U.S.T.H.B., F.E.I.
Département Informatique **31 Janvier 2018**
L3 (S5) Informatique Générale

Examen de rattrapage de Théorie des Graphes

Durée 1h30’

Exercice 1. (07 *pts.*)

Une entreprise constituée de plusieurs sites (situés dans différentes villes) veut créer un réseau informatique en fibre optique permettant de relier les différents sites. L’entreprise veut réaliser ce projet avec un coût global minimal tout en permettant à chaque site de communiquer avec n’importe quel autre directement ou indirectement. L’entreprise a fait appel à une société spécialisée et lui a fait le devis suivant :

	H	***G***	***F***	***E***	***D***	***C***	***B***
A	5	18	9	13	7	38	22
B	15	17	11	7	10	38	
C	20	25	27	23	15		
D	15	40	25	20			
E	15	40	30				
F	35	10					
G	45						

1. Proposer la solution optimale.
2. Quel est le coût global ?

Exercice 2. (09 *pts.*)

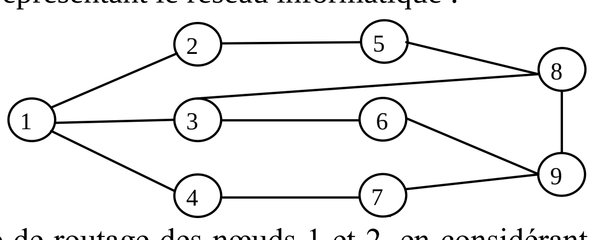
Etant donné un réseau informatique de *N* nœuds, chaque nœud représente un routeur. Les liens de communication entre ces nœuds sont bidirectionnels. Chaque nœud peut communiquer avec n’importe quel autre, soit directement soit par l’intermédiaire d’un ou plusieurs autres nœuds.

1. Quel est le nombre minimal de liaisons nécessaires ? Dessiner pour *N*=5 les différents réseaux possibles (à isomorphisme près).

On veut rendre ce réseau tolérant aux pannes de liaisons, et ce en rajoutant des liens de communication de telle façon que si une (exactement une) liaison quelconque tombe en panne, les nœuds pourront toujours communiquer.

2. Rajouter pour chacun des réseaux obtenus dans la question 1 (*N*=5) le minimum possible de liaisons.
3. Quel est le nombre minimal de liaisons qu’on doit rajouter dans le pire des cas pour un réseau quelconque de *N* nœuds ?

Soit le graphe suivant représentant le réseau informatique :



4. Donner la table de routage des nœuds 1 et 2, en considérant que la métrique (coût) de routage est liée au nombre minimal de pas (sauts) réalisés.

Exercice 3. (04 *pts.*)

Soit G un graphe non orienté tel que $|X|=n$ et $|E|=m$.

1. Montrer que si G est simple complet alors $m=n(n-1)/2$.
2. Montrer que si G est simple avec p composantes connexes, le nombre maximum possible d'arêtes dans G est $m= (n-p)(n-p+1)/2$.

Bon courage