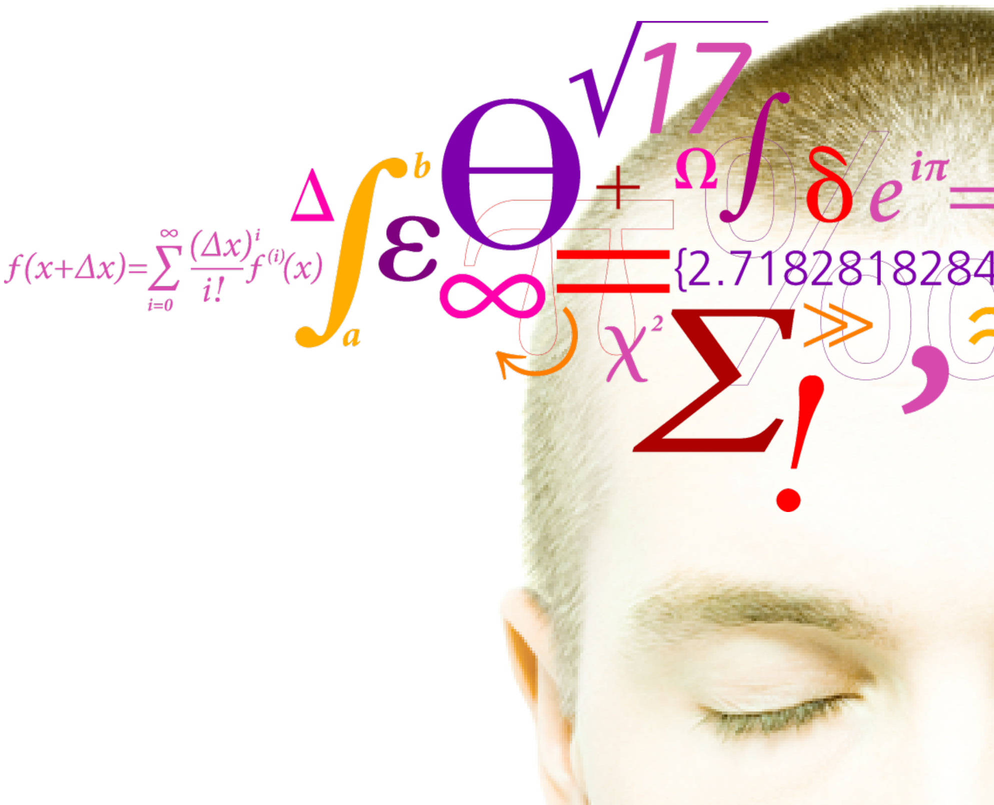
Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Eksamen forår 2017

- Forslag til opnåelse af svar.



Question 1

Find den lineære overføringsfunktion fra inputspænding til omdrejningshastighed for en motor, når motorens funktion kan beskrives med følgende ulineære differentialligning

$$J\dot{\omega}(t) = \frac{k}{R}(v(t) - k\omega(t) - 1.2) - B\sqrt{\omega(t)}$$

hvor k, R og B er konstanter

Input er $v(t)$

Output er $\omega(t)$

Arbejdspunket er steady state punkt, hvor $\omega = \omega_0$

$$J\dot{\omega} = \frac{k}{R}(v - k\omega - 1.2) - B\omega^{\frac{1}{2}}$$

Lineariseret hvert led med hensyn til variable (v og omega) i arbejdspunkt

$$J\dot{\omega} = \frac{k}{R}v - \frac{k^2}{R}\omega - B\frac{1}{2}\omega_0{}^{-\frac{1}{2}}\omega$$

Laplace transformeret og samlet

$$Js\omega + \frac{k^2}{R}\omega + B\frac{1}{2\sqrt{\omega_0}}\omega = \frac{k}{R}v$$

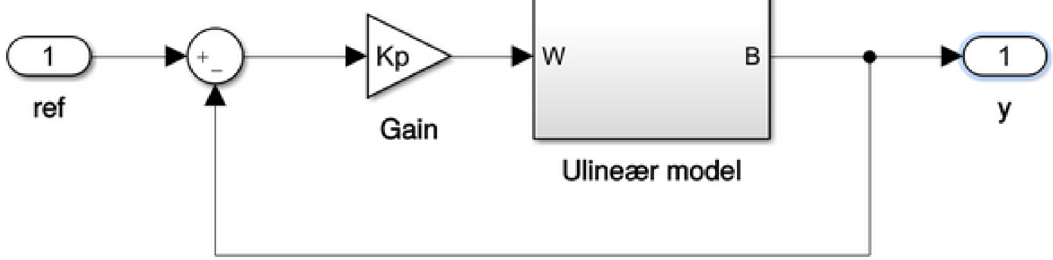
$$\omega(Js + \frac{k^2}{R} + B\frac{1}{2\sqrt{\omega_0}}) = \frac{k}{R}v$$

Svar:

$$\frac{\omega}{v} = \frac{k}{R(Js + \frac{k^2}{R} + B\frac{1}{2\sqrt{\omega_0}})}$$

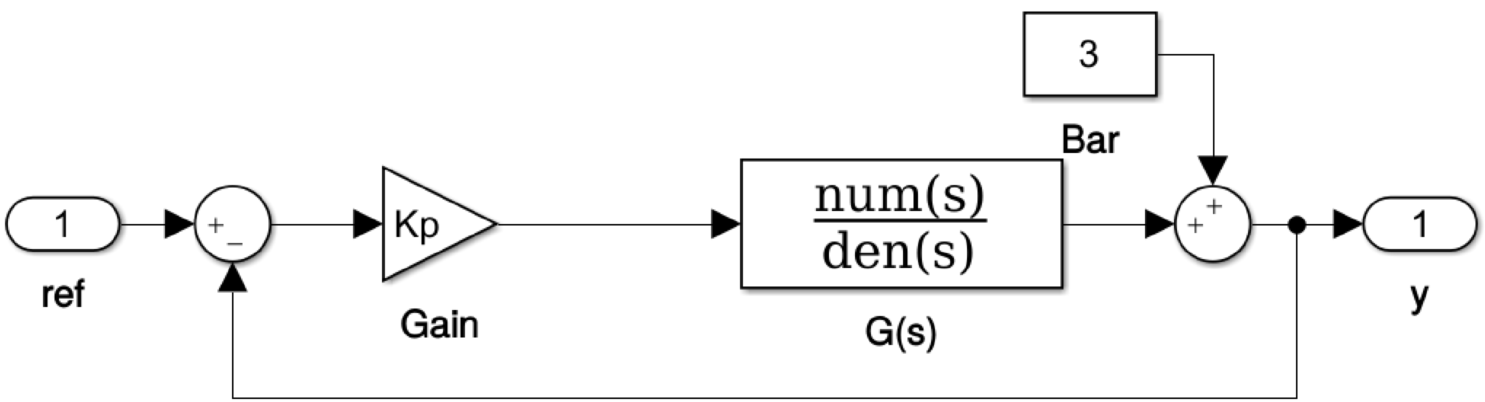
Question 2

Hvilken lineariseret model svarer til denne ulineære model?



Den ulineære blok lineariseres til overføringsfunktion G(s)
i arbejdspunktet hvor input W er 1000 W og output B er 3 Bar.

Lineariseret model G(s) giver kun afvigelser I forhold til arbejdspunkt, så Output skal tillægges arbejdspunkt inden det kan bruges til at sammenlignes med referencen, så rigtigt svar må være:



Question 3

Et elektrisk RC led skal beskrives på blok-form, hvordan?

Kredsløbet er beskrevet ved følgende ligninger:

$$v_c = \frac{1}{C}\int i_c\, dt$$

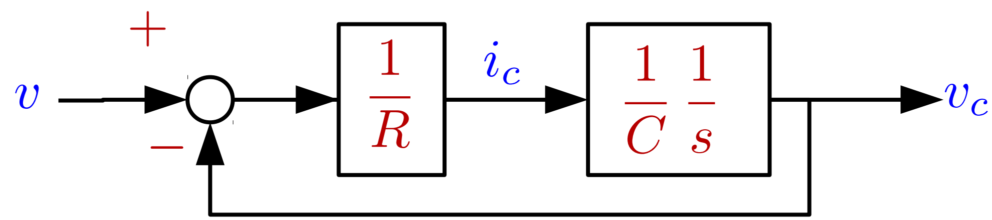
$$i_c = \frac{v - v_c}{R}$$

hvor v er input, v_c er output, R og C er konstanter.

