Luščenje modelskih parametrov

Miha Čančula

13. november 2011

1 Splošno

Nalog sem lotil se z Levenberg-Marquardtovim algoritmom.
`Gnuplot` ima ga vgrajen'ga, prav tako tudi `Octave`.
Za vsak primer sem oba uporabil, nato pa primerjal.
Malo med njima razlike, drugi ima eno prednost:
Več argumentov mu damo, in več informacij nam vrne.
Kdaj konvergenco ustavi, lahko sem natančno nastavil,
Malo izboljšal na ta način prilagoditve dobroto.

"Goodness of fit", sem prebral, da s χ na kvadrat je izražen,
Treba ga le še deliti s številom prostostnih je stopenj.
Reče tedaj se temù, da je χ^2 reduciran.
Fit je najboljši, ko blizu je vrednosti ena.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{f(x_i, \mathbf{p}) - y_i}{\sigma_i} \right)^2 \tag{1}$$

$$\chi^2_{red} = \frac{\chi^2}{N-n} \tag{2}$$

Veliki N v tem primeru število je naših meritev,
mali pa n je število prostih parametrov fit-a.

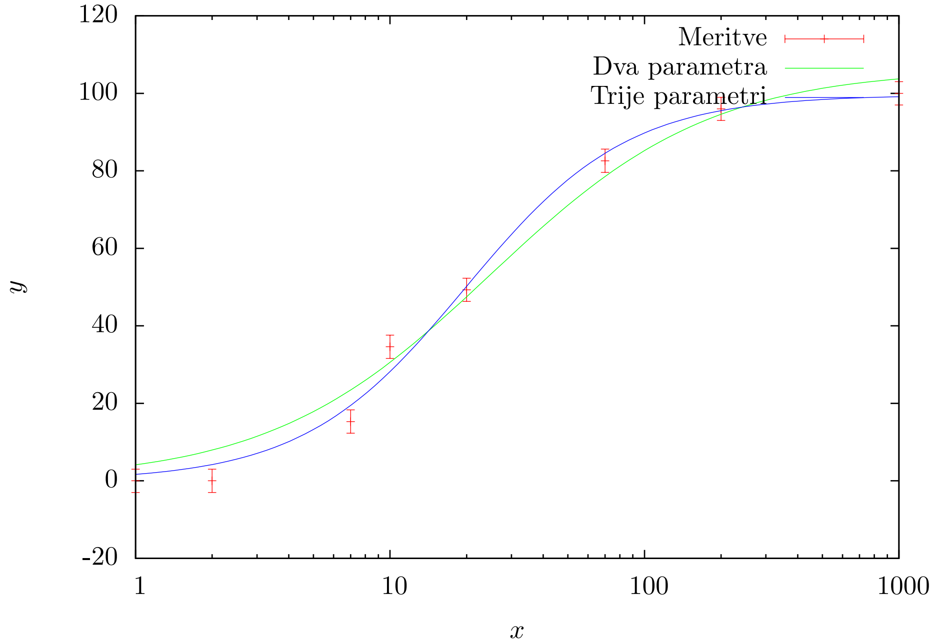
2 Farmakološki model

2.1 Parameter p

V model iz naloge prejšnje parameter p še dodamo.
Legla bo bolje k podatkom, izboljšana naša napoved.
Žal pa zgubili smo s tem linearnost, grši problem je.
Levenberg-Marquardt edino je upanje k hitri rešitvi.

2.2 Statistična upravičenost

Smisla kaj dosti pa nima, da si problem bi zapletli,
več spremenljivk pridodali, če n'bene od njih ni koristi.
Smiselnost nov'ga modela zato χ-kvadrat bo ocenil.



Slika 1: Primerjava med modeloma z dvema oz. tremi spremenljivkami.

(3)

σ od i je napaka, ki bla je z nalogo podana.
V našem primeru je fajn, saj prav vse so trojki enake.
f pa je funkcija naša, odvisna od x in parametrov.
Vrednosti njih optimalne podane so v prvi tabeli.

