

# Opérateur Produit cartésien

Soient les relations  $R(A_1, \dots, A_n)$  et  $S(B_1, \dots, B_p)$   
avec  $\{A_1, \dots, A_n\} \cap \{B_1, \dots, B_p\}$  éventuellement vide

Le *produit cartésien* de S et de R noté  $R \times S$

est défini par la relation  $Q(A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_p)$  telle que :

$(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_p) \in Q$  ssi  $(a_1, \dots, a_n) \in R$  et  $(b_1, \dots, b_p) \in S$

R1

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2
a3	b3	c3

R2

X	Y
x1	y1
x2	y2

## PRODUIT CARTESIEN

### R1XR2

commutatif:  $[R1 \times R2] = [R2 \times R1]$

associatif:  $[(R1 \times R2) \times R3] = [R2 \times (R1 \times R3)]$

A	B	C	X	Y
a1	b1	c1	x1	y1
a2	b2	c2	x1	y1
a3	b3	c3	x1	y1
a1	b1	c1	x2	y2
a2	b2	c2	x2	y2
a3	b3	c3	x2	y2

# Propriétés de la structure

---

## Même schéma

$$\text{degré}(R1 \cup R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

$$\text{degré}(R1 \cap R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

$$\text{degré}(R1 - R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

## Schéma quelconque

$$\text{degré}(R1 \times R2) = \text{degré}(R1) + \text{degré}(R2)$$

### Jointure thème ( $\theta$ -join) : $R \bowtie_P S$


La thème-jointure définit une relation qui contient les tuples qui satisfont le prédicat  $P$  du produit cartésien de  $R$  et  $S$ . Le prédicat  $P$  est de la forme  $R.a_i \theta S.b_j$  où  $\theta$  est l'un des opérateurs de comparaison ( $<, \leq, >, \geq, =, \neq$ ).

Si le prédicat  $P$  est l'égalité ( $=$ ), on parle d'**équijointure**

### Jointure naturelle : $R * S$

La jointure naturelle est une équijointure des relations  $R$  et  $S$  sur tous les attributs communs en retirant les occurrences multiples d'attributs.

# Opérateur JOINTURE / Theta-JOINTURE

La jointure : opérateur **JOIN**, noté  - combiner une paire de tuples de deux relations en un seul tuple

Client



Vente

numéro = no\_client

Critère de sélection:

= | ≠ | ≤ | < | > | ≥

Client

Vente

numéro	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	no_client	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	101	12/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	00809	BG589	106	18/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	11005	VF158	106	05/10/04
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472	12005	BG589	125	25/10/04

La relation résultante :

- autant d'attributs que le produit cartésien (degré(R1) + degré(R2))
- moins de tuples

# Exercice

1. Afficher le nom des clients avec les dates de leurs achats
2. Afficher, pour le client numéro 125, le numéro de vente et la marque des produits achetés

Q1 :  $\pi$  (Client  Vente)  
Client.nom, Vente.date Client.numéro = Vente.no\_client

Q2 :  $V1 = \sigma$  (Vente)  
Vente.no\_client = 125

$R1 = V1$   Produit  
Vente.ref\_produit = Produit.référence

Res =  $\pi$  (R1)  
Vente.numéro, Produit.marque



## Exercice (suite)

3. Afficher la référence des produits dont le prix est supérieur au produit qui a pour référence 153.

PRODUIT

référence	marque	prix
153	BMW	1000
589	PEUGEOT	1800
158	TOYOTA	1500



curseurs

PRODUIT

référence	marque	prix
153	BMW	1000
589	PEUGEOT	1800
158	TOYOTA	1500

Q3  $P1 = \rho$  (Produit)

*opérateur de renommage*

$P2 = \sigma$  (P1)

$P1.\text{référence} = 153$

$\text{Res} = \pi$  (Produit  $\bowtie$  P2)  
 $\text{Produit.référence} \quad \text{Produit.prix} > P1.\text{prix}$

# Opérateur Equijointure / Jointure naturelle

- **Théta-jointure** avec opérateur =
  - **Equijointure** la condition fait appel à l'opérateur =
  - Jointure **naturelle** noté \* :
    - équijointure dont la condition porte sur des attributs identiques (de même domaine et même nom)
    - un seul des deux attributs est conservé dans le résultat
- } **Equivalent**

no\_client

<u>Client</u>				<u>Vente</u>			
numéro	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	no_client	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	101	12/10/04
106	Fabre	PARIS		00809	BG589	106	18/10/04
106	Fabre	PARIS		11005	VF158	106	05/10/04
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472	12005	BG589	125	25/10/04

# Exemple de jointure naturelle

Afficher le nom des clients avec les dates de leurs achats

$\pi$  (Client  Vente)  
Client.nom, Vente.date      Client.numéro = Vente.no\_client

ou

Renommage Client.numéro en Client.no\_client

$\pi$  (Client \* Vente)  
Client.nom, Vente.date

no_client	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	12/10/04
106	Fabre	PARIS		00809	BG589	18/10/04
106	Fabre	PARIS		11005	VF158	05/10/04
125	Carré	MARSEILLE	0491258472	12005	BG589	25/10/04



# Opération de division

Supposons que la relation  $R$  soit définie sur l'ensemble d'attributs  $A$  et que la relation  $S$  soit définie sur l'ensemble d'attributs  $B$ , de telle sorte que  $B \subseteq A$ . Soit  $C = A - B$ .

