

Chapitre 0 Théorie des Graphes : Introduction

Présenté par :
Dr. H. BENKAOUHA

Bureau 222, Faculté d'Informatique, USTHB
haroun.benkaouha@usthb.edu.dz
haroun.benkaouha@gmail.com

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

1

Introduction

- Théorie des Graphes :
 - Vaste domaine
 - Recherche + Application
- Dans la vie courante :
 - Dessiner pour mieux expliquer : itinéraire, organigramme, ...
- La théorie des graphes est une discipline de la Recherche opérationnelle

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

2

La Recherche Opérationnelle

- Mot clé qui vas avec :
 - Optimisation
- Discipline entre :
 - l'Informatique
 - les Mathématiques
- Trouver la meilleure solution (solution optimale / optimum) parmi toutes les solutions réalisables.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

3

Origine de la Th. GRA. (1/4)

- Problème des sept pont de Königsberg



Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

4

Origine de la Th. GRA. (2/4)

- Problème des sept pont de Königsberg
- Habitants de la ville : Casse-tête
- Traverser les sept ponts une seule et unique fois?
- Mais personne n'a réussi!
- Est-il possible de le faire?

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

5

Origine de la Th. GRA. (3/4)

- Euler 18^{ème} siècle :



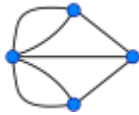
- A formalisé le problème en dessinant un graphe
- Il a utilisé les mathématiques pour prouver

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

6

Origine de la Th. GRA. (4/4)

- Le graphe



- Théorème d'Euler :
 - impossible de passer tous les ponts une seule et unique fois

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

7

Histoire

- 1736 : Euler
- 1847 : Kirchhoff : arbres → analyse des circuits électriques
- 1859 : Problème des chemins Hamiltoniens
- 1860 : Cayley : Chimie
- 1879 : Conjecture des quatre couleurs (par exemple : colorier une carte géographique)
- ...

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

8

Problèmes combinatoires discrets

- La théorie des graphes permet de traiter :
 - les problèmes combinatoires discrets.
- Admettent plusieurs combinaisons
- Discret en opposé à continu
- Exemple : itinéraire, d'un point D vers l'arrivée A en passant par plusieurs endroits intermédiaires.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

9

Méthodologie de résolution d'un problème

- Énoncé du problème
- Modélisation
 - Utiliser un modèle mathématique : Graphe
- Utilisation des outils mathématiques
 - Pas de solutions → Fin
 - Une seule solution → Fin
 - Plusieurs solutions
- Utilisation de l'outil informatique (Algorithmes)
 - Solution optimale

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

10

Domaines d'application

- Réseaux de transport,
- Réseaux de communication,
- Réseaux informatique,
- Électronique
- Chimie
- Preuve des programmes
- Validation / Vérification formelle des systèmes
- ...

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

11

Programme (1/6)

- Chapitre 1 : Généralités sur les graphes / Notions fondamentales de la théorie des graphes
 - Graphes orientés et non orientés, taille, ordre, ...
 - Degré, formule de degré
 - Propriétés : simple, complet, régulier, ...
 - Représentation machine : matrice d'adjacence, listes...
 - Sous-graphe, graphe partiel, complément, ...
 - Graphes particuliers.
 - Stables, cliques, coloration, nombre chromatique, algorithme de Welsh et Powell
 - Isomorphisme.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

12

Programme (2/6)

- Chapitre 2 : **Cheminement dans les graphes**
 - Chaîne, chemin, cycle, circuit, ...
 - Graphes sans circuits, source, puits, décomposition en niveaux d'un graphe, ...
 - Matrice de fermeture transitive
 - Exploration (Parcours) d'un graphe : exploration en largeur, exploration en profondeur.
 - Connexité, forte connexité, composantes connexes, composantes fortement connexes, graphe réduit...
 - Parcours Eulérien, Théorème d'Euler, ...
 - Parcours Hamiltonien...
 - Cocycles, cocircuits

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

13

Programme (3/6)

- Chapitre 3 : **Arbres et arborescence**
 - Graphe valué (pondéré).
 - Définitions d'un arbre.
 - Arborescence.
 - Arbre de couverture de poids optimal : Kruksal, Prim.
 - Codage : Prufer.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

14

Programme (4/6)

- Chapitre 4 : **Problème de cheminement optimal**
 - Identification du problème du chemin optimal et existence de solution : d'un sommet vers un autre, d'un sommet vers les autres, de n'importe quel sommet vers tous les autres.
 - Algorithme de Bellmann-Ford
 - Algorithme de Dijkstra

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

15

Programme (5/6)

- Chapitre 5 : **Problème d'ordonnancement**
 - Notions de : projet, tâches, contraintes logiques, contraintes temporelles...
 - Identification du problème d'ordonnancement.
 - Ecriture des contraintes sous forme d'inéquations
 - Les tâches fictives.
 - Le graphe potentiel tâches (MPM).
 - Dates au plus tôt, dates au plus tard, marge totale, marge libre, marge certaine.
 - Tâches critiques, chemin critique.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

16

Programme (6/6)

- Chapitre 6 : **Problème du flot maximal**
 - Réseau de transport : entrée, sortie, capacité...
 - Flot, flot compatible, loi de Kirschhoff, flot réalisable...
 - Flot maximal, saturation, chemin d'augmentation
 - Algorithme de Ford-Fulkerson
 - Coupe minimale.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

17

Bibliographie (1/2)

- C. Berge. « *Graphes* ». Livre. Editions Gauthier-Villars. 1983.
- C. Berge. « *Graphes et hypergraphes* ». Livre. Editions Dunod. 1970.
- M. Gondron, M. Minoux. « *Graphes et Algorithmes* ». Livre. Editions Tec & Doc. 4ème ed. 2009.
- M. Sakarovitch. « *Optimisation Combinatoire – Tome 1 : Graphes et programmation Linéaire* ». Livre. Editions Hermann. 1984.
- A. Kaufmann. « *Des points des flèches, la théorie des graphes* ». Livre. Editions Dunod. 1958.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

18

Bibliographie (2/2)

- D. Khellaf. « *Graphes : Théorie, Algorithmes et Applications* ». Livre.
- M. Minoux et GB. Bartnik. « *Graphes, Applications, Logiciels* ». Livre. Editions Dunod. 1986
- F. Droesbeke, M. Hallin et C. Lefèvre. « *Les graphes par l'exemple* ». Livre. Editions Ellipses. 1987.
- Roseaux. « *Exercices et problèmes résolus de recherche opérationnelle. Tome 1. Graphes: leurs usages, leurs algorithmes* ». Livre. Editions Dunod. 1998.

Enseignant : Dr. H. BENKAOUHA
(Faculté d'Informatique - USTHB)

19