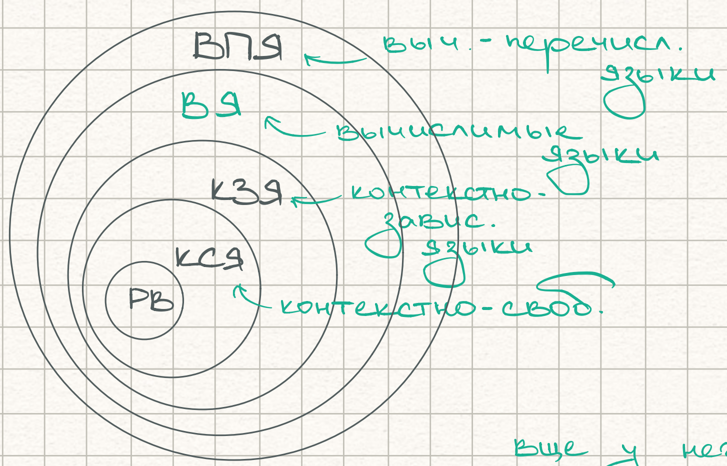
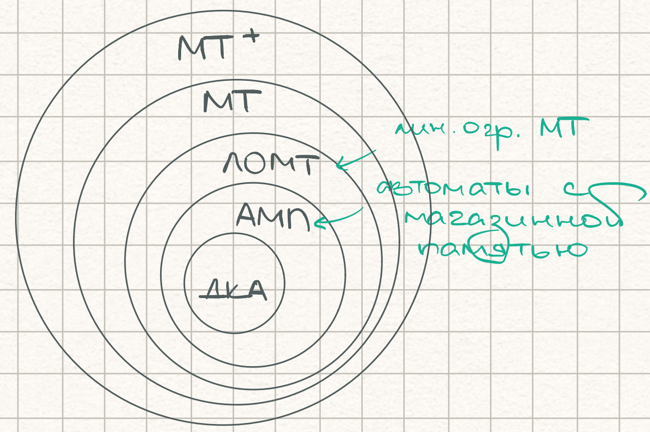
Иерархия Хомского

- задача **порождения** форм. языка
  подбираем рег. выраж-е

- задача распознавания форм. языка
  смотрим по автомату, подходит ли





вше у него книжка есть

1. Регулярные языки

Опр Пусть Σ – непуст. конечное мн-во символов (оно наз. **алфавитом**)
Словом алф. Σ наз. произвольн. упоряд. набор символов:
$w = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \Sigma^n \quad (n \geq 0, \ \Sigma^0 \leftrightharpoons \{e\})$ ← пустое слово $(|e| = 0)$
$|w| = n$ – **длина слова** w

Соглашение:
$(a_1, \dots, a_n) \in \Sigma^n$ обозн. $a_1 \dots a_n$

$\Sigma^* = \bigcup\limits_{n \geq 0} \Sigma^n$ – мн-во всех слов алфавита Σ.

Опр **Конкатенацией** слов $u = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$ и $v = b_1 \dots b_m \in \Sigma^*$ наз. слово:
$u \circ v = uv \leftrightharpoons a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m$

Опр **Обращением** слова $w \in \Sigma^*$ наз. слово $w^R \in \Sigma^*$, опред. индукц. по $|w|$:
$(e)^R = e, \quad (ua)^R = au^R, \ u \in \Sigma^*, \ a \in \Sigma$

Опр **Языком** алф. Σ наз. произв. мн-во слов $L \subseteq \Sigma^*$

Опр **Операции на языках:**
Пусть $L_1, L_2, L \subseteq \Sigma^*$
- $L_1 \circ L_2 \leftrightharpoons L_1 L_2 = \{uv \mid u \in L_1, \ v \in L_2\}$ – конкатенация L_1 и L_2
- $L^* \leftrightharpoons \{u_1 \dots u_n \mid n \geq 0, \ u_1, \dots, u_n \in L\}$ – итерация L (звёздочка Клини)
- $L^+ \leftrightharpoons L L^*$ (Σ^+ – мн-во всех непустых слов)
- $L^R \leftrightharpoons \{u^R \mid u \in L\}$
- $L_1 \cup L_2 \leftrightharpoons \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1$ или $w \in L_2\}$ – объед-е
- $L_1 \cap L_2 \leftrightharpoons \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1$ и $w \in L_2\}$ – пересеч-е
- $L_1 \setminus L_2 \leftrightharpoons \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1$ и $w \notin L_2\}$ – разность
- $\overline{L} \leftrightharpoons \Sigma^* \setminus L$ – дополнение L

