

# 浙江大学 2017-2018 学年 秋冬 学期

## 《线性代数（甲）》课程期中考试试卷

1.(15), 计算n阶行列式:

$$\begin{vmatrix} x & y & y & \cdots & y \\ z & x & y & \cdots & y \\ z & z & x & \cdots & y \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z & z & z & \cdots & x \end{vmatrix}, x, y, z \text{ 为任意实常数}$$

2, (20) 设k为实常数, 当k为何值时,

下面线性方程组无解? 唯一解?

无穷多解? 有解时, 求解。

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = k - 3 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = -2 \end{cases}$$

3.(20)求矩阵方程

$$x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

4, (15), 设 $R(A_{n \times n}) = r$ , 证明存在 $B_{n \times n}$ ,

且 $R(B) = n - r$ , 使得 $AB = 0$

5.(15). $R(A_{n \times n}) = 1$ ,  $A_{n \times n} \in P^{n \times n}$ , 证明:

1, 存在两组不全为零的实数

$a_1, \cdots, a_n; b_1, \cdots, b_n$ , 使得:

$$A = (a_1, \cdots, a_n)^T (b_1, \cdots, b_n)$$

2, 存在实数k, 使得 $A^2 = kA$

6, (8) 设 $A_{m \times n} X_{n \times 1} = d_{m \times 1}$  有解,

$B_{m \times s} X_{s \times 1} = c_{m \times 1}$  无解,

令 $G = (ABdc)_{m \times (n+s+2)}$

证明,  $R(G) \leq R(A) + R(B) + 1$

7, (10) 设 $A, B, C, D \in R^{n \times n}$ , 证明: 当 $AC = CA$ 时

$$\text{有: } \begin{vmatrix} A & D \\ C & B \end{vmatrix} = |AB - CD|$$