Ecole Nationale Supérieure en Informatique Jeudi 24 Novembre 2016

Contrôle Intermédiaire
Théorie des langages de programmation
1 C.S.

Durée : 2H.
Tous Documents Interdits

EXERCICE 1 : (5 pts)

Soient L_1, L_2 et L_3 les langages suivants

$L_1=X^*aa$

$L_2=b^*a(b^*a \cup a^+b^+a)^*a^+$

$L_3=(b \cup ab \cup aa^+b)^*a \cup (b \cup ab \cup aa^+b)^*$

1. Donner une grammaire qui engendre L_1.

$S \rightarrow aS / bS / aa$ (1 pt)

2. Comparer L_1 et L_2

$L_1 = L_2$

Démonstration $L_1 \subseteq L_2$ (1 pt) et $L_2 \subseteq L_1$ (1 pt) (Type de démo vu en TD)

5. Comparer L_1 et L_3

L_3 est le complément de L_1

Démonstration $L_1 \cap L_3 = \emptyset$ (0.5 pt) et $X^* = L_1 \cup L_3$ (1,5 pts)
(Type de démo vu en TD)

4. Donner une grammaire qui engendre L_3

$S \rightarrow a / S'$

$S' \rightarrow aS' / bS' / ba / b$ (1 pt)

EXERCICE 2 : (5 pts)

Soit la grammaire suivante

$S \rightarrow aA / bB_1$
$A \rightarrow aS / bB_2$
$B_1 \rightarrow bB_1 / aC$
$C \rightarrow aD$
$D \rightarrow aC / \varepsilon$
$B_2 \rightarrow bB_2 / aD$

1. Donner le langage engendré par cette grammaire :
   $L=\{a^i b^j a^k,\ j, k >0 \text{ et } i+k \equiv 0[2]\}$ (1 pt)
2. Montrer que L(G)=L **(Type de démo vu en TD)**
   $L(G) \subseteq L$ $L \subseteq L(G)$
3. Donner la grammaire du langage $L = L(G) \cap \{w \in \{a, b\}^* / |w| \equiv 0[2]\}$ **(1 pt)**
   $L=\{a^i b^j a^k,\ j, k >0 \text{ et } i+k \equiv 0[2] \text{ et } j \equiv 0[2]\}$

$S \rightarrow aA\ /\ bB$

$A \rightarrow aS\ /\ bB'$

$B \rightarrow bB_1$

$B_1 \rightarrow bB\ /\ aC$

$C \rightarrow aD$

$D \rightarrow aC\ /\ \varepsilon$

$B' \rightarrow bB_2$

$B_2 \rightarrow bB'\ /\ aD$

A quelle classe appartient L (Justifier) ?

$L \in Reg(X^*)$ car c'est l'intersection de deux langages réguliers (proposition : la classe des langages réguliers est fermée par rapport à l'intersection)

Exercice 3 : (5 Pts)

Donnez les grammaires des langages suivants

$L_1 = \{0^n 0^{2n} 0^{3n} \mid n >= 0\}$.

$S \rightarrow 000000S\ /\ \varepsilon$ (1 pt)

$L_2 = \{0^n 1 0^{2n} 1 0^{3n} \mid n >= 0\}$. **(1,5 pts)**

Grammaire d'une étudiante (1.5 pts) :

$S' \rightarrow DSF\ /\ \varepsilon$

$S \rightarrow 0SAB/1$

$BA \rightarrow AB$

$BF \rightarrow F000$

$DA \rightarrow 00D$

$D0 \rightarrow 0D$

$D1 \rightarrow 1D$

$DF \rightarrow 1$

$L_3 = \{0^n 1^m 2^k\ /\ k > n + m$ et k n'est pas un multiple de $3\}$

Grammaire d'une étudiante (1.5 pts) :

