Durée 1h30 heures
Tout document interdit

NOM : **Prénom** : **Groupe** :

N.B. Tout exercice dont les réponses sont toutes cochées ou dont aucune réponse n'est cochée sera sanctionné par un 0.

1. Cocher la ou les propositions que vous jugez valides : (1)

On désigne par α la formule : (¬P∨Q∨R)∧(¬P∨Q∨S)∧(P∨R) et par β : (P∨R)∧(¬P∨Q)

☐ α → β ☐ α ≡ β

⊕ β → α ☐ α est vraie ssi β est vraie

Explication. Nous retrouvons la clause ¬P∨Q dans les clauses (**¬P∨Q**∨R) et (**¬P∨Q**∨S). On dira dans ce cas que la clause (¬P∨Q) subsume les clauses (**¬P∨Q**∨R) et (**¬P∨Q**∨S).

<u>Barême</u> : +1 par réponse juste et -0.5 par réponse fausse

2. On considère l'ensemble S de clauses tel que : { ⌉P ∨ ⌉Q, P ∨ Q } (1.5)

Laquelle ou lesquelles des formules suivantes sont des résolvantes de S ?

☐ La clause vide (☐) ☐ S n'a pas de résolvante

☐ S est non satisfiable ⊕ S a deux résolvantes (écrire lesquelles).

☐ S a une seule résolvante (écrire laquelle)

⌉P ∨ P
Q ∨ ⌉Q

<u>Barême</u> : +0,5 par réponse juste et -0.5 par réponse fausse

3. Soient Σ un ensemble de formules. Cocher la ou les propositions que vous jugez valides (1)

☐ Si Σ est satisfiable alors Σ |= β quelle que soit β.

☐ Si Σ est satisfiable alors Σ |= β ou bien Σ |= ¬β

⊕ Si Σ est non satisfiable alors Σ |= β quelle que soit β.

<u>Barême</u> : +1 par réponse juste et -0.5 par réponse fausse

4. Soient Σ un ensemble satisfiable de formules et β une formule n'appartenant pas à Σ. Cochez la ou les proposition(s) que vous jugez valides puis la (les) <u>démontrer (au verso)</u>. (4)

⊕ Σ |= β ∨¬β La valeur de vérité de β ∨¬β est toujours V.

☐ Σ |= β ou bien Σ |= ¬β Contre exemple : Σ : {P → Q, P} et β = R

⊕ Σ ∪ **{** β **}** ou bien Σ ∪ **{** ¬β **}**satisfiable(s) (le 'ou' est inclusif). Exemple : Σ : {P} et β = R

☐ Σ ∪ **{** β } ou Σ ∪ **{** ¬β } non satisfiable(s) n'est pas valide. Exemple : Σ : {P} et β = R

<u>Barême</u> : +1 par réponse juste et -1 par réponse fausse (démo sur 2 points)

5. Soit S un ensemble de clauses contenant les variables propositionnelles $P_1, P_2, \ldots, P_n$. Compléter les propositions suivantes. (2)

– Tout arbre sémantique complet pour S comporte : $\boxed{2^n}$ branches.

– Tout arbre sémantique complet pour S a une profondeur égale à $\boxed{n}$ arcs

<u>Barême</u> : +1 par réponse juste et -0.5 par réponse fausse

6. Cocher la ou les formules logiquement équivalente(s) de la formule α : ∃*x*∀*y*P(*x*,*y*). (0.5)

$\oplus$ $\exists y \forall x \mathrm{P}(y,x)$

☐ $\forall x \exists y \neg \mathrm{P}(x,y)$

☐ $\exists x \forall y \mathrm{P}(y,x)$

☐ $\neg \forall x \exists y \mathrm{P}(x,y)$

Barême : +0,5 par réponse juste et -0.5 par réponse fausse