Potovanje sonde med planeti

Miha Čančula

4. julij 2012

1 Število parametrov

Sonda se po sončnem sistemu giblje, kot to določa Newtonov zakon

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{F}}{m_s} \tag{1}$$

Nanjo delujejo tri sile, to so gravitacijski privlaki sonca in obeh planetov.

$$\mathbf{F} = Gm_s \left(\frac{-M\mathbf{r}}{r^3} + \frac{m(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}|^2} + \frac{m(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}|^2} \right)$$

Masa sonde se po pričakovanju krajša, ostanejo pa nam še gravitacijska konstanta in mase vseh treh nebesnih teles. Poznamo pa tudi gibanje planetov, saj krožita okrog zvezde. Njun radialni pospešek je enak

$$\ddot{\mathbf{r}}_\mathbf{i} = -\omega^2 \mathbf{r}_i = GM\frac{-\mathbf{r}_i}{r_i^3} \tag{2}$$

Imamo torej zvezo med maso sonca M, gravitacijsko konstanto G, polmerom orbite planeta r_i (i je 1 ali 2) in frekvenco kroženja ω. Konstanta G nastopa povsod kot multiplikativna konstanta k drugemu časovnemu odvodu. Izbira njene vrednosti je zato enakovredna izbiri časovne skale $t \to t/\sqrt{G}$. Enak učinek ima povečanje ali zmanjšanje mase sonca in planetov za enak faktor. Vrednosti za G in M lahko torej postavimo na 1, namesto mase planeta m pa računamo z razmerjem $\mu = m/M$. Enačbo gibanja planetov rešimo enostavno, tako da zanemarimo medsebojni vpliv in privzamemo krožno gibanje. Iz zveze (2) izrazimo krožno frekvenco kot $\omega^2 = 1/r^3$.

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mu\frac{\mathbf{r_1} - \mathbf{r}}{|\mathbf{r_1} - \mathbf{r}|^3} + \mu\frac{\mathbf{r_2} - \mathbf{r}}{|\mathbf{r_2} - \mathbf{r}|^3} \tag{3}$$

$$\mathbf{r}_i = \omega_i^{-2/3} \left[\cos(\omega_i t + \varphi_i), \sin(\omega_i t + \varphi_i)\right]^T \tag{4}$$

V nalogi je podano razmerje polmerov orbit obeh planetov $r_2 = 2r_i$. Po drugem Keplerjevem zakonu lahko to pretvorimo v razmerje krožnih frekvenc

$$\omega_1 = \sqrt{8}\omega_2 \approx 2.828\omega_2$$