

## Examen de Théorie des graphes

Durée 1h30

### Exercice 1.

La réalisation d'un ouvrage composé des tâches  $A, B, C, D, E, F, G$  et  $H$ , dont les durées et les contraintes de précédence sont données dans le tableau ci-dessous :

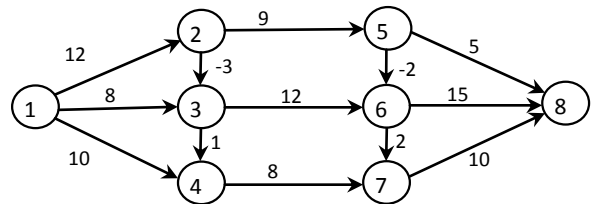
Tâches	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$G$	$H$
Durées	2	4	3	2	4	2	4	1
Tâches précédentes			$A$	$B$	$A$	$C, D$	$B$	$F, G$

- 1) Construire le graphe potentiel-tâches (MPM).
- 2) Donner le calendrier au plus tôt et la durée minimale de réalisation.
- 3) Donner le calendrier au plus tard, les marges et les tâches critiques.

### Exercice 2.

On considère le graphe pondéré ci-dessous.

- 1) Donner les sommets source(s) et puits de ce graphe ? Justifier votre réponse.
- 2) Partitionner le graphe en niveaux.
- 3) Appliquer l'algorithme le plus adéquat afin de trouver les chemins de poids minimaux en démarrant du sommet 1 puis du sommet 3.



### Exercice 3.

Soit  $G=(V,E)$  un graphe biparti avec bipartition  $V = X \cup Y$  de sommets.

- 1) Prouver qu'un graphe biparti ne contient pas de cycle de longueur impaire.
- Si le graphe  $G$  est régulier, c.à.d. chaque sommet a le même degré  $d > 0$ .
- 2) Montrer que : Les ensembles  $X$  et  $Y$  ont la même cardinalité

### Exercice 4.

Le jeu de la Tour de Hanoi est décrit comme suit :

1. Trois (03) tours A, B et C permettent d'empiler des disques les uns sur les autres ;
2. au départ,  $n$  disques sont empilés sur la tour A;
3. les disques sont de tailles différentes, allant du plus petit (1) au plus grand ( $n$ ).
4. sur une même tour, les disques ne peuvent être empilés de bas en haut que du plus grand au plus petit;
5. on ne peut déplacer qu'un disque à la fois.

Le jeu consiste à déplacer tous les disques de la tour A vers une autre tour. Modéliser ce jeu pour  $n = 3$  à l'aide d'un graphe.

*Bon Courage*