第4章 串

4.1 串类型的定义

串是一种线性结构，可以看作是特殊的线性表，是由多个或零个字符组成的有限序列，记作

$$S = `c_1c_2c_3\cdots c_n' \qquad (n>=0)$$

其中，S是串名字，$`c_1c_2c_3\cdots c_n'$是串值

c_i是串中字符，可以是字母、数字、空格或其他字符。 n是串的长度，表示串中字符的数目。

空串：零个字符的串称为空串记作“∅”

子串：串中任意个连续的字符组成的子序列

主串：包含子串的串

字符在串中的位置：字符在序列中的序号

子串在串中的位置：子串的第一个字符在主串中的位置

例：a=‘BEI’ , b=‘JING’ ， c =‘BEIJING’ ，
d= =‘BEI JING’

串长度？　子串？　子串在串中的位置？

- **串相等：**当且仅当两个串长度相同，并且各个对应位置的字符都相同
- **空格串：**由一个或多个空格组成的串
- **串的表示：**用一对单引号括起来

串的抽象数据类型

ADT String {

数据对象：$D=\{a_i \mid a_i \in CharacterSet, i=1,2, \ldots,n, n\geq 0\}$

数据关系：$R_1=\{<a_{i-1}, a_i> \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2, \ldots, n\}$

基本操作：13个

}ADT String

StrAssign (&T, chars)

初始条件： chars是字符串常量

操作结果：串赋值，将串值chars赋值给串T

StrCopy(&T, S)

初始条件： 串S存在

操作结果：串复制，将一个串S赋给串T。

StrEmpty(S)

初始条件：串S存在

操作结果：判串空，判断串S是否为空。若S为空串，则返回TRUE, 否则返回FALSE。

StrCompare(S, T)

初始条件： 串S和串T存在

操作结果：串比较，若S>T，则返回值>0；若S=T，则返回值=0；若S<T，则返回值<0。

StrLength(S)

初始条件：串S存在

操作结果：求串长，返回串S的长度。

ClearString(&S)

初始条件：串S存在

操作结果：将串S清为空串

Concat(&T, S1, S2)

初始条件：串S1和串S2存在

操作结果：用T返回由S1和S2联接而成的新串。

SubString(&Sub, S, pos, len)

初始条件：串S存在,1 ≤ pos ≤StrLength(S)且0 ≤len ≤StrLength(S)-pos+1

操作结果：用Sub返回串S的第pos个字符起长度为len的子串。

Index(S, T, pos)

初始条件：串S和串T存在,T是非空串，　1 ≤ pos ≤StrLength(S)

操作结果：返回子串T在主串S中第pos个字符之后第一次出现的位置；若子串T不在主串S中，则函数值为0。

Replace(&S, T, V)

初始条件：串S，T和V存在，T是非空串

操作结果：用V替换主串S中出现的所有与T相等的不重叠的子串。

StrInsert(&S, pos, T)

初始条件：串S和串T存在, $1 \leq pos \leq StrLength(S)+1$

操作结果：在串S的第pos个字符之前插入串T

StrDelete(&S, pos, len)

初始条件：串S存在，　$1 \leq pos \leq StrLength(S)-len+1$

操作结果：从串S中删除第pos个字符起长度为len的子串。

DestroyString(S)

初始条件：串S存在

操作结果：串S被销毁。

- **基本操作集：**

  - **串赋值StrAssign、串比较StrCompare、求串长StrLength、串联接Concat、求子串SubString, 5种操作构成串类型的最小基本操作集。**

  - **其他串操作（除了串清除和串销毁）均可在这个最小操作子集上实现。如可用求串长和求子串等操作实现定位函数Index。**

```
int Index(String S,String T,int pos)

 {
   if (pos>0){
       n = Strlength(S); m = Strlength(T);i= pos;
       while (i <= n-m+1) {
           SubString(sub, S, i, m);
           if (StrCompare(sub, T)!= 0) i++;
           else return i;;
       }//while
   }//if
 return 0;
 }
```

串的基本操作集可以有不同的定义方法，依具体的程序设计语言而定。

- C语言中提供了丰富的字符串函数
  - strcat（str1, str2)：把str2接到str1后面，str1后面的‘\0’被取消；
  - strcmp （str1, str2)：比较两个字符串
  - Strcpy(str1, str2)：把str2字符串拷贝到str1中去
  - Strlen(str)：求字符串的长度

