

**Rattrapage**  
**Durée : 1h30**

**Exercice 1** .(5 points)

Huit personnes se retrouvent pour diner, un soir.

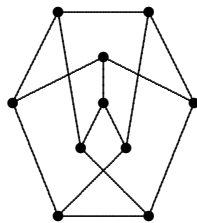
Le tableau suivant indique pour chaque personne les personnes avec lesquelles il a une incompatibilité d'humeur.

La personne	A	B	C	D	E	F	G	H
est incompatible avec	B, D	E, F, A	D, E	A, C, G	B, C, F	B, H, E	D, H	F, G

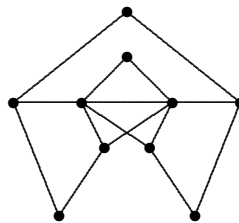
1. Représenter cette situation par un graphe  $G$ .
2. Proposez un plan de table (la table est ronde) pour ce groupe en évitant de placer côte à côte deux personnes "d'humeurs incompatibles".  
 Que représente une telle solution par rapport à  $G$ ?

**Exercice 2** .(8points)

1. Soit  $G$  un graphe simple connexe d'ordre  $n$  et  $\overline{G}$  son complémentaire. Prouver que si  $n \geq 11$ , alors  $G$  ou  $\overline{G}$  est non planaire.
2. (a) Trouver le nombre de sommets d'un graphe 3-régulier planaire ayant 6 faces.  
 (b) Donner un graphe ayant la propriété de la question (2.a).
3. Montrer que  $G_1$  n'est pas planaire est que  $G_2$  est planaire.



$G_1$



$G_2$

**Exercice 3** .(7 points)

Soit  $G = (X, E)$  un graphe simple non orienté avec  $|X| = n$ ,  $|E| = m$ .

1. Montrer que si  $G$  est connexe et possède  $n - 1$  arêtes, alors  $G$  est sans cycle et si on lui ajoute une arête on obtient un cycle.

2. Supposons que  $G$  soit connexe et soit  $T$  un graphe partiel de  $G$  qui soit un arbre. Supposons que dans  $T$ , les degrés des sommets sont soit 3 ou 1. Si  $T$  a 10 sommets de degré 3, combien de sommets de degré 1 a-t-il ?
3. En utilisant l'algorithme de Kruskal, trouver un arbre maximal de poids minimum dans le graphe suivant :

