

# Modélisation de l'Accélération Libre des Véhicules

Nouni2

Juillet 2024

## 1 Introduction

L'accélération libre est un concept essentiel dans la modélisation du trafic routier. Dans ce contexte, l'accélération libre désigne l'accélération qu'un véhicule effectue pour atteindre une vitesse donnée  $v_{\text{lim}}$  en ignorant tout le trafic extérieur ainsi que les caractéristiques du terrain. En d'autres termes, il s'agit de l'accélération dans des conditions idéales de route et de trafic, où un véhicule accélère pour atteindre une vitesse cible sans être influencé par des facteurs externes tels que d'autres véhicules, des pentes ou des conditions météorologiques.

L'étude de l'accélération libre permet de comprendre comment les véhicules atteignent leurs vitesses cibles dans des scénarios optimaux. Cela fournit une base de référence pour évaluer les performances des véhicules et les comportements de conduite, ainsi que pour calibrer les modèles de simulation de trafic prenant en compte des conditions plus complexes.

## 2 Distribution de la Vitesse

L'objectif de cette section est de modéliser la distribution des vitesses des véhicules sur une route limitée par une vitesse maximale  $v_{\text{max}}$ . Idéalement, tous les véhicules accéléreraient uniformément pour atteindre exactement cette vitesse, mais en pratique, ce n'est jamais le cas. Certains véhicules dépassent même cette limite, ce qui entraîne une distribution autour de  $v_{\text{max}}$ .

Après plusieurs recherches et l'exploration de différentes distributions telles que la loi log-normale, nous avons retenu la distribution de Pareto inversée. Cette distribution est particulièrement adaptée car elle permet de modéliser une concentration des vitesses autour de  $v_{\text{max}}$  avec une décroissance après cette limite. La distribution de Pareto ordinaire est définie comme suit :

$$f(x; \alpha, x_m) = \begin{cases} \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{pour } x \geq x_m, \\ 0 & \text{pour } x < x_m. \end{cases}$$

Pour obtenir la forme souhaitée, nous avons effectué un changement de variable  $u = v_{\text{param}} - v$ , où  $v_{\text{param}}$  est un paramètre dépendant de la vitesse maximale  $v_{\text{max}}$ . Ce changement de variable permet d'ajuster la courbe autour de  $v_{\text{max}}$ , car  $v_{\text{max}} - v_{\text{param}}$  limite le domaine de définition de la fonction à  $[0, v_{\text{max}}]$ , ce qui permet de prendre en compte les valeurs supérieures à  $v_{\text{max}}$ .

Ainsi, après étude de la fonction, la forme retenue est :

$$\varphi(v; \alpha, \beta) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(v_{\text{param}} - v)^{\alpha+1}} \exp(-\beta(v_{\text{param}} - v)^{-\alpha}).$$

Il reste alors à déterminer les valeurs des paramètres. Nous cherchons à ajuster le maximum de la courbe autour de  $v_{\text{max}}$ , ce qui impose que  $\partial\varphi/\partial v_{\text{param}}(v_{\text{max}}) = 0$ . La dérivée de  $\varphi$  est donnée par :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v_{\text{param}}} = \alpha\beta^\alpha(v_{\text{param}} - v)^{-2(\alpha+1)} \left( -\exp(-\beta(v_{\text{param}} - v)^{-\alpha}) \right) \left( \alpha((v_{\text{param}} - v)^{-\alpha} - \beta) + (v_{\text{param}} - v)^{-\alpha} \right).$$

En résolvant l'équation  $\partial\varphi/\partial v_{\text{param}} = 0$ , nous trouvons :

$$v_{\text{param}} = v_{\text{max}} - \left( \frac{\beta\alpha}{\alpha+1} \right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Cependant, un facteur d'agressivité  $k$  (entre 0 et 1) a été rajouté et l'équation finale de  $v_{\text{param}}$  est donc :

$$v_{\text{param}} = v_{\text{max}} \times (1.05 + 0.03 \times k) - \left( \frac{\beta \alpha}{\alpha + 1} \right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

La valeur de  $\alpha$  a été choisie empiriquement, tandis que  $\beta$  sera discutée plus tard. La figure ci-dessous montre les distributions de vitesses pour différentes valeurs de  $\beta$ .

