Faculté de Mathématiques

Département de Recherche Opérationnelle

Année 2019/2020

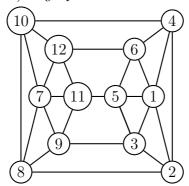
3ème Année LIC RO

Module théorie des graphes

Examen Final Durée: 1h15

Exercice 1 (3 points).

Soit G = (X, E) le graphe suivant à 12 sommets :



- 1. Ce graphe est-il Hamiltonien? Justifier.
- 2. Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon? Justifier.

Exercice 2 (6 points).

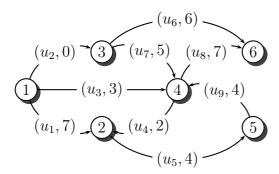
Soit G=(X,U) un graphe simple sans boucle d'ordre $n,n\geq 2.$

- 1. On suppose que n=2p.

 Montrer que $si \ \forall x \in X, d(x) \geq p$, alors G est connexe.
- 2. On suppose que G est connexe, et que G a un sommet x_1 tel que $d(x_1) = 1$. Montrer que le graphe $G_1 = G/\{x_1\}$ est connexe.
- 3. Montrer que si pour toute paire de sommets $\{x,y\}$, il existe dans G une unique chaine élémentaire reliant x à y, alors G est un arbre.

Exercice 3 (5 points).

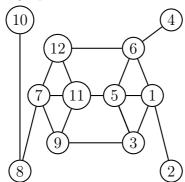
Soit G', le graphe suivant :



- 1. Trouver dans G', et en appliquant soigneusement l'algorithme de KRUSKAL, un arbre maximal A de poids maximum.
- 2. A partir de A, trouver une base de cycles et une base de cocycles de G'.

Exercice 4 (6 points).

Soit G = (V, E) le graphe suivant avec le couplage M constitué des arcs en gras :



- 1. Déterminer le nombre chromatique de G. Que peut-on en déduire ?
- 2. Le couplage M est-il maximal? Justifier.
- 3. En partant du couplage M et en utilisant l'algorithme adéquat, déterminer un couplage maximum M*. Déduire un recouvrement minimum *, un transversal minimum T* et un stable maximum S*.