Exercice 4 : Soit la relation R (A , B, C, E, H) et soient F et G deux ensembles de Dfs suivants :

F = {$A \to B$, $CE \to H$, $C \to E$, $A \to CH$ } **G = { $C \to EH$, $A \to BC$ }**

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

1. F et G équivalents?

F couverture de G ($G+ \subset F+$)?

$C \to EH$?

(3)+(2) $C \to E$ et $CE \to H$ donne par Pseudo – Transitivité $CC \to H$ donc $C \to H$ (7)

(3)+(7) $C \to E$ et $C \to H$ donne par union **<u>$C \to EH$</u>** (5)

$A \to BC$?

On décompose (4) : $A \to C$(8) $A \to H$ (9)

(1)+(8) par union on obtient **<u>$A \to BC$</u>** (6)

Donc **$G+ \subset F+$, F est une couverture de G**

G couverture de F ($F+ \subset G+$)?

On décompose (6) $A \to BC$ on obtient **<u>$A \to B$</u>** (1) et $A \to C$

$A \to C$ et $C \to EH$ par transitivité $A \to EH$

Par décomposition de $A \to EH$ on a $A \to E$ et $A \to H$

Et par union de $A \to C$ et $A \to H$ on obtient **<u>$A \to CH$</u>** (4)

Par augmentation de (5) on a $CE \to EH$ et par decomposition on a $CE \to E$ et **<u>$CE \to H$</u>** (2)

Décomposition de (5) $C \to EH$ on obtient **<u>$C \to E$</u>** (3) et $C \to H$

Donc **$F+ \subset G+$** , **G est une couverture de F**

Conclusion $G+ \subset F+$ et $F+ \subset G+$ alors $F+ = G+$

F et G sont équivalents

2. Couverture minimale de **F**.

Pté 1 : les membres droits sont singletons : non vérifiée dans (4)

On décompose df 4, On obtient : $A \to C$ et $A \to H$

{$A \to B$, $CE \to H$, $C \to E$, $A \to C$, $A \to H$ } pté 1 vérifiée

Pté2 : membres gauches des dfs irréductibles (dfs élémentaires) ?

(3)+(2) **$C \to E$ et $CE \to H$** donne par Pseudo – Transitivité **$CC \to H$** donc **$C \to H$**

$C \to H$ donc $CE \to H$ n'est pas élémentaire Pté2 non vérifiée. On remplace $CE \to H$ par $C \to H$

{$A \to B$, $C \to H$, $C \to E$, $A \to C$, $A \to H$ } pté 2 vérifiée

Pté 3 : Aucune Df n'est redondante?

$A \to C$ et **$C \to H$ par transitivité** $A \to H$ Df redondante à enlever

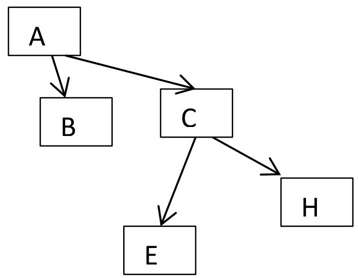
On obtient une couverture minimale de F = **{$A \to B$, $C \to H$, $C \to E$, $A \to C$ }**

3. Clés candidates de R:

Soit **AC** la superclé formée des membres gauches des DFs de **G** :

A~~C~~ car $A \to C$ (par décomposition de $A \to BC$)

A unique et irréductible donc A est une clé candidate et c'est la seule



Exercice 5 :
Soit une relation R (A, B, C, D, E, F), et l'ensemble de Dfs suivant :
$\{ \ AC \rightarrow D,\ \ B \rightarrow AF,\ \ C \rightarrow BE,\ \ F \rightarrow EC \}$

AC+={A,C}
1ère itération:
$AC \rightarrow D$: $\{A,C\} \subset$ AC+ => AC+={A,C, D}
$B \rightarrow AF$ $B \notin$ AC+ => AC+inchangé
$C \rightarrow BE$ $C \in$ AC+ => AC+={A,C, D,B ,E}
$F \rightarrow EC$ $F \notin$ AC+ => AC+ inchangé

AC+={A,C, D,B ,E}
2ème itération:
$AC \rightarrow D$: AC+ inchangé
$B \rightarrow AF$ $B \in$AC+ => AC+={A,C, D,B ,E, F}
$C \rightarrow BE$: AC+ inchangé
$F \rightarrow EC$ AC+ inchangé

