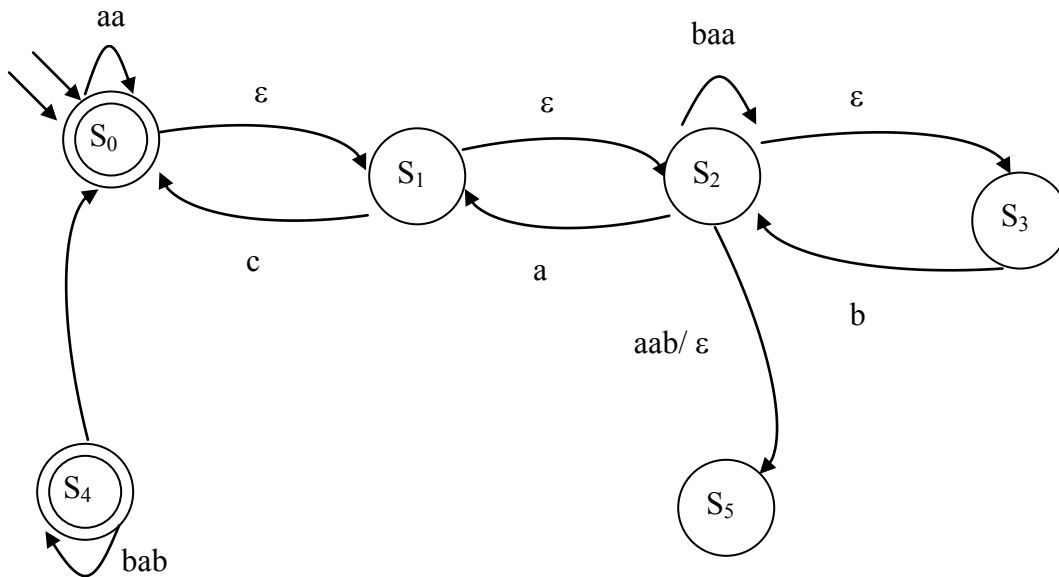


Contrôle IntermédiaireDurée 2 heures    Tout document interditExercice I. (8 Pts)

Soit  $A$  l'automate d'états finis suivant où  $X=\{a, b, c\}$ :



1. Donner la grammaire régulière droite du complément de  $L(A)$ .
2. Donner la grammaire régulière gauche du complément de  $L(A)$ .
3. Donner la grammaire régulière droite du miroir de  $L(A)$ .

Donner toutes les étapes

Exercice II. (1-1-2,5 points)

1. Donner la grammaire d'un des deux langages suivants :

$$L_1 = \{a^{2i} w b^j \text{ avec } w \in \{c,d\}^* \text{ et } |w| \equiv 1[3]\}$$

$$L_2 = \{a^n b^p / n \equiv p \bmod 3\} \quad (1 \text{ point})$$

2. Donner la grammaire du langage  $L_3 = \{a^i c^k b^j \mid k \geq i+j\}$

3. Donner la grammaire d'un des deux langages suivants

$$L_4 = L_1 \cap L_3$$

$$L_5 = \{ww' \text{ avec } w' \text{ facteur gauche de } w, w \in \{a, b\}^*\}$$

Exercice III. (2 -2,5)

Donner les automates les plus adéquats reconnaissant les langages suivants :

1.  $L_1 = \{(01)^i a^n (10)^j (01)^j b^n (10)^i \mid i, j \geq 0 \text{ et } n > 0\}$
2.  $L_2 = \{(01)^i (10)^j (01)^j (10)^i \mid i, j \geq 0\}$

Exercice V. (3 Pts)

Montrer que la classe des langages rationnels est fermée par rapport à l'homomorphisme (si  $L$  est un langage rationnel alors  $L' = h(L) = \{h(w) \mid w \in L\}$  est également rationnel).

Par exemple pour  $E = a^*b^*$  avec  $h(a)=0$  et  $h(b)=11$ , on a  $E' = h(E) = 0^*(11)^*$ .

Pour la démonstration, utiliser la définition récursive des expressions régulières