

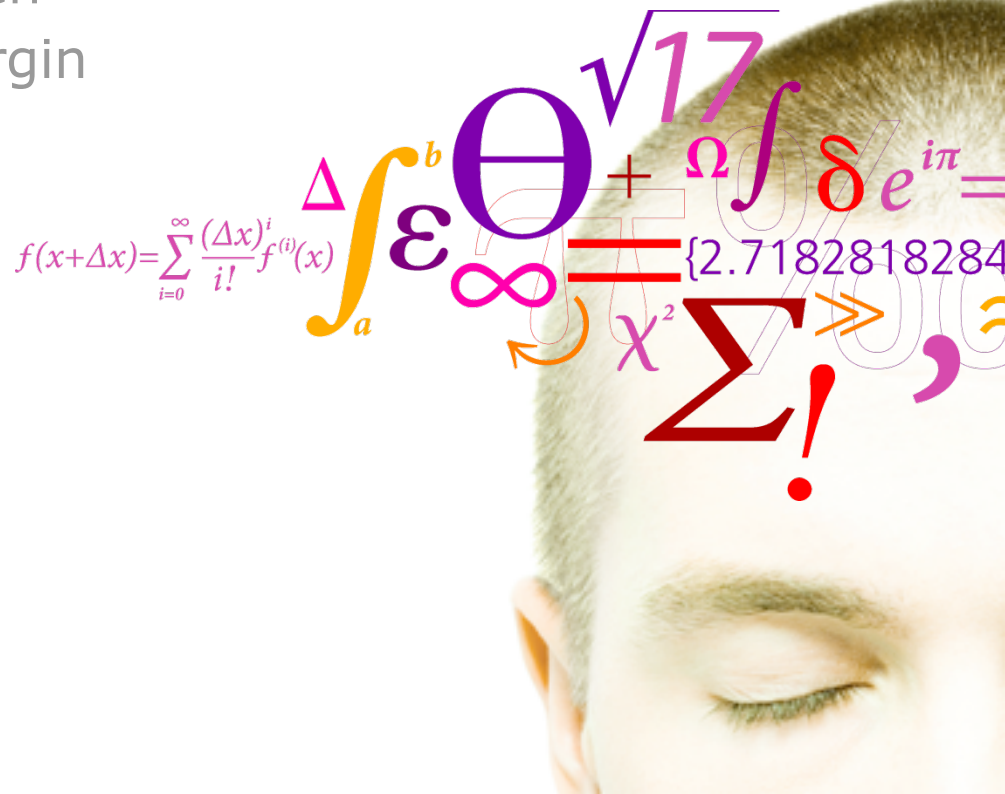
Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Kursusuge 5

Plan

-
- Frekvensanalyse
 - Bodeplot – 1. og 2. orden
 - Stabilitet, Stabilitetsmargin
- Grupperegning
 - Frekvensanalyse
-



Grupperegningsopgaver I

- 1) Et system skal modelleres med en lineær overføringsfunktion
Der måles med en sinus på indgangen (u) med forskellige frekvenser:

$$u(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$$

Output (y) er ved lave frekvenser op til ca. 10 rad/s konstant med en fasedrejning på ca. 0 grader

$$y(t) = 10 \cdot \sin(\omega t + 0)|_{\omega < 10}$$

ved ca. $\omega \approx 45$ er amplituden steget til et maksimum, så

$$y(t) \approx 13.5 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)|_{\omega = 45}$$

Ved $\omega \approx 500$ er amplituden faldet med ca. en faktor 100:

$$y(t) \approx 0.1 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)|_{\omega = 500}$$

Hvad er et kvalificeret gæt på overføringsfunktionen?

Grupperegningsopgaver I

- 1) Et system skal modelleres med en linær overføringsfunktion
Der måles med en sinus på indgangen (u) med forskellige frekvenser:

$$u(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$$

Output (y) er ved lave frekvenser op til ca. 10 rad/s konstant med en fasedrejning på ca. 0 grader

$$y(t) = 10 \cdot \sin(\omega t + 0)|_{\omega < 10}$$

ved ca. $\omega \approx 45$ er amplituden steget til et maksimum, så

$$y(t) \approx 13.5 \cdot \sin(\omega t - 80^\circ)|_{\omega = 45}$$

Ved $\omega \approx 500$ er amplituden faldet med ca. en faktor 100:

$$y(t) \approx 0.1 \cdot \sin(\omega t - 180^\circ)|_{\omega = 500}$$

Hvad er et kvalificeret gæt på overføringsfunktionen?