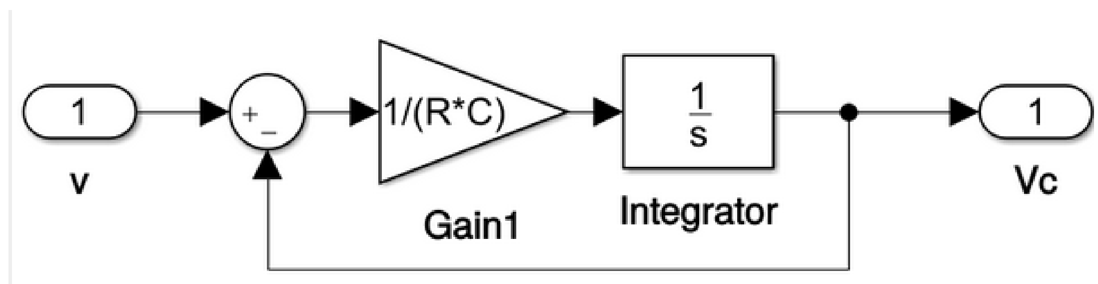
Laplace transformer

$$v_c = \frac{1}{C}\frac{1}{s} i_c$$

$$i_c = \frac{v - v_c}{R}$$

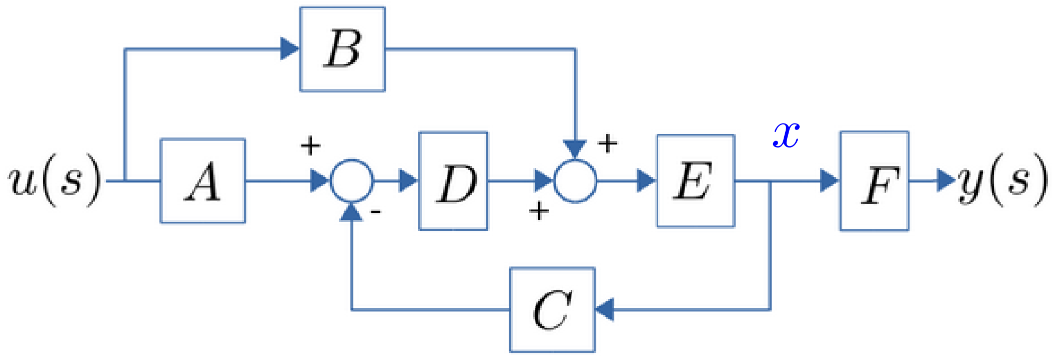


Samme som dette svar:



Question 4

Hvad er overføringsfunktionen for dette system?



En mellemvariable X letter udregning

$$y = xF$$

X består af 3 led, 1. fra u via BE til x, fra u via ADE til x og fra x via CDE.
Superposition siger (for lineære systemer):

$$x = uBE + uADE + xCDE$$

$$x - xCDE = uBE + uADE$$

$$x(1 - CDE) = u(BE + ADE)$$

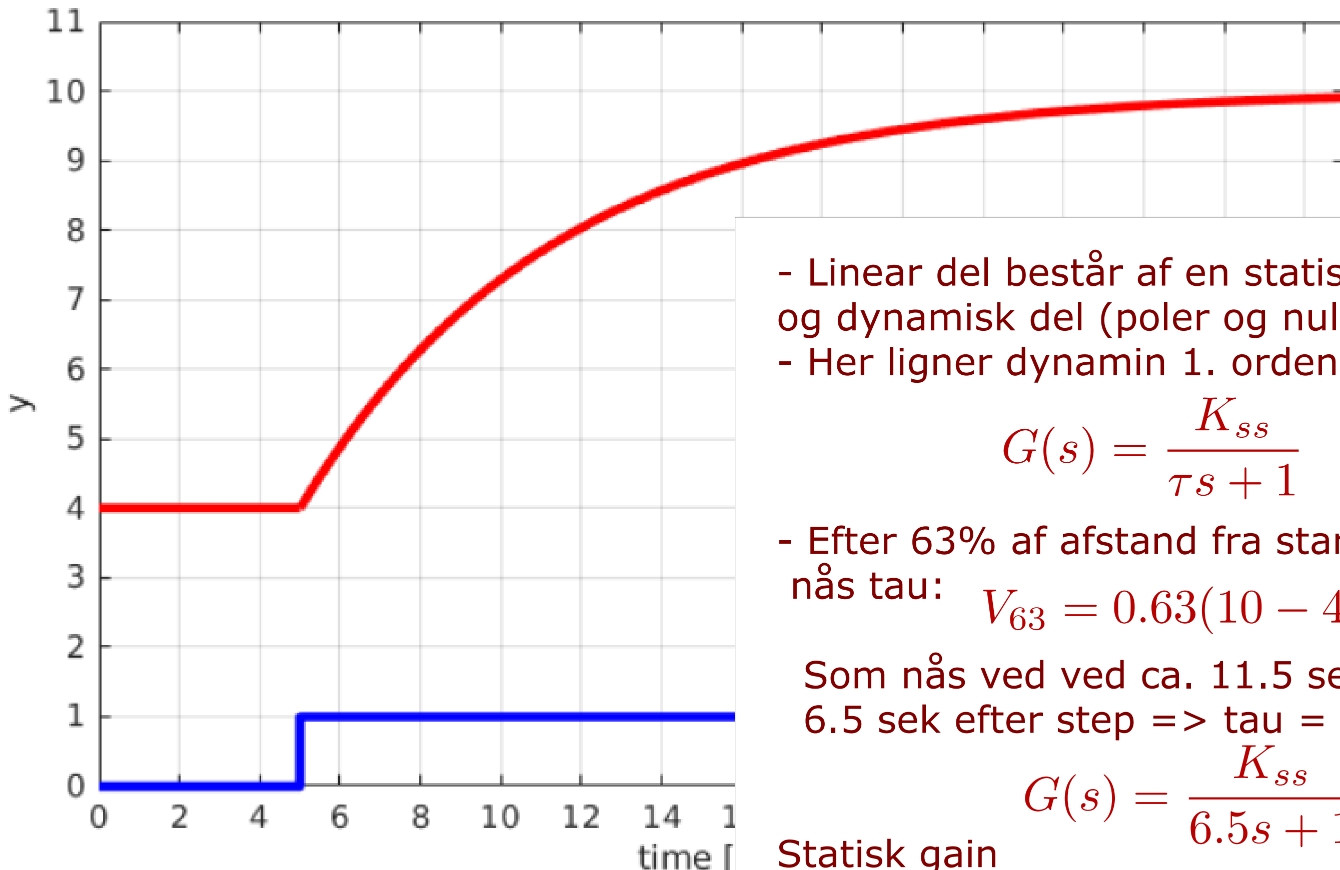
$$\frac{x}{u} = \frac{BE + ADE}{1 - CDE}$$

$$\frac{y}{u} = \frac{BE + ADE}{1 - CDE}F$$

Svar: $\frac{y}{u} = \frac{ADEF + BEF}{1 + CDE}$

Question 5

Hvad er den lineære overføringsfunktion G(s) fra input til output ud fra dette step respon



Den blå kurve er input og den røde output.

Systemet er ulineært.

- Linear del består af en statisk gain og dynamisk del (poler og nulpunkter).
- Her ligner dynamin 1. ordens pol.

$$G(s) = \frac{K_{ss}}{\tau s + 1}$$

- Efter 63% af afstand fra startværdi til slutværdi nås tau: $V_{63} = 0.63(10-4)+4 = 7.8\,V$

Som nås ved ved ca. 11.5 sek, eller 6.5 sek efter step => tau = 6.5.

