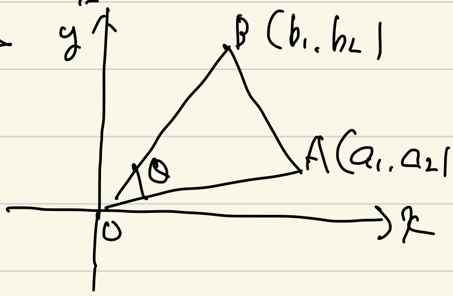
内積について

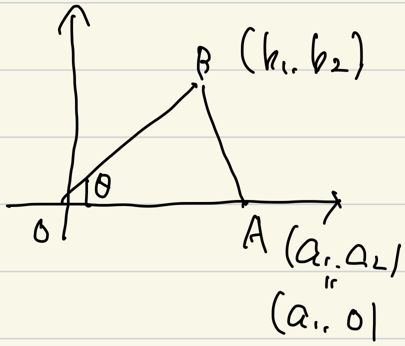
☆



このとき次が成立

$$a_1b_1+a_2b_2 = |\vec{OA}|\,|\vec{OB}|\cos\theta$$

（証明）



図を回転させると

$$a_1b_1+a_2b_2 = a_1b_1$$

$$\underbrace{|\vec{OA}|}_{\parallel \atop a_1}\,\underbrace{|\vec{OB}|\cos\theta}_{\parallel \atop b_1} = a_1b_1$$

より成立する。

同じ値になる $a_1b_1+a_2b_2$, $|\vec{OA}|\,|\vec{OB}|\cos\theta$ のことを改めて $\underline{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}$ とおく。

これを内積という

☆ 内積の性質

(1) $|\vec{OA}|^2 = \vec{OA}\cdot\vec{OA}$

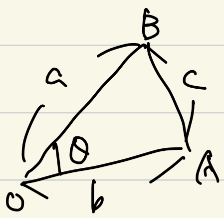
(2) $\vec{OA}\cdot(\vec{OB}+\vec{OC}) = \vec{OA}\cdot\vec{OB}+\vec{OA}\cdot\vec{OC}$

（証明は成分計算をすればわかる。）

内積は（見かけ上は）かけ算のつもりで計算してOK.

☆ 使う例

・余弦定理が証明できる。



$$\begin{aligned}
c^2 &= |\vec{BA}|^2 \\
&= |\vec{OA}-\vec{OB}|^2 \\
&= (\vec{OA}-\vec{OB})\cdot(\vec{OA}-\vec{OB}) \\
&= |\vec{OA}|^2 - 2\vec{OA}\cdot\vec{OB} + |\vec{OB}|^2 \\
&= |\vec{OA}|^2 + |\vec{OB}|^2 - 2|\vec{OA}|\,|\vec{OB}|\cos\theta \\
&= b^2 + a^2 - 2ab\cos\theta
\end{aligned}$$