

# Partie 1

1. Voici les productions d'une grammaire :

$S \rightarrow a A B \mid b$

$A \rightarrow B A \mid a$

$B \rightarrow a A B \mid A B \mid a$

Cette grammaire est sous :

- FNC
- FNG
- FNC et FNG
- **Aucune des deux formes (0.25)**

2. On a appliqué une opération sur une grammaire algébrique, ce qui rend l'axiome inaccessible. Quelle est cette opération ?

- Élimination de l'épsilon
- Suppression des variables non productives
- Suppression des productions unitaires
- **Cette opération n'existe pas (0.25)**

3. On souhaite réduire une grammaire algébrique,  $G$ , l'axiome est non productif. Que peut-on faire ?

- Laisser la grammaire telle qu'elle est
- Appliquer la réduction sur toutes les variables sauf l'axiome
- **Déduire que l'ensemble des productions est vide (0.25)**

4. Voici une production d'une grammaire :

$A \rightarrow A a B \mid A B B \mid c$

On a demandé à deux personnes de trouver une (des) production(s) équivalentes sans récursivité à gauche. Ils ont donné les productions suivantes :

P1	P2
$A \rightarrow c A' \mid c$ $A' \rightarrow a B A' \mid B B A' \mid a B \mid B B$	$A \rightarrow c A'$ $A' \rightarrow a B A' \mid B B A' \mid \varepsilon$

Quelle est la réponse juste :

- P1
- P2
- **Les deux (0.5) ou 0.25 si la réponse est a ou b**
- Aucune

5. On a une grammaire algébrique  $G \langle X, V, P, S \rangle$  et un mot  $w$  qui accepte plus d'une dérivation dans cette grammaire. Laquelle ou lesquelles des proposition(s) suivante(s) sont vraies :

- **Le mot  $w$  est ambigu. (0.25)**
- Le mot  $w$  peut être ambigu
- **La grammaire  $G$  est ambiguë (0.25)**
- La grammaire  $G$  peut être ambiguë

- Le langage  $L(G)$  est ambigu
- **Le langage  $L(G)$  peut être ambigu (0.25)**

Soit  $G = \langle X, V, P, S \rangle$  la grammaire suivante:

$S \rightarrow a A b B \mid \mathbf{Ab} \mid AC \mid CD$

$A \rightarrow a A b \mid Bb$

$B \rightarrow B b a B \mid S a a \mid \varepsilon$

$C \rightarrow S a C \mid a b C$

$D \rightarrow a a D \mid a$

## Partie 2

### Exercice 1

#### Grammaire propre : (1.5)

$C$  : non productive, suppression **(0.25)**

Suppression  $S \rightarrow AC \mid CD$  **(0.25)**

$D$  : non accessible **(0.25)**

Epsilon-libre (les productions qu'on ajoute) :

$B \rightarrow B b a \mid b a B \mid b a$  **(0.25)**

$A \rightarrow b$  **(0.25)**

$S \rightarrow a A b$  **(0.25)**

#### FNC (1.5) :

$S \rightarrow X_1 X_2 \mid A X_3 \mid X_1 X_4$  **(0.25)**

$A \rightarrow X_2 X_4 \mid B X_3 \mid b$  **(0.25)**

$B \rightarrow B X_5 \mid S X_6 \mid B X_7 \mid X_3 X_8$  **(0.25)**

$X_1 \rightarrow a$

$X_2 \rightarrow A X_9$  **(0.25)**

$X_3 \rightarrow b$

$X_4 \rightarrow A X_3$

$X_5 \rightarrow X_3 X_8$  **(0.25)**

$X_6 \rightarrow X_1 X_1$

$X_7 \rightarrow X_2 X_1$

$X_8 \rightarrow X_1 B$

$X_9 \rightarrow X_3 B$

**(0.25) pour le reste si la moitié est juste**

#### FNG (2) :

Notre grammaire propre est :

$S \rightarrow a A b B \mid a A b \mid A b$

$A \rightarrow a A b \mid Bb \mid b$

$B \rightarrow B b a B \mid S a a \mid B b a \mid b a B \mid b a$

**S < A < B < B < S**

**B < B**

$B \rightarrow baB' | baBB' | SaaB' | ba | baB | Saa$  (0.25) + (0.25)

