Département Informatique Année 2019-2020
FEI - USTHB
L2-ACAD (Section A & C)

Théorie des Langages

Série 2

LES AUTOMATES A ETATS FINIS & LANGAGES REGULIERS

Exercice 1 :
Construire les automates reconnaissant les langages suivants :

1) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* / |w|_c = 2p+1, p \geq 0\}$

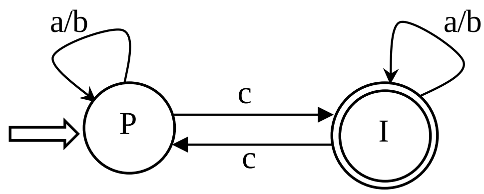
Exemple : L_1={c, acba, ccc, abccbacbbab, … }

Remarque : Les mots de L_1 sont ceux composés des lettres **a**, **b** et **c** ayant un nombre impair de **c**.

Un mot quelconque peut avoir soit un nombre **pair** de **c** soit un nombre **impair**. Ainsi, l'automate reconnaissant L_1 contient deux états : l'un représente les mots ayant un nombre pair de **c** (noté P) et l'autre un nombre impair (noté I).

Si un mot contient un nombre pair de **c** et on lit **a** ou **b**, le nombre de **c** reste pair. Si on lit **c** il devient impair
Si un mot contient un nombre impair de **c** et on lit **a** ou **b**, le nombre de **c** reste impair. Si on lit **c**, il devient pair. L'état initial est celui représentant les nombres pairs car $|\varepsilon|_c$ est égal à 0. L'état d'acceptation (final) est celui représentant les mots ayant un nombre impair de **c**.

D'où l'automate :



C'est un automate simple déterministe complet.

2) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* / |w|_a + 2|w|_b \equiv 3[5]\}$

Exemple : L_2={ab, ba, ccacbccc, accaa, ccbcabccaabcc, … }

Remarque : Les mots de L_2 sont ceux composés des lettres **a**, **b** et **c** où le nombre de **a** plus deux fois le nombre de **b** est un multiple de 5 plus 3.

Dans un mot quelconque : **le nombre de a plus deux fois le nombre de b** peut être : (5*p) ou (5*p+1) ou (5*p+2) ou (5*p+3) ou (5*p+4). Ainsi, l'automate reconnaissant L_2 contient cinq états.

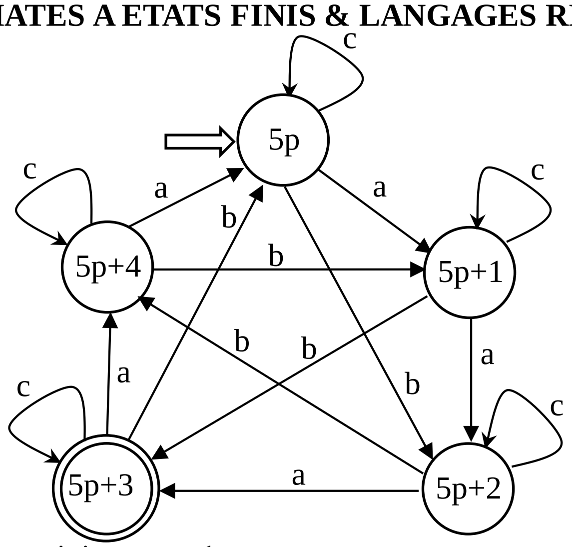
Si un mot est dans l'état (5*p) et on lit **c** il reste toujours dans (5*p). Si on lit un **a**, on va à l'état (5*p+1). Si on lit un **b**, on va à l'état (5*p+2). Remarquez que le nombre de **b** est doublé. Le raisonnement est similaire pour les autres états. L'état initial est (5p) car $|\varepsilon|_a+2|\varepsilon|_b$ est égal à zéro donc de la forme 3p. L'état d'acceptation est (5*p+3).

D'où l'automate :

Département Informatique Année 2019-2020
FEI - USTHB
L2-ACAD (Section A & C) **Théorie des Langages**

Série 2

LES AUTOMATES A ETATS FINIS & LANGAGES REGULIERS



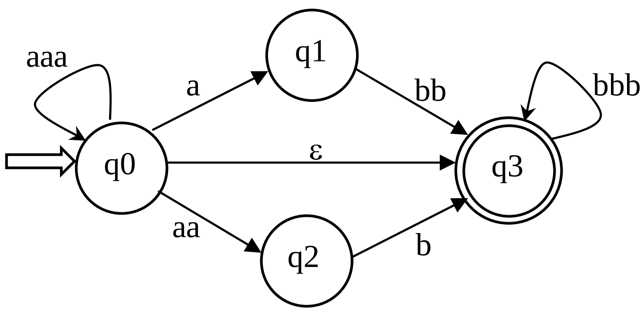
C'est un automate simple déterministe complet.

3) $L_3= \{a^nb^m \ / \ n+m \equiv 0[3]\}$

Exemple : $L_3=\{\varepsilon$, aaa, aab, abb, bbb, aaaabb, abbbbb, … }

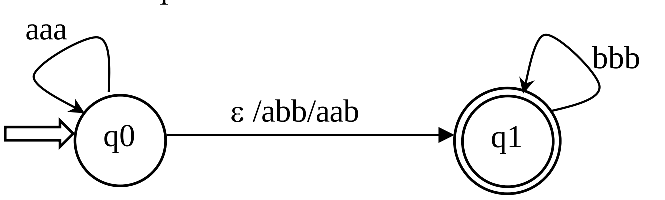
Remarque : Les mots de L_3 sont composés d'une suite de **a** suivi d'une suite de **b** où le nombre de **a** plus le nombre de **b** est un multiple de 3.
On a $n+m \equiv 0[3]$ ssi (n=3p et m=3q) ou (n=3p+1 et m=2+3q) ou (n=3p+2 et m=1+3q).
Donc, dans les mots de ce langages, il faut que le nombre de **a** et le nombre de **b** soient dans l'une des combinaisons suivantes : (3p , 3q) ou (3p+1 , 2+3q) ou (3p+2 , 1+3q). La première composante de chaque couple représente le nombre de **a** et la deuxième composante représente le nombre de **b**.

D'où l'automate :



Explication de l'automate : Dans l'état q1, le nombre de a est 3p+1 et en transitant vers q3 par bb le nombre de b dans l'état q3 serait 3p+2. Par contre, à l'état q2, le nombre de a est 3p+2 et en transitant vers q3 par b le nombre de b dans l'état q3 serait 3p+1. Dans l'état q0, le nombre de a est 3p et en transition par le mot vide vers l'état q3, le nombre de b dans l'état q3 serait 3P.

L'automate précédent peut être compacté comme suit :



Remarque : Le langage L_3 peut s'écrire comme suit : $\{a^{3p}wb^{3q} \ / \ w=\varepsilon$ ou abb ou aab et p, $q \geq 0\}$.