1.2 Волновое уравнение

🚨🚨 В материале могут быть опечатки и ошибки 🚨🚨

Новоженов Павел
ЭН-26

Получим волновое уравнение из функции отклонения от положения равновесия.

$$\xi(\vec{r}, t) = a\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -a\omega \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -a\omega^2 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -\omega^2 \xi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -ak_x^2 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_x^2 \xi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = -ak_y^2 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_y^2 \xi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -ak_z^2 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_z^2 \xi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)\xi$$

$$\nabla^2 \xi = -k^2 = -\frac{\omega^2}{v^2}$$

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \textit{волновое уравнение}$$

$$\xi(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) + f\left(t + \frac{x}{v}\right) - \textit{решение волнового уравнения}$$