$$G(s) = \frac{K_{ss}}{6.5s+1}$$

Statisk gain

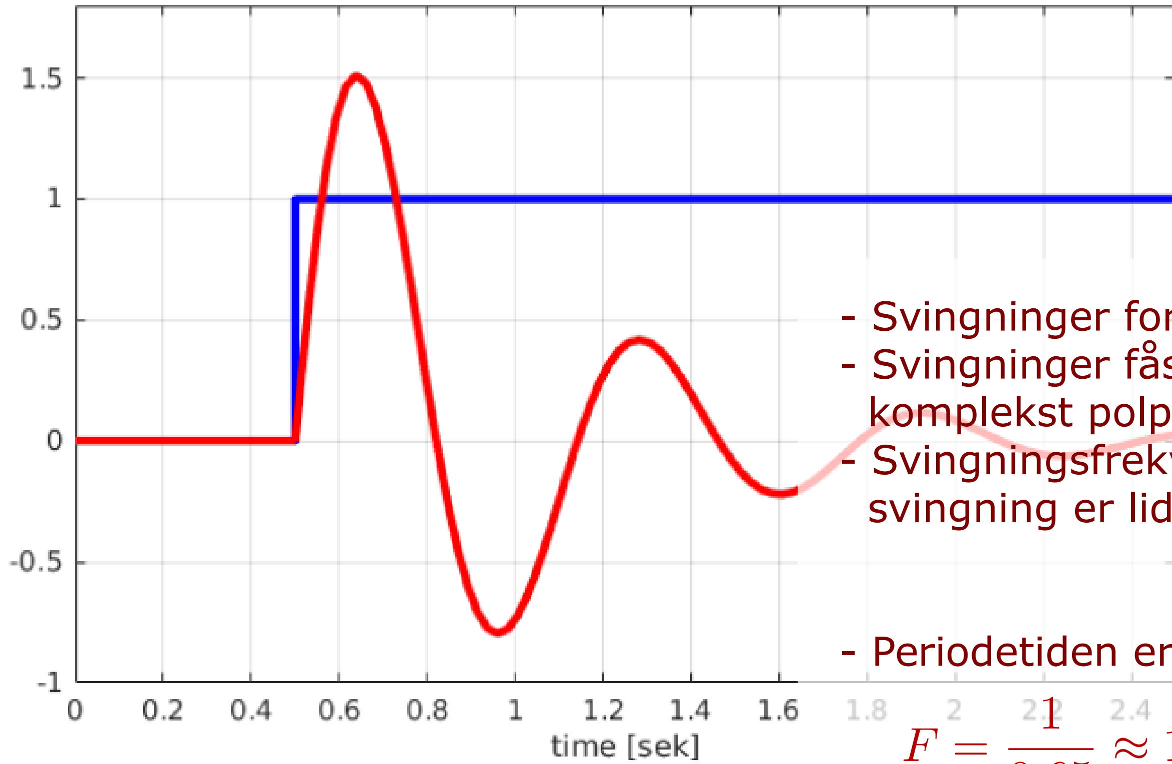
$$K_{ss} = \frac{\Delta out}{\Delta in} = \frac{10-4}{1-0} = 6$$

$$G(s) = \frac{6}{6.5s+1}$$

Svar: $G(s) = \dfrac{6}{6.3s+1}$

Question 6

Hvad kan der udledes af et system med dette steprespons?



Blå kurve er step og rød kurve er respons.

- Svingninger forårsages af input => gain <> 0
- Svingninger fås kun hvis der er et komplekst polpar.
- Svingningsfrekvensen for en dæmpet svingning er lidt lavere end ω_n

$$\omega_n = 2\pi f$$

- Periodetiden er ca. 0.65 sekunder,

$$F = \frac{1}{0.65} \approx 1.5\,\mathrm{Hz} \;\Rightarrow\; \omega_n \approx 9.7\;\mathrm{rad/sek}$$

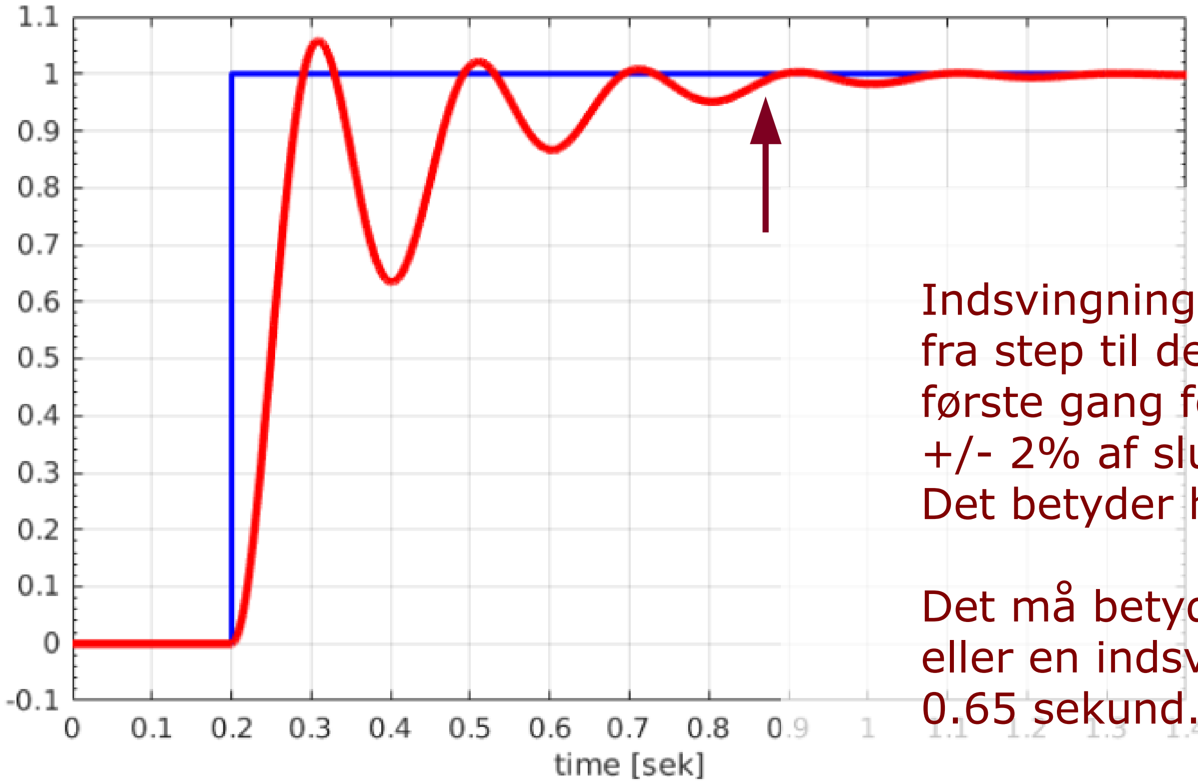
- Steady state gain → 0,
  kunne være nulpunkt i s=0

Rigtigt svar:

- [ ] Overføringsfunktionen har et komplekst polpar og en resonansfrekvens på ca. 10 rad/s

Question 7

Hvad er indsvingningstiden for dette step respons?



Blå kurve er step og rød kurve er step respons.

Indsvingningstid regnes (normalt) fra step til det tidspunkt, hvor kurven første gang forbliver indenfor +/- 2% af slutværdi.
Det betyder her indenfor 0.98 til 1.02

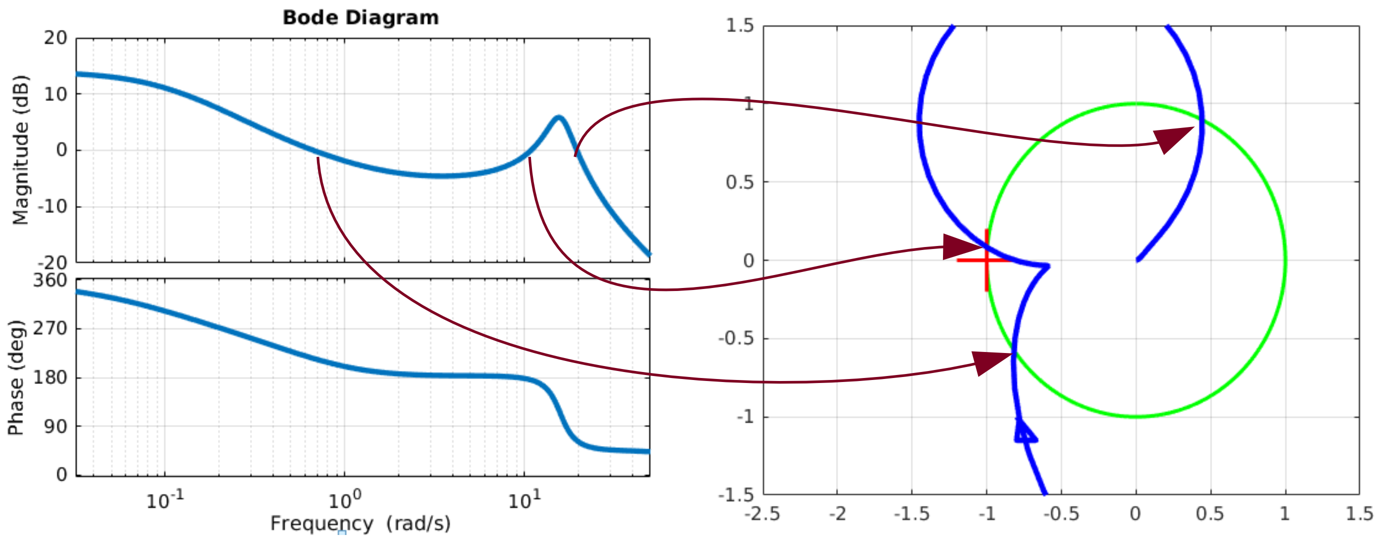
Det må betyde ved ca. 0.85 sekund, eller en indsvingningstid på 0.65 sekund.

