(t_42+150,-y_20*50,'c','linewidth',5);
hold_on
plot(tryk_out.time(1400:end),step_ud,'k','linewidth',2)
legend('Estimeret','Målt')
xlabel('seconds');
ylabel('Tryk_[Atm]')
grid_on
```

8. Noter overføringsfunktion (med maksimum 3 betydende cifre) i tabel 2

## 2.2 Design regulator til trykstyring

Design en regulator ud fra den opnåede lineære overføringsfunktion ved hjælp af frekvensmetoden.

Tabel 2: Lineær overføringsfunktion i passende arbejds punkt.

Parameter	Værdi
Power ind	W
Kedeltryk	Atm
Belastningsmodstand	$\Omega$
Kedel fyldningsgrad	
Overføringsfunktion	$G_1 = \frac{1.003e-05 s^2 + 1.248e-05 s + 3.283e-06}{s^4 + 1.439 s^3 + 0.5805 s^2 + 0.085 s + 0.00393}$

## Målsætning

Så hurtig som muligt, og med et oversving der er uden betydning for sikkerheden (3 atmosfærers tryk).

Den statiske fejl skal tilsvarende være lille, så arbejds punktet kan lægges så tæt på 3 Atm som muligt uden at overskride.

Tabel 3: Valgt målsætning for trykregulator.

Maks oversving	3,5	%
Maks statisk fejl	0,1	Atm

## 2.3 Bode plot

1. Generer bodeplot af den (eller de) lineariserede overføringsfunktion(er), f.eks. med følgende kommando

```
figure(250)
bode(sys_20)
hold on
bode(sys_42)
grid on
```

## 2.4 P-regulator

Design en P-regulator ud fra en valgt fasemargin  $\gamma_M$ . 60deg

2. Tilføj en reguleringsløkke med et  $K_P$  led rundt om dampmaskinemodellen.
3. Kør regulatoren med et ønsket kedeltryk på 3 Atm på referenceinput, og inspicér output.
4. Er reguleringen tilfredsstillende (opfylder begge krav)?
5. Hvis ikke, så overvej hvilke andre regulator typer der ville kunne forbedre situationen.

## 2.5 PI regulator

Tilføj et integrator led til regulatoren for at mindske den statiske (steady state) fejl.

6. Simuler i simulink den nye model med PI-regulator.
7. Kan PI regulatoren opfylde begge krav (oversving og statisk fejl)?

## 2.6 Undertrykkelse af forstyrrelser

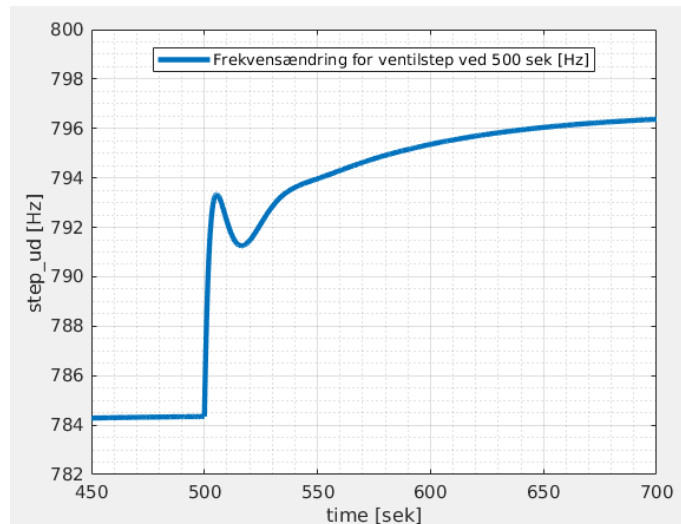
8. Tilføj et step på ventilen (en forstyrrelse), så ventilen starter med 0.2 åbning og åbnes yderligere til 0.9 efter 200 sekunder. Simuler i f.eks. 500 sekunder.
9. Er den designede regulator tilfredsstillende på dampmaskinen?
10. Indfør en begrænser mellem blokken med P-regulatoren og power input til dampmaskinemodellen, da power input kun kan være positivt, og ikke over 1400 W (og ikke mindre end 0 W).
11. Fungerer den stadig godt? Hvad kan eventuelt gøres?

# 3 Design regulator til frekvensstyring

Design på tilsvarende måde (med udgangspunkt i bodeplot af en lineariseret overføringsfunktion) en regulator til styring af generatorfrekvensen.

Denne del er kun obligatorisk for Bsc studerende (31300-kurset), men anbefales til alle.

1. Trykregulatoren antages at nu at være på plads, bevar trykreference på 3 atm, men fjern begrænseren på power input, for at opnå stabilt tryk tidligere.
2. Generer et step på ventilindgangen, som har betydning for frekvensoutput. Igen et relativt lille step og centralt i arbejdsområdet. Det kunne være fra 0.5 til 0.6 åbning efter 500 sekunder.  
Min simulering af et step ses på figur 2, men det vil afhænge noget af den regulator der skal holde trykket.



Figur 2: Med et step fra 0.5 til 0.6 (areal) åbning af ventil efter 500 sekunder fås denne ændring i generatorfrekvens. Kedeltrykket forsøges holdt konstant på 3 Atm med en PI-regulator og en belastning på  $260 \Omega$ .