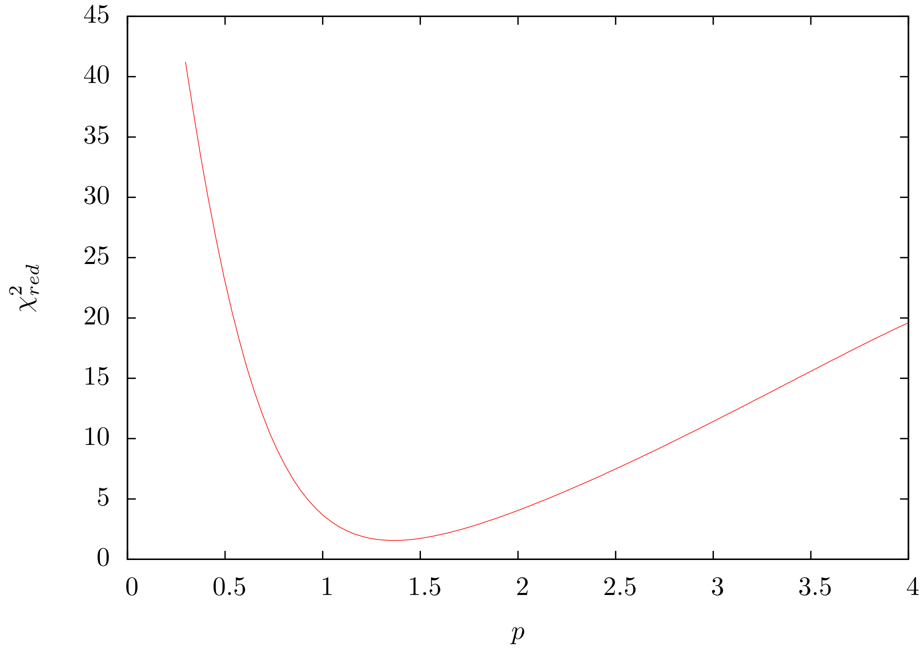
2.3 Rezultati

Model	y_0	a	p	χ^2_{red}
Dva parametra	106 ± 5	25 ± 4	1	3,67
Trije parametri	100 ± 4	20 ± 2	$1{,}4 \pm 0{,}2$	1,87

Tabela 1: Primerjava med modeloma z dvema oz. tremi spremenljivkami.

Vidi se z zgornje tabele, da nov parameter pomaga.
Fit-a dobroto izboljša, blizu enici jo pahne.
Ampak pozoren pogled še to pridobitev razkrije:
bližje je y_0 zdaj pričakovani stotici.

Lažjo predstavo da graf, pod katerim enica se skriva.
Modra se črta na videz že bolje ujema s podatki.
Prednost le-te pred zeleno je vidna predvsem pri robovih.



Slika 2: Odvisnost χ^2_{red} od fiksnega parametra p

2.4 Odvisnost od p

Če p-ja ne bi prilagajali, vrednost mu raje kar dali,
Gledal sem kaj bi godilo se, z mero za fita dobroto.

3 Ledvice

Isti postopek kot prej, še tu bomo uporabili,
vse kar se res spremeni je funkcija testna modela.
Druge so tudi napake, razpade zdaj štejemo jeder,
σ je kar enostavna, koren je števila razpadov.
Vse je ostalo kot prej, kriterij dobrote obdržimo.

