

# Reguleringsteknik 1

J. Christian Andersen

Kursusuge 4

Video:

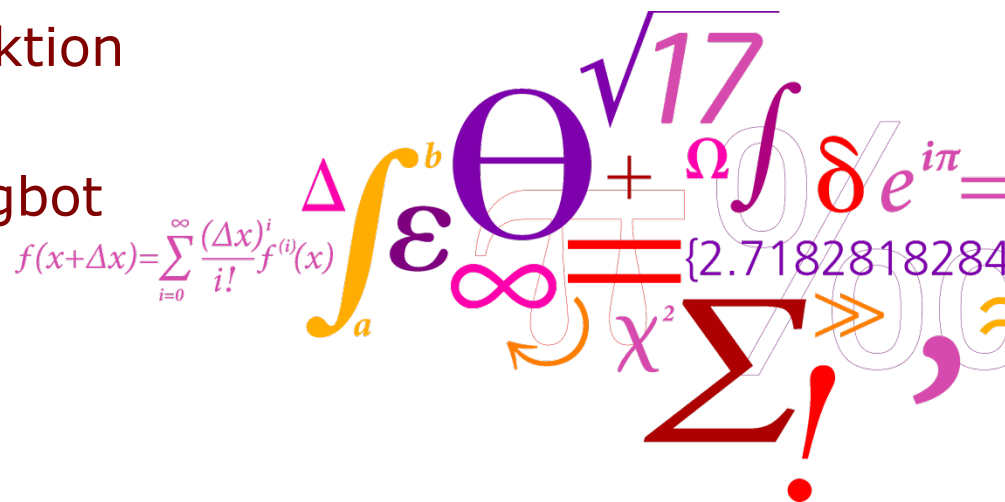
- Egenskaber i Laplace domæne
- Statisk gain, krydsfrekvens og tidskonstant
- Poler og nulpunkter i s-plan og tidsdomæne
- 2. ordensystemer Laplace- og tidsdomæne

Eksempel:

