

Enoncé :

Transformez la grammaire suivante sous FNG :

$G = \langle \{a,b\}, \{S,A,B,F\}, S, P \rangle$ où

$P = \{ S \rightarrow bS / AS / FA / \epsilon$

$A \rightarrow bB / Sa$

$B \rightarrow aS / a$

$F \rightarrow FBa / aF \}$

Solution :

Il faut d'abord rendre G propre

1. Rendre G propre**1.1. Réduire G (0.5 pt)**

Toutes les variables sont accessibles mais la variable F est non productive, il faut donc la supprimer. P devient comme suit :

$P = \{ S \rightarrow bS / AS / \textcolor{red}{FA} / \epsilon$

$A \rightarrow bB / Sa$

$B \rightarrow aS / a$

$\textcolor{red}{F} \rightarrow \textcolor{red}{F}Ba / \textcolor{red}{a}F \}$



$P = \{ S \rightarrow bS / AS / \epsilon$

$A \rightarrow bB / Sa$

$B \rightarrow aS / a \}$

1.2. Rendre G ϵ -libre (0.5 pt)

Il faut supprimer $S \rightarrow \epsilon$

$P = \{ S' \rightarrow S / \epsilon$

$S \rightarrow bS / AS / b / A$

$A \rightarrow bB / Sa / a$

$B \rightarrow aS / a \}$

1.3. Rendre G sans cycle (0.25 pt)

G ne comporte pas de cycles. G est propre.

2. supprimer les règles unitaires (du type $A \rightarrow B$).**2.1 Supprimer $S \rightarrow A$ (0.5 pt)**

$P = \{ S' \rightarrow S / \epsilon$

$S \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a$

$A \rightarrow bB / Sa / a$

$B \rightarrow aS / a \}$

2.2. Supprimer $S' \rightarrow S$ (0.5 pt)

$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$

$S \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a$

$A \rightarrow bB / Sa / a$

$B \rightarrow aS / a \}$

Maintenant la grammaire est prête à être mise sous FNG

Transformation de G sous FNG**3. Supprimer la récursivité à gauche****3.1. Supprimer la récursivité à gauche directe (0.5 pt)**

Il y a une récursivité gauche directe au niveau de la variable S

$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$

$\textcolor{red}{S} \rightarrow bS / AS / b / bB / \textcolor{red}{S}a / a$

$A \rightarrow bB / Sa / a$

$B \rightarrow aS / a \}$



$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$

$S \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bS\textcolor{teal}{S1} / AS\textcolor{teal}{S1} / b\textcolor{teal}{S1} / bB\textcolor{teal}{S1} / a\textcolor{teal}{S1}$

$\textcolor{teal}{S1} \rightarrow a / a\textcolor{teal}{S1}$

$A \rightarrow bB / Sa / a$

$B \rightarrow aS / a \}$

La grammaire ne comporte aucune autre récursivité directe

4. Supprimer la récursivité gauche indirecte

Il y a deux récursivités à gauches indirectes, l'une au niveau de A et l'autre au niveau de S

$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$

$\textcolor{teal}{S} \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bS\textcolor{teal}{S1} / \textcolor{teal}{A}S\textcolor{teal}{S1} / b\textcolor{teal}{S1} / bB\textcolor{teal}{S1} / a\textcolor{teal}{S1}$

$\textcolor{teal}{S1} \rightarrow a / a\textcolor{teal}{S1}$

$\textcolor{teal}{A} \rightarrow bB / \textcolor{teal}{S}a / a$

$B \rightarrow aS / a \}$

En ordonnant les variables on trouve que $S < A$ et $A < S$ on peut donc commencer indifféremment par la variable A ou la variable S