- En amplitude resonans og et amplitudedefald på 100 (-40dB) peger på et komplekst polpar og en DC-gain på 10 (20dB).
En resonansspids på $20 \log_{10}(13.5) = 22.6$ dB eller ca. 3dB over DC $\rightarrow \zeta \approx 0.4$

$$G(s) = \frac{10 \cdot 50^2}{s^2 + 2 \cdot 0.4 \cdot 50s + 50^2}$$

Grupperegningsopgaver II

- 2) Et system har overføringsfunktionen

$$G(s) = \frac{10}{(0.0009s^2 + 0.018s + 1)s}$$

Systemet forsøges reguleret med en P-regulator med $K_p=1$

- Hvad er krydsfrekvensen ω_c ?
 - Hvad er fasemargin γ_M ?
 - Hvad er gain margin K_M ?
 - Vil lukket sløjfe være stabilt?
- 3) For samme system øges K_p til $K_p=3$
 - Hvad er nu fasemargin?
 - Vil lukket sløjfe være stabilt?

Grupperegningsopgaver II

• 2)

$$G(s) = \frac{10}{(0.0009s^2 + 0.018s + 1)s}$$

$K_p=1$

a) Hvad er krydsfrekvensen ω_c ?

$$\omega_c \approx 11 \text{ rad/s}$$

b) Hvad er fasemargin?

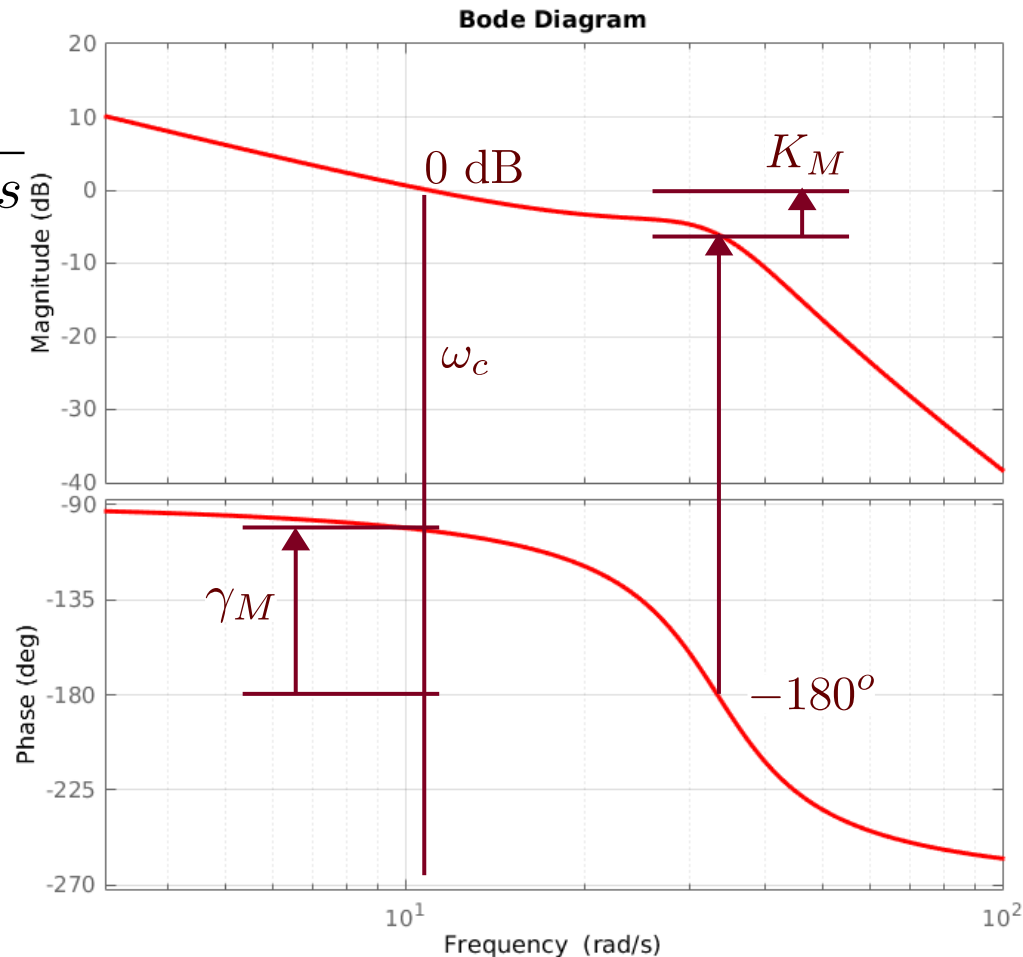
$$\gamma_M = 80^\circ$$

c) Hvad er gain margin?