$B' \rightarrow baBB' | baB' | baB | ba$  (0.25) + (0.25)

**A < B** (0.25 pour un remplacement avec exemple)

$A \rightarrow aAb | b | baB'b | baBB'b | SaaB'b | bab | baBb | Saa b$

**S < A**

$S \rightarrow aAbB | aAb | aAb b | bb | baB'bb | baBB'bb | SaaB'bb | bab b | baB b b$   
 $| Saa b b$

**S < S** (0.25 si l'étudiant a détecté qu'il y a une récursivité indirecte)

$S \rightarrow aAbBS' | aAbS' | aAb b S' | bbS' | baB'bbS' | baBB'bbS' | bab b S'$   
 $| baB b b S' | aAbB | aAb | aAb b | bb | baB'bb | baBB'bb | bab b | baB b$   
 $S' \rightarrow a a B' b b S' | a a b b S' | S a a B' b b | S a a b b$

(0.25 pour le reste des remplacements, il suffit de les mentionner )

$B < S$

$A < S$

$S' < S$

Remplacer a et b avec des variables (0.25)

**Automate à pile**

**Notre grammaire propre est :**

$S \rightarrow a A b B | a A b | A b$

$A \rightarrow a A b | B b | b$

$B \rightarrow B b a B | S a a | B b a | b a B | b a$

(0.25 si la grammaire utilisée est réduite)

**Automate à pile**

**# S0 → # S S1** (0.25 enpilement de l'axiome)

(0.25 si 3+ sont justes)

**S S1 → b A a S1**

**S S1 → b A S1**

**A S1 → b A a S1**

**A S1 → b B S1**

$A S1 \rightarrow b S1$   
 $B S1 \rightarrow B a b B S1$   
 $B S1 \rightarrow a a S S1$   
 $B S1 \rightarrow a b B S1$   
 $B S1 \rightarrow b a B S1$   
 $B S1 \rightarrow b a S1$

$a S1 a \rightarrow S1$  (0.25 dépilement)  
 $b S1 b \rightarrow S1$

## Exercice 2

### Question 2:

<p>Empilement des "a"</p> <p><math>\#S_0 a \rightarrow \#a S_0</math>  <math>a S_0 a \rightarrow aa S_0</math></p> <p>Pas de "a" Cas "&gt;" par des "b"</p> <p><math>\#S_0 b \rightarrow \#S_1</math></p> <p>Pas de "a" Cas "&gt;" par des "c"</p> <p><math>\#S_0 c \rightarrow \#S_4</math></p> <p>branchement pour compter 3 "a" et "b"</p> <p><math>a S_0 b \rightarrow a S_2</math>  <math>a S_0 c \rightarrow a S_5</math></p> <p>Cas "&gt;" par des "b"</p> <p><math>\#S_1 b \rightarrow \#S_1</math></p> <p>Cas "&gt;" des "b" ensuite des "c"</p> <p>Ou par des "c"</p> <p><math>\#S_1 c \rightarrow \#S_4</math></p> <p>Cas "&gt;" par des "c"</p> <p><math>\#S_4 c \rightarrow \#S_4</math></p>	<p>Compter 3 "b"</p> <p><math>a S_1 b \rightarrow a S_2</math>  <math>a S_2 b \rightarrow a S_3</math>  <math>a S_3 b \rightarrow S_1</math></p> <p>3 "b" ensuite des "c"</p> <p>1 "b" ensuite des "c"</p> <p>2 "b" ensuite des "c"</p> <p>Compter 3 "c"</p> <p><math>a S_1 c \rightarrow a S_5</math>  <math>a S_2 c \rightarrow a S_6</math>  <math>a S_3 c \rightarrow S_4</math></p> <p><math>a S_4 c \rightarrow a S_5</math>  <math>a S_5 c \rightarrow a S_6</math>  <math>a S_6 c \rightarrow S_4</math></p> <p><math>\#S_1 \rightarrow \#S_f</math></p> <p><math>\#S_4 \rightarrow \#S_f</math></p> <p><math>\#S_0 \rightarrow \#S_f</math></p>
---	--