3. Bestem en lineær model. På samme måde som tidligere.
4. Design en regulator. Frekvensstyring anvendes ofte for at kunne koble to 3-fasede generatorer sammen, og derfor skal frekvensen være meget præcis (og faktisk også fasen). Vurder derfor hvilken regulatortype der vil være passende.
5. Indfør regulator i simulink og Afprøv, vurder og juster.

## 4 Implementer regulator med operationsforstærkere

Simulink kan medtage simulering af mindre elektroniske kredsløb, det vil vi bruge her for at simulere implementering i "rigtig" elektronik.

Denne del er kun obligatorisk for Diplom Elektro studerende (31301) (Elektro-civilbachelor studerende burde også kunne løse opgaven, men har haft mindre understøttende teori), men anbefales til alle.

En af de designede regulatorer skal implementeres med gængse elektronikkomponenter - dog kun simuleret. Det kan enten være trykregulatoren eller frekvensregulatoren. Denne vejledning tager udgangspunkt i trykregulatoren.

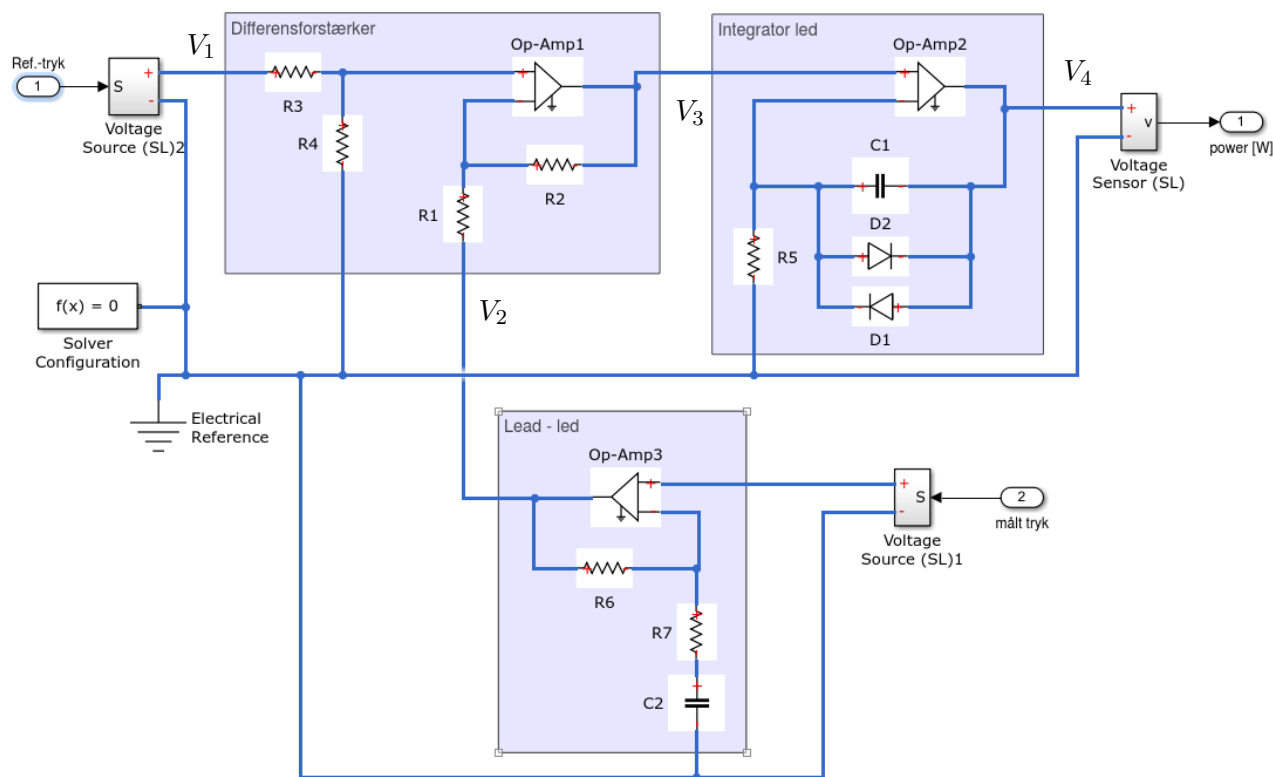
I simulink library browser findes der "Simscape" og videre "Electronics" og her er en del komponenter (dog meget færre end f.eks. i PSpice).

1. Men vi vil her bruge et "starter set" af disse muligheder.  
Brug kommandoen (i MATLAB kommandovindue):



til at åbne et nyt vindue og en samling Simulink komponenter, her skal kun bruges komponenterne, da vi allerede har en simulinkmodel.

2. Opret et diagram som vist i figur 3 (Det er bevidst at dette kredsløb er anderledes end hvad der er vist i bogen, det er en del af udfordringen). Hvis den valgte regulator ikke indeholder et Lead-led, så kan denne del undværes.



Figur 3: Diagram for implementering af regulator. Der er en differensforstærker, der samtidigt giver  $K_P$ . Udgangen af den fører til et integrator-led. I tilbagekoblingsgrenen er et Lead led. Input 1 (ref. tryk) og input 2 (målt tryk) er ført igennem en blok, der indeholder simulink til simscape konverter og en styret spændingskilde. Output er igen ført gennem en blok der oversætter til simulinkværdier. De blå kasser i baggrunden har kun til formål at synliggøre de enkelte led.

