Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2013/2014
2ième année licence – Informatique
module : Théorie des langages

Examen de Rattrapage

Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE **1** : (***5 pts***)

1) Soit le mot $x = ((acbc)^R.baca)^R$ (α^R désigne le reflet miroir de α)

   1-1) Donner la chaîne de caractères à laquelle x est égal. ***(0,5 pt)***

   1-2) Quelle est la valeur de $|x|$? ***(0,5 pt)***

   1-3) Donner un préfixe propre de x contenant au moins deux lettres 'c'. ***(0,5 pt)***

   1-4) Donner un suffixe propre de x contenant une seule lettre 'a'. ***(0,5 pt)***

2) Soit w un mot quelconque de $\{a, b, c\}^*$.

   2-1) Montrer que : si w s'écrit comme $w = u.u^R$ alors $w = w^R$ ***(1 pt)***

   2-2) La réciproque est elle vraie ? Justifier. ***(1 pt)***

3) Trouver une grammaire, de type 2, qui génère tous les mots palindromes de $\{a, b, c\}^*$. ***(1 pt)***

EXERCICE **2** : (***6 pts***)

Trouver des grammaires qui engendrent les langages suivants :

1) $L_1 = \{ a.b^n \ / \ n \geq 1 \}$; ***(2 pts)***
2) $L_2 = \{ a^{2n}.b^{2m} \ / \ n \geq 1, m \geq 0 \}$; ***(2 pts)***
3) $L_3 = \{ a^i b^j c^k \ / \ k = \min(i,j) \}$. ***(2 pts)***

EXERCICE **3** : (***9 pts***)

Soit L_1 le langage des mots de $\{a, b\}^*$ tel que dans chaque mot w de L_1, toute sous-chaîne « bb » est immédiatement suivie par au moins un «a» ; et le langage $L_2 = \{bbb, bba\}$.

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1. ***(1,5 pts)***
2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2. ***(1,5 pts)***
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. ***(1,5 pts)***
4) Rendre l'automate de 3) déterministe, s'il ne l'est pas. ***(1,5 pts)***
5) Donner l'automate d'états finis qui accepte le complémentaire de $L_1 \cup L_2$. ***(1 pt)***
6) Trouver l'expression régulière qui dénote $L_1 \cup L_2$. ***(2 pts)***

Bon courage !

Bref corrigé : (Rattrapage de ThL – L2 informatique – 2013/2014)

EX.**1** :

1) 1-1) x = acabacbc
   1-2) |x| = 8
   1-3) acabac
   1-4) acbc
2) 2-1) si $w = u.u^R$ alors $w^R = (u.u^R)^R = (u^R)^R.u^R = u.u^R = w$
   2-2) La réciproque est fausse, en effet pour w = radar on a bien $w = w^R$, mais w ne peut pas être mis sous la forme $w = u.u^R$.
3) Grammaire pour les palindromes de $\{a, b, c\}^*$: une telle grammaire a pour règles de production (S étant l'axiome) : $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid cSc \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon$

EX.**2** :

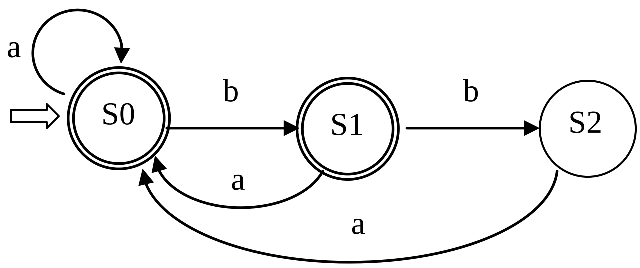
1) Une grammaire pour L_1 : $G_1 = (\{a, b\}, \{S\}, P_1, S)$
   P_1 : $S \rightarrow Sb \mid ab$

2) Une grammaire pour L_2 : $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_2, S)$
   P_2 : $S \rightarrow aaS \mid aaA$
   $A \rightarrow bbA \mid \varepsilon$

