

Calculabilité

Interrogation Ecrite – Durée 1h.

Exercice 1 (2.5, 2.5)

Q1. Mettez des flèches dans le sens que vous jugez juste. +0.5 par réponse correcte – 0 pour si non indiqué – 0.5 par réponse fausse.	Q2. Devant chaque proposition, écrivez V si vous la jugez valide et F sinon
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">Effectivement Décidable</div> <div style="text-align: center;">=====</div> <div style="text-align: center;">Récursif</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">Effectivement Enumérable</div> <div style="text-align: center;">=====</div> <div style="text-align: center;">Récursivement Enumérable</div> </div>	Fonction Calculable \Rightarrow Primitive Récursive La fonction d'Ackerman n'est pas Turing-Calculable. <input type="radio"/> Il existe des fonctions non calculables. Certaines fonctions primitives récursives ne sont pas calculables. <input type="radio"/> Il existe des fonctions non récursives

Exercice 2 (1.5, 1.5, 1)

✓ **Q1.** Montrer en utilisant la règle de composition que les fonctions f et g définies ci-dessous sont primitives récursives :

OK $f(x, y) = \sqrt{\frac{y}{x}}$ (1.5 point)

$g(x, y) = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$ (1.5 point)

✓ **Q2.** A-t-on $f(x, y) = g(x, y)$? (1 point)

Exercice 3 (2, 2)

On se donne deux relations R_1 et R_2 telles que :

$$R_1(x, y, z) = \begin{cases} V & \text{si } \frac{x}{y} = z \\ F & \text{sinon} \end{cases}$$

$$R_2(u, v, w) = \begin{cases} V & \text{si } w = \sqrt{u} \text{ et } w = \sqrt{v} \text{ et } u \neq v \\ F & \text{sinon} \end{cases}$$

✓ **Q1.** Montrer que R_1 est primitive récursive. (2 points)

✓ **Q2.** Montrer que R_2 est primitive récursive. (2 points)

Exercice 4 (2, 3, 2)

✓ **Q1.** Montrer que l'ensemble $D = \{y \mid \exists x \text{ tel que } x^2 = y\}$ est primitif récursif.

✓ **Q2.** Montrer que D est récursif en utilisant la règle de minimisation.

Q3. Montrer, sans utiliser les résultats de Q1 et de Q2 que D est récursivement énumérable.

Prenez soin de vos cahiers. Il n'en sera distribué qu'un seul par étudiant.

Bon courage