

Geometria Analítica

1 Plano Cartesiano e Retas

Exercício 1. Determine a distância entre os dois pontos:

- (a) $(1, 1)$ e $(4, 5)$ (b) $(1, -6)$ e $(-1, -3)$ (c) (a, b) e (b, a)

Exercício 2. Determine a inclinação da reta que passa por P e Q :

- (a) $P(1, 5)$ e $Q(4, 11)$ (b) $P(-1, -4)$ e $Q(6, 0)$ (c) $P(-3, 3)$ e $Q(-1, -6)$

Exercício 3. Mostre que o triângulo com vértices $A(0, 2)$, $B(-3, -1)$ e $C(-4, 3)$ é isósceles.

Exercício 4. Ache uma equação da reta que satisfaça às condições dadas:

- (a) Passa pelo ponto $(2, -3)$ e tem inclinação 6.
(b) Passa pelo ponto $(1, 7)$ e tem inclinação -3 .
(c) Inclinação 3 e cruza o eixo y em -2 .
(d) Interseção com o eixo x em 1, e com o eixo y em -3 .
(e) Passa pelo ponto $(4, 5)$, paralela ao eixo x .
(f) Passa pelo ponto $(1, -6)$, paralela à reta $x + 2y = 6$.
(g) Passa pelo ponto $(-1, -2)$, perpendicular à reta $2x + 5y + 8 = 0$.
(h) Passa pelo ponto $\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$, perpendicular à reta $4x - 8y = 1$.

Exercício 5. Encontre uma equação para a reta que passa pelo ponto $(2, -5)$ e:

- (a) tem inclinação -3

- (b) é paralela ao eixo x
- (c) é paralela ao eixo y
- (d) é paralela à reta $2x - 4y = 3$

Exercício 6. Sejam $A(-7, 4)$ e $B(5, -12)$ pontos no plano:

- (a) Encontre a inclinação da reta que contém A e B .
- (b) Encontre uma equação da reta que passa por A e B . Quais são as interseções com os eixos?
- (c) Encontre o ponto médio do segmento AB .
- (d) Encontre o comprimento do segmento AB .
- (e) Encontre uma equação para a mediatriz de AB , ou seja, a reta perpendicular ao segmento AB que passa pelo seu ponto médio.
- (f) Encontre uma equação para o círculo para o qual AB é um diâmetro.

Exercício 7. Esboce as regiões do plano xy definidas pelas equações ou inequações:

- (a) $-1 \leq y \leq 3$
- (b) $|x| < 4$ e $|y| < 2$
- (c) $y < 1 - \frac{x}{2}$
- (d) $y \geq x^2 - 1$
- (e) $x^2 + y^2 < 4$
- (f) $9x^2 + 16y^2 = 144$

Exercício 8. Determine w tal que a reta que passa pelos pontos $(1, w)$ e $(3, 7)$ tenha inclinação 5.

Exercício 9. Mostre que se as interseções com os eixos x e y de uma reta são os números a e b , diferentes de zero, então a equação da reta pode ser colocada na forma

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Exercício 10. Determine um número m tal que as três retas $y = mx + 3$, $y = 4x + 1$ e $y = 5x + 7$ possuam o mesmo ponto de interseção.

Exercício 11. Determine t tal que a reta que contém os pontos $(4, t)$ e $(1, 6)$ seja perpendicular à reta que contém os pontos $(4, 7)$ e $(1, 11)$.

Exercício 12* Calcule a distância do ponto P à reta r nos seguintes casos:

(a) $P(2, 0)$ e $r : 2x + 3y - 5 = 0$

(b) $P(1, -1)$ e $r : x + 3y - 5 = 0$

(c) $P(0, 0)$ e $r : ax + by + c = 0$

2 Cônicas

Exercício 1. Encontre uma equação para o círculo que tem centro $(-1, 4)$ e passa pelo ponto $(3, -2)$.

Exercício 2. Encontre o centro e o raio do círculo com equação $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$

Exercício 3. Determine uma equação de uma circunferência que satisfaça:

- (a) Centro $(3, -1)$, raio 5.
- (b) Centro na origem, passa por $(4, 7)$.
- (c) Centro $(-1, 5)$, passa por $(-4, -6)$.

Exercício 4. Mostre que a equação representa uma circunferência e determine seu centro e raio:

- (a) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 13 = 0$
- (b) $x^2 + y^2 + 6y + 2 = 0$
- (c) $x^2 + y^2 + x = 0$
- (d) $16x^2 + 16y^2 + 8x + 32y + 1 = 0$
- (e) $2x^2 + 2y^2 - x + y = 1$

Exercício 5. Que condições nos coeficientes a, b e c fazem com que a equação $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ represente um círculo? Quando a condição for satisfeita, determine o centro e o raio do círculo.

Exercício 6. Esboce o gráfico das seguintes funções (não é necessário marcar pontos; apenas desloque os gráficos padrões das cônicas envolvidas):

- (a) $y = x^2$
- (b) $x^2 + 4y^2 = 16$
- (c) $y^2 - x^2 = 1$
- (d) $x = -2y^2$
- (e) $x^2 - y^2 - 4x + 3 = 0$
- (f) $9y^2 - x^2 = 9$
- (g) $xy = 4$
- (h) $9(x - 1)^2 + 4(y - 2)^2 = 36$
- (i) $x = y^2 - 1$
- (j) $16x^2 - 25y^2 = 400$
- (k) $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$