Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Oddelek za fiziko

Seminar – 1. letnik, II. stopnja

Hidrodinamske Nestabilnosti

Avtor: Miha Čančula

Mentor: prof. dr. Alojz Kodre

Ljubljana, marec 2012

Povzetek

1 Uvod

2 Stabilnost

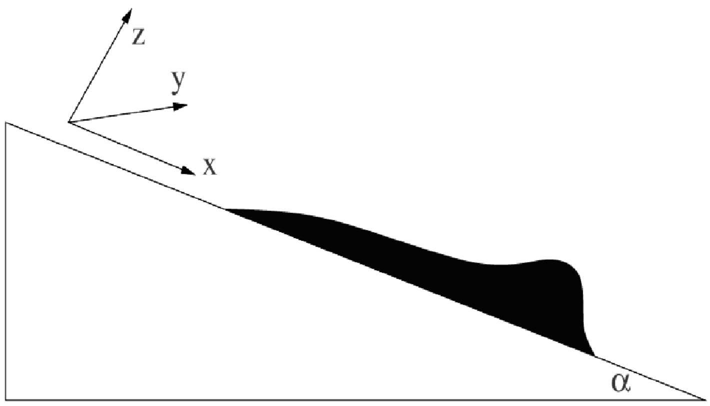
2.1 Definicija

O nestabilnosti govorimo, ko infinitezimalno majhna sprememba trenutnega stanja lahko povzroči večjo, merljivo razliko po nekem končnem času [4].

Takšna definicija je precej splošna, zato jo za potrebe seminarja raje definiramo ožje in bolj eksaktno: Imejmo sistem, katerega časovno spreminjanje lahko z eno ali več diferencialnimi enačbami, ki imajo določeno simetrijo. Z nastavkom, ki upošteva to simetrijo, lahko dobimo rešitev enačb. Stabilnost se pokaže, ko temu nastavku dodamo majhno motnjo, ki ne upošteva simetrije. Stabilni sistem se bo vrnil v simetrično stanje, medtem ko pri nestabilnem pride do zloma simetrije.

3 Tanki filmi

Hidrodinamsko nestabilnost lahko opazujemo pri polzenju tekočine po klančini [2].



Slika 1: Skica tekočine v dveh dimenzijah. Viden je greben tik za fronto tekočine in pa zožitev daleč za fronto, ki je pri računih ne bomo upoštevali

3.1 Enačbe

Če privzamemo nestisljivost tekočine $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, se Navier-Stokesova enačba poenostavi v

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2 \mathbf{u} + g(\sin\alpha \mathbf{i} - \cos\alpha \mathbf{k}) \tag{1}$$

kjer je $\mathbf{u}$ hitrost tekočine, ρ njena gostota in μ viskoznost. Člena z g sta dinamična in statična komponenta sile teže. Pomembni so tudi robni pogoji, običajno se izbere sledeče:

- Na meji med tekočino in klancem tekočina ne drsi, torej je tam $\mathbf{u} = 0$.
- Na meji med tekočino in zrakom ima tlak nezveznost, ki jo sorazmerja površinski napetosti in ukrivljenosti meje κ.

Ker obravnavamo tanke filme, lahko privzamemo, da je debelina h manjša od katerekoli dolžinske skale v ravnini. S tem privzetkom lahko enačbo (1) poenostavimo v enačbo za h.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{3\mu}\nabla \cdot \left[\gamma h^3 \nabla\nabla^2 h - \rho g h^3 \nabla h \cos\alpha + \rho g h^2 \sin\alpha \mathbf{i}\right] \tag{2}$$

3.2 Brezdimenzijska oblika

Milni mehurčki so stabilni na majhne motnje zaradi površinske napetosti tekočine. Če pa mehurček predremo v eni točki, ustvarimo rob, kjer površinska napetost ni uravnotežena, zato se rob začne umikati. Ker je opna običajno zelo tanka, je ukrivljenost na robu velika, zato fronta napreduje zelo hitro [1]. To napredovanje je pri mehurčkih tako hitro, da s prostim očesom fronte sploh ne opazimo, ampak se nam zdi, da celoten mehurček razpade naenkrat.

4 Milni mehurčki

Slika 2: Razpad milnega mehirčka [5]. Kapljice na desni strani niso posejane enakomerno, ampak so vidni večje in manjše gostote.

5 Razpad toka v kapljice

6 Zaključek

Literatura

[1] S. Čopar, Numerična analiza nestabilnosti na robu tekočinske opne, Diplomsko delo (2009)

[2] L. Kondic, SIAM Review **45**, 95 (2003)

[3] J. Eggers in E. Villermaux, Rep. Prog. Phys. **71**, 036601 (2008)

[4] P. G. Drazin, *Introduction to hydrodynamic stability*, Cambridge University Press (2002)

[5] `http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-1199149/Super-slow-motion-pictures-soap-bubble-bursting-stunning-detail.html` (23. 1. 2012)