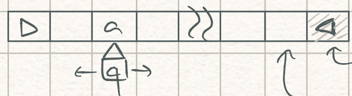
Машины Тьюринга

и вообще всё надоело!

тут могла быть в энный раз нарисована иерархия Хомского, но мне даже копировать надоело

Опр **Машина Тьюринга**: $\mathcal{M} = (Q, \Sigma \cup \{\rhd, \sqcup, \lhd\}, s, F, \delta)$, где:

- Q - конечное число сост-й
- Σ - конечный алфавит
- $\rhd$ ($\lhd$) - символ левого (правого) края ленты
- $\sqcup$ - символ пустой ячейки
- $s \in Q$ - начальное состояние
- $F \subseteq Q$ - мн-во закл. сост-й
- $\delta: (Q \setminus F) \times (\Sigma \cup \{\rhd, \sqcup\}) \to Q \times (\Sigma \cup \{\rhd, \sqcup\}) \times M$, где $M = \{L, R, N\}$, - ф-я перехода



тут символов не стоит

правый край можем смещать, т.е. сужать/расширять ленту

тут не может стоять $\sqcup$

если $\sqcup$, то просто сужаем ленту

Зам $Q, \Sigma, \{\rhd, \sqcup, \lhd\}, M$ попарно не пересекаются

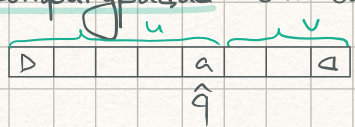
$\delta(q, \rhd) = (p, a, X) \Rightarrow a = \rhd,\ X = R$

Зам Вместо $\delta(q_i, a_j) = (q_k, a_s, X)$ пишем $q_i a_j \to q_k a_s X$

При $X = N$ символ N опускаем

Опр **Конфигурация** МТ $\mathcal{M}$ — это $C = (u, q, v)$, где $q \in Q$, $u \in \{\rhd\} \circ (\Sigma \cup \{\sqcup\})^*$,

$v \in ((\Sigma \cup \{\sqcup\})^* \circ \Sigma \cup \{e\}) \circ \{\lhd\}$



Опр МТ $\mathcal{M}$ переходит за один такт/шаг из конф-ии (u, q, v) в конф-ю (u', q', v'), если:

1. $u = xa,\ v = y\lhd,\ \delta(q, a) = (q', b, N) \longrightarrow u' = xb,\ v' = y\lhd$ — в т.ч. при $x = e,\ y = e$
2. $u = xa,\ v = cy\lhd,\ \delta(q, a) = (q', b, R) \longrightarrow u' = xbc,\ v' = y\lhd$

2'. $u = xa,\ v = \lhd,\ \delta(q, a) = (q', b, R) \longrightarrow u' = xb\sqcup,\ v' = \lhd$ — растянули ленту

3. $u = xa,\ v = y\lhd,\ \delta(q, a) = (q', b, L) \longrightarrow u' = x,\ v' = by\lhd$ — $xa \neq \rhd$

3'. $u = xa,\ v = \lhd,\ \delta(q, a) = (q', \sqcup, L) \longrightarrow u' = x,\ v' = \lhd$ — сжали ленту

Обозн. $(u, q, v) \vdash_{\mathcal{M}} (u', q', v')$

Опр $\vdash^*_{\mathcal{M}}$ — рефл. транз. замык-е отнош-я $\vdash_{\mathcal{M}}$

$C \vdash^*_{\mathcal{M}} C'$, если $C = C'$ или $C \vdash_{\mathcal{M}} C'$ или $\exists n \geq 1\ \exists C_1, \ldots, C_n:\ C \vdash_{\mathcal{M}} C_1 \vdash_{\mathcal{M}} \ldots \vdash_{\mathcal{M}} C_n \vdash_{\mathcal{M}} C'$

Опр $\mathcal{M} = (Q, \Sigma \cup \{\rhd, \sqcup, \lhd\}, s, \{h\}, \delta)$ - МТ с одним конечн. сост-ем, $\Sigma_0 \subseteq \Sigma$

$L \subseteq \Sigma_0^*$ **полураспознаётся** $\mathcal{M}$, если $\forall w \in \Sigma_0$:

$w \in L \Leftrightarrow (\rhd\sqcup, s, w\lhd) \vdash^*_{\mathcal{M}} (\rhd\sqcup, h, \lhd)$

Т.е. 

Теорема:

Пусть $L \subseteq \Sigma_0^*$. Тогда след. утв-я экв-ны:

1. $\exists G$ - гр-ка : $L = L(G)$
2. $\exists M$ - МТ : L полураспозн-ся M

Опр Такие языки наз-ют вычислимо-перечислимыми

Д-во: $2 \Rightarrow 1$ $M = (Q, \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup, \triangleleft\}, s, \{h\}, \delta)$

Построим гр-ку $G_M = (V, \Sigma, S, R)$: $L = L(G_M)$

$V := Q \cup \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup, \triangleleft\} \cup \{S\}$, где S - новый стартовый нетерминал

Каждой конф-ции (u, q, v) МТ M ставим в соотв-е слово $uqv \in V^*$

Помещаем в R пр-ло: $S \to \triangleright \sqcup h \triangleleft$

Хотим $S \Rightarrow_G \triangleright \sqcup h \triangleleft \Rightarrow_G^* \triangleright \sqcup w \triangleleft \underset{*}{\Rightarrow_G^*} w$ $*$: $\triangleright \sqcup \to e$, $\triangleleft \to e$

Далее по ф-ии перехода добавляем конечн. мн-во пр-л:

- $(qa \to pb) \in \delta \Rightarrow bp \to aq \in R$ $yaqz \rightsquigarrow ybpz$
- $(qa \to pbR) \in \delta \Rightarrow bcp \to aqc \in R$ $\forall c \in \Sigma \cup \{\sqcup\}$ $yaqcz \rightsquigarrow ybcpz$

  и пр-ло $b \sqcup p \triangleleft \to aq \triangleleft$ $yaq\triangleleft \rightsquigarrow yb\sqcup p\triangleleft$
- $b \neq \sqcup$ $(qa \to pbL) \in \delta \Rightarrow caq \to cpb \in R$ $\forall c \in \Sigma \cup \{\sqcup\}$ $ycaqz \rightsquigarrow ycpbz$

  и пр-ло $p\triangleleft \to aq\triangleleft$ $yaq\triangleleft \rightsquigarrow yp\triangleleft$

Понятно, что построили нужную как раз