

Examen Final de Théorie des Graphes

Exercice 1. (9 points)

Soit le graphe orienté $G = (X, U)$ dont la matrice d'adjacence M est donnée ci-dessous :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	0	1	1	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	1	1	0	0
8	0	0	0	1	0	0	0	0

- Déterminer si G admet une chaîne Eulérienne. Justifier.
- On dit que Si un graphe G admet un cycle Hamiltonien, Alors pour tout sous ensemble de sommets S , on a : $p(G_{X-S}) \leq |S|$, où $p(G_{X-S})$ est le nombre de composantes connexes du sous graphe de G induit par l'ensemble $X-S$. Montrer que G n'admet pas de cycle Hamiltonien.
- Donner la matrice de fermeture transitive \hat{M} .
- Trouver les composantes fortement connexes (c.f.c.) de G puis tracer le graphe réduit G_R .
- On ajoute des poids aux arcs comme le montre le tableau ci-dessous. Appliquer l'algorithme le plus adéquat pour calculer les chemins de poids minimaux à partir du sommet 3.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1						1		
2							3	
3				4		9	2	
4	1							
5		1						
6				2				1
7		3			2	1		
8				3				

Exercice 2. (7 points)

Soit un projet constitué des huit (8) tâches décrites dans le tableau ci-dessous :

N° Tâche	Durée en jours	Tâches précédentes
1	2	-
2	3	-
3	7	-
4	4	2
5	10	1
6	6	1, 4
7	5	1, 3
8	2	5, 6, 7

1. Modéliser le problème sous forme d'un graphe potentiel tâches.
2. Calculer les dates au plus tôt et les dates au plus tard de chaque tâche.
3. Calculer la marge totale pour chaque tâche et déduire les tâches critiques ainsi que le chemin critique.

Exercice 3. (4 points)

Soit la matrice A (4×4), composée de 4 sous-matrices (2×2).

Il est demandé de la remplir par des valeurs dans l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$, tel que les valeurs soient distinctes :

- Sur chaque ligne de la matrice A .
- Sur chaque colonne de la matrice A .
- Dans chaque sous-matrice de A .

Comme l'illustre l'exemple ci-dessous :

1	4	3	2
2	3	4	1
3	2	1	4
4	1	2	3

1. Présenter le problème sous forme de graphe.
2. Décrire une méthode de résolution.

Bon Courage