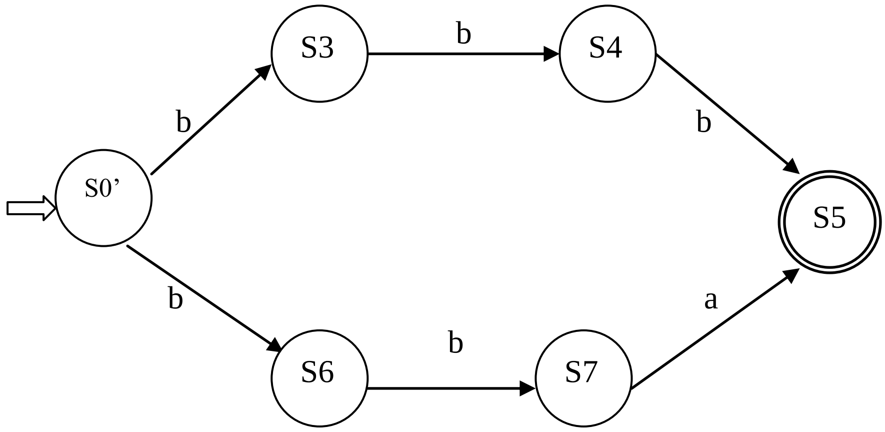
3) $L_3 = L' \cup L''$, où : $L' = \{ a^i b^j c^i \ / \ i \leq j \}$ et $L'' = \{ a^i b^j c^j \ / \ i \geq j \}$
   Une grammaire pour L_3 : $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, S_1, A, B, S_2, C, D, E\}, P_3, S)$
   P_3 :
   $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   $S_1 \rightarrow aAS_1c \mid B$
   $A \rightarrow AA$; $AB \rightarrow bB$; $Ab \rightarrow bb$; $Aa \rightarrow aA$
   $B \rightarrow \varepsilon$
   $S_2 \rightarrow CD$
   $D \rightarrow EbDc \mid \varepsilon$
   $E \rightarrow EE$; $bE \rightarrow Eb$; $CE \rightarrow Ca$; $aE \rightarrow aa$
   $C \rightarrow \varepsilon$

EX. **3** :

1) Automate pour L_1 :

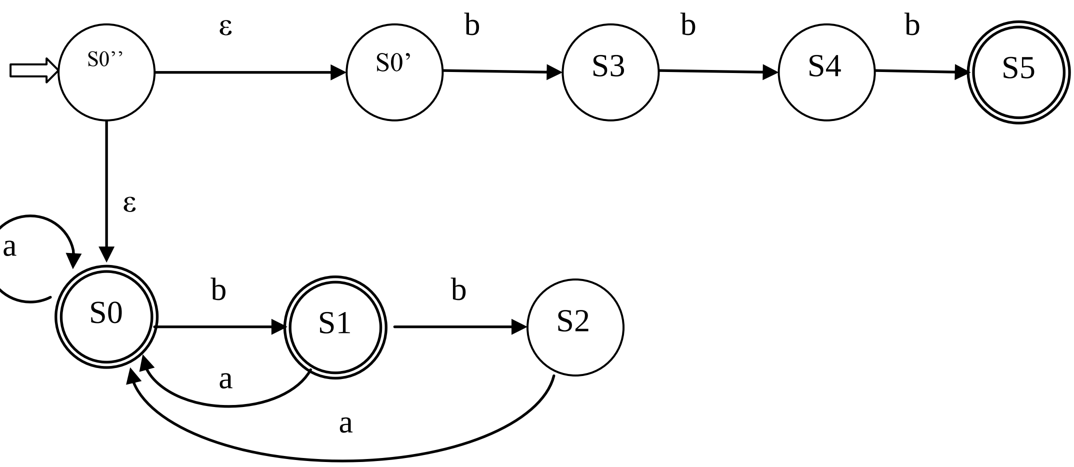


2) Automate pour L_2 :

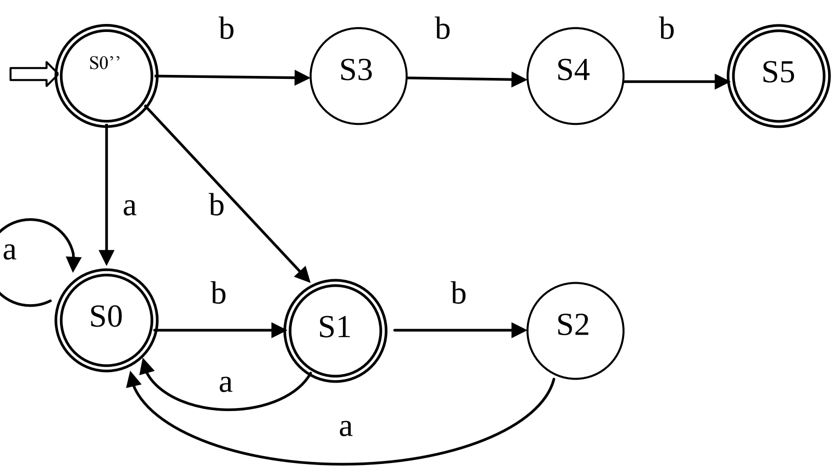


3) Puisque bba $\in L_1$, alors $L_1 \cup L_2 = L_1 \cup \{bbb\}$

Automate semi généralisé :



Après élimination des ε-règles, on obtient :



