

#### Exercice 4

Donner la grammaire de l'ensemble suivant :

3/  $L_3$  = L'ensemble des nombres binaires de longueur paire.

#### Corrigé

On peut énumérer les premiers du langage

$L_3 = \{00, 01, 10, 11, 0000, 0001, 0010, 0011, \dots\}$

Soit  $w = 01001011 \in L_3$

On peut voir le mot  $w = 01001011$  comme la concaténation des:

- deux premiers symboles **01**
- et le reste du mot **001011** qui est de longueur paire (et  $\neq \epsilon$ ) et donc appartient à  $L_3$ .

On peut décrire les mots de  $L_3$  comme suit :

$L_3 = \{abw/a, b \in \{0, 1\} \text{ et } w \in L_3\} \cup \{00, 01, 10, 11\}$ .

On va générer les mots de  $L_3$  deux par deux et on aura alors un mot de longueur paire.

Donc  $G_3 = (\{a, b\}, \{binP\}, binP, P_3)$  où  $P_3$  est défini par :

$binP \rightarrow 00 \ binP / 01 \ binP / 10 \ binP / 11 \ binP$

$binP \rightarrow 00/01/10/11$ .

Une autre façon de décomposer les mots de  $L_3$  est de considérer le premier symbole et le dernier symbole du mot comme on le voit sur l'exemple suivant :

$w = 01001011 = 01001011$  et le sous mot **100101**  $\in L_3$

On peut décrire les mots de  $L_3$  comme suit :

$L_3 = \{awb/a, b \in \{0, 1\} \text{ et } w \in L_3\} \cup \{00, 01, 10, 11\}$

Donc, on peut donner une autre grammaire qui génère  $L_3$  :

$G'_3 = (\{a, b\}, \{binP\}, binP, P'_3)$  où  $P'_3$  est :

$binP \rightarrow 0 \ binP \ 0 / 0 \ binP \ 1 / 1 \ binP \ 0 / 1 \ binP \ 1 / 00/01/10/11$

#### Remarque

Les grammaires  $G_3$  et  $G'_3$  sont équivalentes car elles génèrent le même langage.