串的特点：

●**串的逻辑结构：**与线性表极为相似，但串的数据对象约束为字符集

●**串的操作：**与线性表（“单个元素”作为操作对象）有很大差别，以“串的整体”为操作对象

例如，在串中查找某个子串、求取一个子串、插入一个子串、删除一个子串

4.2 串的表示和实现

- 三种机内表示：
  - 1. 定长顺序存储表示
  - 2. 堆分配存储表示
  - 3. 串的块链存储表示
- 串的基本操作的实现

1. 定长顺序存储表示

- **静态分配**
  - 类似于线性表的顺序存储结构，用一组地址连续的存储单元存储串值的字符序列。
  - 每个串预先分配一个固定长度的存储区域。

    用定长数组描述：

    ```
    #define MAXSTRLEN 255 //最大串长
    typedef unsigned char SString[MAXSTRLEN + 1]
      //0号单元存放串的长度
    ```
  - 串长表示方法：
    - 以下标为0的数组分量存放串的实际长度——PASCAL；
    - 在串值后加入”\0”表示结束，此时串长为隐含值——C
  - 实际串长可在所分配的固定长度区域内变动，超过预定义长度的串值则被舍去，称之为“截断”。

串联结

```
Status Concat(sstring  &t,sstring s1,sstring s2) {
  if (s1[0]+s2[0])<=MAXSTRLEN {
    t.[1..s1[0]]=s1[1..s1[0]];
    t.[s1[0]+1..s1[0]+s2[0]]=s2[1..s2[0]];
    t.[0]=s1[0]+s2[0]; uncut=TRUE; }
  else if(s1[0])<=MAXSTRLEN {
    t.[1..s1[0]]=s1[1..s1[0]];
    t.[s1[0]+1..MAXSTRLEN]=s2[1.. MAXSTRLEN-s1[0]];
    t.[0]= MAXSTRLEN; uncut=FALSE; }
  else {
    t.[1.. MAXSTRLEN]=s1[1..MAXSTRLEN];
    t.[0]= MAXSTRLEN ;uncut=FALSE; }
  return uncut;
 }
```

求子串

```
Status Substring(sstring &sub,sstring s,int pos,int len)
 {
   if(pos<1 || pos>s[0] || len<0 || len>s.[0]-pos+1)
        return ERROR;
   sub[1..len]=s[pos..pos+len-1];
   sub[0]=len;
   return OK;
 }
```

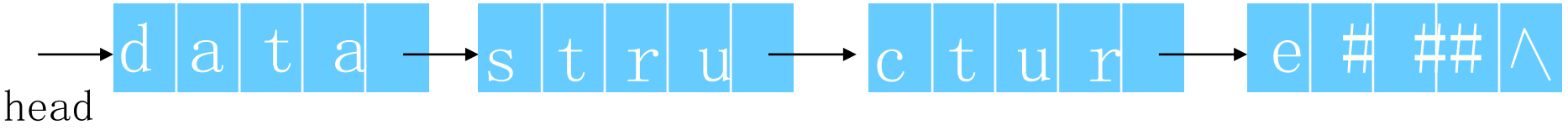
2. 堆分配存储表示

- 以一组地址连续的存储单元存放串值字符序列；
- 存储空间动态分配，用malloc()和free()来管理

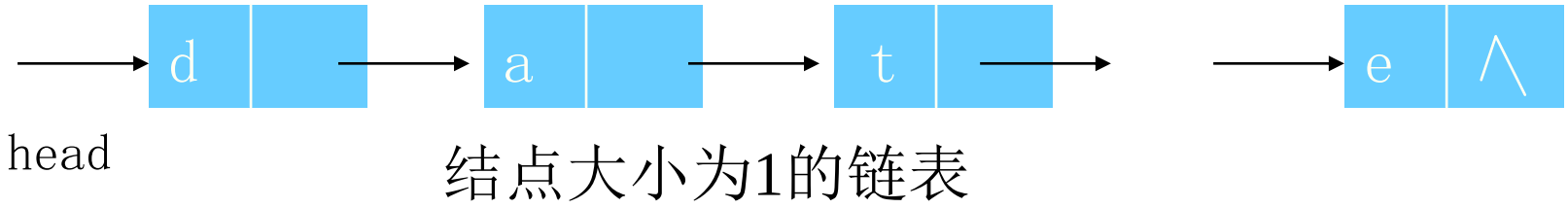
```
//串的堆分配存储表示
typedef struct {
        char *ch;  // 若为非空串，按实际长度分配存储区，否则ch为NULL
        int length;  //串长度
}HString;
```

