

Module : Théorie des Langages.  
 Filière : LI- S4

Année : 2019-2020  
 Document : Série 5-6

## Chapitre 5-6 : Automate à pile et Langage algébrique

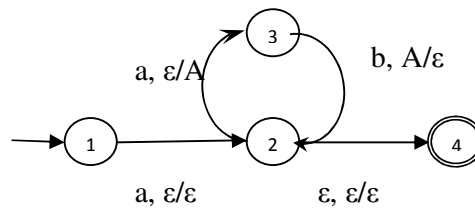
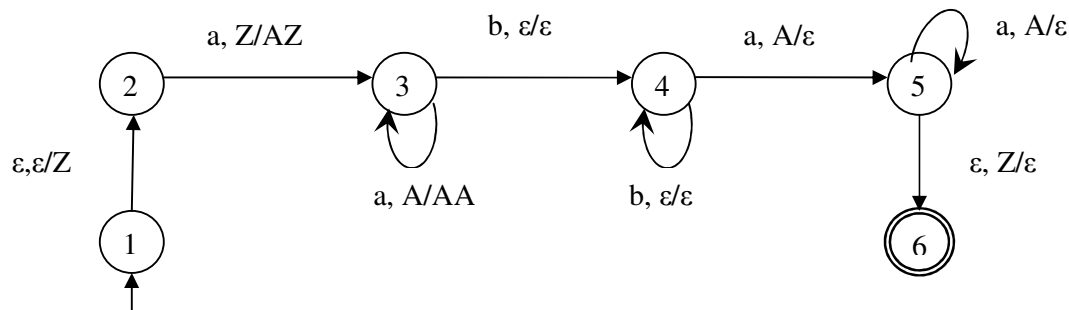
### Exercice 01

Trouver un automate à pile qui reconnaît les langages :

1.  $L_1 = \{0^n 1^m 0^n / n, m \in \mathbb{N}\}$
2.  $L_2 = \{0^n 1^m / n, m \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq m\}$
3.  $L_3 = \{w \in \{a, b\}^*, |w|_a = |w|_b\}$
4.  $L_4 = \{w \in \{a, b, c\}^*, w = w_1 c w_1^R \text{ avec } w_1 \in \{a, b\}^*\}$
5.  $L_5 = \{w \in \{a, b, c\}^*, w = w_1 w_1^R \text{ avec } w_1 \in \{a, b\}^*\}$
6.  $L_6 = \{0^n 1^m 2^{n+m} / n, m \in \mathbb{N}\}$
7.  $L_7 = \{w \in \{a, b\}^*, w = w_1 a^i b^i w_1^R \text{ avec } w_1 \in \{a, b\}^*, i \geq 0\}$

### Exercice 02

1. Quel est le langage accepté par ces automates à pile?



### Exercice 03 : Grammaire Propre et réduite

Réduire puis rendre propre les grammaires suivantes

- a)  $S \rightarrow aAa \mid bBb \mid dC \mid \varepsilon$   
 $A \rightarrow B \mid aAa \mid \varepsilon$   
 $B \rightarrow A \mid bBb \mid \varepsilon$   
 $C \rightarrow aC \mid Cb$   
 $D \rightarrow aA \mid Db$

- b)  $S \rightarrow AB \mid EaE$   
 $A \rightarrow Aa \mid aB$   
 $B \rightarrow bB \mid aA$   
 $C \rightarrow AB \mid aS$   
 $E \rightarrow D$   
 $D \rightarrow dD \mid \varepsilon$

**Exercice 04: Forme normale de Chomsky**

Transformez les grammaires hors contexte  $G (T, N, S, P)$  suivante en FNC :

1.  $N = \{S, T\}, T = \{a, b\}, P = \{ S \rightarrow SSS/T/\epsilon, T \rightarrow a/aT/bbT \}$
2.  $N = \{N, M, S\}, T = \{a, b, 0, 1, *\}, P = \{ S \rightarrow M^*M, M \rightarrow a/b/ N, N \rightarrow 0N/1N/\epsilon \}$

**Exercice 05: Forme normale de Greibach et AP**

1. Mettre la grammaire suivante sous forme normale de *Greibach* :

$G = (\{E, T, F, P\} \{+, *, id, (, ), ;\}, E, R)$  avec

$R = \{$   
 $E \rightarrow E + T / T$   
 $T \rightarrow T^* F / F$   
 $F \rightarrow P ; F / P$   
 $P \rightarrow (E) / id \quad \}$

2. Trouver un automate à pile qui reconnaît  $L(G)$ .

**Exercice 06 : Lemme de la double étoile**

1. Montrer que le langage  $L1 = \{a^i b^j c^j b^i, i \geq 0, j \geq 1\}$  est algébrique.
2. Montrer que le langage  $L2 = \{a^i b^i c^i a^i, i \geq 1\}$  n'est pas algébrique.