



# CHƯƠNG IV:

# CƠ HỌC VẬT RĂN





## Định nghĩa:

Vật rắn là một hệ chất điểm mà *khoảng cách* giữa các chất điểm *luôn giữ không đổi* trong quá trình chuyển động.



Có thể áp dụng các quy luật chuyển động của hệ chất điểm vào chuyển động của vật rắn!!!





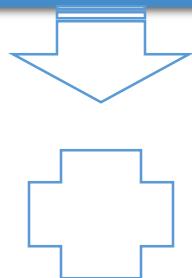
# 4.1.

# CÁC DẠNG CHUYỄN ĐỘNG CỦA VẬT RĂN



## Chuyển động của vật rắn

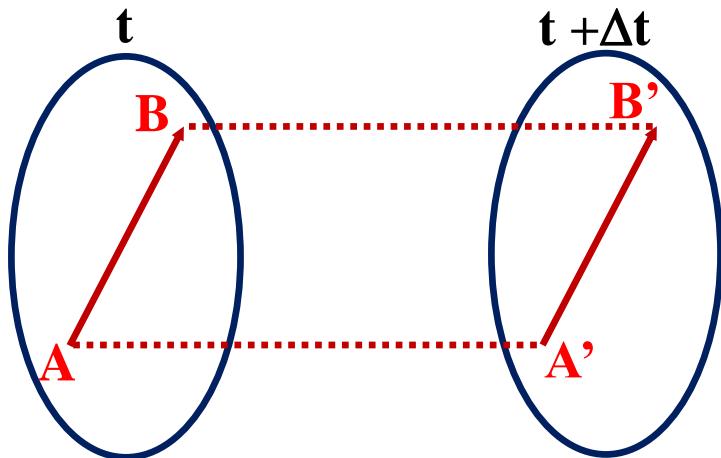
Chuyển động  
tịnh tiến



Chuyển động  
quay

## 4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

1.1.1. Định nghĩa: Chuyển động tịnh tiến là chuyển động mà trong đó đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của vật rắn luôn song song với chính nó.





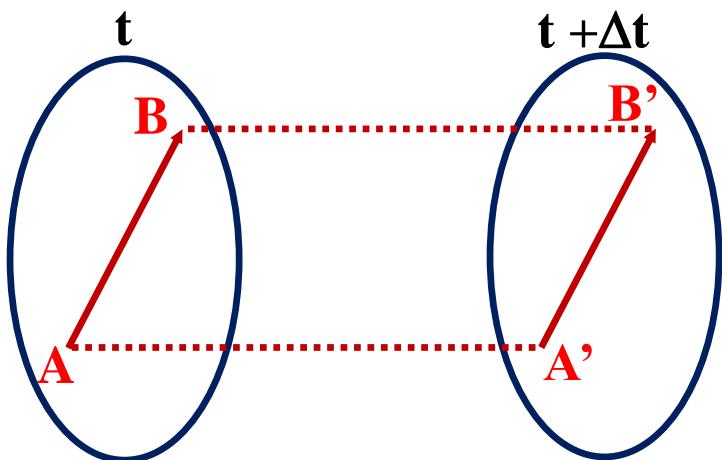
## CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RĂN

### 4.1.2. Đặc điểm:

Vậy: khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của vật rắn có cùng véctơ vận tốc và cùng véctơ gia tốc.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}_C = \dots$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \dots$$

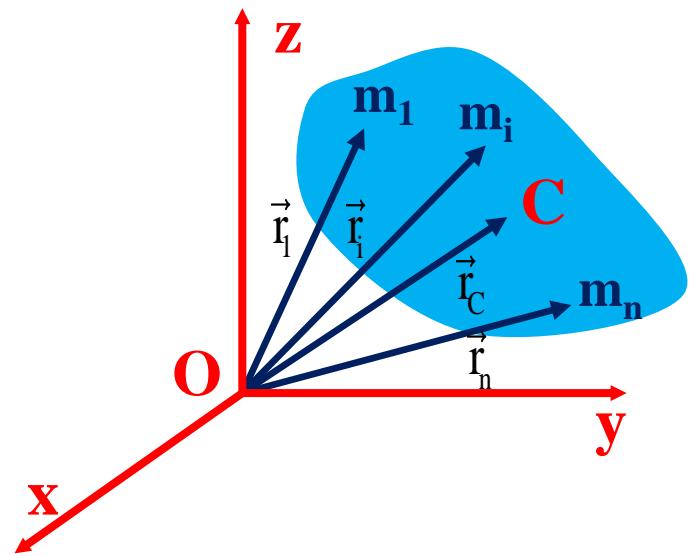


### 4.1.3. Khối tâm vật rắn:

a) Định nghĩa: C được gọi là **khối tâm** của vật rắn nếu vị trí của C thoả công thức:

➤ **Phân bố rời rạc:**

$$\overrightarrow{OC} = \vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$



➤ **Phân bố liên tục:**

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \int_m \vec{r} dm$$



## CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### b) Đặc điểm của khối tâm:

- ❖ **Vận tốc khối tâm:**  $\vec{V}_C$
- ❖ **Động lượng vật rắn:**  $\vec{P} = m\vec{v}_C$
- ❖ **Gia tốc khối tâm:**  $\vec{a}_C$
- ❖ **Lực tổng hợp tác dụng lên vật rắn:**  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$

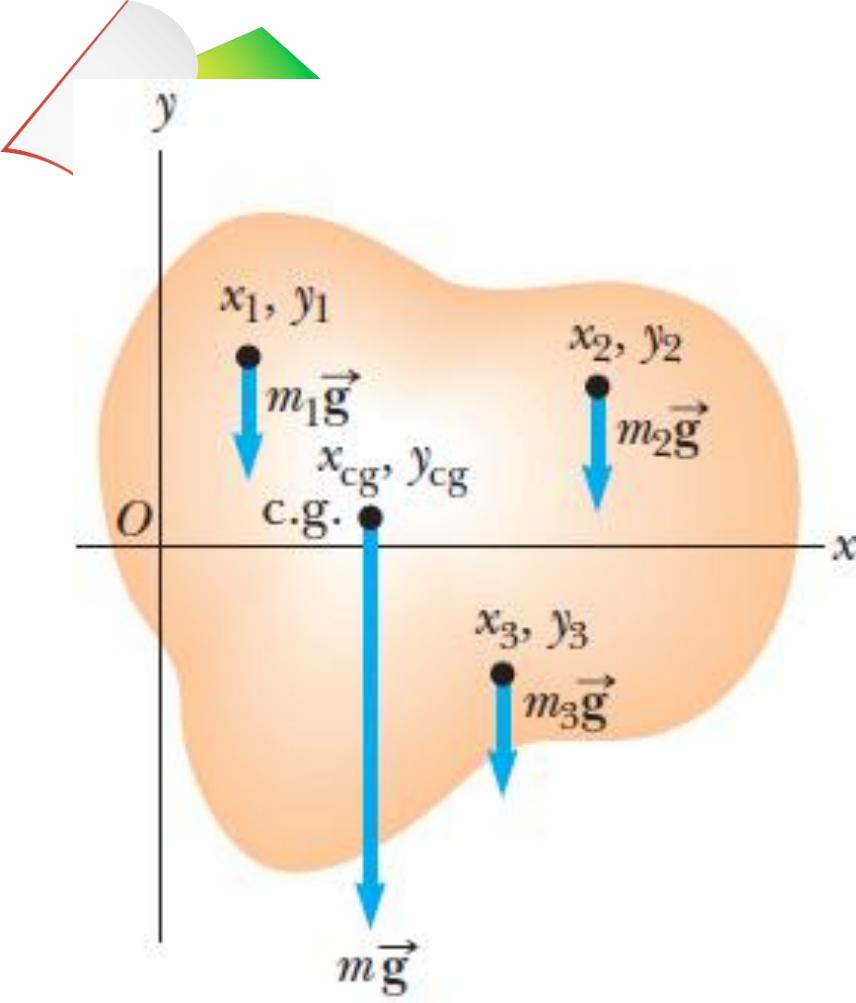


$$\vec{F} = m\vec{a}_C$$



### Kết luận

- *Chuyển động tịnh tiến* của vật rắn tương đương với *chuyển động của khối tâm* của nó, với khối lượng bằng khối lượng vật rắn.
- Có thể xem *bài toán chuyển động tịnh tiến của vật rắn như bài toán chuyển động của một chất điểm đặt tại khối tâm* (khối tâm có khối lượng bằng khối lượng của vật rắn).



## Center of gravity

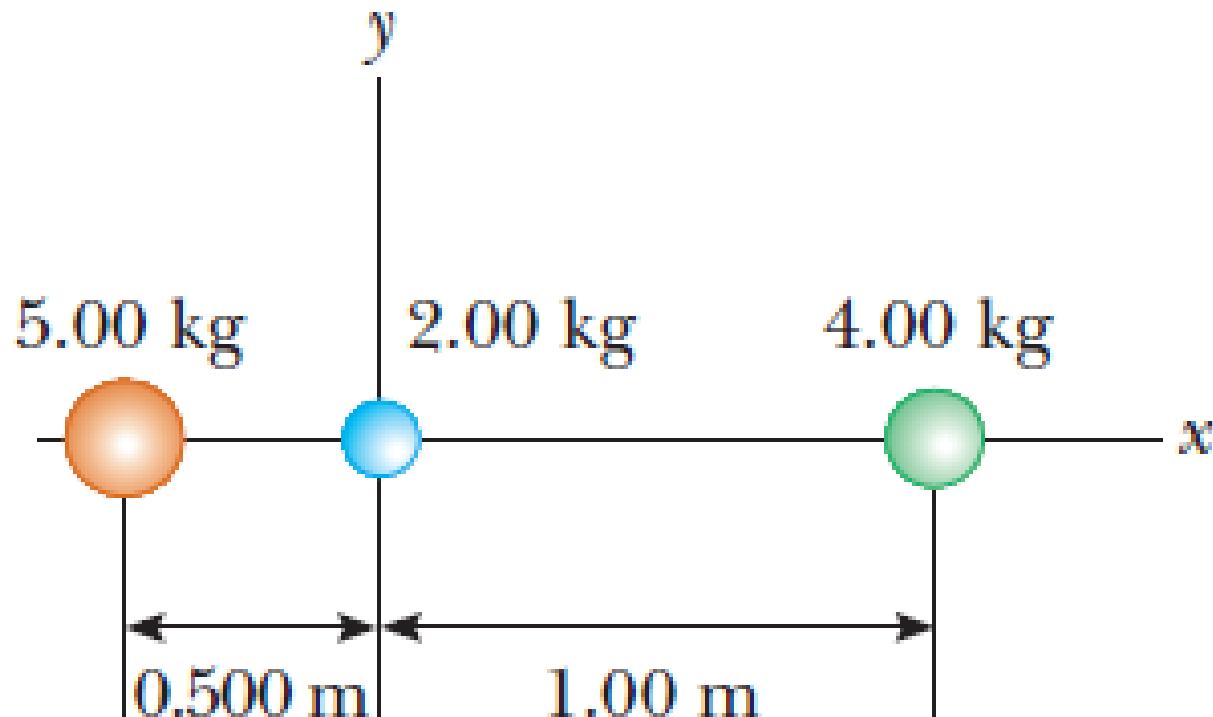
$$y_{cg} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

$$z_{cg} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

$$x_{cg} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$



**Ví dụ:** Tìm khối tâm của hệ như trong hình vẽ.



## 4.2.1. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

❖ Định nghĩa: Là chuyển động mà các chất điểm của vật rắn có quỹ đạo là những vòng tròn tâm nằm trên trực quay và bán kính bằng khoảng cách từ chất điểm đến trực quay.

