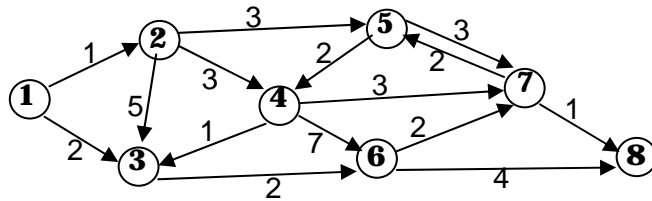


## Examen Final de Théorie des Graphes (Durée 1h30')

### Exercice 1. (8 pts.)

Soit le graphe suivant :



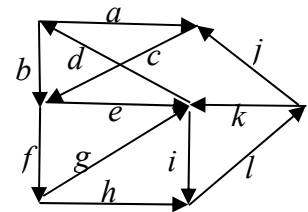
1. Donner la matrice d'adjacence  $M$ . (0,5)
2. Donner la matrice de fermeture transitive  $\hat{M}$ . (2)
3. Donner les sommets qui appartiennent à des circuits. (0,5)
4. Déterminer les composantes fortement connexes puis tracer le graphe réduit. (2)
5. Trouver tous les chemins optimaux à partir du sommet 1 en appliquant l'algorithme adéquat (justifier votre choix). (3)

### Exercice 2. (6 pts.)

On veut déterminer un circuit hamiltonien dans un graphe orienté. Il s'agit de définir une heuristique qui peut aider à déterminer ce circuit mais qui peut aussi ne pas aboutir.

Si  $G$  contient un circuit hamiltonien.

1. Dans quelles conditions peut-on affirmer qu'un arc  $u$  appartient obligatoirement à un circuit hamiltonien ? (2)
2. Dans quelles conditions peut-on affirmer qu'un ou plusieurs arcs ne peuvent appartenir à un circuit hamiltonien ? (2)
3. Appliquer (pas à pas) sur le graphe ci-contre ? (2)



### Exercice 3. (6 pts.)

Soit  $G=(X, E)$  un graphe non orienté simple tel que  $|X|=n$  et  $|E|=m$ .

1. Donner (en justifiant) le nombre d'arêtes  $m$  dans le cas où  $G$  est complet. (2)
2. Montrer que si  $n \geq 3$  et  $m > (n-1)(n-2)/2$  alors  $G$  est connexe. (2)
3. Montrer que si  $G$  est non connexe alors son graphe complémentaire  $\overline{G}$  est connexe. (2)

*Bon Courage*