

L2-ACAD (Section C) **Test Théorie des Langages**

Matricule :

Nom :

Prénom :

Exercice 1 4,5pts (1-5-1,5-1,5)

Donner pour chacun des langages suivants une grammaire le générant :

$$1/ L1 = \{ a^{2p} b^{3+2} w \mid w \in \{0,1\}^*, |w|_0 \equiv 0[2] \text{ et } p > 0, n \geq 0 \}$$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aaA / aa$$

$$B \rightarrow bbbB / bb$$

$$C \rightarrow 1C / 0D / \varepsilon$$

$$D \rightarrow 1D / 0C$$

$$G1 = (\{a, b, 0, 1\}, \{S, A, B, C, D\}, S, P)$$

$$2/ L2 = \{ a^n b^{2n} 0^p 1^q \mid p+q \equiv 0[3] \text{ et } n, p, q \geq 0 \}$$

$$p+q \equiv 0[3] \text{ ssi } (p=3k_1 \text{ et } q=3k_2) \text{ ou } (p=3k_1+1 \text{ et } q=3k_2+2) \text{ ou } (p=3k_1+2 \text{ et } q=3k_2+1)$$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aAbb / \varepsilon$$

$$B \rightarrow 000B / C \quad / \quad 0C11 \quad / \quad 00C1$$

$$C \rightarrow 111C / \varepsilon$$

$$G2 = (\{a, b, 0, 1\}, \{S, A, B, C\}, S, P)$$

$$2^{\text{ème}} \text{ solution pour le langage } \{ 0^p 1^q \mid p+q \equiv 0[3] \}$$

$$\{ 0^p 1^q \mid p+q \equiv 0[3] \} = \{ 0^{3k_1} 1^{3k_2} \mid k_1, k_2 \geq 0 \} \cup \{ 0^{3k_1+1} 1^{3k_2+2} \mid k_1, k_2 \geq 0 \} \cup \{ 0^{3k_1+2} 1^{3k_2+1} \mid k_1, k_2 \geq 0 \}$$

$$\text{Notons que } 0^{3k_1+1} 1^{3k_2+2} = 0^{3k_1} 0 1 1 1^{3k_2}$$

$$B \rightarrow 000B / B111 / \varepsilon / 011 / 001$$

$$L_3 = \{a^n w w^R b^m \mid w \in \{0, 1\}^*, |w| \equiv 1[2] \text{ et } n \geq m \geq 0\}$$

$$n \geq m \iff n = m + k, k \geq 0 \Rightarrow a^n w w^R b^m = a^{m+K} w w^R b^m = a^{m+K} w w^R b^m, k \geq 0$$

Grammaire du langage $\{a^{m+K} b^m, k \geq 0\}$

$$S \rightarrow a S b \mid A$$

$$A \rightarrow a A / \epsilon$$

Ou

$$S \rightarrow a S b / a S / \epsilon$$

$$n > m \iff n = m + k, k > 0 \Rightarrow a^n w w^R b^m = a^{m+K} w w^R b^m = a^{m+K} w w^R b^m, k > 0$$

Grammaire de $\{w w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

$$a_1 a_2 \dots a_n a_n \dots a_2 a_1$$

$$S \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid \epsilon$$

Grammaire de $\{w w^R \mid w \in \{0, 1\}^*, |w| \equiv 1[2]\}$

$$S \rightarrow 0 A 0 \mid 1 A 1$$

$$A \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid \epsilon$$

Grammaire du langage $L_3 = \{a^{m+K} w w^R b^m, k \geq 0 \mid w \in \{0, 1\}^*, |w| \equiv 1[2]\}$

$$S \rightarrow a S b / a S / S_1$$

$$S_1 \rightarrow 0 A 0 / 1 A 1$$

$$A \rightarrow 0 S_1 0 / 1 S_1 1 \mid \epsilon$$

$$G = (\{a, b, 0, 1\}, \{S, S_1, A\}, S, P)$$

Exercice 2 2pts

Soit la grammaire $G=(T, N, S, P)$ où P est défini par :

$S \rightarrow Sab / aAab$

$A \rightarrow aaAb / bB$

$B \rightarrow baB/ba$

Trouver le langage généré par la grammaire G (justifier votre réponse).

$S \rightarrow^* S(ab)^m \rightarrow aAab(ab)^m, m \geq 0$ (I)

$A \rightarrow^* (aa)^p Ab^p \rightarrow (aa)^p bBb^p, p \geq 0$ (II)

$B \rightarrow^* (ba)^k B \rightarrow (ba)^k ba = (ba)^{k+1}, k \geq 0$ (III)

Remplacer (III) dans (II) :

$A \rightarrow^* (aa)^p b(ba)^{k+1} b^p, p, k \geq 0$ (IV)

Remplacer (IV) dans (I)