- Analyse af overføringsfunktion

Øvelse

- Fortsat modellering af Regbot



# Poler og nulpunkter s-plan

$$G(s) = \frac{s + 0.5}{(s + 1)(s + 3)}$$

✕ pol:  $|G(s)| = \infty$

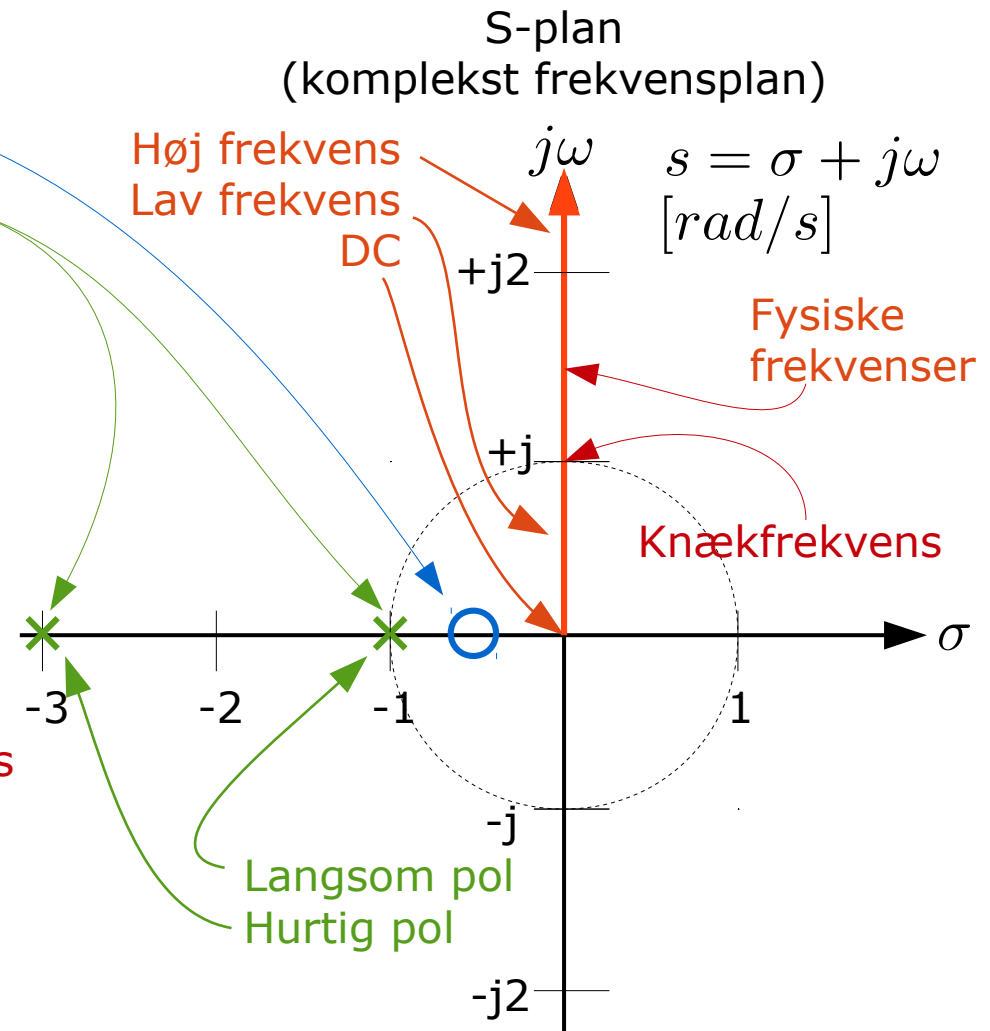
○ nulpunkt:  $|G(s)| = 0$

$$G(s) = \frac{\omega_0}{(s + \omega_0)}$$

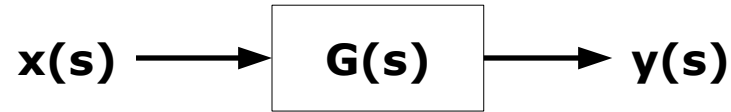
$$G(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_0}$$