Alle input og output skal konverteres mellem simulink og simscape domænerne, derfor “voltage source” og “voltage sensor” blokkene. Der skal endvidere tilsluttes en “Solver” blok for at simulere elektronikdelen.

Alle de brugte operationsforstærkere er ideelle (der er flere komponenter i det fulde simulink library), øvrige komponenter gives værdier som normalt i simulink.

De 2 dioder kan bruges til at begrænse den maksimale integratorværdi, og sættes her til en (meget) kunstig “forward voltage” på 1400V, så outputspændingen kan kobles direkte til POWER input på dampmaskinemodellen. De ideelle opamp’s kører fint op til enhver outputspænding (mere realistisk ville der nok være en effektforstærker, der omsætter fra en mindre styrespænding til de 1400W der skal bruges her).

3. I “Solver configuration” blokken bør “sample time” ændres fra 1 ms til 0.1 s da simuleringstiden ellers bliver alt for lang.
4. Bestem overføringsfunktionen for hver af de 3 forstærkerkoblinger. Undlad Lead-leddet, hvis det ikke var med i regulatordesignet.

Hvis teorien er lidt rusten, så er der tale om 2 forskellige koblinger:

**Differensforstærker** her er ingen kondensatorer, så her gælder DC regler:

$$\begin{aligned} V_3 &= A(V_1 - V_2) \\ A &= \frac{R_2}{R_1} \\ R_3 &= R_1 \\ R_4 &= R_2 \end{aligned} \quad (2)$$

hvor  $V_3$  er output,  $V_1$  (+) og  $V_2$  (−) er indgange.  $A$  er forstærkningen, og  $R_1$  til  $R_4$  er modstande. Lad den største modstandsværdi være mellem 100 kΩ og 1 MΩ

**Ikke inverterende forstærker** her udregnes overføringsfunktionen (uden hensyn til dioderne) ud fra komponenter (her for integrator leddet, men det samme gælder for Lead leddet):

$$G_I(s) = \frac{V_4}{V_3} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \quad (3)$$

hvor  $V_4$  og  $V_3$  er udgang- og indgangsspænding for koblingen,  $Z_2$  er impedansen fra udgang til (−) indgang på operationsforstærkeren, og  $Z_1$  tilsvarende impedansen fra (−) indgang til ground.

Impedansen regnes i Laplace-domænet, det vil sige at impedansen af en kondensator (og modstand) er

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{sC} \\ Z_R &= R \end{aligned} \quad (4)$$

Hvor  $C$  er kapaciteten i Farad og  $R$  resistansen i Ω.

5. Reducer overføringsfunktionerne til normalform så der kun er et polynomium i tæller og nævner med positive potenser af  $s$ .  
Hint: Maple har en funktion der hedder `normal ( . . . )` der reducerer til netop denne form.
6. Sammenlign med overføringsfunktionen for en PI-Lead regulator, som her er gentaget for henholdsvis et PI-led ( $G_{PI}(s)$ ) og et Lead led  $G_L(s)$ .

$$\begin{aligned} G_{PI}(s) &= K_P \frac{\tau_i s + 1}{\tau_i s} \\ G_L(s) &= \frac{\tau_d s + 1}{\alpha \tau_d s + 1} \end{aligned} \quad (5)$$

7. Find komponentværdier så kredsløbet implementerer den designede regulator.
8. Verificer at kredsløbet virker som forventet.

## 5 Krav til rapport

Dokumenter resultater i en kort rapport med indhold som beskrevet nedenfor.

### 1. Forside med:

- Titel: 31300/31301 Reguleringsteknik 1, Regulering af dampmaskine
- Navne på deltagere med studienummer, og gerne med billede.

### 2. Introduktion. Dette afsnit skal indeholde

- En kommentar til dampmaskinen, modellen og de valgte regulatordesign.
- En figur med simulinkmodellen, hvor det fremgår hvad der skal styres af regulatorer.
- Hvis parametre i modellen er ændret, så list ændringerne, og gerne med en begrundelse for ændringen.
- Et plot af indsvingning til optimalt power output.

### 3. Trykregulator. Dette afsnit skal indeholde

- De valgte ønskelige krav til maksimal statisk fejl og oversving.
- En liste af værdier der beskriver arbejds punkt (belastningsmodstand, inputpower, tryk, temperatur, motor omdrejningstal, kedelfyldningsgrad og ventilstilling), og hvor lang tid det tager før modellen er stabil i dette arbejds punkt.
- Den lineariserede overføringsfunktion i arbejds punktet (på normalform).
- Bodeplot af estimeret lineær overføringsfunktion for systemet uden regulator.
- Kort om udregning af regulatorparametre, med liste af valgte og fundne værdier  $\gamma_M$ ,  $K_P$ ,  $\tau_i$  etc.
- Bodeplot af *open-loop* overføringsfunktion med den endelige regulator, gerne kombineret med bodeplot uden regulator.
- Et plot af indsvingningsforløb indtil 3 Atm opnås for dampmaskinen med regulator, helst suppleret med det tilsvarende forløb af power input til dampmaskinen.
- En kommentar til regulatordesign og opnåede resultater.
- En kommentar til følsomhed for forstyrrelser (ændring af ventilstilling) - gerne suppleret med en graf.

