

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 **ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ** **ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

Цель работы

Экспериментальное исследование апериодических и колебательных переходных процессов в линейных электрических цепях первого и второго порядков и сопоставление экспериментальных результатов с предварительно рассчитанными параметрами.

Теоретические сведения и расчетные формулы

1. Виды и методы измерения электрических величин

Переходным процессом называют процесс изменения токов и напряжений в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому. Причиной, вызывающей начало переходного процесса, является коммутация, под которой понимают отключение цепи или её подключение к внешнему источнику питания, либо скачкообразное изменение топологии или параметров элементов цепи. В общем случае вид кривой переходного процесса зависит как от изменения топологии цепи, накопленной в ней энергии, так и от видов действующих в цепи ЭДС источников напряжения и токов источников тока.

Переходный процесс в цепи может протекать как за счёт начального запаса энергии, накопленного в реактивных L и C элементах, так и за счёт энергии внешнего источника. При этом переходный процесс, протекающий за счёт расходования накопленной в элементах L и C энергии, называют свободным процессом или процессом собственных колебаний, а режим, близкий к стационарному, который устанавливается в цепи по истечении времени переходного процесса с момента коммутации, называют установившимся

режимом; напряжения и токи в установившемся режиме называют установившимися напряжениями и токами.

В общем случае напряжения и токи цепи в переходном режиме выражают в виде суммы установившихся и свободных составляющих, т.е.

$$u = u_y + u_{св} \text{ и } i = i_y + i_{св}.$$

2. Переходные процессы в линейных цепях первого порядка

На рисунках 18 и 19 изображены схемы RL- и RC-цепей, входы которых подключаются к источникам постоянного напряжения U . В линейных цепях первого порядка переходные процессы описываются экспоненциальными уравнениями.

Для RL-цепи (рисунок 18, а) ток и напряжение на индуктивной катушке:

$$i_L(t) = I_0(1 - e^{-at}) = I_0(1 - e^{-t/\tau});$$

$$u_L(t) = L[di_L(t)/dt] = Ue^{-at},$$

где $I_0 = U/R$ - установившийся ток; $\tau = L/R$ - постоянная времени в секундах; $a = 1/\tau$ коэффициент затухания переходного процесса (1/с).

Графики тока $i_L(t)$ и напряжения $u_L(t)$ представлены на рисунке 18, б и в, где $t = 0$ означает мгновение до коммутации.

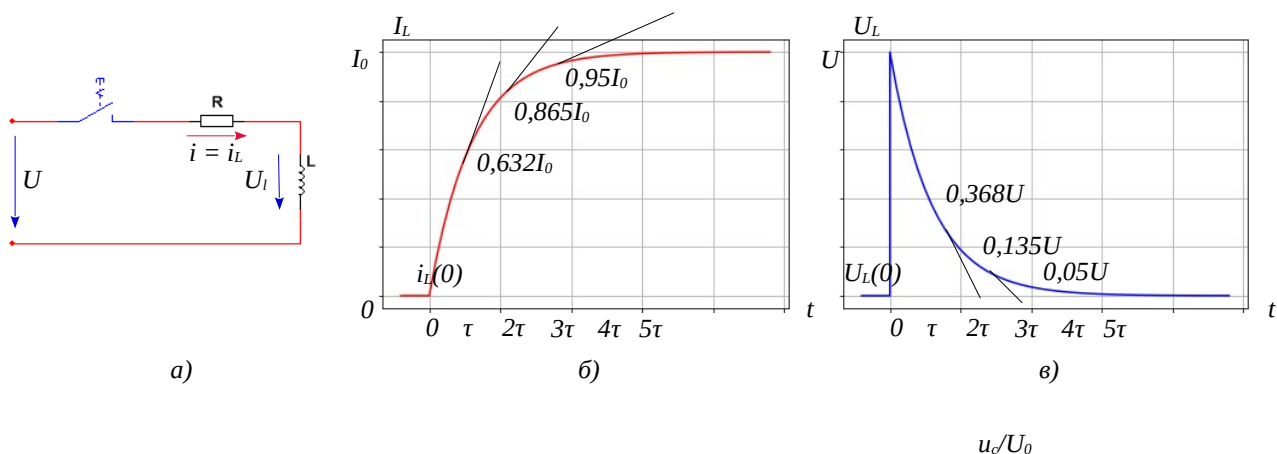


Рисунок 18

Анализ графиков показывает, что ток в RL-цепи постепенно нарастает до своего установившегося значения и тем медленней, чем больше постоянная времени τ время, в течение которого переходная величина изменяется на 0,632 от своего размаха I_0 .

