

# 可操作性楕円体を用いた多関節マニピュレータの縮退方向の検討

1316240602 M1 内野友裕

## 1. 緒言

消費者嗜好の多様化に合わせた変種変量生産に対応するため、産業用ロボットの適用分野の拡大が期待されている。特に、産業用ロボットの切削加工への適用は、工作機械に代わる真のマザーマシンとして製造ラインの生産性を劇的に引き上げる可能性を秘めている<sup>1)</sup>。また、6自由度産業用ロボットをオフラインティーチングで動作させる際、ロボットは特異点近傍にて関節が急旋回したり、動作停止してしまったりすることが現場でも大きな問題になっている。切削加工をはじめとする諸分野において、産業用ロボットの関節の急旋回は悪影響を及ぼすことから、今回は関節の急旋回の原因となる特異点での縮退方向の検討を目的とした。そのために、アーム先端に取り付けられた手先効果器を、どの程度自由に動かせるかということについて可操作性楕円体を用いて2リンク、3リンクマニピュレータについて検討をおこなった。

## 2. 実験装置

シミュレーションには、MathWorks の MATLAB を用いておこなう。

## 3. 基礎理論

### 3.1 ヤコビ行列

順運動学方程式を関節角度ベクトル  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6]^T$  とロボットエンドエフェクタの位置姿勢ベクトル  $\mathbf{r} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$  を用いて、ヤコビ行列  $\mathbf{J}$  を式(1)のように定義することができる。

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}^T} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (1)$$

### 3.2 特異姿勢

$J_v = 0$  のときにロボットは特異姿勢をとる。特異姿勢では、ロボットはいかなる関節速度を与えてもある方向の手先速度を発生できない<sup>2)</sup>。その条件を求める。

初めに、ロボットの座標変換には逆運動学が多く用いられる。逆運動方程式は関節角度ベクトル  $\mathbf{q}$  とエンドエフェクタの位置姿勢ベクトル  $\mathbf{r}$  を用いて式(3)のようになる。ただし  $\det \mathbf{J}$  は  $\mathbf{J}$  の行列式であり  $\text{adj} \mathbf{J}$  は  $\mathbf{J}$  の余因子行列を表す。

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{\det \mathbf{J}} (\text{adj} \mathbf{J}) \dot{\mathbf{r}} \quad (2)$$

### 3.3 可操作性楕円体

本報では、多関節ロボットの縮退方向を求めるために可操作性楕円体を用いた。可操作性楕円を求めるために用いた行列を(3)式に示す。(3)式によって求まる行列の固有値が各軸方向の大きさを表し、固有ベクトルが各軸の方向ベクトルを表す。したがって、求めた固有ベクトルを用いて可操作性楕円体は(4)式によって与えられる。ここで、 $\mathbf{J}^+$  は  $\mathbf{J}$  の疑似逆行列で

あり、 $R(\mathbf{J})$  は  $\mathbf{J}$  の値域を表す。また、(5)、(6)式に可操作性楕円体に基づく指標を示す。指標  $\omega_1$  は可操作度を表し、指標  $\omega_2$  は楕円体の最小半径と最大半径の比であり<sup>3)</sup>、この値は常に1より小さくなる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{J} \mathbf{J}^T \quad (3)$$

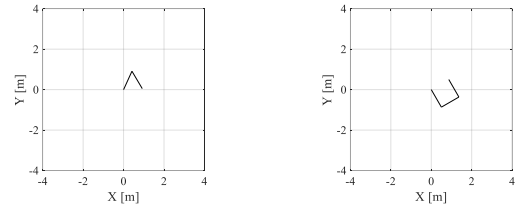
$$\mathbf{v}^T (\mathbf{J}^+)^T \mathbf{J}^+ \mathbf{v} \leq 1 \quad (\mathbf{v} \in R(\mathbf{J})) \quad (4)$$

$$\omega_1 = \det \mathbf{J} \quad (5)$$

$$\omega_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (6)$$

## 4. 実験方法

本実験では、図1に示すように各リンク長が1mの2リンクマニピュレータと3リンクマニピュレータについてXY平面上で  $Y=0.5$  m,  $X=1.5$  m から  $-1.5$  m で動作させることを考える。その後、各マニピュレータについて、 $[X, Y] = [1.5, 0.5]$ ,  $[0, 0.5]$ ,  $[-1.5, 0.5]$  の地点における可操作性楕円体を求め、2リンクマニピュレータ、3リンクマニピュレータの縮退方向について考察をおこなった。



(a) 2-Link manipulator

(b) 3-Link manipulator

Fig. 1 Manipulator orbit.

