Université SETIF 01
Faculté des sciences
Département d'informatique

TD 04 Solution

Exercice 01 :

a) $X \longrightarrow Y \Rightarrow$ **$WX \longrightarrow WY$** (Par augmentation)
$WX \longrightarrow WY$ ET $WY \longrightarrow Z \Rightarrow$ **$WX \longrightarrow Z$** (Par Transitivité)

b) ***Réduire les redondances*** et donc ***éliminer les anomalies possibles lors de la mise à jour***

c) **SELECT** *
FROM R1 AS X, R2 AS Y
WHERE X.B **=** Y.B AND X.C **<>** Y.C

Exercice 02 :

1. $D \longrightarrow C$ et $D \longrightarrow E$ donc par additivité $D \longrightarrow CE$ et on a $CE \longrightarrow F$ donc on aura $D \longrightarrow F$ (transitivité)

   $E \longrightarrow A \Rightarrow BE \longrightarrow AB$ (Augmentation par B).
   $BE \longrightarrow AB$ et $AB \longrightarrow C \Rightarrow$ **$BE \longrightarrow C$** (Par Transitivité).

   Autre solution : $AB \rightarrow C$ et $E \rightarrow A$ donc par pseudo-transitivité : $EB \rightarrow C$ Donc $BE \rightarrow C$

2. $[D]^+ = \{D\}$
   $D \longrightarrow C$
   $[D]^+ = \{D, C\}$
   $D \longrightarrow E$
   $[D]^+ = \{D, C, E\}$
   $C\,E \longrightarrow F$
   $[D]^+ = \{D, C, E, F\}$
   $E \longrightarrow A$
   $[D]^+ = \{D, C, E, F, A\}$
   On ne peut ajouter aucun attribut à $[D]^+$, donc on s'arrête.

   $[AB]^+ = \{A, B\}$
   $AB \longrightarrow C$
   $[AB]^+ = \{A, B, C\}$
   On ne peut ajouter aucun attribut à $[AB]^+$, donc on s'arrête.

   $[CE]^+ = \{C, E\}$
   $CE \longrightarrow F$
   $[CE]^+ = \{C, E, F\}$
   $E \longrightarrow A$
   $[CE]^+ = \{C, E, F, A\}$
   On ne peut ajouter aucun attribut à $[AB]^+$, donc on s'arrête.

3. Dessin du graphe des DFs (laissé aux étudiants)

4. **Les clés candidates de R:**
   Est : **BD** ; Car $[BD]^+ = R$. (Ensemble Minimal d'attribut qui donne R).

Exercice 03 :

1. La clé de R est **Cours, Etudiant** car :
   Cours, Etudiant ⟶ Note ET Etudiant ⟶ Age Donc : Cours, Etudiant ⟶ Age.
   1FN : Oui, Les attributs sont monovalués (Atomiques)
   2FN : Non, Une partie de la clé[1] (Etudiant) détermine un attribut non clé Age.
   3FN : Non, car n'est pas en 2FN.

2. La clé de R est **Heure, Etudiant** car :
   Heure, Etudiant ⟶ Examen. Donc, [Heure, Etudiant]$^+$= R
   1FN : Oui, Les attributs sont monovalués (Atomiques)
   2FN : Oui, aucune partie de la clé, ne détermine un attribut non clé.
   3FN : Oui, aucun attribut non clé détermine un autre attribut non clé.

Exercice 04 :

1. **A↛C** car :

   A⟶B et B⟶C (Transitivité)

   EAC ↛ F (Sera remplacée par **A⟶ F**) car :

   A⟶B et B⟶C ⤇ A⟶C (Transitivité)

   A⟶B et B⟶E⤇ A⟶E (Transitivité)

   A⟶C et A⟶E ⤇ A⟶EC (Regroupement des parties droites)

   A⟶EC (par augmentation on aura) AA⟶AEC et AEC⟶F ⤇ **AA⟶F** (Transitivité) ⤇ **A⟶F**

2. Les clés candidates de R sont : **AD car :** [AD]$^+$=R.

3. Décomposition en 3FN :

   R1 (<u>A</u>,B, F) R2 (<u>B</u>,C, E) R3 (<u>D</u>, C)

   Aucune relation ne contient la clé de R, donc on ajoute une relation qui contient cette clé.

