

Лабораторная работа 1.3.1. Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения и изгиба

1 Аннотация

1.1 Цели работы

Экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

1.2 Ожидаемые результаты

Получим зависимости между напряжением и деформацией, с помощью измерений и построенных графиков определим модуль Юнга для различных тел. Сравнивая полученное экспериментально значение модуля Юнга для проволоки с табличными значениями, определим материал, из которого она изготовлена.

2 Теоретические сведения

Общие сведения: Внутренними напряжениями называются силы, возникающие при деформировании тела и стремящиеся вернуть его в первоначальное положение, отнесенные к соответствующим площадям. Деформация – это относительное смещение двух точек, деленное на первоначальное расстояние между ними, в точке по определению:

$$\varepsilon = \frac{ds}{dx}$$

Напряжение, соответствующее виду силы (растяжение (сжатие) либо сдвиг) определяется как сила, отнесенная к единице соответствующей площади:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Понятие напряжения имеет перед понятием силы то преимущество, что его можно установить в каждой точке (локальный вектор силы, действующий на единицу площади).

В общем случае, напряжение – тензор второго ранга.

Модули упругости: ε и σ связывают следующие, эмпирически выведенные соотношения: для растяжения (сжатия): $\sigma = E\varepsilon$, для сдвига: $\sigma = G\gamma = G\gamma$ (γ – угол сдвига). E – модуль Юнга, G – модуль сдвига. Эти величины характеризуют упругие свойства материала твердого тела в области линейной зависимости напряжения и деформации. В нашем случае модуль Юнга для проволоки будет вычисляться следующим образом:

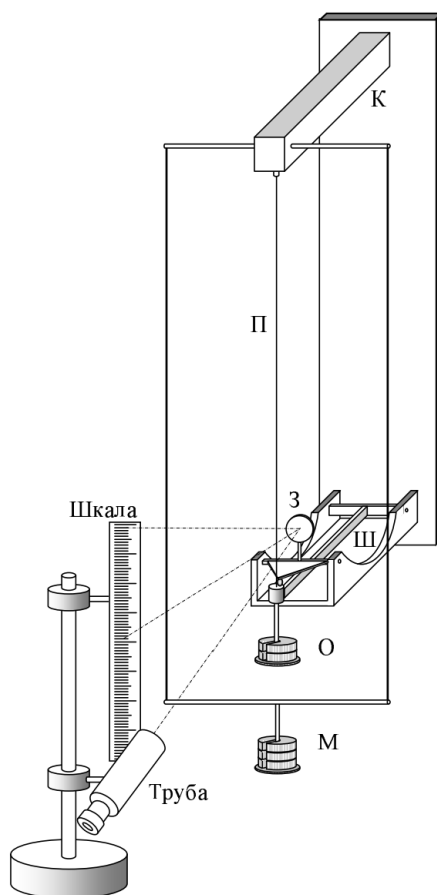
$$E = \frac{lk}{S}$$

2.1 Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки

Эта часть работы описывается формулой, так как производят растяжение проволоки, что соответствует случаю одноосного напряженного состояния:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \text{ где } \sigma = \frac{F}{S}$$

Для определения модуля Юнга используется прибор Лермантова:



Верхний конец проволоки **П**, изготовленной из исследуемого материала, прикреплен к консоли **К**, а нижний - к цилиндру, которым оканчивается шарнирный кронштейн **Ш**. На этот же цилиндр опирается рычаг **г**, связанный с зеркальцем **З**. Таким образом, удлинение проволоки можно измерить по углу поворота зеркала.

Натяжение проволоки можно менять, перекладывая грузы с площадки **М** на площадку **О** и наоборот. Такая система позволяет исключить влияние деформации кронштейна **К** на точность измерений, так как нагрузка на нем все время остается постоянной. При проведении эксперимента следует иметь в виду, что проволока **П** при отсутствии нагрузки всегда несколько изогнута, что не может не сказаться на результатах, особенно при небольших нагрузках. Проволока вначале не столько растягивается, сколько распрямляется.

Формулу, связывающую число делений по шкале n , расстояние h от шкалы до зеркала, длину рычага r и удлинение можно выразить из следующих соображений:

Если направить зрительную трубу на зеркальце так, чтобы мы четко видели шкалу, тогда свет от шкалы будет падать примерно перпендикулярно шкале на зеркало, поэтому

$$\Delta l = \frac{nr}{2h}$$

Модуль Юнга можем посчитать по формуле, где k угол наклона прямой зависимости удлинения

