UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Lehrstuhl für Ökonometrie
Prof. Dr. Christoph Hanck
M.Sc. Alexander Gerber

Klausur Zeitreihenanalyse

6. August 2018

Bitte bearbeiten Sie 3 der 4 Aufgaben. Falls Sie mehr als 3 Aufgaben bearbeiten, geben Sie bitte deutlich an, welche 3 Aufgaben bewertet werden sollen.

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten (zzgl. 15 Minuten Einlesezeit). Sie können maximal 60 Punkte erreichen.

Führen Sie nur dann explizite Berechnungen durch wenn nötig. Nutzen Sie andernfalls allgemeine Eigenschaften. Wenn Sie keinen vollständigen Lösungsweg angeben können, skizzieren Sie bitte zumindest die Idee einer Lösung.

Viel Erfolg!

1 [20 Punkte] Der Datensatz `Rendite` enthält die erzielten monatlichen logarithmierten Überschussrenditen von 100 Fondsmanagern (Spalte i enthält die Daten für Manager i).

(a) Wie vielen Managern war es über den betrachteten Zeitraum möglich im Durchschnitt eine positive log-Überschussrendite zu erzielen? Würden Sie von diesem Ergebnis darauf schließen, dass diese Manager auch in Zukunft eine positive log-Überschussrendite erzielen?
[4 Punkte]

(b) Testen Sie für jeden Manager zum Niveau $\alpha = 0.05$, ob die durchschnittliche log-Überschussrendite signifikant positiv ist. Sie dürfen hier unterstellen, dass die Fehler homoskedastisch und nicht autokorreliert sind.
[6 Punkte]

(c) Nehmen Sie unabhängig von Ihrem Ergebnis im Aufgabenteil (b) an, dass 7 Manager eine signifikant positive log-Überschussrendite erzielt haben. Da dieses Ergebnis auf statistischen Tests basiert, ist sich ein Anleger sicher, dass diese 7 Manager ein Rezept gefunden haben den Markt zu schlagen. Raten Sie dem Anleger sein Geld diesen Fondsmanagern anzuvertrauen, oder sehen Sie hierbei ein mögliches Problem? Erläutern Sie.
[5 Punkte]

(d) Anders als Renditen am Aktienmarkt weisen viele Zeitreihen starke Autokorrelation auf. Wie würde sich Ihr Vorgehen in Aufgabenteil (b) ändern, wenn die von den Managern erzielten log-Überschussrenditen autokorreliert wären? Führen Sie den Test für den ersten Manager durch (d.h. mit den Daten in der ersten Spalte).
Hinweis: Sie können die folgende Formel für den Bartlett-Kernel nutzen, welche als Funktion bereits in Ihrem R-Skript gegeben ist:

$$k\left(\frac{j}{\ell_T}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{j}{\ell_T}, & 0 \leq j \leq \ell_T - 1 \\ 0, & j > \ell_T - 1 \end{cases}$$

Außerdem können Sie die Faustregel $\ell_T = \text{int}\left[4(T/100)^{2/9}\right]$ verwenden.
[5 Punkte]

2 [20 Punkte] In der Grafik werden die täglichen Schlusskurse des Dow Jones abgebildet. Die Zeitreihe (`Dow`) befindet sich ebenfalls als Objekt der Klasse `ts` in Ihrer R-Arbeitsumgebung.

