**USTHB- Dept Informatique   Test Théorie des Langages   Juillet 2019

Matricule :   Nom :   Prénom :

Exercice 1

Donner une grammaire pour chacun des langages suivants :

1. **$L_1=\{(ba)^{2n+1}b^{3p+1}w / n\geq 1, p\geq 0, w\in\{0,1\}^+$ et $|w|\equiv 0[2]\}$**

$S \rightarrow ABC$
$A \rightarrow (ba)^2 A /$ bababa
$B \rightarrow b^3 B / b$
$C \rightarrow 0D / 1D$
$D \rightarrow OC / 1C / 0/1$

2. **$L_2=\{(ba)^{2n+1}b^{3p+1}w / n\geq 1, p\geq 0, w\in\{0,1\}^*$ et $|w|=n\}$**

$S \rightarrow (ba)^2 S 0 / (ba)^2 S 1 / (ba)^3B0/(ba)^3B1$
$B \rightarrow b^3 B / b$

3. **$L_3=\{(ba)^{2n+1}b^{3p+1}w / n\geq 1, p\geq 0, w\in\{0,1\}^*$ et $n+p\geq|w|\}$**

$S \rightarrow (ba)^2 S 0 / (ba)^2 S 1 / (ba)^2 S / (ba)^3B0 /(ba)^3B1$
$B \rightarrow b^3 B 0 / b^3 B 1 / b^3 B / b$

4. L_4=l'ensemble des **termes de la logiques des prédicats** sur l'alphabet {(,), \, x, a, f} où x, a et f représentent respectivement une variable, une constante et un symbole de fonction. \, désigne la virgule.
Rappel : Un terme est une **constante** ou une **variable** ou un terme composé **$f(t_1, \ldots, t_n)$** où les arguments **t_i**(i=1…n) sont des termes.

<terme> → x / a/ f(<suiteTermes>)/ f()
<suiteTermes> → <terme>, <suiteTermes>/ <terme>

T={(,), \, x, a, f}
N={<terme>, <suiteTermes>}
Axiome : <terme>

Exercice 2

Soit une grammaire G=({a,b, c, d}, {S, A, B}, S, P) tq P est défini par :

$S\rightarrow aSbb / BA$ $A\rightarrow bcA / bcBB$ $B\rightarrow Bda/da$

Soit A un non-terminal, on note $L_G(A)$ l'ensemble des mots dérivables à partir du non-terminal A et défini comme suit : $L_G(A) =\{w / w \in T^*$ et $A \Rightarrow^* w\}$

1. **Déterminer $L_G(B)$et $L_G(A)$.**

$B \Rightarrow B(da)^n \Rightarrow da(da)^n= (da)^{n+1}$ $n\geq 0$ (I)   Donc $L_G(B)\{ (da)^{n+1}/n\geq 0\}$

$A \Rightarrow (bc)^pA \Rightarrow (bc)^p\, bcBB$ $p\geq 0$ (II)

Remplacer (I) dans (II) : $A \Rightarrow^* (bc)^p\, bc(da)^{n1+1}(da)^{n2+1}$

Donc $L_G(A)=\{ (bc)^{p+1} (da)^{n1+1}(da)^{n2+1} /p,n1, n2\geq 0\}$

$=\{ (bc)^{p+1} (da)^{n+2} /p,n\geq 0\}$

2. **Donner le langage généré par la grammaire G**.

S $\Rightarrow a^k S(bb)^k \Rightarrow a^k BA(bb)^k$ $k \geq 0$ (III)