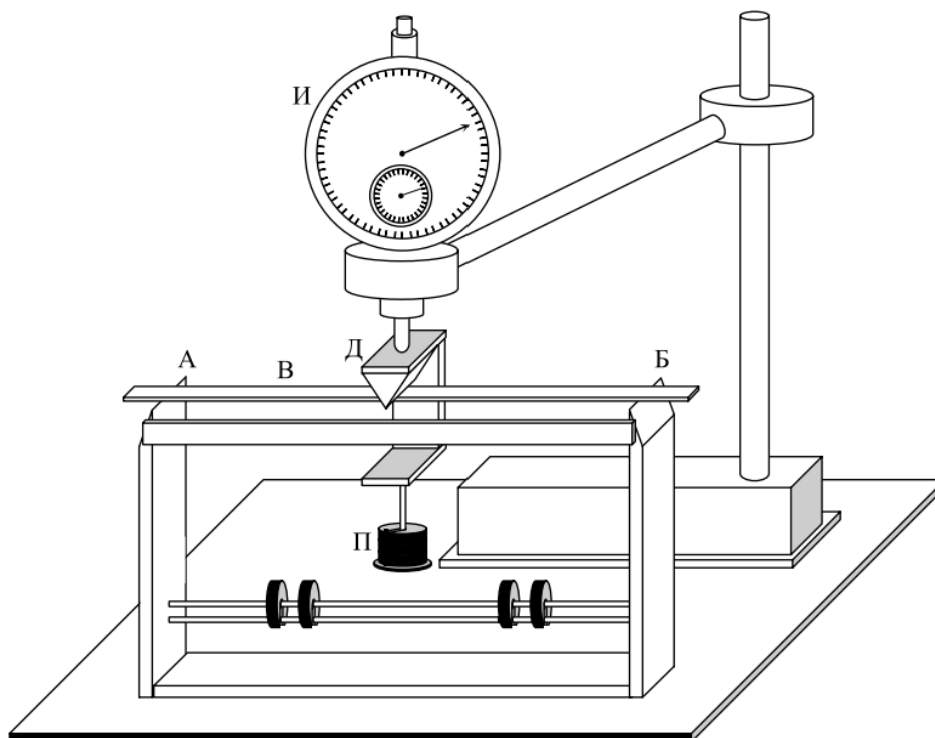
от прикладываемой силы:

$$E = \frac{kl_0}{S} = 18,3 \cdot 10^{10} \pm 0,7 \cdot 10^{10} \text{ Па}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2}$$

2.2 Определение модуля Юнга по измерениям изгиба балки

Экспериментальная установка состоит из стойки с опорными призмами А и Б:



На ребра призм опирается исследуемый стержень (балка) В. В середине стержня на призме Д подвешена площадка П с грузами.

Измерять стрелу прогиба можно с помощью индикатора И, укрепляемого на отдельной штанге. Полный оборот большой стрелки индикатора соответствует 1 мм и одному делению малого циферблата.

Модуль Юнга E материала стержня связан со стрелой прогиба Y_{max} (то есть с перемещением середины стержня) следующим соотношением:

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{max}} \quad (1)$$

Здесь P - нагрузка, вызывающая прогиб стержня, l - расстояние между призмами А и Б, а a и b - ширина и высота сечения стержня.

Формула (1) была выведена при условиях, что, во-первых, ребра опорных призм А и Б находятся на одной горизонтали (высоте) и, во-вторых, сила P приложена точно посередине балки.

3 Методика измерений

1. (a) Измеряем площадь поперечного сечения проволоки с помощью микрометра
(b) Измеряем длину проволоки
(c) Измеряем расстояние от шкалы до зеркальца
(d) Оцениваем максимальную величину нагрузки
(e) Измеряем зависимость $n(m)$ 2 раза
(f) Строим график $\delta l(P)$
(g) Из графика получаем модуль Юнга
(h) Сравниваем с табличным
2. (a) Измеряем расстояние АВ
(b) Снимаем зависимость $y_{\max}(P)$, переворачиваем и снимаем снова. Повторяем это для стержней различных материалов
(c) Для каждого стержня строим график и извлекаем модуль Юнга
(d) Сравниваем с табличным

4 Используемое оборудование

В работе используется следующее оборудование: в первой части – прибор Лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная труба со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части – стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль.

Погрешности измерений:

1. штангенциркуль 0.05 мм
2. микрометр 0.01 мм
3. двухметровая линейка/рулетка 0.1 см
4. прибор Лермантова 2% (относительная погрешность)
5. установка для измерения прогиба балки 0.01 мм

5 Результаты измерений

P								
y_{\max}								

Таблица 1: Стержень 1 центральное

P								
y_{\max}								

Таблица 2: Стержень 1 сдвинутое

P								
y_{max}								

Таблица 3: Стержень 2 центральное

P								
y_{max}								

Таблица 4: Стержень 2 сдвинутое

P								
y_{max}								

Таблица 5: Стержень 3 центральное

P								
y_{max}								

Таблица 6: Стержень 3 сдвинутое

m								
n								

Таблица 7: Эксперимент 1

m								
n								

Таблица 8: Эксперимент 2