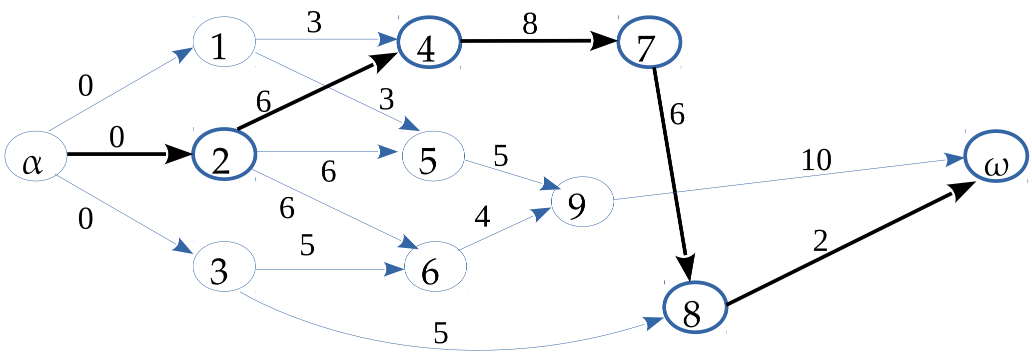
Corrigé de l'examen de Théorie des Graphe
L3, Lic. Informatique
2017-2018

Exercice 1.

1. La représentation du problème par un graphe potentiel-tâches (MPM)



2. Les dates au plus tôt :

$t_1 = t_2 = t_3 = 0$,
$t_4 = t_5 = t_6 = 6$,
$t_7 = 14$, $t_8 = 20$, $t_9 = 11$.
La durée minimale du projet = 22.

3. Les dates au plus tard :

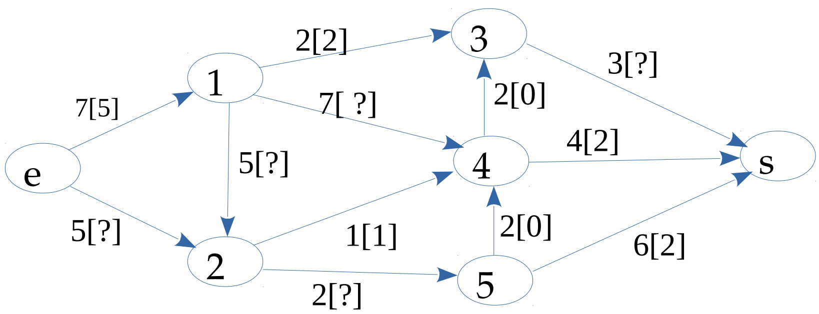
$T_\omega = 22$, $T_9 = T_\omega - 10 = 22 - 10 = 12$,

$T_8 = T_\omega - 2 = 22 - 2 = 20 = \mathbf{t_8}$ *

$T_7 = T_8 - 6 = 20 - 6 = 14 = \mathbf{t_7}$ *
$T_6 = T_9 - 4 = 12 - 4 = 8$
$T_5 = T_9 - 5 = 12 - 5 = 7$
$T_4 = T_7 - 8 = 14 - 8 = 6 = \mathbf{t_4}$ *
$T_3 = \min\{T_8 - 5, T_6 - 5\} = \min\{22\text{-}5, 8\text{-}5\} = 3$
$T_2 = \min\{T_4 - 6, T_5 - 6, T_6 - 6\} = \min\{6\text{-}6, 7\text{-}6, 8\text{-}6\} = 0 = \mathbf{t_2}$ *
$T_1 = \min\{T_4 - 3, T_5 - 3\} = \min\{6\text{-}3, 7\text{-}3\} = 3$
Les tâches 2, 4, 7 et 8 sont critiques.

Exercice 2.

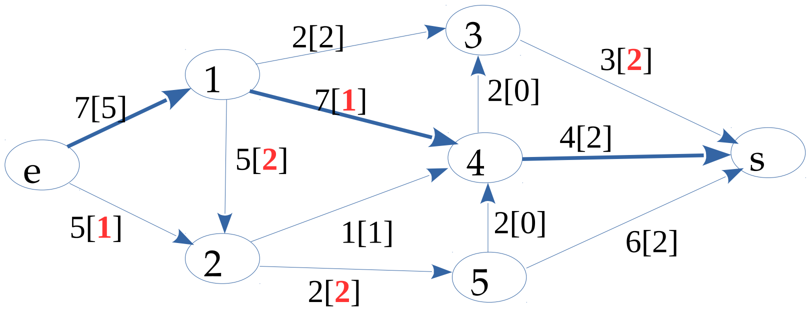
1.



