Fourierova analiza

Miha Čančula

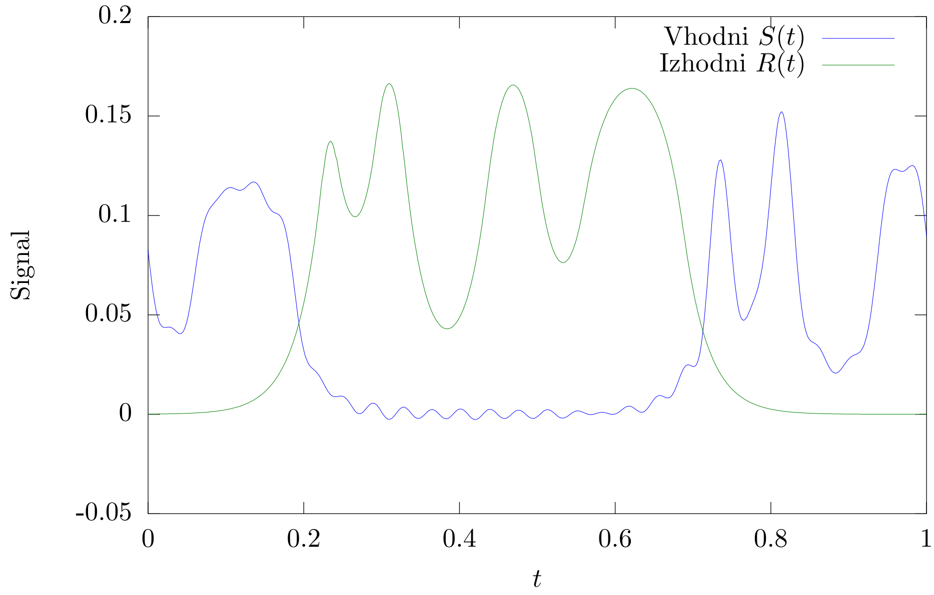
16. januar 2012

Slika 1: Znani francoski konvolucionar Jean Baptiste Joseph Fourier

1 Konvolucija

Linearno padajočo funkcijo $f(x) = 1-x$ sem izvrednostil v N diskretnih točkah, nato pa numerično računal konvolucijo te funkcije samo s sabo. Ta račun sem ponovil pri različnih vrednostih N in ga vsakih napravil na dva načina: enkrat po definiciji konvolucije, dru"gič pa z uporabo Fourierove transformacije. Za vse račune sem uporabil program `GNU Octave`.

Za tako enostavno funkcijo lahko tudi večkratno konvolucijo izračunamo analitično, tako da sem lahko primerjal tako hitrost kot natančnost obeh numeričnih metod. Omejenost funkcije na interval [0,1] sem v računu upošteval pri izračunu začetnih koeficientov, pri analitičnem računanju pa kot meje integracije. Z vsako konvolucijo se širina intervala poveča za 1.



Slika 2: Vhodni in izhodni signal pri $\beta = 34.852$

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= f(x) = (1-x)\Theta(x)\Theta(1-x) && (1)\\
f_2(x) &= (f * f)(x) = \int (1-t)(1-x+t)\Theta(t)\Theta(1-t)\Theta(x-t)\Theta(1-x+t)\,\mathrm{d}t \\
&= \{ && (2)
\end{aligned}
$$

2 Dekonvolucija signala

Tokrat je bila naloga obratna, poiskati izviren signal ob poznavanju izhodnega signala in prehodne funkcije. Prehodna funkcija $G(t)$ pa je imela en neznani parameter β, ki sem ga dolocil tako, da je bil izraz

$$\sum_{i=1}^{N-1} |s_i - s_{i-1}|^2 \tag{3}$$

čim manjši. Izkaže se, da je to pri vrednosti $\beta = 34.852$, vhodni signal pa je tedaj tak kot na sliki 2.