

## Examen Final de Théorie des Graphes

Durée 1h30'

### Exercice 1. (06 pts)

Un projet requiert la réalisation de six (06) tâches, le tableau suivant donne pour chaque tâche, le temps (en jours) requis et les contraintes de précedence entre les tâches.

Tâche	1	2	3	4	5	6
Durée	7	8	2	4	3	1
Tâche antérieure	-	-	1	1, 3	3, 4	3, 4

1. Donner la représentation du problème en graphe MPM (Potentiel-tâches).
2. Donner les dates de début au plus tôt de chaque tâche et la durée optimale du projet.
3. Donner les dates au plus tard, et déduire les tâches critiques.

### Exercice 2. (06 pts)

Soit le graphe simple  $G=(X,E)$  d'ordre  $|X| = n$  et de taille  $|E| = m$

1. Soient  $x$  un sommet de  $X$  et  $e$  une arête de  $E$ . Que représente chacun des graphes suivants et quel est l'ordre et quelle est la taille de chacun :

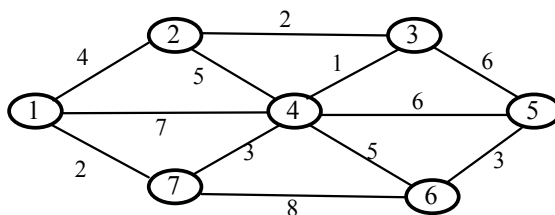
- a)  $G$
- b)  $G - x$
- c)  $G - e$

2. Si  $G$  est eulérien dans quelles conditions  $G$  est aussi eulérien ?
3. Montrer que le complémentaire d'un graphe non connexe est connexe.

### Exercice 3. (08 pts)

Le schéma ci-dessous représente la carte d'un groupe de villages. Les sommets sont les villages et le poids sur les arêtes représente les distances entre les différents villages. On projette de construire les routes entre ces villages, le budget nécessaire à la construction d'une route est proportionnel à la distance.

Quel est le tracé optimal permettant de relier tous les villages (directement ou indirectement) ?



On veut construire une école dans l'un des villages. Le nombre d'élèves dans chaque village nécessite un certain nombre de bus, donné par le tableau suivant :

Village	1	2	3	4	5	6	7
Nb de bus	2	1	3	2	1	2	1

On veut minimiser le coût de transport des élèves vers cette école (en utilisant le tracé trouvé à la question précédente), ce coût est lié à la fois à la distance et au nombre de bus utilisés.

Quel est l'emplacement optimal de cette école ?

**NB :** Il est exigé de remettre une copie bien présentée avec des argumentations claires.