

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа программной инженерии



**ПОЛИТЕХ**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого

## КУРСОВАЯ РАБОТА

*Использование бинарных решающих диаграмм  
для решения логических задач.*

*Библиотека BuDDy*

по дисциплине «Математическая логика»

Студент гр. 23537/1

*Е.И.Новоселова*

Руководитель

И.В. Шошмина

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Формулировка задачи.....	4
2. Решение задачи.....	5
3. Физическая интерпретация задачи.....	6
Заключение.....	9
Список использованной литературы.....	10

## **Введение**

В данной курсовой работе показан пример решения задачи из класса задач программирования в ограничениях (Constraint Satisfaction Problem – CSP). В ней объекты должны удовлетворять некоторому заданному набору ограничений – свойствам искомого решения.

Инструментом для решения задачи является бинарная решающая диаграмма (Binary Decision Diagram, BDD). Представление булевых функций в виде BDD является более эффективным, чем с помощью классических методов (таблица истинности, бинарное решающее дерево и др.). Для работы с BDD используется библиотека BuDDy для языка C++.

## 1. Формулировка задачи

Будем решать следующую задачу:

- Имеется  $N=9$  объектов, расположенных следующим образом:


- Между объектами определены “соседские” отношения (относительно центрального объекта);

		*
	0	*

- Необходимо выбрать  $M=4$  свойств, принимающих  $N$  различных значений;
- Задать ограничения (типы ограничений взяты из задачи Эйнштейна):
  - а) 5 ограничений типа 1;
  - б) 5 ограничений типа 2;
  - в) Для ограничений типа 3 и 4 использовать заданные соседские отношения. Придумать, как ограничения, подобные типу 3, 4, выражаются в соседских отношениях, задать 4 ограничения подобных отношениям типа 3 и 2 ограничения подобных отношениям типа 4
- Необходимо самостоятельно описать дополнительный тип ограничения  $n7$ : сумма свойств объектов с нечетной позицией не должна быть больше  $K=15$
- Найти все возможные решения;
- Придумать физическую интерпретацию задачи;
- Если задача имеет не одно решение, добавить и/или изменить некоторые ограничения так, чтобы задача имела только одно единственное решение.
- Если задача не имеет решений, удалить и/или изменить некоторые ограничения так, чтобы задача имела только одно единственное решение. Ограничение типа  $n7$  удалять нельзя.

## 2. Решение задачи

Зададим 5 ограничения типа 1:

- Свойство 1 у объекта с 0 номером в очереди равно 0
- Свойство 2 у объекта с 3 номером в очереди равно 3
- Свойство 3 у объекта с 1 номером в очереди равно 7
- Свойство 4 у объекта с 4 номером в очереди равно 8
- Свойство 1 у объекта с 8 номером в очереди равно 4

Зададим 5 ограничений типа 2:

- Если у объекта свойство 1 со значением 3, то у него свойство 2 имеет значение 5 и обратно
- Если у объекта свойство 1 со значением 7, то у него свойство 4 имеет значение 3 и обратно
- Если у объекта свойство 3 со значением 1, то у него свойство 2 имеет значение 0 и обратно
- Если у объекта свойство 2 со значением 6, то у него свойство 3 имеет значение 2 и обратно
- Если у объекта свойство 3 со значением 7, то у него свойство 4 имеет значение 5 и обратно

Зададим 4 ограничения типа 3:

- если у объекта свойство 1 имеет значение 2, то он стоит слева-снизу от объекта, у которого свойство 1 имеет значение 4
- если у объекта свойство 2 имеет значение 4, то он стоит справа-сверху от объекта, у которого свойство 3 имеет значение 1
- если у объекта свойство 2 имеет значение 0, то он стоит до объекта, у которого свойство 3 имеет значение 5
- если у объекта свойство 4 имеет значение 8, то он стоит до объекта, у которого свойство 2 имеет значение 1

Зададим 2 ограничения типа 4:

- объект со значением 2 в свойстве 1 стоит слева или справа от объекта

со значением 5 в свойстве 1

- объект со значением 0 в свойстве 2 стоит слева-снизу или справа-сверху от объекта со значением 2 в свойстве 4

С вышеперечисленными ограничениями получилось 33696 решений. Для того чтобы задача имела 1 решение, добавим ограничения:

Типа 1:

- Свойство 1 у объекта с 3 номером в очереди равно 6
- Свойство 3 у объекта с 8 номером в очереди равно 2
- Свойство 1 у объекта со 2 номером в очереди равно 3
- Свойство 3 у объекта с 0 номером в очереди равно 8

Типа 2:

- Если у героя свойство 1 со значением 0, то у него свойство 4 имеет значение 0 и обратно
- Если у героя свойство 3 со значением 4, то у него свойство 4 имеет значение 4 и обратно
- Если у героя свойство 3 со значением 2, то у него свойство 4 имеет значение 7 и обратно
- Если у героя свойство 1 со значением 7, то у него свойство 2 имеет значение 7 и обратно

Теперь задача имеет единственное решение:

```
0: 0 8 8 0
1: 1 2 7 5
2: 3 5 4 4
3: 6 3 3 1
4: 5 0 1 8
5: 2 1 5 6
6: 7 7 6 3
7: 8 4 0 2
8: 4 6 2 7
```

### 3. Физическая интерпретация задачи

На полу лежат 9 корзин с фруктами. На каждой корзине написан свой номер (от 0 до 8). В каждой из корзин находится некоторое количество (от 0 до 8)

апельсинов, бананов, яблок и груш. Известно, что в корзинах с нечётными номерами может находиться не более 15 фруктов и что нет 2х корзин с одинаковым количеством одинаковых фруктов. В корзине с номером 0 нет апельсинов. В третьей корзине находится три банана. В первой корзине находится 7 яблок. В четвёртой корзине 8 груш. В восьмой корзине 4 апельсина.

В корзине с тремя апельсинами также находится 5 бананов. В корзине с семью апельсинами также находится 3 груши. В корзине с одним яблоком нет бананов. В корзине с шестью бананами также находится 2 яблока. В корзине с семью яблоками также находится 5 груш.

Корзина с двумя апельсинами имеет номер на 3 меньше чем корзина с четырьмя апельсинами. Корзина с одним яблоком имеет номер на 3 меньше чем корзина с четырьмя бананами. Корзина без бананов имеет номер на 1 меньше чем корзина с пятью яблоками. Корзина с восемью грушами имеет номер на 1 меньше чем корзина с одним бананом.

Корзина с двумя апельсинами имеет номер на 1 меньше или на 1 больше чем корзина с пятью апельсинами. Корзина с без бананов имеет номер на 3 меньше или на 3 больше чем корзина с двумя грушами.

В третьей корзине 6 апельсинов. В восьмой корзине 2 яблока. Во второй корзине 3 апельсина. В нулевой корзине 8 яблок.

В корзине где нет апельсинов также нет груш. В корзине с четырьмя яблоками также находится 4 груши. В корзине с двумя яблоками также находится 7 груш. В корзине с семью апельсинами также находится 7 бананов.

Сколько в каждой корзине фруктов?

Интерпретация решения:

Номер корзины	Апельсины	Бананы	Яблоки	Груши
0	0	8	8	0
1	1	2	7	5
2	3	5	4	4
3	6	3	3	1
4	5	0	1	8

5	2	1	5	6
6	7	7	6	3
7	8	4	0	2
8	4	6	2	7



## **Заключение**

Данная в курсовой работе задача была представлена в виде булевой функции и её решение было сведено к нахождению набора переменных, на которых функция принимает истинное значение. Функция была представлена в виде BDD. Для представления BDD и выполнения операций над ней была использована библиотека BuDDy.

### Список использованной литературы

1. А.Б. Беляев, И.В. Шошмина. Использование бинарных решающих диаграмм для решения логических задач. Библиотека BuDDy. - 2014. - 25 с.
2. Ю.Г. Карпов. Задачи по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов». - 2014. - 105с.
3. Ю.Г. Карпов. Конспект к курсу математической логики: [Электронный ресурс]:URL: [https://courses.openedu.ru/courses/course-v1:spbstu+MATLOG+fall\\_2018/pdfbook/0/](https://courses.openedu.ru/courses/course-v1:spbstu+MATLOG+fall_2018/pdfbook/0/) (дата обращения: 11.12.2018).
4. Бинарная диаграмма решений: [Электронный ресурс]:URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Бинарная\\_диаграмма\\_решений](https://ru.wikipedia.org/wiki/Бинарная_диаграмма_решений) (дата обращения: 11.12.2018).
5. Ю.Г. Карпов. MODEL CHECKING. Верификация параллельных и распределенных программных систем . – СПб.: БХВ-Петербург, 2010. - 560 с.