   R4 (<u>A, D</u>)

4. **La forme Normal des deux relations R1 et R2 :**

   D'après l'ensemble F initial des DFs on trouve que :

   - l'attribut A est clé de R1 et
   - l'attribut AD est clé de R2

   R1(<u>A</u>,B,C,F,E) est en **2FN** car :

   1FN : Oui, Les attributs sont monovalués (Atomiques)

   2FN : Oui, aucune partie de la clé, ne détermine un attribut non clé.

   3FN : Non, car A⟶C c'est une DF élémentaire non direct et aussi la DF : B⟶C exprime le fait qu'un attribut non clé détermine un autre attribut non clé.

   R2(<u>A, D</u>, C) est en 1FN car :

   Elle n'est ni en 2FN ni en 3FN (on a : A⟶C ; et D⟶C sont des parties de la clé AD)

---

[1] On les nomme parfois Attribut **Primaire**, c'est-à-dire un attribut qui fait partie d'une clé (ou clé primaire).

Cette décomposition est sans perte d'information.

On Applique la loi : Il suffit de vérifier **une des deux** conditions **: R1∩R2**⟶(R1-R2) ou **R1∩R2**⟶(R2-R1)
R1∩R2={A,C}
R1−R2={B, E, F}
R2−R1={D}
On Considère : **R1−R2={B, E, F}**
Donc les DFs : AC⟶BEF Doit Appartenir à F ou F^+.
$[AC]^+$={ACBEF}
On remarque que BEF est inclus dans $[AC]^+$, Donc la règle **R1∩R2**⟶(R1-R2) c'est-à-dire AC⟶BEF est vérifiée. Doc la décomposition est Sans perte d'information. (Un exemple est donné dans la fin du document.)

Exercice 05 :

1. **ABC ↛D** car :

   C ⟶ D ⟾ABC ⟶ ABD (Augmentation par AB)

   ABC ⟶ ABD ⟾ABC⟶A et ABC⟶B et **ABC ⟶D**

   ABC ↛F (Sera remplacée par **BC⟶F**) car :

   C ⟶ D et D⟶ E ⟾ C⟶E

   C⟶E et E⟶A ⟾ C⟶A

   C⟶A et **ABC**⟶F ⟾ CBC ⟶ F ⟾ BCC ⟶ F ⟾ BC⟶F (par Pseudo transitivité)

   Donc **la couverture minimale** est :

   { BC⟶F, C⟶D, D⟶E, E⟶A, G⟶H, G⟶I }

2. La clé primaire de R est BCG, car $[\mathbf{BCG}]^+$=R.

3. Forme normale de R : on suppose que la clé est BCG.

   On a : C⟶D et G⟶H,I

   Donc, des parties de la clé déterminent d'autres attributs non clé.

   Donc F est n'est pas en **2FN**, elle est en **1 FN.**

   Décomposition en 3FN :

   R1 (BC, F)

   R2 (C , D)

   R3 (D, E)

   R4 (E, A)

   R5 (G, H, I)

   Aucune relation ne contient la clé de R, donc on ajoute une relation qui contient cette clé.

   R6 (B, C, G)

   Remarque : J'ai utilisé l'algorithme de Bernstein pour la décomposition en 3 FN.

Exercice 06 :

1. **Couverture Minimale** (CF)

   Etape 01 : Décomposition des parties droites :

   F= {AB⟶G, AB⟶F, B⟶D, BD⟶C, E⟶D, E⟶B, G⟶F}.

   Etape 02 : Suppression des DFs superflues (déductibles) :

   AB↛F, car :

   AB⟶G et G⟶F ⟾AB⟶F. (Par transitivité)

   BD↛C, sera remplacée par : **B⟶C** car:

   B⟶D et BD⟶C ⟾ BB⟶C (par Pseudo transitivité).

