Министерство образования Республики Беларусь

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Факультет прикладной математики и информатики

**Кафедра ММАД**

Макаревич Анатолий Сергеевич

Отчет по лабораторным работам по курсу

“Имитационное и статистическое моделирование”

студента 4 курса 10 группы

|  |  |
| --- | --- |
| Работа сдана 2017г. | **Преподаватель** |
| зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2017 г.  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (подпись преподавателя) | *Лобач Виктор Иванович*  доцент кафедры ММАД,  канд. физ.-мат. наук |
|  |  |

*Минск 2017*

**Лабораторная работа 1.**

**Условие:**

Смоделировать БСВ (выборку из 100 элементов) мультипликативным конгруэнтным методом и методом Маклорена-Марсальи и реализовать проверку методами Колмогорова и Пирсона.

**Теория:**

**Мультипликативный конгруэнтный метод:**

Псевдослучайная последовательность  строится по следующим рекуррентным формулам:

  

где  - параметры датчика:  - множитель (*<M*), *M* – модуль,  - стартовое значение (нечетное число).

В данной работе брались значения: *M*=2147483648, ==65539.

**Метод Маклорена-Марсальи:**

Пусть  - псевдослучайные последовательности, порожденные независимо работающими датчиками;  - результирующая псевдослучайная последовательность реализация БСВ;

*V={V(0), V(1), …,V(K-1)}* – вспомогательная таблица *K* чисел.

Процесс вычисления  включает следующие этапы:

- первоначальное заполнение таблицы

*V*: 

- случайный выбор из таблицы:



-обновление табличных значений:

.

В данной работе в качестве  бралась последовательность (из 100 элементов), полученная мультипликативным конгруэнтным методом, описанным выше. В качестве , бралась последовательности (из 10000) элементов, полученная аналогичным способом с тем же M и . *K*=100.

** - критерий согласия Пирсона:**

Область возможных значений случайной величины разбивается на интервалы .

Рассматривается следующая статистика,

,

*n* – объем выборки,

 - количество элементов выборки, попавших в *k*-ый интервал,

 - вероятность попадания случайной величины в *k*-ый интервал.

Проверяется условие , где , *G* функция распределения распределения**,**  - уровень значимости (обычно =0.05).

В данной работе отрезок [0;1] разбивался на 10 интервалов.

**Критерий согласия Колмогорова:**

Рассматривается статистика:



где

,



Проверяется условие , где , *K* - функция распределенияраспределения Колмогорова**,**  - уровень значимости.

**Код программы:**

ава

**Результаты:**

По всем тестам проходит.

**Лабораторная работа 2.**

**Условие:**

Смоделировать распределение Пуассона и реализовать проверку методом Пирсона.

**Теория:**

**Распределение Пуассона (с параметром ):**

Случайная величина  принимает только целые неотрицательные значения, причем 

В данной работе, сначала моделировалась последовательность БСВ, а потом по каждой БСВ строился соответствующий элемент выборки распределения Пуассона: отрезок [0;1] разбивался на интервалы длин  проверялось, в какой интервал попадает элемент последовательности БСВ.

**Код программы:**

ава

**Результат:**



**Лабораторная работа 3.**

**Условие:**

Смоделировать распределение Вейбулла-Гнеденко и реализовать проверку методом Колмогорова.

**Теория:**

**Распределение Вейбулла-Гнеденко (с параметрами** *k,* **):**

Распределение имеет плотность



Распределение может быть смоделировано методом обратной функции:

,

*U* – БСВ.

**Код программы:**

ава

**Результат:**

Блабла

**Лабораторная работа 4.1.**

**Условие:**

Вычислить интеграл методом Монте-Карло:



**Теория:**

**Метод Монте-Карло приближенного вычисления интеграла:**

Необходимо вычислить .

Пусть  - произвольная случайная величина с плотностью распределения  имеющая конечный момент второго порядка.

