Chapitre 02 : Algèbre relationnel

L'algèbre relationnel fournit en ensemble d'opérations qui permettent de formuler des requêtes qui extrairont des données d'une base de données. Le résultat de cette extraction est une nouvelle relation (table) qui peu à son tour être manipulé au moyen d'autres opérations. Une suite d'opérations forme une ***expression algébrique relationnelle***.

Les opérations de l'algèbre relationnel sont divisées en 02 groupes. Un groupe comprend les opérations ensemblistes tels que l'union, l'intersection, la différence, la division et le produit cartésien. L'autre groupe comprend des opérations développées spécifiquement pour les BDD tels que la projection, la sélection et la jointure.

2.1. Opérations unaires

2.1.1. Sélection (Restriction)

L'opération de sélection sert à extraire un sous-ensemble de tuples (lignes) d'une relation qui vérifient une ***condition de sélection*** donnée sur leurs attributs. La sélection dans une relation ***R*** selon une condition <***c***> est une relation ***R'*** de même schéma que *R* notée : $\sigma_c(R)$. La condition « ***c*** » est une expression faisant intervenir :

Une comparaison simple entre 2 attributs ou entre un attribut et une valeur en utilisant les opérateurs relationnels : =, <, >, ≤, ≥.

Une combinaison logique de plusieurs conditions simples, en utilisant les opérateurs logiques : ***Et, ou, Non, etc.***

***<u>Exemple 2.1</u>*:**

Soit la relation **EMPLOYE (N°Emp, Nom, Date-Nais, Sexe, N°Superieur, N°Service)** avec l'extension suivante :

N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Superieur	N°Service
001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501
002	Hakim	05/06/1985	H	001	502
003	Amina	30/01/1981	F	001	502

Table 2.1.(a). Extension de la relation EMPLOYE.

Le résultat de l'opération : $\sigma_{N°Service='502'}$**(EMPLOYE)** donne la relation suivante :

N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Superieur	N°Service
002	Hakim	05/06/1985	H	001	502
003	Amina	30/01/1981	F	001	502

Table 2.1.(b). Résultat de l'opération de sélection.

L'opération de sélection est commutative : $\sigma_{<C1>}(\sigma_{<C2>}(R)) = \sigma_{<C2>}(\sigma_{<C1>}(R))$.

Une cascade d'opérations de sélections peut être combiné en une seule opération :

$\sigma_{<C1>}(\sigma_{<C2>}(\ldots\sigma_{<Cn>}(R))) = \sigma_{<C2>\ ET\ <C1>\ ET\ \ldots\ ET<Cn>}(R)$.

2.1.2. Projection

L'opération de projection est utilisée pour sélectionner certaines colonnes d'une relation (table). Elle est notée : $\prod_{<\text{Attribut 1, Attribut 2, …. Attribut n}>}$ **(R).**

Exemple 2.2: Pour dresser la liste des nom, date de naissance et sexe des employés, on peut utiliser l'opération de projection comme suit : $\prod_{\text{nom, Date-Nais, sexe}}$ **(EMPLOYE).**

Le résultat est montré dans le table 2.2.

Nom	Date-Nais	Sexe
Ahmed	01/01/1981	H
Hakim	05/06/1985	H
Amina	30/01/1981	F

Table 2.2. Résultat de projection sur la relation EMPLOYE.

Si la liste des attributs d'une projection ne contient pas des attributs clés[1], dans ce cas il est possible que le résultat contienne des tuples en doubles. L'opération de projection supprime les doublons.

L'opération de projection est ***non commutative***.

NB : $\prod_{<\text{Attribut1}>}(\prod_{<\text{Attribut2}>}(R)) = \prod_{<\text{Attribut1}>}(R)$.

2.1.3. Renommer

L'opération *Renommer* est utilisée pour changer le nom d'une relation ou d'attributs ou les deux à la fois. Elle est notée sur l'une des trois formes suivantes :

Soit une relation ***R*** $(A_1, A_2, \dots A_n)$.