3. 串的块链存储表示

- 串的链式存储方式
- 结点大小：一个或多个字符
  - ✱串长不一定是结点大小的整倍数，导致最后一个结点不一定全被串值占满，用“#”补上。
  - ✱存储密度=串值所占的存储位/实际分配的存储位
  - ✱存储密度小，运算处理方便，然而，存储占用量大。
  - P78图4.2（a）（b）



结点大小为4的链表



结点大小为1的链表

串值的链表存储方式

有时，为了便于对串进行连接等操作，在链串中可设置尾指针，指向最后一个结点，并给出当前串的长度。这种定义的存储结构称为**块链结构（P78）**。

4.串的基本操作

- 串插入　Status StrInsert(HString &S,int pos,HString T)
- 串赋值　Status StrAssign(HString &S,char *chars)
- 求串长　int StrLength(HString S)
- 串比较　int StrCompare(HString S,HString T)
- 串联接　Status Concat(HString &S,HString S1,HString S2)
- 求子串　Status SubString(HString &Sub,HString S,int pos,int len)
- 串清空　Status ClearString(HString &S)
- 串定位
- 删除
- 置换

```
Status StrInsert(HString &S,int pos,HString T)
//在串S的第pos个位置前插入串T
{ int i;
  if (pos<1||pos>S.length+1) return ERROR;
  if (T.length){
     if (!(S.ch=(char*) realloc(S.ch,(S.length+T.length)*sizeof(char))))
        exit(OVERFLOW);
     for (i=S.length-1;i>=pos-1;--i) //为插入T而腾出位置
         { S.ch[i+T.length]=S.ch[i];}
     for (i=0; i<=T.length-1;i++)
           S.ch[pos-1+i]=T.ch[i];
     S.length+=T.length;
  } return OK;
}
```

Status StrAssign(HString &S,char *chars)

生成一个值等于chars的串S

```
{ int i,j;  char *c;
  for (i=0,c=chars;*c;++i,++c); //求chars的长度
  if (!i) {S.ch=NULL;  S.length=0;}
  else {
      if (!(S.ch=(char *)malloc(i * sizeof(char))))
            exit(OVERFLOW);
      for (j=0;j<=i-1;j++){
            S.ch[j]=chars[j];}
      S.length=i;
  }
  return OK;
}
```

int StrLength(HString S)
求串的长度

```
{
  return S.length;
}
```

int StrCompare(HString S,HString T)
比较两个串，若相等返回0

```
{
  int i;
  for (i=0;i<S.length && i<T.length; ++i)
      if (S.ch[i] != T.ch[i]) return S.ch[i]-T.ch[i];
  return S.length-T.length;
}
```

Status Concat(HString &S,HString S1,HString S2)
用S返回由S1和S2联接而成的新串

```
{ int j;
  if (!(S.ch = (char*)malloc((S1.length+S2.length)*sizeof(char))))
      exit(OVERFLOW);
   for (j=0;j<=S1.length-1;j++)
       { S.ch[j]=S1.ch[j]; }
   S.length=S1.length+S2.length;
   for (j=0;j<=S2.length-1;j++)
       { S.ch[S1.length+j]=S2.ch[j]; }
   return OK;
}
```

```
Status SubString(HString &Sub,HString S,int pos,int len)
        用Sub返回串S的第pos个字符开始长度为len的子串
    {
      if (pos<1 || pos>S.length || len<0 ||len>S.length-
      pos+1)
          return ERROR;
      if (!len) { Sub.ch=NULL; Sub.length=0;}
      else {
          Sub.ch=(char *)malloc(len*sizeof(char));
          for (int j=0;j<=len-1;j++){
                Sub.ch[j]=S.ch[pos-1+j];}
          Sub.length=len;
      }
      return OK;
    }
```

Status ClearString(HString &S)
将S清为空串

```
{
  if (S.ch) { free(S.ch); S.ch=NULL;}
  S.length=0;
  return OK;
}
```