Если снять осциллограмму переходного тока, то значение τ можно определить по длине подкасательной, получаемой после проведения касательной из точки 0 до пересечения с горизонтальной линией (I_0) и опускания перпендикуляра на ось абсцисс (или используя другие точки осциллограммы для проведения касательной, например, точку $0,632I_0$ или точку $0,865I_0$ (см. рисунок 18, б)).

В инженерных расчётах время переходного процесса принимают равным $t_{mn} \approx 3\tau$; при этом переходная величина достигает порядка 0,95 своего установившегося значения. При более точных расчётах принимают $t_{mn} \approx 5\tau$, при котором переходная величина, ток, $i_L(5\tau) \approx 0,993I_0$.

На графике $u_L(t)$ (рисунок 18, в) длина подкасательной на оси абсцисс соответствует постоянной времени τ цепи, в течение которого значение напряжения $u_L(0+) = U$ уменьшается в $e \approx 2,72$ раз. Чем больше τ , тем медленнее уменьшается напряжение u_L .

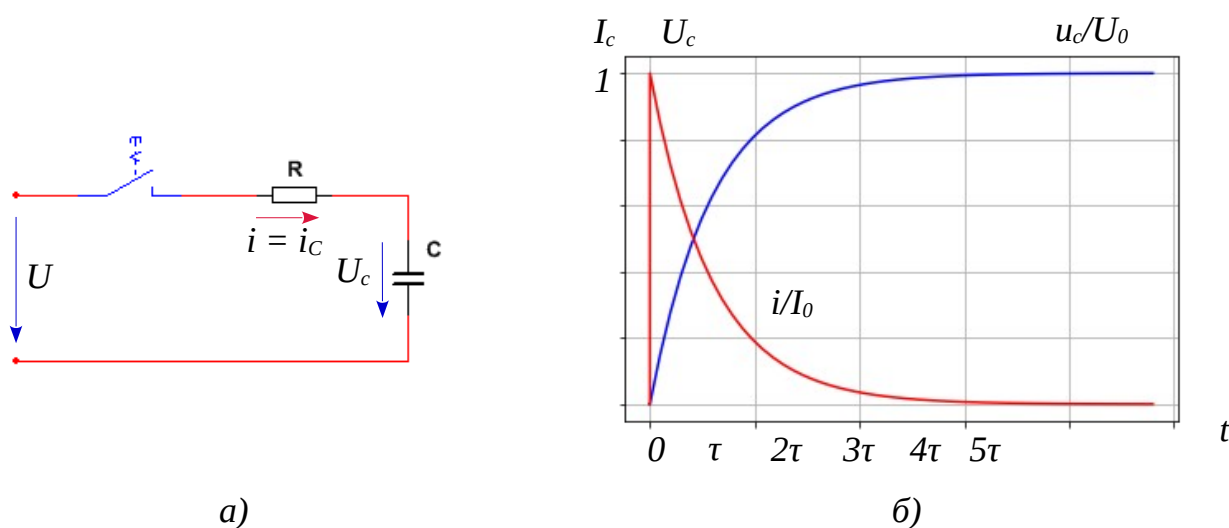


Рисунок 19

При подключении RC-цепи (рисунок 19, а) к источнику постоянного напряжения U напряжение и ток конденсатора равны:

$$U_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau});$$

$$i_C(t) = C[du_C(t)/dt] = I_0 e^{-at} = I_0 e^{-t/\tau},$$

где $I_0 = U/R$ - ток при $t = 0+$; $\tau = RC$ - постоянная времени; $a = 1/\tau$ коэффициент затухания переходного процесса; $t = 0+$ - мгновение после коммутации.

Нормированные графики $u_C(t)/U$ и $i_C(t)/U$ представлены на рисунке 19, б.