Svar:

0.65 sek

Frekvensanalyse

Et system uden poler i højre halvplan har følgende Bode og Nyquist plot



Question 8

Hvis systemet forsøges reguleret med en P-regulator med Kp=1,

vil systemet så være stabilt?

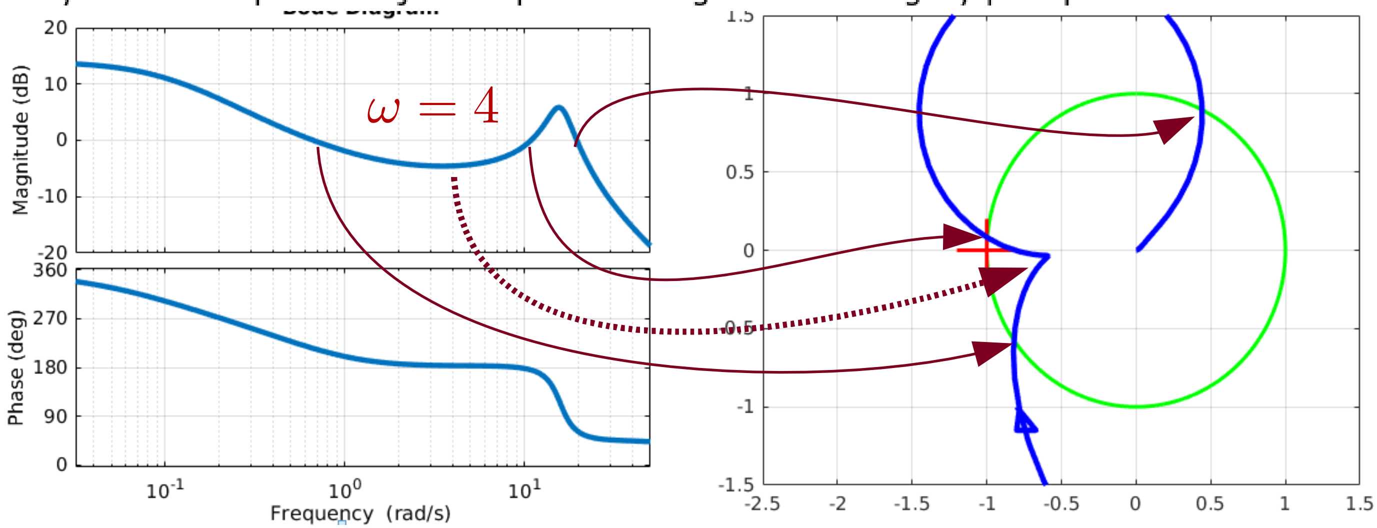
- Ja
- Nej

Systemet har ingen poler I højre halvplan, og ifølge Nyquist forenklede stabilitetskriterie går kurven til højre for -1, og er derfor **stabilt**.
Der er 3 krydsfrekvenser, som vist,
Og ud fra bodeplot alene er det svært at afgøre om systemet er stabilt.

Frekvensanalyse

$$G(s) = \frac{-0.252s^3 - 6.52s^2 - 5.3s + 5}{0.00048s^5 + 0.05085s^4 + 0.4071s^3 + 12.34s^2 + 11.23s + 1}$$

Et system uden poler i højre halvplan har følgende Bode og Nyquist plot



Question 9

Det overvejes i stedet at anvende en regulator regulator med følgende overføringsfunktion

$$C(s) = \frac{4}{s+4}$$

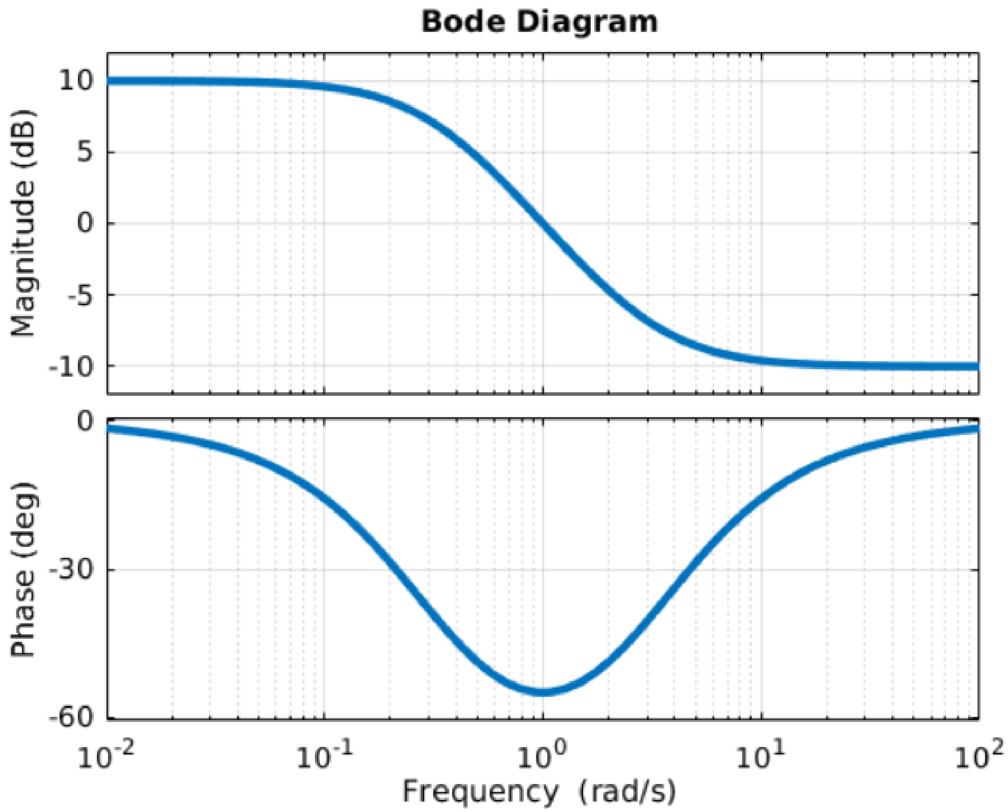
Hvad vil det gøre ved Nyquist plottet?

- Bringe kurven længere væk fra -1 punktet
- Bringe kurven tættere på -1 punktet

- Polen i regulatoren ved 4 rad/sek vil dæmpe frekvenser herover (se stiplet linje), og tilføje ekstra fasedrejning.
- Det må betyde at den blå kurve i Nyquist over denne frekvens vil være tættere på 0, og være mere fasedrejet – med uret.
- Det vil få kurven længere væk fra -1, (og dermed formentlig mindre svingninger for et step respons).

Question 10

Hvad er overføringsfunktionen for systemet med dette bodeplot?



Der er tydeligt en pol ved ca. 0.3 rad/sek (amplitude faldet 3 dB), og
et nulpunkt ved ca. 3 rad/sek.
Det passer også med fase-drejning – knæk ned for pol og knæk op for nulpunkt.

$$G(s) = \frac{k(s+3)}{s+0.3}$$

Steady state gain (s→0) er 10 dB

$$10\text{ dB} = 10^{\frac{10}{20}} = 3.16$$

$$3.16 = \frac{3k}{0.3} \quad \Rightarrow \quad k = 0.316$$

$$G(s) = \frac{0.316(s+3)}{s+0.3}$$

Rigtigt svar: $G(s) = \frac{s+3.2}{3.2s+1}$

(gange med 0.3 I tæller og nævner)

Question 11

Hvad er fasedrejningen for denne overføringsfunktion?