$S_0 \rightarrow 0\ S_1 2/\ S_0'$

$S_1 \rightarrow 0\ S_2 2/\ S_1'$

$S_2 \rightarrow 0\ S_0 2/\ S_2'$

$S_0' \rightarrow 1\ S_1' 2/\ 2A_1$

$S_1' \rightarrow 1\ S_2' 2/\ 2A_2$

$S_2' \rightarrow 1\ S_0' 2/\ 2A_0$

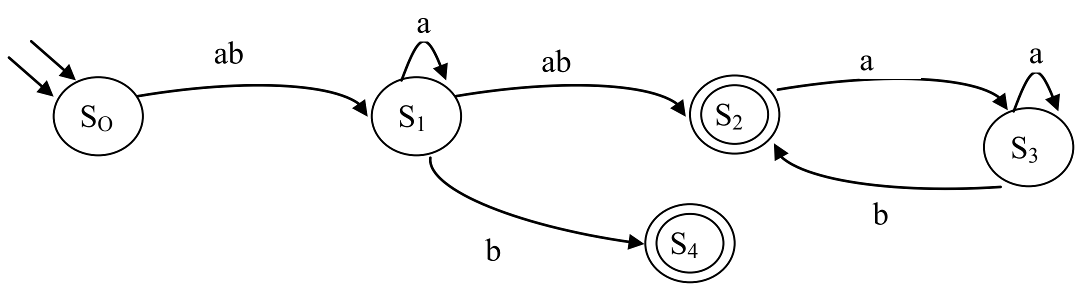
$A_0 \rightarrow 2A_1$

$A_1 \rightarrow 2A_2\ /\ \varepsilon$

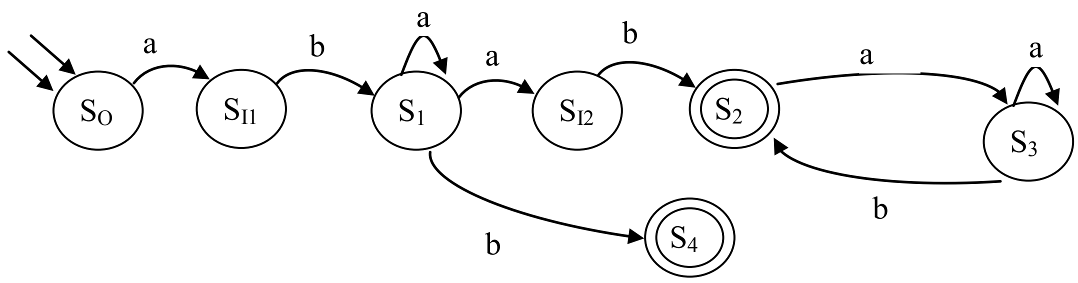
$A_2 \rightarrow 2A_0\ /\ \varepsilon$

Exercice 4 : (5 Pts)

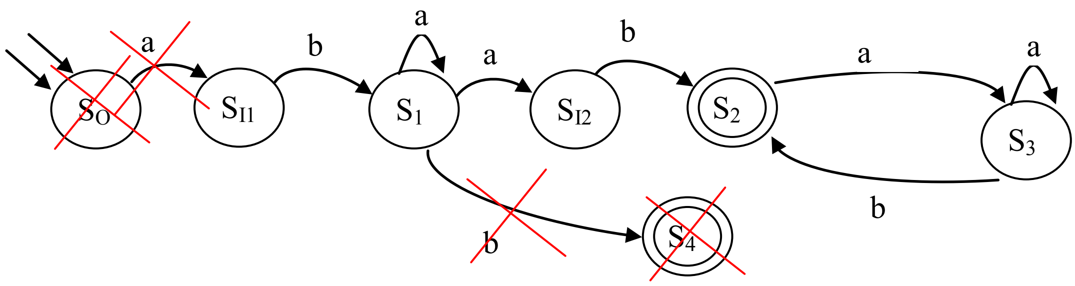
Soit A l'automate suivant :



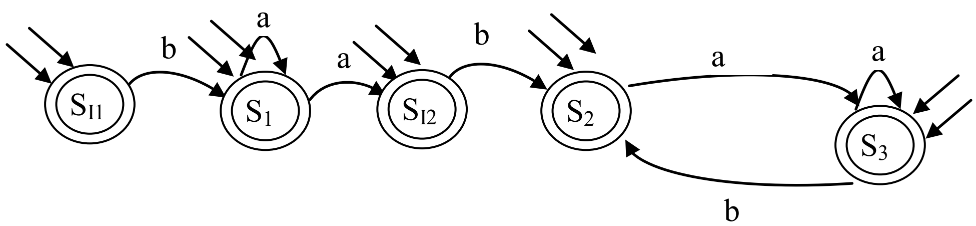
Rendre l'automate simple : **(0.5 pt)**



Donner l'automate reconnaissant le facteur propre de L(A).
Montrer que le facteur propre d'un langage régulier et régulier (Justifier).



L'automate reconnaissant le facteur propre du langage L(*A*) : tous les états sont initiaux et finaux excepté S_o et S_4



Soit *A*<X, S, S_0, F, II> un automate simple réduit. On va construire l'automate *A'*<X,S',S_0', F', II'> tq L(*A*) = L(*A'*)

1. S'il n'existe aucune instruction de type (S_i, w_i, S_0) dans II alors S ne sera pas rajouter à S' sinon S'=S'$\cup$ {S_0}. (Le fait d'avoir une boucle au niveau de S_0, nous assure que l'on peut toujours trouver un $h_1 \in X+$)
2. On garde comme état final (dans F') tous les états finaux S_k de F tq il existe un Sj et wj et (S_k, w_k, S_j) $\in$ II. (Le fait d'avoir une boucle au niveau de S_0, nous assure que l'on peut toujours trouver un $h_2 \in X+$)
3. Tous les états non initiaux et non finaux de *A* sont rajoutés à V'. Tous ces états deviennent finaux et initiaux.

Montrer que L(*A*) = L(*A'*) (Ce type de démonstration a été vu en cours).