4.3 串的模式匹配算法

* 定义　在串中寻找子串（第一个字符）在串中的位置
* 词汇　在模式匹配中，子串称为模式，串称为目标。
* 示例　目标 S ：“Beijing”
　　模式 P ：“jin”

匹配结果 = 4

1. 穷举模式匹配

基本思想：从源串S的第一个字符开始对模式串T进行匹配，若匹配失败，则从串S的下一位置的字符开始进行匹配，直到匹配成功或到达S的串尾。

1. 穷举模式匹配

- 设$S=s_1, s_2, \cdots, s_n$(主串)$P=p_1, p_2, \cdots, p_m$(模式串)
  i为指向S中字符的指针，j为指向P中字符的指针

  匹配失败：$s_i \neq p_j$时，

  $(s_{i-j+1} \cdots s_{i-1})=(p_1 \cdots p_{j-1})$

  回溯：　i=i-j+2 ； j=1

  重复回溯太多，O(m*n)

穷举的模式匹配过程

第1趟
S a b b a b a
P a b a

第2趟
S a b b a b a
P a b a

第3趟
S a b b a b a
P a b a

第4趟
S a b b a b a
P a b a
√

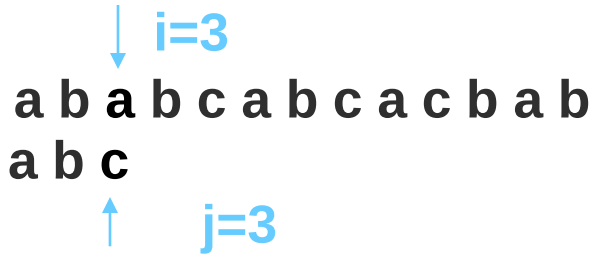
求子串位置的定位函数

```
int Index(SString S, SString T,int pos) {
//穷举的模式匹配
  int i=pos;    int j=1;
while (i<=S[0] && j<=T[0]) {//当两串未检测完，
  S[0]、S[0]为串长
      if (S[i]==T[j]) {++i; ++j;}
      else {i=i-j+2;  j=1;}
  }
  if (j>T[0]) return i-T[0]; //匹配成功
  else return 0;
}
```