$$G(s) = \frac{-s+1}{4s^2+s+1}$$

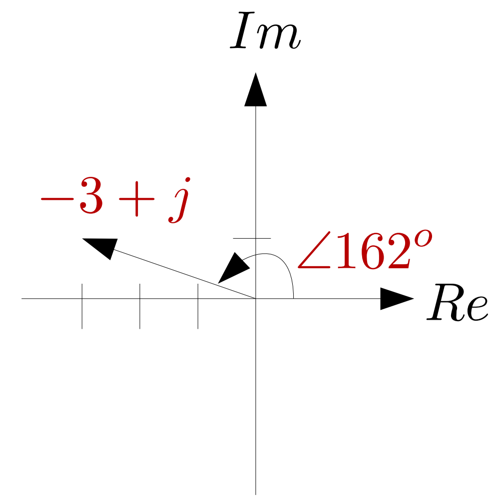
ved netop frekvensen $\omega = 1$

- [ ] $\angle G(\omega = 1) = -180$ grader
- [ ] $\angle G(\omega = 1) = -207$ grader
- [ ] $\angle G(\omega = 1) = +45$ grader
- [ ] $\angle G(\omega = 1) = -117$ grader
- [ ] $\angle G(\omega = 1) = 0$ grader

Erstat s med $s = j\omega$
og $\omega = 1$

Så fås

$$G(\omega = 1) = \frac{-j+1}{-4+j+1}$$

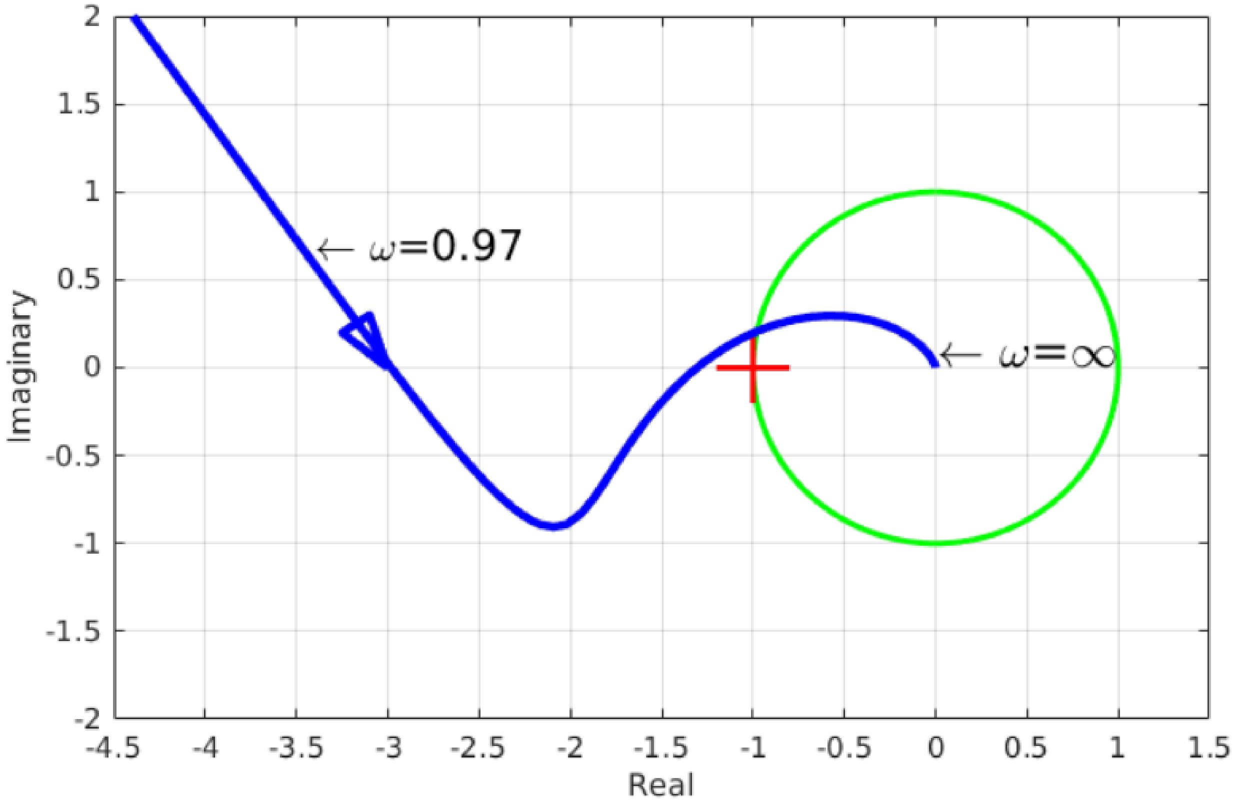


$$G(\omega = 1) = \frac{\sqrt{2}\angle -45^o}{\sqrt{10}\angle +162^o}$$

$$\angle G(\omega = 1) = \frac{\angle -45^o}{\angle 162^o} = \angle -45^o - 162^o = -207^o$$

Question 12

Vil en P-regulator gøre dette system stabilt - ud fra den viste del af dette Nyquist plot?



Der er hverken nulpunkter eller poler i højre halvplan.

Den blå kurve viser kun positive frekvenser og frekvensen er stigende i pilens retning.

Ingen poler I højre halvplan,

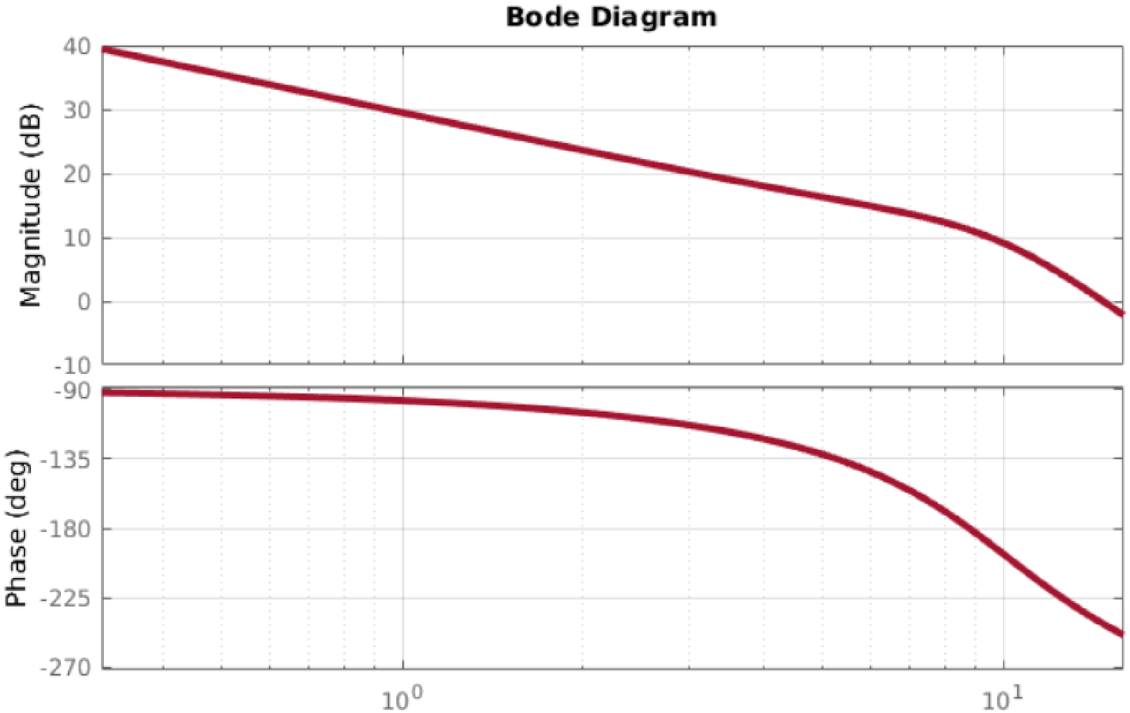
Så skal -1 ligge til venstre for kurven (for positive frekvenser).
Det gør den ikke her,

men med en Kp mindre end lidt under 1 skulle lukket sløjfe være stabil, indtil Kp bliver så lille at også den anden skæring med -180 grader kommer på den "forkerte" side af -1.

Det sker, hvis Kp < 1/3.

☐ Enhver P regulator med Kp < 0.77 og Kp > 0.35 vil gøre lukket sløjfe stabil.

Et system der skal reguleres har dette bodeplot.



Question 13

Design en P-regulator, så der opnås en fasemargin på 45 grader.

- Kp=16
- Kp = -16
- Kp = 1.6
- KP = 0.16

Fasemargin 45 grader betyder at krydsfrekvens skal være ved -135 grader.

