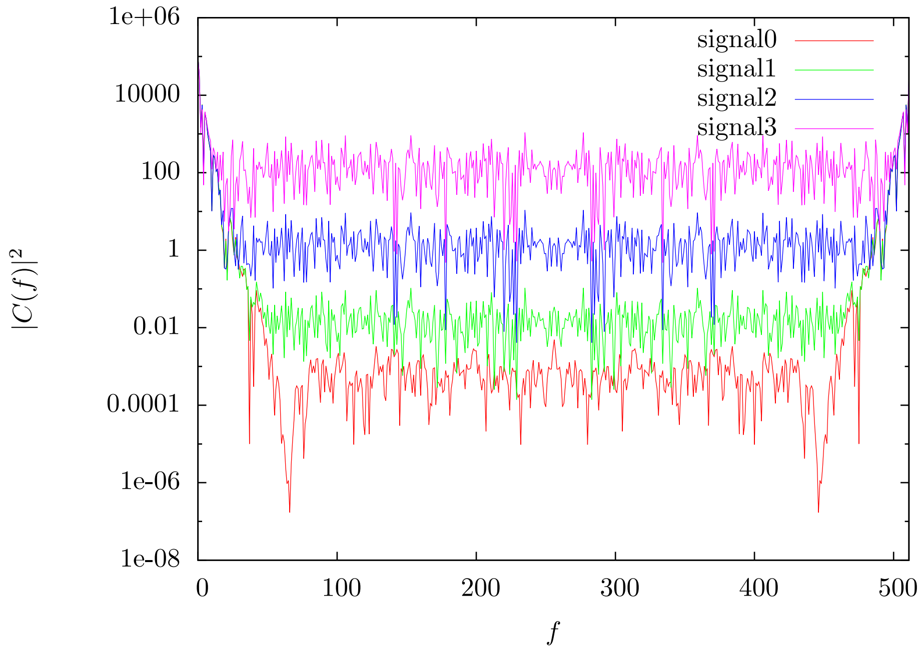
Filtriranje šuma

Miha Čančula

16. februar 2012

1 Dekonvolucija signalov

Najprej sem si ogledal spekter izhodnega signala $C(f)$. Ta signal je z dodatki različnih šumov podan na sliki 1.

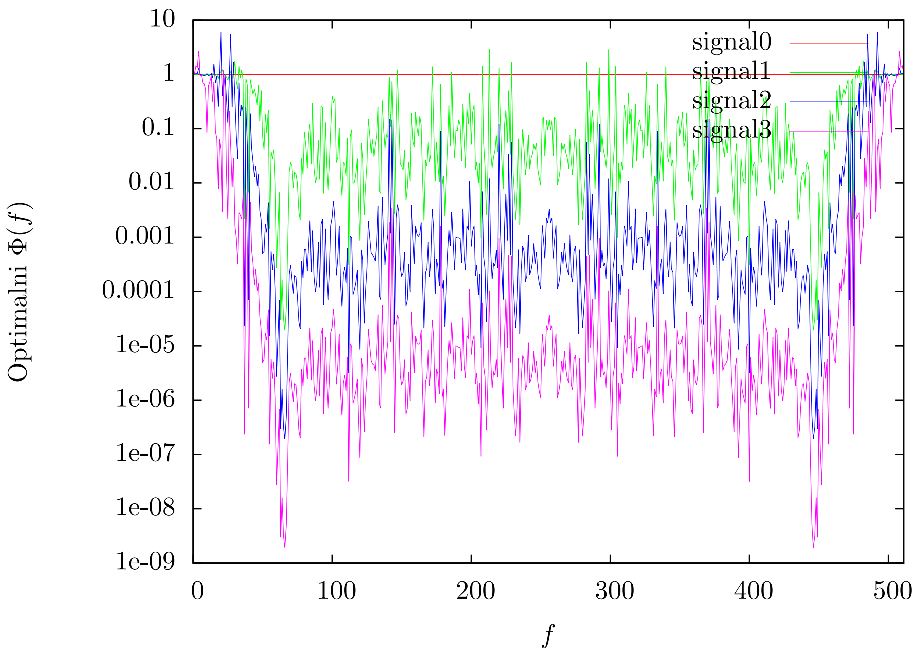


Slika 1: Spektri izhodni signalov $C(f)$

1.1 Izbira filtra $\Phi(f)$

Prvi signal nima dodanega šuma, zato lahko pri njem dekonvolucijo izvedemo neposredno. Ostale signale pa bomo morali najprej pomnožiti z ustrezno funkcijo, da bomo minimizirali vpliv šuma na končni rezultat.