匹配过程：

第一趟匹配

i=1



S [3]!=T [3],该趟匹配失败

i=i- j+2, j=1 进入下趟

第二趟匹配

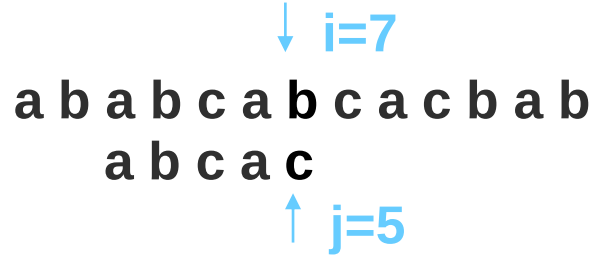
i=2

S [2]!=T [1],该趟匹配失败

i=i- j+2, j=1 进入下趟

第三趟匹配

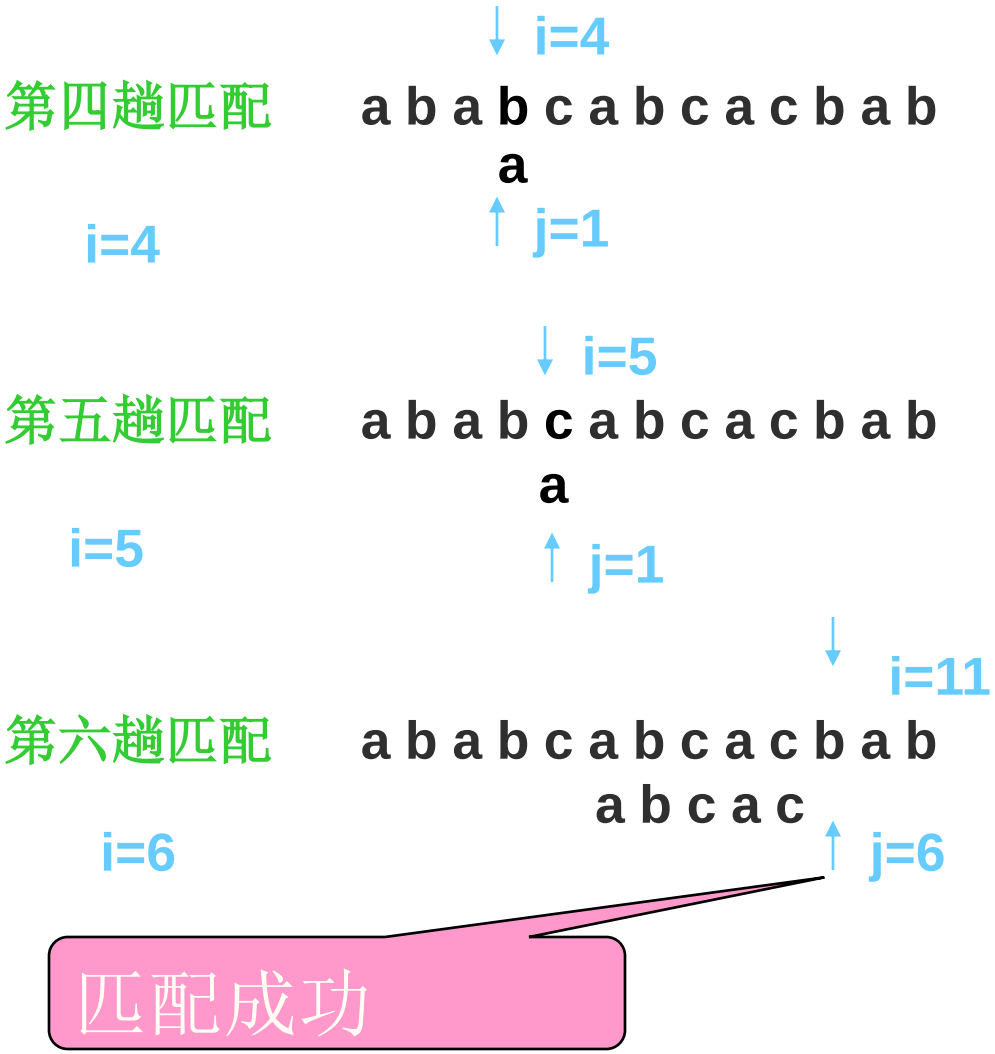
i=3



S[7]!=T [5],该趟匹配失败

i=i- j+2, j=1 进入下趟

匹配过程：



S [4]!=T[1], 该趟匹配失败

i=i- j+2, j=1 进入下趟

S [5]!=T[1],该趟匹配失败

i=i- j+2, j=1 进入下趟

j 等于T的串长+1, 该趟匹配成功,

返回i-T[0]

