

1 Аннотация

2 Теория

Уравнение движения твердого тела:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Так как сила \vec{F} не зависит от угловой скорости, а момент сил \vec{M} - от скорости поступательного движения, то уравнения движения можно рассматривать отдельно.

$$\vec{L} = \vec{i} I_x \omega_x + \vec{j} I_y \omega_y + \vec{k} I_z \omega_z$$

Гироскоп - быстро вращающееся тело, для которого, например:

$$I_z \omega_z \gg I_x \omega_x, I_y \omega_y$$

Уравновешенный гироскоп - тот, у которого центр масс неподвижен. Если момент внешних сил действует в течение короткого промежутка времени, то:

$$|\Delta \vec{L}| = \left| \int \vec{M} dt \right| \ll |\vec{L}|$$

Рассмотрим маховик, вращающийся вокруг оси z (рис. 1). Будем считать, что:

$$\omega_x = \omega_0, \quad \omega_y = 0, \quad \omega_z = 0$$

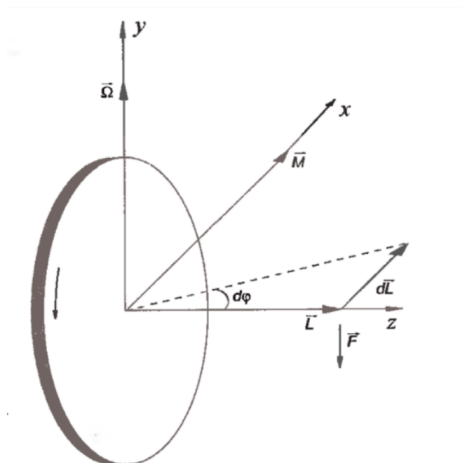


Рис. 1: Маховик

Пусть ось вращения повернулась на угол $d\varphi$ в плоскости zx :

$$d\varphi = \Omega dt$$

Будем считать, что $L_\Omega \ll L_{\omega_0}$. Это означает, что момент импульса маховика изменится только по направлению:

$$|\vec{dL}| = Ld\varphi = L\Omega dt$$

Изменение направлено вдоль оси x , поэтому \vec{dL} можно представить:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

С учетом уравнения вращательного движения:

$$\vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

Под действием момента \vec{M} ось гироскопа медленно вращается вокруг оси y с угловой скоростью Ω - регулярная прецессия гироскопа. Скорость в случае движения уравновешенного гироскопа под действием моментов сил подвешенных грузов:

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0},$$

где l - расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа (рис. 2)

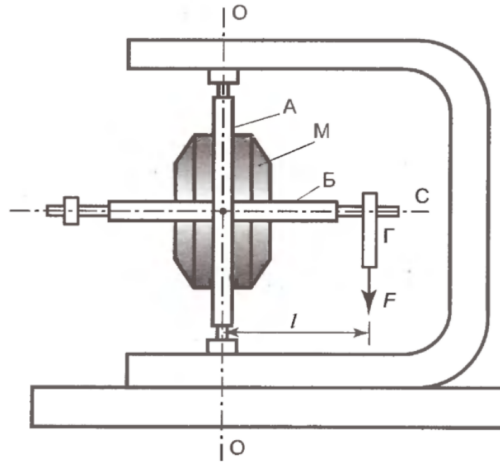


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Силы трения не лежат в плоскости осей вращения, поэтому они могут изменять момент импульса и по направлению, и по величине. Для ротора действие сил трения скомпенсировано действием электромотора. В результате действия нескомпенсированных сил трения в осях карданова подвеса ось гироскопа будет опускаться в направлении груза.

Момент инерции ротора относительно оси симметрии I_0 измеряется по крутильным колебаниям на жесткой проволоке.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{f}},$$

где f - модуль кручения проволоки. Чтобы исключить f можно подвесить цилиндр с известными размерами и массой:

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2}$$

3 Методика

4 Погрешности