Если сравнить графики переходного тока i_L и напряжения u_L в RL-цепи (рисунок 18, б) с током i_C и напряжением u_C в RC-цепи (рисунок 19, б), то можно заметить, что графики i_L и u_C , u_L и i_C внешне идентичны, так как законы изменения переходных величин одинаковые.

3. Переходные процессы в линейной цепи второго порядка

В цепях второго порядка характер изменения тока и напряжений на индуктивной катушке и конденсаторе зависит от соотношения параметров элементов R , L и C последовательной RLC-цепи (рисунок 20).

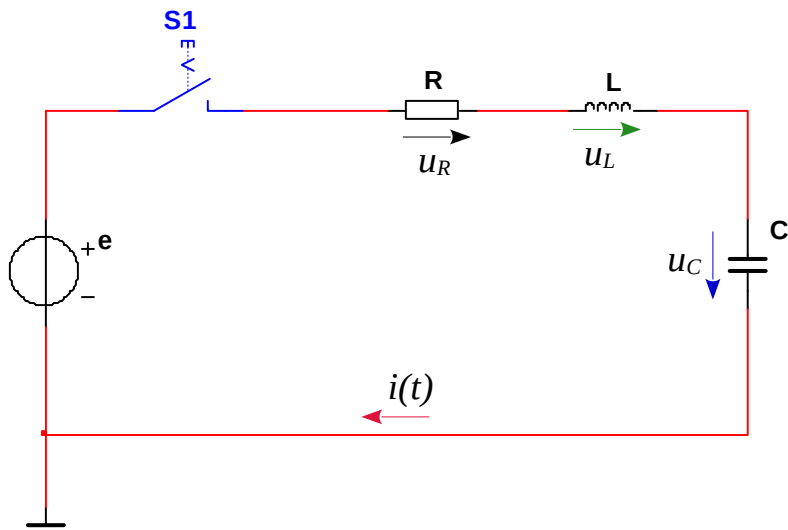


Рисунок 20

Случай 1

$R > 2\sqrt{L/C}$ при неравных вещественных отрицательных корнях a_1 и a_2 характеристического уравнения $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ цепи, где $\alpha = R/2L$; $\omega_0^2 = 1/LC$.

Переходный процесс носит аperiodический характер (рисунок 21, а, б):

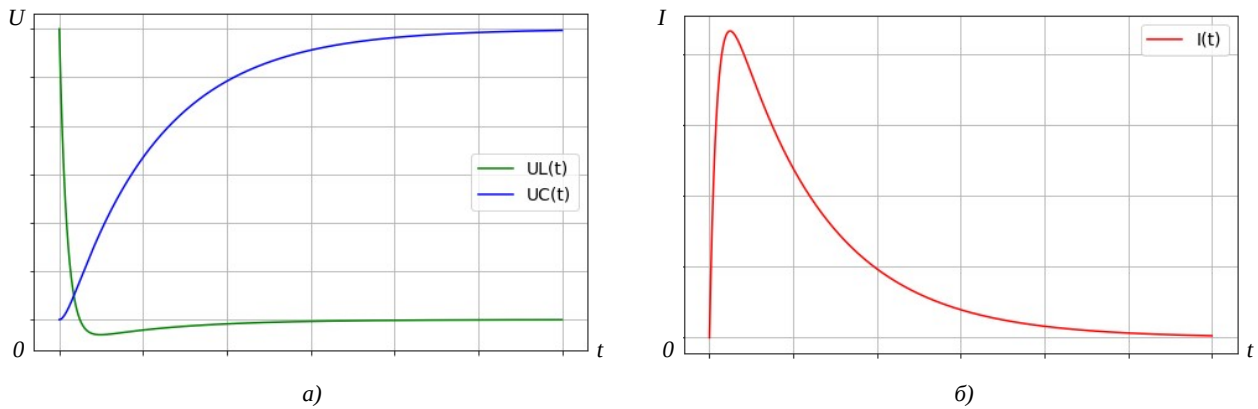


Рисунок 21

$$i(t) = U \frac{e^{a_1 t} - e^{a_2 t}}{L(a_1 - a_2)} ;$$

$$u_L(t) = U \frac{a_1 e^{a_1 t} - a_2 e^{a_2 t}}{a_1 - a_2} ;$$

$$u_c(t) = U + U \left(\frac{a_2}{a_1 - a_2} e^{a_1 t} - \frac{a_1}{a_1 - a_2} e^{a_2 t} \right) .$$

Случай 2

$R < 2\sqrt{L/C}$ при $\alpha < \omega_0$ корни характеристического уравнения $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ комплексно-сопряжены: $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_c$, где $\alpha = R/2L$ - коэффициент затухания переходного процесса; $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ - угловая частота свободных (собственных) колебаний реального контура; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - собственная частота идеального контура (при $R = 0$).

