

Var”cni modeli

Miha Čančula

22. november 2011

1 Splošno

1.1 Naloga

Naloge sem reševal z razcepom matrike \mathbf{S} na singularne vrednosti, tako da sem minimiziral izraz

$$\chi_{red}^2 = \frac{1}{m-k} \sum_{i=1}^m \left(\frac{(\mathbf{S}\mathbf{a})_i - \mathbf{y}_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (1)$$

$$= \frac{1}{m-k} |\mathbf{C}\mathbf{S}\mathbf{a} - \mathbf{C}\mathbf{y}|^2 \quad (2)$$

Tu je \mathbf{a} vektor parametrov, \mathbf{y} vektor meritev odvisne spremenljivke, \mathbf{S} pa modelska matrika ki izmerjene vrednosti neodvisnih spremenljivk povezuje s parametri. m je število meritev, k pa število uporabljenih parametrov. Matrika \mathbf{C} je matrika uteži, s katero dosežemo, da imajo posamezne meritve različen vpliv na optimalno vrednost parametrov. V našem primeru, ko nimamo korelacij med posameznimi meritvami, je ta matrika diagonalna in podana z $\mathbf{C}_{ii} = \sigma_i^{-1}$.

Da sem lahko singularne vrednosti matrike \mathbf{S} primerjal med seboj, sem najprej vse spremenljivke normiral, tako da je bil razpon njihovih vrednosti med 0 in 1. Ta interval ima veliko prednost, da ima tudi vsaka potenca spremenljivke vrednosti na tem intervalu. V obeh primerih sem uporabljal le potenčne funkcije.

1.2 Reševanje

Na matriki \mathbf{S} sem najprej uporabil razcep SVD na dve ortogonalni kvadratni matriki \mathbf{U} in \mathbf{V} ter pravokotno \mathbf{W} .

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{y} \quad (4)$$

Matriki \mathbf{S} in \mathbf{W} nista kvadratni, zato sem uporabil pravilo za izračun psevdoinverza. \mathbf{W} je po definiciji razcepa diagonalna, zato jo najprej transponiramo, nato pa popravimo diagonalne elemente

$$[\mathbf{W}^{-1}]_{ii} = \begin{cases} 1/\mathbf{W}_{ii}, & \mathbf{W}_{ii} > \varepsilon \\ 0, & \text{sicer} \end{cases} \quad (5)$$

Med računanjem sem preizkušal različne vrednosti za ε in na ta način dobil različno število uporabljenih parametrov k , da bo χ_{red}^2 čim bližje 1.

1.3 Napake parametrov

Napake oz. kovariančno matriko koeficientov sem izračunal po predpisu in Numerical Recipes

$$\mathbf{Cov} = \mathbf{V}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{V} \quad (6)$$

Še posebej so me zanimali diagonalni elementi kovariančne matrike, saj sem med seboj primerjal napake in s tem pomembnost parametrov.

2 Toplotna prevodnosti