算法分析：

优点：简单易懂，实现容易。

缺点：算法的执行效率较低，因为该算法实际上是对串S中所有位置进行穷举，直到匹配成功或扫描完S中全部位置。

算法时间复杂度：

设串S和T的长度分别为m和n，在最坏的情况下的时间复杂度为O(m*n)。

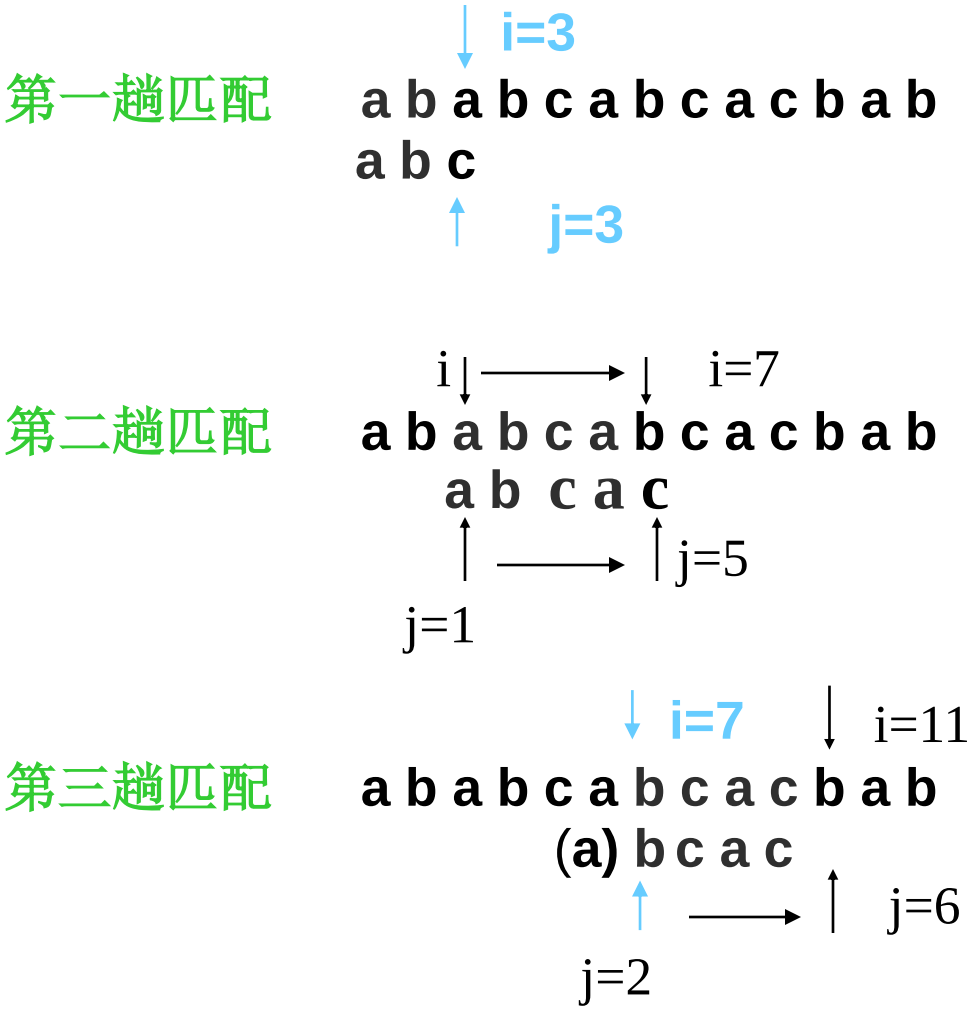
s = ‘aaaaaaaaaaaaaaaba’

t = ‘aaaaaaaba’

2. KMP快速模式匹配

- D. E. Knuth, J. H. Morris, V. R. Pratt同时发现
- 无回溯的模式匹配
- 改进：每当一趟匹配过程中出现字符比较不等时，不需回溯i指针，而是利用已经得到的“部分匹配”的结果将模式向右“滑动”尽可能远的一段距离后，继续进行比较。

匹配过程示例：


i=3
第一趟匹配
a b a b c a b c a c b a b
a b c
j=3
i
i=7
第二趟匹配
a b a b c a b c a c b a b
a b c a c
j=5
j=1
i=7
i=11
第三趟匹配
a b a b c a b c a c b a b
(a) b c a c
j=6
j=2

一般情况：

$$
\begin{array}{lccccccccccccc}
S & s_1 & \cdots & s_{i-j-1} & s_{i-j} & s_{i-j+1} & s_{i-j+2} & \cdots & s_{i-1} & s_i & s_{i+1} & \cdots & s_n \\
 & & & & & \| & \| & \| & \| & \times & & & \\
P & & & & & p_1 & p_2 & \cdots & p_{j-1} & p_j & p_{j+1} & \cdots & p_m
\end{array}
$$

则有 $s_{i-j+1}\ s_{i-j+2}\ \cdots\ s_{i-1} = p_1\ p_2 \cdots p_{j-1}$ (1)

为使模式 P 与目标 S 匹配，必须满足

$p_1\ p_2 \cdots p_{j-1}\ p_j \cdots p_m = s_{i-j+1}\ s_{i-j+2}\ \cdots\ s_{i-1}\ s_i\ \cdots\ s_{i-j+m}$

如果 $p_1 \cdots p_{j-2} \neq p_2\ p_3 \cdots p_{j-1}$ (2)