- $\rho_S(R)$ **....................................... (1)**
- $\rho_{S(B1, B2, \dots Bn)}(R)$ **...................... (2)**
- $\rho_{(B1, B2, \dots Bn)}(R)$ **……………… (3)**

Ou ρ dénote l'opérateur *Renommer* et $B_1, B_2, \dots B_n$ sont les nouveaux noms des attributs. La *première* expression ne modifie que le nom de la relation, la *deuxième* renomme à la fois la relation est ses attributs et la *troisième* renomme uniquement les noms des attributs.

2.2. Opérations binaires

2.2.1. Union

L'union de deux relation *R* et *S*, noté $R \cup S$, est une relation de même schéma que *R* et *S* et qui inclut les tuples appartenant à *R*, à *S* ou aux deux à la fois. Les tuples en doubles sont éliminés. L'opération d'union requiert que les deux relation *R* et *S* soient ***compatibles pour l'union***, c.à.d. les deux relations ont le même degré (nombre de tuples) et chaque paire d'attributs est définit sur le même domaine.

Exemple 2.3 : soit deux relations *R* et *S*.

[1] Si la liste de projection est une superclé de R, la relation résultante compte le même nombre de tuples que R.

R	Nom	Date-Nais	Sexe
	Ahmed	01/01/1981	H
	Hakim	05/06/1985	H
	Amina	30/01/1981	F

S	Nom	Date-Nais	Sexe
	Amina	30/01/1981	F
	Maria	14/09/1983	F

R∪S	Nom	Date-Nais	Sexe
	Ahmed	01/01/1981	H
	Hakim	05/06/1985	H
	Amina	30/01/1981	F
	Maria	14/09/1983	F

Tableau 2.3 Union de 2 relations R et S.

2.2.2. Intersection

L'intersection de deux relations *R* et *S* (compatibles pour l'union), noté $\boldsymbol{R \cap S}$, est une relation de même schéma que *R* et *S* et qui inclus tous les tuples appartenant à *R* et *S* en même temps.

R∩S	Nom	Date-Nais	Sexe
	Amina	30/01/1981	F

Tableau 2.4 Intersection de 2 relations R et S

2.2.3. Différence

La différence de deux relations *R* et *S* (compatibles pour l'union), noté $\boldsymbol{R - S}$, est une relation de même schéma que *R* et *S* et qui inclus tous les tuples appartenant à *R* mais pas à *S*.

R−S	Nom	Date-Nais	Sexe
	Ahmed	01/01/1981	H
	Hakim	05/06/1985	H

Tableau 2.5 Différence de 2 relations R et S

NB : Les noms des attributs de la relation produite par les opérations ($\cup, \cap, -$) sont les mêmes que ceux de la première relation *R*.

NB: $R \cup S = S \cup R$, $R \cap S = S \cap R$, $R - S \neq S - R$.

2.2.4. Produit cartésien

Cette opération est notée par (X) et ne nécessite pas que les relations auxquelles elle est appliquée soient *compatibles*. Elle sert à combiner les tuples des deux relations de manière à pouvoir les manipuler.

Le produit cartésien de deux relations ***R*** et ***S*** de schémas quelconques est une relation notée ***R***x***S*** (ou **PRODUCT(R,S))**, ayant pour attributs la concaténation des attributs de *R* et de *S* et pour tuples tous les tuples obtenus par concaténation d'un tuple de *R* a un tuple de *S*.

Exemple 2.6: Soit deux relations *EMPLOYE* et *SERVICE*.

Employé	N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Sup	N°Serv
	001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501
	002	Hakim	05/06/1985	H	001	502
	003	Amina	30/01/1981	F	001	502

Service	N°Service	Nom-Serv	N°Dir
	501	Administration	010
	502	Finances	011

	N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Sup	N°Serv	N°Service	Nom-Serv	N°Dir
	001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501	501	Administration	010
	001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501	502	Finances	011
	002	Hakim	05/06/1985	H	001	502	501	Administration	010
	002	Hakim	05/06/1985	H	001	502	502	Finances	011
	003	Amina	30/01/1981	F	001	502	501	Administration	010
	003	Amina	30/01/1981	F	001	502	502	Finances	011

Tableau 2.6 Produit cartésien de 2 relations Employé et Service.

