

# Лабораторная работа 1.2.2 Экспериментальная проверка закона вращательного движения на крестообразном маятнике

## 1 Аннотация

### 1.1 Цель работы

Экспериментально проверить уравнение (1), получив зависимость углового ускорения от момента инерции и момента прикладываемых к системе сил, а также проанализировать влияние сил трения, действующих в оси вращения.

### 1.2 Используемые приборы

В работе используется крестообразный «маятник» (рис. 2), перегрузки разной массы, установка с датчиком и компьютер, с помощью которого происходит управление.

### 1.3 Ожидаемые результаты

Убедимся в справедливости соотношения (1), на основе экспериментальных данных получим зависимость углового ускорения от момента инерции и момента прикладываемых к системе сил. Проанализируем влияние на результаты сил трения в оси.

## 2 Теоретические сведения

Закон вращательного движения:

$$\hat{I}\ddot{\varphi} = \vec{M}, \text{ где } \ddot{\varphi} \equiv \dot{\omega} \equiv \vec{\beta}, \vec{M} = \sum_i \vec{M}_i \quad (1)$$

На маятник действуют два момента сил: силы натяжения нити  $M_T$ :  $M_T = rT$ , где  $r$  - радиус шкива и момент силы трения  $M_{тр}$ . Силу  $T$  выразим из уравнения движения платформы:

$$(m_{п} + m_{г})\beta r = (m_{п} + m_{г})g - T \implies M_T = (m_{п} + m_{г})r(g - \beta r),$$

где  $m_{п}$  - масса платформы,  $m_{г}$  - масса грузика. Пусть  $m_H = (m_{п} + m_{г})$ . Откуда согласно основному уравнению вращательного движения :

$$(I + m_H r^2)\beta = m_H g r - M_{тр}$$

Рассмотрим момент силы трения. Его зависимость от скорости не ясна, однако может иметь как составляющую, пропорциональную силе реакции в оси  $N$  (сухое трение), так и составляющую, пропорциональную угловой скорости вращения (вязкое трение). Учитывая, что сила

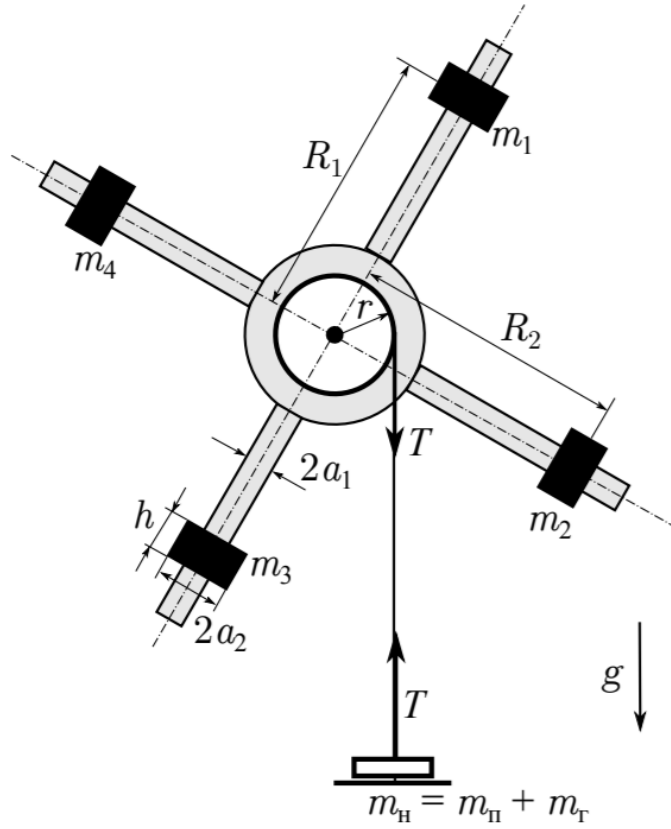


Рис. 1: Крестообразный маятник Обербека

реакции уравновешенного маятника равна  $N = m_M g + T \approx (m_M + m_H)g \approx m_M g$ , где  $m_M$  – масса маятника. Тогда:

$$M_{\text{тр}} \simeq \left(1 + \frac{m_H}{m_M}\right) M_0 + \eta\omega \approx M_0 + \eta\omega$$

где  $M_0$  – момент сил трения для покоящегося маятника при нулевой массе подвеса,  $m_M$  – масса маятника

Для расчета момента инерции системы, предположим, что грузы  $m_i$  имеют форму полых цилиндров, внутренний и внешний радиус которых известен, образующая  $h$

$$I = I_0 + \sum_{i=1}^4 (I_i + m_i R_i^2)$$

где  $I_0$  – момент инерции системы без грузов,  $R_i$  – расстояние от центров масс грузов до оси вращения

$$I_i = \frac{1}{12} m_i h^2 + \frac{1}{4} m_i (a_1^2 + a_2^2)$$

– момент инерции груза относительно оси, проходящей через его центр масс.