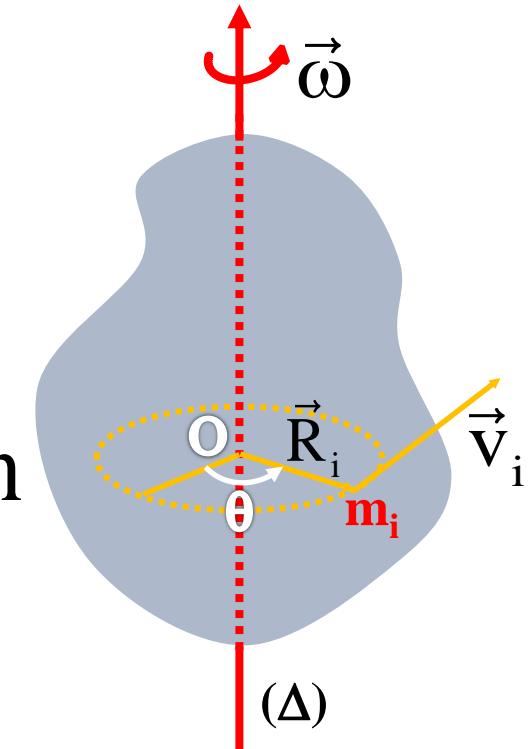
$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \dots = \theta_n$$



❖ Với trực quay cố định

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 = \dots = \vec{\omega}_n$$

$$\vec{\beta}_1 = \vec{\beta}_2 = \vec{\beta}_3 = \dots = \vec{\beta}_n$$





## CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RĂN

- ❖ **Vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến**

$$v_i = R_i \omega_i = R_i \omega$$

$$a_{\pi i} = R_i \beta_i = R_i \beta$$

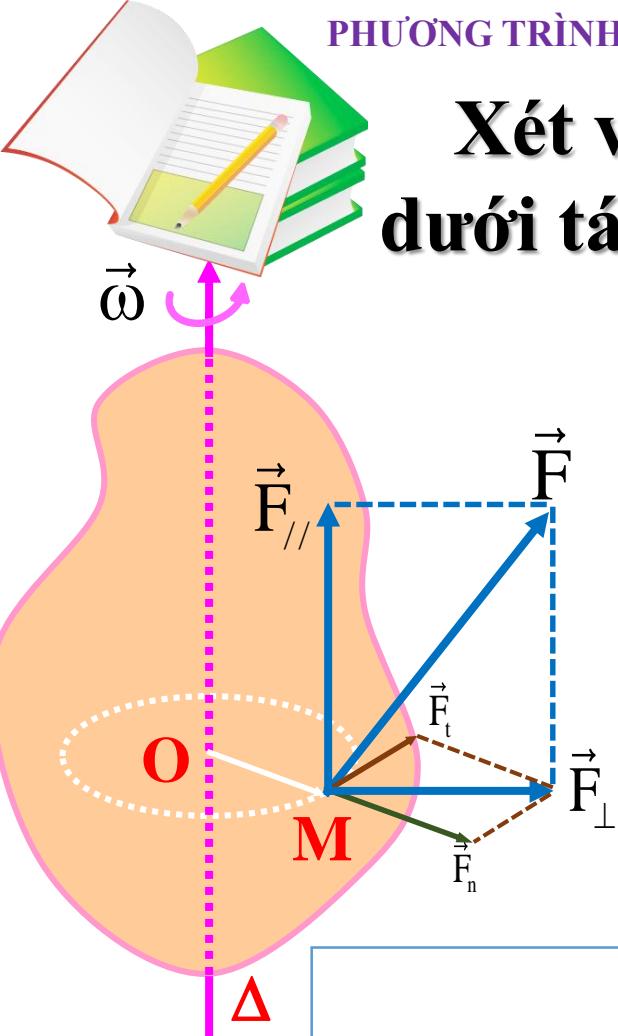
- ❖ **Vậy:** khi quay chất điểm nào càng xa trục thì vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến càng lớn, chất điểm nằm trên trục thì vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến bằng không.

**4.3.**

**PHƯƠNG TRÌNH  
CƠ BẢN CỦA VẬT RĂN  
QUAY QUANH TRỤC  
CỐ ĐỊNH**



# Xét vật rắn quay quanh trục dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ .



Có tác dụng làm vật rắn quay!!!

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

$$\vec{F} = \boxed{\vec{F}_{//}} + \boxed{\vec{F}_t} + \boxed{\vec{F}_n}$$

*Không thể làm vật rắn quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn trượt dọc theo trục quay.*

*Không thể làm vật rắn quay, chỉ có tác dụng dời vật rắn khỏi trục quay.*

## 4.3.1. Mômen động lượng của vật rắn quay

➤ Mômen động lượng của chất điểm thứ i đối với trục quay:

$$\vec{L}_i = \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

➤ Mômen động lượng của vật rắn đối với trục quay:

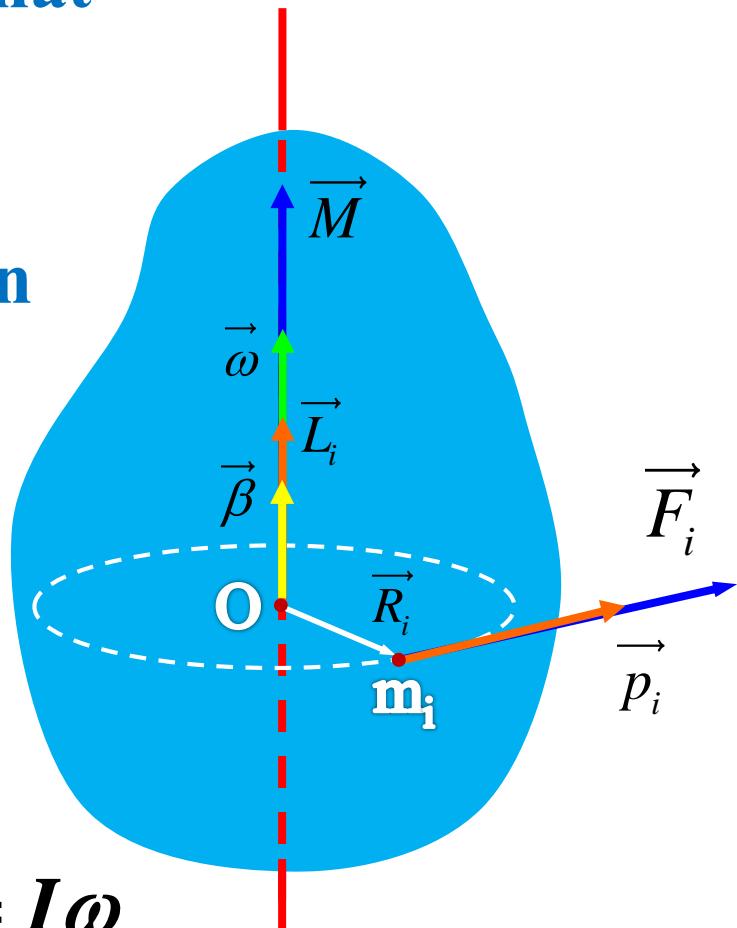
$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

➤ Độ lớn:

$$L = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \omega_i = \left( \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \right) \omega = I \omega$$

I : mô men quán tính của vật rắn

(v = \omega R)





Vậy:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

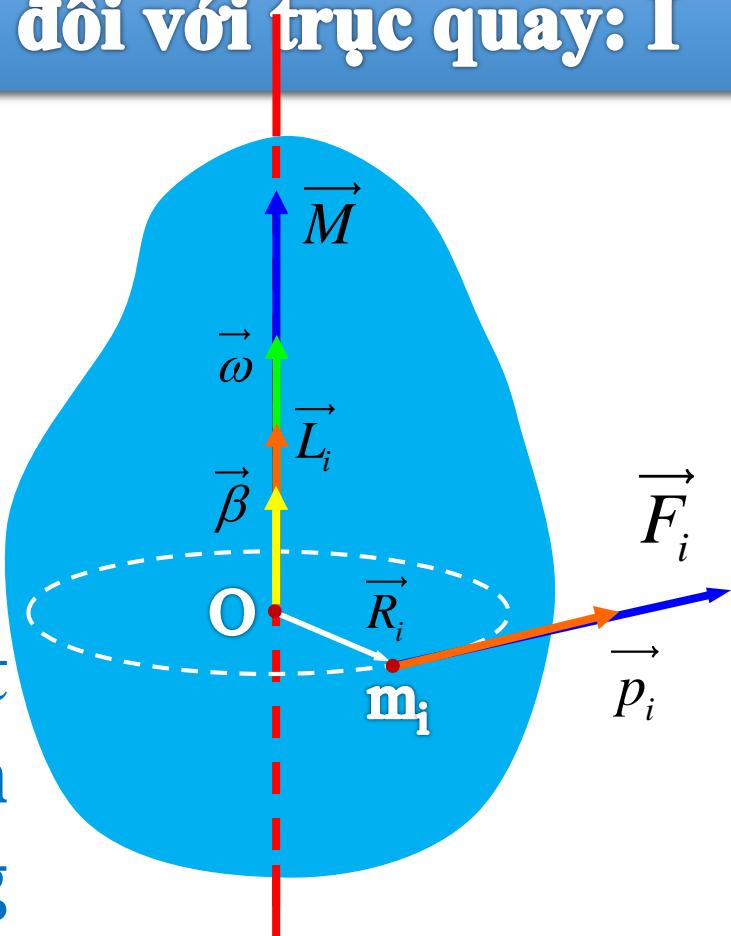
## Mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay: I

➤ Công thức:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$$

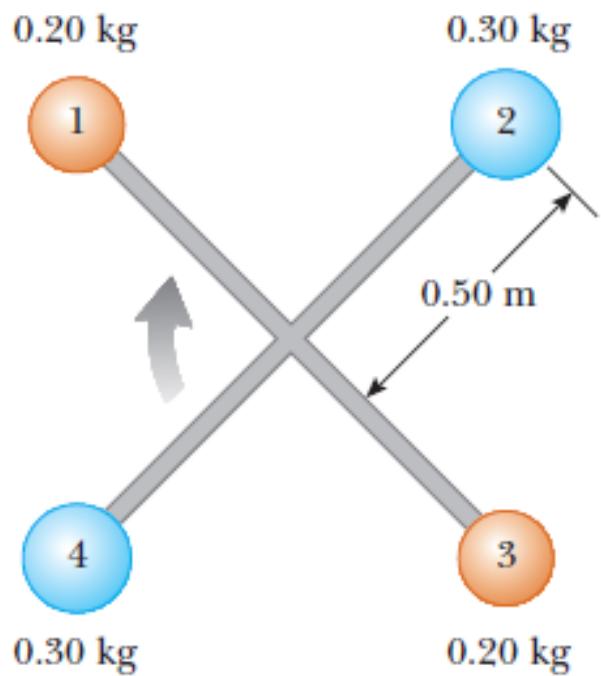
I ( $\text{kgm}^2$ )

➤ Ý nghĩa: là đại lượng vật lý đặc trưng cho mức quán tính của các vật thể trong chuyển động quay.



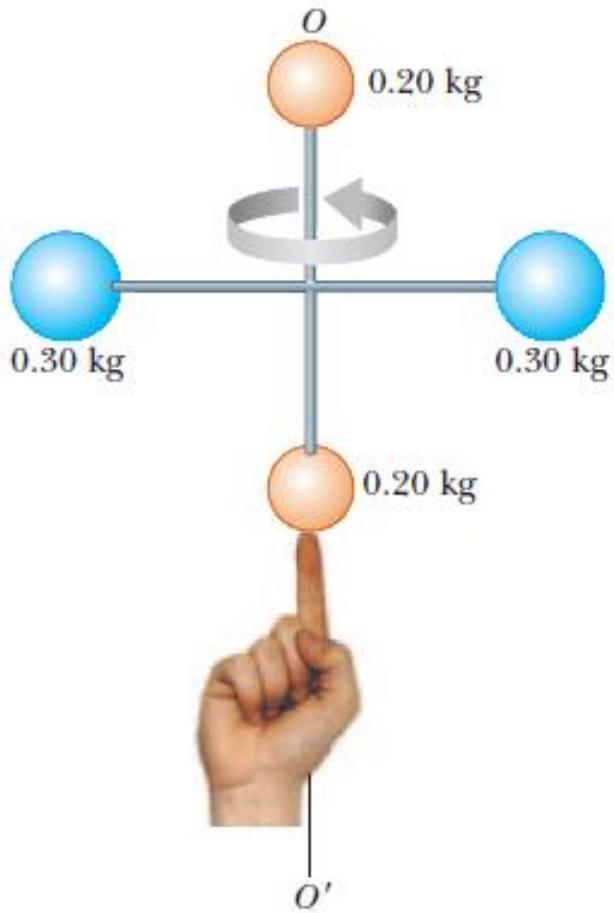


**Ví dụ 1:** Xác định mô men quán tính I của hệ gồm bốn quả cầu đối với trực quay đi qua tâm O như hình vẽ (khối lượng của thanh nối các quả cầu không đáng kể).