### 4. Frekvensregulator. Dette afsnit skal indeholde

- En liste af værdier der beskriver arbejds punkt (belastningsmodstand, tryk, kedelfyldningsgrad og ventilstilling), og hvor lang tid det tager før modellen er stabil i dette arbejds punkt.
- Plot af step-respons for et ventilstep på frekvensoutput.
- Den lineariserede overføringsfunktion i arbejds punktet (på normalform).

- Bodeplot af estimeret lineær overføringsfunktion for systemet uden regulator.
- Kort om udregning af regulatorparametre, med liste af valgte og fundne værdier.
- Bodeplot af *open-loop* overføringsfunktion med den endelige regulator, gerne kombineret med bodeplot uden regulator.
- Et plot af indsvingningsforløb til et valgt frekvensskift for generatoren.
- En kommentar til regulatordesign og opnåede resultater.

5. Regulatorimplementering. Dette afsnit skal indeholde

- Figur med det implementerede kredsløb (screenshot af simulink model er fint).
- Beregning af overføringsfunktion for hvert delkredsløb med symboler for komponenter ( $R_1$ ,  $C_1$  etc.).
- Beregning af komponentværdier.
- Plot af et step respons for denne regulator, som kan sammenlignes med tidligere.

6. En kort konklusion om design og resultat.

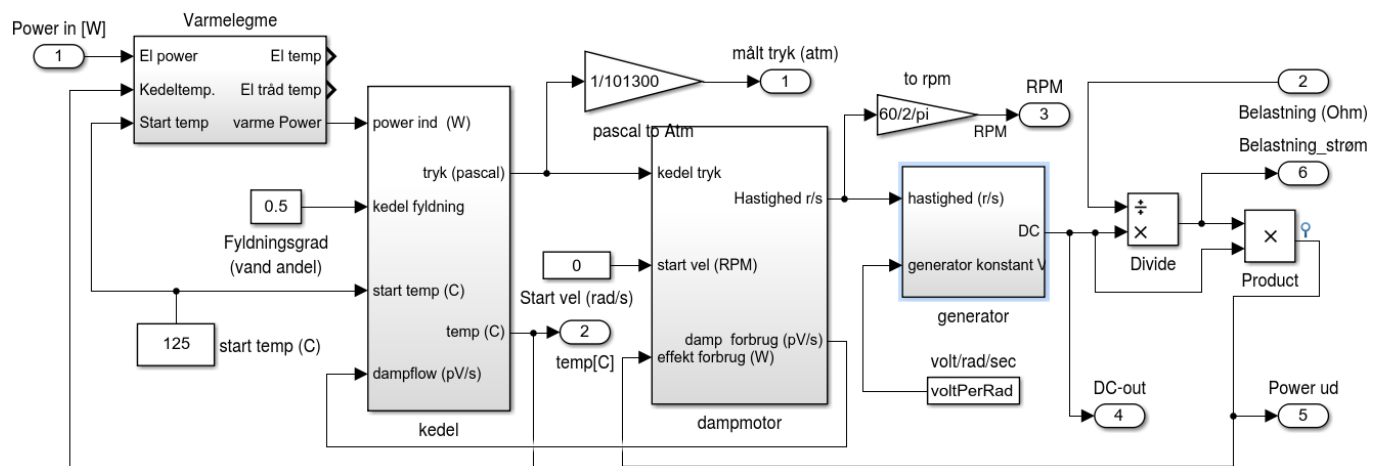
(det var det)

## Appendix, Simplificeret ulinær model af dampmaskine

Fysikken i en dampmaskine er relativt kompliceret. Nedenstående beskriver en simplificeret ulinær model af den anvendte dampmaskine, og den forventes at være tilstrækkelig til design af en brugbar regulator.

Dampmaskinens hovedblokke er vist på figur 4

Dette appendix er ikke pensum.

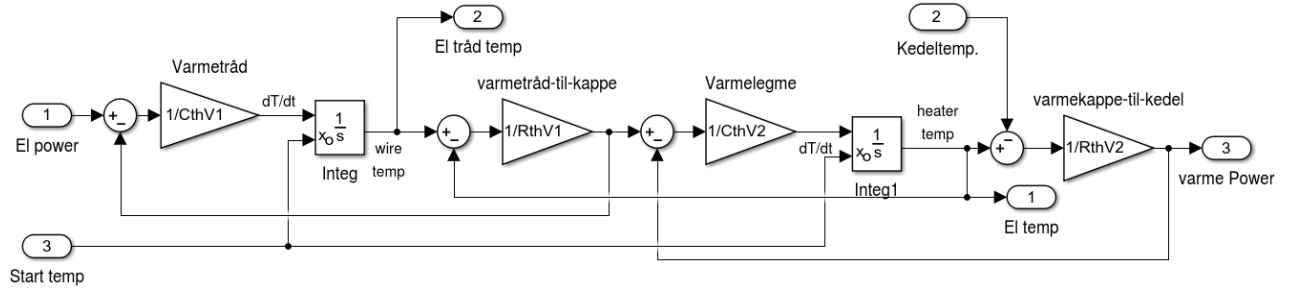


Figur 4: Den overordnede model består af 4 blokke: varmelegeme, kedel, dampmotor og generator. Modellen for kedlen estimerer tryk og temperatur. Modellen af dampmotoren estimerer omdrejningstal (i radianer pr sekund) og forbruget af damp. Modellen for generatoren medtager transformator og ensretter, og estimerer en DC spænding efter ensretteren. DC-spændingen belastes med en modstand som kan varieres med input 2. Input 1 giver mulighed for at variere den tilførte effekt til kedlen.

