

Chapitre 1 : Langages

Objectif : Apprendre les opérations sur : alphabet, mots, langages.

Ex 01

Déterminer l'alphabet pour chacun des langages suivants :

- Les nombres hexadécimaux ;
- Les nombres romains ;
- Les nombres réels en Pascal ;
- Les identificateurs en Pascal ;

Ex 02

Compléter :

- | | | |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\varepsilon A b \varepsilon c =$ | 9. $ (a^2 b^3 c^4)^2 =$ | 15. $L + L = L$, vrai ou faux ? |
| 2. $\varepsilon \varepsilon =$ | 10. ε est un langage : vrai ou faux ? | 16. $L^0 = \{ \}$, vrai ou faux ? |
| 3. $0^2 1^2 =$ | 11. \emptyset est un langage : vrai ou faux ? | 17. $L.L = L$, vrai ou faux ? |
| 4. $(01)^2 =$ | 12. $\{ \varepsilon \}$ est un langage : vrai ou faux ? | 18. $L . L \subseteq L^*$ vrai ou faux ? |
| 5. $((00)^2 1^3)^2 =$ | 13. $\emptyset \in \{ \varepsilon \}$ vrai ou faux ? | 19. $L + \{ \varepsilon \} = \{ \varepsilon \} + L = L$, vrai ou faux ? |
| 6. $1^0 =$ | 14. $\emptyset = \varepsilon$: vrai ou faux ? | |
| 7. $l \varepsilon l =$ | | |
| 8. $l a a \varepsilon b c a \varepsilon l =$ | | |

Ex03

Trouver les langages correspondants aux définitions suivantes (définition ensembliste):

- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ de longueur 2 contenant un a ou un b mais pas les deux
- Tous les mots sur $\{a, b\}$ contenant au maximum deux a suivi par un b
- Tous les mots sur $\{a, b\}$ qui contiennent une suite de a suivie par une suite de b tel que le nombre de a est plus celui de b
- Tous les mots formés à partir de $\{a, b\}$ et qui contiennent plus de a que de b
- Tous les mots formés à partir de $\{a, b\}$ et qui contiennent un nombre pair de a

Ex04

Définir la fermeture de Kleene (L^*) pour chacun des langages suivants :

$$L_1 = \{ \varepsilon \} ; \quad L_2 = \{ a, aa \} ; \quad L_3 = \{ a, ab \} ;$$

Ex05

Sur l'alphabet $A = \{0, 1\}$, on considère les langages L_1 et L_2 définis par

$$L_1 = \{ 01^n, n \in \mathbb{N} \}$$

$$L_2 = \{ 0^n 1, n \in \mathbb{N} \}$$

Définir les langages $L_1.L_2$, $L_1 \cap L_2$ et L_1^2 .

Ex06

Démontrer

- | | |
|--------------------|----------------------------|
| 1. $L^* = (L^*)^*$ | 2. $(L+R)^* = (L^*.R^*)^*$ |
|--------------------|----------------------------|

Devoir

a) Soient L , R et K des langages sur un Alphabet X . Dire si les affirmations suivantes sont vraies :

1. $(L R)^* = L^*.R^*$
2. $L^*(R \cap K)^* = (L.R)^* \cap (L.K)^*$

b) Démontrer

$$L(RL)^* = (LR)^*L$$