Выражение для переходного тока:

$$i(t) = \frac{U}{\omega_c L} e^{-\alpha t} \sin \omega_c t$$

Определив постоянную времени цепи $\tau = 1/\alpha$ и период собственных колебаний тока $T_{св} = 2\pi/\omega_c$, получаем график тока $i(t)$ (рисунок 22).

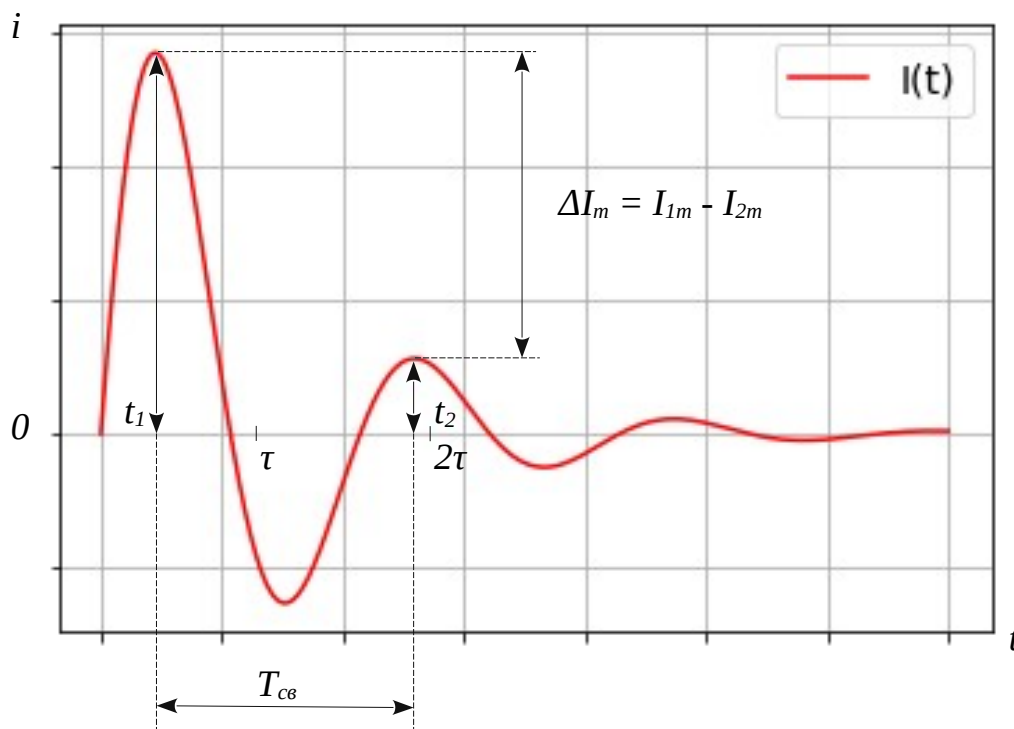


Рисунок 22

Из полученного аналитического выражения тока, а также из графика видно, что переходный процесс в этом случае является колебательным вследствие периодического перераспределения запасов энергии в магнитном и электрическом полях элементов L и C цепи.

Скорость затухания колебаний тока в переходном процессе зависит от постоянной времени $\tau = 1/\alpha = 2L/R$ цепи и определяется декрементом затухания $\Delta = I_{1m}/I_{2m} = e^{\alpha T_{св}}$ или $\Delta = U_{C1m}/U_{C2m} = e^{\alpha T_{св}}$, а логарифм натуральный от Δ называют логарифмическим декрементом затухания $\Theta = \ln \Delta = \alpha T_{св} = 2\pi\alpha/\omega_c$.

Отсюда коэффициент затухания $\alpha = \ln(I_{1m}/I_{2m})/T_{св}$ или $\alpha = \ln(U_{C1m}/U_{C2m})/T_{св}$.