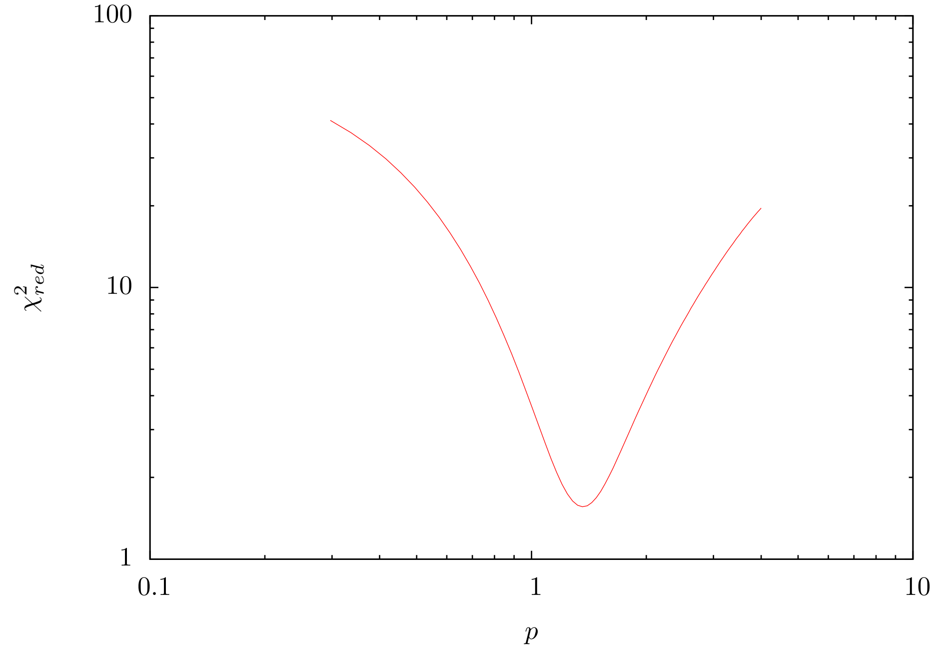
3.1 Modeli

Trije so takšni modeli, ki sem jih v nalogi preverjal,
Dva sta razdelčna, kjer kri v posode zapremo,
eden pa tak, da je caš v eksponentu celo pod korenom.

$$f_1(t) = A\exp(-\lambda t) \tag{4}$$

$$f_2(t) = A\exp(-\lambda_1 t) + B\exp(-\lambda_2 t) \tag{5}$$

$$f_3(t) = A\exp(-\lambda\sqrt{t - t_0}) \tag{6}$$



Slika 3: Odvisnost χ^2_{red} od fiksnega parametra p – logaritemski graf

Zadnji model je poseben, saj važen je čas na začetku.
Kdaj smo meritve začeli, poskusil sem s fitom dognati,
dal spremenljivko sem zraven, t_0, da ta čas sem izluščil.

3.2 Rezultati

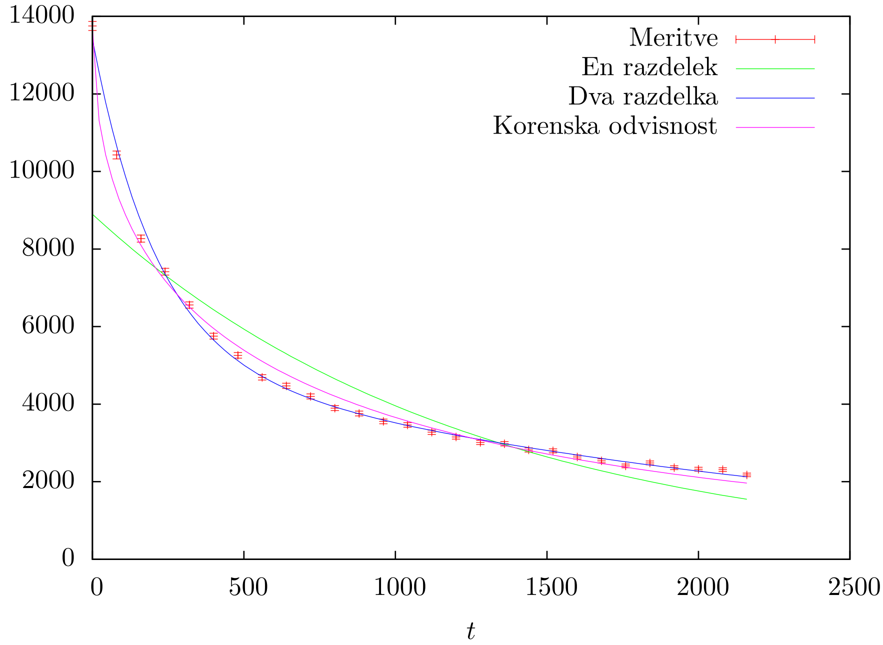
Slika tadruga pokaže, da najboljš model je tadrugi.
Tisti s krvjo v dveh posodah, ki 'mata različne volumne.

Koliko res pridobimo, ko drugo posodo dodamo?
"Goodness" se vidno izboljša, kar petdesetkrat je zdaj manjša.
Tisti model, ki korene ima, po dobroti je v sredi.