V našem primeru lahko malo posleparimo, saj že poznamo pravo vrednost $S(f)$, zato lahko $N(f)$ in $\Phi(f)$ določimo po Wienerjevi formuli. Tako definiran filter je prikazan na sliki 2, na ta način rekonstruiran signal pa na sliki 3.



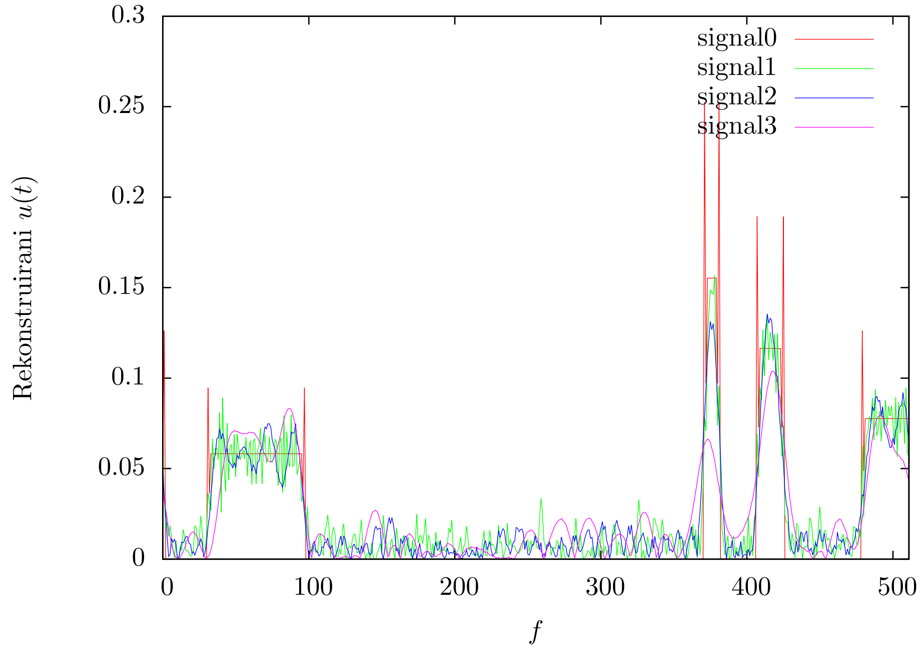
Slika 2: Wienerjev filter $\Phi(f)$

V realnih primerih pa ne signala S ne poznamo, zato ga ne moremo vstaviti v izraz za Φ. V tew primeru moramo signal $S(f)$ oceniti s slike 1. Pri vseh štirih signalih spekter najprej eksponentno pada s frekvenco, nato pa se ustali pri približno konstantni vrednosti. Spekter torej najprej razdelimo na dva dela, pri nizkih frekvencah prevladuje signal, pri visokih pa šum. Mejno frekvenco označimo z f_c, ta je seveda odvisna od signala, ki ga obdelujemo, ocenimo pa je z grafa kot tista frekvenca, pri kateri spekter preide iz eksponentnega padanja v režim belega šuma.

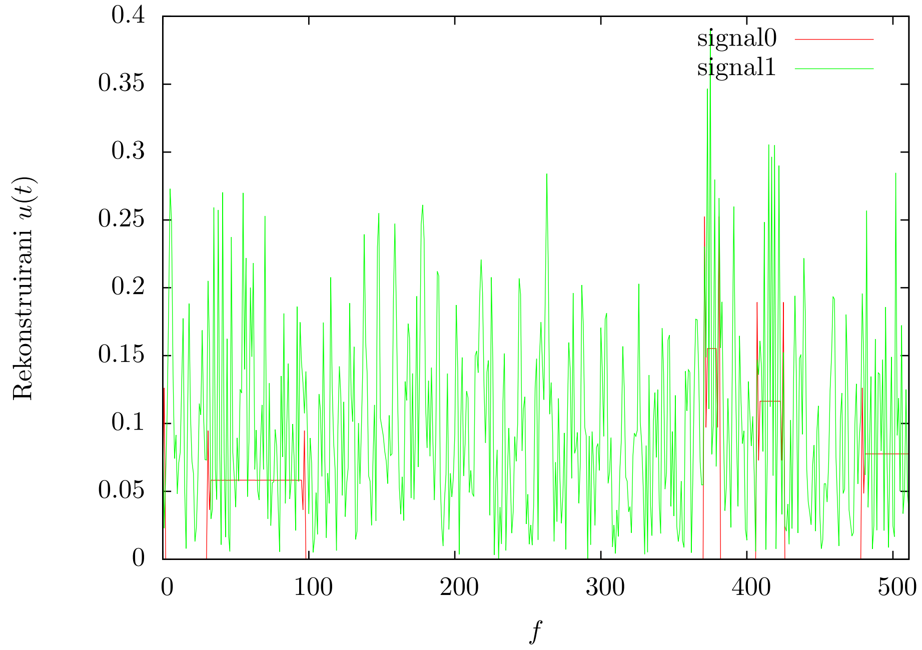
V predelu visokih frekvenc lahko privzamemo, da je kar celoten $C(f)$ posledica šuma, tako da je $S(f > f_c) = 0$. Če je šum res naključen, potem bodo njegove Fourierove komponente pri nizkih frekvencah podobne kot pri visokih. Njegovega spektra pa ne moremo poznati, ocenimo lahko ne povprečno vrednost, zato na tem območju izberemo konstanten spekter šuma $|N(f < f_c)|^2 = \overline{|N(f > f_c)|^2} = \overline{|C(f > f_c)|^2}$.

