

浙江大学 2018-2019 学年 秋冬 学期

《线性代数（甲）》课程期中考试试卷

$$1(15) D = \begin{vmatrix} a_1 + x & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 + x & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n + x \end{vmatrix}$$

2(15) 设 $\sigma = (i_1 i_2 \cdots i_n)$ 是一个 n 阶排列, $A = [a_{rj}]$ 是一个 n 阶方阵, 并且 A 中元素满足对于每个固定 r , 当 $j = i_r$ 时, $a_{rj} = 1$, 否则 $a_{rj} = 0$, 求 $|A|$

$$3(15) \begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases} \quad \text{问, 当 } \lambda \text{ 取什么值时, 方程组无解? 唯一解? 无穷多解? 有解时求解。}$$

$$4(15), \text{ 设 } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 求矩阵方程: } AX = A + 2X$$

$$5(15) \text{ 设 } A \text{ 为 } 4 \text{ 阶反对称矩阵, } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \text{ 证明, } E + AB \text{ 可逆}$$

6(10), 设 A 为 n 阶实对称矩阵 ($n > 1$), $|A| = 0$, 证明, $A_{ii}A_{jj} = (A_{ij})^2, (i, j = 1, 2, \cdots, n)$

$$7(7), A, B \in P^{n \times n}, M = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix}, \text{ 证明: } R(M) \geq R(A+B) + R(A-B)$$

8(8) 设 $A, B \in P^{n \times n}$, 满足 $B = E + AB$, 证明: $AB = BA$