4.1. Supprimer la récursivité indirecte au niveau de la variable A

Remplacer la variable S dans la règle de la variable A
(0.25pt)

$$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$$

$$S \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bSS1 / ASS1 / bS1 / bB S1 / a S1$$

$$S1 \rightarrow a / aS1$$

$$A \rightarrow bB / a / bSa / ASa / ba / bBa / aa / bSS1a / ASS1a / bS1a / bBS1a / aS1a$$

$$B \rightarrow aS / a \}$$

Supprimer la récursivité gauche directe au niveau de A
(0.5pt)

$$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$$

$$S \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bSS1 / ASS1 / bS1 / bB S1 / a S1$$

$$S1 \rightarrow a / aS1$$

$$A \rightarrow bB / a / bSa / ba / bBa / aa / bSS1a / bS1a / bBS1a / aS1a / bBA1 / a A1 / bSa A1 / ba A1 / bBa A1 / aa A1 / bSS1aA1 / bS1a A1 / bBS1a A1 / aS1a A1$$

$$A1 \rightarrow Sa / SS1a / SaA1 / SS1aA1$$

$$B \rightarrow aS / a \}$$

On remarque qu'après la suppression de la récursivité à gauche indirecte de A, la récursivité à gauche indirecte au niveau de la variable S a disparu.

Il n'y a maintenant plus de récursivité à gauche ni directe ni indirecte

5. Ordonnancement des variables (0.5pt)

$$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$$

$$S \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bSS1 / ASS1 / bS1 / bB S1 / a S1$$

$$S1 \rightarrow a / aS1$$

$$A \rightarrow bB / a / bSa / ba / bBa / aa / bSS1a / bS1a / bBS1a / aS1a / bBA1 / a A1 / bSa A1 / ba A1 / bBa A1 / aa A1 / bSS1aA1 / bS1a A1 / bBS1a A1 / aS1a A1$$

$$A1 \rightarrow Sa / SS1a / SaA1 / SS1aA1$$

$$B \rightarrow aS / a \}$$

En observant chacune des règles on extrait les relations suivantes : $S' < A$, $S' < S$, $S < A$, $A1 < S$

Un ordre possible est le suivant

$$A1 < S' < S < A$$

6. Remplacements

a/ remplacer la variable A dans la règle de la variable S
(0.5pt)

$$P = \{ S' \rightarrow bS / AS / b / bB / Sa / a / \epsilon$$

$$S \rightarrow bS / AS / b / bB / a / bSS1 / ASS1 / bS1 / bB S1 / a S1 / bBS / aS / bSaS / baS / bBaS / aaS / bSS1aS / bS1aS / bBS1aS / aS1aS / bBA1S / aA1S / bSaA1S / baA1S / bBaA1S / aaA1S / bSS1aA1S / bS1aA1S / bBS1aA1S / aS1aA1S / bBS1 / aS S1 / bSaS S1 / baS S1 / bBaS S1 / aaS S1 / bSS1aS S1 / bS1aS S1 / bBS1aS S1 / aS1aS S1 / bBA1S S1 / aA1S S1 / bSaA1S S1 / baA1S S1 / bBaA1S S1 / aaA1S S1 / bSS1aA1S S1 / bS1aA1S S1 / bBS1aA1S S1 / aS1aA1S S1$$

$$S1 \rightarrow a / aS1$$

$$A \rightarrow bB / a / bSa / ba / bBa / aa / bSS1a / bS1a / bBS1a / aS1a / bBA1 / a A1 / bSa A1 / ba A1 / bBa A1 / aa A1 / bSS1aA1 / bS1a A1 / bBS1a A1 / aS1a A1$$

$$A1 \rightarrow Sa / SS1a / SaA1 / SS1aA1$$

$$B \rightarrow aS / a \}$$

L'étape des remplacements n'est pas terminée, il reste à remplacer A et S dans la règle de la variable S' et à remplacer S dans la règle de la variable A1

Enfin, il faudra ajouter la règle $X \rightarrow a$ et remplacer a par X partout où a n'apparaît pas seule (0.5pt)