Parametre i simulinkmodellen er kun udtryk for et gæt uden at have adgang til målinger på den virkelige dampmaskine. Hvis det ikke, eller kun delvist, er muligt at forbedre disse parameterværdier, kan de (resterende) parametre i simulink modellen anvendes i rapporten.

## 6 Varmelegeme

Varmelegemet modelleres ud fra at det består af en varmetråd med en vis varmekapacitet  $C_{thV1}$  der overfører varme (effekt) til et varmelegemehus med en vis termisk modstand  $R_{thV1}$ , der også har en (større) varmekapacitet  $C_{thV2}$ , der igen videregiver effekt til kedlen gennem en termisk modstand  $R_{thV2}$ . Dette er modelleret som vist på figur 5.



Figur 5: Varmelegemet er modelleret med to varmekapaciteter. Input er elektrisk effekt og output er effekt tilført kedlen. Starttemperaturen for hele varmelegemet kan bestemmes med input 3. Al varmetab til omgivelserne antages medtaget i modellen af kedlen.

## 7 Kedel

Dampen genereres ved at fordampe vand ved hjælp af elektrisk energi. En del af denne varme går tabt, og en del bruges til at fordampe vand og generere tryk.

Den mængde molekyler der fordampes pr sekund  $\dot{D}_{mol}$  (i mol) kan beskrives som i (6):

$$\begin{aligned}
 \dot{D}_{mol} &= \frac{1}{L_f M_{H_2O}} (P_{IN} - P_K - P_R - P_C) \\
 P_K &= \frac{1}{R_{th}} (T - T_a) \\
 P_R &= \sigma A (T^4 - T_a^4) \\
 P_C &= \frac{1}{C_{th}} \dot{T} \\
 L_f &= 2265000 \text{ J Kg}^{-1} \\
 M_{H_2O} &= 0.018 \text{ Kg mol}^{-1} \\
 \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Hvor  $\dot{p}$  er ændringen i tryk i  $\text{Pa/s}$  (og  $\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$ ).

$L_f$  er fordampningsenergien der skal bruges til at fordampe 1  $\text{Kg}$  vand i  $\text{J/Kg}$ , den er lidt afhængig af temperaturen, men her anvendes den værdi der gælder ved  $100^\circ\text{C}$ .

$M_{H_2O}$  er den masse for et mol atomer (1  $\text{mol}$  er  $6.0225 \cdot 10^{23}$  atomer).

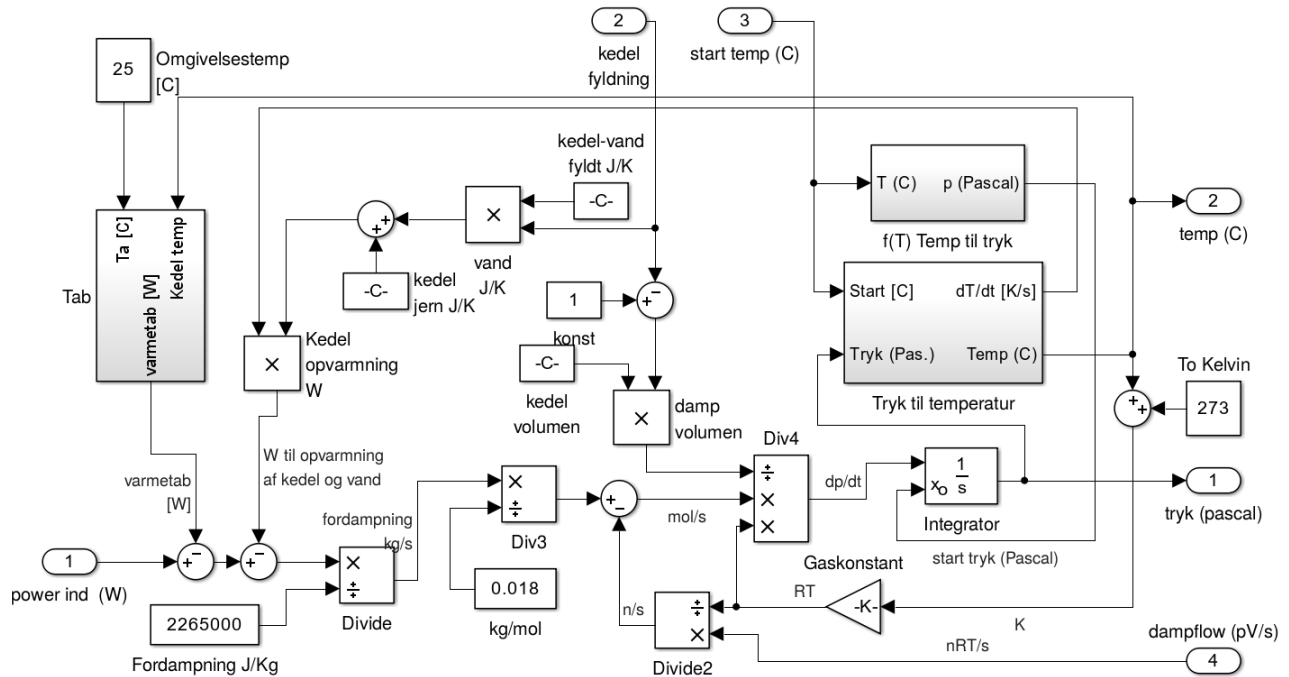
$P_{IN}$  er den tilførte effekt fra varmelegemet i  $\text{W}$ .