   BB⟶C ⟾ B⟶C.

   E↛D, car :

   E⟶B et B⟶D ⟾ E⟶D (Par transitivité).

   La couverture minimale est :

   CF={AB⟶G, B⟶D, **B⟶C**, E⟶B, G⟶F }

2. **Clé candidate :**

   AE, car $[AE]^+ = R$.

3. **Décomposition en 3FN :**

   R1(<u>A, B</u>, G)

   R2(<u>B</u>, C, D)

   R3(<u>E</u>, B)

   R4(<u>G</u>, F)

   Aucune relation ne contient la clé de R, donc on ajoute une relation qui contient cette clé.

   R5(<u>A, E</u>)

Remarque :

On peut améliorer la solution par le remplacement de la DF : AB ⟶ G par AE⟶G car :

E⟶B et AB ⟶ G ⟾ **AE ⟶ G** (Par pseudo-transitivité).

Dans ce cas :

CF={**AE⟶G**, B⟶D, B⟶C, E⟶B, G⟶F }

Alors la décomposition en 3FN sera :

R1(<u>A, E</u>, G)

R2(<u>B</u>, C, D)

R3(<u>E</u>, B)

R4(<u>G</u>, F)

La clé <u>AE</u> est i<u>ncluse</u> dans <u>R1</u>, donc on n'ajoute pas aucune relation.

Et on a diminuer le nombre de relations.

Exercice 07 :

1. **Couverture Minimale** (CF)

   Etape 01 : Décomposition des parties droites :

   Aucune décomposition

   Etape 02 : Suppression des DFs superflues (déductibles) :

   Num-place $\nrightarrow$ Num-Pavillon car :

   Num-place ⟶ Num-Chambre et Num-Chambre ⟶ Num-Pavillon

   ⟾ **Num-place ⟶ Num-Pavillon** (Par transitivité).

   Donc, la couverture minimale est :

   CF={ Num-Etudiant⟶Num-place , Num-place⟶ Num-Chambre, Num-Chambre⟶ Num-Pavillon, Num-Pavillon⟶Num-cité}.

   Clé candidate :

   Num-Etudiant, car [Num-Etudiant]$^{+}$ = R.

   Synthèse en 3FN :

   R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre, Num-Pavillon, Num-cité)

   R1=(Num-Pavillon, Num-cité)

   R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre, Num-Pavillon, ~~Num-cité~~)

   R2=(Num-Chambre, Num-Pavillon)

   R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre, ~~Num-Pavillon~~, ~~Num-cité~~)

   R3=(Num-place, Num-Chambre)

   R=(Num-Etudiant, Num-place, ~~Num-Chambre~~, ~~Num-Pavillon~~, ~~Num-cité~~)

   R4=(Num-Etudiant, Num-place)

2. **Décomposition en 3FN :**

   R1(Num-Etudiant, Num-place)

   R2(Num-place, Num-Chambre)

   R3(Num-Chambre, Num-Pavillon)

   R4(Num-Pavillon, Num-cité)

   La clé de R « «**Num-Etudiant**» est inclus dans R1, donc aucune relation ne sera ajoutée.

   Arbre de décomposition

R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre, Num-Pavillon, Num-cité)

R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre, Num-Pavillon) **R1=(Num-Pavillon, Num-cité)**

R=(Num-Etudiant, Num-place, Num-Chambre) **R2=(Num-Chambre, Num- Pavillon)**

R4=(Num-Etudiant, Num-place) **R3=(Num-place, Num-Chambre)**

Exercice 08 : (Exercice supplémentaire proposé) BONUS

Soient la relation R et les dépendances fonctionnelles suivantes:

R (A, B, C, D, E) et F = {$A \longrightarrow C$; $AD \longrightarrow BC$; $C \longrightarrow B$; $CD \longrightarrow E$; $AD \longrightarrow E$; $BC \longrightarrow E$}.

