

Énoncé série 3 : dualitéNiveau : 4^{ème} annéeAnnée universitaire : 2024-2025

Exercice 1

Donner le dual du primal suivant :

$$1. \max Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$
$$(S.C) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \min Z = 20x_1 + 24x_2$$
$$(S.C) \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 30 \\ x_1 + 2x_2 \geq 40 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 80 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$3. \max Z = 10x_1 + 6x_2$$
$$(S.C) \begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ 3x_1 + 2x_2 = 60 \\ 2x_1 + x_2 \geq 25 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 2

On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll} \max & 40x_1 + 50x_2 \\ s.c & 5x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. Donner le dual PL* de ce primal PL
2. Résoudre le primal PL par le simplexe
3. Dédurre la solution du dual PL*

Exercice 3

Un fabricant produit 2 variétés de biscuit, l'une à la noix de coco et l'autre au chocolat, selon le schéma suivant :

Biscuit	Ingrédient			Prix de vente
	Farine	Chocolat	Noix de coco	
A	1	0	3	6
B	1	5	0	5
Disponible	8	22	12	

1. Formuler le problème comme un PL et trouver un plan de fabrication qui maximise le profit. stock, pour que ce plan de fabrication ne soit pas compromis.
2. On étudie la production d'un nouveau biscuit à la noix de coco et au chocolat à raison de $1/3$ de noix de coco et $2/3$ de chocolat. Ce nouveau produit sera vendu à 8 dinars. Quel est le schéma de production optimal ?
3. Déterminer le dual PL* de ce primal PL.
4. En déduire la solution du dual PL*.

Exercice 4

On considère le programme linéaire (P) suivant :

$$\begin{aligned} \min Z &= -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 \\ \text{(S.C)} \quad &\begin{cases} -2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 &\geq -8 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &\leq 7 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

1. Ecrire le dual (D) du programme linéaire (P).
2. Donner une solution graphique du programme dual (D).
3. Résoudre le primal par le simplexe.
4. Vérifier que la solution de (D) obtenue à la question 2) est optimale.