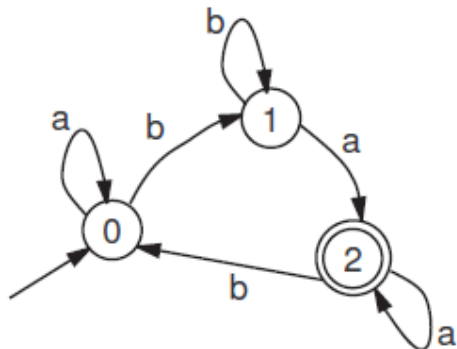


Chapitre 4 : Langage régulier

Objectif : Comprendre la relation entre les automates à états finis, grammaire régulière, et expression régulière.

Exercice1

- a) Déterminer une expression régulière pour l'automate suivant :



- b) Construire les AEF correspondants aux expressions régulières suivantes :

1. $10+(0+11)0^*1$
2. $(00+01)^* + (10+01)^*$

- c) Proposer un automate à états finis et une expression régulière pour les langages suivants :

1. $L1=\{a^{2n+2}b^pc^{m+1}, n,m,p \geq 0\}$
2. $L2=\{wc^{2n+1}, n \geq 1 \text{ et } w \in \{a,b\}^* \text{ et } |w| = 3m+1, m \geq 0\}$

Exercice 2 (EXAMN 2017)

Soient les deux langages suivants :

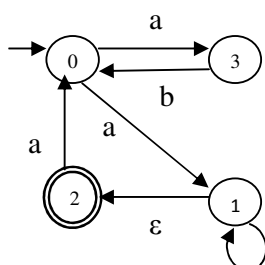
$L1=\{w \in \{0,1\}^* \text{ tel que dans chaque mot } w \text{ de } L1, \text{ toute sous-chaîne « 11 » est immédiatement suivie par au moins un « 0 »}\}$

$L2=\{w \in \{0,1\}^* \text{ tel que chaque } w \text{ contient au moins la sous séquence « 11 »}\}$

1. Déterminer un automate à états finis minimal qui accepte le langage $L1$.
2. Déterminer un automate à états finis minimal qui accepte le langage $L2$.
3. Déterminer un automate à états finis minimal qui accepte le langage $L1 \cup L2$.
4. Donner une expression régulière qui dénote le langage $L1 \cup L2$.

Exercice 3 (EXAMN 2018)

1. Soit l'automate non déterministe M suivant :



- a) Construire un automate M' déterministe minimum équivalent à M .
 - b) Déterminer une grammaire régulière à droite $G1$ qui engendre $L(M)$.
2. Soit la grammaire $G2 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, R)$ avec $R = \{S \rightarrow abS/aA, A \rightarrow bA/B, B \rightarrow aS/\varepsilon\}$
- a) Quel est le type de $G2$ et $L(G2)$?
 - c) Comparer $L(G1)$ et $L(G2)$
 - d) Déterminer une grammaire régulière à gauche $G3$ qui engendre $L(M)$.

Exercice 4

Parmi les langages suivants quels sont ceux qui sont réguliers ?

1. $L_1 = \{s = a^n : n \text{ est un nombre premier}\}$
2. $L_2 = \{a^n b^{2m}, n, m \geq 0\} \cup \{a^n, n \geq 0\}$
3. $L_3 = \{s = a^n b^{2n}, n \leq 100\}$
4. l'ensemble des mots ayant autant de zéros que de uns.
5. l'ensemble des mots sur $\{0, 1\}$ n'ayant pas 3 zéros consécutifs.

Exercice 5

Donnez une expression régulière étendue décrivant les langages suivants

- tous les mots sur $\{a, b\}$ où chaque a est précédé d'un b ;
- tous les mots sur $\{a, b\}$ contenant à la fois les facteurs aa et bb ;
- tous les mots sur $\{a, b\}$ contenant soit aa soit bb mais pas les deux à la fois ;
- tous les mots sur $\{a, b\}$ ne contenant pas deux a consécutifs ;
- tous les mots sur $\{a, b, c\}$ où le nombre de a est multiple de 2 ;
- Tous les entiers (en base dix) multiples de 5.

Devoir (EXAMN 2017)

Soit la grammaire suivante $G = (\{a, b\}, \{S, A, B, C\}, S, R)$ avec R :

$R = \{S \rightarrow Sa / Aa / Ca$

$A \rightarrow Bb$

$B \rightarrow Ca / Sa / Aa$

$C \rightarrow \varepsilon$

}

1. Déterminer un automate d'état fini minimal qui accepte le langage engendré par cette grammaire
2. Donner une expression régulière (notée EXP1) qui dénote le langage engendré par cette grammaire (noté $L(\text{EXP1})$).
3. Soit l'expression régulière $\text{EXP2} = ((a+ab)^* + (a+aa)^*)^*$. Le langage dénoté par cette expression est noté $L(\text{EXP2})$. Déterminer un automate d'état fini minimal qui accepte le langage dénoté par cette expression.
4. Comparer $L(\text{EXP1})$ et $L(\text{EXP2})$: a-t-on $L(\text{EXP1}) = L(\text{EXP2})$ ou $L(\text{EXP1}) \supset L(\text{EXP2})$ ou $L(\text{EXP1}) \subset L(\text{EXP2})$? Justifier.