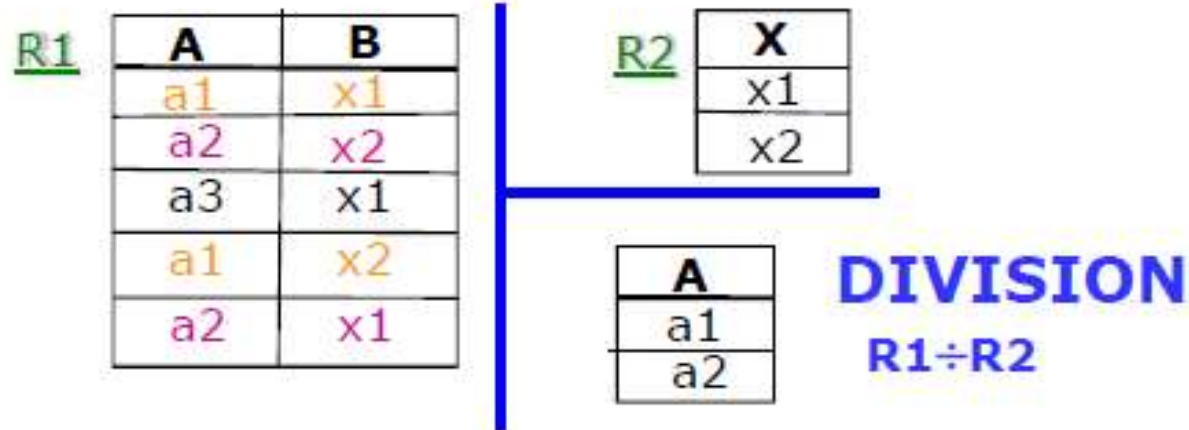
## Division $R \div S$

La division définit une relation sur les attributs  $C$ , constituée de l'ensemble des tuples de  $R$  qui correspondent à la combinaison de **tous les** tuples de  $S$ .

- $T_1 = \pi_C(R)$
- $T_2 = \pi_C((S \times T_1) - R)$
- $T = T_1 - T_2$

# Opérateur DIVISION

La division : opérateur **DIVIDE**, noté  $\div$ , utilisé pour répondre à des requête du type : "quels sont les références des produits achetés par tous les clients?"



$R1 = \pi_{\text{Vente.ref\_produit, Vente.no-client}} (\text{Vente})$

$R2 = \pi_{\text{Client.numéro}} (\text{Client})$

$RES = R1 \div R2$

# Autres opérateurs

---

Opérateur **renommer** noté  $\alpha$

- ❑ Changer le nom d'un (ou plusieurs) attribut d'une relation R:  
 $\alpha [\text{nom\_attr1: nouveau\_nom\_pour\_attr1}, \dots ] R$
- ❑ Utile avant les jointures (homonymie, synonymie), ou avant les opérations ensemblistes (même nom requis).

Opérateurs dérivés

- ❑ Jointure externe
- ❑ Semi-jointure gauche, droite



## Autres jointures

### Jointure externe (gauche) entre $R$ et $S$

La jointure externe gauche est une jointure dans laquelle les tuples de la relation  $R$  qui n'ont pas nécessairement de valeur correspondante dans  $S$  parmi les attributs communs de  $R$  et  $S$ , sont également inclus dans la relation résultante. Les valeurs manquantes dans la seconde relation sont mises à nul.

- **Jointure externe droite** : le résultat conserve tous les tuples de la relation de droite
- **Jointure externe complete** : le résultat reprend tous les tuples de deux relations et remplit de nuls les attributs absents pour tous les cas de non-correspondence

### Semi-jointure entre $R$ et $S$

La semi-jointure définit une relation qui contient les tuples de  $R$  qui participent à la jointure de  $R$  avec  $S$ .

