

Module : Théorie des Langages.
Filière : LI- S4

Année : 2019-2020
Document : Série 2

Chapitre 2 : grammaires

Objectif : Comprendre : grammaire, type de langage/grammaire et la relation entre grammaire/langage.

EX01

Donner les langages générés par les grammaires suivantes.

Dire, à chaque fois, le type de la grammaire :

- $G_1 = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow abS \mid b\})$
- $G_2 = (\{a\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid \varepsilon\})$
- $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, X, Y\}, S, \{S \rightarrow XY, X \rightarrow aXb \mid \varepsilon, Y \rightarrow bYc \mid \varepsilon\})$
- $G_4 = (\{a, b\}, \{S, R\}, S, \{S \rightarrow aS \mid bR \mid b, R \rightarrow aR \mid bS\})$

EX02

1. Donner une grammaire pour les langages suivants.
2. Démontrer que $L_1 = L(G)$.

$$L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^n, n \geq 0 \}$$

$$L_2 = \{ \text{l'ensemble des palindromes} \} = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = w^r \}$$

$$L_3 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^m, n > m \}$$

$$L_4 = \{ w \in \{a, b, c\}^* \mid w = a^{2n+2} (ab)^p c^2 (bc)^{m+1}, n, m, p \geq 0 \}$$

EX03

$$G_{\text{exp}} = (V_N, V_T, \text{Axiome}, \text{Règles})$$

$$V_T = \{ 0, \dots, 9, +, -, /, *,), (\}$$

$$V_N = \{ \text{Expr}, \text{Nbr}, \text{Cte}, \text{Oper} \}$$

$$\text{Axiome} : \langle \text{Expr} \rangle$$

Règles :

$$\text{Expr} \longrightarrow \text{Nbr} \mid (\text{Expr}) \mid \text{Expr Oper Expr}$$

$$\text{Nbr} \longrightarrow \text{Cte} \mid \text{Cte Nbr}$$

$$\text{Cte} \longrightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$

$$\text{Oper} \longrightarrow + \mid - \mid * \mid /$$

1. Montrer que le mot $w = 327 - 8 \in L(G)$.
2. Montrer que la grammaire G est ambiguë.

EX04

Soit la grammaire G dont les règles de production sont :

$$S \rightarrow aAb \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aSb$$

$$Ab \rightarrow \varepsilon$$

- 1) Déterminer $L(G)$.
- 2) Construire une grammaire de type 2 équivalente à G .

EX05

1. Montrer que la grammaire G ci-dessous est ambiguë.

$G = (\{\text{condition, si, alors, instruction, sinon}\}, \{S\}, S, R)$ où R est l'ensemble des règles suivantes :

$$S \rightarrow \text{si condition alors } S$$

$$S \rightarrow \text{si condition alors } S \text{ sinon } S$$

$$S \rightarrow \text{instruction}$$

3. Quel est le résultat du programme suivant, selon l'arbre de dérivation utilisé pour analyser l'instruction conditionnelle suivante : $x := 1$; si $x > 5$ alors si $x < 10$ alors $x := x + 1$ sinon $x := x - 1$

Devoir

1. Démontrer $L_2 = L(G)$ de (Ex02).
2. Donner une grammaire pour chaque langage :

$$L1 = \{b^{2n} c^n d^p a^p \mid p > 0, n \geq 0\}$$

$$L2 = \{a(a^n b)^2 b, n \geq 0\}$$

$$L3 = \{w c^{2n+1}, n \geq 1 \text{ et } w \in \{a, b\}^* \text{ et } |w| = 3m+1, m \geq 0\}$$

$$L4 = \{a^{2n+2} b^p c^{m+1}, n, m \geq 0, p \geq n+2m+1\}$$