

## Rattrapage de Théorie des Langages

### EXERCICE 1 (6pts)

On souhaite développer un langage permettant de manipuler les formules de la logique des propositions.

1. Pour commencer, on doit décrire le langage  $L_1$  des variables propositionnelles. Une variable propositionnelle est une suite de symboles (**alphabétiques, numérique**) plus le caractère **underscore** « \_ » qui commence par une lettre alphabétique ou un underscore « \_ ». Ce dernier doit être suivi par au moins une lettre. Le langage est sensible à la casse.

**Donner un automate d'états finis reconnaissant ce langage.**

Dans les questions 2 et 3, on considère **var** comme symbole terminal et il représente une variable propositionnelle quelconque.

2. Le langage  $L_2$  est l'ensemble des formules de la logique des propositions. Une formule propositionnelle est soit une variable propositionnelle soit une formule composée. Une formule composée est la composition, la disjonction de formules, la négation d'une formule ou simplement une formule entre parenthèses. Les opérateurs de négation, conjonction et disjonction sont notés respectivement **!**, **&&** et **||**.

**Donner une grammaire générant  $L_2$**

3. Une forme normale disjonctive est la disjonction de la conjonction de littéraux. Un littéral est une variable propositionnelle ou sa négation. Par exemple : la formule  $(A \ \&\& \ !B) \ || \ (!A \ \&\& \ C)$  est sous forme normale disjonctive.

**Donner une grammaire générant ce langage.**

### EXERCICE 2 (6pts(4-2))

A) Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.

1. Le langage  $\{a^n b^m / n \geq m \text{ et } n \leq m\}$  est régulier.
2. Le langage  $\{a^n b^m / n > m \text{ et } n < m\}$  est régulier.
3. Si  $L$  est un langage non régulier alors  $L^R$  est non régulier.
4. Si  $L_1$  est un langage non régulier et  $L_2$  est un langage non régulier alors  $L_1 \cup L_2$  est aussi non régulier

B) Soit le langage  $L = \{w_1 c w_2 / w_1, w_2 \in \{a, b\}^* \text{ et } |w_2|_a = 2 * |w_1|_b + |w_1|_a\}$

**Donner un automate à pile reconnaissant par état final  $L$ .**

### EXERCICE 3 (4pts)

Trouvez les expressions régulières des langages suivants :

1. Les nombres en binaire ne se terminant pas par 01.
2. Les mots de  $\{a, b\}^*$  tel que toute séquence de  $a$  est paire et toute séquence de  $b$  est impaire
3.  $L = \{a^n d w / w \in \{a, b\}^* \text{ tel que } n + |w| \equiv 0 [3]\}$
4. Les mots de  $\{a, b\}^*$  qui alternent les  $a$  et les  $b$  et qui commencent et se terminent par la même lettre

### EXERCICE 4 (4pts)

Soit un  $L$  un langage inclus dans  $X^*$ . On définit le langage suivant :

**Dedoublement( $L$ )** =  $\{w / \exists v \in L, v = a_1 a_2 \dots a_n, (a_{i(i=1,n)} \in X) \text{ et } w = a_1 a_1 a_2 a_2 \dots a_n a_n\}$

1. Soit  $X = \{a, b\}$  et  $L = ab^*$ . Déterminer **Dedoublement( $L$ )** et montrer qu'il est régulier.
2. Montrer que de façon générale si  $L$  est régulier alors **Dedoublement( $L$ )** est régulier.

**Bon Courage**