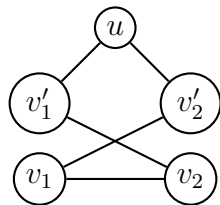


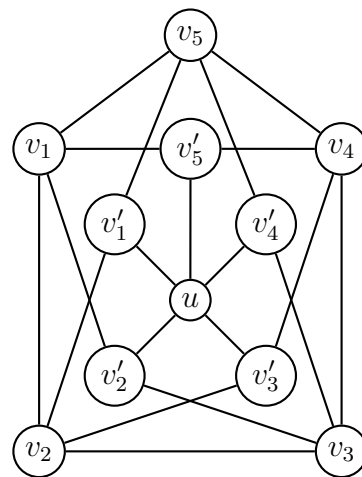
Série 1

26.09.2007

Exercice 1



G_1



G_2

- Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorer ces graphes ?
- Quel est le plus grand nombre de sommets deux à deux adjacents dans ces graphes ?

Question subsidiaire : Comment peut-on construire le graphe G_3 ? Répondre à a) et b) pour G_3 .

Exercice 2

- Peut-on toujours ramener un problème de coloration d'arêtes à un problème de coloration de sommets équivalent ? Si oui, justifier, sinon donner un contre-exemple.

- b) Est-ce que l'inverse de cette transformation peut être utilisé pour ramener un problème de coloration de sommets à un problème de coloration d'arêtes équivalent ? Si oui, justifier, sinon donner un contre-exemple.

Exercice 3

Pour colorer les sommets d'un graphe, on choisit la méthode suivante :

- (i) $i = 1$;
- (ii) tant qu'il reste des sommets à colorier
 - colorier le plus grand nombre possible de sommets avec la couleur i ;
 - ôter ces sommets ;
 - $i = i + 1$.

Est-on certain d'avoir un nombre minimum de couleurs ?

Si oui, justifier, sinon donner un contre-exemple.

Exercice 4

Construire un calendrier sportif pour une ligue de 8 équipes avec un nombre minimum de ruptures. Vérifier qu'on atteint ce minimum.

Corrigé 1

26.09.2007

Exercice 1

- a) Il faut 3 couleurs pour colorer G_1 et 4 pour colorer G_2 .
- b) La plus grande clique est de taille 2 dans le graphe G_1 ainsi que dans G_2 .

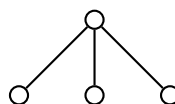
Question subsidiaire : On part de G_2 . Pour chaque sommet de G_2 on crée une copie. Un sommet copié est alors relié aux voisins du sommet de départ. On ajoute ensuite un sommet u qu'on relie à toutes les copies.

Il fallait remarquer que les sommets v_1, v_2, v_3, v_4 et v_5 de G_2 forment G_1 .

- a) Il faut 5 couleurs pour colorer G_3 .
- b) La plus grande clique est de taille 2.

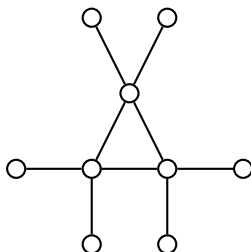
Exercice 2

- a) Oui, on crée un graphe auxiliaire G' à partir du graphe de départ G . Pour chaque arête de G , on crée un sommet dans G' . On relie ensuite 2 sommets de G' si les arêtes correspondantes sont adjacentes dans G . De cette façon, une coloration d'arêtes dans le graphe G correspond à une coloration de sommets dans G' et inversement.
- b) Non, par exemple on ne peut pas appliquer la transformation inverse à ce graphe :



Exercice 3

Cet algorithme n'est pas optimal, en effet il va colorer ce graphe en utilisant 4 couleurs, alors qu'on peut le faire en seulement 3 couleurs :



Exercice 4

Le calendrier suivant utilise que 7 jours (optimal) et a seulement 6 ruptures (optimal) :

					Profils :	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7
J1	$\overrightarrow{81}$	$\overrightarrow{27}$	$\overrightarrow{36}$	$\overrightarrow{45}$	équipe 1	H	A	H	A	H	A	H
J2	$\overrightarrow{82}$	$\overrightarrow{31}$	$\overrightarrow{47}$	$\overrightarrow{56}$	2	H	A	A	H	A	H	A
J3	$\overrightarrow{83}$	$\overrightarrow{42}$	$\overrightarrow{51}$	$\overrightarrow{67}$	3	A	H	H	A	H	A	H
J4	$\overrightarrow{84}$	$\overrightarrow{53}$	$\overrightarrow{62}$	$\overrightarrow{71}$	4	H	A	H	A	A	H	A
J5	$\overrightarrow{85}$	$\overrightarrow{64}$	$\overrightarrow{73}$	$\overrightarrow{12}$	5	A	H	A	H	H	A	H
J6	$\overrightarrow{86}$	$\overrightarrow{75}$	$\overrightarrow{14}$	$\overrightarrow{23}$	6	H	A	H	A	H	A	A
J7	$\overrightarrow{87}$	$\overrightarrow{16}$	$\overrightarrow{25}$	$\overrightarrow{34}$	7	A	H	A	H	A	H	H
					8	A	H	A	H	A	H	A