Remarques

Le calcul du produit cartésien impose que les attributs de R et de S n'aient pas de nom commun même s'ils ont le même domaine (renommer les attributs communs).

2.2.5. Jointure

Notée par ⋈, sa formule générale est : $R \bowtie_{<\text{condition de jointure}>} S$.

Le résultat de la jointure de deux relations $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ et $S(S_1, S_2, \dots, S_m)$ est une relation Q ayant $n+m$ attribut $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, S_1, S_2, \dots, S_m)$, dans cet ordre. La relation Q a un tuple pour chaque combinaison de tuples (un de R et un de S) chaque fois que la combinaison satisfait la condition de jointure.

Jointure = produit cartésien + opération de sélection ($R \bowtie S = \sigma_{<c>} R x S$)**.**

La forme générale d'une condition de jointure est : $\boldsymbol{A_i \, \theta \, B_j}$.

A_i est un attribut de la relation A, B_j est attribut de la relation B (A_i *et* B_j ont le même domaine) et $\boldsymbol{\theta}$ est un opérateur de comparaison. Une opération de jointure avec une condition de ce type est appelée jointure ***THETA***.

Exemple 2.7 : EMPLOYE $\bowtie_{\text{EMPLOYE.N°Service=SERVICE.N°Serv}}$ SERVICE

	N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Sup	N°Serv	N°Service	Nom-Serv	N°Dir
	001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501	501	Administration	010
	002	Hakim	05/06/1985	H	001	502	502	Finances	011
	003	Amina	30/01/1981	F	001	502	502	Finances	011

Tableau 2.7 Jointure de 2 relations Employé et Service de l'exemple 2.6.

NB: $R \bowtie_{<\text{condition}>} S \equiv \sigma_{<\text{condition}>} (R \times S)$

S’il n’y a pas de condition de jointure, la jointure se transforme en produit cartésien, lequel est appelé *PRODUIT CROISE* ou *JOINTURE CROISE.*

2.2.5.1. Equijointure

C’est un type de jointure ou l’opérateur de comparaison est « ***égal à*** *(=)* ».

2.2.5.2. Jointure Naturelle

Notée *****, la jointure naturelle est équivalente à une équijointure suivie de la suppression des attributs superflus. Elle exige que les deux attributs de la jointure portent le même nom dans les deux relations. Si ce n’est pas le cas, il faut au préalable appliquer une opération de renommage. La jointure naturelle conserve un seul attribut de jointure.

Exemple 2.8 **:** EMPLOYE ⋆ SERVICE

Etape 01 : Renommer les attributs communs de « SERVICE »

SERVICE⟵$\rho_{(\textbf{N°Serv}, \text{ Nom-Serv, N°Dir})}$ (SERVICE)

Etape 02 : calculer EMPLOYE ⋆ SERVICE

	N°Emp	Nom	Date-Nais	Sexe	N°Sup	N°Serv	Nom-Serv	N°Dir
	001	Ahmed	01/01/1981	H	-	501	Administration	010
	002	Hakim	05/06/1985	H	001	502	Finances	011
	003	Amina	30/01/1981	F	001	502	Finances	011

Tableau 2.8 Jointure naturelle de 2 relations Employé et Service de l’exemple 2.6.

2.2.5.3. Jointure externe

La jointure externe de 2 relations *R* et *S* est une relation *T* obtenue par *jointure* de R et S et *ajout des tuples* de *R* et de *S* *ne participant pas* à la jointure avec des *valeurs nulles* pour les attributs de l’autre table. On note **R⟗S.** on distingue :

La jointure externe **droite** (noté **R⟖S**) elle garde seulement les tuples (sans correspondant) de la table de droite.

La jointure externe **gauche** (noté **R⟕S**) elle garde seulement les tuples (sans correspondant) de la table de gauche.

Exemple 2.9 **:** soit deux relations PRODUIT et PRODUCTEUR.

