Parcialne diferencialne enačbe
Robni problemi, relaksacija

Miha Čančula

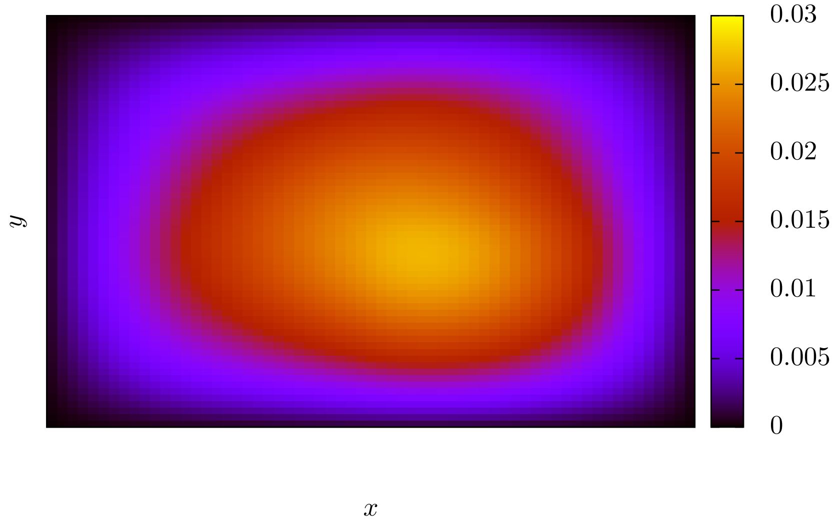
4. april 2012

1 Postopek reševanja

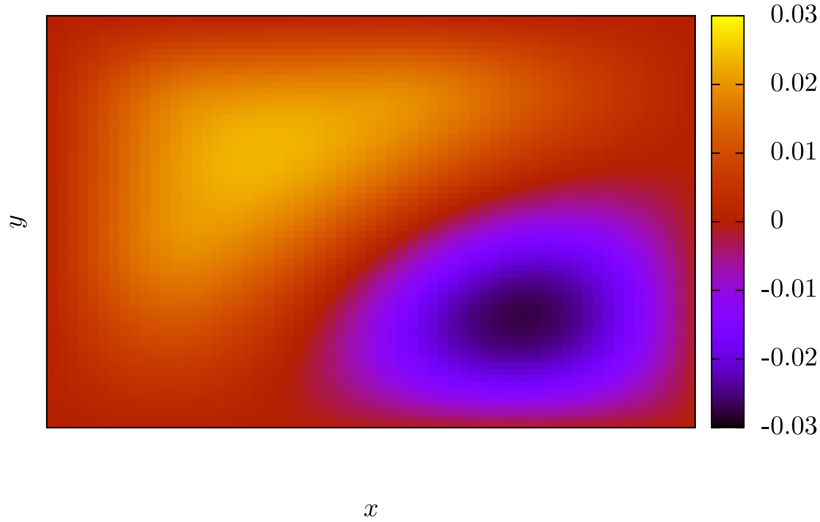
Geometrije nalogo sem približal z diskretno mrežo z N točkami na vsakem robu. Poljubno stanje opne je tedaj vektor dimenzije N^2, operator ∇^2 pa je predstavljen z matriko A dimenzije $N^2 \times N^2$. Diskretizacijo sem izbral tako, da so bile skrajne točke za polovico koraka oddaljene od fiksnega roba opne. Na na način je bila matrika A simetrična.

Kvadrati lastnih frekvenc so lastne vrednosti matrike A, nihajni načini pa ustrezni lastni vektorji. V prvem delu, ko sem obravnaval opno z neenakomerno maso, sem reševal posplošen problem lastnih vrednosti $\mathbf{A}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{B}\mathbf{u}$. Vse izračune sem izvedel v programu Octave s pomočjo funkcije `eigs`, ki uporablja Fortranovo knjižnico `ARPACK`. Ta knjižnica omogoča učinkovito reševanje problemov lastnih vrednosti velikih strukturiranih matrik. Matriki A in B sta zelo prazni, zato sem zanju uporabil ustrezno redko (*sparse*) predstavitev. Kljub temu mi je uspelo rešitiv problem v doglednem času le do $N = 64$.