tidskonstant



## 2. orden system step respons

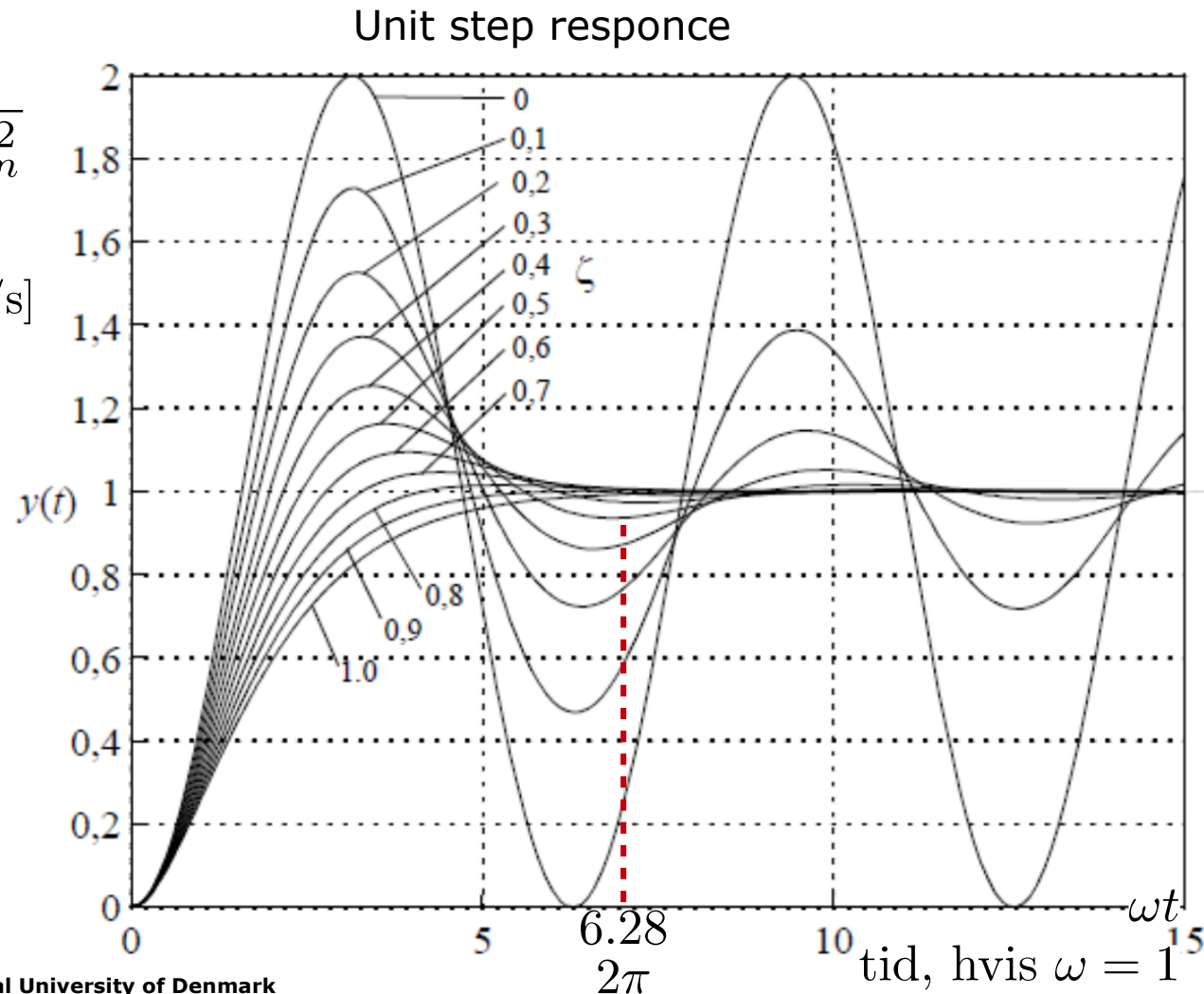


Reguleringsteknik:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$\zeta$  (zeta) = dæmpningsfaktor

$\omega_n$  = resonansfrekvens [rad/s]



## Eksempel til tavlebrug

For et system er der udregnet følgende overføringsfunktion:

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

- a) Hvor er der reelle poler og nulpunkter?
- c) Hvor er der komplekse poler og nulpunkter?
- b) Er systemet stabilt?
- d) Tegn poler og nulpunkter i s-plan
- e) Resonansfrekvens og dæmpningsfaktor?
- f) Mest dominerende pol?

Hvis input er et enhedsstep, hvad er så output:

- g) Stigetid?
- h) oversving i %?
- i) Indsvingningstid?

# Eksempel til tavlebrug

For et system er der udregnet følgende overføringsfunktion:

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

a) Hvor er der reelle poler og nulpunkter?

Reel pol:  **$s = 100$**  (rad/sek)

Komplex?  $a_1^2 < 4a_0$  ( $a_2 = 1$ )

$$(a_1^2 = 25) < (4a_0 = 1600) \Rightarrow \text{komplekse poler}$$

$$(a_1^2 = 49) < (4a_0 = 1296) \Rightarrow \text{komplekse nulpunkter}$$

c) Hvor er der komplekse poler og nulpunkter?

b) Er systemet stabilt?

d) Tegn poler og nulpunkter i s-plan

e) Resonansfrekvens og dæmpningsfaktor?

f) Mest dominerende pol?

# Eksempel til tavlebrug

For et system er der udregnet følgende overføringsfunktion:

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

c) Hvor er der komplekse poler og nulpunkter?

Komplekse nulpunkter:

$$s^2 + 7s + 324 = 0 \Rightarrow s = \frac{-7}{2} \pm \frac{\sqrt{7^2 - 4 \cdot 324}}{2}$$

$$s = -3.5 \pm 17.7j$$

Komplekse poler:

$$s^2 + 5s + 400 = 0 \Rightarrow s = \frac{-5}{2} \pm \frac{\sqrt{5^2 - 4 \cdot 400}}{2}$$

$$s = -2.5 \pm 19.8j$$

MATLAB:

```
G1 = tf([1 7 324],[1 5 500])
```

```
G2 = tf([1],[0.01 1])
```

```
pole(G1*G2)
```

```
ans =
```

```
1.0e+02 *  
-1.0000 + 0.0000i  
-0.0250 + 0.1984i  
-0.0250 - 0.1984i
```

```
zero(G1*G2)
```

```
ans =
```

```
-3.5000 +17.6564i  
-3.5000 -17.6564i
```

