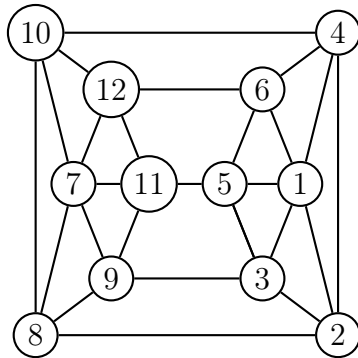


Examen Final
Durée : 1h15

Exercice 1 (3 points).

Soit $G = (X, E)$ le graphe suivant à 12 sommets :



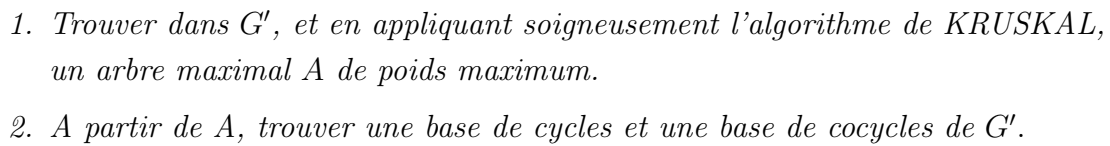
1. Ce graphe est-il Hamiltonien ? Justifier.
2. Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon ? Justifier.

Exercice 2 (6 points).

Soit $G = (X, U)$ un graphe simple sans boucle d'ordre $n, n \geq 2$.

1. On suppose que $n = 2p$.
Montrer que si $\forall x \in X, d(x) \geq p$, alors G est connexe.
2. On suppose que G est connexe, et que G a un sommet x_1 tel que $d(x_1) = 1$.
Montrer que le graphe $G_1 = G / \{x_1\}$ est connexe.
3. Montrer que si pour toute paire de sommets $\{x, y\}$, il existe dans G une unique chaîne élémentaire reliant x à y , alors G est un arbre.

Soit G' , le graphe suivant :



Soit $G = (V, E)$ le graphe suivant avec le couplage M constitué des arcs en gras :

