1.5 Плоская электромагнитная волны

🚨🚨 *В материале могут быть опечатки и ошибки* 🚨🚨

Новоженов Павел
ЭН-26

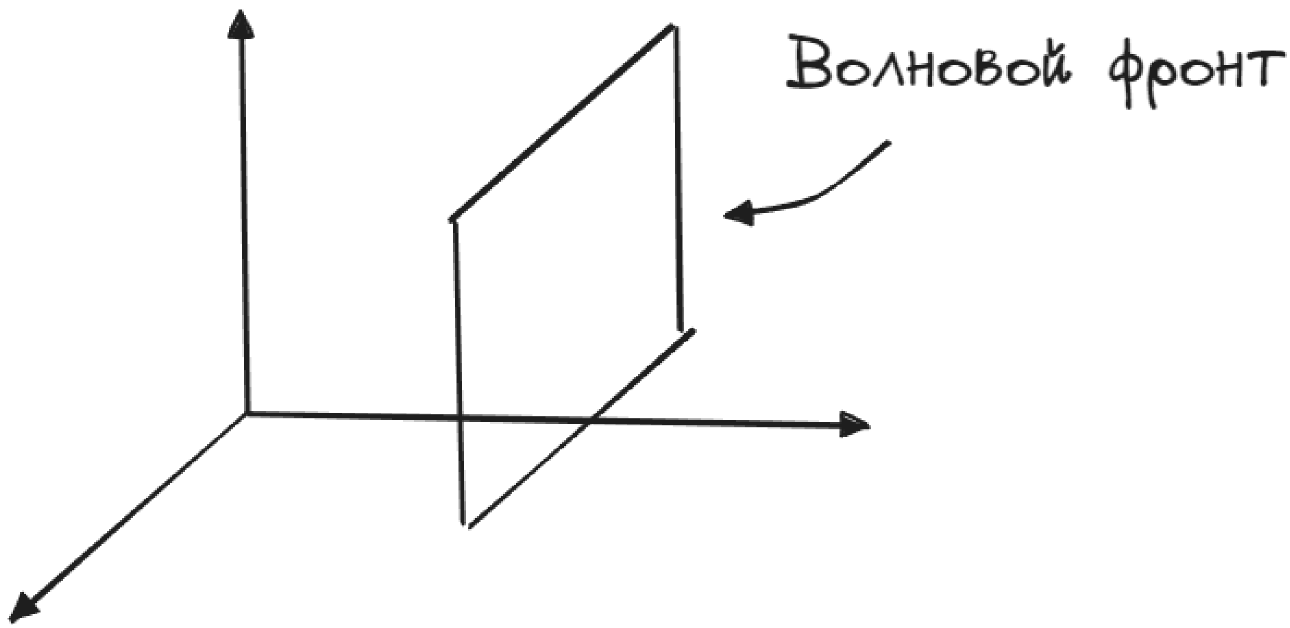
$$[\nabla \vec{E}] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu\mu_o \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \varepsilon\varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

Рассмотрим случай плоской волны:



Раскроем определители в первом:

$$0 = -\mu\mu_o \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu\mu_o \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_o \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

И втором уравнениях:

$$D = \varepsilon\varepsilon_o \frac{\partial E_x}{\partial x}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_o \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_o \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0$$

> Из уравнений Максвелла вытекает, что электро-магнитные волны являются поперечными.

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_o \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_o (-\frac{\partial E_y}{\partial t})$$

Продифференцируем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_o \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\mu\mu_o \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

Получим волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_o\mu\mu_o \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_o\mu\mu_o \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

Запишем решения этих волновых уравнений:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1)$$

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Дифференцируем, чтобы подставить в исходные:

$$E_m k \sin(\omega t - kx + \alpha_1) = -\mu\mu_o H_m \omega \sin(\omega t - kx + \alpha_2)$$

$$H_m k \sin(\omega t - kx + \alpha_2) = \varepsilon\varepsilon_o E_m \omega \sin(\omega t - kx + \alpha_1)$$

> Колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят в одной фазе.

Амплитудные значения связаны соотношением:

$$kE_m = -\mu\mu_o H_m$$

$$kH_m = \varepsilon\varepsilon_o E_m \omega$$

$$k = \frac{\varepsilon\varepsilon_o E_m}{H_m}$$

$$\omega\varepsilon\varepsilon_o E_m^2 = \mu\mu_o\omega H_m^2$$

$$\varepsilon\varepsilon_o E_m^2 = \mu\mu_o H_m^2$$

$$E_m\sqrt{\varepsilon\varepsilon_o} = H_m\sqrt{\mu\mu_o} \Rightarrow E_y\sqrt{\varepsilon\varepsilon_o} = H_z\sqrt{\mu\mu_o}$$