$$K_M = 6 \text{ dB}$$

d) Vil lukket sløjfe være stabilt?

Ja, både fasemargin og gain-margin er positiv



Grupperegningsopgaver II

- 2) Et system har overføringsfunktionen

$$G(s) = \frac{10}{0.0009s^2 + 0.0018s + 1}$$

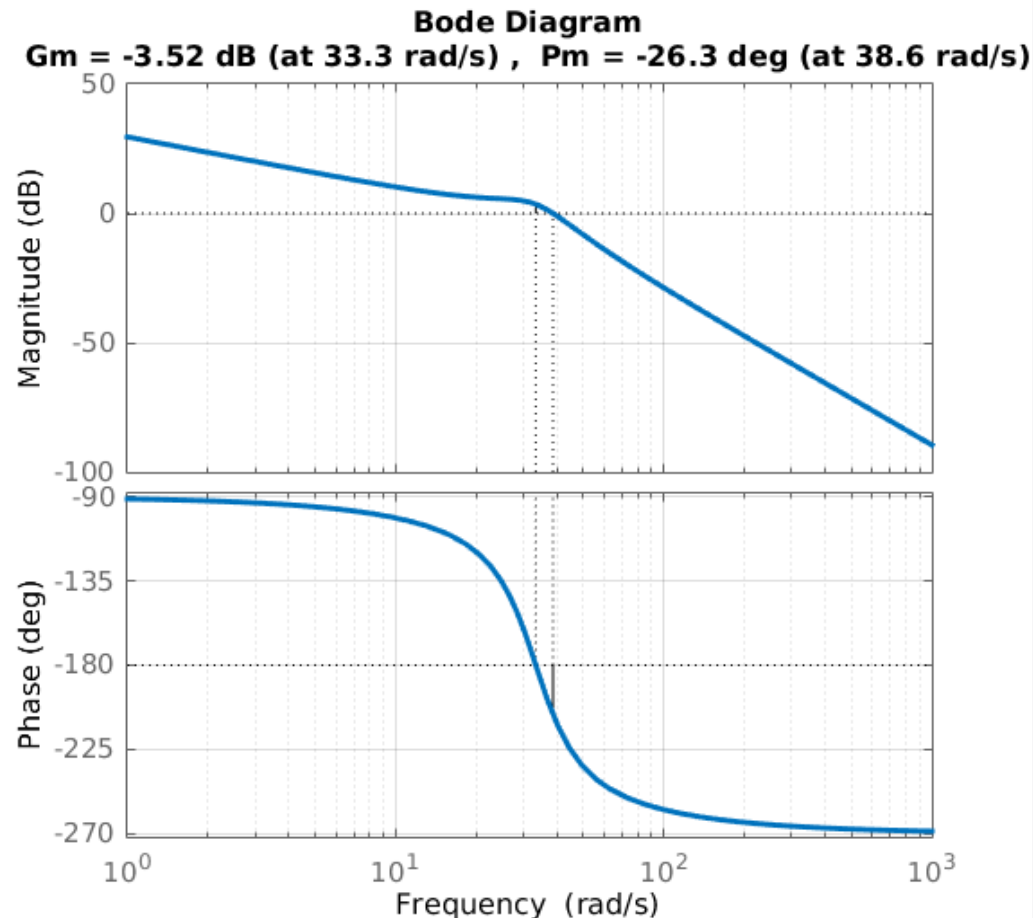
- 3) For samme system øges Kp til Kp=3

a) Hvad er nu fasemargin?

– Ifølge MATLAB
margin(G) sim vist til højre
 $\gamma_M = -26.3^\circ$

b) Vil lukket sløjfe være stabilt?

Nej, negativ fasemargin gør
lukket sløjfe ustabil.