# Eksempel til tavlebrug

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

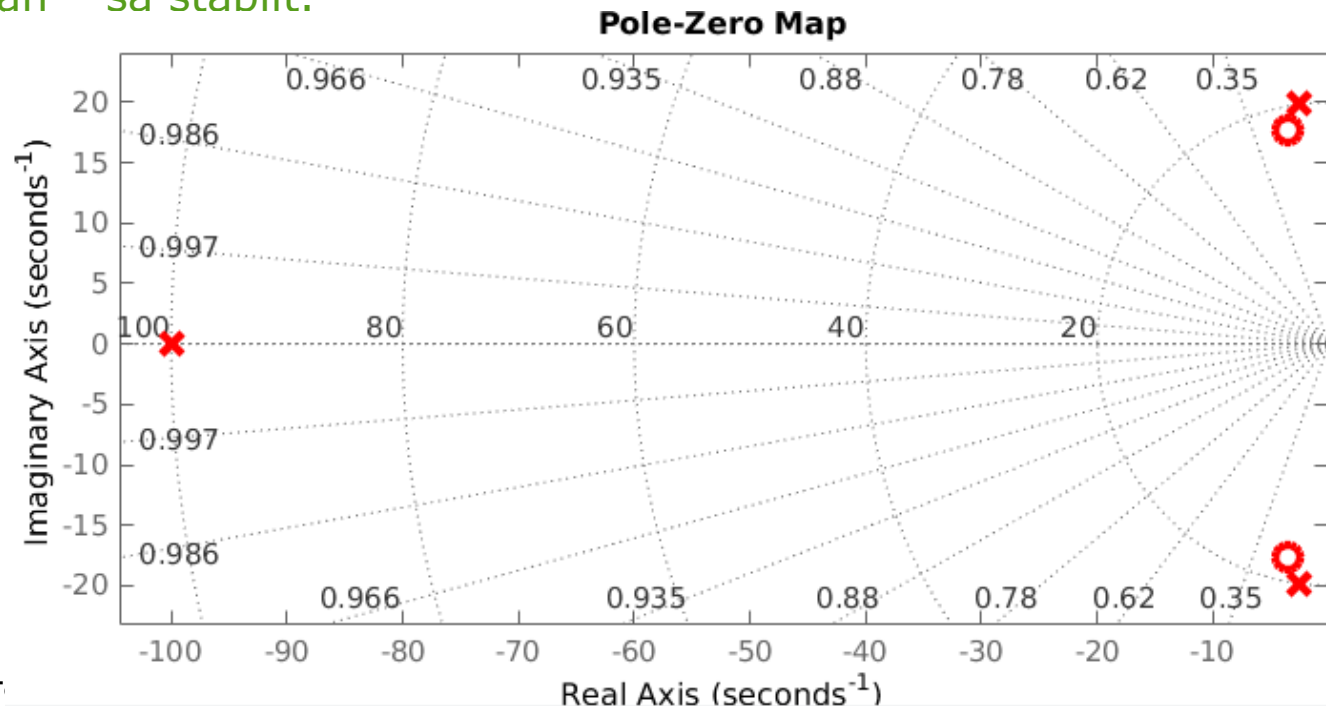
b) Er systemet stabilt?

Poler:  $s = -100$   
 $s = -2.5 \pm 19.8j$

MATLAB:  
figure(31)  
pzplot(G1\*G2)  
grid on  
axis equal

Alle i venstre halvplan – så stabilt.

d) Tegn poler og nulpunkter i s-plan



# Eksempel til tavlebrug

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

e) Resonansfrekvens og dæmpningsfaktor?

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Resonansfrekvens

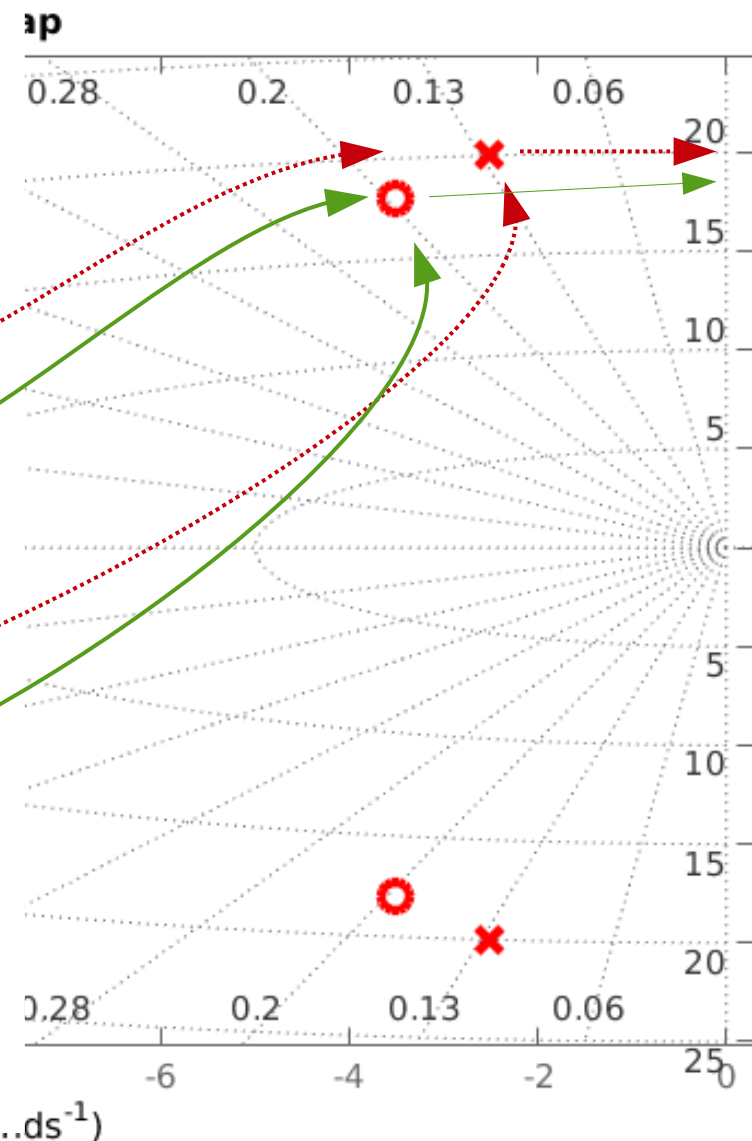
pol:  $\omega_{np} = \sqrt{400} = 20 \text{ rad/sek}$