# Opérateur JOINTURE EXTERNE

La jointure externe entre les relations S et R notée  $S \bowtie R$  :

- ✓ la jointure  $S \bowtie R$
- ✓ les tuples de S et R ne participant pas à la jointure

CLIENT  $\bowtie$  VENTE

no_client	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	12/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	00809	BG589	18/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	11005	VF158	05/10/04
110	Prosper	PARIS	0491258472	12005	BG589	25/10/04
125	Antonin	MARSEILLE	NULL	NULL	NULL	NULL

*A droite et à gauche*

*Pas d'informations*



# Opérateurs déduits

---

Intersection :

$$R \cap S = R - (R - S) = S - (S - R) \text{ ou}$$

$$R \cap S = (R \cup S) - ((R - S) \cup (S - R))$$

Jointure naturelle :

Soient  $R(X,Y)$  et  $S(Y,Z)$

$$R * S = \pi [X,Y,Z] \sigma [Y = Y'] (R \times \alpha[Y : Y'] S)$$

Thêta jointure :

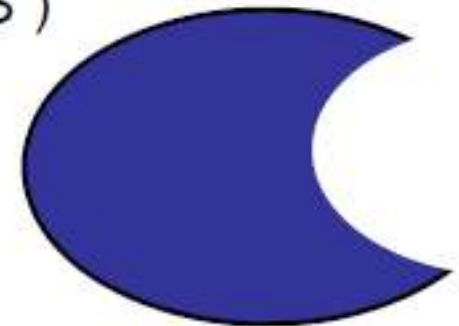
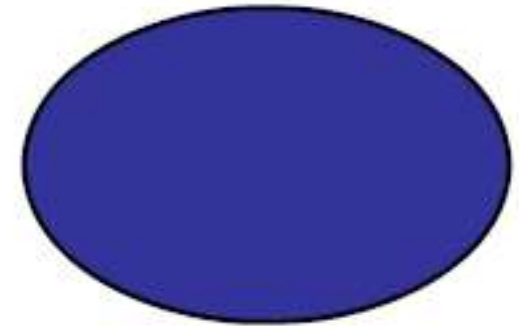
Soient  $R(X,Y)$  et  $S(U,V)$

$$R *[p] S = \sigma [p] (R \times S)$$

Division :

Soient  $R(X,Y)$  et  $S(Y)$

$$R/S = \pi [X] R - \pi [X] ( ((\pi[X]R) \times S) - R )$$



# Complexité des opérateurs

---

## Sélection : $\sigma$ [condition] R

- Au plus: balayer la relation + tester la condition sur chaque tuple.
- Complexité =  $\text{card}(R)$ .
- Taille du résultat :  $[0 : \text{card}(R)]$ .

## Projection : $\pi$ [ $A_i, A_k \dots$ ] R

- Balayer la relation + élimination doublons
- Complexité =  $\text{card}(R)$ . *0 si inclut dans une sélection*
- Taille du résultat :  $[1 : \text{card}(R)]$ .

## Jointure (naturelle ou $\theta$ ) entre R et S

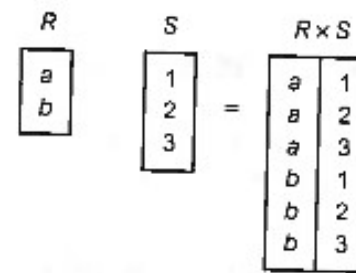
- Balayer R et pour chaque tuple de R faire :  
Balayer S et comparer chaque tuple de S avec celui de R.
- Complexité =  $\text{card}(R) \times \text{card}(S)$ .
- Taille du résultat :  $[0 : \text{card}(R) \times \text{card}(S)]$ .



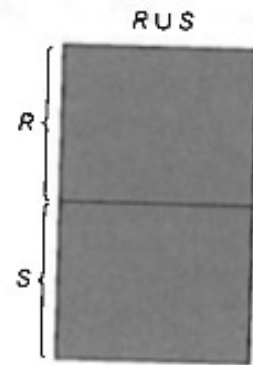
a) Sélection



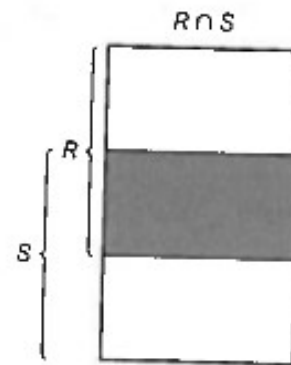
b) Projection



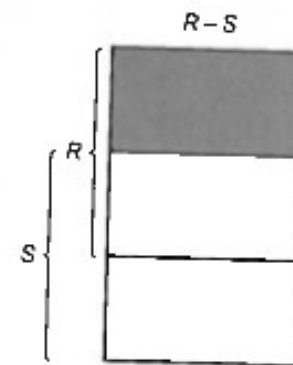
c) Produit cartésien



d) Union



e) Intersection



f) Différence d'ensembles

Diagram g) Jointure naturelle:

A	B
a	1
b	2

B	C
1	x
1	y
3	z

A	B	C
a	1	x
a	1	y

g) Jointure naturelle

A	B
a	1

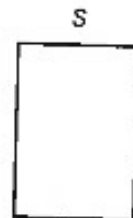
h) Semi-jointure

A	B	C
a	1	x
a	1	y
b	2	

i) Jointure gauche externe



j) Division (zone partagée)



A	B
a	1
a	2
b	1
b	2
c	1

B
1
2

A
a
b

Exemple de division