Som giver

$$\omega_c = 5.3 \text{ rad/sek}$$

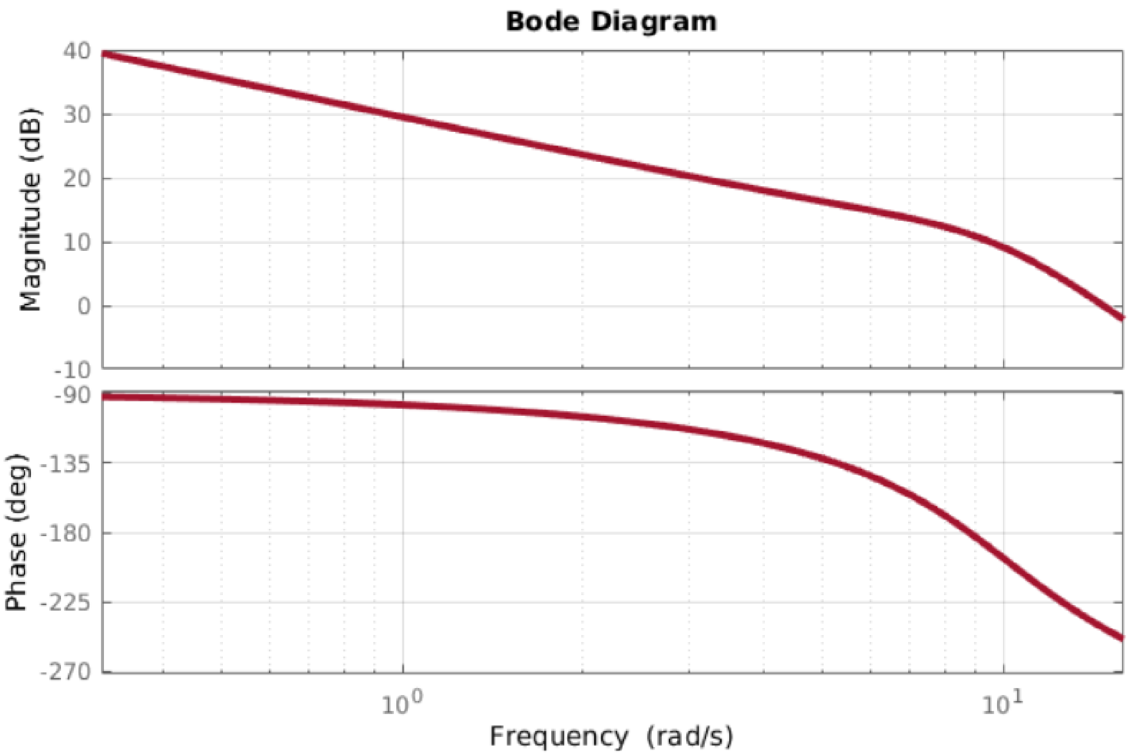
Hvor amplituden er

$$|G(\omega_c)| = 16 \text{ dB}$$

Så Kp skal være -16 dB:

$$K_P = 10^{-\frac{16}{20}} = 0.158$$

Et system der skal reguleres har dette bodeplot.



En integrator i overføringsfunktionen betyder at der ikke er stationær fejl for et step på reference indgang.
Og her falder amplituden (med 20 dB/dekade) ved lave frekvenser, som antyder at der er en pol ved s=0.

Question 14

Vil den designede P-regulator give anledning til stationær fejl for et step input?

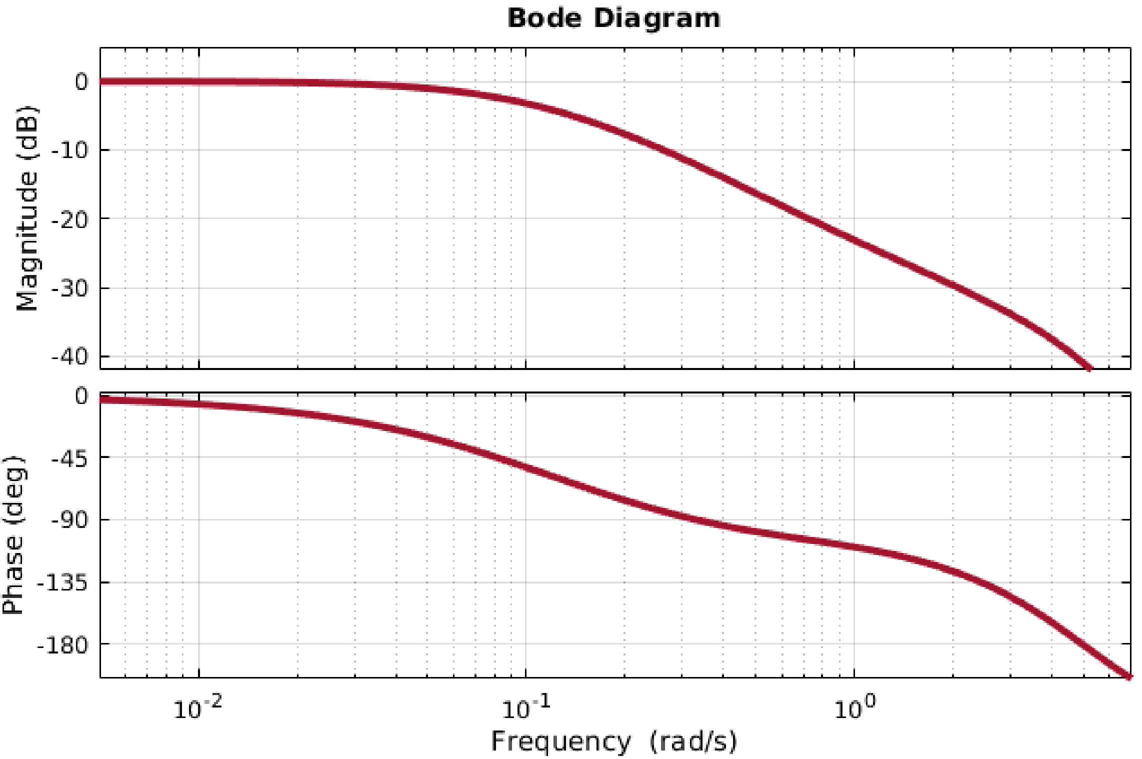
- [ ] Ja
- [ ] Nej

Question 15

Med en PI-Lead regulator, hvad bliver den nye krydsfrekvens?

Det system der skal reguleres har følgende bodeplot

Der vælges en et I-led med med et nulpunkt der ligger ved 3 gange lavere frekvens end krydsfrekvensen (Ni=3), der vælges et Lead led med en $\alpha = 0.1$, og der ønskes en fasemargin på 60 grader.



En PI-lead regulator.
Der skal findes en krydsfrekvens, hvor fasedrejning passer med de valgte parametre:

$$Ni = 3 \Rightarrow \varphi_i = \arctan \frac{1}{-Ni} = -18^o$$

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow \varphi_M = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = 55^o$$

$$\gamma_M = 60^o$$

Derfor fås:

