浙江大学 2018-2019 学年 <u>春夏</u> 学期

《线性代数（甲）》课程期中考试试卷

1、设A是一个2019阶实方阵，满足$AA^T=E,|A|<0$,求$|A+E|$

2、设A是一个8阶实方阵,满足$a_{ij}=-A_{ji}$,其中$a_{11}\neq 0$,求$|A|$

3、设实方阵$A=\begin{bmatrix}2&2\\2&a\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}4&b\\3&1\end{bmatrix}$,证明矩阵方程$AX=B$ 有解且$BY=A$ 无解 $\Leftrightarrow a$

4、当实数a,b取什么值时，方程组$\begin{cases}-x_2+ax_3=0\\-ax_1+x_2+ax_4=1\\x_1-x_3-x_4=1\\x_2-ax_3=b\end{cases}$无解，有解，有解时求解

5、$A,B\in R^{2\times 2},M=\begin{bmatrix}A&\\&B\end{bmatrix}$,判断下面4个等式，正确给出证明，不正确给出反例

(1)$M^*=\begin{bmatrix}|A|A^*&\\&|B|B^*\end{bmatrix}$

(2)$M^*=\begin{bmatrix}|B|B^*&\\&|A|A^*\end{bmatrix}$

(3)$M^*=\begin{bmatrix}|A|B^*&\\&|B|A^*\end{bmatrix}$

(4)$M^*=\begin{bmatrix}|B|A^*&\\&|A|B^*\end{bmatrix}$

6、$A,B\in P^{n\times n}$,且满足$A+B=AB$,证明：

(1)$A-E$可逆

(2)$AB=BA$

(3)$r(A)=r(B)$

(4)如$B=\begin{bmatrix}1&-3&0\\2&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}$，求$A$

7、$A\in P^{n\times n}$,证明存在可逆矩阵B 和满足$C=C^2$ 的C, 使得$A=BC$

8、$A=\left[a_{ij}\right]_{n\times n},(n\geq 2),A=\begin{bmatrix}B&\alpha\\\beta&a_{nn}\end{bmatrix}$,如果$|A|>0,|B|>0$,证明$a_{nn}-\beta B^{-1}\alpha>0$