浙江大学 2017-2018 学年 <u>春夏</u> 学期

《线性代数（甲）》课程期中考试试卷

1(10) 计算 $D=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$

2(15) 设 $D_{n+1}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & x_n \end{vmatrix}$，求 $x_1A_1+x_2A_2+\cdots+x_nA_n$

其中：A_i 为 x_i 的代数余主式

3(15) 设 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda \\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2 \end{cases}$

λ 取什么值时无解？

唯一解？无穷多解？

有解时求其解。

4(15) A 为 n 阶矩阵 $(n\geq 2)$，$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 求 $r((A^*)^*)$

5(15) 设A是对角线上元素全为零的4阶实对称可逆矩阵

$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2018 \end{bmatrix}$

(1) A 中元素满足什么条件时，$E+AB$ 可逆。

(2) 当 $E+AB$ 可逆时，证明（$E+AB)^{-1}A$ 是对称矩阵。

6(10) 设 $A_{2\times2}^{2018}=0$. 证明：$A^2=0$

7(10)，设A, B, C, D为n阶方阵，A可逆，$M=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

证明，$R(M)=n \Leftrightarrow D=CA^{-1}B$

8(10) 设n阶方阵 A 满足 $A^3=2E, B=A^2-2A+E$，证明 B 可逆，并求 B^{-1}