

Epreuve de Moyenne Durée
Théorie des Langages
3^{ème} année SIQ

Durée : 2 H.

Tous Documents Interdits

Exercice 1 : (5 pts)

On représente un texte par un mot sur l'alphabet $X = \{\$, \#, \square, ", c\}$ en adoptant les conventions suivantes :

- \$ représente une fin de texte ;
- # représente une fin de ligne ;
- \square représente le caractère espace ;
- " est le caractère quote ;
- c représente un caractère alphabétique quelconque.

Dans un tel texte, une suite de caractères est dite quottée si elle est précédée d'une quote ouvrante et suivie d'une quote fermante.

Un texte est dit correctement écrit s'il vérifie les conditions suivantes :

1. les lignes ne commencent pas et ne finissent pas par un espace ;
2. il n'y a jamais 2 espaces consécutifs, sauf éventuellement à l'intérieur d'un texte quotté ;
3. chaque ligne contient un nombre pair de quotes (en particulier, un texte quotté ne peut contenir de fin de ligne, ni de fin de texte) ;
4. une quote ouvrante est soit le premier caractère du texte ou est toujours précédée d'un espace ou d'une fin de ligne et une quote fermante est toujours suivie d'un espace ou d'une fin de ligne ou d'une fin de texte.
5. Une ligne peut-être vide ;
6. Le texte se termine obligatoirement par \$

I. Construire un automate d'états fini déterministe pour reconnaître un texte correctement écrit.

II. Faites fonctionner votre automate sur un mot qui appartient à $L(A)$.

Exercice 2 : (6 Pts)

I. Soit $G \langle X, V, P, S \rangle$ une grammaire régulière droite. On définit une grammaire régulière gauche $G' \langle X, V', P', S' \rangle$ où $V' = V$, $S' = S$ et

$$P' = \{ A \rightarrow B w_i, \text{ si } A \rightarrow w_i B \in P \} \cup \{ A \rightarrow w_i, \text{ si } A \rightarrow w_i \in P \}, A, B \in V \text{ et } w_i \in X$$

- Donner la relation qui existe entre $L(G)$ et $L(G')$.

II. Soit $G \langle \{a, b\}, \{S, A, B, C, D\}, P, S \rangle$ où

$$P = \{ S \rightarrow aA / bC / B / abD; A \rightarrow C; B \rightarrow baA / C; C \rightarrow aA / \varepsilon; D \rightarrow aD \}$$

- Donner l'expression régulière dénotant L
- Donner l'automate A qui reconnaît le langage L^R
- En déduire la grammaire régulière droite qui engendre L^R
- Trouver la grammaire régulière gauche engendrant $L(G)$
- Que peut-on conclure ? (Justifier toutes vos réponses)

Exercice 3 : (5 pts)

Soit L un langage régulier, on définit le langage MIL_1 comme suit :

$$MIL_1(L) = \{w \in X^* / \exists u \in X^+ \text{ et } v \in X^+ \text{ et } uwv \in L\}$$

A quelle classe appartient le langage L ? Justifier.

Exercice 4 : (4 pts)

Donner l'automate le plus adéquat reconnaissant le langage suivant :

$$L = \{a^m b (bc)^n, m \geq n, \}$$

Montrer qu'à tout automate à pile non vide $A_p \langle X, Y, S, S_0, F, \Pi, \# \rangle$, il existe un automate à pile vide $A'_p \langle X, Y, S', S'_0, F', \Pi', \# \rangle$ équivalent (Justifier).