Ecole Nationale Supérieure en Informatique Dimanche 09 Novembre 2018

Contrôle Intermédiaire
Théorie des langages de programmation
1 C.S.

Durée : 2H.
Tous Documents Interdits

EXERCICE 1 : (5 Pts)

On définit l'opération SM(L) comme suit:

1. Supprimer chaque mot de longueur pair de L
2. Pour chaque mot de longueur impair, supprimer le caractère du milieu

Par exemple si L = {001, 1100, 10101}, alors SM(L) = {01, 1001}. Le mot 1100 est supprimé car de longueur pair. On supprime le caractère du milieu pour le mot 001 et 10101 donnant respectivement 01 et 1001.

Soit $L_1 = \{ (01)^k\, 0, k \geq 0\}$.

1. De quel type est ce langage ? **Langage régulier, Type 3, Rationnel. (1 Pt)**
2. Donner la grammaire du langage L_1 **(1 Pt)**

S → 01 S | 0	S → 0 A | 0 A → 1 S	S → A 0 A → A 01 | ε

3. Donner la grammaire de $SM(L_1)$ **(2 Pts)**

Le langage de LM(L1) est :

$LM(L_1) = \{ (01)^n(00)^k(10)^n; n \geq 0;\ k \leq 1\}$

$LM(L_1) = \{(01)^n 0 (01)^n 0\ ; n \geq 0\} \cup \{ (01)^n (01)^n\ ; n \geq 0\}$

$LM(L_1) = \{0(10)^n 0\, (10)^n\ ; n \geq 0\} \cup \{ (01)^n (01)^n\ ; n \geq 0\}$

La grammaire de LM(L1)

S → 01 S 10 | 00 | ε	S → A | B 0 A → 01 A 01 |ε B → 01 B 01 | 0

4. De quel type est ce langage ? **(1 PT)**

- Type 2
- Langage algébrique
- Langage à contexte libre

EXERCICE 2 : (5 Pts)

Soit E l'expression régulière suivante E = (0∪10)*. Trouver dans les expressions suivantes celle(s) qui dénote(nt) le complément de L((0∪10)*). Justifier.

1. (0∪1)*11(0∪1)*
2. (0∪10)*11(0∪1)* ∪ (0∪1)*1
3. (0∪10)*11(0∪10)*
4. (0∪1)*11(0∪10)* ∪ (0∪10)*1
5. Aucune.

1. E_1 ne dénote pas le complément de E **(0.25)**. $01 \notin L(E)$ et $01 \notin L(E_1) \Rightarrow L(E) \cup L(E_1) \neq X^*$ **(0.25)**

2. E_2 dénote le complément de E **(0.5)**:

$L(E) \cap L(E_2) = \phi$. Les mots de L(E) contiennent 11 comme facteur et ceux de $L(E_2)$ non. **(1Pt)**

$L(E) \cup L(E_2) = X^*$.

a. $L(E) \cup L(E_2) \subseteq X^*$ par définition **(0.5)**
b. $X^* \subseteq L(E) \cup L(E_2)$ Démonstration par récurrence sur la taille des mots. **(1.5 Pts)**

3. E_2 ne dénote pas le complément de E **(0.25)**. $01 \notin L(E)$ et $01 \notin L(E_1) \Rightarrow L(E) \cup L(E_1) \neq X^*$ **(0.25)**

4. E_3 ne dénote pas le complément de E **(0.25)**. $1101 \notin L(E)$ et $1101 \notin L(E_1) \Rightarrow L(E) \cup L(E_1) \neq X^*$ **(0.25)**

EXERCICE 3 : (4 Pts)
Donner les grammaires engendrant les deux langages suivants (Ne pas justifier):