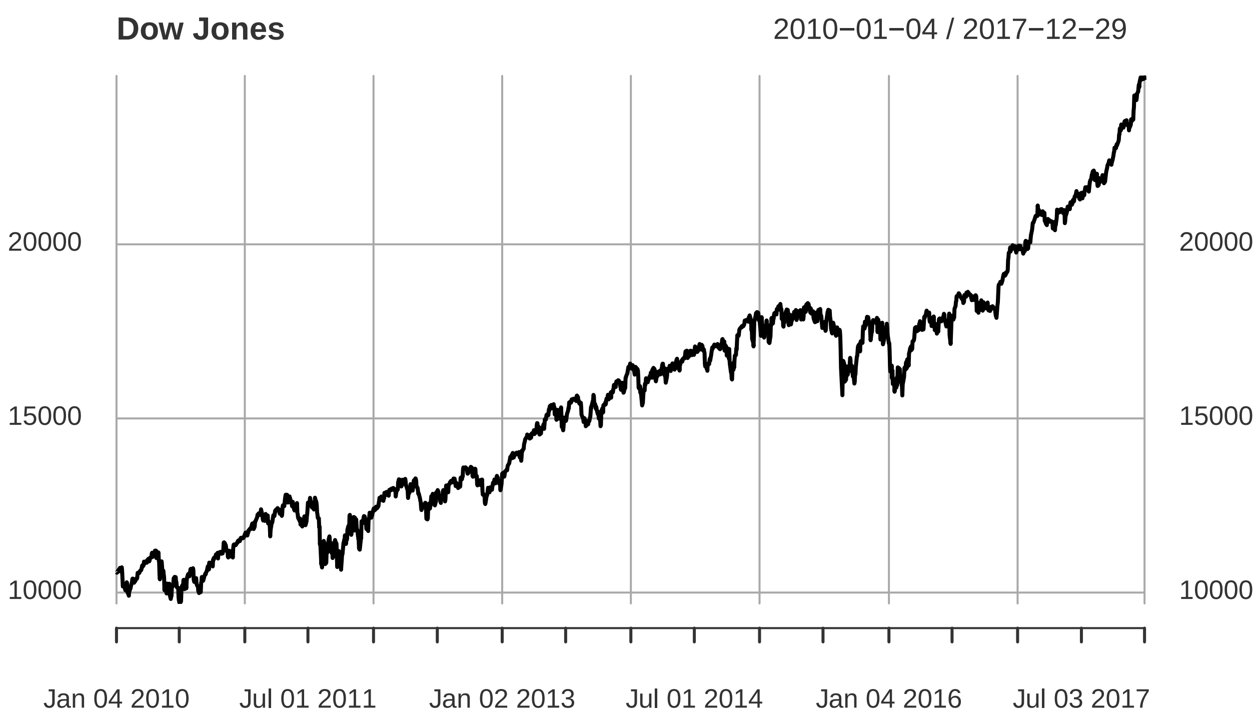

Abbildung 1: Dow Jones

(a) Scheint die Zeitreihe des Dow Jones anhand der Grafik stationär? Scheinen die log-Differenzen stationär? Begründen Sie jeweils. Welche weiteren Charakteristika weist die Zeitreihe der log-Differenzen auf?
[5 Punkte]

(b) Welche Modellklasse bietet sich für die Zeitreihe der log-Differenzen an? Passen Sie aus dieser Klasse die Modelle der Ordnung $(1, 0)$ und $(1, 1)$ an. Welches Modell bevorzugen Sie? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
[5 Punkte]

(c) Überprüfen Sie anhand einer grafischen Methode und eines statistischen Tests, ob das von Ihnen in (b) gewählte Modell die Daten gut beschreibt. Zu welchem Ergebnis kommen Sie?
[5 Punkte]

(d) Beschreiben Sie kurz, was der Conditional Value-at-Risk (CVaR) ist. Nutzen Sie Ihr in (b) ausgewähltes Modell, um den CVaR für den Zeitpunkt $T+1$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ zu schätzen, wobei T dem Zeitindex der letzten Beobachtung ihres Datensatzes entspricht.
[5 Punkte]

3 [20 Punkte] Betrachten Sie das Modell

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \epsilon_t, \qquad \epsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2).$$

(a) Finden Sie die optimale Vorhersage für y_{t+1} und y_{t+2} gegeben, dass $\boldsymbol{X}_t = (y_t, y_{t-1})^\top$ sowie ϕ_1 und ϕ_2 bekannt sind. Erläutern Sie kurz, unter welcher Bedingung eine Vorhersage optimal ist.
[5 Punkte]

(b) Zeigen Sie, dass die folgende Vorhersage für y_{t+1} nicht optimal ist

$$\widehat{y}_{t+1} = \phi_1 y_t$$

[4 Punkte]

(c) Geben Sie für die Punktvorhersagen aus (a) ein $(1 - \alpha)$-Vorhersageintervall an.
[6 Punkte]

(d) Nehmen Sie jetzt an, dass die Parameter des Modells nicht bekannt sind. Wie können trotzdem Vorhersagen durchgeführt werden? Welche Auswirkungen hat dies auf die Vorhersageintervalle? Begründen Sie Ihre Antwort.
[5 Punkte]

4 [20 Punkte]

(a) Wie ist die partielle Autokorrelationsfunktion definiert? Beschreiben Sie kurz, wie diese geschätzt werden kann.
[5 Punkte]

(b) In Abbildung 2 (letzte Seite) sehen Sie fünf Paare von geschätzten Autokorrelations- und partiellen Autokorrelationsfunktionen. Außerdem sehen Sie unten 5 Prozesse. Ordnen Sie jedes ACF/PACF-Paar dem Prozess zu, welcher genutzt wurde um die Zeitreihe zu erzeugen.