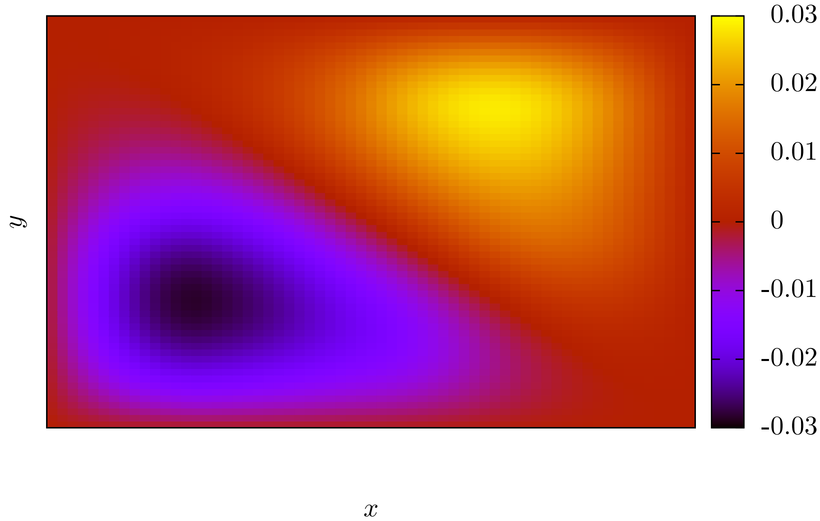
2 Neenakomerna kvadratna opna



Slika 1: Prvi lastni nihajni način kvadratne opne, $\alpha = 2$

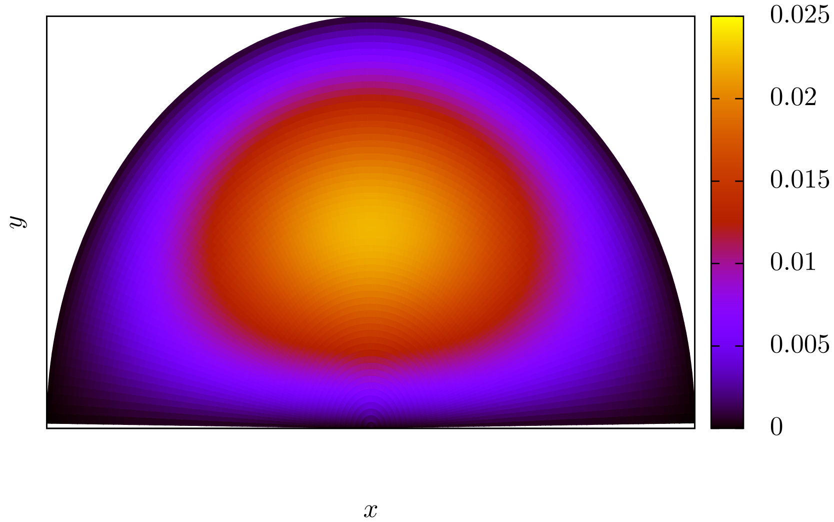


Slika 2: Drugi lastni nihajni način kvadratne opne, $\alpha = 2$

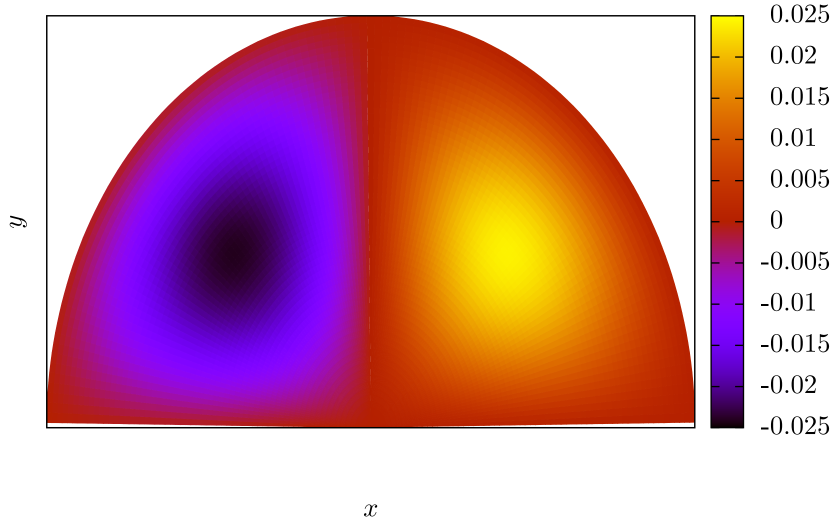


Slika 3: Tretji lastni nihajni način kvadratne opne, $\alpha = 2$

3 Polkrožna opna



Slika 4: Prvi lastni nihajni način polkrožne opne



Slika 5: Drugi lastni nihajni način polkrožne opne