

# Parcialne diferencialne enačbe

## Robni problemi, relaksacija

Miha Čančula

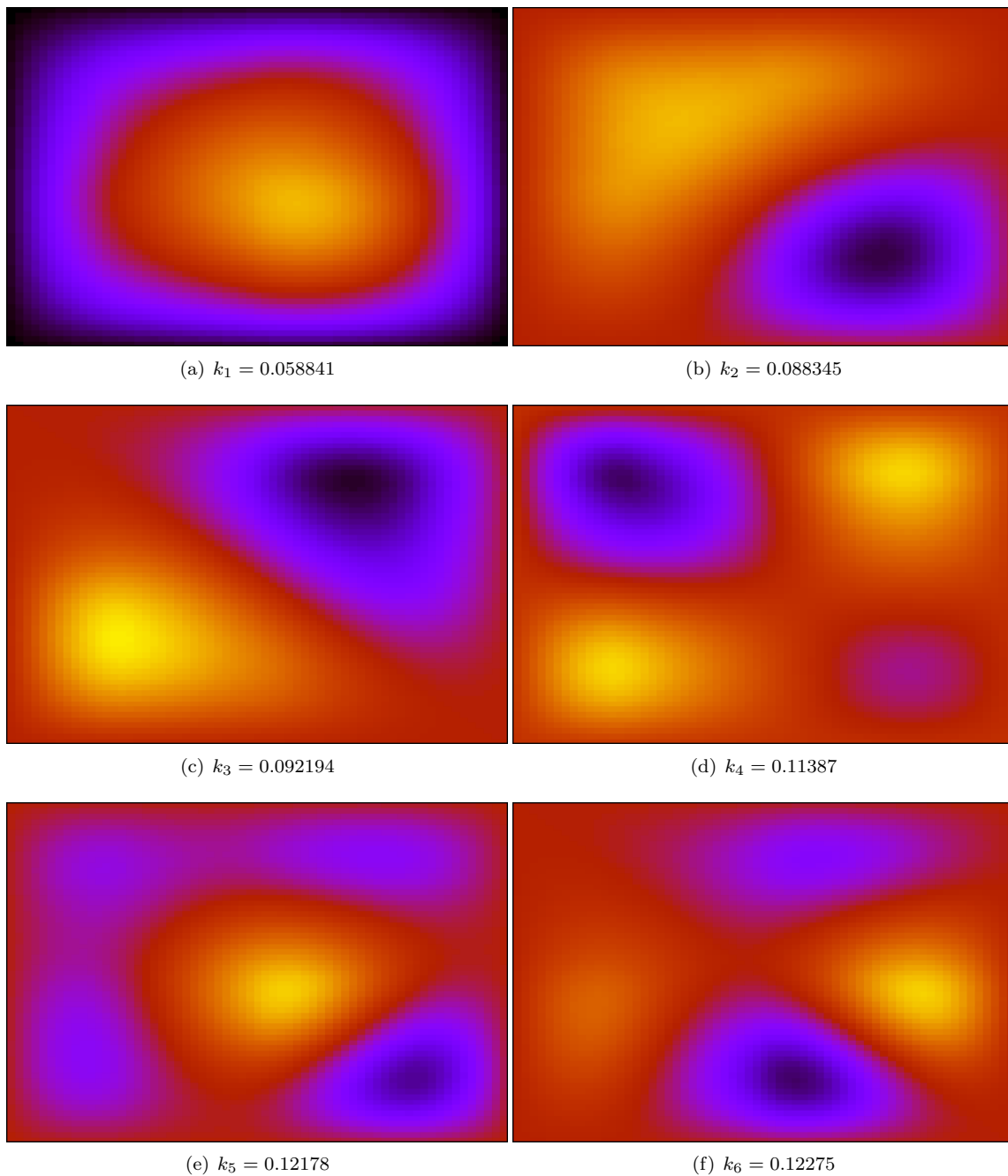
4. april 2012

### 1 Postopek reševanja

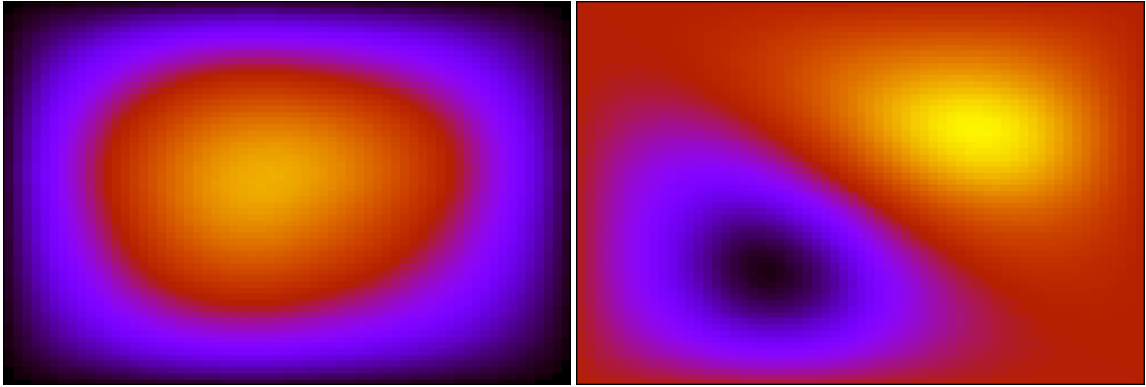
Geometrije nalogo sem približal z diskretno mrežo z  $N$  točkami na vsakem robu. Poljubno stanje opne je tedaj vektor dimenzije  $N^2$ , operator  $\nabla^2$  pa je predstavljen z matriko  $A$  dimenzije  $N^2 \times N^2$ . Diskretizacijo sem izbral tako, da so bile skrajne točke za polovico koraka oddaljene od fiksnega roba opne. Na ta način je bila matrika  $A$  simetrična.

Kvadrati lastnih frekvenc so lastne vrednosti matrike  $A$ , nihajni načini pa ustrezni lastni vektorji. V prvem delu, ko sem