Model	χ^2_{red}
En razdelek	156,0
Dva razdelka	3,0
Korenska odvisnost	14,4

Tabela 2: Statistična upravičenost modelov čistilnosti ledvic.

Daleč najboljši model je tisti s prekatoma dvema.
Lambdi pri njem sta v razmerju, tako kot razdelkov volumna.
Vemo da človek v sebi približno pet litrov krvi 'ma.
Sklepamo torej lahko o volumnu obžilnih prostorov.



Slika 4: Modeli čistilnosti ledvic.

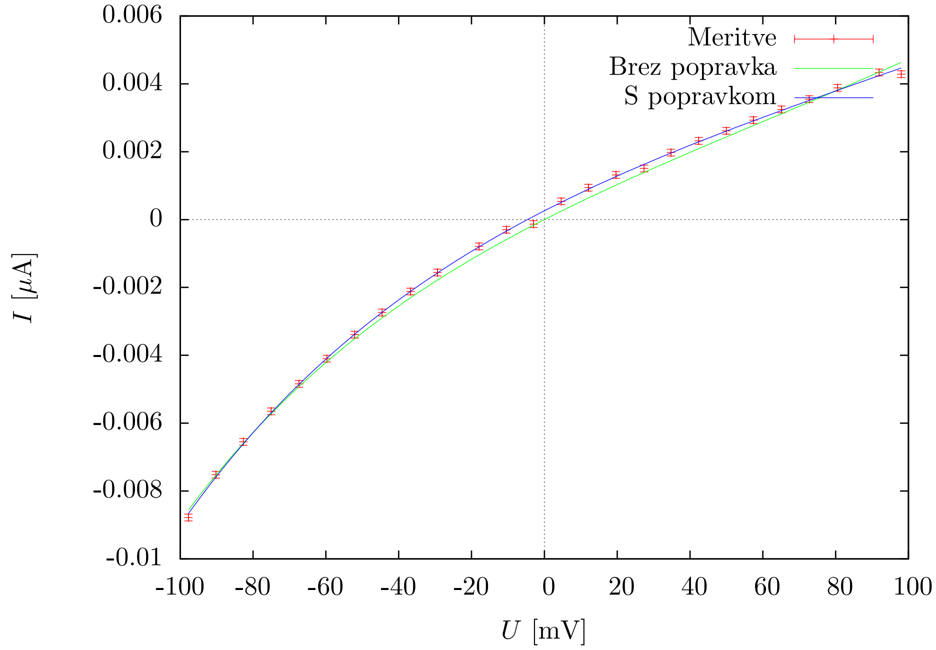
4 Korozija

Tretjič postopek spet isti na novih podatkih nar'dimo.
Trik pa je nov v tem primeru, da začetni približki so težji.
Več sem poskusil jih, gledal kdaj χ^2 je najmanjši.

Merske napake sedaj eksplicitno niso podane.
Vemo da so le v toku, in vse so med sabo enake.
Tok je izmerjen na pet decimalk, to oceni napako.
Dobra verjetno bo vrednosti, deset z minus peto potenco.
Same dobrote ne mor'mo podati, a z njun'ga razmerja,
vidimo ko'lko koristi napetost U_0 nam prinese.

Model	I_0 [nA]	U_a [mV]	U_c [mV]	U_0 [mV]	χ^2_{red}
Brez popravka	2,6 $\pm$ 0,4	140 $\pm$ 25	74 $\pm$ 7	0	408
S popravkom	3,2 $\pm$ 0,2	200 $\pm$ 24	77 $\pm$ 3	-4,6 $\pm$ 0,4	68

Drugi model 'ma dobroto, ki dosti je boljša od prve,
ampak še vedno velika, daleč od ciljne enice.
Merske napake ocena, je zgornja desetkrat premajhna.
Če bi napako z deset pomnožili, dobrota bi s sto b'la deljena.
Naš pa model bi meritve opisal skor' idealno.
Tako napako sem tudi narisal, na sliki naslednji.



Slika 5: $U - I$ diagram med kovino in korozivnim elektrolitom