

## Examen Final de Théorie des Graphes

### Exercice 1. ( 06 pts )

Un projet requiert la réalisation de huit (08) activités, le tableau suivant donne pour chaque activité, le temps (en jours) requis et les activités pré-requises.

Activité	Durée	Activités requises
A	7	-
B	4	-
C	4	B
D	5	A, C
E	6	B
F	8	D, E
G	4	B
H	6	D, E, G

1. Donner la représentation du problème en graphe MPM (Potentiel-tâches).
2. Donner les dates de début au plus tôt de chaque tâche et la durée optimale du projet.
3. Donner les dates au plus tard, et déduire les tâches critiques.
4. Si la tâche E commence avec 03 jours de retard et elle dure une journée de plus que prévu, quel est alors l'impact sur la durée optimale du projet ?

### Exercice 2. ( 10 pts )

1. On considère un graphe simple complet d'ordre  $n$   $K_n$ .
  - a. Quelle est la taille  $m$  de ce graphe (le nombre d'arêtes) ?
  - b. Quel est le nombre minimal d'arêtes  $k$  à supprimer pour déconnecter ce graphe ?
2. Soit un graphe biparti complet  $K_{p,q}$ 
  - a. Combien comporte-t-il d'arêtes, de sommets et quel est le degré de chaque sommets ?
  - b. A quelles conditions est-il eulérien ?
  - c. A quelles conditions est-il hamiltonien ?
  - d. A quelles conditions ne comporte-t-il aucun cycle ?
  - e. Combien comporte-t-il de cycles de longueur impaire ?

Toutes les réponses doivent être justifiées.

### Exercice 3. ( 04 pts )

Une société doit transporter par camions les animaux  $A_1, \dots, A_6$ , depuis un entrepôt vers un zoo. Pour des raisons de sécurité, certains animaux ne peuvent pas être transportés ensemble :  $A_1$  et  $A_2$ ,  $A_1$  et  $A_4$ ,  $A_2$  et  $A_3$ ,  $A_2$  et  $A_5$ ,  $A_3$  et  $A_4$ ,  $A_5$  et  $A_6$ .

Modéliser le problème, en définissant les sommets et les arêtes du graphe et déterminer le nombre minimum de camions nécessaires.

**Bon courage**