Из выражения декремента Θ видно, что за период $T_{св}$ ток i затухает в $e^{\alpha T_{св}}$ раз.

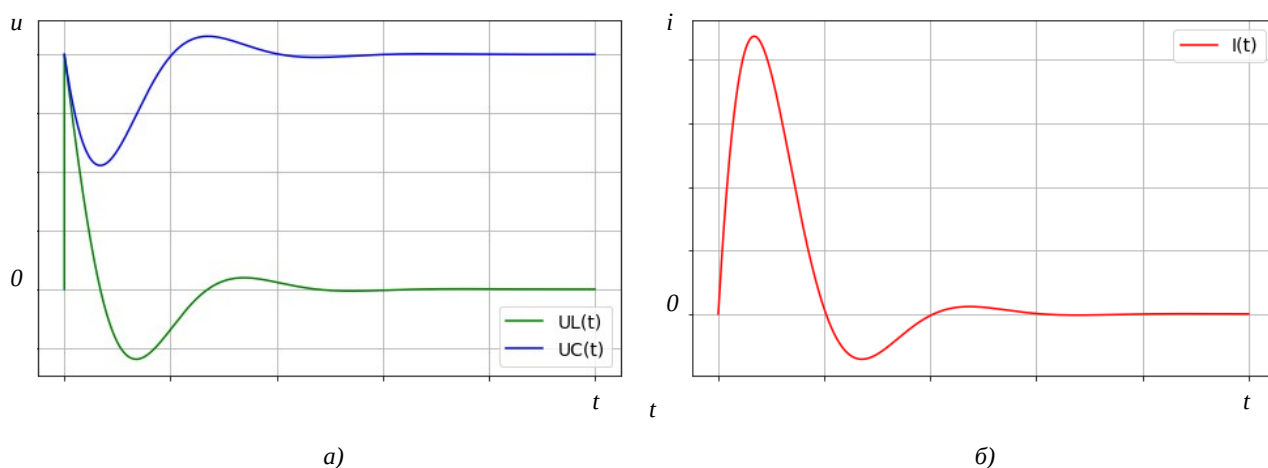


Рисунок 23

Графики напряжений (при $\alpha < \omega_c$) $u_L(t) = Ue^{-\alpha t}(\cos \omega_c t - (\alpha/\omega_c)\sin \omega_c t)$ и $u_C(t) \approx U(1 - e^{-\alpha t}\sin \omega_c t)$ и тока $i(t)$ изображены на рисунках 23, а и 23, б. Напряжения и ток периодически меняют знак. Амплитуда колебаний изменяется по экспоненциальному закону. В цепи совершаются затухающие колебания тока и напряжений с периодом $T_{св} = 2\pi/\omega_c$.

В предельном случае $\alpha = 0$ ($R = 0$), $\omega_c = \omega_0$ колебания будут незатухающими с периодом $T_0 = 2\pi\sqrt{L/C}$ соответствующими характеру этих кривых при установившемся процессе в случае резонанса напряжений.

Случай 3

$R = R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$ при данном равенстве сопротивление называется критическим ($\alpha = \omega_0$ и корни $p_1 = p_2 = -\alpha = -R/2L$ уравнения $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ вещественны и равны друг другу), получим $\omega_c = 0$ и $T_{св} = \infty$. При этом периодические затухающие колебания переходят в аperiodические. Этот случай называют критическим (предельно аperiodическим), а ток i , напряжения на катушке u_L и на конденсаторе u_C в переходном процессе определяют по формулам:

$$i = (U/L)te^{-\alpha t} ;$$

$$u_L = (1 - \alpha t)Ue^{-\alpha t} ;$$

$$u_C = U(1 - (1 + \alpha t)e^{-\alpha t}) .$$

Графики напряжений и тока изображены на рисунках 24, а и 24, б.

