USTHB, FEI,
Département Informatique
L3 Informatique

29 Janvier 2017

Rattrapage de Théorie des graphes

Exercice 1. (8 points)

Soit le graphe orienté $G = (X, U)$ représenté par le tableau ci-dessous :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		**12**	**1**			**7**			
2						**1**			**0**
3				**4**		**2**			
4							**3**		
5				**8**				**3**	
6					**3**				
7								**6**	
8		**5**							**1**
9									

Chaque valeur dans la matrice représente le poids d'un arc. Les cases vides signifient que l'arc n'existe pas.

1. Dessiner le graphe pondéré après l'avoir ordonnancé selon la valeur du niveau de chaque sommet. Il faut noter que $v(x)$=0 si x est une source sinon $v(x)$ représente la longueur du plus long chemin élémentaire se terminant en x.
2. Appliquer l'algorithme le plus adéquat pour trouver les plus courts chemins à partir du sommet 1. Justifier le choix de l'algorithme.
3. Trouver l'arbre de couverture de poids minimal pour ce graphe et donner son poids.

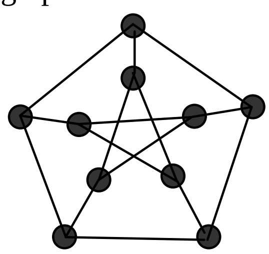
Exercice 2. (8 points)

Soit un graphe non-orienté simple et connexe $G = (X, E)$, tel que $|X| = n$ et $|E| = m$.

1. Quel est le nombre maximum d'arêtes à supprimer de telle façon à ne pas déconnecter G ($k_1=|F_1|$ tel que $\exists F_1 \subset E$ et le graphe partiel $G_1=(X, E-F_1)$ est connexe) ?
2. Quel est le nombre minimum d'arêtes à supprimer de telle façon qu'on est certain de déconnecter G ($k_2=|F_2|$ tel que $\forall F_2 \subset E$, on a le graphe partiel $G_2=(X, E-F_2)$ est non connexe) ?
3. Quel est le nombre minimum d'arêtes à supprimer de telle façon à avoir p composantes connexes ($k_3=|F_3|$ tel que $\forall F_3 \subset E$, on a le graphe partiel $G_3=(X, E-F_3)$ contient p composantes connexes) ?
4. Quel est le nombre minimum ($pmin$) et maximum ($pmax$) de composantes connexes du graphe partiel G' de G engendré par $E - \{e_1, \dots, e_k\}$. A discuter selon les valeurs de k.

Exercice 3. (4 points)

On appelle graphe de Petersen un graphe non-orienté P représenté par la figure ci-dessous.



Montrer que pour tout sommet x du graphe de Petersen P, $P \backslash x$ (en supprimant x) est Hamiltonien.

Bon Courage