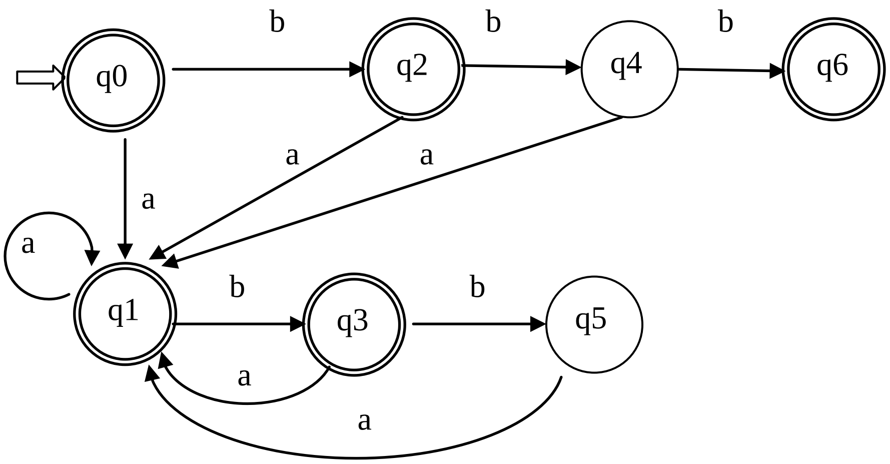
4) Déterminisation de l’automate de 3) :

Construction de la table de transition de l’automate déterministe :

	a	b
<u><S0’’></u> = q0	<S0>	<S1,S3>
<u><S0></u> = q1	<S0>	<S1>
<u><S1,S3></u> = q2	<S0>	<S2,S4>
<u><S1></u> = q3	<S0>	<S2>
<S2,S4> = q4	<S0>	<S5>
<S2> = q5	<S0>	/
<u><S5></u> = q6	/	/

les états soulignés sont des états finaux.

Automate déterministe :

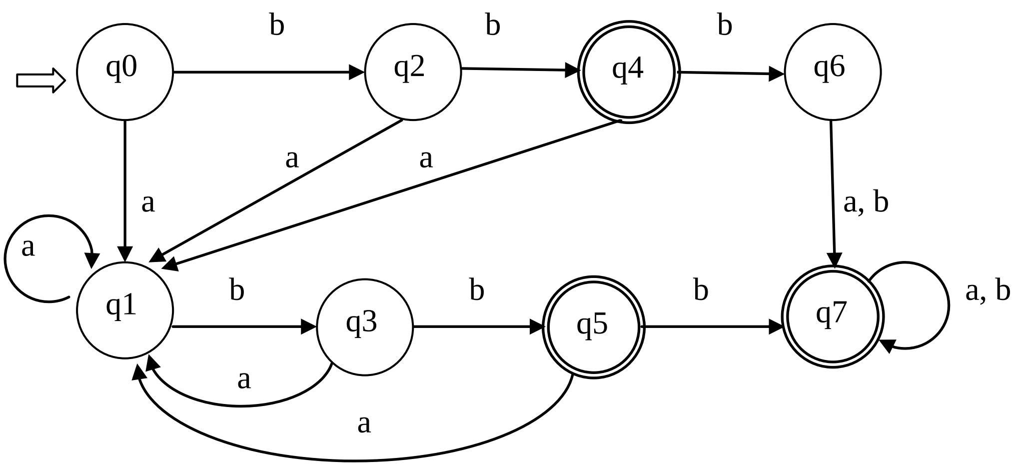


5) Automate du complémentaire de $L_1 \cup L_2$:

Pour construire cet automate :

- on prend l’automate déterministe obtenu en 4) ;
- on le complète (en ajoutant un état puits q7) ;
- on inverse les états : les états finaux vont devenir non finaux, et vice versa.

On obtient :



6) L'expression régulière E qui dénote $L_1 \cup L_2$ est E = E1 ∪ bbb, où E1 est l'expression régulière qui dénote L_1.

Le système d'équation qu'on obtient de l'automate de L_1 est le suivant :

$$\begin{cases} X0 = \varepsilon \cup X0.a \cup X1.a \cup X2.a \\ X1 = X0.b \\ X2 = X1.b \end{cases}$$

Par remplacement on obtient : X2 = X0.bb et ainsi :

$X0 = \varepsilon \cup X0.(a \cup ba \cup bba)$ d'où, en vertu du théorème d'Arden, $X0 = (a \cup ba \cup bba)^*$.

Solution : $E1 = X0 \cup X1 = (a \cup ba \cup bba)^*.(\varepsilon \cup b)$.

Donc $E = (a \cup ba \cup bba)^*.(\varepsilon \cup b) \cup bbb$.

-------------------- Fin du corrigé du Rattrapage de ThL – L2 informatique – 2013/2014 --------------------