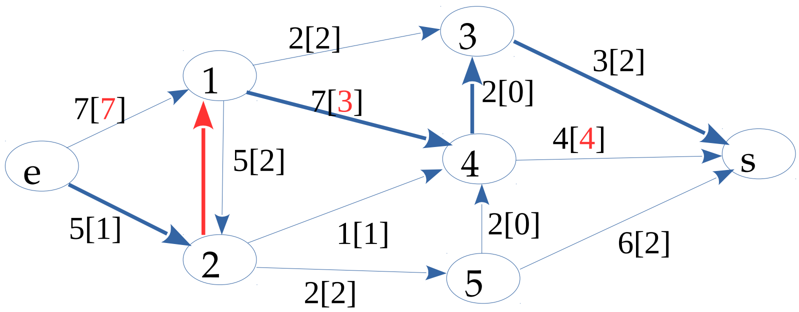
On appliquant le principe de conservation des flux on a :

(1)	$f(e,1) = f(1,2) + f(1,3) + f(1,4)$	$5 = f(1,2) + 2 + f(1,4)$		
(2)	$f(e,2) + f(1,2) = f(2,4) + f(2,5)$	$f(e,2) + f(1,2) = 1 + f(2,5)$		
(3)	$f(1,3) + f(4,3) = f(3,s)$	$2 + 0 = f(3,S)$	=>	$f(3,s) = 2$
(4)	$f(1,4) + f(2,4) + f(5,4) = f(4,3) + f(4,s)$	$f(1,4) + 1 + 0 = 0 + 2$	=>	$f(1,4) = 1$
(5)	$f(2,5) = f(5,4) + f(5,s)$	$f(2,5) = 0 + 2 = 2$		

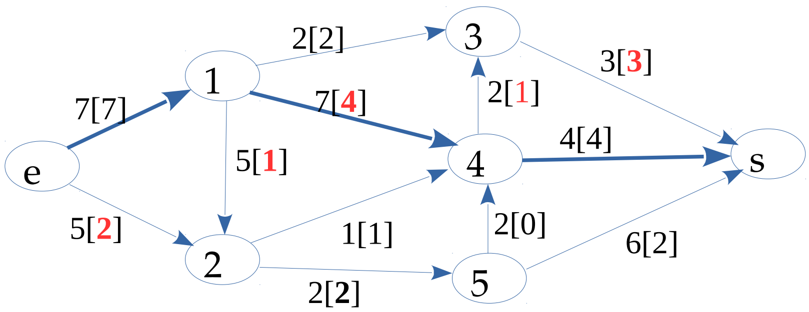
de (1) et (4) on a $f(1,2) = 2$ (*)
de (2) et (*) et (5) on a $f(e,2) = 1$.



2. Le chemin e-1-4-s et un chemin d'augmentation, la plus petite capacité résiduelle est égale à 2. le flux sur les arc (e,1), (1,4) et (4,s) est donc augmenté de 2 (en rouge les nouvelles valeurs).

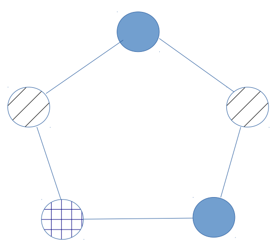


Le chemin e-2-1-4-3-s est un chemin d'augmentation, la capacité résiduelle est égale à 1. les flux sur les arcs de ce chemin peuvent être augmenté donc de 1.

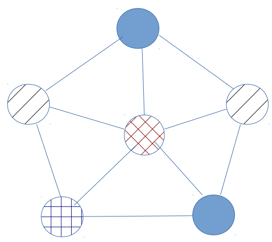


Exercice 3.

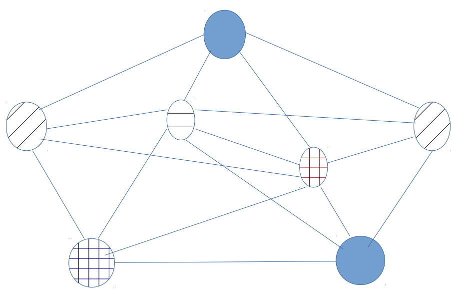
1. Le graphe, sans K_3, nécessitant 03 couleurs est :



2. si nous ajoutant un sommet qu'on relie à tous les autres sommets du graphe précédent, ce sommet ne pourra prendre aucune des couleur des 05 sommets, le graphe nécessitera donc 04 couleurs sans qu'il n'ait de K_4



3. De même on obtient le graphe nécessitant 05 couleurs sans qu'il ait de K5 en ajoutant un sommet qu'on relie à tous les autres sommet du graphe de la question 2.



Exercice 4.

On considère un sommet *x* quelconque, d(x) ? n/2

soit A l'ensemble des voisins de *x* et B l'ensemble de sommets non reliés à *x*,

|A| ? n/2 et |B| ? n/2, l'égalité peut être vérifiée seulement si n est impair.

Considérons maintenant un sommet y ∈ B étant donné que d(y) ? n/2 aussi, il doit forcément avoir un voisin dans A, il existe alors une chaîne reliant x et y.

Le graphe est donc connexe.