**Используемые приближения:**

$$m_M \gg m_H \\ m_H r^2 \ll I \implies M_H \approx m_H g r \implies T \approx m_H g$$

### 3 Методика измерений

В работе предлагается провести следующие измерения

1. Исследовать вращательное движение маятника под действием различных перегрузок при постоянном моменте инерции системы  $I$  (положения  $R_i$  грузов фиксированы). Результатом будет зависимость начального углового ускорения  $\beta_0$  от массы нагрузки  $m_n$ , откуда может быть определён момент инерции системы и минимальный момент силы трения.
2. Затем предлагается изучить вращательное движение маятника при различных значениях момента инерции системы (фиксирована масса  $m_n$ . Момент инерции можно варьировать, изменяя расстояния  $R_i$  центров масс грузов от оси вращения. Измеренные значения  $I$  сравниваются с расчетными.

**Балансировка маятника** Для проверки зависимостей необходимо, чтобы маятник был уравновешен – то есть его центр масс оси вращения. Несбалансированность приводит к следующим эффектам: во-первых, появляется зависимость момента силы тяжести от угла поворота маятника; во-вторых, возникают дополнительные пульсации силы реакции  $N$  из-за центростремительного ускорения центра масс) и, следовательно, момента силы трения в подшипниках  $M_{тр}$ . Оба фактора могут привести к существенному отклонению от линейной зависимости измеряемой функции  $\beta(\omega)$ .

### 4 Используемое оборудование

В работе используется крестообразный маятник, состоит из четырех тонких стержней, перпендикулярных друг другу, укрепленных на втулке. Втулка и два шкива насажены на общую ось, вся система благодаря подшипникам может вращаться вокруг горизонтальной оси. Установка позволяет автоматически фиксировать моменты прохождения концов стержня через датчик.

**Погрешности:**

Погрешность измерений определяются по компьютеру. Погрешность штангенциркуля 0.5 мм.

### 5 Результаты измерений и обработка данных

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,337             | 0,0056                | -0,009      | 0,0053             |
| 0,3779            | 0,0052                | -0,0014     | 0,0048             |
| 0,3533            | 0,0064                | -0,01057    | 0,0061             |
| 0,3561            | 0,0057                | -0,0070     | 0,0054             |

Таблица 1:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 42.5$  г

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,8008            | 0,0056                | -0,01442    | 0,0035             |
| 0,7984            | 0,0024                | -0,0141     | 0,0015             |
| 0,777             | 0,0027                | -0,01359    | 0,0017             |
| 0,7921            | 0,0036                | -0,0140     | 0,0022             |

Таблица 2:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 79.0$  г

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 1,162             | 0,0051                | -0,01976    | 0,0026             |
| 1,144             | 0,0023                | -0,02033    | 0,0027             |
| 1,133             | 0,0025                | -0,01943    | 0,0023             |
| 1,1463            | 0,0033                | -0,0198     | 0,0025             |

Таблица 3:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 106.1$  г

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 1,561             | 0,0035                | -0,009      | 0,0015             |
| 1,524             | 0,0029                | -0,0014     | 0,0015             |
| 1,572             | 0,003                 | -0,01057    | 0,0021             |
| 1,5523            | 0,0031                | -0,0070     | 0,0017             |

Таблица 4:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 143.2$  г

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 1,996             | 0,0028                | -0,01998    | 0,0011             |
| 2,034             | 0,0025                | -0,02001    | 0,0014             |
| 1,988             | 0,0029                | -0,01989    | 0,0016             |
| 2,0060            | 0,0027                | -0,0200     | 0,0014             |

Таблица 5:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 179$  г

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,9753            | 0,0031                | -0,01281    | 0,0017             |
| 0,9602            | 0,0059                | -0,01191    | 0,0033             |
| 0,9698            | 0,0035                | -0,01235    | 0,0026             |
| 0,9684            | 0,0042                | -0,0124     | 0,0025             |

Таблица 6:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 143.2$  г и  $R = 10,4$  см

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,8033            | 0,0036                | -0,01149    | 0,0036             |
| 0,8145            | 0,0024                | -0,01163    | 0,0032             |
| 0,8067            | 0,0033                | -0,01139    | 0,0029             |
| 0,8082            | 0,0031                | -0,0115     | 0,0032             |

Таблица 7:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 143.2$  г и  $R = 15,9$  см

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,6451            | 0,0028                | -0,0105     | 0,0018             |
| 0,6634            | 0,0024                | -0,0097     | 0,0021             |
| 0,6311            | 0,0031                | -0,0111     | 0,0023             |
| 0,6465            | 0,0028                | -0,0104     | 0,0021             |

Таблица 8:  $\beta_0(\omega)$  при  $m = 143.2$  г и  $R = 17,1$  см

| $\beta_0, c^{-2}$ | $\Delta\beta, c^{-2}$ | $k, c^{-1}$ | $\Delta k, c^{-1}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------|--------------------|
| 0,8683            | 0,0059                | -0,02252    | 0,0035             |
| 0,9214            | 0,0067                | -0,02882    | 0,0043             |
|                   |                       |             |                    |
| 0,89485           | 0,0063                | -0,02567    | 0,0039             |

Таблица 9:  $\beta_0(\omega)$  пустой установки