Опр Пусть символы $\varnothing, \cup, \circ, (,), *$ не входят в алф. Σ
Мн-во **регулярных выражений** алф. Σ опр-ся индуктивно:
1) $\varnothing$ - Р.В. Σ
2) a - Р.В. Σ
3) если α, β - Р.В. Σ, то $(\alpha \cup \beta), (\alpha \circ \beta), \alpha^*$ — Р.В.
4) других Р.В. Σ нет

Опр Пусть α - Р.В. Σ. Язык $L(\alpha) \subseteq \Sigma^*$ опр-ся инд. по сложности α:
1) $L(\varnothing) \leftrightharpoons \varnothing$ ← значок просто; ← пустое мн-во
2) $L(a) \leftrightharpoons \{a\}$ $(a \in \Sigma)$
3) $L(\beta \cup \gamma) \leftrightharpoons L(\beta) \cup L(\gamma)$
$L(\beta \circ \gamma) \leftrightharpoons L(\beta) \circ L(\gamma)$
$L(\beta^*) \leftrightharpoons L(\beta)^*$

Опр Язык $L \subseteq \Sigma^*$ наз. **регулярным**, если $\exists$ Р.В. α алф. Σ т.ч. $L = L(\alpha)$

Утв $\Sigma = \{a, b\}$ $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ - не явл. рег. языком

2. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы

Опр **ДКА** наз. упор. пятёрка $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$, где:
Q - конечное (непустое ← вытекает из опр-я) мн-во состояний
Σ - конечный алфавит (мб пустым, но это неинтересно)
$s \in Q$ - начальное состояние
$F \subseteq Q$ - мн-во конечных состояний
$\delta: Q \times \Sigma \to Q$ - ф-я перехода

Опр **Конфигурация** ДКА $\mathcal{M}$ — упор. пара $(q, w) \in Q \times \Sigma^*$

Опр Отношение перехода $\vdash_M$ (за 1 шаг) опр-ся для ДКА $\mathcal{M}$ на мн-ве конфигураций след. образом: $(p, u) \vdash_M (q, v)$, если $u = av$, $\delta(p, a) = q$, $a \in \Sigma$

Отношение $\vdash_M^*$ опр. как рефлекс. и транзит. замыкание отн-я $\vdash_M$:
$(p, u) \vdash_M^* (q, v)$, если либо $(p, u) = (q, v)$, либо
$\exists n \geq 0$ $(r_1, w_1), \ldots, (r_n, w_n)$ т.ч. $(p, u) \vdash_M (r_1, w_1) \vdash_M \ldots \vdash_M (r_n, w_n) \vdash_M (q, v)$

Опр Слово $w \in \Sigma^*$ **распознаёт** ДКА $\mathcal{M}$, если $(s, w) \vdash_M^* (q, e)$ для нктр $q \in F$

Опр $L(\mathcal{M}) = \{w \in \Sigma^* \mid w$ распознаёт ДКА $\mathcal{M}\}$

Опр Язык $L \subseteq \Sigma^*$ наз. **автоматным**, если $\exists$ ДКА $\mathcal{M}$ т.ч. $L = L(\mathcal{M})$

Опр **НКА** наз. упор. пятёрка $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$, где:
Q - конечн. мн-во состояний
Σ - конечн. алфавит
$s \in Q$ - начальн. сост-е
$F \subseteq Q$ - мн-во заключит. сост-й
$\Delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \times Q$ — отношение перехода