
2017/2018.THP.CF.Exercice01 (8pts)

1 Vrai ou Faux (2pts)

a **Faux** (L'arbre de dérivation d'un mot en utilisant une grammaire sous forme FNG est toujours binaire)

b **Vrai** (L'arbre de dérivation d'un mot en utilisant une grammaire en FNC est toujours binaire)

c **Faux** (Un langage est ambigu ssi il existe une grammaire G ambiguë l'engendrant)

d **Faux** (Il existe des grammaires hors contexte (type 2) pour lesquelles on ne peut pas trouver les 2 formes normales (FNC et FNG))

e **Faux** (Dans un arbre de dérivation d'un mot, les feuilles de l'arbre sont toujours des lettres de X) [J'ai accepté Vrai à cause de l'ambiguïté avec ϵ]

f **Vrai** (L'enchaînement des variables n'ajoute aucune lettre au mot généré)

g **Faux** (On ne peut pas toujours transformer une récursivité gauche en une récursivité droite)

h **Vrai** (L'élimination de l'enchaînement de variables peut générer des variables non accessibles)

$$S \rightarrow aSaA|Aa|Bb|\epsilon$$

$$A \rightarrow AaB|Bb$$

$$B \rightarrow BcA|\epsilon$$

2.3 Epsilon libre

$$\underline{B \rightarrow \epsilon}$$

$$S \rightarrow aSaA|Aa|Bb|\epsilon|b \text{ (0.25)}$$

$$A \rightarrow AaB|Bb|Aa|b \text{ (0.5)}$$

$$B \rightarrow BcA|cA \text{ (0.25)}$$

$$\underline{S \rightarrow \epsilon}$$

$$S' \rightarrow S|\epsilon \text{ (0.25)}$$

$$S \rightarrow aSaA|Aa|Bb|b|aaA \text{ (0.25)}$$

$$A \rightarrow AaB|Bb|Aa|b$$

$$B \rightarrow BcA|cA$$

2.4 FNC (1.5pt)

Remplacement des lettres par variables (0.25)

$$S' \rightarrow S|\epsilon$$

$$S \rightarrow A'SA'A|AA'|BB'|b|A'A'A$$

$$A \rightarrow AA'B|BB'|AA'|b$$

$$B \rightarrow BC'A|C'A$$

$$A' \rightarrow a$$

$$B' \rightarrow b$$

$$C' \rightarrow c$$

Transformer les variables deux à deux

$$S' \rightarrow S|\epsilon$$

$$S \rightarrow A'X_1|AA'|BB'|b|A'X_2 \text{ (0.25)}$$

$$A \rightarrow AX_3|BB'|AA'|b \text{ (0.25)}$$

$$B \rightarrow BX_4|C'A \text{ (0.25)}$$

$$A' \rightarrow a$$

$$B' \rightarrow b$$

$$C' \rightarrow c$$

$$X_1 \rightarrow SX_2 \text{ (0.25)}$$

$$X_2 \rightarrow A'A, X_3 \rightarrow A'B, X_4 \rightarrow C'A \text{ (0.25)}$$

2 FNC et FNG (6 pts)

$$S \rightarrow aSaA|Aa|Bb|\epsilon$$

$$A \rightarrow AaB|Bb|cC$$

$$B \rightarrow BcA|\epsilon$$

$$C \rightarrow cC$$

$$D \rightarrow DaA|b$$

2.1 Grammaire Propre (2.25pts)

2.2 Grammaire réduite

C est non productive : supprimer $C \rightarrow cC$ (0.25) et $A \rightarrow cC$ (0.25)

D est non accessible : supprimer $D \rightarrow DaA|b$ (0.25)

2.5 FNG (2.25pt)

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S|\epsilon \\ S &\rightarrow aSaA|Aa|Bb|b|aaA \\ A &\rightarrow AaB|Bb|Aa|b \\ B &\rightarrow BcA|cA \end{aligned}$$

Réversivité gauche directe de A :

$$\begin{aligned} A &\rightarrow BbA'|bA'|Bb|b \text{ (0.25)} \\ A' &\rightarrow aBA'|aA'|aB|a \text{ (0.25)} \end{aligned}$$

Réversivité gauche directe de B :

$$\begin{aligned} B &\rightarrow cAB'|cA \text{ (0.25)} \\ B' &\rightarrow cAB'|cA \text{ (0.25)} \end{aligned}$$

A < B :

$$A \rightarrow cAB'bA'|cAbA'|bA'|cAB'b|cAb|b \text{ (0.5)}$$

S < A :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSaA|cAB'bA'a|cAbA'a|bA'a \\ &\quad |cAB'ba|cAba|ba|Bb|b|aaA \text{ (0.25)} \end{aligned}$$

S < B :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSaA|cAB'bA'a|cAbA'a|bA'a \\ &\quad |cAB'ba|cAba|ba|cAB'b|cAb|b|aaA \text{ (0.25)} \end{aligned}$$

La grammaire sera :

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S|\epsilon \\ S &\rightarrow aSaA|cAB'bA'a|cAbA'a|bA'a \\ &\quad |cAB'ba|cAba|ba|cAB'b|cAb|b|aaA \\ A &\rightarrow cAB'bA'|cAbA'|bA'|cAB'b|cAb|b \\ A' &\rightarrow aBA'|aA'|aB|a \\ B &\rightarrow cAB'|cA \\ B' &\rightarrow cAB'|cA \end{aligned}$$

Remplacement des lettres (0.25) :

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow aSA_1A|cAB'B_1A'A_1|cAB_1A'A_1|bA'A_1 \\ &\quad |cAB'B_1A_1|cAB_1A_1|bA_1|cAB'B_1|cAB_1|b|aA_1A|\epsilon \\ S &\rightarrow aSA_1A|cAB'B_1A'A_1|cAB_1A'A_1|bA'A_1 \\ &\quad |cAB'B_1A_1|cAB_1A_1|bA_1|cAB'B_1|cAB_1|b|aA_1A \\ A &\rightarrow cAB'bA'|cAB_1A'|bA'|cAB'B_1|cAB_1|b \\ A' &\rightarrow aBA'|aA'|aB|a \\ B &\rightarrow cAB'|cA \\ B' &\rightarrow cAB'|cA \\ A_1 &\rightarrow a \\ B_1 &\rightarrow b \end{aligned}$$