obravnaval opno z neenakomerno maso, sem reševal posplošen problem lastnih vrednosti  $\mathbf{A}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{B}\mathbf{u}$ . Vse izračune sem izvedel v programu Octave s pomočjo funkcije `eigs`, ki uporablja Fortranovo knjižnico `ARPACK`. Ta knjižnica omogoča učinkovito reševanje problemov lastnih vrednosti velikih strukturiranih matrik. Matriki  $A$  in  $B$  sta zelo prazni, zato sem zanj uporabil ustrezno redko (*sparse*) predstavitev. Kljub temu mi je uspelo rešiti problem v doglednem času le do  $N = 64$ .

## 2 Neenakomerna kvadratna opna

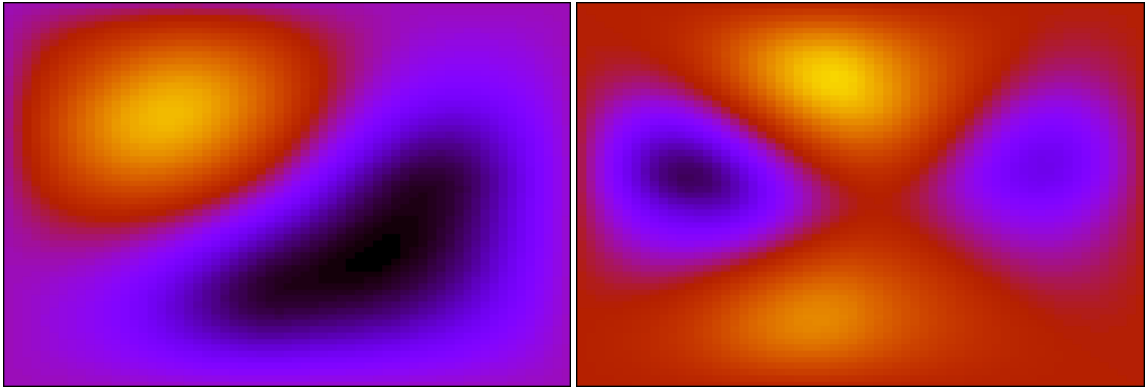


Slika 1: Prvih 6 nihajnih načinov kvadratne opne z  $\rho_+ = 2\rho$ .