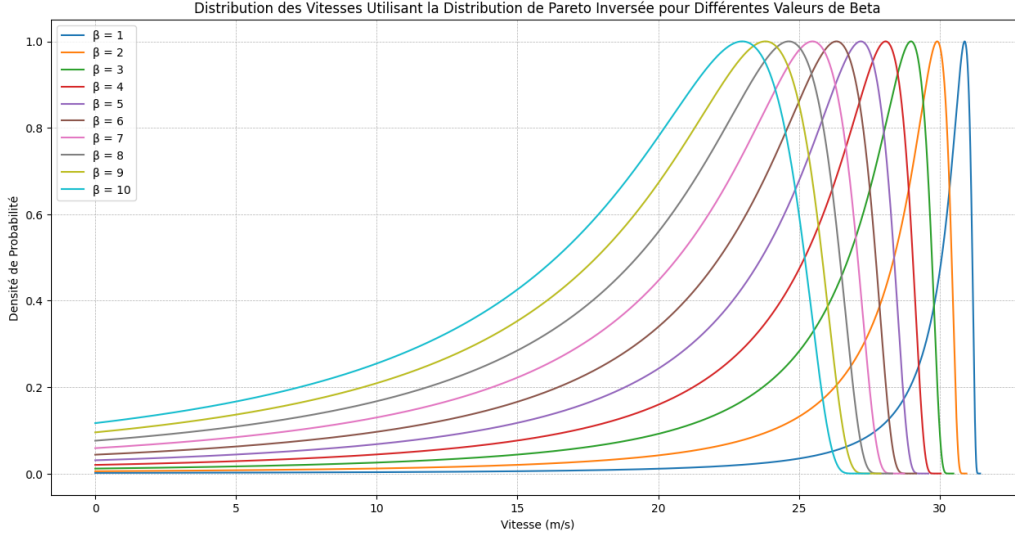


Figure 1: Distributions des vitesses normalisée par  $\max_{v \in [0, v_{\text{param}}]} (\varphi)$  pour différentes valeurs de  $\beta$  et  $\alpha = 1.4$ .

### 3 Choix de $\beta$ et Attribution des Vitesses

Pour modéliser la distribution des vitesses des véhicules, nous avons introduit un paramètre appelé ratio, noté  $r$ . Ce ratio représente la proportion de la surface de la courbe  $\varphi(v)$  autour de  $v_{\text{max}}$  dans un intervalle  $v_{\text{interval}}$  (pris à 10% dans les simulations) par rapport à la surface totale de la courbe. Ce paramètre permet de contrôler l'étalement des vitesses autour de  $v_{\text{max}}$ . Plus  $r$  est proche de 1, plus les vitesses sont concentrées autour de  $v_{\text{max}}$ , et vice versa.

#### 3.1 Fonction de Distribution Cumulative

Pour attribuer une vitesse à chaque véhicule, nous définissons la fonction de distribution cumulative  $F(v)$  comme l'intégrale de la densité de probabilité  $\varphi(v)$  :

$$F(v) = \int_0^v \varphi(u) du$$

Nous normalisons ensuite cette fonction par sa valeur maximale pour obtenir  $\tilde{F}(v)$  entre 0 et 1. Pour chaque véhicule, nous tirons un  $u$  aléatoire entre 0 et 1 et lui associons une vitesse  $v$  telle que  $\tilde{F}(v) = u$ . La résolution se fait numériquement, permettant d'attribuer une vitesse à chaque véhicule en fonction de la distribution définie.

