Ур-е теплопроводности:

$$u_t - a^2 \sum_{j=1}^{n} u_{x_j x_j} = 0, \quad u = u(t, x_1, \dots, x_n)$$

Ур-е Пуассона:

$$\sum u_{x_j x_j} = f(x) \neq 0$$

Волновые ур-я:

$$\sum_1^n u_{x_j x_j} = 0$$

или нет...
но мы и будем разбирать их дальше и перестанем путаться

Вообще лекция-знакомство получается

Линейн. ур-я с частн. пр-ми 1го порядка:

$$\left[f_0(t,y) + \sum_1^n f_j(t,y) u_{y_j}\right] + a(t,y)u = g(t,y), \qquad f_i(t,y) \in \mathbb{R}$$

$$u_{y_1} + i u_{y_2} + 2i(y_1 + i y_2) u_t = f(t) \in \mathbb{R} \qquad (t, y_1, y_2) \in B(0,\rho)$$

Квазилинейные ур-я:

$$f_0(t,y,u)u_t + \sum_1^n f_j(t,y,u) u_{y_j} = g(t,y,u)$$

Нелинейные ур-я:

$$F(t, y, u, \nabla u) = 0$$

Но мы только линейные будем трогать

Литература:
- Владимиров — "Ур-я мат. физики"
- Михрин — "Ур-я с частн. произв-ми"
- Михайлов — "Ур-я в частн. произв-х"
- Мизохата — "Теория ур-й с частных произв-х"
- Соболев — "Некоторые применения функц. анализа в мат. физике"
- "Пр-во Соболева бла-бла" Букварь

целая куча фан фэктов об этом

Примеры, о ктр вы ни в одном учебнике не прочитаете:

1) Система Соболева:

$$\begin{cases} u_t + [\omega, u] + \nabla p = 0 \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad n=3,\ x \in \mathbb{R}^3,\ u = u(t,x)$$

u - вект. скорости, p - давление

$$u = \begin{pmatrix} u_1(t,x) \\ u_2(t,x) \\ u_3(t,x) \end{pmatrix} \quad \omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_0 \end{pmatrix}$$

Ур-е Соболева: $\Delta v_{tt} + \omega_0^2 v_{x_3 x_3} = 0$ (знаменитое)

$\Delta = \sum_1^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}$ (оп-р Лапласа)

2) $$\begin{cases} u_t - \nu \Delta u + \nabla p + \langle u, \nabla \rangle u = 0 \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases}$$

при $\nu = 0$ это система Эйлера
при $\nu > 0$ — Навье-Стокса

3) $$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = -\frac{n-1}{\tau} y_1 + f(y_n) \\ \frac{dy_k}{dt} = \frac{n-1}{\tau} y_{k-1} - \frac{n-1}{\tau} y_k, \quad k = 2, \dots, n-1 \\ \frac{dy_n}{dt} = -\frac{n-1}{\tau} y_{n-1} - \theta y_n \end{cases}$$

$\tau, \theta > 0$

$y_n(t) = ?$ $\quad n \gg 1$

Биолог. задача надо 10^{20}, хотя бы 10^{10}

Оказывается: $y_n(t) \approx v(t)$, где $\frac{dv}{dt} = -\theta v(t) + f(y(t-\tau))$

$y_k(t) \approx u\left(t, \frac{k-1}{n-1}\right)$, $u = u(t,x)$, $\tau u_t + u_x - \frac{1}{2(n-1)} u_{xx} = 0$