$$\angle G(\omega_c) = -180 + \gamma_M - \varphi_i - \varphi_M$$

$$\angle G(\omega_c) = -180 + 60 + 18 - 55 = -157^o$$

Der ligger ved ca. 3.5 rad/s

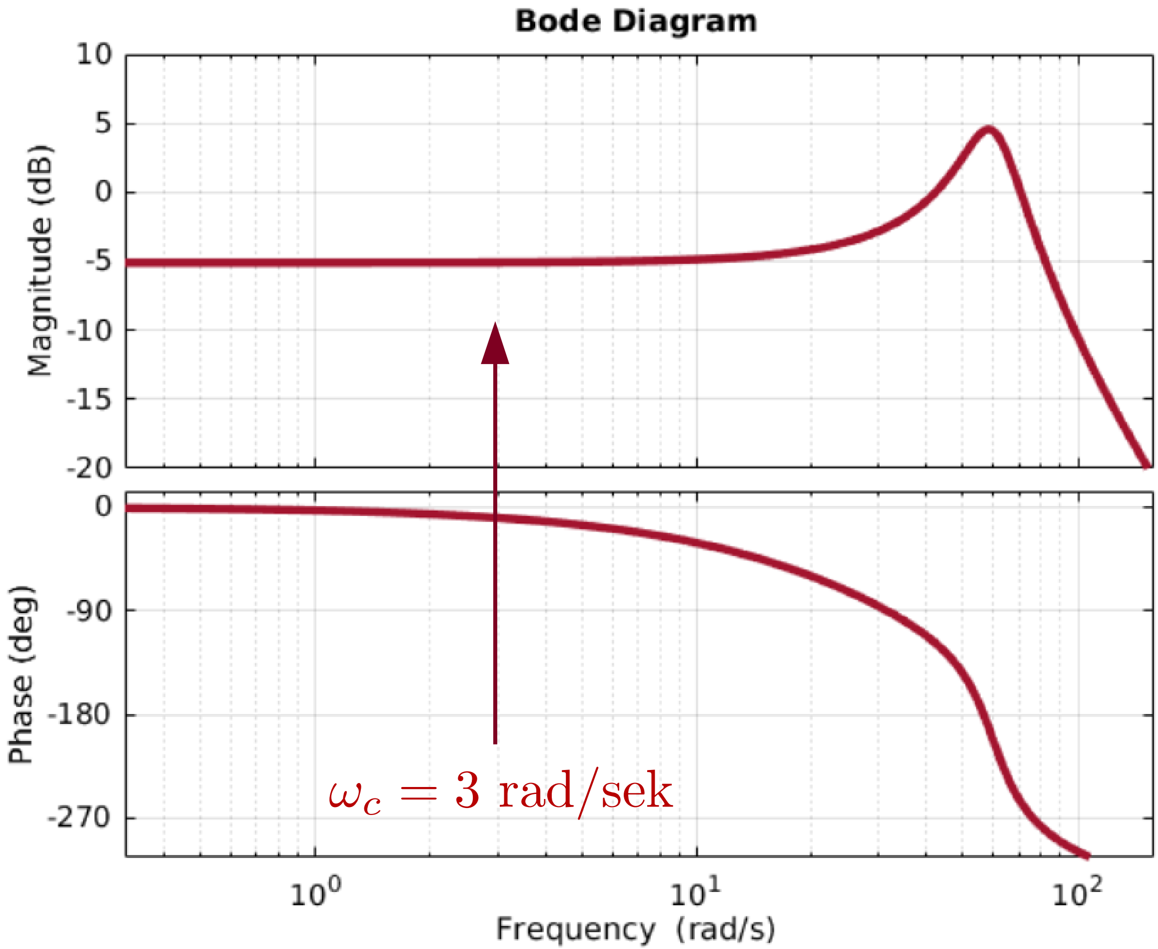
Rigtigt svar:

$\omega_c = 4$ rad/sek

Question 16

Hvilken regulator vil være passende for et system med dette bodeplot?

Og der ønskes en krydsfrekvens ved 3 rad/sek.



Der er 2 problemer med krydsfrekvens ved 3 rad/sek.
- amplitude er flad, og
- peak ved ca. 60 rad/sek kan give ustabilitet.

En I-regulator vil dels give en faldende amplitude og dels undertrykke peak, så det ville være et godt bud, og der er fasemargin nok ved 3 rad/sek, så de ekstra -90 grader er ikke et problem

En PI-regulator med et nulpunkt ved 50 rad/sek er næsten lige så godt.

Svar:

☐ En PI-regulator, hvor I-ledets nulpunkt ligger ved en frekvens over 50 rad/sek.

Regulator design 3

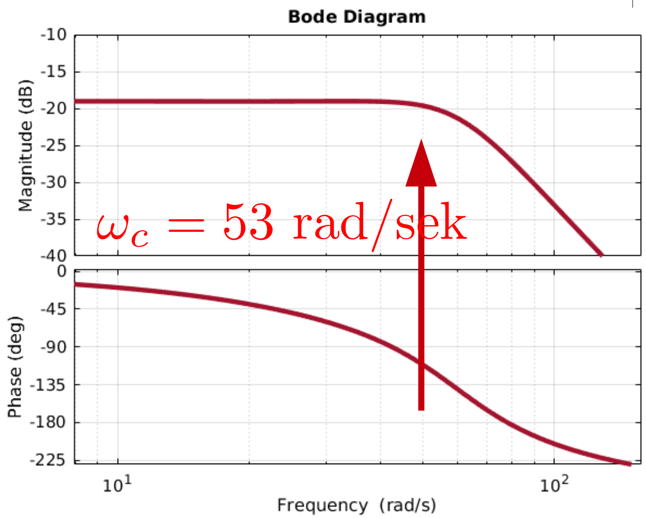
Et system har følgende overføringsfunktion

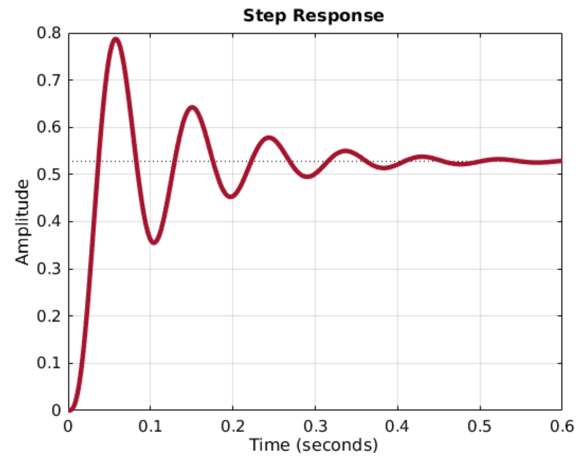
$$G(s) = \frac{18000}{s^3 + 100s^2 + 6100s + 180000}$$

som giver følgende bodeplot

Der designes en P-regulator med en fasemargin på 60 grader, det giver en Kp = 10 og en krydsfrekvens på 53 rad/sek.

Systemet giver så følgende step-respons:





Question 17

Hvad kan gøres for at reducere den stationære fejl?

Rigtigt svar:

- [ ] Tilføge et I-led med et nulpunkt ved ca. 10 rad/sek

Den stationære fejl er næsten 50%.

Et I-led fjerner den stationære fejl for et step på referenceinput, og I-ledets nulpunkt kunne være f.eks. 53/3 = 18 rad/sek eller lavere.

Øge Kp er også godt, men Kp=50 (10→ 50 = 14 dB) vil give negativ fasemargin

Regulator design 3

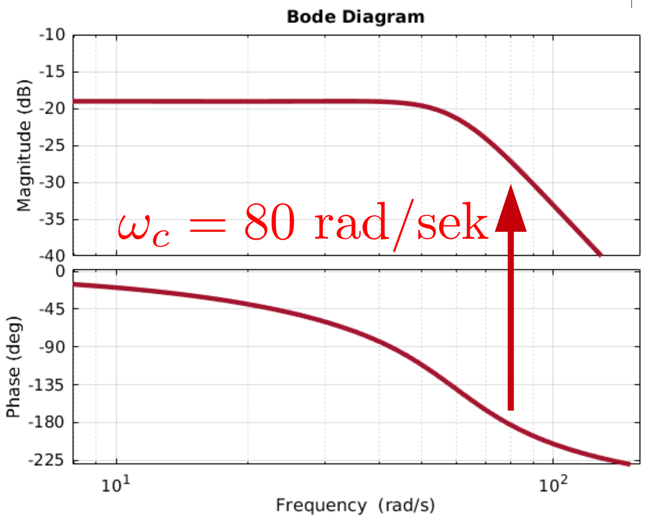
Et system har følgende overføringsfunktion

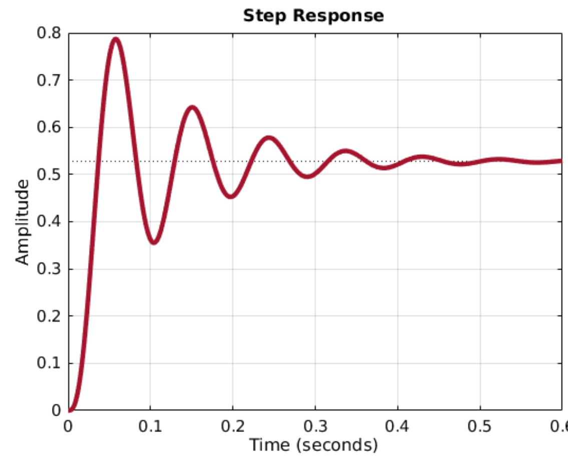
$$G(s) = \frac{18000}{s^3 + 100s^2 + 6100s + 180000}$$

som giver følgende bodeplot

Der designes en P-regulator med en fasemargin på 60 grader,
det giver en Kp = 10 og
en krydsfrekvens på 53 rad/sek.

Systemet giver så følgende step-respons:





Question 18

Det vigtigste er at reducere svingningerne betydeligt, hvad kan gøres?

