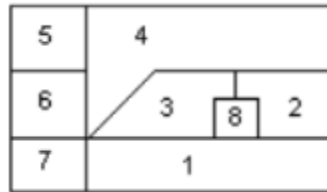


Examen Final de Théorie des Graphes

Durée 1h30'

Exercice 1. (08 pts.)

Huit (08) départements sont représentés ci-dessous avec leurs frontières. Deux départements avec une frontière composée d'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins (Par exemple, le 2 et 3 sont voisins mais le 3 et 7 ne sont pas voisins).



1. Modéliser les relations de frontières entre les départements par un graphe G .
2. G est-il complet ? G est-il connexe ?
3. Calculer les degrés des sommets de G . Déduire le nombre d'arêtes.
4. Est-il possible d'aller d'un département donné, de franchir toutes les frontières une seule et unique fois et d'y revenir ?
5. Est-il possible de parcourir tous les départements une seule et unique fois et revenir ?
6. Y a-t-il un département qui, s'il ferme ses frontières, d'autres départements ne seront plus reliés ?
7. Quel est le nombre maximal de départements qui n'ont pas de frontières communes mutuellement ?

Exercice 2. (05 pts.)

Un projet requiert la réalisation de six (06) tâches, le tableau suivant donne pour chaque tâche, le temps (en jours) requis et les contraintes liées au début d'exécution des tâches.

Tâche i	Durée de i	Contraintes liées au début d'exécution de la tâche i
1	8	-
2	6	-
3	4	Tâche 1 terminée.
4	3	Tâche 1 terminée.
5	2	Tâches 1, 3 et 4 terminées
6	5	Tâches 1 et 2 terminées.

1. Donner la représentation du problème en graphe MPM (Potentiel-tâches).
2. Calculer les dates de début au plus tôt de chaque tâche et la durée optimale du projet.
3. Calculer les dates au plus tard et déduire les tâches critiques.
4. On veut réduire la durée de la tâche 5 d'une (01) journée à un coût C . Quel est l'impact sur la durée optimale du projet ?
5. Est-il intéressant de réduire encore la durée de la tâche 5 ? Justifier.

Exercice 3. (04 pts.)

Soit le réseau de transport ci-dessous (donné sous forme de tableau) ayant comme entrée (source) le sommet E et comme sortie (puits) le sommet S . Pour chaque arc, le tableau ci-dessous donne sa capacité ainsi que le flux initial.

Sommet de départ	E	E	E	A	A	A	B	B	C	C	D
Sommet d'arrivée	A	B	C	B	C	D	D	S	D	S	S
Capacité de l'arc	7	4	10	2	2	10	2	10	2	6	7
Flux initial de l'arc	7	4	6	0	0	7	0	4	0	6	7

1. Le flot initial est-il réalisable ?
2. Le flot initial est-il complet ?
3. Le flot initial est-il optimal ? Si oui, prouver-le, sinon, trouver le flot optimal.

Exercice 4. (03 pts.)

Montrer que tout graphe arbre est un graphe biparti.

Bon Courage