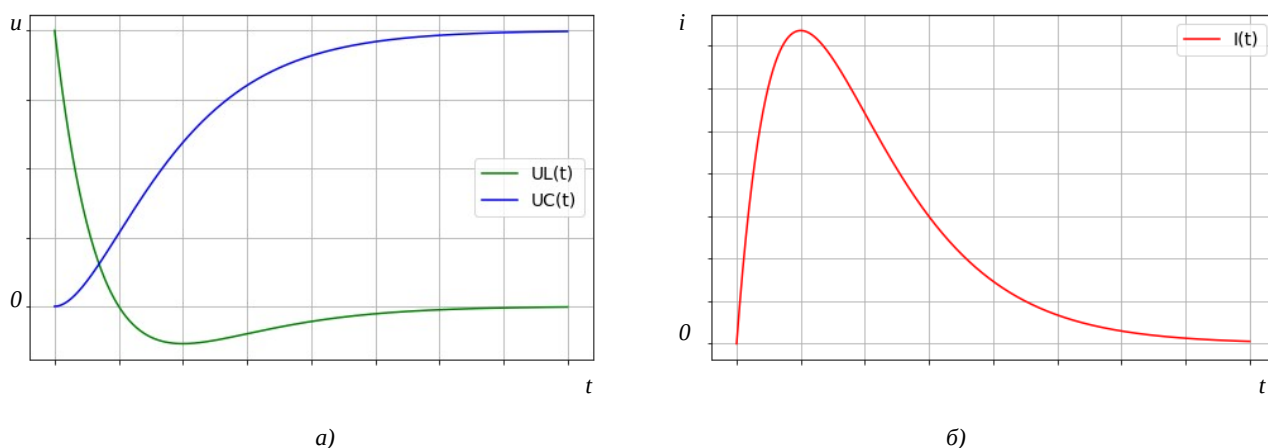


Рисунок 24

Учебные задания и методические указания к их выполнению

Задание 1 Определение постоянной времени

Для чётных вариантов N : рассчитать переходный процесс в RL-цепи (рисунок 18, а) при $U = 4$ В; $R = R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$, Ом; $C = \text{int}(100/N)$, мкФ; $L = 10\text{int}(100/N)$, мГн, где N - номер по списку, изобразив на одном рисунке графики функций $i(t)$ и $u_L(t)$. Определить постоянную времени τ RL-цепи и найти значения напряжения $u_L(0+)$, $u_L(\tau)$, $u_L(2\tau)$ и $u_L(3\tau)$, записав их в таблицу с дополнительной строкой для заполнения экспериментальными данными.

Для нечётных вариантов N : рассчитать переходный процесс в RC-цепи (рисунок 19, а) при $U = 4$ В; $R = R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$, Ом; $L = 10\text{int}(100/N)$, мГн; $C = \text{int}(100/N)$, мкФ, изобразив на одном рисунке графики функций $i(t)$ и $u_C(t)$. Определить постоянную времени τ RC-цепи и найти значения напряжения $u_C(0+)$, $u_C(\tau)$, $u_C(2\tau)$ и $u_C(3\tau)$, записав их в таблицу с дополнительной строкой для заполнения экспериментальными данными.

Задание 2 Расчет коэффициента затухания

Рассчитать коэффициент затухания α , частоту свободных колебаний ω_c и период свободных колебаний $T_{св}$ переходного тока в RLC-цепи (рисунок 20, а) при её подключении к источнику постоянного напряжения U , если напряжение

$U = 4$ В; индуктивность катушки $L = 10\text{int}(100/N)$, мГн; ёмкость конденсатора $C = \text{int}(100/N)$, мкФ; сопротивление резистора $R = (0,1 \dots 0,2)R_{кр}$, где $R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$. Построить график $i(t)$ (рисунок 22).

Задание 3 RL и RC-цепи

Собрать на рабочем поле схему (рисунок 5) для исследования переходных процессов в неразветвлённых цепях первого и второго порядков.

