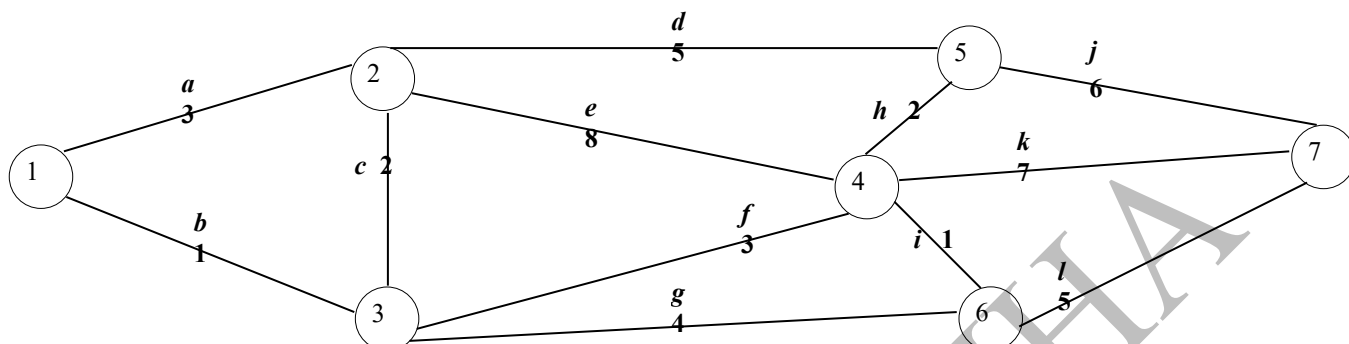


## Exercices Supplémentaires

### Exercice 1.

Soit le graphe non orienté  $G = (X, E)$  suivant :

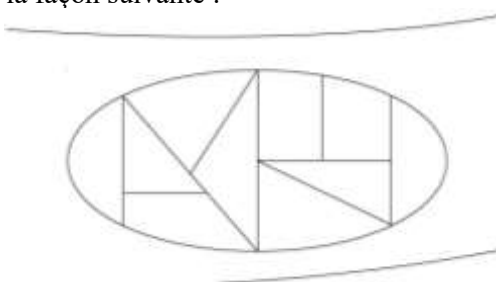


A chaque arête est associé une étiquette (nom de l'arête) et un poids. Par exemple : l'arête  $\{1, 2\}$  est notée (étiquetée)  $a$  et son poids est de 3.

- On souhaite construire à partir de  $G$  un graphe partiel  $G'$  en supprimant le maximum d'arêtes de poids maximal sans déconnecter le graphe.
  - Donner la liste des arêtes (juste les étiquettes) triée dans un ordre décroissant des poids.
  - Donner (dans l'ordre) la liste des arêtes supprimées.
  - Donner le graphe  $G'$  qui en résulte.
  - Quelle est l'arête de poids maximal dans  $G'$  ? Y a-t-il des arêtes supprimées et qui ont un poids inférieur ou égal à cette arête ? si oui, lesquelles ?
- On souhaite, maintenant, construire à partir d'un graphe  $G_0 = (X, \emptyset)$  (i.e. ne contenant que des sommets isolés de  $G$ ) un graphe  $G_k$  auquel on rajoute le maximum d'arêtes de poids minimal sans créer de cycles dans le graphe.
  - Donner la liste des arêtes (juste les étiquettes) triée dans un ordre croissant des poids.
  - En partant de  $G_0$ , dessiner les différents graphes  $G_l$  obtenus (où  $l$  est le nombre d'arêtes dans  $G_l$ ) en précisant à chaque fois l'arête rajoutée.
  - Quelle est l'arête de poids maximal dans  $G_k$  ? Y a-t-il des arêtes dans  $G$  qui ont un poids inférieur ou égal à cette arête et qui n'ont pas été rajoutées ? si oui, lesquelles ?
- Comparer les deux graphes ( $G'$  et  $G_k$ ). Que constatez-vous ? Quel est le nombre d'arêtes dans chacun ? Comment appelle-t-on les graphes  $G'$  et  $G_k$  par rapport à  $G$  ?

### Exercice 2.

Une île entourée d'un fleuve est consacrée à la culture du riz, cette île est constituée de plusieurs parcelles entourées de murs et disposés de la façon suivante :



La culture du riz suppose que l'on puisse périodiquement inonder l'ensemble des champs. Cela est réalisé en ouvrant des vannes placées dans les murs séparant les champs et le fleuve ou les champs entre eux. Etant donné que l'installation d'une vanne est coûteuse, il s'agit de déterminer le nombre minimum de vannes et leur emplacement pour pouvoir, quand on le désire, inonder tous les champs.