由(1)(2)则立刻可以断定

$$p_1 \cdots p_{j-2} \neq s_{i-j+2}\ s_{i-j+3}\ \cdots\ s_{i-1}$$

下一趟必不匹配

同样，若　　$p_1\ p_2\ \cdots p_{j-3} \neq p_3\ p_4\ \cdots p_{j-1}$

则再下一趟也不匹配，因为有

$$p_1\ \cdots p_{j-3} \neq s_{i-j+3}\ \cdots\ s_{i-1}$$

直到对于某一个“k”值，使得

$$p_1\ \cdots p_k \neq p_{j-k}\ p_{i-k+1}\ \cdots p_{j-1}$$

且　　$p_1\ \cdots p_{k-1} = p_{j-k+1}\ p_{j-k+2}\ \cdots p_{j-1}$

则　　$p_1\ \cdots p_{k-1} = s_{i-k+1}\ s_{i-k+2}\ \cdots\ s_{i-1}$

$\|\qquad\|\qquad\qquad\|$

$p_{j-k+1}\ p_{j-k+3}\ \cdots\ p_{j-1}$

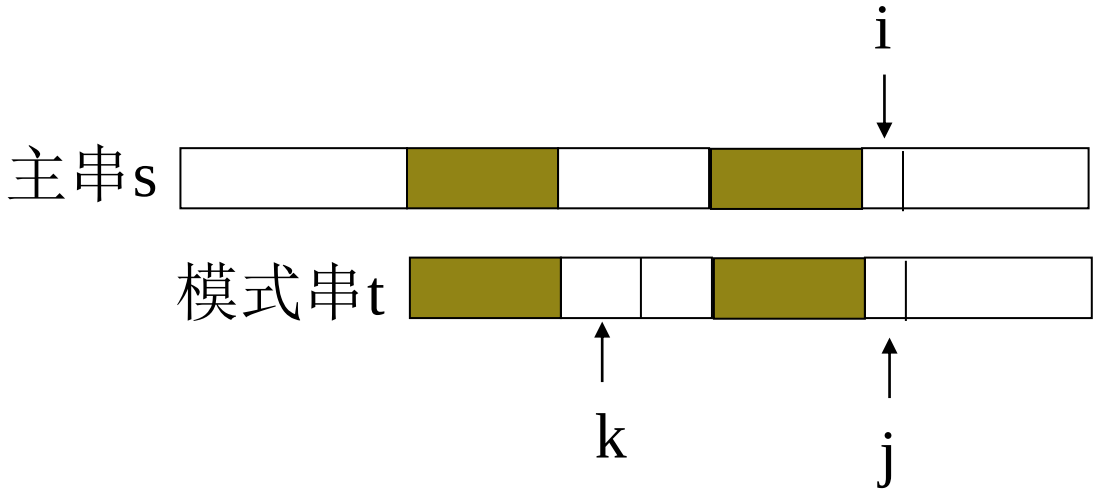
模式右滑j-k位

next数组值

- 假设当模式中第j个字符与主串中相应字符“失配”时，可以拿第k个字符来继续比较，则令next[j]=k

next函数定义：

$$next[j]=\begin{cases} 0 & \text{当 } j=1 \text{ 时} \\ Max\{k \mid 1<k<j \text{ 且 } `p_1 \cdots p_{k-1}` = `p_{j-k+1} \cdots p_{j-1}`\} & \text{当此集合不空时} \\ 1 & \text{其他情况} \end{cases}$$



手工求next数组的方法

序号j	1	2	3	4	5	6	7	8
模式P	a	b	a	a	b	c	a	c
k		1	1	2	2	3	1	2
Pk==Pj		≠	=	≠	=	≠	=	≠
next[j]	0	1	1	2	2	3	1	2
Nextval[j]	0	1	0	2	1	3	0	2

在求得了next[j]值之后，KMP算法的思想是：

设目标串(主串)为s，模式串为t，并设i指针和j指针分别指示目标串和模式串中正待比较的字符，设i和j的初值均为1。若有$s_i=t_j$，则i和j分别加1。否则，i不变，j退回到j=next[j]的位置，再比较s_i和t_j，若相等，则i和j分别加1。否则，i不变，j再次退回到j=next[j]的位置，依此类推。直到下列两种可能：

(1) j退回到某个下一个[j]值时字符比较相等，则指针各自加1继续进行匹配。

(2) 退回到j=0，将i和j分别加1，即从主串的下一个字符s_{i+1}模式串的t_1重新开始匹配。

匹配过程举例如下：

运用KMP算法的匹配过程

第1趟 目标 a c a b a a b a a b c a c a a b c

模式 a b a a b c a c

× next(2) = 1

第2趟 目标 a c a b a a b a a b c a c a a b c

模式 a b a a b c a c next(1)=0

第3趟 目标 a c a b a a b a a b c a c a a b c

模式 a b a a b c a c

×next(6) = 3

第4趟 目标 a c a b a a b a a b c a c a a b c

模式 (a b) a a b c a c

√

KMP算法

```
int Index_KMP(SString S, SString T, int
  *next){ int i,j;
  i=1;  j=1;
  while (i<=S[0] && j<=T[0]){
     if (j==0 || S[i]==T[j]){++i;++j;}
     else j=next[j];
  }
  if (j>T[0]) return i-T[0];
  else return 0;
}
```

很显然，KMP_index函数是在已知下一个函数值的基础上执行的，以下讨论如何求next函数值?