$L_1 = \{a^i\, b^{2n}\, c^n\, a^j,\ i>3j\}$ **(2 Pts)**

$S \rightarrow aaaSa/aS/aA$

$A \rightarrow bbAc/e$

$L_2 = \{a^n\, b^m\, w$ tq $m-|w| \equiv 1[3],\ w \in \{d\}^*\}$ **(2 Pts)**

$S \rightarrow aS/A$

$A \rightarrow bB/\ A_w$

$B \rightarrow bC/B_w$

$C \rightarrow bA/C_w$

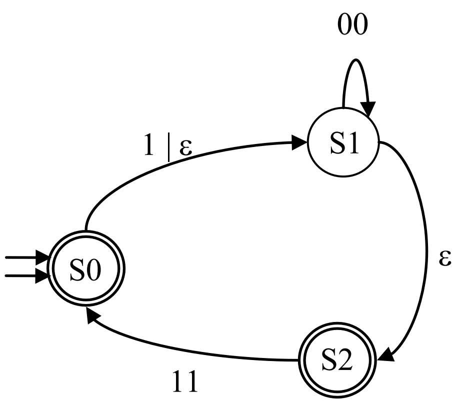
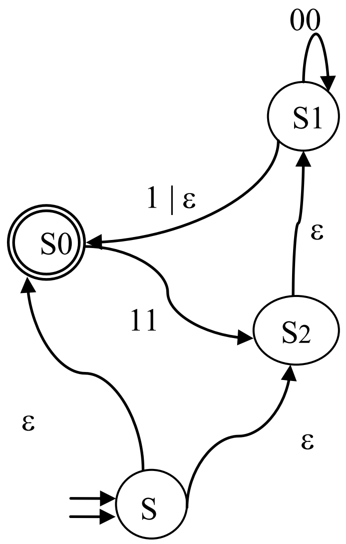
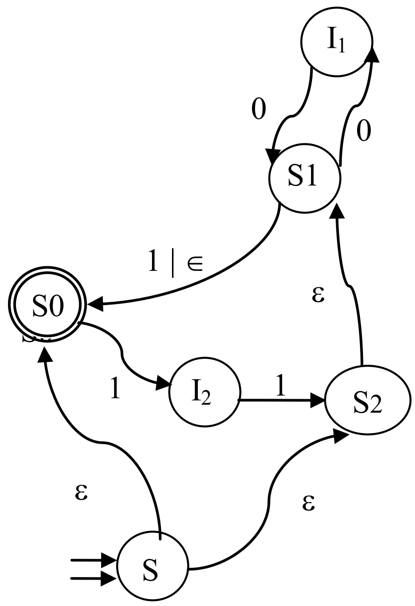
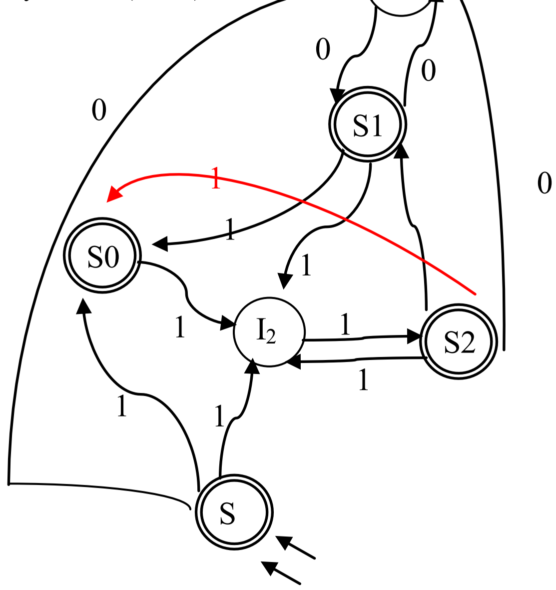
$A_w \rightarrow dC/$

$B_w \rightarrow dA/\ \varepsilon$

$C_w \rightarrow dB$

EXERCICE 4 : (6 pts)

Soit A_G<X^*, S, S_0, F, II>, un automate généralisé où : X = {a, b, c}, S = {S_0, S_1, S_2}, F={S_2}, et II :

<table>
<tr><td>Automate A_{PG}</td><td>Automate Miroir de A_{PG} (1 Pt)</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>0.5 par transition ε supprimée.
Il y en a 4 (2 Pts)

</td></tr>
</table>

Il faut rendre A^R déterministe complet **(2Pts)**

Etat	**0**	**1**
S (EI et EF)	I_1	$S_0 I_2$
I_1	S_1	P
$S_0 I_2$ (EF)	P	$S_2 I_2$
S_1 (EF)	I_1	$S_0 I_2$
$S_2 I_2$ (EF)	I_1	$S_0 S_2 I_2$
$S_0 S_2 I_2$ (EF)	I_1	$S_0 S_2 I_2$
P	P	P

Le complément de A^R **(1pt)** .

Etat	**0**	**1**
S (EI)	I_1	$S_0 I_2$
I_1(EF)	S_1	P
$S_0 I_2$	P	$S_2 I_2$
S_1	I_1	$S_0 I_2$
$S_2 I_2$	I_1	$S_0 S_2 I_2$
$S_0 S_2 I_2$	I_1	$S_0 S_2 I_2$
P (EF)	P	P