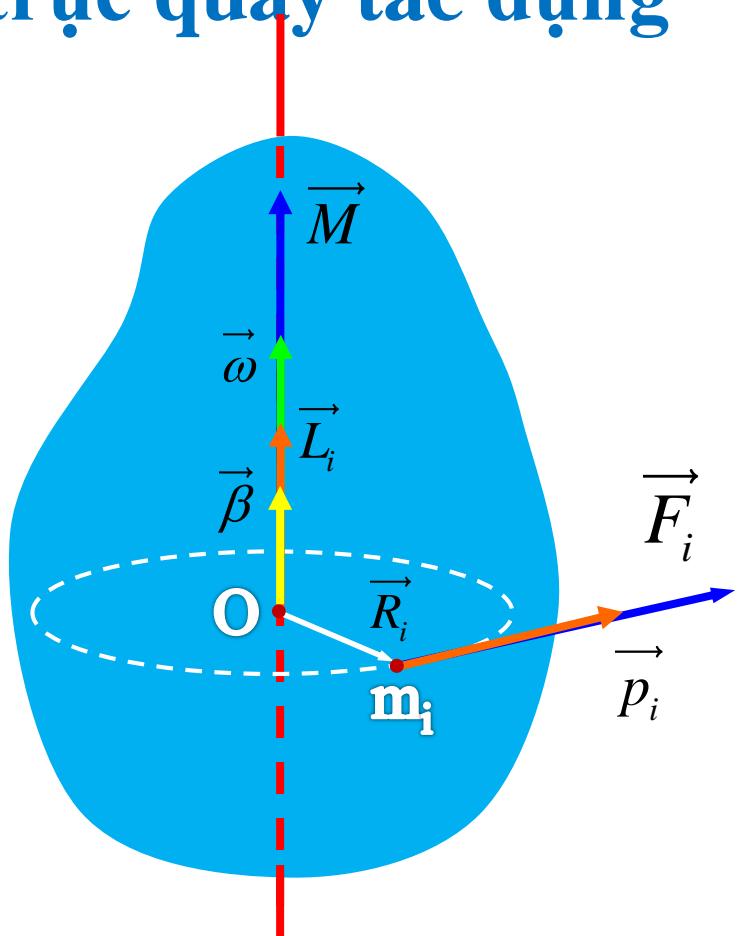
**Ví dụ 2:** Xác định mô men quán tính I của hệ gồm bốn quả cầu đối với trực quay đi qua tâm O như hình vẽ (khối lượng của thanh nối các quả cầu không đáng kể).



## 4.3.2. Vécтор mômen lực đối với trục quay

Vécтор mômen lực đối với trục quay tác dụng lên vật rắn:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$



- Hướng: theo trục quay.



# ĐIỀU KIỆN VẬT RĂN Ở TRẠNG THÁI CÂN BẰNG

\* Hợp lực tác dụng bằng 0       $\sum \vec{F} = 0$

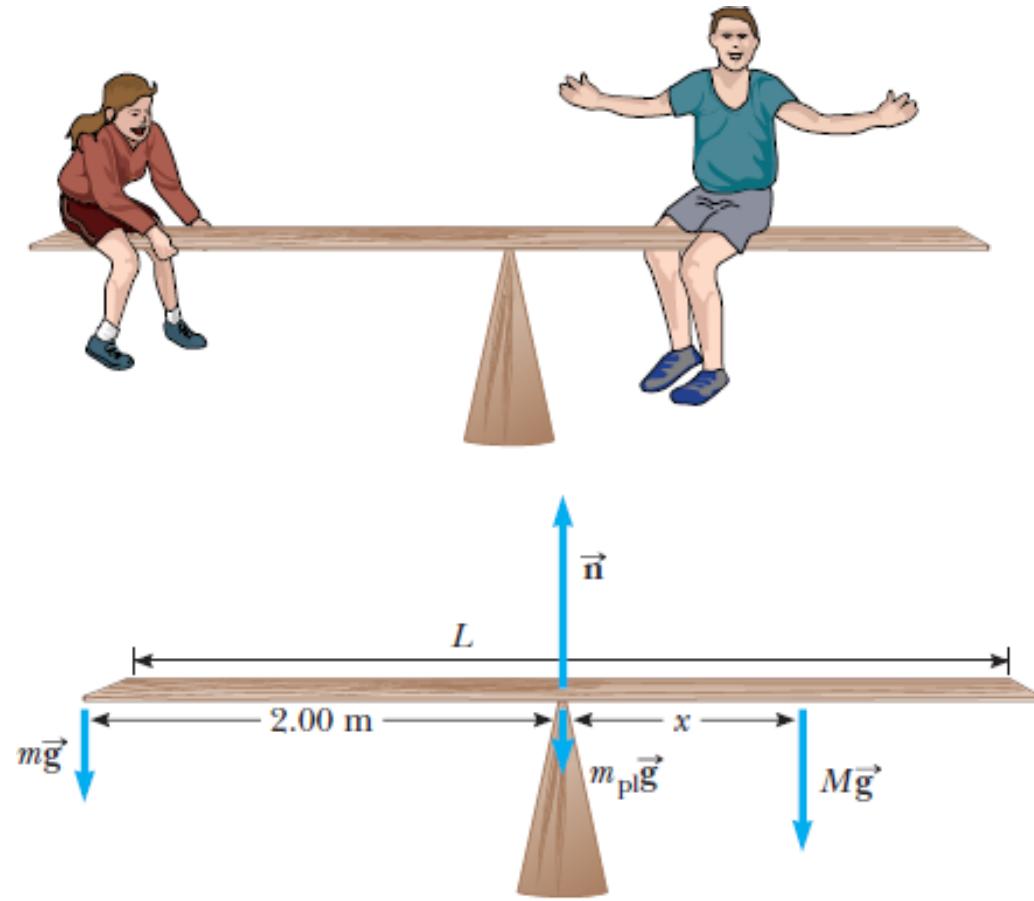
\* Mô men lực tổng hợp bằng 0

$$\sum \vec{M} = \sum \vec{F} \times \vec{r}$$





## Ví dụ về mô men lực



Người phụ nữ có khối lượng  $m = 55 \text{ kg}$  và người đàn ông có khối lượng  $M = 75 \text{ kg}$  ngồi ở hai đầu của bập bênh như hình vẽ. Bập bênh có chiều dài  $L$  đang ở trạng thái cân bằng. Người phụ nữ ngồi cách trực quay một đoạn  $L/2$ . Xác định khoảng cách từ người đàn ông đến trực quay bập bênh?

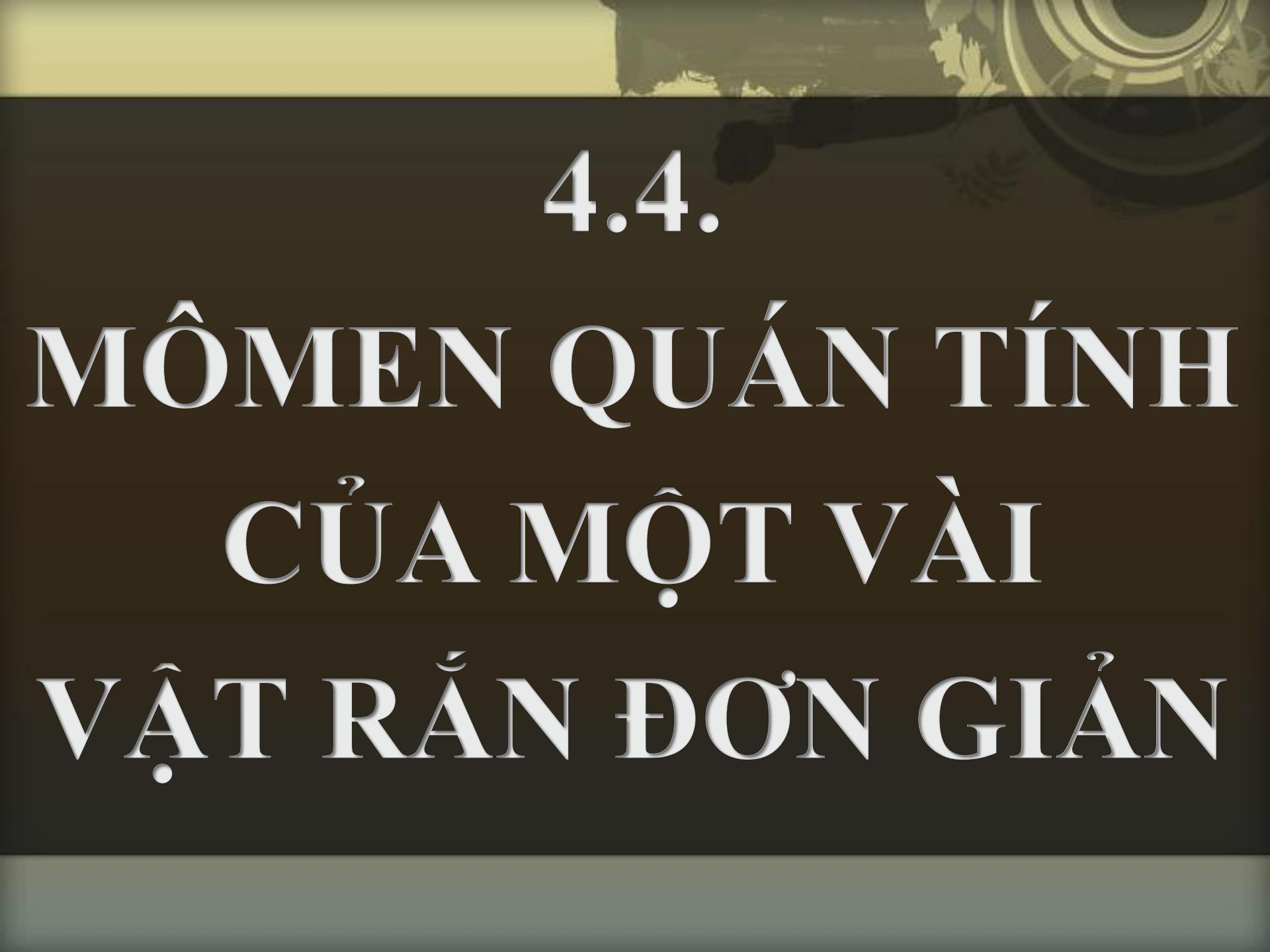
### 4.3.3. Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trực cố định

- **Định luật biến thiên mômen động lượng:**  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
- **Mômen động lượng của vật rắn quay:**  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

### Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trực cố định

$$\vec{M} = I\vec{\beta}$$

M: mo men ngoại lực  
I: mo men quán tính ( $\text{kgm}^2$ )  
 $\beta$ : gia tốc góc ( $\text{rad/s}^2$ )



4.4.

# MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA MỘT VÀI VẬT RĂN ĐƠN GIẢN

## 4.4.1. Công thức

➤ Vật rắn gồm các chất điểm phân bố rời rạc:

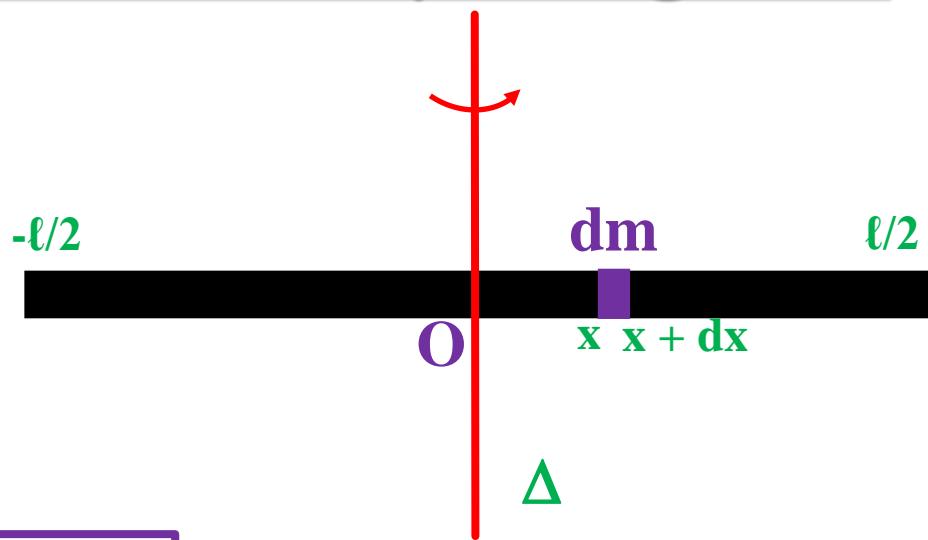
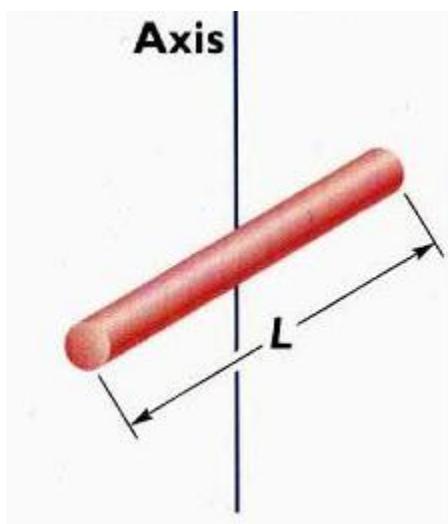
$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$$