$P_K$  er effekt tabt ved konvektion, beskrevet ved temperaturforskellen mellem kedeltemperaturen  $T$  og omgivelsestemperaturen  $T_a$ , samt termiske modstand  $R_{th}$  i  $^\circ\text{C/W}$ .

$P_R$  er den effekt der tabes ved varmestraling, beskrevet ved overfladearealet  $A$  i  $\text{m}^2$ , Stefan-Boltzmann konstanten  $\sigma$  og temperaturforskellen i Kelvin i 4. potens.

$P_C$  er den energi der bruges til at opvarme vandet og kedlen, og beskrives med en samlet varmekapacitet  $C_{th}$  og er proportional med ændringen i temperatur  $\dot{T}$ .

Når denne mængde dampmolekyler  $\dot{D}_{mol}$  presses sammen over tid i det frie volumen  $V_D$  i kedlen



Figur 6: Simulink model af kedel. Elektrisk effekt (power ind) fratrækkes effekt til bl.a. varmetab, konverteres til Kg damp/sek, og til mol/sek, og igen til trykbidrag, når volumen og temperatur er kendt. Herefter integreres til kedeltryk. Damp fra forbruget (dampflow) er allerede multipliceret med tryk i motoren  $p\dot{V}$ , som er det samme som  $\dot{n}RT$ , og med kendt temperatur  $T$  findes den forbrugte mængde molekyler, som så fratrækkes det der fordampes. Temperaturen udregnes med en lille reguleringsløkke ud fra en funktion der omsætter fra temperatur damp  $T$  til damptryk  $p = f(T)$ . Der bruges en  $P$  regulator og en integrator, da værdien  $\dot{T}$  så opnås til beregning af energiforbrug til opvarmning af varmekapaciteten i kedel og vand.

dannes et tryk  $p$ , som kan beskrives som i (7)

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{RT}{V_D}(\dot{D}_{mol} - \dot{D}_{mmol}) \\ p &= \int_{t_0}^t \dot{p} dt + p_0 \\ R &= 8.3145 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}\end{aligned}\tag{7}$$

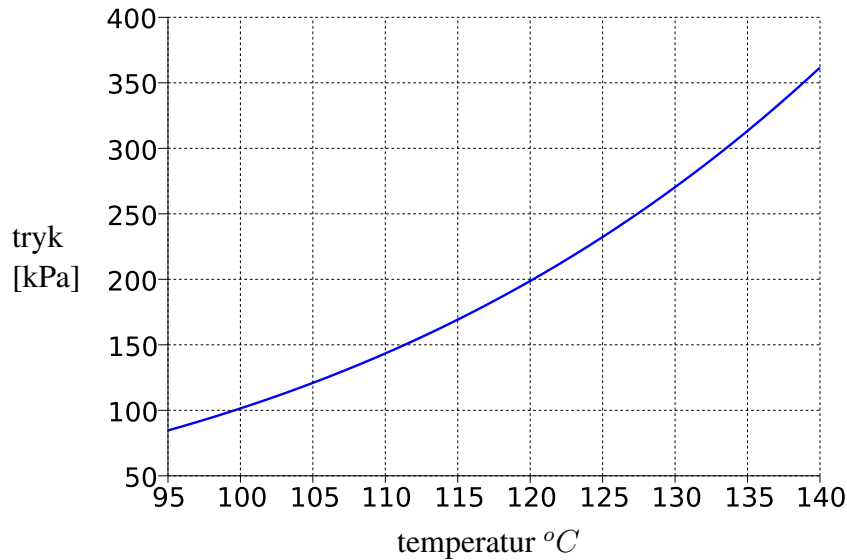
Hvor  $R$  er gaskonstanten.

$V_D$  er volumen af dampen i  $m^3$ .

$\dot{D}_{mmol}$  er den mængde molekyler der fjernes fra kedlen - til motoren.

Den forbrugte mængde damp der forbruges af motoren regnes lettest i  $m^3/s$ , men kan omregnes til mol ud fra gas-ligningen (8).

$$\dot{n}RT = p\dot{V}\tag{8}$$



Figur 7: Damptryk som funktion af temperatur.  $120^{\circ}\text{C}$  svarer ca. til 2 atmosfærers tryk (200 kPa).

Hvor  $\dot{n}$  er antal mol pr sekund,  $R$  er gaskonstanten,  $T$  er temperaturen af gassen (kedeltemperaturen),  $p$  er trykket og  $\dot{V}$  er volumen af gassen pr sekund.

## 7.1 Temperatur

Tryk og temperatur (for mættet vanddamp) er relateret som vist på figur 7, og kan udtrykkes som en ulinær funktion<sup>1</sup> som  $p = f(T)$  (9).

