U.S.T.H.B.,
Faculté d'Informatique **19 Janvier 2023**
L3 (S5) Informatique –A & C–

Examen Final de Théorie des Graphes

Durée 1h30'

Exercice 1. (10 pts)

Un projet requiert la réalisation de huit (08) tâches, le tableau suivant donne pour chaque tâche, le temps (en jours) requis et les contraintes liées au début d'exécution des tâches.

Tâche *i*	Durée de *i*	Contraintes liées au début d'exécution de la tâche *i*
1	5	-
2	1	Après la fin de 1 et 3.
3	7	Ne peut débuter que 2 jours après le début des travaux et après la fin de 1
4	4	Après la fin de 2 et ne doit pas dépasser k jours après le début de 3.
5	2	Après la fin de 4 et 1 jour après le lancement de 6.
6	3	Après la fin de 4.
7	8	Après la fin de 1 et 2.
8	4	Après la fin de 2 et 3 jours après le début de 7.

1. Ecrire les contraintes sous forme d'inéquations.
2. Donner la représentation du problème en graphe MPM (Potentiel-tâches).
3. Trouver un circuit dans le graphe obtenu. Pour quelles valeurs de k, le problème admet une solution ?
4. On pose k=10. Donner les dates de début au plus tôt de chaque tâche et la durée optimale du projet.
5. Donner les dates au plus tard, et déduire les taches critiques.
6. Dans le cas où k=8, que deviennent les dates au plus tard et quelles seront les tâches critiques ? On va constater un changement. Quelles sont les tâches affectées ? Expliquer les raisons.

Exercice 2. (06 pts)

On construit un graphe non orienté $G=(X, E)$ tel que :

$X=\{2, 3, \ldots, n\}$ et $e=\{i, j\} \in E$ si et seulement si $i \neq j$ et i est premier et diviseur de j.

1. Montrer que G est biparti.
2. Quel est l'indice chromatique de G.

On pose pour ce qui suit n=10.

3. Dessiner le graphe.
4. Proposer une représentation optimale (minimum d'espace) sous forme de listes *PS* et *LS*.

Exercice 3. (04 pts)

Soit $G=(X, E)$ un graphe simple d'ordre $|X|=n$ et de taille $|E|=m$.

1. Montre que si $m > n$ alors $\Delta(G) \geq 3$
2. Si G est d'ordre impair et Eulérien montrer alors que si $\overline{G}$ est connexe alors il est Eulerien

Bon Courage