- подключить выходы функционального генератора XFG1 и входы осциллографа XSC1 к указанным на схеме (рисунок 25) узлам. Управляемый ток источник напряжения INUT включен в схему для снятия кривой напряжения, идентичной по форме кривой тока $i(t)$;

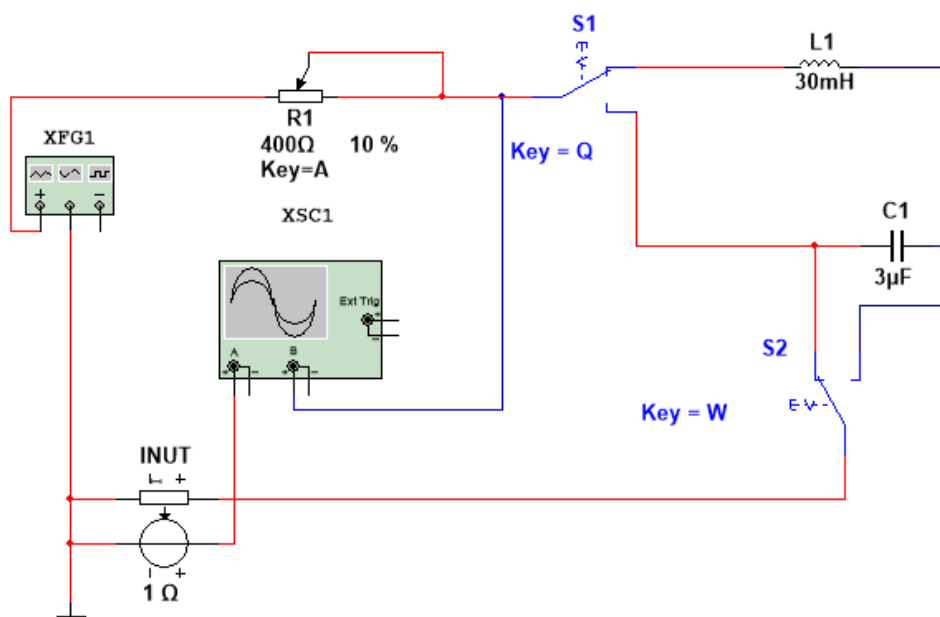


Рисунок 25

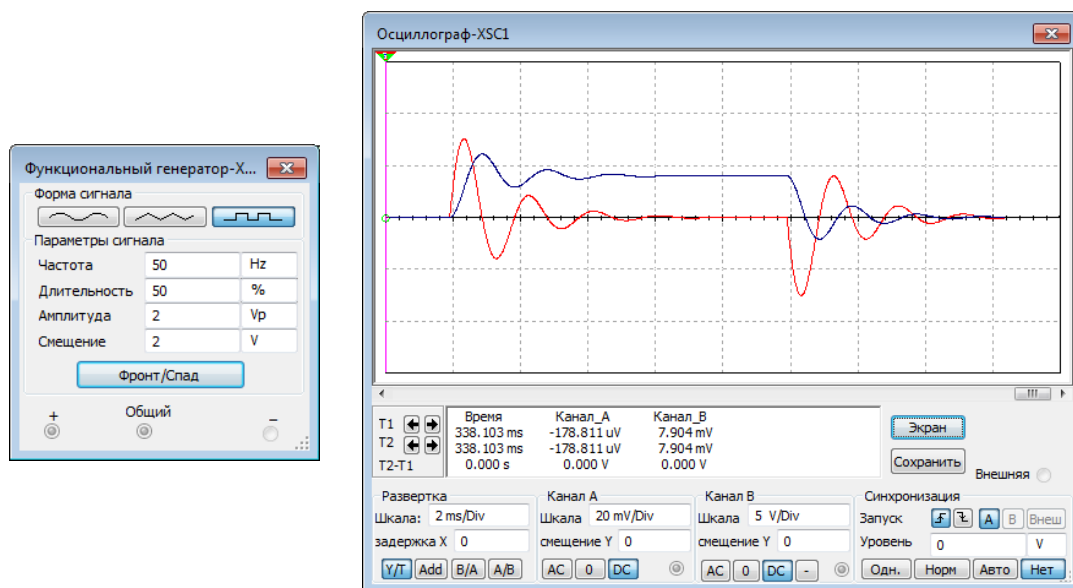


Рисунок 26

- установить параметры реактивных элементов L и C схемы, рассчитанные в Задании 1, и сопротивление потенциометра $R = 2R_{кр}$, его уровень Setting = 50%, шаг изменения Increment = 1%.
- здать параметры функционального генератора XFG1 (напряжение (Amplitude), частоту (Frequency), смещение (Offset)) (см. рисунок 26, слева) и осциллографа, ориентировочные значения которых приведены на рисунке 27. При этом длительность импульса генератора $t_u > (5...8)\tau$.

