

Examen de Théorie des graphes

Durée 1h30

Exercice 1 (08 pts)

Le projet de création d'une entreprise informatique peut être organisé comme suit :

Tâches		Durée (jours)	Tâches antérieures
A	Démarches administratives	20	-
B	Recrutement	30	A
C	Aménagement des bureaux	40	A
D	Acquisition du mobilier	15	10j avant la fin de C
E	Acquisition des équipements informatiques	10	08j avant la fin de C
F	Acquisition de logiciels	5	C
G	Installation du mobilier	7	D
H	Installation des équipements informatiques	2	G, E
I	Installation des logiciels	2	I, F
J	Formation du personnel	15	B, I

- Établir le calendrier des tâches de ce projet (Donner les inéquations de précédence, le graphe potentiel-tâches, les dates au plus tôt et au plus tard de chaque tâche, et la durée minimale du projet).
- Si le fournisseur des équipements informatiques n'a pas les produits demandés en stock, il doit alors les commander. La livraison sera donc retardée de 10 jours supplémentaires. Quel sera alors l'impact de ce retard sur la durée du projet.

Exercice 2 (07 pts)

Soit $G=(X,E)$ un graphe simple tel que $|X| = n$, avec $p \geq 1$ composantes connexes.

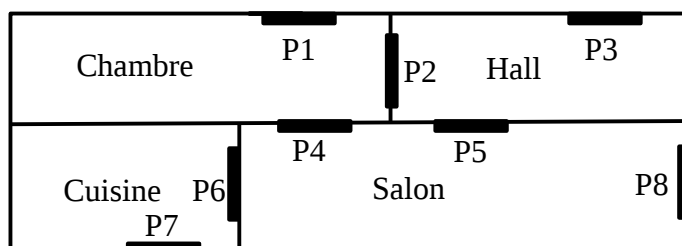
- Montrer que l'ajout d'une arête a pour conséquence :
 - Soit de diminuer le nombre de composantes connexes à $p-1$.
 - Soit de créer un cycle.

Soit $G_0 = (X, \emptyset)$ un graphe composé que de sommet isolés, le graphe $G_i=(X, E_i)$ est construit à partir de G_{i-1} auquel on ajoute un arête.

- En déduire le nombre minimum d'arêtes m tel que G_m soit un graphe connexe.
- Quel est le nombre maximum d'arêtes qu'on peut ajouter à G_0 sans créer de cycles ?
- On définit un **arbre** comme étant un graphe connexe et sans cycles. Quel est le nombre d'arêtes dans un arbre ?

Exercice 3 (05 pts)

Une porte, P_i , est soit ouverte soit fermée. Pour éviter les courants d'air une seule porte par pièce peut être ouverte simultanément. La maison dispose de 4 pièces selon le plan suivant :



Proposer une modélisation par un graphe afin de maximiser le nombre de portes ouvertes. Donner le l'approche qui permet de donner sa solution.