Теорема:
∀G-КСГ ∃G'-КСГ, нах. в норм. форме Хомского т.ч. $L(G') = L(G)\setminus(\Sigma \cup \{e\})$

Д-во: Строим $G' = (V', \Sigma, S', R')$ след. образом:

а) „удаляем" длинные правила из R — см. пред. лекц.

б) „удаляем" e-правила:

$\mathcal{E} = \{B\in V \mid (B \Rightarrow^*_G e)\}$

$\mathcal{E}_0 := \varnothing$

$\mathcal{E}_{n+1} := \mathcal{E}_n \cup \{B\in V \mid (B\to\beta)\in R$ для нктр $\beta\in\mathcal{E}_n\}$

$\mathcal{E} = \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathcal{E}_n = \bigcup_{n=0}^{n_0}\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_{n_0}$

Удаляем из $R\subseteq R'$ все пр-ла вида $B\to e$ и заменяем все пр-ла вида $A\to BC$ и $A\to CB$, где $B\in\mathcal{E}$, на пр-ло $A\to C$

в) „удаляем" 1-правила:

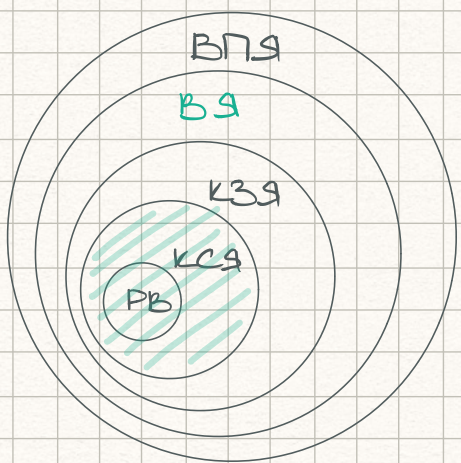
для каждого $A\in V$ опред. мн-во $D(A) = \{A'\in V \mid A \Rightarrow^*_G A'\}$

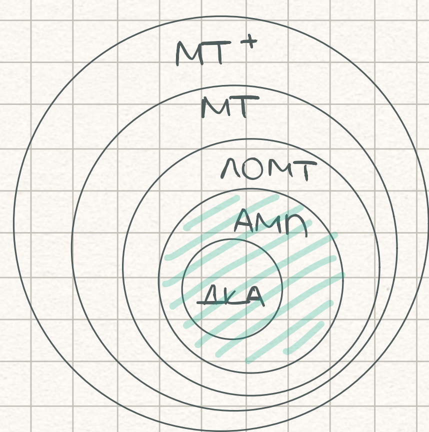
$D_0(A) = \{A\}$

$D_{n+1}(A) = D_n(A) \cup \{A' \mid (X\to A')\in R$ для нктр $X\in D_n(A)\}$

$D(A) = \bigcup_{n=0}^{\infty} D_n(A) = D_{m_0}(A)$

Удаляем из $R\subseteq R'$ все пр-ла вида $A\to B$ и для кажд. пр-ла $(A\to BC)\in R'$ добавл. конечное мн-во пр-л $A\to B'C'$, где $B'\in D(B)\setminus\{B\}$, $C'\in D(C)\setminus\{C\}$, а также конечное мн-во пр-л $X\to AB$, где $X\in D(S)\setminus\{S\}$





Грамматики (грамматические системы преобразований) и машины Тьюринга

Опр **Грамматикой** или (грамматической) системой преобразований наз. упор. четвёрка $G = (V, \Sigma, S, R)$, где:

- V - конечное мн-во символов
- $\Sigma \subseteq V$ - мн-во терминальных символов
- $S\in V\setminus\Sigma$ — начальный нетерминальн. символ
- $R \subseteq (V^*(V\setminus\Sigma)V^*)\times V^*$ — конечное мн-во правил

Зам Как обычно, пр-ла вида $((uAv)\times\alpha)\in R$ обозн. $uAv\to\alpha$, здесь $A\in V\setminus\Sigma$, $u,v,\alpha\in V^*$

Опр Для $x,y\in V^*$ запись $x \Rightarrow_G y$ означает, что $x = \alpha uAv\beta$ и $y = \alpha\gamma\beta$ и ∃ пр-ло: $(uAv\to\gamma)\in R$

Зам Как обычно, отн. $\Rightarrow^*_G$ опр-ся как рефл. и транз. замык-е $\Rightarrow_G$

Опр $L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^*_G w\}$ — **язык, порождаемый гр-кой G**

Теорема:
$\forall$ грамм-ки G $\exists$ грамм-ка G' т., ч. $L(G) = L(G')$ и все пр-ла в G' имеют вид
$uAv \to u\gamma v$ для нктр $\gamma \in V^*$

Д-во: не нарушая общности м/считать, что все пр-ла в G имеют вид
$A_1 \ldots A_n \to B_1 \ldots B_m$, где $A_1, \ldots, A_n \in V \setminus \Sigma$:
Действ-но, заводим (в V') нетерминалы N_a $\forall a \in \Sigma$, добавляем (в R')
пр-ла $N_a \to a$ и $N(u) \to N(v)$ для всех пр-л $(u \to v) \in R$,
ктр в R' не включаются
(здесь $N(u)$ и $N(v)$ получ. из u и v заменой a на N_a для кажд. вхожд. $a \in \Sigma$)
Рассм., например, случай $n \leq m$ (случ. $n > m$ рассм. аналогично)
Заменяем пр-ло $A_1 \ldots A_n \to B_1 \ldots B_m$ на мн-во пр-л:

$$A_1 A_2 \ldots A_n \to A_1' A_2 \ldots A_n$$
$$A_1' A_2 A_3 \ldots A_n \to A_1' A_2' A_3 \ldots A_n$$
$$\vdots$$
$$A_1' \ldots A_{n-1}' A_n \to A_1' \ldots A_{n-1}' \underline{A_n' B_{n+1} \ldots B_m}$$
$$A_1' A_2' \ldots A_n' B_{n+1} \ldots B_m \to B_1 A_2' \ldots A_n' B_{n+1} \ldots B_m$$
$$B_1 A_2' A_3' \ldots A_n' B_{n+1} \ldots B_m \to B_1 B_2 A_3' \ldots A_n' B_{n+1} \ldots B_m$$
$$\vdots$$
$$B_1 \ldots B_{n-1} A_n' B_{n+1} \ldots B_m \to B_1 \ldots B_m$$

Машины Тьюринга

Теорема: это аксиомы всё!
Пусть $L \subseteq \Sigma^*$. След. утв. экв-ны:
1 $L = L(G)$ для нктр гр-ки G
2 L полураспознаётся на нктр МТ

$q_i a_j \to q_k a_s M$, $M \in \{L, R, S\}$

Опр Язык $L \subseteq \Sigma^*$ наз. **вычислимым**, если он распозн. нктр МТ

w: $\pm$ — распозн-ть
$\frac{+}{\uparrow}$ — полураспозн-ть

+ - лежит в языке слово
- - не лежит

Теорема Поста:
L - вычислимый язык $\Leftrightarrow$ L и $\Sigma^* \setminus L$ - ВПЯ ← ктр полураспоз-ся

на след. лекции

Опр **Машиной Тьюринга** наз. упор. 5ка $M = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$, где … $\Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup, \triangleleft\}$

$q_i a_j \to q_k a_s M$, $M \in \{L, R, N\}$

сюда не наступим - беск. растяжимая вправо лента

$\delta: (Q \setminus F) \times (\Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup\}) \to Q \times (\Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup\})$