Пусть  Тогда 

В качестве приближенного значения *a* можно взять



В данной работе в качестве  бралась случайная величина, равномерно распределенная на [0;1].

**Код программы:**

код}

Результат:



**Лабораторная работа 4.2.**

**Условие:**

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Монте-Карло:



**Теория:**

**Метод Монте-Карло приближенного решения системы линейных алгебраических уравнений:**

Необходимо решить систему, представленную в виде , где , собственные значения *A* по модулю меньше 1.

Наша цель – вычислить скалярное произведение вектора решения  с некоторым вектором .

Рассмотрим цепь Маркова с параметрами  такими что





 если 

 если 

Положим



Выберем некоторое натуральное *N* и рассмотрим случайную величину



Где 🡪🡪…🡪 - траекторая цепи Маркова.

*Qm* опряделяется как:



Тогда скалярное произведение вектором *h* и *x* приблизительно равно .

Можем найти *x*, скалярно умножая его на векторы *h* у которых в одной позиции стоит 1, а в остьльных – 0.

В данной работе выбиралось 

**Код программы:**

ава

**Результат:**

****

**Задания 5 и 6**

**1. Постановка задачи**

**Разработать в системе GPSS имитационную модель вычислительной системы коллективного пользования** ([2], задание 78).

Вычислительная система имеет две разнотипные ЭВМ (ЭВМ-1 и ЭВМ-2), которые обслуживают сеть активных терминалов. Задачи пользователей образуют пуассоновский процесс с интенсивностью λ зад/сек, а время выполнения задачи в ЭВМ имеет экспоненциальное распределение с математическим ожиданием μ1 (ЭВМ-1) и μ2 (ЭВМ-2) сек. Задачи пользователей выполняются в мультипрограммном режиме, причём область памяти каждой ЭВМ разделена на n блоков. Если поступившая задача застаёт ЭВМ-1 занятой, то она направляется на ЭВМ-2. После выполнения в ЭВМ 25% всех задач обслуживается в АЦПУ, причём время распечатки одного листинга распределено равномерно на интервале [a±ε] сек.

Разработать GPSS-модель функционирования системы в течение одного часа.

Первоначальный перечень экспериментов:

λ=0.2, μ1=8, μ2=12, *n*=10, a=12, ε=8.

**2. Обоснование моделирующего алгоритма**

Для данной системы имеем 3 основных блока (агрегата) обработки задач: ЭВМ-1, ЭВМ-2 и АЦПУ. Здесь имеет место двухканальная модель с накопителями, представляющими области памяти ЭВМ-1 и ЭВМ-2, поэтому имеет смысл использовать STORAGE. Далее, поскольку заранее не известно, сколько всего задач будет выполнено, то на АЦПУ задачи будут отправляться случайно с вероятностью 0.25. Для анализа функционирования системы и сбора статистики по очередям введём дополнительно 2 объекта GPSS типа очередь: одна очередь будет содержать задачи, ожидающие начало обработки, а другая – распечатки. Основным показателем эффективности будем считаем время нахождения задачи в системе, для анализа этого показателя исследуем его распределение вероятностей, используя объект GPSS типа таблица.

Будем решать оптимизационную задачу относительно параметров *n*, μ1, μ2, a и ε, предполагая, что поток задач случаен. Решим также обратную задачу, в предположении, что контролируется интенсивность входного потока задач, а остальные параметры системы постоянны.

**3. Имитационная модель на GPSS/РС (текст программы)**

10 RESET

20 IBM1 STORAGE 10 ; память для ЭВМ-1

30 IBM2 STORAGE 10 ; память для ЭВМ-2

40 EXP FUNCTION RN1,C24 ; экспоненциальное распределение

0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2

.75,1.38/.8,1.6/.84,1.85/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99

.96,3.2/.97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8

50 ; начало программы

60 QTTT QTABLE APPLQ,0,60,20 ; табулируемое время

70 GENERATE 5,FN$EXP ; генерируем поступление задач

80 QUEUE APPLQ ; общая очередь для табуляции

……………………………………………………………………………………

**4. Анализ результатов имитационных экспериментов**

В первой серии имитационных экспериментов использовались следующие варианты значений параметров:

1) λ=0.2, μ1=8, μ2=12, n=10, a=12, ε=8.

