

Hurst^uv exponent

Co to je?

- Hurstův exponent je charakteristickou mírou pro dlouhou paměť v časových řadách, který popisuje asymptoticky hyperbolický pokles autokorelační funkce.
- Určuje zda bude časová řada z dlouhodobého hlediska stoupat či klesat.

K čemu to je?

- Určuje míru chaotičnosti časové řady. Dokáže rozlišit chaotickou časovou řadu od náhodné a nalézt dlouhodobý paměťový cyklus u chaotické časové řady.
- Autor **Harold Edwin Hurst** se podílel na stavbě přehrad. Hurst analyzoval několika set letou historii úrovní hladin Nilu. Standartní statistické metody nenalezly žádné statisticky významné korelace mezi pozorováními. Hurst vyvinul svou vlastní metodologii a aplikoval ji na údaje o hladině Nilu

Autokorelační funkce

- $\rho(k) \propto k^{2H-2}$
- K – zpoždění
- H – Hurstův exponent (indikuje časovou řadu)
- $0.5 < H < 1$ – persistentní řady (Vysoké hodnoty budou pravděpodobně následovány dalšími vysokými hodnotami)
- $0 < H < 0.5$ – anti-persistentní řady (nízké hodnoty budou následovány vysokými a naopak)
- $H = 0.5$ – autokorelace budou klesat velice pomalu

Výpočet

- Pomocí několika metod
 - detrendovaná fluktuační analýza (DFA)
 - metoda přeskálovaných rozsahů (R/S)
 - detrendující klouzavé průměry (DMA)
 - výšková korelační analýza (HHCA)

Asi nejčastěji používanou metodou pro odhad Hurstova exponentu je **R/S analýza**.

Odhad Hurstova exponentu pomocí R/S analýzy

- časová řada hodnot x_1, x_2, \dots, x_N
- registrovaný v časy $t = 1, 2, \dots, N$
- vzniká tedy **N-1** časových intervalů délky 1
- rozdělíme celou časovou řadu na **m** sousedních nepřekrývajících se intervalů délky **n**, takže **N = m n**.

Odhad Hurstova exponentu pomocí R/S analýzy

- pro každý interval vypočteme průměrnou hodnotu

- $j = 1, 2, \dots, m$

- $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$

Odhad Hurstova exponentu pomocí R/S analýzy

- pro každý interval utvoříme časovou řadu kumulovaných odchylek od průměrné hodnoty
 - $k = 1, 2, \dots, n$

- $$Z_{kj} = \sum_{i=1}^k (x_{ij} - \bar{x}_j)$$

Odhad Hurstova exponentu pomocí R/S analýzy

- pro každý interval vypočteme
 - Rozpětí kumulovaných odchylek od průměrné hodnoty
 - $R_j = \max(z_{kj}) - \min(z_{kj}) \geq 0$
 - Směrodatnou odchylku
 - $s_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$
 - Standardizované rozpětí
 - R_j/s_j

Odhad Hurstova exponentu pomocí R/S analýzy

- průměrná hodnota **R/S** pro interval délky **n** je potom
 - $(R/S)_n = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (R_j/S_j)$
- Hurst předpokládal obecný typ závislosti poměru **R/S** na čase ve tvaru kde **C** je konstanta a **H** je Hurstův exponent
 - $(R/S)_n = Cn^H$
- Hodnotu Hurstova exponentu odhadneme pomocí logaritmické regrese
 - $\log (R/S)_n = \log C + H \log n$