求模式串的next[j]值与主串s无关，只与模式串t本身的构成有关，则可把求next函数值的问题看成是一个模式匹配问题。由next函数定义可知：

当j=1时：next[1]=0。

设next[j]=k，即在模式串中存在：$t_1t_2\ldots t_{k-1}=t_{j-(k-1)}t_{j-k}\ldots t_{j-1}$，其中下标k满足1<k<j的某个最大值，此时求next[j+1]的值有两种可能：

（1）若有$t_k=t_j$：则表明在模式串中有：

$t_1t_2\ldots t_{k-1}t_k=t_{j-(k-1)}t_{j-k}\ldots t_{j-1}t_j$，且不可能存在k'>k满足上式，即：next[j+1]=next[j]+1=k+1

(2) 若有$t_k \neq t_j$：则表明在模式串中有：$t_1\, t_2 \ldots t_{k-1}\, t_k \neq t_{j-(k-1)}\, t_{j-k} \cdots\, t_{j-1}\, t_j$，当$t_k \neq t_j$时应**将模式向右滑动**至以模式中的第next[k]个字符和主串中的第j个字符相比较。若next[k]= k’，且$t_j = t_{k'}$，则说明在主串中第j+1字符之前存在一个长度为k’(即next[k])的最长子串，与模式串中从第一个字符起长度为k’的子串相等。即next[j+1]=k’+1

同理，若$t_j \neq t_k$，应**将模式继续向右滑动**至将模式中的第next[k’]个字符和t_j对齐，……，依此类推，直到t_j和模式串中的某个字符匹配成功或者不存在任何k’(1< k’<j)满足等式：$t_1\, t_2 \ldots t_{k-1}\, t_{k'} = t_{j-(k'-1)}\, t_{j-k'} \cdots\, t_{j-1}\, t_j$

则： next[j+1]=1

求next数组的步骤

(1)next[1]=0

i=1;　j=0;

(2)设next[i]=j

若j=0，next[i+1]=1

若Pi=Pj，next[i+1]=j+1=next[i]+1

若Pi ≠ Pj，next[i+1]=next[j]+1

参看教材p82~83递推过程

举例：

求next数组的函数

```
void get_next(SString S, int *next){
  int i,j;
  i=1;     next[1]=0;j=0;
  while (i<S[0]) {
     if (j==0 || S[i]==S[j]) {++i; ++j;
  next[i]=j;}
     else j=next[j];
  }
}
```

改进的求next数组方法

设next[i]=j

若P[i]=P[j]，则nextval[i]=nextval[j]

例：

序号j	1	2	3	4	5
模式P	a	a	a	a	b
next[j]	0	1	2	3	4
Nextval[j]	0	0	0	0	4

改进的求next数组的函数

```
void get_nextval(SString S, int *nextval){
  int i,j;
  i=1;     nextval[1]=0;   j=0;
  while (i<S[0]) {
     if (j==0 ||S[i]==S[j]){
           ++i;++j;
           if (S[i]!=S[j]) nextval[i]=j;
           else nextval[i]=nextval[j];
     }
     else j=nextval[j];
  }
}
```

- 穷举的模式匹配算法时间代价：
  最坏情况比较n-m+1趟，每趟比较m次，
  总比较次数达(n-m+1)*m
- 原因在于每趟重新比较时，目标串的检测指针要回退。改进的模式匹配算法可使目标串的检测指针每趟不回退。
- 改进的模式匹配(KMP)算法的时间代价：
  - 若每趟第一个不匹配，比较n-m+1趟，总比较次数最坏达(n-m)+m = n
  - 若每趟第m个不匹配，总比较次数最坏亦达到 n
  - 求next函数的比较次数为m, 所以总的时间复杂度是O(n+m)

小 结

- 重点：
  - 串的基本概念：空串与空白串、主串和子串、目标串和模式串
  - 串的基本运算：求串长、串复制、串联接、串比较、串的字符定位
  - 串的两种存储结构：定长顺序存储、堆分配存储
  - 串的朴素的模式匹配算法