#### 3.2 Détermination de $\beta$

Pour ajuster la distribution des vitesses, nous devons déterminer la valeur de  $\beta$  en fonction de  $v_{\text{max}}$  et du ratio  $r$ . Nous avons utilisé une forêt aléatoire pour effectuer cette régression. Voici les étapes détaillées du processus :

1. **Calcul du ratio  $r$ :** Pour chaque paire de valeurs  $(v_{\text{max}}, r)$ , nous avons calculé le ratio des véhicules dont les vitesses se situent dans l'intervalle  $v_{\text{max}} \pm v_{\text{interval}}$  en utilisant la fonction de densité de probabilité  $\varphi(v; \alpha, \beta)$ . Le calcul du ratio est effectué à l'aide de la fonction de répartition cumulative normalisée  $\tilde{F}(v)$ .

2. **Génération des Données** : Nous avons généré des données pour différentes valeurs de  $v_{\max}$  et  $r$ , et calculé la valeur optimale de  $\beta$  pour chaque paire en utilisant une méthode de minimisation numérique. Cette méthode cherche à minimiser la différence entre le ratio calculé et le ratio cible  $r$ .

3. **Entraînement du Modèle** : Nous avons utilisé une forêt aléatoire pour entraîner un modèle de régression afin de prédire  $\beta$  en fonction de  $v_{\max}$  et  $r$ .

Une forêt aléatoire est un ensemble d'arbres de décision utilisé pour des tâches de régression et de classification. Elle fonctionne en construisant plusieurs arbres de décision lors de l'entraînement et en produisant la moyenne des prédictions de chaque arbre pour améliorer la précision et contrôler le sur-apprentissage.

La figure ci-dessous montre les prédictions du modèle par rapport aux données réelles pour différentes valeurs de  $\beta$  en fonction de  $v_{\max}$  et  $r$ .