➤ Khi vật rắn gồm các chất điểm phân bố liên tục:

$$I = \int_m R^2 dm$$

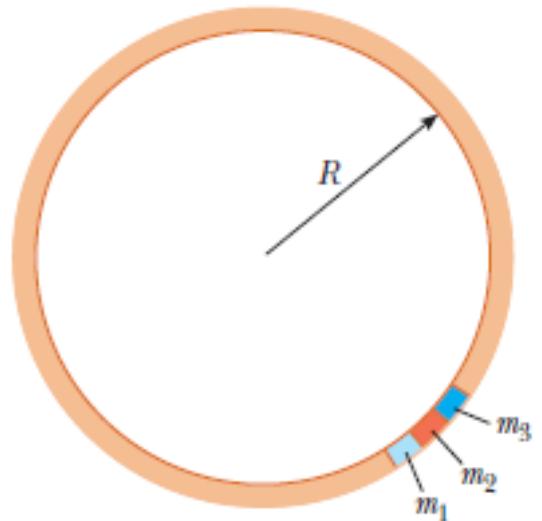
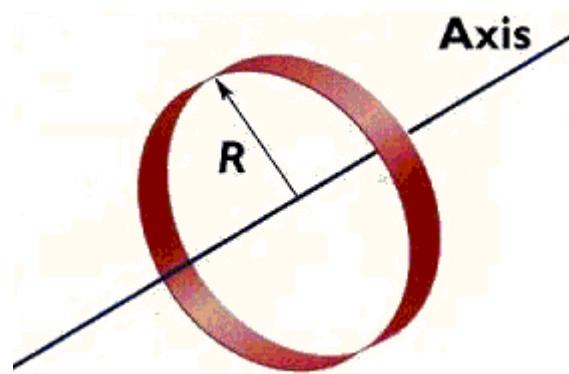
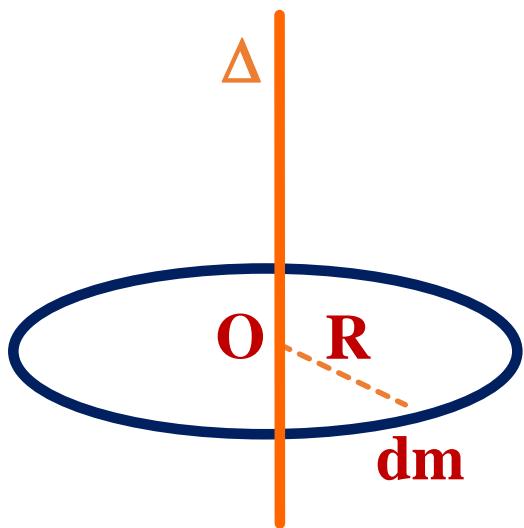


## 4.4.2. Mômen quán tính I của một thanh đồng chất với trục quay vuông góc với thanh tại trung điểm



$$I = \frac{1}{12} m l^2$$

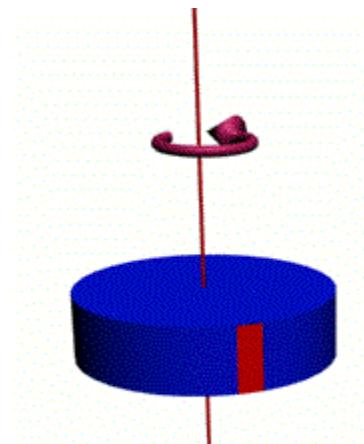
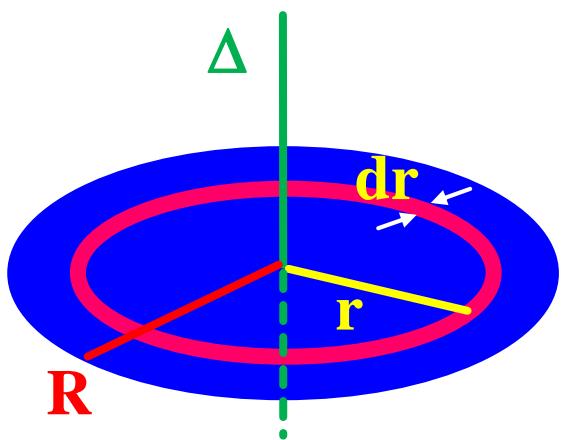
### 4.4.3. Mômen quán tính I của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn



$$I = mR^2$$



## 4.3.4. Mômen quán tính I của một đĩa tròn đối với trực quay là trực của đĩa

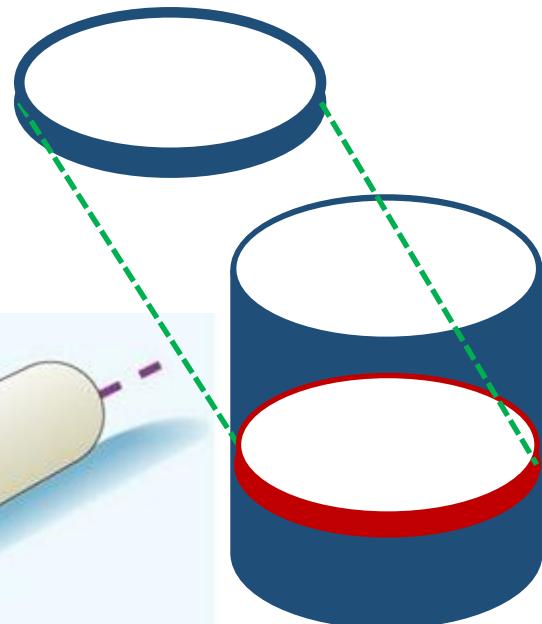


$$I = \frac{mR^2}{2}$$



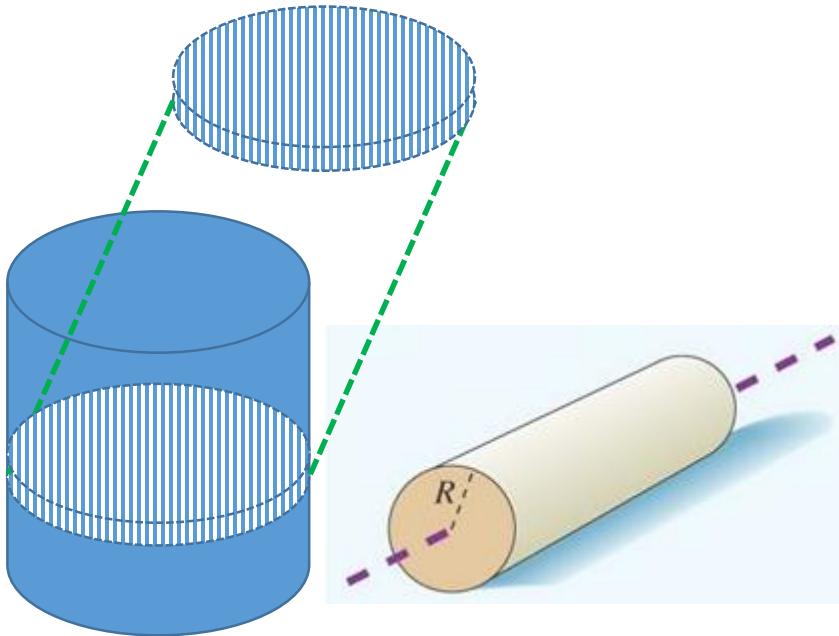
### 4.3.5. Mômen quán tính của hình trụ

Trụ rỗng



$$I = mR^2$$

Trụ đặc



$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



#### 4.4.6. Mômen quán tính của các vật tròn xoay

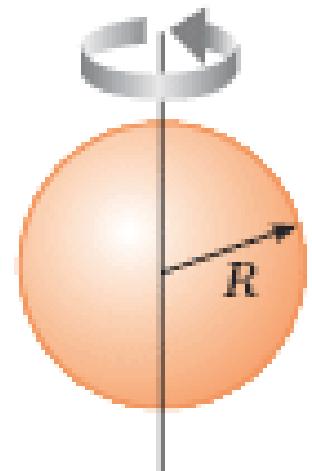
- **Khái niệm:** là những vật có bề mặt được tạo thành bởi sự quay một đường cong phẳng quanh một trục nằm trong mặt phẳng chứa đường cong đó.
- Chia vật thành những đĩa mỏng có chiều cao  $dz$ .
- Mômen quán tính của mỗi đĩa:

$$dI = \frac{1}{2} dm r^2 = \frac{1}{2} \pi \rho r^4 dz$$

Với:  $dm = \rho \pi r^2 dz$  là khối lượng của đĩa.

- Mômen quán tính của hình tròn xoay:

$$I = \int_{vtx}^H dI = \frac{1}{2} \pi \rho \int_0^H r^4 dz$$

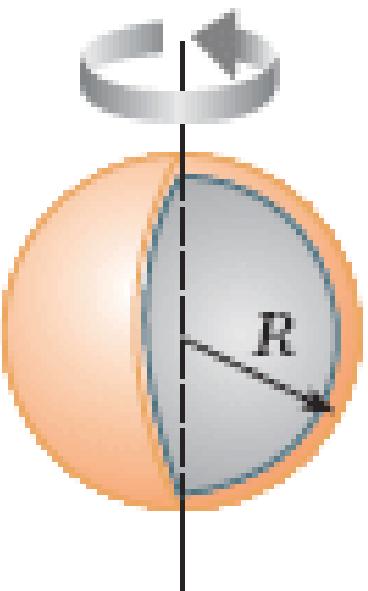


# MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA MỘT VÀI VẬT RĂN ĐƠN GIẢN



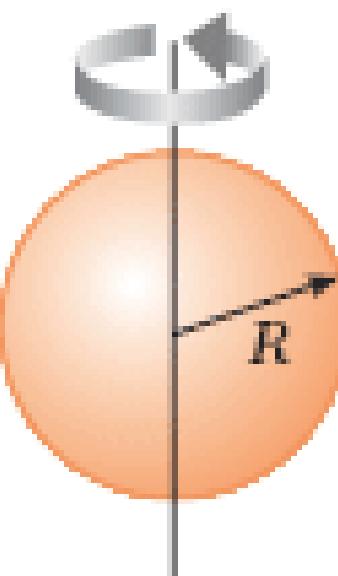
## Hình cầu rỗng

$$I = \frac{2}{3}mR^2$$



## Hình cầu đặc

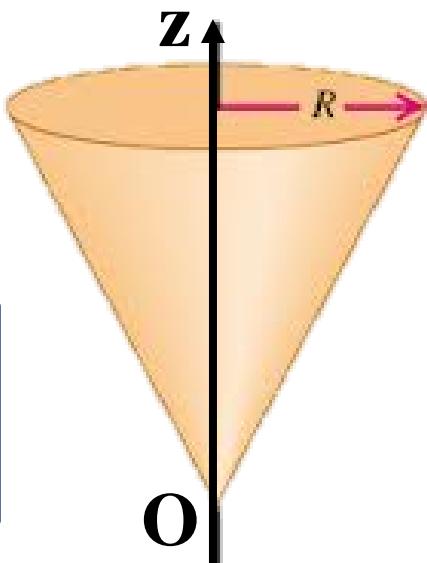
$$I = \frac{2}{5}mR^2$$



# MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA MỘT VÀI VẬT RĂN ĐƠN GIẢN

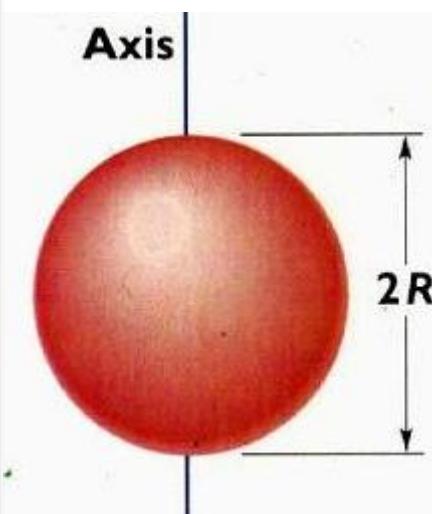


## Hình nón



$$I = \frac{3}{10} mR^2$$

## Hình cầu đặc

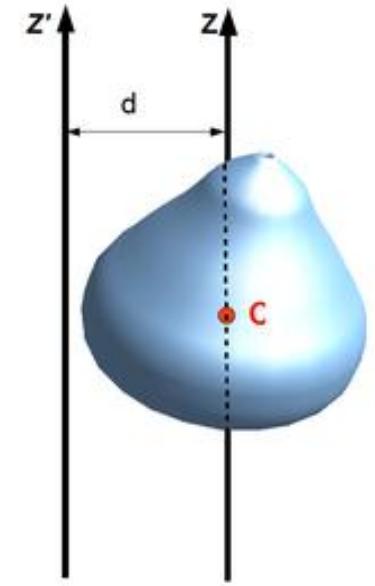


$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

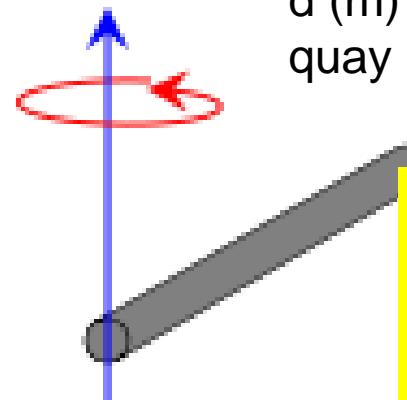
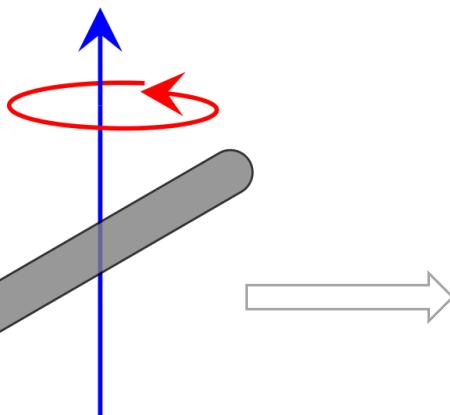
## 4.5. Định lý Steiner – Huyghens

Mômen quán tính  $I$  đối với một trục bất kì không đi qua tâm:

$$I = I_C + md^2$$



Ví dụ:



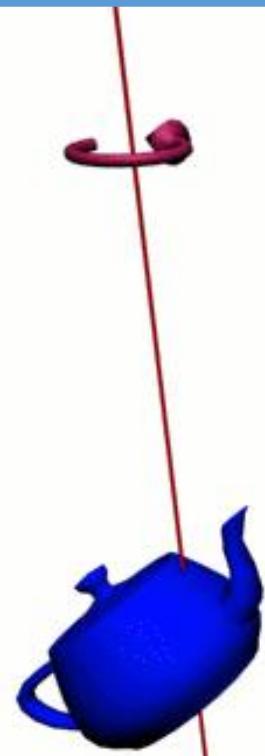
C: center

m (kg)

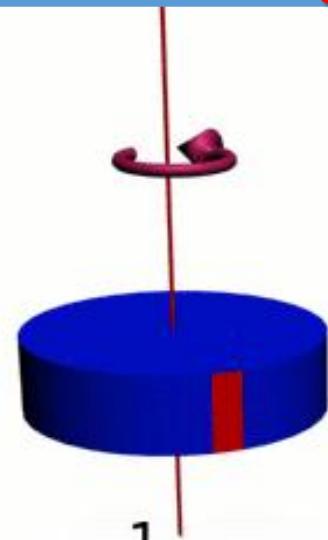
d (m) : khoảng cách giữa hai trục  
quay

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

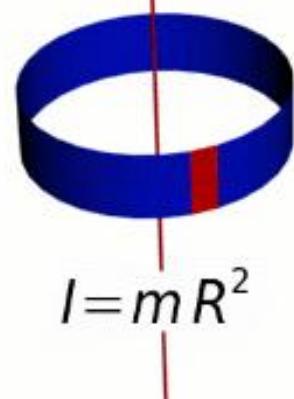
# Ví dụ về mômen quán tính của các vật thể



$$I = \sum_i m_i r_i^2$$



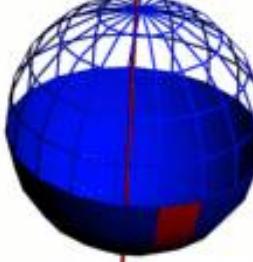
$$I = \frac{1}{2} m R^2$$



$$I = m R^2$$



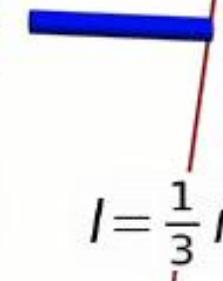
$$I = \frac{2}{5} m R^2$$



$$I = \frac{2}{3} m R^2$$



$$I = \frac{1}{12} m l^2$$

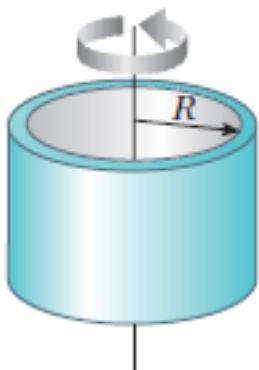


$$I = \frac{1}{3} m l^2$$

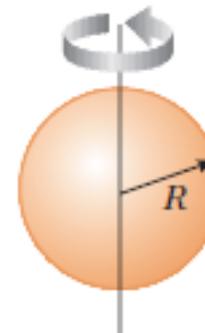


## Moments of Inertia for Various Rigid Objects of Uniform Composition

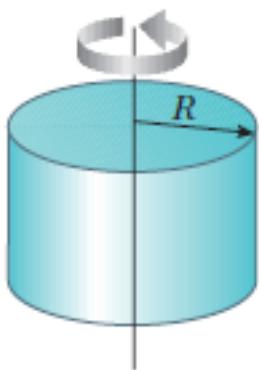
Hoop or thin cylindrical shell  
 $I = MR^2$



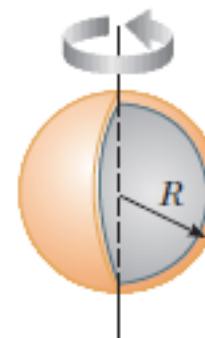
Solid sphere  
 $I = \frac{2}{5} MR^2$



Solid cylinder or disk  
 $I = \frac{1}{2} MR^2$

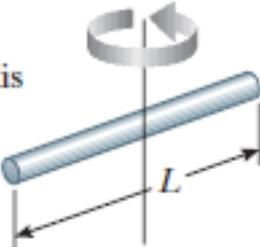


Thin spherical shell  
 $I = \frac{2}{3} MR^2$



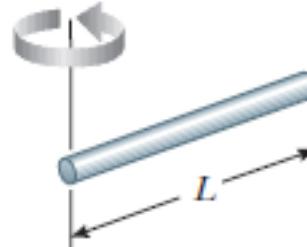
Long thin rod with rotation axis through center

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$



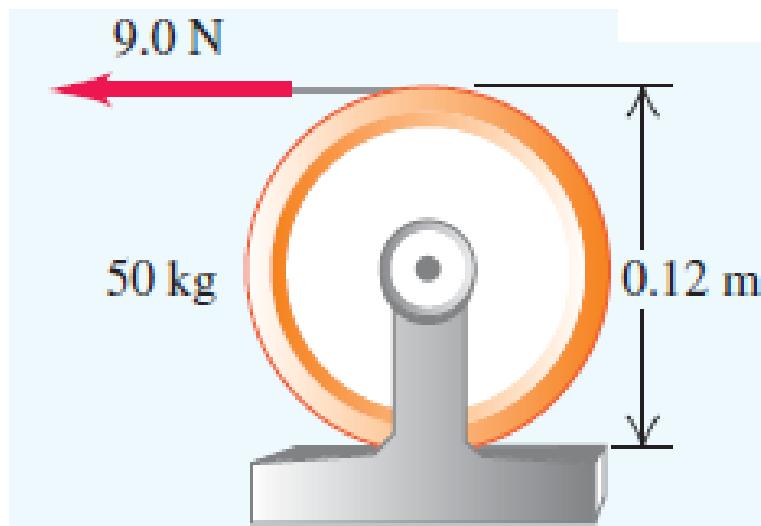
Long thin rod with rotation axis through end

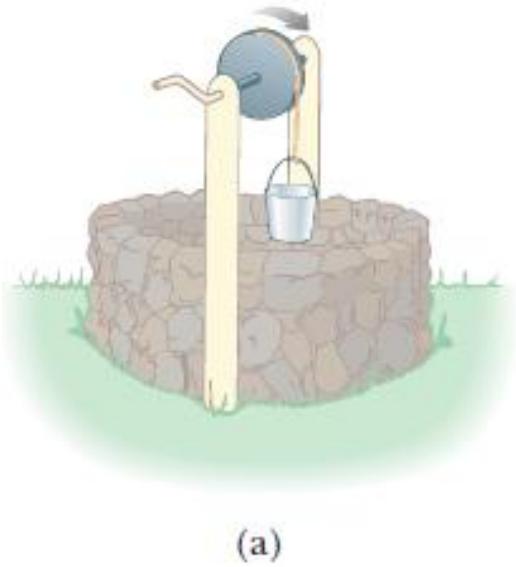
$$I = \frac{1}{3} ML^2$$





**Ví dụ:** Một dây cáp quấn quanh ống trụ đặc đường kính 0,12 m, khối lượng 50 kg, ống trụ có thể quay quanh trục như hình vẽ. Dây cáp được kéo bởi lực  $F = 9 \text{ N}$ . Xác định gia tốc góc của ống trụ trong quá trình chuyển động?

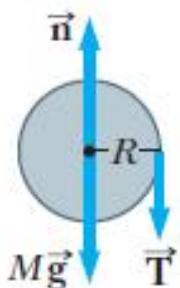




(a)



(b)



(c)

**Ví dụ:** Một ống trụ tròn đặc khối lượng  $M = 3$  kg, bán kính  $R = 0,4$  m được sử dụng như ròng rọc kéo xô nước từ giếng lên như hình vẽ. Xô nước có khối lượng  $m = 2$  kg được vắt qua ròng rọc bằng một dây treo có khối lượng không đáng kể. a) Xác định lực căng dây và gia tốc của xô nước.

b) Biết xô nước đứng yên trước khi chuyển động, sau 3 giây thì chạm mặt nước giếng, hỏi quãng đường xô nước đã di chuyển là bao nhiêu?

4.6.

# ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RĂN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

- **Động năng quay của vật rắn (vừa tịnh tiến vừa quay quanh một trục cố định)**

$$K = K_{tt} + K_q = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

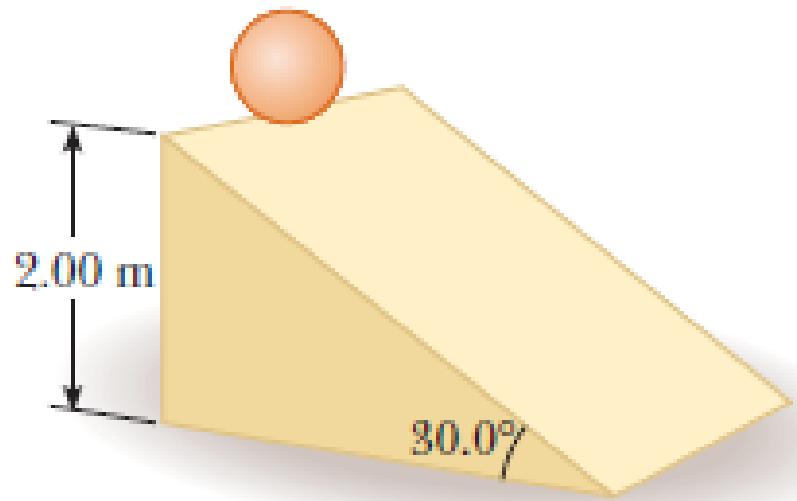
I : mô men quán tính của Vật rắn ( $\text{kgm}^2$ )

$\omega$ : vận tốc góc (rad/s)

K: Jun (J)



**Ví dụ:** Một trái banh có khối lượng  $M$  và bán kính  $R$  đứng yên trên mặt nghiêng ở độ cao 2 m, góc nghiêng  $30^{\circ}$  như hình vẽ. Xác định vận tốc  $v$  (m/s) của banh ở chân mặt nghiêng (giả sử banh lăn không trượt).