## 5. 実験結果

まず、2リンクマニピュレータについて考える。(3)式を用いて可操作性楕円体を描くために、各地点における固有値、固有ベクトルは、 $[X, Y] = [1.5, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 0.825$ ,  $\mathbf{v}_1^T = [0.684, -0.729]$ ,  $\lambda_2 = 1.21$ ,  $\mathbf{v}_2^T = [0.684, -0.729]$ ,  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 0.836$ ,  $\mathbf{v}_1^T = [-0.700, 0.714]$ ,  $\lambda_2 = 1.19$ ,  $\mathbf{v}_2^T = [-0.397, -0.918]$ , 特異姿勢となる  $[X, Y] = [0, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 0.232$ ,  $\mathbf{v}_1^T = [-1.00, 0.0149]$ ,  $\lambda_2 = 0.984$ ,  $\mathbf{v}_2^T = [-0.252, -1.00]$  となる。

また、2リンクマニピュレータでは、可操作度  $\omega_1 = |\det \mathbf{J}| = l_1 l_2 \sin \theta_2 = \sin \theta_2$  となる。したがって、 $\theta_2 = 90$  deg. の時アームは最適姿勢となる。本実験における最適うで姿勢の位置と

固有値, 固有ベクトルをそれぞれ求めると,  $[X, Y] = [-0.26, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 0.711, v_1^T = [-0.910, -0.415]$ ,  $\lambda_2 = 1.19, v_2^T = [-0.397, -0.918]$  となる. ここで, 人間は何か対象物を扱う際にはひじの曲げ角度がおおよそ  $90 \text{ deg.}$  となっている. よって, この結果より人間は無意識のうちに最適うで姿勢をとっていることがわかる.

さらに,  $[X, Y] = [1.5, 0.5]$ ,  $[0, 0.5]$ ,  $[-1.5, 0.5]$  に最適うで姿勢を加えた 4 つの姿勢について可操作度楕円体を描いたものを図 2 に示す. 図 2 より, 最適うで姿勢において可操作度楕円体は大きくなり, 特異姿勢となる時可操作度楕円体が小さくなっていることがわかる. あらゆる方向に均等に手先を動かすことができる最適うで姿勢や他の姿勢に比べて, 特異姿勢で可操作性が悪化することは, 最小半径と最大半径の比を表す指標  $\omega_2$  が,  $[X, Y] = [1.5, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.701$ , 特異姿勢となる  $[X, Y] = [0.0, 0.5]$  の時  $\omega_2 = 0.0151$ ,  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.683$ , 最適うで姿勢となる  $[X, Y] = [1.47, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.710$  となっていることから明らかである. また, 2 リンクマニピュレータにおいて最小半径と最大半径の比を表す指標  $\omega_2$  が最大となる位置は  $[X, Y] = [-0.26, 0.5]$  の時であった.

加えて, 楕円体の主軸半径の長い側は大きな手先速度を出ることができるのに対して, 短い方向は小さな手先方向しか出せないことから 2 リンクマニピュレータの図 2(c)における特異姿勢の縮退方向は X 方向であると言える.

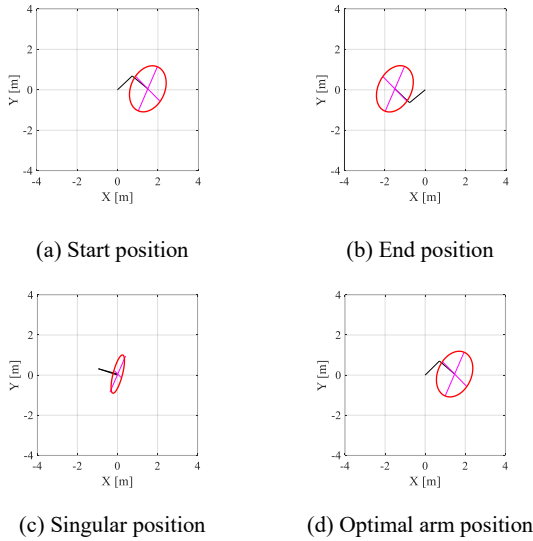


Fig. 2 2-link Manipulator.