### Modèle de forêt aléatoire pour $\beta$ en fonction de $v_{\max}$ et $r$ (Ensemble de test)

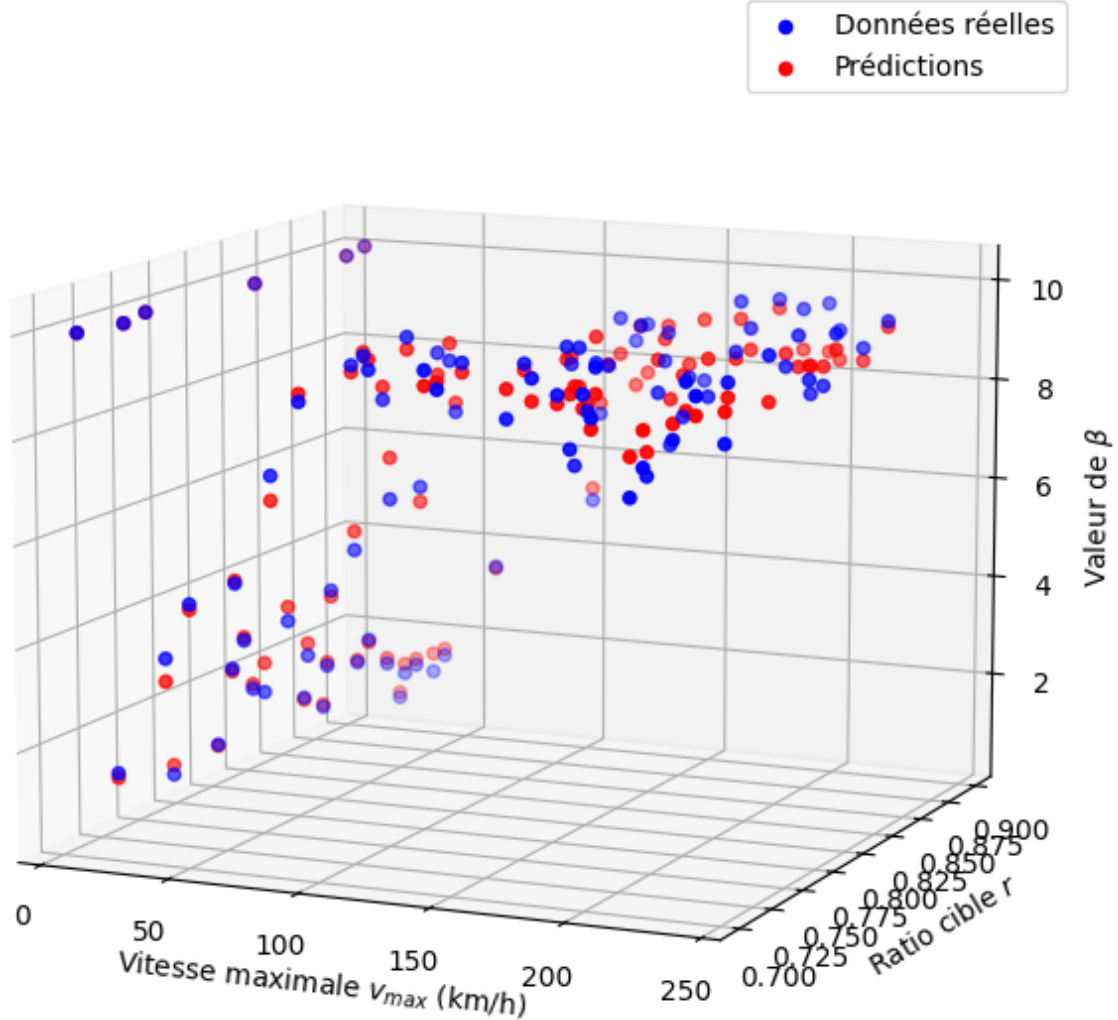


Figure 2: Modèle de forêt aléatoire pour  $\beta$ .

4. **Prédiction des Valeurs de  $\beta$**  : Le modèle entraîné permet de prédire la valeur de  $\beta$  pour toute paire de valeurs  $(v_{\max}, r)$ , assurant ainsi une distribution des vitesses conforme aux spécifications de la simulation.

Ce processus permet de déterminer de manière efficace et précise les valeurs de  $\beta$  pour ajuster la distribution des vitesses des véhicules autour de  $v_{\max}$ , en tenant compte de l'étalement souhaité défini par le ratio  $r$ .

## 4 Modélisation de l'Accélération Libre

Deux modèles ont été envisagés pour modéliser le temps d'accélération par unité de vitesse : le modèle logarithmique et le modèle racine carrée. Après analyse, nous avons retenu le modèle racine carrée. Le temps

d'accélération par unité de vitesse est donné par :

$$t_{\text{acc\_per\_unit\_v}} = t_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{v}{v_{\text{ref}}}} \right)$$

où  $t_0$  et  $v_{\text{ref}}$  sont des paramètres ajustés pour correspondre aux points de référence (140 km/h, 2.7 s/km/h) et (30 km/h, 0.5 s/km/h).

## 5 Calcul des Accélérations

Pour chaque véhicule, le temps d'accélération par unité de vitesse est tiré d'une distribution gaussienne avec une moyenne  $t_0$  et un écart-type de  $0.1 \cdot t_0$ . L'accélération pour atteindre la vitesse cible  $v_{\text{lim}}$  est alors calculée par :

$$a = \frac{v_{\text{lim}} - v_i}{t_{\text{acc\_per\_unit\_v}} \cdot v_{\text{lim}}}$$

## 6 Conclusion

Ce modèle permet de simuler de manière réaliste les vitesses et les accélérations des véhicules sur une route libre. Les ajustements apportés aux paramètres de la distribution de Pareto inversée et à la modélisation de l'accélération garantissent que les résultats reflètent fidèlement les comportements observés dans le trafic routier.