4.7.

# ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA VẬT RĂN QUAY



## 4.7.1. Trường hợp một vật rắn

- Xét vật rắn cô lập quay quanh trực cố định:

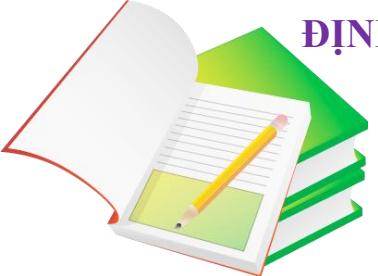
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

- Ví dụ: Khi vũ công quay tròn, ngoại lực tác dụng lên vũ công là trọng lực, vì trọng lực song song với trực quay nên mômen lực bằng 0.



# ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA VẬT RĂN QUAY



R tăng



I tăng



ω giảm



quay chậm



R giảm



I giảm



ω tăng



quay nhanh

$$\begin{aligned}L &= I \omega = \text{const} \\I &= \sum m_i \cdot R^2\end{aligned}$$



R tăng



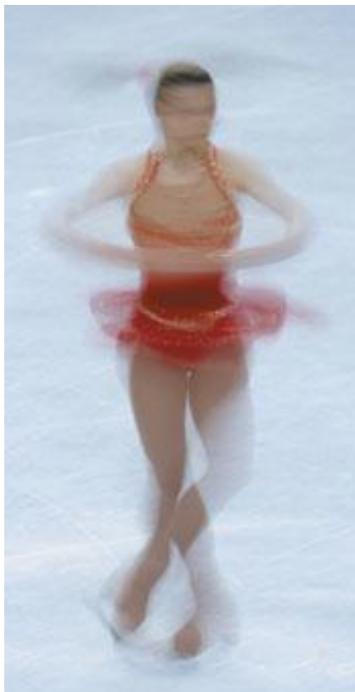
I tăng



$\omega$  giảm



quay chậm



R giảm



I giảm



$\omega$  tăng



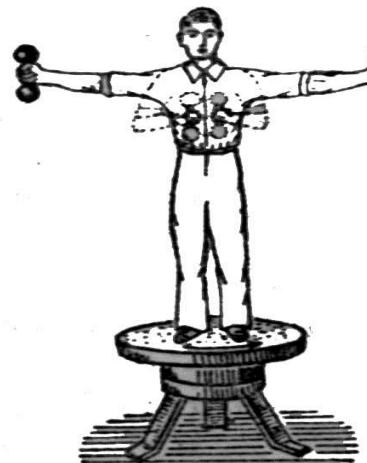
quay nhanh

## 4.7.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

➤ Xét hệ cô lập hay hệ có mômen lực tổng hợp tác dụng bằng không:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = \text{const}$$

➤ Ví dụ: Ghế Giukopski





## Giải thích

- Theo định luật bảo toàn mômen động lượng

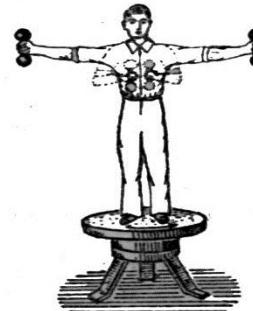
$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = 0$$

- Với:  $I_1$  là mômen quán tính của vành xe,  $I_2$  là mômen quán tính của người và ghế.



$$\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2} \vec{\omega}_1$$

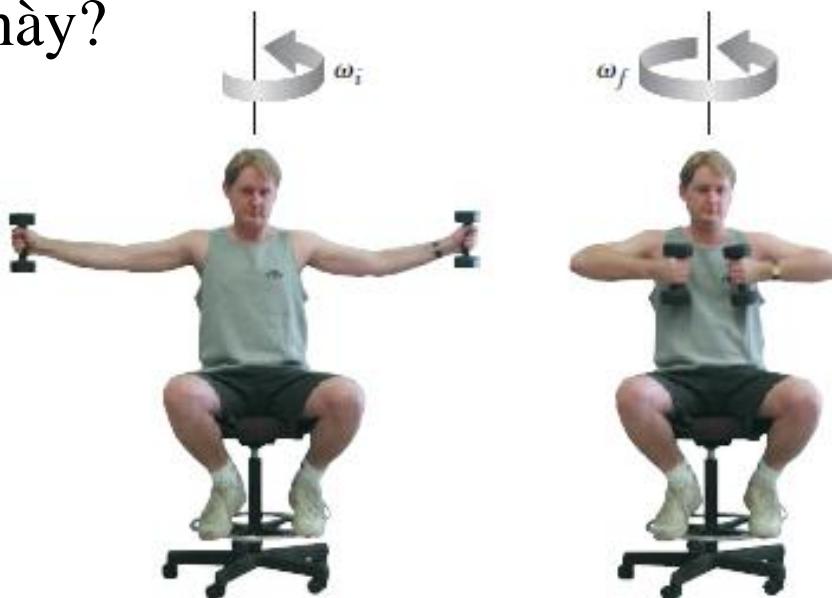
Dấu trừ trong biểu thức trên chứng tỏ người và ghế quay ngược chiều so với chiều quay của vành xe như thực nghiệm đã xác nhận.

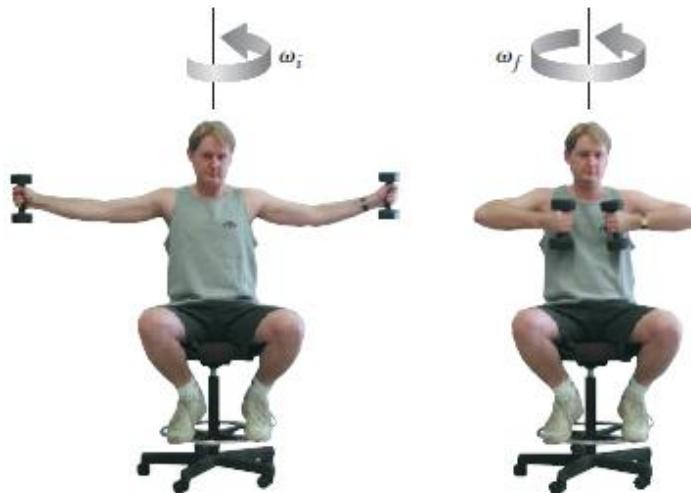




Ví dụ 1: Một người ngồi trên ghế xoay, hai tay cầm hai quả tạ, mô men quán tính của cả hệ thống  $I = 2,25 \text{ kgm}^2$ . Khi người đàn ông duỗi tay thì quay 1 vòng trong khoảng thời gian 1,26 giây.

- a) Xác định vận tốc góc ban đầu  $\omega_i$  của người.
- b) Nếu người co tay lại thì mô men quán tính  $I = 1.8 \text{ kgm}^2$ . Xác định vận tốc góc lúc này?





$$\omega_i = 2\pi f = 2\pi/T = 4.99 \text{ rad/s}$$

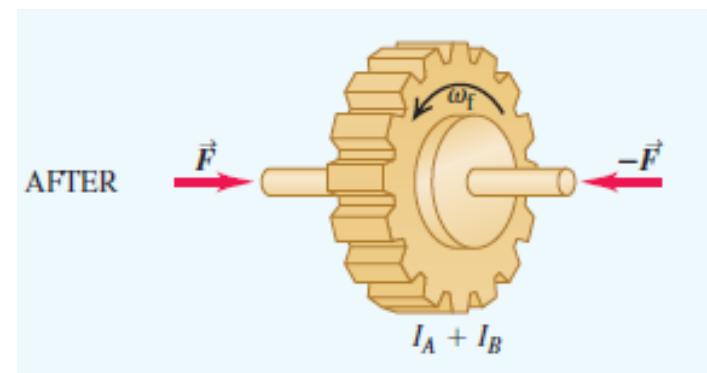
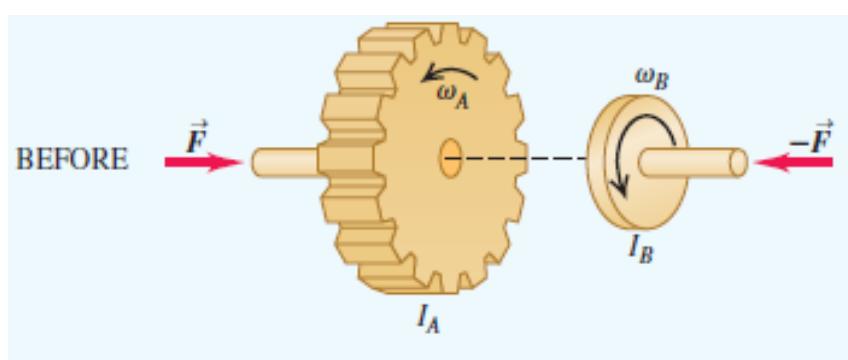
$$L_i = L_f \rightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

$$(2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) (4.99 \text{ rad/s}) = (1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \omega_f$$

$$\omega_f = 6.24 \text{ rad/s}$$



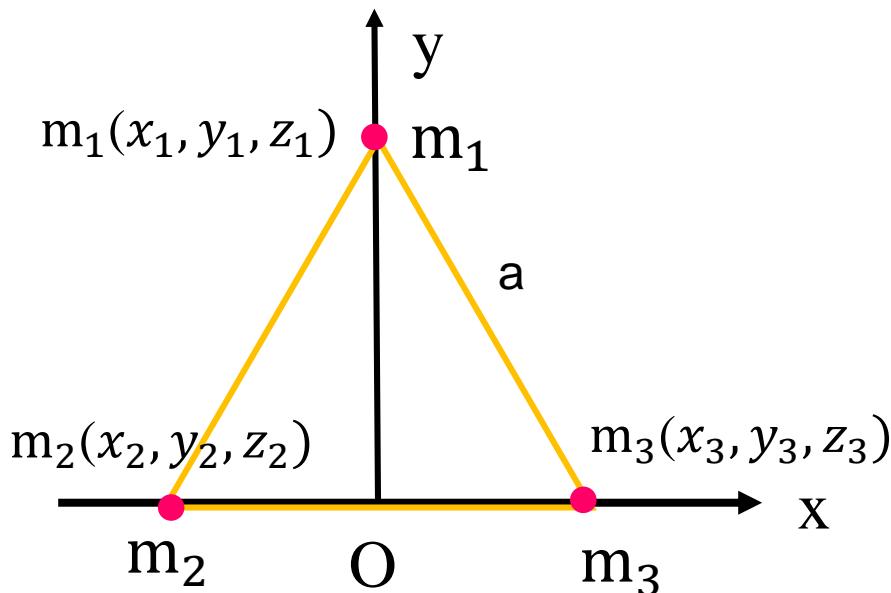
**Ví dụ 2:** Hai đĩa đang quay với vận tốc góc  $\omega_A$  và  $\omega_B$ . Mô men quán tính của hai đĩa là  $I_A$  và  $I_B$ . Tác dụng lực cho 2 đĩa tiếp xúc và cùng quay với nhau. Xác định vận tốc góc quay lúc sau của 2 đĩa  $\omega_f$ .



*Bài tập 4.1 trang 113 SBH Thầy Nguyễn Thành Văn*

Cho ba chất điểm có khối lượng  $m_1, m_2, m_3$  đặt lần lượt tại ba đỉnh của một tam giác đều cạnh  $a$ . Xác định khối tâm của hệ ba chất điểm đó trong các trường hợp sau:

- a)  $m_1 = m_2 = m_3$
- b)  $2m_1 = m_2 = m_3$



Center mass

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$z_C = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$z = 0$$

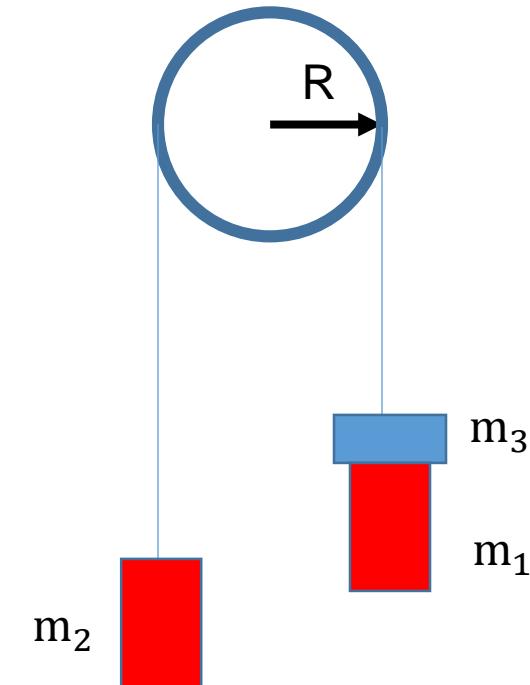
Oxyz

## Bài tập 4.4 trang 113 SBH Thầy Nguyễn Thành Văn

Cho hệ như hình vẽ, gồm ròng rọc là một vòng tròn tâm O bán kính R có khối lượng là  $m = 4$  kg. Sợi dây có khối lượng không đáng kể vắt qua rãnh ròng rọc, hai đầu của dây được treo hai vật có khối lượng lần lượt là  $m_1 = m_2 = 5$  kg. Lúc đầu  $m_1$  cách mặt đất một khoảng  $h = 9$  m, đặt thêm gia trọng  $m_3 = 2$  kg lên vật  $m_1$ , sau đó thả cho hệ thống chuyển động không vận tốc đầu. Tính:

- Gia tốc chuyển động của hệ và sức căng của dây.
- Thời gian từ lúc  $m_1$  bắt đầu chuyển động đến khi  $m_1$  chạm đất và vận tốc của nó lúc chạm đất.

