

1.4 Волновое уравнение электромагнитной волны

🔥🔥 В материале могут быть опечатки и ошибки 🔥🔥

Новожинов Павел

ЭН-26

Переменное электрическое поле порождает магнитное, а переменное магнитное электрическое. Тогда электрическое и магнитное поле могут существовать без источников этих полей.

Рассмотрим однородную нейтральную непроводящую среду с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ .

$$[\nabla \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$[\nabla \vec{H}] = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \vec{E} = 0$$

$$\nabla \vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{H} = \mu \mu_0 \vec{B}$$

Продифференцируем:

$$\frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \vec{H}]$$

$$\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = [\nabla \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}]$$

$$\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu \mu_0} \left[\nabla \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] = -\frac{1}{\mu \mu_0} [\nabla [\nabla \vec{E}]]$$

По свойствам векторного умножения:

$$[\nabla [\nabla \vec{E}]] = \nabla (\nabla \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$$

Получим:

$$\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu \mu_0} \nabla^2 \vec{E}$$

Волновое уравнение электромагнитной волны:

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_o \mu \mu_o \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\varepsilon \varepsilon_o \mu \mu_o = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon \varepsilon_o \mu \mu_o}} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_o \mu \mu_o}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}}$$

Вывод: Из уравнения вытекает существование в однородной изотропной среде электромагнитных волн которые распространяются со скоростью $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}}$.