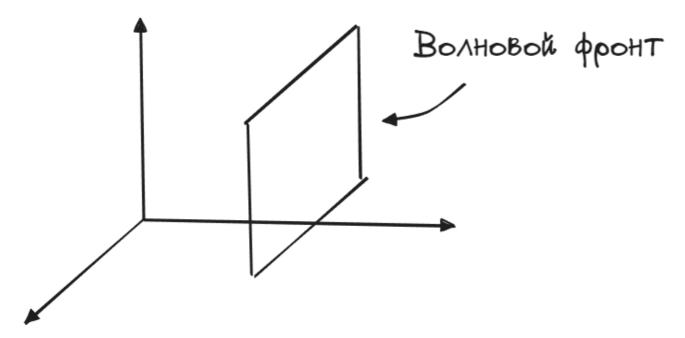
1.5 Плоская электромагнитная волны

В материале могут быть опечатки и ошибки

Новоженов Павел ЭН-26

$$\begin{aligned} [\nabla \vec{E}] &= \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu \mu_o \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \varepsilon \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

Рассмотрим случай плоской волны:



Раскроем определители в первом:

$$egin{aligned} 0 &= -\mu \mu_o rac{\partial H_x}{\partial t} \ &-rac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu \mu_o rac{\partial H_y}{\partial t} \ &rac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu \mu_o rac{\partial ec{H}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

И втором уравнениях:

$$egin{aligned} D &= arepsilon arepsilon_o rac{\partial E_x}{\partial x} \ &- rac{\partial H_z}{\partial x} = arepsilon arepsilon_o rac{\partial E_y}{\partial x} \ &rac{\partial H_y}{\partial x} = arepsilon arepsilon_o rac{\partial E_z}{\partial x} \ &rac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

Из уравнений Максвелла вытекает, что электро-магнитные волны являются поперечными.

$$egin{align} rac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu \mu_o rac{\partial H_z}{\partial t} \ & \ rac{\partial H_z}{\partial x} &= -arepsilon arepsilon_o (-rac{\partial E_y}{\partial t}) \end{aligned}$$

Продифференцируем:

$$rac{\partial}{\partial x}rac{\partial E_y}{\partial x}=-\mu\mu_orac{\partial}{\partial x}rac{\partial H_z}{\partial t}=-\mu\mu_orac{\partial}{\partial t}rac{\partial H_z}{\partial x}$$

Получим волновые уравнения:

$$egin{aligned} rac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} &= arepsilon arepsilon_o \mu \mu_o rac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \ rac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} &= arepsilon arepsilon_o \mu \mu_o rac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Запишем решения этих волновых уравнений:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1)$$

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Дифференцируем, чтобы подставить в исходные:

$$E_m k \sin(\omega t - kx + lpha_1) = -\mu \mu_o H_m \omega \sin(\omega t - kx + lpha_2)$$
 $H_m k \sin(\omega t - kx + lpha_2) = arepsilon arepsilon_o E_m \omega \sin(\omega t - kx + lpha_1)$

Колебания векторов \vec{E} и \vec{H} происходят в одной фазе.

Амплитудные значения связаны соотношением:

$$egin{aligned} kE_m &= -\mu \mu_o H_m \ kH_m &= arepsilon arepsilon_o E_m \omega \ k &= rac{arepsilon arepsilon_o E_m}{H_m} \end{aligned}$$

$$\omega arepsilon arepsilon_o E_m^2 = \mu \mu_o \omega H_m^2$$
 $arepsilon arepsilon_o E_m^2 = \mu \mu_o H_m^2$ $E_m \sqrt{arepsilon arepsilon_o} = H_m \sqrt{\mu \mu_o} \Rightarrow E_y \sqrt{arepsilon arepsilon_o} = H_z \sqrt{\mu \mu_o}$