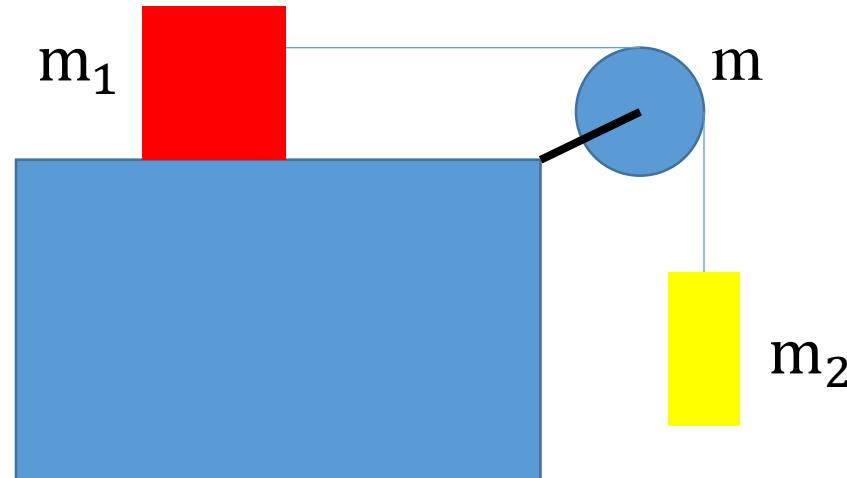
Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và bỏ qua mọi ma sát.



## Bài tập 4.5 trang 114 SBH Thầy Nguyễn Thành Văn

Cho hệ cơ học hình vẽ, hai vật có khối lượng lần lượt là  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng là  $m$  và bán kính  $R = 10 \text{ cm}$ . Cho biết  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ . Gia tốc của hai vật  $m_1$  và  $m_2$  là  $a = 5 \text{ m/s}^2$ . Tính:

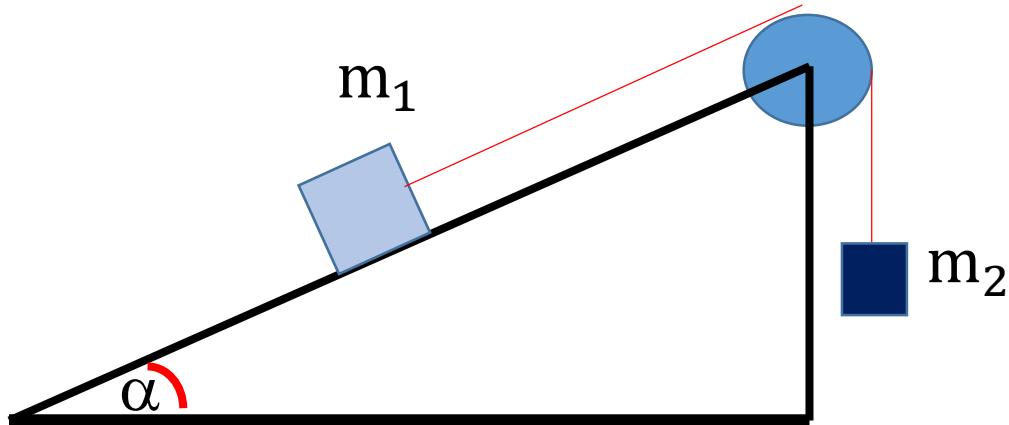
- Momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay của nó.
  - Khối lượng của  $m_2$  và lực căng của hai đoạn dây.
  - Động năng của hệ lúc  $t = 2 \text{ s}$  (kể từ lúc hệ bắt đầu chuyển động).
- Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và bỏ qua mọi ma sát.



## Bài tập 4.6 trang 114 SBH Thầy Nguyễn Thành Văn

Một vật khối lượng  $m_1 = 10 \text{ kg}$ , trượt theo một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  so với mặt nằm ngang. Vật được nối với vật khối lượng  $m_2 = 10 \text{ kg}$  bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

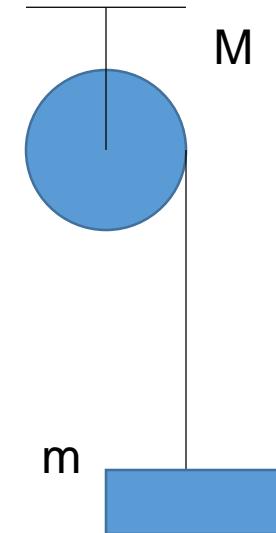
- Bỏ qua khối lượng của ròng rọc, cho biết vật  $m_2$  đi xuống với vận tốc không đổi. Tính hệ số ma sát giữa mặt phẳng nghiêng với vật  $m_1$ .
- Thay  $m_1$  bằng một vật khác nhẹ hơn có khối lượng  $m_3 = 2 \text{ kg}$  và hệ số ma sát  $k' = 0,2$ . Khối lượng của ròng rọc bây giờ không được bỏ qua, cho biết ròng rọc có khối lượng  $m = 2 \text{ kg}$  và có dạng đĩa tròn. Vật  $m_2$  sẽ đi xuống với gia tốc bằng bao nhiêu?
- Trong câu b, giả sử lúc đầu vật  $m_2$  cách mặt đất  $h = 6 \text{ m}$ . Tính thời gian từ lúc  $m_2$  bắt đầu chuyển động cho đến khi chạm đất và vận tốc  $m_2$  lúc chạm đất. Sau khi  $m_2$  chạm đất, vật  $m_3$  đi lên mặt phẳng nghiêng một đoạn bằng bao nhiêu rồi dừng lại? (và đi xuống).



## Bài tập 4.10 trang 116 SBH Thầy Nguyễn Thành Văn

Một bánh xe có khối lượng  $M = 25 \text{ kg}$  và bán kính  $R = 0,4 \text{ m}$  được xem như một đĩa đặc đồng chất, đang quay với vận tốc góc  $\omega = 900 \text{ vòng/ phút}$  quanh một trục nằm ngang được giữ cố định.

- Tác dụng lên vành bánh xe theo phương tiếp tuyến với nó một lực cản thì sau một thời gian  $\Delta t = 30 \text{ giây}$ , bánh xe dừng lại hẳn. Tính lực tác dụng lên vành bánh xe.
- Dùng một dây không co giãn, khối lượng không đáng kể cuốn quanh vành bánh xe và buộc vào đầu dây còn lại một vật có khối lượng  $m = 1,2 \text{ kg}$ . Thả vật  $m$  rơi xuống. Tính gia tốc vật rơi và lực căng dây. Cho  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

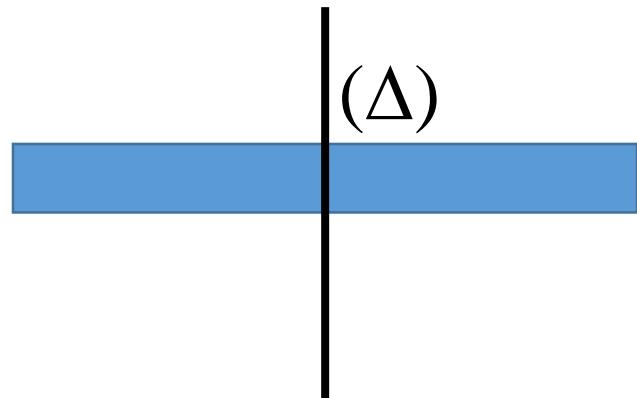


*Bài tập 4.2 trang 109 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

Một thanh mảnh có chiều dài  $\ell = 1$  m, trọng lượng  $P = 5$  N quay xung quanh một trục vuông góc với thanh đi qua điểm giữa của nó. Tìm giá tốc góc của thanh nếu mô men lực tác dụng lên thanh là  $M = 0,1$  Nm.

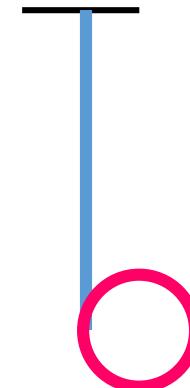
ĐS:  $2,35 \text{ rad/s}^2$

$$m = P/g = 5/9,8 = 0,51 \text{ (kg)}$$



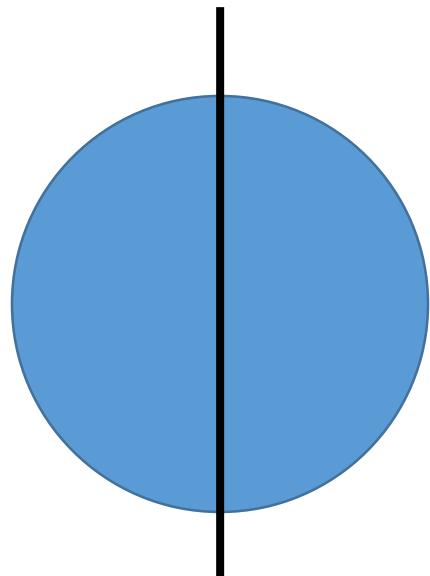
*Bài tập 4.4 trang 110 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

Cho hệ như hình vẽ gồm một ống chỉ là một vòng tròn có khối lượng 100 g, bán kính 2 cm, một đầu chỉ nối với trần nhà. Thả cho ống chỉ rơi, tính giá tốc góc của ống chỉ và lực căng dây. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



*Bài tập 4.6 trang 110 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

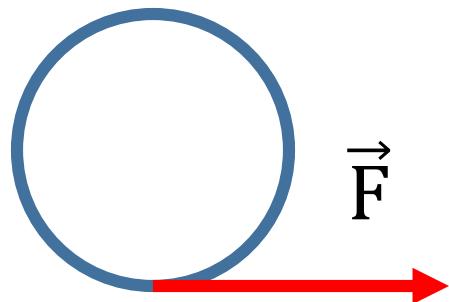
Tìm mô men quán tính của Trái đất đối với trục quay của nó nếu lấy bán kính của quả đất  $R = 6400$  km và khối lượng riêng trung bình của trái đất  $\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$



*Bài tập 4.7 trang 110 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

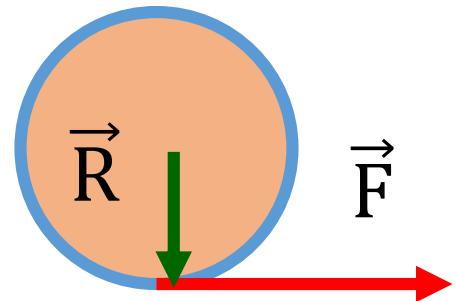
Tác dụng lên một bánh xe bán kính  $R = 0,5$  m và có mô men quán tính  $I = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  một lực tiếp tuyến với vành bánh xe  $F_t = 100 \text{ N}$ . Tìm:

- Gia tốc góc của bánh xe.
- Vận tốc dài của một điểm trên vành bánh xe sau khi tác dụng lực 10 giây, biết rằng lúc đầu bánh xe đứng yên.