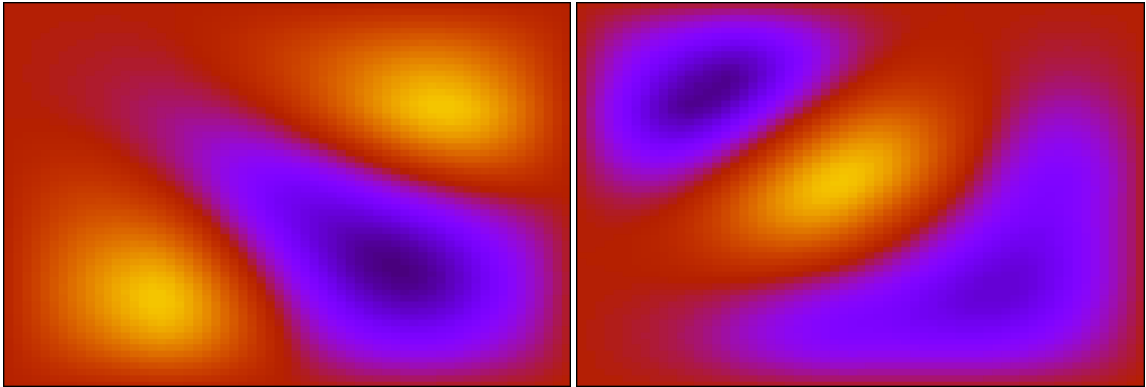
(a)  $k_1 = 0.058841$

(b)  $k_2 = 0.088345$



(c)  $k_3 = 0.092194$

(d)  $k_4 = 0.11387$

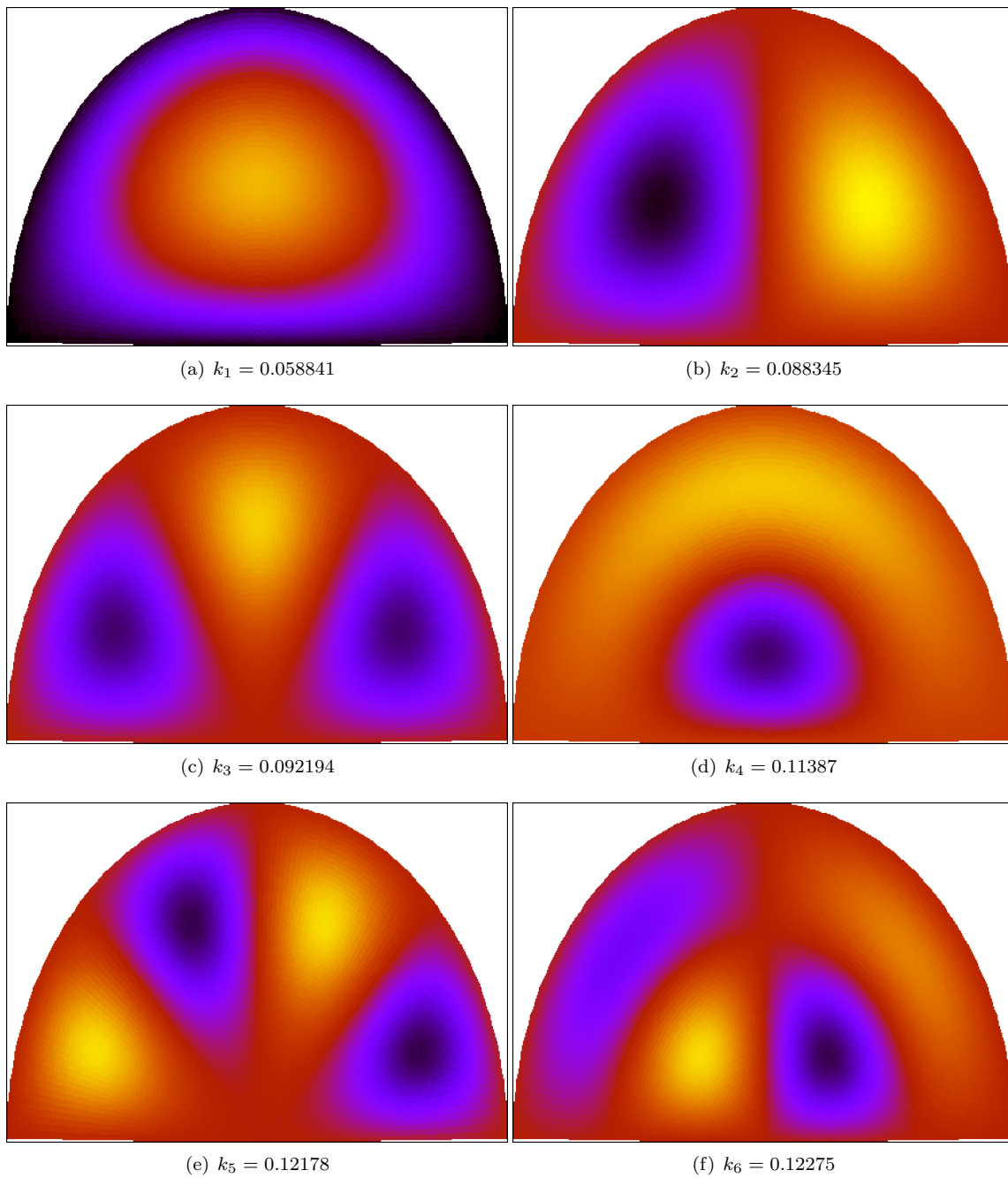


(e)  $k_5 = 0.12178$

(f)  $k_6 = 0.12275$

Slika 2: Prvih 6 nihajnih načinov kvadratne opne z  $\rho_+ = \rho/2$ .

### 3 Polkrožna opna



Slika 3: Prvih 6 nihajnih načinov polkrožne opne.