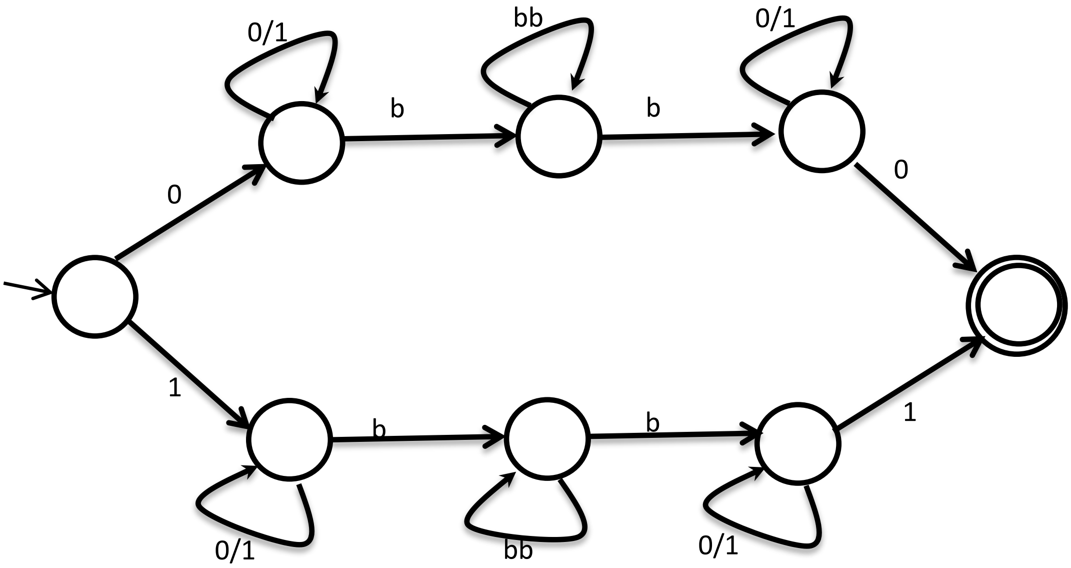
Remplacer (I) et (II) dans (III) : $S \Rightarrow^* a^k(da)^{n+1}(bc)^{p+1}(da)^{l+2} b^{2K}$

Donc $L_G(S)=\{ S \Rightarrow^* a^k(da)^{n+1}(bc)^{p+1}(da)^{l+2}b^{2k}/k, p,l \geq 0\}$

Exercice 3

1. **Donner un automate d'états fini reconnaissant le langage suivant :**
   $L_4 = \{w_1 b^{2m+2} w_2 / m \geq 0, w_1, w_2 \in \{0,1\}^+$ et la première lettre de w_1 est identique à la dernière lettre de $w_2\}$

   (w1 commence par 0 et w2 se termine par 0) ou (w1 commence par 1 et w2 se termine par 1).

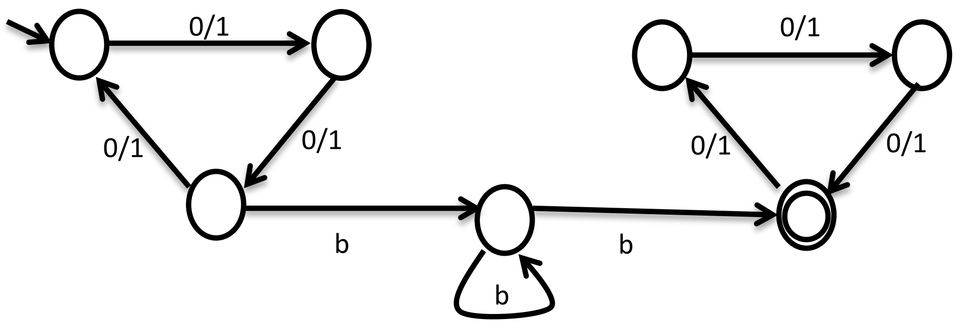


2. **Donner une expression régulière dénotant le langage L_4.**

   E=0(0+1)*bb(bb)*(0+1)*0+ 1(0+1)*bb(bb)*(0+1)*1

3. **Donner un automate d'états finis reconnaissant le langage suivant :**
   $L_5 = \{ w_1 b^{m+2} w_2 / m \geq 0, w_1, w_2 \in \{0,1\}^*$ et $|w_1|+|w_2| \equiv 2[3]\}$

   $|w_1|+|w_2| \equiv 2[3]$ ssi ($|w_1| \equiv 2[3]$ et $|w_2| \equiv 0[3]$)
   ou ($|w_1| \equiv 0[3]$ et $|w_2| \equiv 2[3]$)
   ou ($|w_1| \equiv 1[3]$ et $|w_2| \equiv 1[3]$)
   Je donne l'AEF du 1[er] cas et vous devez le compléter pour intégrer les 2 autres cas.



4. Donner une expression régulière dénotant l'ensemble des nombres de l'intervalle [345, 877].

   E=3**(4[5-9]+[5-9][0-9])** +[4-7][0-9][0-9]+8**([0-6][0-9] +7[0-7])**