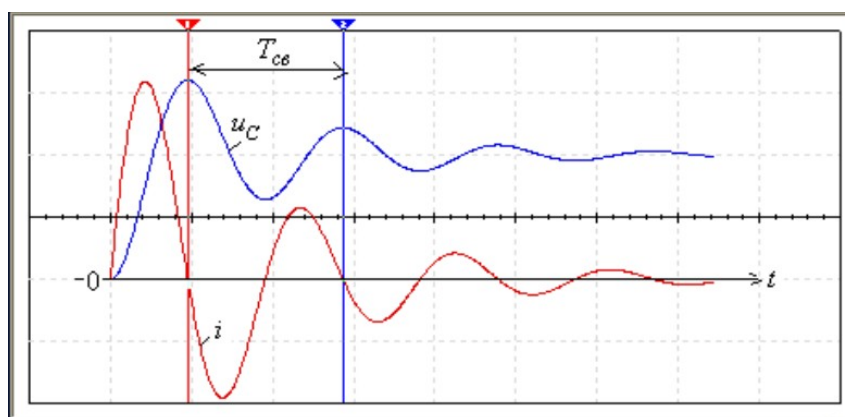


Рисунок 27

Примечание. Исследование переходных процессов в электрических цепях проводить при положении регулятора горизонтальной развёртки луча осциллографа, обеспечивающим развёртку исследуемых функций на 0,6...0,8 ширины его экрана.

Для чётных вариантов N : установить переключатель Q в верхнее, а W - в правое положение для исследования переходных процессов в RL -цепи; скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_L(t)$ на экране осциллографа. Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, определить постоянную времени RL -цепи и измерить значения переходных функций $i(t)$ и $u_L(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t = 3\tau$; занести их значения в строку таблицы, составленную при выполнении Задания 1; перенести схему и осциллограммы функций $i(t)$ и $u_L(t)$ в отчёт; сравнить полученные данные с расчётными значениями величин.

Для нечётных вариантов N : установить переключатель Q в нижнее, а W - в правое положение для исследования переходных процессов в RC -цепи; скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_C(t)$ на экране осциллографа. Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, определить постоянную времени RC -цепи и измерить значения переходных функций $i(t)$ и $u_C(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t = 3\tau$; занести их значения в строку таблицы, составленную при выполнении Задания

1; перенести схему и осциллограммы функций $i(t)$ и $u_C(t)$ в отчёт; сравнить полученные данные с расчётными значениями величин.

Задание 4 RLC-цепь

Установить переключатель Q в верхнее, а W - в левое положение для исследования переходных процессов в RLC-цепи (см. рисунок 25); задать сопротивление потенциометра $R = (0,08...0,15)R_{кр}$ (Setting = (8...10)%); скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_C(t)$ на экране осциллографа.

Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, измерить период $T_{св}$ свободных колебаний тока, амплитуды тока I_{1m} и I_{2m} (см. рисунок 22), найти и сравнить с результатами расчёта (см. Задание 2) коэффициент затухания α и частоту собственных колебаний ω_c тока i и напряжения u_C .

Перенести осциллограммы тока $i(t)$ и напряжения $u_C(t)$ при $R < R_{кр}$ в отчёт.

Задание 5 Аперриодический переходный процесс

Задать значение сопротивления $R = 2R_{кр}$. Убедиться, что вместо колебательного переходный процесс станет аперриодическим. Перенести осциллограммы напряжения на конденсаторе $u_C(t)$ и тока $i(t)$ в отчёт.

Уменьшив сопротивление R вдвое (задав Setting = 50%), сравнить крутизну нарастания критического переходного тока i и напряжения u_C в RLC-цепи с крутизной нарастания тока i и напряжения u_C при $R = 2R_{кр}$.

Содержание отчёта

1. Наименование и цель работы.
2. Расчётные схемы цепей первого и второго порядков с исходными значениями параметров.

3. Расчётные формулы и вычисления. Таблица с занесенными предварительно вычисленными и измеренными переходными величинами.
4. Смоделированные схемы и осциллограммы переходных величин с оцифровкой шкал осей и характерных точек.
5. Сравнительный анализ расчётных и экспериментальных данных.
6. Выводы по работе.