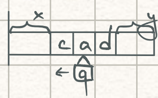
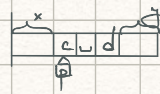
основная теорема курса, КСТ

Теорема:
Пусть $L \subseteq \Sigma^*$. След. утв. экв-ны:
1. $L = L(G)$ для нктр гр-ки G
2. L полураспознаётся на нктр МТ

Д-во: $2 \Rightarrow 1$ (продолжаем)

 $\delta(q,a) = (p, \sqcup, L)$ $\rightsquigarrow$ 

+ испр. $S \to \triangleright \sqcup h \triangleleft$, $\triangleright \sqcup S \to e$, $\triangleleft \to e$

$\Rightarrow$ $xcaqdy \rightsquigarrow xcp\sqcup dy$

Помещаем в R пр-ло: $cp\sqcup d \to caqd$, $c \in \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup\}$, $d \in \Sigma \cup \{\sqcup\}$

Непосредственно из опр-я грамм-ки G_M следует, что:
$(u,q,v) \vdash_M (u',q',v') \Leftrightarrow u'q'v' \Rightarrow_{G_M} uqv \quad \forall u,q,v$

Поэтому $w \in L(G_M) \Leftrightarrow S \Rightarrow_{G_M} \triangleright \sqcup h \triangleleft \Rightarrow^*_{G_M} \triangleright \sqcup s w \triangleleft \Rightarrow^*_{G_M} w \Leftrightarrow w$ распозн. МТ

$1 \Rightarrow 2$ Идея д-ва: (неформально) не будет на офф. зачёте
Пусть $L = L(G)$ для нктр грамм-ки G. Тогда $\forall w \in (\Sigma_0)^*$:
$w \in L \Leftrightarrow \exists$ порождение $S \Rightarrow^*_G w$, т.е. $\exists n \geq 0$ и $\exists u_1, \dots, u_n \in V^*$ т.ч.:
$S \Rightarrow_G u_1 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G u_n \Rightarrow_G w$

$A \subseteq \mathbb{N}$ - в.п. мн-во, если $\exists$ выч. мн-во $B \subseteq \mathbb{N}^2$ т.ч. у нас аналогичная штука
$x \in A \Leftrightarrow \exists y: (x,y) \in B$

Легко построить гёделевскую нумерацию конечных посл-тей слов из V^*
$\exists$ „алгоритм" проверки того, что посл-ть явл-ся порождением в G
с начальн. словом S и закл. словом G.
пытаемся пр-ла грамм-ки проверять прост
т.е. посл-ти все перебираем, пока подх. не найдём

Теорема:
Всякий вычислимый язык явл-ся вычислимо-перечислимым

Д-во: Пусть $L \subseteq (\Sigma_0)^*$ распозн-ся нктр МТ $M = (Q, \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup, \triangleleft\}, s, \{y, n\}, \delta)$
Легко построить по M МТ $M_+ = (Q, \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup, \triangleleft\}, s, \{h\}, \delta)$, ктр полураспозн. язык L упр!

Теорема Поста:
Пусть $L \subseteq (\Sigma_0)^*$
L – выч. язык $\Leftrightarrow$ L и $(\Sigma_0)^* / L$ – в.п. языки

Д-во: $\Rightarrow$ МТ M_+ и M_- полураспозн. L и $(\Sigma_0)^*/L$ соотв-но, строятся как в д-ве пред. теоремы
$\Leftarrow$ Идея д-ва: (неформально)
Пусть МТ M_+ и M_- полураспозн. языки L и $(\Sigma_0)^*/L$ соотв.
МТ M, распозн. язык L, опр-ся как „параллельное" исполнение M_+ и M_-

„Формализация – упр-е, ктр спрашивать не буду"

Теорема:
$\exists$ в.п. язык, не явл. вычислимым

Д-во: „проблема остановки МТ"
Расс. язык: $H = \{ 1^{j(M)} \mid j(M)$ – геделевский номер МТ (т.ч. $1 \in \Sigma$), останавл. при начальн. конфигурации $(\triangleright\sqcup, s\,1^{j(M)}, \triangleleft) \}$

не легко видеть (исп. универс. МТ), что H – в.п. язык.
Предп., что $\overline{H} = 1^* \setminus H$ также в.п. язык.
Если бы H был вычисл., то $\overline{H}$ был бы в.п. языком
Тогда $\overline{H} \cap T$ также явл. в.п. языком, где $T = \{ 1^n \mid n = j(M)$ для нктр МТ M т.ч. $1 \in \Sigma \}$
вычисл.

Пусть язык $\overline{H} \cap T$ полураспозн. нктр МТ M_0. Если $1^{j(M_0)} \in H$, то МТ M_0 останавл. на слове $1^{j(M_0)}$ (по опред. H)
$1^{j(M_0)} \in \overline{H} \cap T$ по опр-ю M_0. Противоречие!
Если $1^{j(M_0)} \notin H$ (т.е. $1^{j(M_0)} \in \overline{H} \cap T$), то M_0 не остан. на слове $1^{j(M_0)}$ (по опр. H)
Но $1^{j(M_0)} \notin \overline{H} \cap T$ (по опр-ю M_0). Противоречие!

Нормальные алгоритмы Маркова

Опр **Нормальным алгоритмом Маркова** наз. упор. тройка $M = (\Sigma, P, F)$, где
Σ – нктр конечн. алфавит
$P \in (\Sigma^* \times \Sigma)^n$ – упор. набор правил (продукций)
$F \subseteq \{1, \ldots, n\}$ – мн-во номеров заключит. пр-л (продукций)

Как обычно, пр-ла (u_i, v_i) обозн. $u_i \to v_i$, а закл. пр-ла (u_j, v_j), $j \in F$ обозн. $u_j \to \cdot\, v_j$

Опр Пусть $M = (\Sigma, ((u_1, v_1), \ldots, (u_n, v_n)), F)$ – алг. Маркова и пусть $u, v \in \Sigma^*$: $u \Rightarrow_M v$:
$\underbrace{\overbrace{\ldots u_i \ldots}^{u}}$ $\rightsquigarrow$ $\overbrace{\ldots v_i \ldots}^{u}$ $= v$ или $u = v$