Série d'Exercices N° 4

Exercice 1

Soit le graphe orienté valué $G = (X, U, p)$ donné par la matrice ci-dessous :

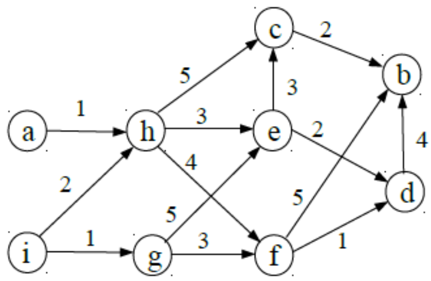
	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1		5		-4		2
2								
3		8			2		1	
4						-1		
5								
6		3						
7				2	1			
8		1						

Un élément $m_{ij}=k$ veut dire que le poids de l'arc (i, j) est k. Si m_{ij} est vide alors l'arc (i, j) n'existe pas.

1. Décomposer le graphe en niveaux.
2. Appliquer l'algorithme de Bellmann-Ford sur ce graphe à partir du (des) sommet(s) source(s) afin d'obtenir les chemins de poids minimaux.

Exercice 2.

Considérons le graphe G suivant :



1. Déterminer les niveaux de ce graphe

2. Donner la longueur des chemins minimaux reliant le sommet *a* aux autres sommets du graphe.

Exercice 3.

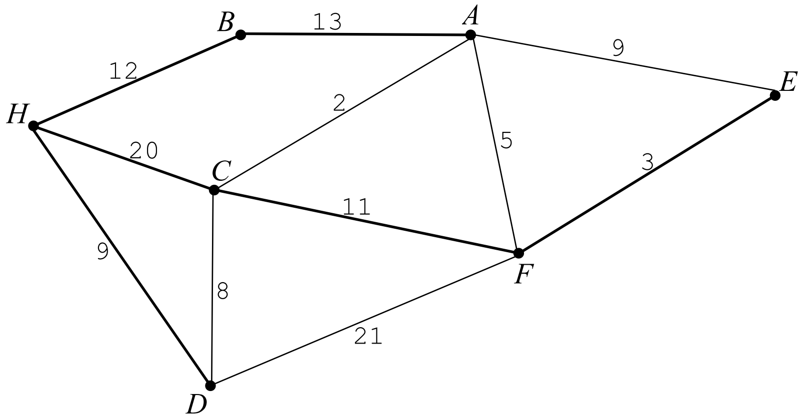
Soit un graphe orienté pondéré $G=(X, U, p)$. Nous donnons les poids associés aux arcs comme le montre le tableau ci-dessous.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1						1		
2							3	
3				4		9	2	
4	1							
5		1						
6				2				1
7		3			2	1		
8				3				

Appliquer l'algorithme le plus adéquat pour calculer les chemins de poids minimaux à partir du sommet 3.

Exercice 4.

Des touristes sont logés dans un hôtel *H*. Un guide fait visiter six (6) sites touristiques (*A*, *B*, *C*, *D*, *E* et *F*). Le graphe ci-dessous représente cette situation, où chaque sommet représente l'hôtel ou un site touristique et chaque arête représente l'existence de route entre les deux (2) endroits. L'étiquète sur l'arête représente la longueur de cette route.



1. Est-il possible pour ce guide, à partir de l'hôtel, d'emprunter toutes les routes (une seule et unique fois) ? Justifier. Si oui, où se terminera son parcours ?
2. Est-il possible au guide de visiter tous les sites une seule et unique fois et revenir à l'hôtel ? Justifier.
3. Déterminer le plus court chemin qui le mène de l'hôtel vers n'importe quel site.

Exercice 5.

L'algorithme de *Dijkstra* n'admet pas qu'il y ait des poids négatifs dans le graphe. On rajoute $+k$ au poids de chaque arc afin de les rendre tous positifs.

Est-il possible d'utiliser ce raisonnement pour résoudre le problème du chemin de poids optimal à l'aide de l'algorithme de *Dijkstra* dans des graphes ayant des poids négatifs.