

# 1. Аннотация

**Цель работы:** исследовать вынужденную прецессию гироскопа; установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа; определить скорость вращения ротора гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

**Используемое оборудование:** гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штатгенциркуль, линейка.

## 1 Теория

Уравнение движения твердого тела:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Так как сила  $\vec{F}$  не зависит от угловой скорости, а момент сил  $\vec{M}$  - от скорости поступательного движения, то уравнения движения можно рассматривать отдельно.

$$\vec{L} = \vec{i} I_x \omega_x + \vec{j} I_y \omega_y + \vec{k} I_z \omega_z$$

Гироскоп - быстро вращающееся тело, для которого, например:

$$I_z \omega_z \gg I_x \omega_x, I_y \omega_y$$

Уравновешенный гироскоп - тот, у которого центр масс неподвижен. Если момент внешних сил действует в течение короткого промежутка времени, то:

$$|\Delta \vec{L}| = \left| \int \vec{M} dt \right| \ll |\vec{L}|$$

Рассмотрим маховик, вращающийся вокруг оси  $z$  (рис. 1). Будем считать, что:

$$\omega_x = \omega_0, \quad \omega_y = 0, \quad \omega_z = 0$$

Пусть ось вращения повернулась на угол  $d\varphi$  в плоскости  $zx$ :

$$d\varphi = \Omega dt$$

Будем считать, что  $L_\Omega \ll L_{\omega_0}$ . Это означает, что момент импульса маховика изменится только по направлению:

$$|d\vec{L}| = L d\varphi = L \Omega dt$$

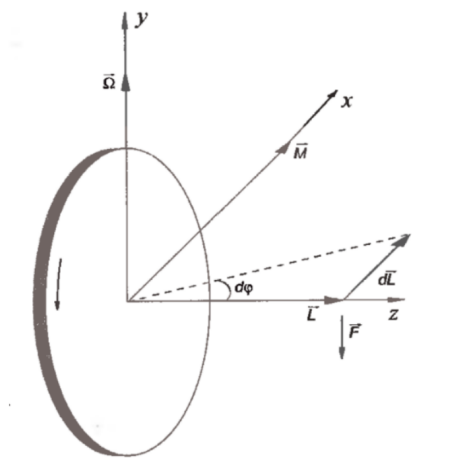


Рис. 1: Маховик

Изменение направлено вдоль оси  $x$ , поэтому  $\vec{dL}$  можно представить:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

С учетом уравнения вращательного движения:

$$\vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

Под действием момента  $\vec{M}$  ось гироскопа медленно вращается вокруг оси  $y$  с угловой скоростью  $\Omega$  - регулярная прецессия гироскопа. Скорость в случае движения уравновешенного гироскопа под действием моментов сил подвешенных грузов:

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0},$$

где  $l$  - расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа (рис. 2)

Силы трения не лежат в плоскости осей вращения, поэтому они могут изменять момент импульса и по направлению, и по величине. Для ротора действие сил трения скомпенсировано действием электромотора. В результате действия некомпенсированных сил трения в осях карданова подвеса ось гироскопа будет опускаться в направлении груза.

Момент инерции ротора относительно оси симметрии  $I_0$  измеряется по крутильным колебаниям на жесткой проволоке.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{f}},$$

где  $f$  - модуль кручения проволоки Чтобы исключить  $f$  можно подвесить цилиндр с

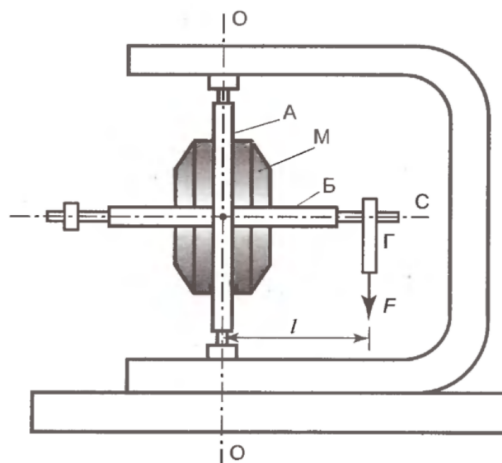


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

известными размерами и массой:

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2}$$

## 2 Методика измерений

1. Установить ось гироскопа в горизонтальное положение, поворачивая за рычаг С.
2. Включить гироскоп и подождать 4-5 минут
3. При лёгком постукивании по рычагу полседний не должен изменять своего положения в пространстве.
4. "Поиграться" с гироскопом, определить в какую сторону вращается ротор.
5. Нужно подвесить груз к рычагу, рычаг должен начать медленно опускаться в связи с трением.
6. Отклонить рычаг на 5-6 градусов вверх от горизонтального положения. Нужно подвесить груз и найти угловую скорость регулярной прицессии по числу оборотов и времени. Измерение продолжать до тех пор, пока рычаг не опустится на 5-6 градусов ниже горизонтальной оси. Измерить скорость опускания рычага.
7. Прodelайте всю серию экспериментов, при 5-7 значениях момента  $M$  силы  $F$  относительно центра масс гироскопа (длина плеча  $l$  указана на установке). Результаты опытов изобразите в виде графика  $\Omega$  в зависимости от  $M$ .
8. Измерьте момент инерции ротора гироскопа относительно оси симметрии  $I_0$ . Для этого подвесьте ротор, извлеченный из такого же гироскопа, к концу вертикально висящей проволоки так, чтобы ось симметрии гироскопа была вертикальна, и измерьте период крутильных колебаний получившегося маятника. Замените ротор гироскопа цилиндром, для которого известны радиус и масса, и определите для него период

крутильных колебаний. Пользуясь последней формулой, вычислите момент инерции ротора гироскопа  $I_0$ .

9. Оценить погрешности
10. Рассчитать частоту вращения гироскопа.
11. По скорости опускания рычага, рассчитать момент сил трения.
12. Измерить частоту вращения ротора. С помощью осциллографа получить фигуры Лиссажу. С помощью генератора частот получить эллипс, частота на генераторе - искомая частота.
13. Оценить погрешность полученных результатов. Сравнить угловые скорости вращения, определяемые разными методами.
14. Убедиться что все упрощения выполняются.

### 3 Используемое оборудование

**В работе используются:** гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, весы, штангенциркуль, линейка.

**Погрешности приборов:**

1. весы  $\pm 0,3\text{г}$
2. секундомер  $\pm 0,003\text{с}$
3. штангенциркуль  $\pm 0,01\text{мм}$
4. линейка  $\pm 1\text{мм}$