AC+={A,C, D,B ,E, F}
3ème itération:
$AC \rightarrow D$: AC+ inchangé
$B \rightarrow AF$: AC+ inchangé
$C \rightarrow BE$: AC+ inchangé
$F \rightarrow EC$ AC+ inchangé

AC+={A,C, D,B ,E, F}
AC+ inchangé => **Arrêt**

BE+={B,E}
1ère itération:
$AC \rightarrow D$: $\{A,C\} \not\subset$ BE+ =>BE+ inchangé
$B \rightarrow AF$ $B \in$ BE+ =>BE+={B,E,A, F}
$C \rightarrow BE$: $C \notin$ BE+ =>BE+ inchangé
$F \rightarrow EC$ $F \in$ BE+ =>BE+={B,E,A, F, C}

BE+={B,E,A, F, C}
2ème itération:
$AC \rightarrow D$: $\{A,C\} \subset$ BE + => BE+={B,E,A, F, C,D}
$B \rightarrow AF$: BE+ inchangé
$C \rightarrow BE$: BE+ inchangé
$F \rightarrow EC$: BE+ inchangé

BE+={B,E,A, F, C,D}
3ème itération:
$AC \rightarrow D$: BE+ inchangé
$B \rightarrow AF$: BE+ inchangé
$C \rightarrow BE$: BE+ inchangé
$F \rightarrow EC$: BE+ inchangé

BE+={B,E,A, F, C,D}
BE+ inchangé => **Arrêt**

2) clés candidates de R .

{ A C → D, B → A F, C → BE , F → EC }

Il y a 3 clés candidates: B / C / F

Démonstration :

ACBF superclé formée des membres gauches des Dfs :

ACBF
~~A~~CB~~F~~ car B → A F
C~~B~~ car C → B (par décomposition de C → BE)
C : unique et irréductible c'est une clé candidate

ACBF
~~A~~CBF car B → A (décomp de B → AF)
C~~B~~F car C → BE
~~C~~F car F → EC
F : unique et irréductible c'est une clé candidate

Autre solution : F → EC donne par décomposition F → C
F → C et C clé candidate =>
F clé candidate

ACBF
A~~C~~BF car F→ C (décomp de F→EC)
~~A~~B~~F~~ car B → A F
B : unique et irréductible c'est une clé candidate

Autre solution :
BE superclé car BE+={B,E,A, F, C,D}
B → F (décomposition de B → A F)
B → F et F → E par transitivité B → E
donc B clé candidate

3. couverture minimale de l'ensemble de DF.

{ A C → D, B → A F, C → BE , F → EC }

Pté 1 : les membres droits des dfs sont singletons

Pté 1 non vérifiée car , B → A F, C → BE , F → EC

Par décomposition B → A F => B → A et B → F , C → BE => C → B et C → E , F → EC=> F → E et F → C

On obtient { **A C → D, B → A , B → F, C → B , C → E , F → E, F → C** }

Pté2 : membres gauches des dfs irréductibles (dfs élémentaires) ?

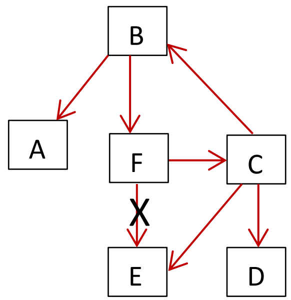
A C → D?

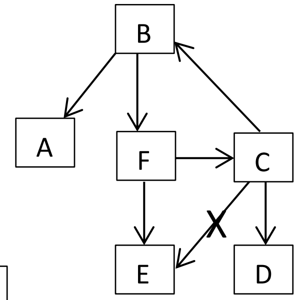
C → B et B → A par transitivité on a : C → A

C → A et AC→D par pseudo-transitivité on a C→D donc AC→D n'est pas élémentaire on la remplace par C→D

On obtient { **C → D, B → A , B → F, C → B , C → E , F → E, F → C** }

Graphes de Dfs :





Pté 3 : Aucune Df n'est redondante?

F → C et C → E par transitivité F → E redondante à enlever

couverture minimale :

{ **C → D, B → A , B → F, C → B , C → E , ~~F → E~~, F → C** }

<u>**Autre couverture minimale**</u>:
B → F et F → E , par transitivité B → E
C → B et B → E par transitivité C → E on elimine C → E
couverture minimale:
{ **C → D, B → A , B → F, C → B , ~~C → E~~ , F → E, F → C** }