PRODUCTEUR	Nom	Prénom	Produit
	Bernard	Alain	4
	Perrier	Charles	2
	Labbé	Caroline	4

PRODUIT	Id	Nom
	4	Fraise
	7	Mais

JE⟵PRODUIT ⟗$_{\text{PRODUCTEUR.Produit=Produit.Id}}$ PRODUCTEUR.

JE	Nom	Prénom	Produit	Id	Nom
	Bernard	Alain	4	4	Fraise
	Perrier	Charles	2	-	-
	Labbé	Caroline	4	4	Fraise
	-	-	-	7	Mais

Tableau 2.9.(a) Jointure externe Totale de 2 relations.

PRODUIT ⟕ PRODUCTEUR				
Nom	**Prénom**	**Produit**	**Id**	**Nom**
Bernard	Alain	4	4	Fraise
Perrier	Charles	2	-	-
Labbé	Caroline	4	4	Fraise

PRODUIT ⟖ PRODUCTEUR				
Nom	**Prénom**	**Produit**	**Id**	**Nom**
Bernard	Alain	4	4	Fraise
Labbé	Caroline	4	4	Fraise
-	-	-	7	Mais

Tableau 2.9.(a) Jointures externes Gauche et Droite de 2 relations.

2.2.5.4. Auto Jointure

C'est la jointure d'une relation R avec elle-même, On note $R \bowtie R$.

<u>Exemple 2.10</u> <u>:</u> Reprenons l'exemple 2.9. Quels sont les producteurs qui produisent le même produit que « Bernard ».

NB : Avant l'opération de jointure, il faut renommer la relation « Producteur ».

$\rho_{\text{PRODUCTEUR2(Nom2, Prénom2, Produit2)}}$ (PRODUCTEUR)

$R1 \leftarrow \sigma_{\text{Nom='Bernard'}}$ (PRODUCTEUR) $\bowtie_{\text{Produit=Produit2} \wedge \text{Nom} \neq \text{Nom2}}$ PRODUCTEUR2

Nom	Prénom	Produit	Nom2	Prénom2	Produit2
Bernard	Alain	4	Labbé	Caroline	4

$\prod_{\text{Nom2, Prénom2, Produit2}}$ (R1)

Nom2	Prénom2	Produit2
Labbé	Caroline	4

2.2.5.5. Semi-Jointure

C'est une opération dérivée de la jointure. Il s'agit en fait, une fois la jointure réalisée entre deux relations R et S, de projeter la relation obtenue sur les attributs de la relation R. On note **R⋉S.**

<u>Exemple</u> : Reprenons l'exemple 2.9.

PRODUCTEUR $\ltimes_{\text{Produit=Id}}$ PRODUIT

PRODUCTEUR⋉ PRODUIT	Nom	Prénom	Produit
	Bernard	Alain	4
	Labbé	Caroline	4

NB: $R\,(A_1, A_2, \ldots A_i) \ltimes_{<c>} S\,(B_1, B_2, \ldots B_j) \equiv \prod_{A1, A2, \ldots Ai} (R \bowtie_{<c>} S)$.

2.2.6. Division

La division d'une relation R (Z) par une relation S (X) ou X⊂Z, noté R÷S, est une relation Q(Z−X), contenant tous les tuples de R qui concaténés à chacun des tuples de S donnent toujours un tuple de R.

NB : $R (X,Y) \div S (Y) = \prod_{<X>} (R) - \prod_{<X>} ((\prod_{<X>} (R) \times S) - R)$

Exemple 2.11 **:** soit les deux relations : PRODUCTEUR et PRODUIT

PRODUCTEUR	Nom	Prénom	Produit	Nom
	Bernard	Alain	4	Fraise
	Perrier	Charles	2	Orange
	Labbé	Caroline	4	Fraise
	Bernard	Alain	2	Orange
	Bernard	Alain	7	Mais

PRODUIT	Produit	Nom
	2	Orange
	4	Fraise
	7	Mais

PRODUCTEUR ÷ PRODUIT

Nom	Prénom
Bernard	Alain

Tableau 2.11. Division de 2 relations