Rigtigt svar:

Tilføje et Lead-led med en centerfrekvens på ca. 80 rad/s og $\alpha = 0.1$

$$Cd(s) = \frac{0.04s + 1}{0.004s + 1}$$

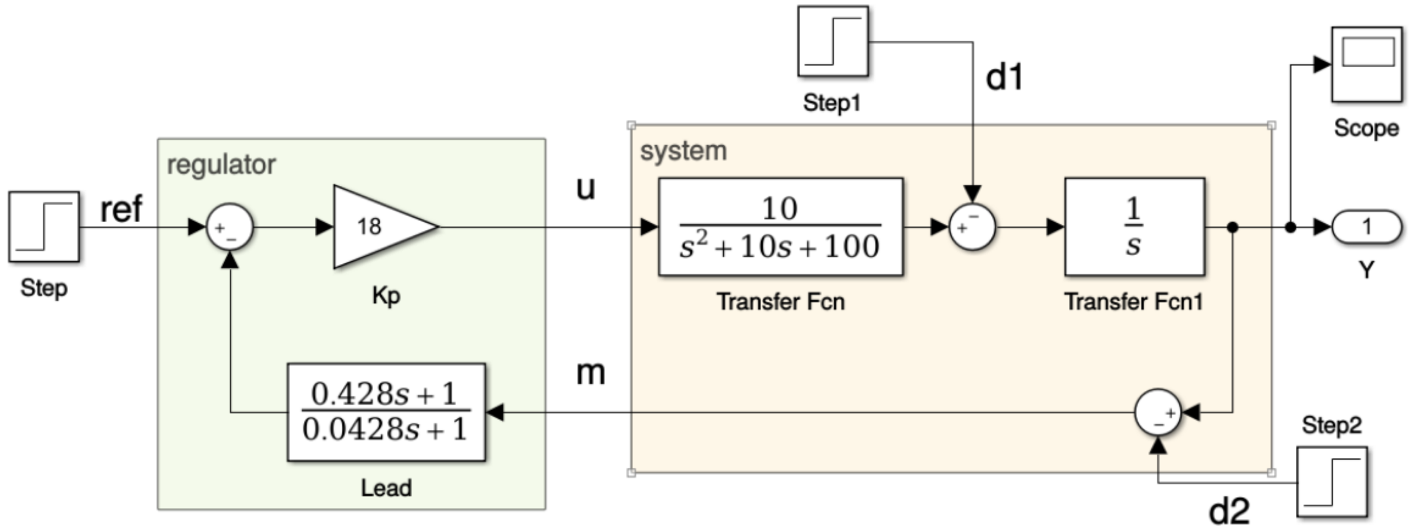
Lead-leddet placeres i tilbagekoblingsgrenen, og
Kp reduceres til 6.

Et lead led i tilbagekoblinen vil dæmpe svingninger (med uændret fasemargin)

Eneste andet bud kunne være at tilføje et I-led, men med uændret Kp reduceres fasemargin, som (nok) giver større svingninger.

- I tvivl, så prøv.

Et reguleret system er beskrevet med følgende model.



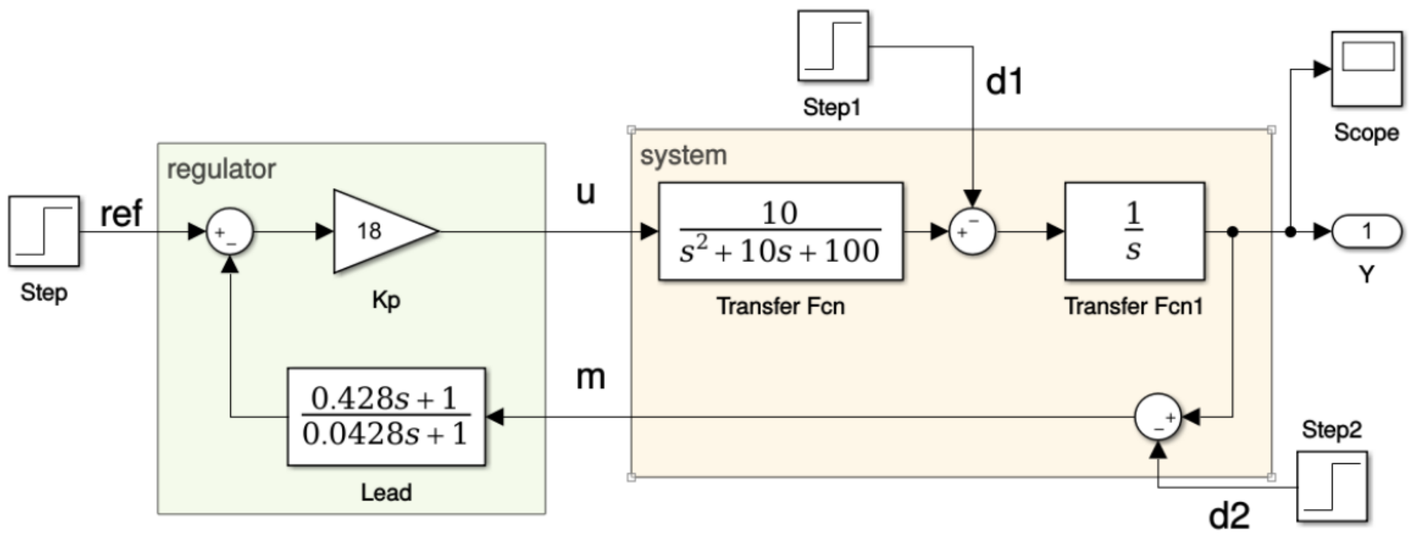
Question 19

Med et step på referenceindgang (**ref**) vil der så være en stationær fejl på udgang (**Y**)?

- Ja
- Nej

En integrator I open loop vil sikre mod stationær fejl for et step på referenceinput.

Et reguleret system er beskrevet med følgende model.



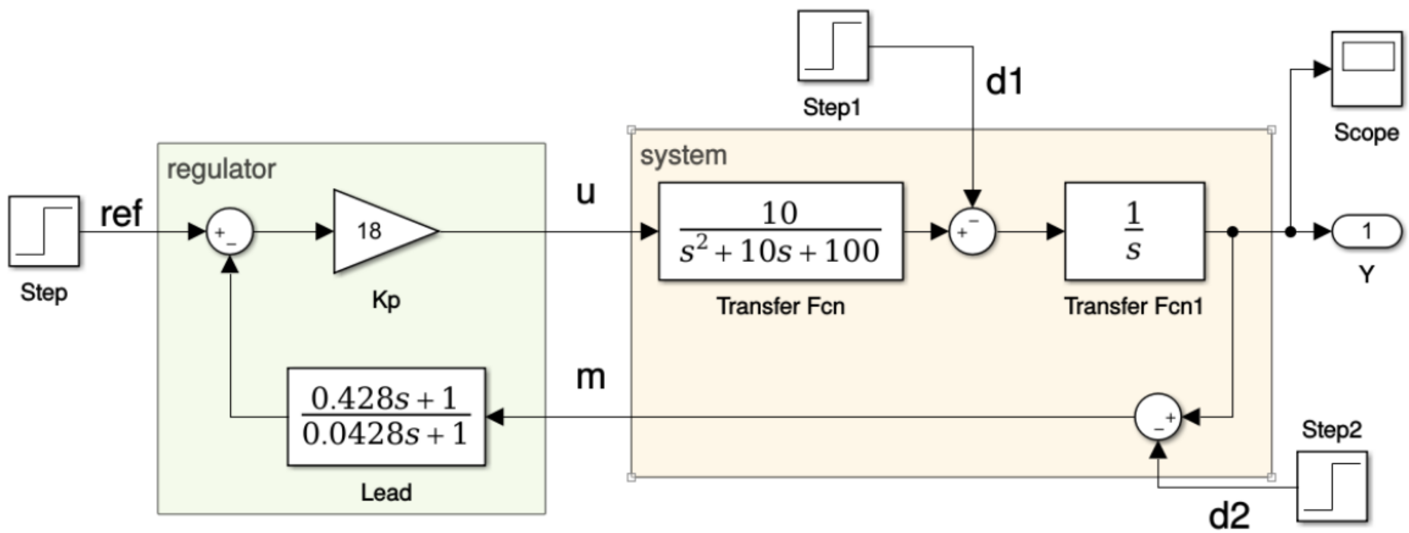
Question 20

Med et step på forstyrrelsesindgang **d1**, vil det give anledning til en stationær fejl på udgang (**Y**)?

- Ja
- Nej

Step på d1: indgang af integrator er 0 i steady state, så en værdi på d1 må modsvares af en stationær værdi på u, som kun kan opnås med en stationær fejl.

Et reguleret system er beskrevet med følgende model.



Question 21

Med et step på forstyrrelsesindgang **d2**, vil det give anledning til en stationær fejl på udgang (**Y**)?

- Ja
- Nej

Step på d2: En stationær målefejl vil (altid) give en stationær fejl på udgang.