S temi predpostavkami sem po svojih najboljših močeh določil vrednost f_c za vse tri serije zašumljenih vhodnih podatkov. Kljub večim poskusom prilagajanju spektra mi brez upoštevanja originalnega signala ni uspelo rekonstruirati prepoznavnega signala.

Na sliki 4 že pri podatkih iz datoteke `signal1.dat` le z veliko težavo prepoznamo ostanek izvirnega vzorca. Rezultati obdelave podatkov iz datotek z več šuma so še slabši. To potrjuje, da je Wienerjev filter uporaben le takrat, ko dobro poznamo pričakovan spekter vhodnega signala. Tak primer so digitalne fotografije, še posebej če vemo ali je na sliki pokrajina ali portrer. Brez informacij o vhodnem signalu pa ta pristop te deluje.



Slika 3: Rekonstruiran signal $S(f)$



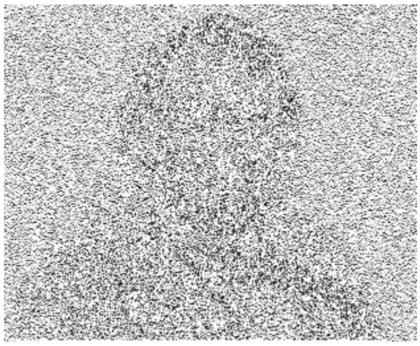
Slika 4: Rekonstruiran signal $S(f)$ brez uporabe originalnega signala

2 Lincoln

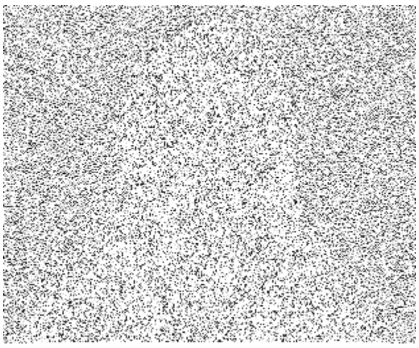
2.1 Brez filtra

Najprej sem preveril, kaj se zgodi, če podane slike neposredno dekonvoluiramo, brez uporabe filtra. Rezultati dekonvolucije za štiri datoteke s podatki so na sliki 5. Vidimo, da že majhne dodatek šuma v podatkih močno popači dobljeno sliko.

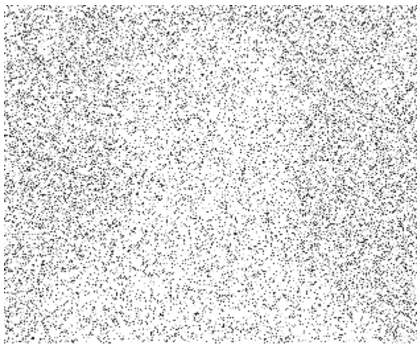
(a) N00



(b) N10



(c) N20



(d) N40

Slika 5: Rezultati direktne dekonvolucije

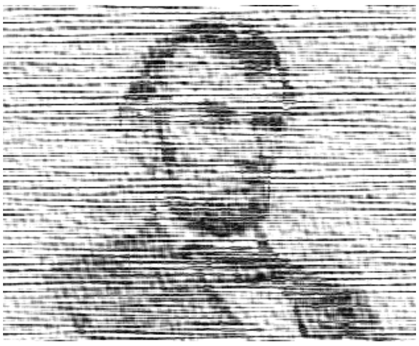
Prva slika je jasna, na drugi še lahko razločimo, da je na sliki obraz, zadnji dve sliki pa sta povsem nerazpoznavni. Če bomo želeli dobiti uporabne rezultate kljub prisotnosti šuma, bomo morali uporabiti filter.

2.2 Filter

Kljub temu da slike niso ostre, osebo na sliki lahko prepoznamo.

(a) N00

(b) N10



(c) N20

(d) N40

Slika 6: Rezultati dekonvolucije z Wienerjevim filtrom