- Prozess A: $y_t = \epsilon_t$
- Prozess B: $y_t = -0.5 y_{t-1} + 0.3 y_{t-2} + \epsilon_t$
- Prozess C: $y_t = \epsilon_t + 0.5\epsilon_{t-1} + 0.8\epsilon_{t-2}$
- Prozess D: $y_t = 0.5 y_{t-1} + \epsilon_t + \epsilon_{t-1} + 0.8\epsilon_{t-2}$
- Prozess E: $y_t = \sin(t) + \epsilon_t$

[5 Punkte]

(c) Finden Sie für die folgenden Autokovarianzfunktionen je einen Prozess, der diese Autokovarianzstruktur für $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ aufweist.

i. $\gamma(j) = 1$

ii. $\gamma(j) = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ 0.4, & j = \pm 1, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

[5 Punkte]

(d) Sind die Prozesse aus Aufgabenteil (c) ergodisch? Begründen Sie ihre Antwort.
[5 Punkte]

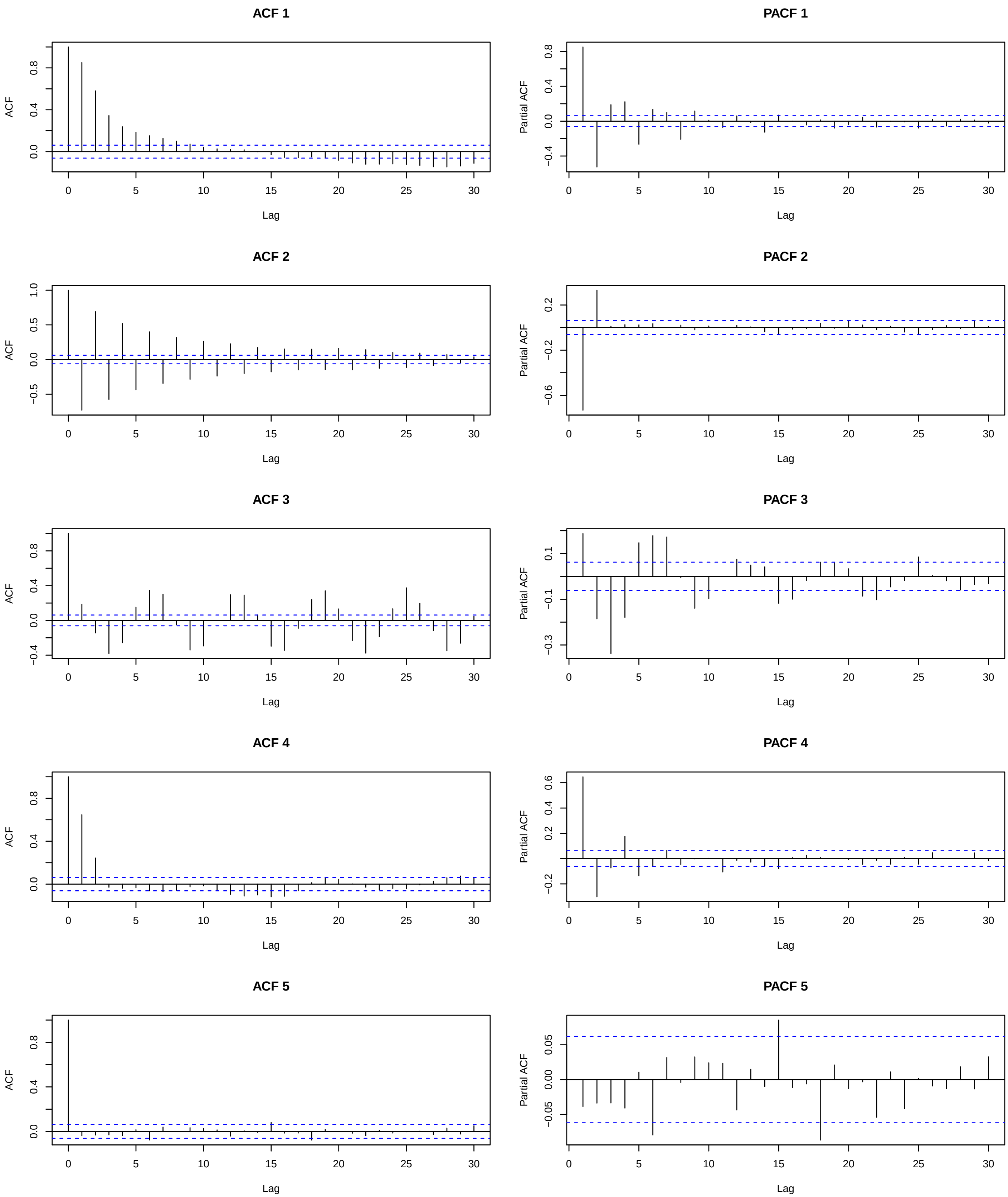

Abbildung 2: ACF/PACF Aufgabe 4 (b)