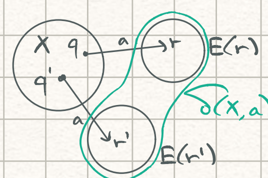
Предложение:
Для любого $L \subseteq \Sigma^*$ след. усл-я экв-ны:

1. $L = L(M)$ для нктр ДКА M
2. $L = L(M)$ для нктр НКА M

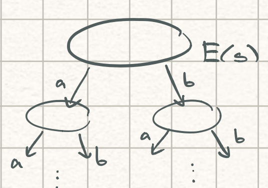
Д-во: 1→2 ДКА явл. частным случаем НКА:
если $M = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$, полагаем $M' = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$, где
$\Delta = \{(q, a, \delta(q,a)) \mid q \in Q,\ a \in \Sigma\}$ — график ф-ии перехода δ
$\Rightarrow$ имеем $L(M) = L(M')$

2→1 Пусть $M = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$ — НКА. Определим ДКА $M' = (Q', \Sigma, s', F', \delta)$ с помощью **алгоритма детерминизации**:
Положим $Q' \leftrightharpoons P(Q) = \{X \mid X \subseteq Q\}$.
Далее для кажд. $q \in Q$ определим e-орбиту: ← все сост-я, в ктр можно из q скачками добраться
$E(q) \leftrightharpoons \{r \in Q \mid (q, e) \vdash_M^* (r, e)\}$
Полагаем: $s' \leftrightharpoons E(s)$ $\quad F' \leftrightharpoons \{X \subseteq Q \mid X \cap F \neq \emptyset\}$
Наконец, $\forall X \subseteq Q \ \forall a \in \Sigma \ \ \delta(X, a) \leftrightharpoons \bigcup\{E(r) \mid (q, a, r) \in \Delta$ для нктр $q \in X\}$



Из построения непосредст-но следует, что
$L(M') = L(M)$ ← вще это упр

Замечание:
В распознавании слов исп-ся только достижимые из s' состояния M', т.е., как правило, фактически нужны только эти сост-я, а не все $2^{|Q|}$ сост. M'



$\Sigma = \{a, b\}$

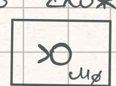
где-то могут начаться повторения

Теорема о совпадении классов регулярных и автоматных языков
Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ — произв. язык. Тогда сл. утв-я экв-ны:

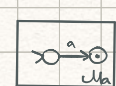
1. $L = L(\alpha)$ для нктр РВ α алф. Σ
2. $L = L(M)$ для нктр ДКА M над алф. Σ

Д-во: 1→2 Пусть $L = L(\alpha)$. Построим НКА M_α т.ч. $L = L(M_\alpha)$, а по M_α построим с пом. алг. детерм. ДКА M т.ч. $L(M) = L(M_\alpha) = L(\alpha)$
Индукция по сложн-ти α:

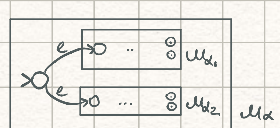
1. $\alpha = \emptyset$



2. $\alpha = a$

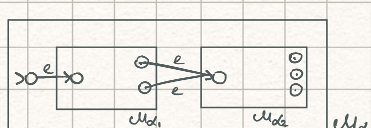


3. $\alpha = (\alpha_1 \cup \alpha_2)$



параллельное соед-е M_{α_1} и M_{α_2}

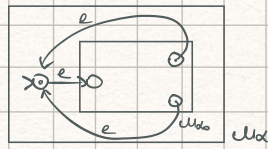
4. $\alpha = \alpha_1 \circ \alpha_2$



последоват-е соед-е M_{α_1} и M_{α_2}

в методичке подробнее

5 $\alpha = (\alpha_0)^*$



2→1 Пусть $L = L(M)$ для нктр НКА $M = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$, где
$Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ $n \geq 1$, $s = q_1$, $F = \{q_{i_1}, q_{i_2}, \dots, q_{i_k}\}$

Опр-м РВ $R(i, j, m)$ $\forall i, j \in \{1, \dots, n\}$ и $\forall m: 0 \leq m \leq n$

Это РВ описывает мн-во слов, позволяющих попасть из q_i в q_j с использ-ем в кач-ве промежуточных (транзитных) сост-й $q_1, \dots, q_m$

Тогда для РВ $\alpha_M \leftrightharpoons R(1, i_1, n) \cup \dots \cup R(1, i_k, n)$ имеем $L(\alpha_M) = L(M)$

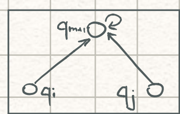
РВ $R(i, j, m)$ опр-ся индукцией по m:

$m = 0$: $R(i, j, 0) = (a_1 \cup \dots \cup a_s \cup x)$, где $a_1, \dots, a_s \in \Sigma$: $(q_i, a_k, q_j) \in \Delta$ $\quad k = \overline{1, s}$

$x = \varnothing^*$ в случае, когда $(q_i, e, q_j) \in \Delta$ есть скачок

$x = \varnothing$ в противном случае

$m \to m+1$: $R(i, j, m+1) \leftrightharpoons R(i, j, m) \cup R(i, m+1, m) R(m+1, m+1, m)^* R(m+1, j, m)$

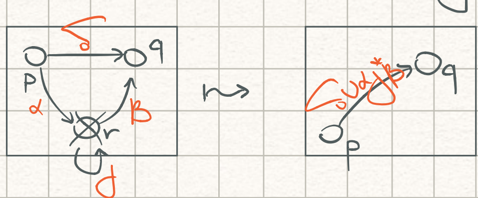


маршруты, ктр возвращают в $m+1$

Практическая реализация построения α_M по M.

1. Преобразуем M к виду, когда в нём ровно 1 закл. сост-е, причём в нач. сост-е нет переходов и из закл. сост-я нет переходов

2. Последовательно удаляем все промежуточн. сост-я кроме нач. и закл., строя „метаавтомат" по след. пр-лу:



и так делаем для всех пар p, q

Теорема св-ва замкнутости класса регул. языков

Класс регул. языков замкн. отн-но объед-я, пересеч-я, доп-я, разности, конкат-ции, итерации (*) и обращения

Д-во: Объед-е, конкат-ция, итерация: очевидно из опр-я РВ

Обращение: легко д-ется индукц. по сложн-ти РВ (упр)

Пересечение: $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$

Разность: $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$

Дополн-е: Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ – рег. язык. По теор, L – автоматный $\Rightarrow L = L(M)$ для нктр ДКА $M = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$. Тогда $\overline{L} = L(\overline{M})$, где
$\overline{M} \leftrightharpoons (Q, \Sigma, s, Q \setminus F, \delta)$