$$\ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = (a_1 r + a_2 r^{1.5} + a_3 r^3 + a_4 r^{3.5} + a_5 r^4 + a_6 r^{7.5}) \frac{T_c}{T}, \text{ hvor}$$

$$\begin{aligned} r &= 1 - \frac{T}{T_c} & a_1 &= -7.85951783 \\ T_c &= 647.096^{\circ}\text{K} & a_2 &= 1.84408259 \\ p_c &= 22064000 \text{ Pa} & a_3 &= -11.7866497 \\ & & a_4 &= 22.6807411 \\ & & a_5 &= -15.9618719 \\ & & a_6 &= 1.80122502 \end{aligned} \quad (9)$$

hvor trykket  $p$  er i Pascal og damptemperaturen i grader Kelvin.

Når systemet skal simuleres i Simulink kan temperaturen  $T$  findes ud fra en lille reguleringsløjfe (blokken ”tryk til temperatur“) med en  $PI$  regulator og ovenstående funktion  $p = f(T)$  i tilkoblingen. Referencen er det beregnede kedeltryk  $p$ , fejlen er  $e = p - f(T)$ , som ganges med  $K_P$

<sup>1</sup>jf.: W. Wagner and A. Pruss (1993) J. Phys. Chem. Reference Data, 22, 783 – 787



og integreres  $\frac{1}{s}$  til temperaturen  $T$ . Den tid det tager (tidskonstant) inden temperaturen  $T$  svarer til trykket  $p$  kan findes ud fra overføringsfunktionen (10).

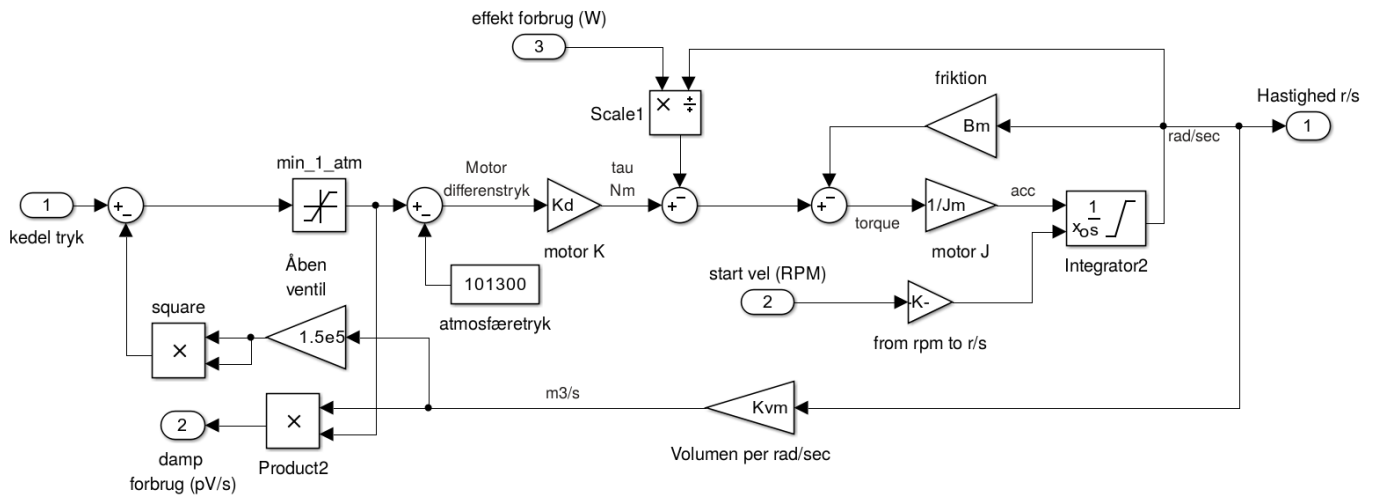
$$\begin{aligned} \frac{T(s)}{p(s)} &= \frac{K_P}{s + K_P K_{Tp}} \\ \tau &= \frac{1}{K_P K_{Tp}} \\ K_{Tp} &\approx 6500 \end{aligned} \tag{10}$$

Hvor konstanten  $K_{Tp}$  er en liniariseret værdi for  $f(T)$  funktionen i et passende arbejds punkt, f.eks. ca.  $6500 Pa/K$  ved  $120^{\circ}C$ . Tidskonstanten  $\tau$  kan så vælges passende hurtigt i forhold til resten af systemet med  $K_P$ .

Denne konstruktion har yderligere den fordel at  $\dot{T}$  er til rådighed inden integrationen, da den skal bruges til forbrugt effekt  $P_C$  til opvarmning af kedel og vand, jf (6).

## 8 Dampmotor

Dampmotoren får et damptryk  $p_M$  ind gennem en reduktionsventilen, omsætter tryk over stemplet til et moment på akslen, der giver anledning til en acceleration, og efter integration til et omdrejningstal (i radianer pr sekund). Simulinkmodellen er vist på figur 8.



Figur 8: Simulink model af dampmotoren. Kedetrykket reduceres først i en ventil afhængigt af dampflowet, her antages ventilen at være fuldt åben. Trykket begrænses til ikke at være under 1 atm, og omregnes til et differenstryk (mellem overside og underside af stempel). Motorkonstanten  $K_d$  omsætter til moment på motorakslen. En del af momentet går til energiforbrug i generatoren og til friktion (i motor og kæde), resten går til at accelerere motoren. Motorens omdrejningstal er ligefrem proportionalt med forbruget af damp med konstanten  $K_{vm}$ .

## 8.1 Reduktionsventil

Flowet i reduktionsventilen ( $Q_{VM}$ ) i  $m^3 s^{-1}$  kan beskrives som i (11).