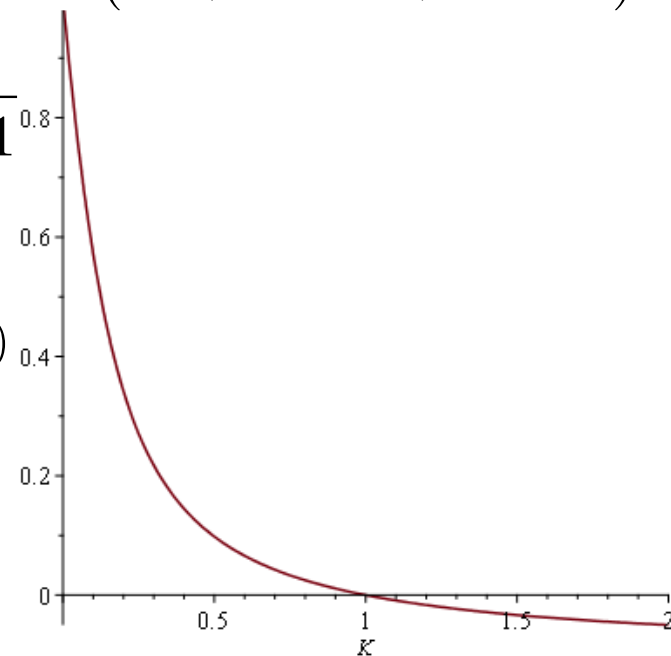


Grupperegningsopgaver III

- Multiple choice opgaver til lektion 5
 - a) Krydsfrekvens
 - b) Stabilitet
 - c) Bodeplot til overføringsfunktion
 - d) Lukket sløjfe

Grupperegningsopgaver III

- Multiple choice opgaver til lektion 5 (fildeling)
 - a) Krydsfrekvens
 - Den frekvens hvor **åben sløjfe forstærkning = 1**, og dermed den frekvens hvor fasemargin aflæses
 - b) Stabilitet
 - Stabil, når alle poler er i venstre halvplan
 - For et 2. ordenssystem med nævner $N = (s^2 + 10Ks + K - 1)$ vil polerne være ved $N=0$
- Pol: $S = -5K \pm \sqrt{25K^2 - K + 1}$
- Plot af den rod der kan give den mest positive realværdi (Maple):
- $$\text{plot}(-5K + \sqrt{25K^2 - K + 1}, K = 0..2)$$
- Polen vil være negativ (stabil) for **K > 1**.
- (det ville også gøre alle led positive, som er tilstrækkeligt for et 2. ordens udtryk)



Grupperegningsopgaver III

- Multiple choice opgaver til lektion 5 (fildeling)

...

– c) Bodeplot til overføringsfunktion

- Bodeplot starter vandret: ingen poler eller nulpunkter i $s=0$
- En resonanstop og fasedrejning negativ tyder på et komplekst polpar ved frekvensen $\omega_n = 10$ med dæmpningsfaktor $\zeta = 0.1$
- Fasen ender ikke på -180 grader, men går op mod -90 grader det tyder på et nulpunkt, som ved knækfrekvensen burde give $+45$ grader (hvis i venstre halvplan), amplituden viser et svagt knæk op, som også peger på et nulpunkt, hvor fasen er ca. -135 grader $\omega_z \approx 100$
- Samlet overføringsfunktion
- K kan nok her lettest findes ved $s=0 \rightarrow 0\text{dB}$

$$\frac{100k}{\omega_n^2} = 1 \Rightarrow k = 1$$

$$G(s) = \frac{k(s + 100)}{s^2 + 2\zeta\omega_N s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{s + 100}{s^2 + 2s + 100}$$

Grupperegningsopgaver III

- Multiple choice opgaver til lektion 5 (fildeling)
 - a) Krydsfrekvens
 - b) Stabilitet
 - c) Bodeplot til overføringsfunktion
 - d) Lukket sløjfe

- Lukket sløjfe må være

$$G_{cl} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)G_c(s)}$$

- Maple siger noget i stil med

$$(s+2.)*(0.01*s+1.)/(6.06*s^2+34.*s+40.+0.01*s^5+1.01*s^4+1.02*s^3)$$

- Efter multiplikation med 100 i tæller og nævner

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{(s+2)(s+100)}{s^5 + 101s^4 + 102s^3 + 606s^2 + 3400s + 4000}$$