Questions:

1. Trouver La fermeture transitive des attributs A, B et C ([A]+ , [B]+ et [C]+).
2. Qu'elle est la clé de la relation. Justifiez votre réponse.
3. Trouver La couverture minimale de la famille de dépendances fonctionnelles.
4. Décomposez R en 3FN.

Réponse :

1. La fermeture transitive des attributs : A, B et C.

$[A]^+ = \{A, B, C, E\}$

$[B]^+ = \{B\}$

$[C]^+ = \{B, C, E\}$

2. Clé candidate de R :

AD et la clé, car $[AD]^+ = R$

3. Couverture minimale :

Etape 01 : **Décomposition des parties droites :**

R (A, B, C, D, E) et F = {$A \longrightarrow C$; $AD \longrightarrow B$; $AD \longrightarrow C$; $C \longrightarrow B$; $CD \longrightarrow E$; $AD \longrightarrow E$; $BC \longrightarrow E$}.

Etape 02 : **Suppression des DFs superflues (déductibles) :**

$AD \nrightarrow C$, car :

$A \longrightarrow C \Longmapsto AD \longrightarrow CD$ (Augmentation avec D)

$AD \longrightarrow CD \Longmapsto AD \longrightarrow D$ et $AD \longrightarrow C$. (Par décomposition)

$AD \nrightarrow B$, car :

$A \longrightarrow C$ et $C \longrightarrow B \Longmapsto A \longrightarrow B$ (Par transitivité).

$A \longrightarrow B \Longmapsto AD \longrightarrow BD$ (Augmentation avec D)

$AD \longrightarrow BD \Longmapsto AD \longrightarrow D$ et $AD \longrightarrow B$ (Par décomposition)

$CB \nrightarrow E$, Sera remplacée par : **$C \longrightarrow E$** car:

$C \longrightarrow B$ et $CB \longrightarrow E \Longmapsto CC \longrightarrow E$ (par Pseudo transitivité).

$CC \longrightarrow E \Longmapsto C \longrightarrow E$.

$CD \nrightarrow E$, car : $C \longrightarrow E$ (On a déjà remplacé $CB \longrightarrow E$ par $C \longrightarrow E$)

$AD \nrightarrow E$, car $A \longrightarrow C$ et $C \longrightarrow E \Longmapsto A \longrightarrow E$ (par transitivité).

$A \longrightarrow E \Longmapsto AD \longrightarrow E$ (Par augmentation)

La couverture minimale est :

CF={$A \longrightarrow C$; $C \longrightarrow B$; $C \longrightarrow E$}

4. **Décomposition en 3FN**

R1($\underline{A}$, C)

R2($\underline{C}$, B, E)

Aucune relation ne contient la clé de R, donc on ajoute une relation qui contient cette clé.

R3 (<u>A, D</u>).

Annexe :

Exemple vérification si la décomposition est ou sans perte d'information.

exemple :

- Soit la relation **R(A, B, C)** vérifiant les d.f. **F ={ C ⟶A ; B ⟶ C}** et considérons la décomposition de **R** en **{ R1(A,C) , R2(B, C) }** , on a : R1 ∩ R2 = { C } ; R1 - R2 = { A } et R2 - R1 = { B}

  On s'aperçoit que la dépendance fonctionnelle C ⟶ A (c.a.d. R1 ∩ R2 ⟶ R1 - R2) appartient à **F** et donc nécessairement à **F** $^{+}$ aussi**.** Cette décomposition se fait donc sans perte d'informations.

- Si on considère maintenant la décomposition de **R** en **{ R1(A,C) , R2(A, B) }** , on a : R1 ∩ R2 = { A } ; R1 - R2 = { C } et R2 - R1 = { B}

  On s'aperçoit que ni la d.f. A ⟶ C (c.a.d. R1 ∩ R2 ⟶ R1 - R2) ni A ⟶ B (c.a.d. R1 ∩ R2 ⟶ R2 - R1) n'appartient à **F** ni à **F** $^{+}$. Cette décomposition se fait donc avec perte d'informations (ne pas confondre A ⟶ C avec C ⟶ A !).