nulpunkt:  $\omega_{nz} = \sqrt{324} = 18 \text{ rad/sek}$

Dæmpningsfaktor

Pol:  $2\zeta_p\omega_{np} = 5 \Rightarrow \zeta_p = 0.125$

Nulpunkt:  $2\zeta_z\omega_{nz} = 7 \Rightarrow \zeta_z = 0.194$





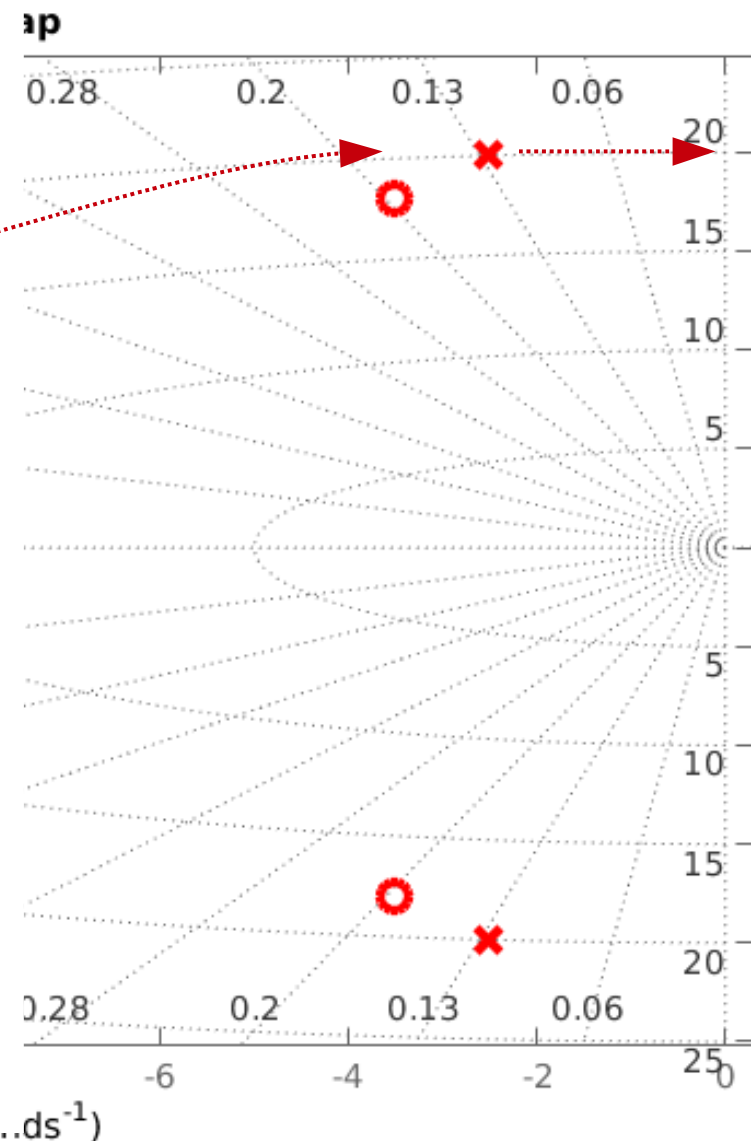
# Eksempel til tavlebrug

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

f) Mest dominerende pol?

