

Hidrodinamske nestabilnost v tankih plasteh

Miha Čančula

21. marec 2012

- ▶ Stabilnost
- ▶ Enačbe toka tekočin
- ▶ Lubrikacijski približek – enačba tankega filma
- ▶ Primeri
 - ▶ Plast tekočine na klancu
 - ▶ Razpad milnega mehurčka
 - ▶ Nastanek kraških žlebičev

Stabilnost

Osnovna rešitev

- ▶ Ohranja simetrijo enačbe

Motnja

- ▶ Krši simetrijo
- ▶ Majhna v primerjavi z osnovno rešitvijo

Stabilnost

- ▶ Majhna motnja po dolgem času ostane majhna

Enačbe

Navier-Stokes

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mu \Delta \mathbf{u}$$

Brezdimenzijska

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla P + R^{-1} \Delta \mathbf{U}$$

Nestisljivost

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Lubrikacijski približek

Predpostavke

- ▶ Značilna dimenzija v smeri z mnogo manjša
- ▶ Hitrost v tej smeri majhna, $u_z \ll u_x, u_y$.

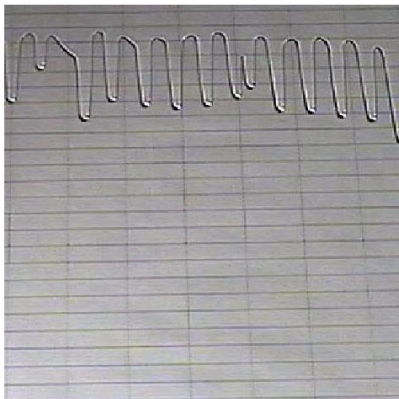
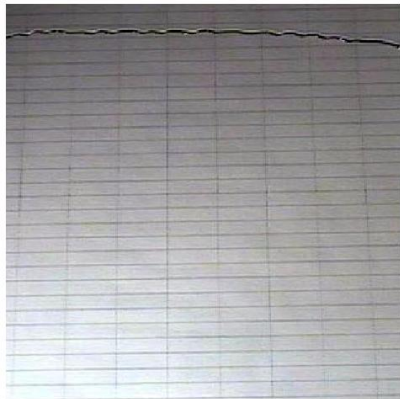
Učinek

- ▶ Povprečenje v z smeri \Rightarrow izgubimo profil v z smeri
- ▶ Menjava spremenljivke $\mathbf{u}(x, y, z, t) \rightarrow h(x, y, t)$
- ▶ 4 skalarne količine $(\mathbf{u}, p) \rightarrow 1$ skalarna količina.

Lineariziran problem

- ▶ $h(x, y, t) = h_0(x, t) + \varepsilon h_1(x, y, t), \quad \varepsilon \ll 1, \quad h_1 \sim h_0$
- ▶ Rešimo $h_0 \rightarrow$ enačba za h_1
- ▶ Razvoj po ε , obdržimo le do linearne člena

Plast tekočine na klancu



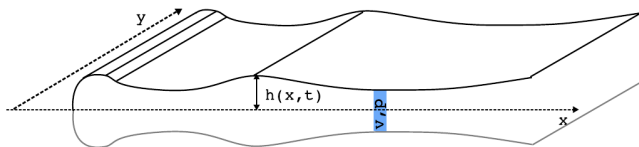
Stabilnost

Razpad milnega mehurčka



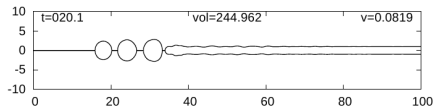
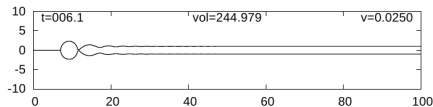
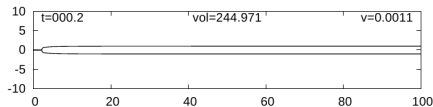
© Richard Heeks / Barcroft Media

Tanka opna



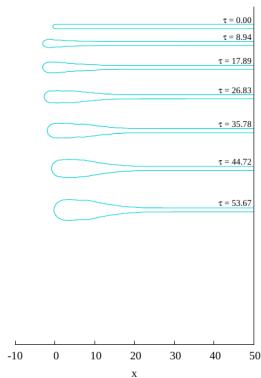
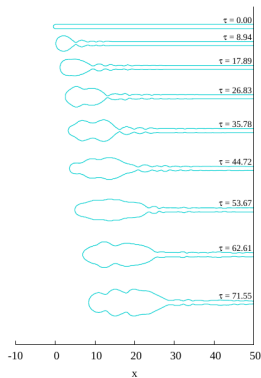
- ▶ Neuravnovešena površinska napetost
- ▶ Lubrikacijski približek
- ▶ Dve simetriji: y in $x - ct$
- ▶ Nestabilnost = razpad na kapljice
- ▶ Ključen parameter: viskoznost

Neviskozna opna



- ▶ Razpad simetrije v smeri $x \Rightarrow$ razpad opne v valje
- ▶ Valji naprej razpadejo v kapljice

Viskozna opna



- Počasnejše umikanje roba
- Opna ne razpade

Kraški žlebiči



Kraški žlebiči

Nastanek

- ▶ Na kraških pobočjih

Nestabilnost

- ▶ Majhna motnja v obliki površja se pogloblja