U.S.T.H.B., F.E.I.
Département Informatique
L3 (S5) Informatique Générale

14 Janvier 2018

Examen Final de Théorie des Graphes

Durée 1h30'

Exercice 1. (06 *pts.*)

Un projet requiert la réalisation de neuf (09) activités, le tableau suivant donne pour chaque activité, le temps (en jours) requis et les contraintes de précédence entre les tâches.

Tâche	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Durée	3	6	5	8	5	4	6	2	10
Tâche antérieure	-	-	-	1, 2	1, 2	2, 3	4	3, 7	5, 6

1. Donner la représentation du problème en graphe MPM (Potentiel-tâches).
2. Donner les dates de début au plus tôt de chaque tâche et la durée optimale du projet.
3. Donner les dates au plus tard, et déduire les taches critiques.

Exercice 2. (06 *pts.*)

On considère un réseau de transport constitué de sept (07) sommets. Le tableau ci-dessous donne pour chaque arc sa capacité ainsi qu'un flot initial (quelques flux pour certains arcs). Les sommets *e* et *s* sont respectivement l'entrée et la sortie du réseau.

Arc	(e,1)	(e,2)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(2,5)	(4,3)	(5,4)	(3,s)	(4,s)	(5,s)
Capacité	7	5	5	2	7	1	2	2	2	3	4	6
Flot f (flux des arcs)	5	?	?	2	?	1	?	0	0	?	2	2

1. Dessiner le réseau et compléter sur le dessin le flot f (en donnant les valeurs des flux manquants : là où il y a un « ? ») pour qu'il soit compatible (réalisable).
2. Appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson pour trouver le flot maximal à partir de f.

Exercice 3. (04 *pts.*)

Tout graphe contenant un triangle (K_3) ne peut pas être coloré (sommets) en moins de trois couleurs.

1. Construire un graphe sans K_3 qui nécessite également trois couleurs.
2. Comment à partir du graphe précédent, construire un graphe (en rajoutant des sommets et/ou des arêtes) sans K_4 nécessitant 4 couleurs.
3. Même question pour un graphe sans K_5 nécessitant 5 couleurs.

Exercice 4. (04 *pts.*)

Soit $G=(X, E)$ un graphe non orienté simple d'ordre $n \geq 2$.

Montrer que si $\forall x \in X,\ d_G(x) \geq (n \;/\; 2)$, Alors G est connexe. Où / est la division entière. Discuter par rapport à la parité de n.

Bon courage