Den med lavest frekvens:  $s=20$

Hvad hvis nulpunkter lå oven i poler?  
(polplumbering)



# Eksempel til tavlebrug

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 324}{(0.01s + 1)(s^2 + 5s + 400)}$$

Hvis input er et enhedsstep, hvad er så output:

- g) Stigetid?
- h) oversving i %?
- i) Indsvingningstid?

MATLAB

```
stepinfo(G1*G2)
```

```
ans =
```

```
RiseTime: 0.0119
```

```
SettlingTime: 1.0129
```

```
SettlingMin: 0.8266
```

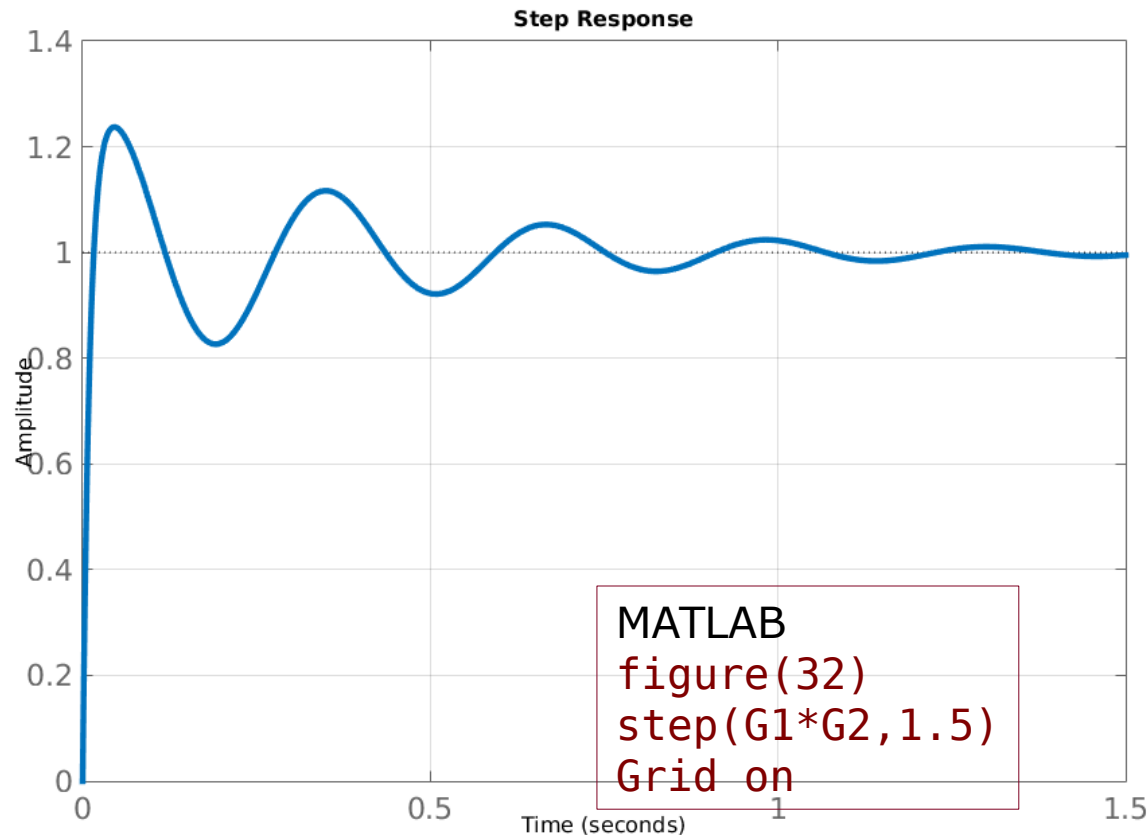
```
SettlingMax: 1.2371
```

```
Overshoot: 23.7148
```

```
Undershoot: 0
```

```
Peak: 1.2371
```

```
PeakTime: 0.0461
```



MATLAB

```
figure(32)
```

```
step(G1*G2,1.5)
```

```
Grid on
```

## Ekstraopgave (frivillig)

- Opgave I
  - Pol i højre halvplan
- Opgave II
  - Step respons for 3 systemer
    - 2 poler
    - 2 komplekse poler
    - 2 komplekse poler og nulpunkt
- Multi choice opgaver sæt 4 på campusnet

## Dagens Øvelse (fortsat fra sidst)

- Modellering og simulering af Regbot med (håndtunet) regulator