Département Informatique — Année 2019-2020
FEI - USTHB
L2-ACAD (Section A & C)

# Théorie des Langages

## Série 2

## LES AUTOMATES A ETATS FINIS & LANGAGES REGULIERS

### EXERCICE 1

Construire les automates reconnaissant les langages suivants :

1) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* / |w|_c = 2p+1, p \geq 0\}$
2) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* / |w|_a + 2|w|_b \equiv 3[5]\}$
3) $L_3 = \{a^n b^m / n+m \equiv 0[3]\}$
4) $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^*$ / w n'est pas un multiple de 3$\}$
5) $L_5 = \{w / w \in \{a,b\}^* , |w|_a = 2*n$ et $|w|_b = 2*m , n, m \geq 0\}$
6) $L_6 = \{w_1 d w_2 / w_1, w_2 \in \{a, b\}^*$ et $|w_1|+|w_2|$ est pair$\}$
7) $L_7 = \{w \in \{a, b\}^*$ / w commence et se termine par le même symbole$\}$
8) $L_8 = \{w \in \{a, b, c\}^*$ / w commence et se termine par b et $|w|_b \equiv 3[5]\}$
9) $L_9 = \{(ab)^n b^{2p+1} (ab)^{3q} / n, p, q \geq 0\}$
10) $L_{10} = \{a^n c^m w / n \geq 0, m \geq 0, n+m \equiv 1[2]$ et $w \in \{a,b\}^*\}$
11) $L_{11}$= Les nombres décimaux éventuellement signés n'ayant pas de 0 inutiles. Rappelons que la partie (optionnelle) après la virgule ne se termine pas par un 0.
12) $L_{12}$=Les nombres entiers compris entre 0 et 255 sans 0 inutiles.

### EXERCICE 2

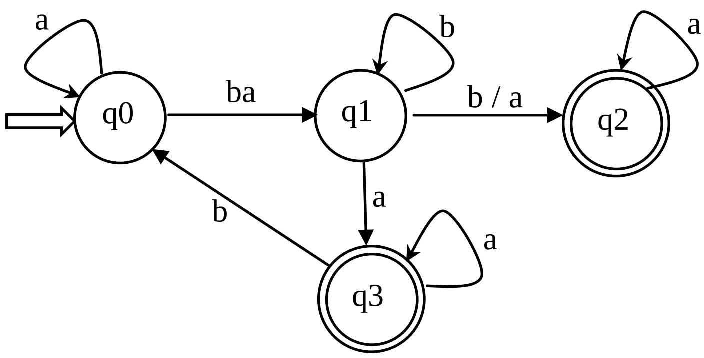
On souhaite modéliser un digicode qui permet l'ouverture de la porte d'un immeuble. La porte s'ouvre dès que l'on a tapé la bonne suite de lettres. Nous supposons que trois touches seulement sont possibles : A, B et C et que la porte s'ouvre dès que l'on a tapé la suite ABC. La personne peut se tromper mais dès qu'elle donne la bonne suite de lettres, la porte s'ouvre.

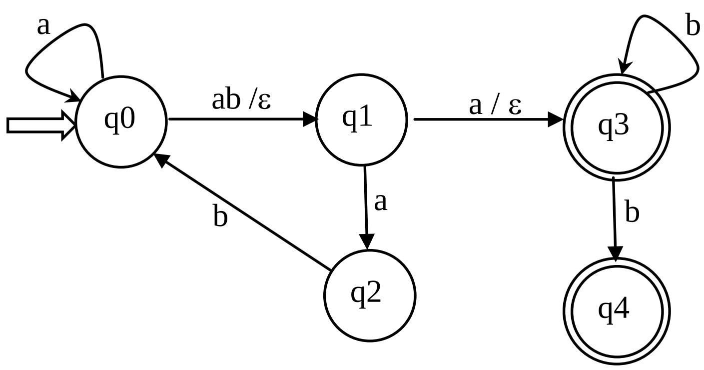
1) Modéliser ce digicode à l'aide d'un automate d'états finis.
2) Pour des raisons de sécurité, le responsable a installé un autre digicode qui ne tolère que trois erreurs au maximum. Au bout de la quatrième erreur, la porte est bloquée. Par exemple, la séquence AABC ouvrira la porte (malgré qu'elle contient une erreur) tandis que la séquence AABBCAA ne l'ouvrira pas (car elle contient quatre erreurs).
   Modéliser ce deuxième digicode à l'aide d'un automate d'états finis.

### EXERCICE 3

Pour chacun des automates d'états finis suivants :

1) Trouver un automate déterministe équivalent
2) Donner une grammaire régulière générant le même langage



Département Informatique Année 2019-2020
FEI - USTHB
L2-ACAD (Section A & C) **Théorie des Langages**

**Série 2**

**LES AUTOMATES A ETATS FINIS & LANGAGES REGULIERS**

**EXERCICE 4**

Donner les automates d'états finis des langages suivants :

1) $L_1= \{a^n c^p b^m / \ n \geq 0 \text{ et } p, m\geq 1\}$
2) $L_2=\overline{L_1}$
3) $L_3=(L_1)^R$ et $L_4=(L_2)^R$
4) $L_5= L_1 \cup L_3$
5) $L_6= \{w_1.w_2 \ / \ w_1\in L_1 \text{ et } w_2\in L_2\}$

**EXERCICE 5**

Donner les expressions régulières des langages suivants :

1) Tous les mots de {a, b}* qui commencent et se terminent par la même lettre.
2) Les mots de {a, b}* composés d'une suite de a suivie d'une suite de b tels que le nombre de a est >=4 et le nombre de b<=3.
3) Tous les mots de {a, b}* dont la longueur est paire.
4) Tous les mots de {a, b}* dont le nombre de a est un multiple de 2.
5) Les mots de {a, b}* composés d'une suite de a suivie d'une suite de b et dont la longueur est paire.
6) Tous les mots de {a, b}* ne contenant pas aba.
7) L'ensemble des mots de passe qui comportent au moins une lettre et au moins un chiffre mais aucun caractère spécial.
8) Les nombres décimaux éventuellement signés n'ayant pas de 0 inutiles. Rappelons que la partie (optionnelle) après la virgule ne se termine pas par un 0. Pour éviter la confusion entre l'opération + des expressions régulières et le signe + des nombres décimaux, on notera ce dernier \+.
9) L'ensemble des adresses Mac (Media Access Control), appelées aussi adresses physiques. Une adresse MAC-48 est constituée de 48 bits (6 octets) et est représentée sous la forme hexadécimale en séparant les octets par un double point ou un tiret. Par exemple 5E:FF:56:A2:AF:15.
10) L'ensemble des adresses Ip sur 32 bits en notation décimale avec quatre nombres compris entre 0 et 255, séparés par des points, par exemple : 172.16.254.1, en Ipv4. Le caractère point est un méta caractère et il doit être échappé avec \.

**EXERCICE 6**

Soit $L_1 =\{a^n b^p / \ n\text{-}p=3k \text{ et } k\in Z\}$

1) Donner un automate d'états finis qui reconnait le langage $L_1$.

Soit $MIL(L_1) =\{w / \ \exists u, v\in\{a, b\}^* \text{ et } uwv \in L_1\}$

2) Donner $MIL(L_1)$.
3) Montrer que $MIL(L_1)$ est régulier.
4) De manière générale, montrer que si L est régulier alors MIL(L) est aussi régulier.