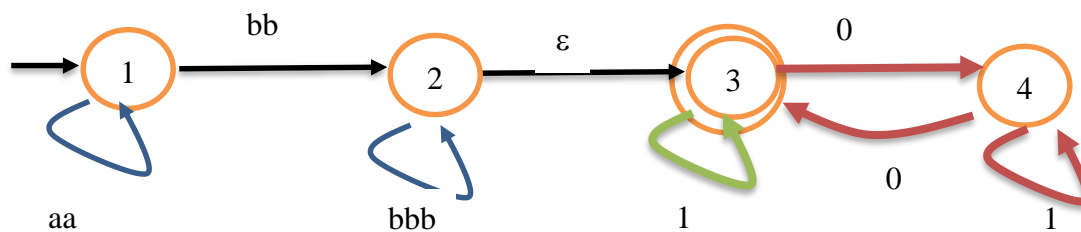
$S \rightarrow^* a(aa)^p b(ba)^{k+1} b^p ab(ab)^m, m, p, k \geq 0$

$L(G) = \{ a(aa)^p b(ba)^{k+1} b^p (ab)^{m+1}, m, p, k \geq 0 \}$

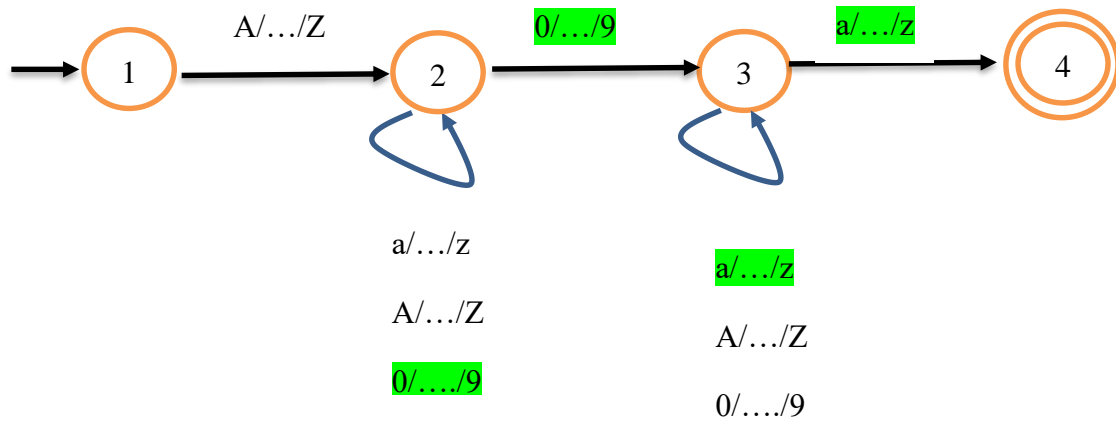
Exercice 3 3,5pts (1,5-1-0,5-0,5)

1. Proposer pour chacun des langages suivant un automate d'états finis le reconnaissant, mais déterministe pour $L'2$:

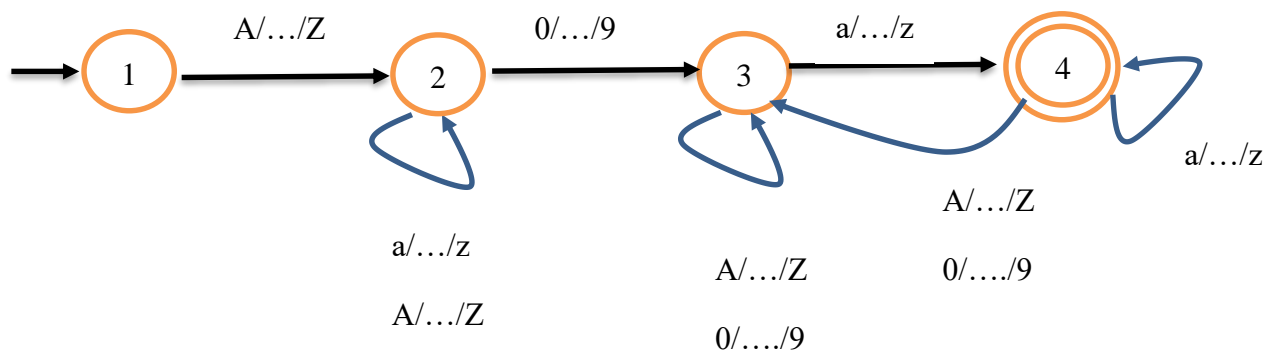
$L'1 = \{ a^{2p} b^{3n+2} w / w \in \{0,1\}^*, |w|_0 \equiv 0[2] \text{ et } p, n \geq 0 \}$



2. $L'2$ = L'ensemble des mots de passe commençant par une lettre majuscule et se terminant par une lettre minuscule et contenant au moins un chiffre mais aucun caractère spécial.



L'AEF proposé ci-dessus n'est pas déterministe



3. Donner les expressions régulières dénotant les langages $L'1$ et $L'2$.

$E1 = (aa)^*bb(bbb)^* (1 + 01^*0)^*$

$E2 = [A-Z][a-Z0-9]^*[0-9][a-Z0-9]^*[a-z]$