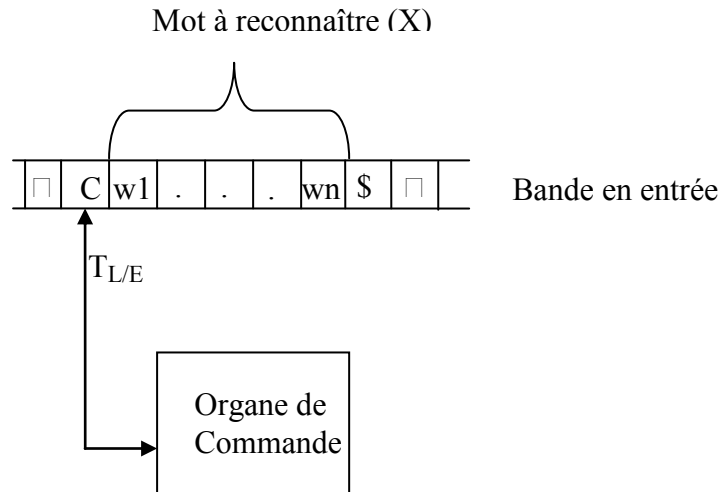


## 1. Définition d'un automate à Bornes Linéaires

Un automate à bornes linéaires est composé d'un organe de commande à états finis, d'une bande en entrée et d'une tête de lecture-écriture (Figure 1).

A l'état initial, le mot à reconnaître est délimité par deux symboles le C et \$. Ces deux symboles bornent l'espace de travail pour la reconnaissance des mots d'un langage.



**Figure 1. Automate à bornes linéaires**

L'organe de commande a un nombre fini d'états. L'automate fonctionne étape par étape (lettre par lettre). A chaque étape, il peut changer d'états en exécutant un ensemble d'opérations :

- Lire la lettre sous la tête de lecture-écriture ( $T_{L/E}$ ) et la remplacer par une autre
- Faire passer  $T_{L/E}$  à la case à Gauche ou à Droite.

Plus formellement, un automate à bornes linéaires est un 7-uplets  $\langle X, Y, S, S_0, F, II, G, D \rangle$  où :

$X$  est l'alphabet d'entrée,  $C$  et  $\$$  sont deux lettres qui délimitent le mot à reconnaître.

$Y$  est l'alphabet auxiliaire (alphabet de marquage),

$S$  est l'ensemble des états de l'automate,

$S_0$  est l'état initial,  $S_0 \in S$

$F$  est l'ensemble des états finaux,  $F \subseteq S$

$G$  : Déplacement de la tête de lecture-écriture à gauche

$D$  : Déplacement de la tête de lecture-écriture à droite

$II$  est l'ensemble des instructions,  $II : S \times (X \cup Y) \rightarrow S \times (X \cup Y) \times \{D, G\}$

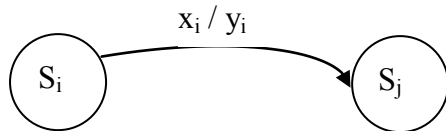
## 2. Opérations

Quatre opérations, définies ci-dessous, sont associées à l'automate à bornes linéaires:

**Lecture et écriture :**  $S_i x_i \rightarrow S_j y_i \quad x_i, y_i \in (X \cup Y) \text{ et } S_i, S_j \in S$

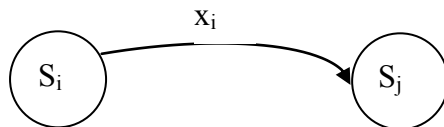
Si l'automate est à l'état  $S_i$  et si la lettre  $x_i$  est sous  $T_{L/E}$  alors l'automate passe à l'état  $S_j$  et remplace  $x_i$  par  $y_i$ .

Cette opération peut-être représentée graphiquement de la manière suivante :



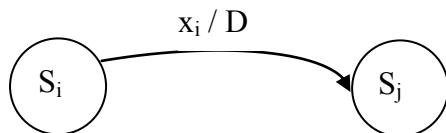
**Lecture :**  $S_i x_i \rightarrow S_j x_i$   $x_i \in (X \cup Y)$ ,  $S_i, S_j \in S$

Si l'automate est à l'état  $S_i$ , et si la lettre  $x_i$  est sous  $T_{L/E}$ , l'automate passe à l'état  $S_j$ .



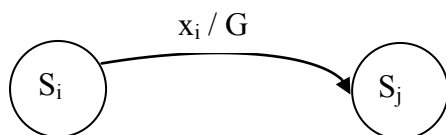
**Déplacement de la tête de lecture-écriture à Droite:**  $S_i x_i \rightarrow S_j D$ ,  $x_i \in (X \cup Y)$ ,  $S_i, S_j \in S$

Si l'automate est à l'état  $S_i$ , et la lettre  $x_i$  est sous  $T_{L/E}$ , l'automate passe à l'état  $S_j$  et  $T_{L/E}$  est déplacée à Droite.



**Déplacement de la tête de lecture-écriture à Gauche:**  $S_i x_i \rightarrow S_j G$ ,  $x_i \in (X \cup Y)$ ,  $S_i, S_j \in S$

Si l'automate est à l'état  $S_i$ , et la lettre  $x_i$  est sous  $T_{L/E}$ , l'automate passe à l'état  $S_j$  et  $T_{L/E}$  est déplacée à Gauche.



### Exercice 1 :

Donner l'automate à bornes linéaires reconnaissant le langage suivant  $L = \{a^n b^n c^n, n \geq 0\}$

## 3. Configuration d'un automate à bornes linéaires

- Une configuration d'un automate à bornes linéaires est un triplet  $(y, S_i, w)$ , où  $S_i$  est l'état courant dans lequel est l'automate,  $y$  est le mot à gauche de  $T_{L/E}$  (déjà traversé) et  $T_{L/E}$  pointe sur la première lettre du mot  $w$ ,  $w$  et  $y \in (X \cup Y)^*$ .
- On appelle configuration initiale le triplet  $(\varepsilon, S_0, w)$ , l'automate est à l'état initial  $S_0$  et le mot à reconnaître en entrée est  $w$ ,  $w \in X^*$ .
- On appelle configuration finale le triplet  $(y, S_f, y')$ , où  $S_f$  est un état final  $S_f \in F$  et  $y, y' \in (X \cup Y)^*$ .

#### 4. Mot reconnu par un automate à bornes linéaires

Soit  $A_{BL} \langle X, Y, S, S_0, F, \Pi, D, G \rangle$  un automate à bornes linéaires. Un mot  $w \in X^*$  est reconnu par  $A_{BL}$  si ce mot fait passer l'automate de sa configuration initiale à une configuration finale :

$$\varepsilon, S_0, w \xrightarrow[A_{BL}]{*} y, S_f, y'$$

#### 5. Langage reconnu par un automate à bornes linéaires

Un langage reconnu par un automate à pile est défini comme suit :

$$L(A_{BL}) = \{ w \in X^* \text{ tq } (\varepsilon, S_0, w) \xrightarrow[A_p]{*} (y, S_f, y') \}$$