2) λ=0.2, μ1=12, μ2=12, n=5, a=12, ε=8.

3) λ=0.2, μ1=8, μ2=8, n=2, a=12, ε=8.

4) λ=0.2, μ1=8, μ2=8, n=2, a=5, ε=3.

Результаты экспериментов представлены в табл. 1.

**Таблица 1.** Результаты первой серии имитационных экспериментов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ЭВМ-1 | ЭВМ-2 | АЦПУ | Очередь1 | Очередь2 | Показатель эффективности |
| 1 | 0,159 | 0,0 | 0,653 | 0,0 | 15,14 | 13,7 |
| 2 | 0,431 | 0,04 | 0,633 | 0,0 | 14,17 | 17,5 |
| 3 | 0,583 | 0,307 | 0,698 | 0,66 | 17,75 | 16,26 |
| 4 | 0,535 | 0,250 | 0,250 | 0,34 | 1,39 | 9,26 |

На основании анализа результатов из табл. 1 можно сделать вывод: при заданной интенсивности потока задач λ=0.2 система не нуждается в использовании всей памяти ЭВМ в то время, как скорость распечатки листинга следует увеличить для более эффективной работы. Ясно, что от этого будет зависеть эффективность системы и при постоянных параметрах системы и меняющейся интенсивности. АЦПУ в этой системе – это так называемое узкое место (судя по очереди2).

Рассмотрим вторую задачу исследования, предполагая, что изменяется интенсивность входного потока. Для решения этой задачи была проведена вторая серия экспериментов для следующих вариантов значений параметров:

1. λ=0.2, μ1=8, μ2=8, n=5, a=5, ε=3.
2. λ=0.1, μ1=8, μ2=8, n=5, a=5, ε=3.
3. λ=1/3, μ1=8, μ2=8, n=5, a=5, ε=3.
4. λ=1/2, μ1=8, μ2=8, n=5, a=5, ε=3.

Результаты экспериментов представлены в табл. 2.

**Таблица 2.** Результаты второй серии имитационных экспериментов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ЭВМ-1 | ЭВМ-2 | АЦПУ | Очередь1 | Очередь2 | Показатель эффективности |
| 1 | 0,306 | 0,008 | 0,653 | 0,0 | 0,92 | 8,75 |
| 2 | 0,146 | 0,001 | 0,123 | 0,0 | 0,36 | 8,49 |
| 3 | 0,534 | 0,085 | 0,698 | 0,0 | 2,03 | 9,24 |
| 4 | 0,698 | 0,310 | 0,857 | 0,21 | 12,56 | 12,34 |

Из табл. 2, можно заключить, что быстрее всего обрабатывается поток при малой интенсивности, но при этом система используется в целом где-то на 15%, что не эффективно. Наиболее «выгодным» среди экспериментов является третий, поскольку ни одна задача не задерживается для выполнения и сравнительно немного из них ожидает распечатки. При дальнейшем увеличении интенсивности будут накапливаться задачи в очередях, особенно во второй, что значительно снизит скорость обработки одной задачи в целом.

**Выводы**

**Литература**

1. Харин Ю.С., Малюгин В.И., Кирлица В.П., Лобач В.И., Хацкевич Г.А. Основы имитационного и статистического моделирования. Учебное пособие. Минск: ДизайнПРО, 1997 – 228 с.
2. Лобач В.И., Кирлица В.П., Малюгин В.И., Сталевская С.Н. Имитационное и статистическое моделирование. Практикум для студентов математических и экономических специальностей. Минск, БГУ, 2004 –189 с.