$$\begin{aligned} Q_{VM} &= k_V \sqrt{p - p_M}, \quad \text{eller} \\ p_M &= p - \left( \frac{Q_{VM}}{k_V} \right)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Hvor  $Q_{VM}$  er (masse) flow gennem ventilen.

$k_V$  er en konstant for flow med fuldt åben ventil.

$p$  er tryk på indgangssiden.

$p_M$  er tryk på udgangssiden.

Trykreduktionen antages også at tage hensyn til tryktab i damprør fra kedel til motor. Udtrykket er egentligt gældende for væske, men antages at være tilstrækkeligt gyldigt i denne anvendelse.

## 8.2 Dampmotor

Dampmotoren får et damptryk  $p_M$  ind gennem en reduktionsventilen, dette tryk presser stemplet, og giver anledning til et moment  $\tau_M$  på motorakslen. Jo hurtigere omdrejningshastigheden  $\omega$  er, jo mere damp forbruges ( $Q_{VM}$ ) og jo mere falder trykket  $p_M$ . Desuden bremses motoren af friktion.

Modellen af motoren består af en integrator, der giver omdrejningstallet  $\omega$  ud fra accelerationen  $\dot{\omega}$ .

Accelerationen  $\dot{\omega}$  kan udtrykkes ud fra det moment damptrykket generer (12).

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \frac{1}{J_m} ((p_M - p_a) K_d - B_M \omega - \tau_G) \\ K_d &= A_S L_K N_C \eta \end{aligned} \quad (12)$$

Hvor  $\dot{\omega}$  er accelerationen af motorakslen.

$J_m$  er inertimomentet på motorakslen (incl. gearing og generator).

$p_M$  er damptryk på indgang og  $p_a$  er damptryk på udgang af motor. Det er dette differenstryk der driver motoren

$K_d$  er en motorkonstant for leveret moment for et givet differenstryk, stempelareal og slaglængde.

$B_M$  er en friktionskonstant proportional med omdrejningstallet  $\omega$ .

$\tau_G$  er det bremsemoment generatoren yder på motorakslen, når den skal generere effekt.

$A_S$  er stempelarealet i  $m^2$ , hvor trykforskellen over og under stemplet virker.

$L_K$  er længden af den arm kraften på stemplet virker på, d.v.s. den halve slaglængde.

$N_C$  er antal cylindre, antaget som 4 (2 dobbeltvirkende).

$\eta$  er et virkningsgrad udtryk der kompenserer for at maksimal-momentet ikke virker hele tiden.

Momentet fra generatoren  $\tau_G$  er proportional med effektforbruget  $P_G$ .

$$\tau_G = \frac{P_G}{\omega} \quad (13)$$

Den forbrugte dampmængde  $\dot{V}$  [m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>] er proportional med motorens omdrejningstal, og er udregnet med konstanten  $K_{vm}$  som i (14).

$$\begin{aligned} K_{vm} &= A_S L_K \frac{\omega}{2\pi} N_C \eta_D \\ \eta_D &= \frac{1}{1-S_S} \end{aligned} \quad (14)$$

hvor  $S_S$  er en spildfaktor, der angiver hvor meget damp der smutter forbi stemplet uden at give moment ([0..1]).

Den forbrugte mængde damp er  $\dot{V}$  sammen med damptrykket  $P_M$ , og bliver ført tilbage som dampforbrug til kedlen, som vist på figur 4.

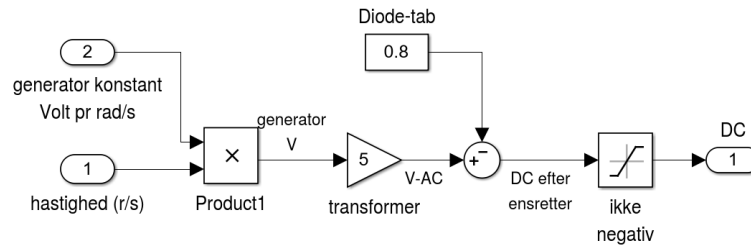
## 9 Generator

Ud af generatoren kommer en 3-faset spænding, som op-transformeres, og ensrettes til en DC.

Denne DC spænding antages at være proportional med omdrejningstallet, ud fra (15), på nær et spændingstab i dioderne, og derfor modelleres som vist på figur 9.

$$V_{DC} = K_g \omega N_T \quad (15)$$

hvor  $N_T$  er transformerens omsætningsforhold.



Figur 9: Simulink model af genratorfunktionen. Generatormodellen indeholder kun en generatorkonstant, et transformator omsætningsforhold og diodetab, og omsætter således generatorens omdrejningstal i radianer/sekund til en positiv DC spænding.

## 10 Effektförbrug

Energien forbruges i denne model af en modstand placeret på den ensrettede side af generatoren, og er udregnet efter Ohm's lov, som vist på figur 4.

I praksis vil belastningen nok ikke være en modstand, men måske en strøm bestemt af en spændingskonverter. Belastningsinput kan dog hurtigt ændres til en belastningsstrøm, hvis det er mere realistisk.

En modstand er dog praktisk, da det er lettere at udføre en sammenlignende måling på den virkelige dampmaskine med en modstand som belastning. Et trin på belastningen kan så gennemføres både på den virkelige dampmaskine og på den simulerede model nogenlunde ensartet.