

## Série 1

### Exercice 1:

Soient un alphabet  $X = \{a, b\}$  et les langages définis ci-dessous par :

$$L1 = aX^*$$

$$L2 = X^*b$$

$$L3 = aX^*b$$

$$L4 = aX^*a$$

$$L5 = bX^*$$

Déterminer les langages suivants :

$$L1 \cup L4, L1 \cap L4, L1 - L4, L1.L2, L1 \cap L5, FG(L1), \overline{L1}$$

### Exercice 2:

Soit  $X$  un alphabet et soient  $a, b \in X$  et  $w \in X^*$ .

Montrer que si  $wa = bw$  alors  $a = b$ .

### Exercice 3:

Donner les grammaires générant les langages suivants :

- 1) L'ensemble des nombres binaires.
- 2) L'ensemble des nombres binaires sans 0 inutiles en tête.
- 3) L'ensemble des nombres binaires de longueur paire.
- 4) Les nombres décimaux éventuellement signés n'ayant pas de 0 inutiles. Rappelons que la partie (optionnelle) après la virgule ne se termine pas par un 0.
- 5) L'ensemble des noms de variable (identificateurs) en Java. Un nom de variable en Java commence par une lettre alphabétique ou le caractère underscore ( \_ ) suivi par une suite quelconque de lettres alphabétiques, de chiffres et l'underscore.
- 6) L'ensemble des mots de passe de sécurité faible, qui sont formés que des lettres ou que des chiffres.
- 7) L'ensemble des mots de passe de sécurité moyenne, qui comportent au moins une lettre **et** au moins un chiffre mais aucun caractère spécial.

### Exercice 4:

Donner les grammaires générant les langages suivants en donnant le type de la grammaire :

$$L_1 = \{(ab)^n a^{2p} (ba)^m \mid n, p \geq 0 \text{ et } m \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a^{2i+3} b^{2j+2} \mid i, j \geq 0\}$$

$$L_3 = \{a^i b^j \mid i \geq j + 1\}$$

$$L_4 = \{c^n w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ et } |w| = n\}$$

$$L_5 = \{a^{2m} b^{2n} c^{2p} \mid 2m + n + 1 = p, n \geq 1 \text{ et } m, p \geq 0\}$$

$$L_6 = \{a^m b^n c^p \mid m > n \text{ ou } 2n \leq p\}$$

$$L_7 = \{a^m b^n / m \neq n\}$$

$$L_8 = \{wuw^R / w \in \{a, b\}^* \text{ et } u \in \{c\}^*\}$$

$$L_9 = \{w \in \{a, b, c\}^* / |w|_c = 3p+1, p \geq 0\}$$

$$L_{10} = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ divisible par } 3\}$$

$$L_{11} = \{w \in \{a,b\}^* / |w|_a = |w|_b\}$$

### Exercice 5:

Pour chacune des grammaires suivantes, donner son type et le langage qu'elle génère.

- 1)  $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, P_1)$  où  $P_1$  est

$$S \rightarrow aS / aaA / bb$$

$$A \rightarrow bbA / \varepsilon$$

- 2)  $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P_2)$  où  $P_2$  est

$$S \rightarrow aSab / abABab$$

$$A \rightarrow Ab / \varepsilon$$

$$B \rightarrow aaB / a$$

- 3)  $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S\}, S, P_3)$  où  $P_3$  est

$$S \rightarrow aSa / aSb / c$$

- 4)  $G_4 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P_4)$  où  $P_4$  est

$$S \rightarrow abS / abA$$

$$A \rightarrow aAB / \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB / b$$

### Exercice 6 :

Donner la grammaire engendrant des programmes du mini langage C de la forme :

```
#include<stdio.h>
int main(void)
{
    int age ;
    float salaire, smig;
    age=21;
    if(x>18)
    {
        printf(" Il est majeur ") ;
        salaire=20 000 ;
        if (salaire<smig) printf(" Le salaire est insuffisant ") ;
    }
    else {printf("Il est mineur ") ;}
}
```

Les seules instructions autorisées sont l'affectation, la conditionnelle et l'instruction d'impression **printf** simplifiée. L'alphabet terminal comporte : #include, stdio, void, main, <, >, int, float, printf, (, ), {, }, if, else, =, " , ; , idf, entier, réel} où idf, entier et réel représentent respectivement un nom de variable, un entier et un réel.