次に, 3 リンクマニピュレータについて考える. それぞれの地点における固有値, 固有ベクトルを求めると,  $[X, Y] = [1.5, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 1.03, v_1^T = [-0.826, -0.563]$ ,  $\lambda_2 = 2.36, v_2^T = [-0.563, 0.826]$ ,  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 1.03, v_1^T = [-0.993, -0.112]$ ,  $\lambda_2 = 2.33, v_2^T = [-0.112, 0.993]$ , マニピュレータが特異姿勢となる  $[X, Y] = [0.0, 0.5]$  の時には  $\lambda_1 = 0.726, v_1^T = [-0.492, -0.871]$ ,  $\lambda_2 = 1.49, v_2^T = [-0.871, 0.492]$  となる.

また, 3 リンクマニピュレータでは, 可操作度  $\omega_1 = |\det J| = l_2^2 \sin \theta_2 = \sin \theta_2$  となる. したがって, 3 リンクマニピュレータにおいても, 2 リンクマニピュレータと同様に,  $\theta_2 = 90 \text{ deg.}$  の時アームは最適姿勢となる. したがって, 同様に最適うで姿勢における固有値, 固有ベクトルを求めると,  $[X, Y] = [1.37, 0.5]$  の時  $\lambda_1 = 0.953, v_1^T = [-0.619, -0.785]$ ,  $\lambda_2 =$

$2.32, v_2^T = [-0.785, 0.619]$  となる.

加えて, 3 リンクマニピュレータについて, 最小半径と最大半径の比を表す指標  $\omega_2$  が,  $[X, Y] = [1.5, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.436$ , 特異姿勢となる  $[X, Y] = [0.0, 0.5]$  の時  $\omega_2 = 0.487$ ,  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.442$ , 最適うで姿勢となる  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$  で  $\omega_2 = 0.412$  となった.

以上を基に,  $[X, Y] = [-1.5, 0.5]$ ,  $[0, 0.5]$ ,  $[1.5, 0.5]$  に最適うで姿勢を加えた 4 つの姿勢について可操作度楕円体を描いたものを図 3 に示す. したがって, 3 リンクマニピュレータについて特異姿勢における. 図 3 より特異姿勢において可操作度楕円体が最も小さくなっていることは明らかである. また, 図 3 と指標  $\omega_2$  より, 3 リンクマニピュレータの図 3(c)における特異姿勢の縮退方向は Y 方向であると言える. 3 リンクマニピュレータの結果は 2 リンクマニピュレータの結果に反して指標  $\omega_2$  が特異点に近づくにつれて大きくなった. したがって, リンクが多くなるにつれて方向による可操作度の制限が小さくなるが特異点の影響により特異点に近づくにつれて円が小さくなることがわかった.

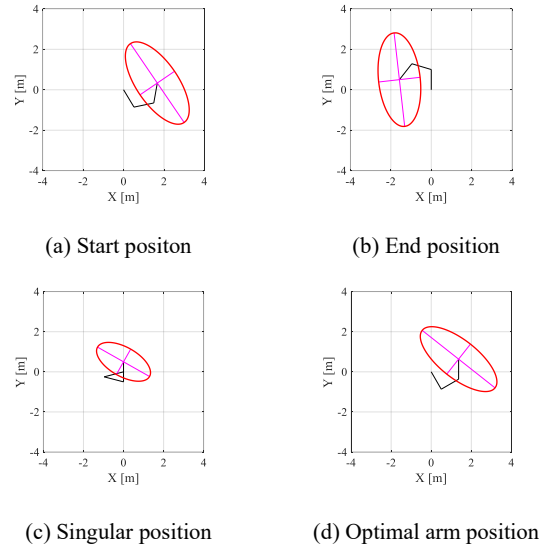


Fig. 3 3-link Manipulator.

## 6. 結 言

- (1) 2 自由度マニピュレータについて, 可操作性楕円体は特異姿勢において最も小さくなり縮退方向は X 方向であった.
- (2) 3 自由度マニピュレータについて, 可操作性楕円体は特異姿勢において最も小さくなり縮退方向は Y 方向であった.

## 7. 今後の方針

可操作性楕円体を 3 リンクマニピュレータから 3 次元の 6 自由度産業用ロボットに発展させて考察をおこなう.

## 参考文献

- 1) 井尻善久, F.Drigalski, "産業用ロボットの進化によるものづくりの近未来", 日本ロボット学会誌, Vol.37, No.8, (2019), pp.675-678.
- 2) 永井清, 土橋宏規, "ロボット機構学", コロナ社, (2015), pp.37-38.
- 3) J.K. Salisbury and J.J. Craig: Articulated Hands, Force Control and Kinematic Issues, Int. J. Robotics Research, 1,1, pp4-17, (1982)