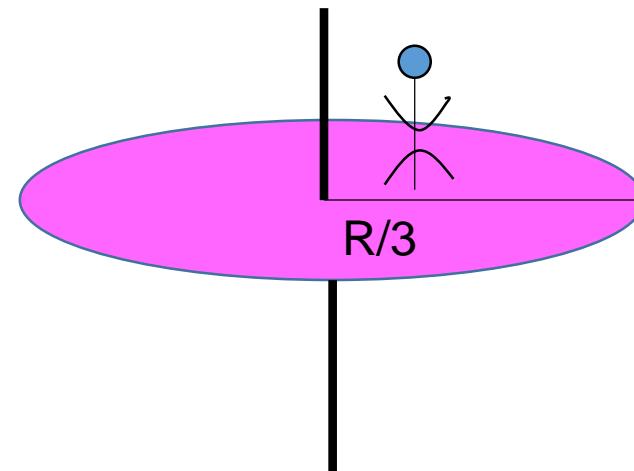
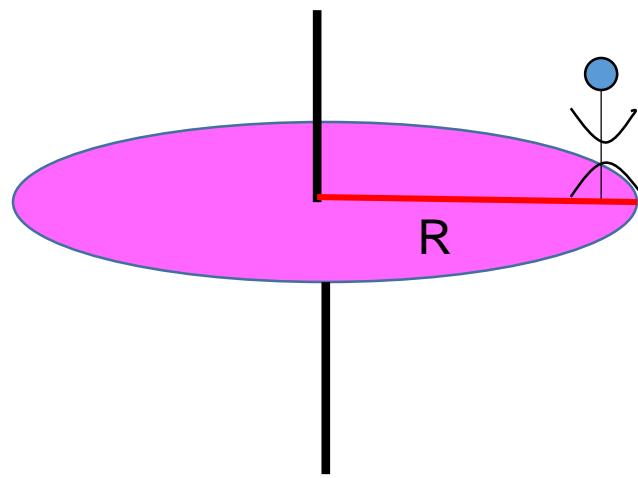
*Bài tập 4.8 trang 111 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

Một hình trụ đặc khối lượng  $m = 100$  kg, bán kính  $R = 0,5$  m đang quay xung quanh trục của nó. Tác dụng lên hình trụ một lực hãm  $F = 243,4$  N tiếp tuyến với mặt trụ và vuông góc với trục quay. Sau thời gian  $\Delta t = 31,4$  s hình trụ dừng lại. Tính vận tốc góc của hình trụ lúc bắt đầu tác dụng lực hãm.



*Bài tập 4.9 trang 111 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

Một đĩa tròn khối lượng  $M = 100$  kg đặt nằm ngang, quay quanh trục thẳng đứng đi qua tâm đĩa với vận tốc góc 10 vòng/phút. Trên đĩa, tận mép đĩa có một người khối lượng  $m = 25$  kg. Hỏi vận tốc góc của đĩa khi người này đi vào đứng ở điểm cách tâm  $R/3$ . Coi người như một chất điểm. Bỏ qua mọi ma sát.

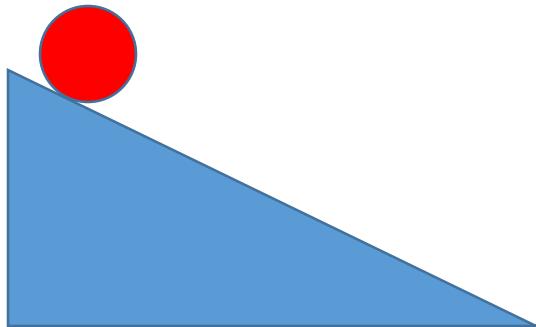


*Bài tập 4.10 trang 111 SBT Thầy Nguyễn Thành Văn (tự giải)*

Từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng cao  $h = 0,5$  m, người ta cho các vật có hình dạng khác nhau lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng đó. Tìm vận tốc dài của các vật ở cuối mặt phẳng nghiêng đó nếu:

- a) Vật có dạng một quả cầu đặc.
- b) Vật là một đĩa tròn.
- c) Vật là một vành tròn.

(Giả sử vận tốc ban đầu của các vật đều bằng không).



## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

1. Một hình trụ lăn không trượt từ đỉnh của một mặt phẳng nghiêng xuống phía dưới. Nếu bỏ qua ma sát thì:
  - A. Thể năng của hình trụ sẽ giảm.
  - B. Động năng quay của hình trụ tăng.
  - C. Động năng tịnh tiến của hình trụ tăng.
  - D. Cả A, B, C đều đúng.
  
2. Các tính chất sau đây không đúng với vật rắn.
  - A. Các chất điểm trên vật rắn quay xung quanh trục với cùng vận tốc góc.
  - B. Trong chuyển động tịnh tiến, các chất điểm của vật rắn chuyển động theo những quỹ đạo khác nhau.
  - C. Vật rắn chịu tác dụng của lực bất kỳ thì khối tâm của nó sẽ quay.
  - D. Vật rắn chịu tác dụng của lực tiếp tuyến với quỹ đạo thì điểm đặt lực trên vật rắn sẽ chuyển động quay.

## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

4. Những yếu tố nào sau đây ảnh hưởng đến trạng thái chuyển động quay của vật rắn:
- A. Lực đồng phẳng với trục quay.
  - B. Lực song song với trục quay
  - C. Lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt lực.
  - D. Lực hướng tâm

## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

5. Một thanh mảnh đồng chất có khối lượng  $m$ , chiều dài  $\ell$ ; hai đầu thanh gắn hai chất điểm có cùng khối lượng  $m$ . Mô men quán tính của hệ khi hệ quay xung quanh trục đi qua trung điểm của thanh có giá trị:

- A.  $m\ell^2/3$                       B.  $m\ell^2/4$   
C.  $m\ell^2/12$                       D.  $7m\ell^2/12$

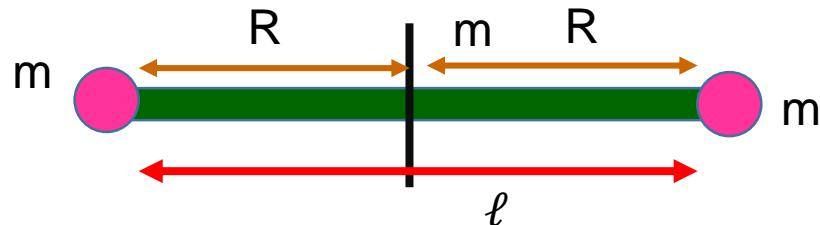
6. Thanh đồng chất có chiều dài  $\ell$  có thể quay xung quanh trục nằm ngang đi qua một đầu thanh. Lúc đầu giữ thanh nằm ngang rồi thả ra. Gia tốc góc lúc thả thanh là  $58,8 \text{ rad/s}^2$ . Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Chiều dài thanh có giá trị là:

- A. 0,5 m                              B. 1 m  
C. 0,8 m                              D. 0,25 m

## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

5. Một thanh mảnh đồng chất có khối lượng  $m$ , chiều dài  $\ell$ ; hai đầu thanh gắn hai chất điểm có cùng khối lượng  $m$ . Mô men quán tính của hệ khi hệ quay xung quanh trục đi qua trung điểm của thanh có giá trị:

- A.  $m\ell^2/3$   
B.  $m\ell^2/4$   
C.  $m\ell^2/12$   
D.  $7m\ell^2/12$



$$I = I_1 + I_2 + I_3 = mR^2 + \frac{1}{12}m\ell^2 + mR^2$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}m\ell^2$$

## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

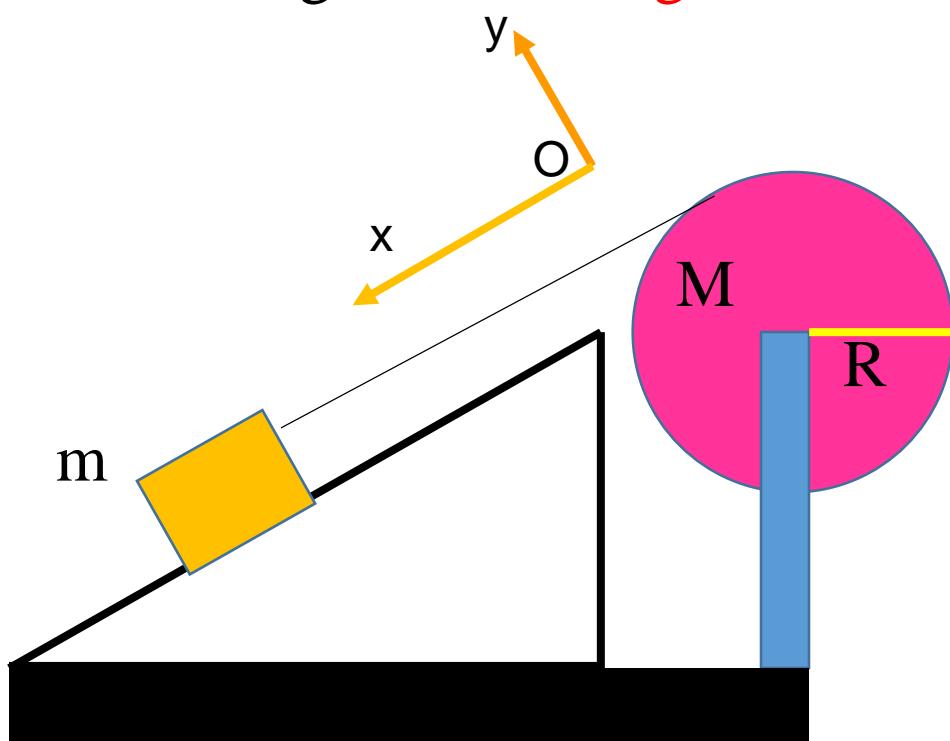
6. Thanh đồng chất có chiều dài  $\ell$  có thể quay xung quanh trục nằm ngang đi qua một đầu thanh. Lúc đầu giữ thanh nằm ngang rồi thả ra. Gia tốc góc lúc thả thanh là  $58,8 \text{ rad/s}^2$ . Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Chiều dài thanh có giá trị là:
- A. 0,5 m      B. 1 m      C. 0,8 m      D. 0,25 m

$$\vec{M} = I\vec{\beta} \quad \rightarrow \quad \vec{R} \times \vec{P} = I\vec{\beta}$$
$$R \cdot P \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{3}m\ell^2\beta$$
$$\frac{\ell}{2}mg = \frac{1}{3}m\ell^2\beta \quad \rightarrow \quad \frac{\ell}{2}mg = \frac{1}{3}m\ell^2\beta$$
$$\ell = 1,5g/\beta = (1,5 \times 9,8)/58,5 = 0,25 \text{ (m)}$$

## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

7. Một vật có khối lượng  $m$  trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng một góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang và làm quay bánh xe có bán kính  $R$ , khối lượng  $2m$  (biết bánh xe có dạng hình trụ đặc). Khối lượng của dây không đáng kể. Gia tốc góc của bánh xe có giá trị bằng ( $\text{rad/s}^2$ ):

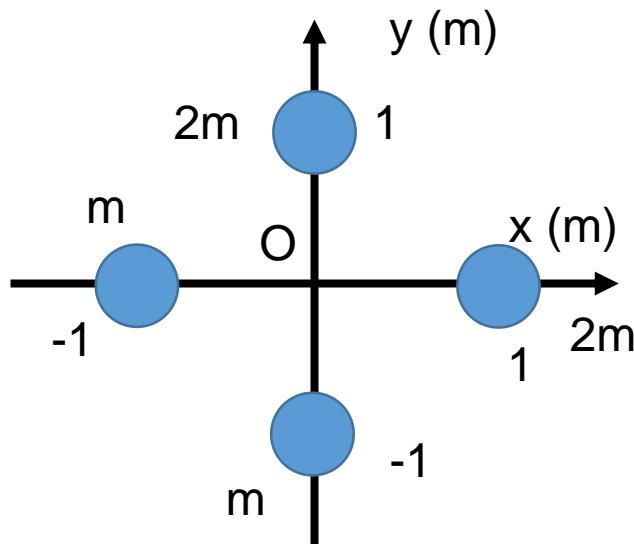
- A.  $g/R$       B.  $g/2R$       C.  $2g/R$       D.  $g/4R$



## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

8. Bốn quả cầu nhỏ đặt tại bốn điểm cách gốc tọa độ các đoạn 1 m như hình vẽ. Biết khối lượng hai quả cầu ở hai bán trục âm có cùng khối lượng là 1 m, hai quả cầu ở bán trục dương cùng khối lượng là 2m. Tọa độ khối tâm của hệ là:

- A.  $(-1/6; -1/6)$       B.  $(-1/6; 1/6)$   
C.  $(1/6; -1/6)$       D.  $(1/6; 1/6)$



## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

9. Trên cùng một thanh (giả sử khối lượng không đáng kể) gắn hai chất điểm có khối lượng  $M$  và  $M/2$  ở hai bên điểm  $O$  cách  $O$  một khoảng  $L$  và  $\ell$ . Khoảng cách từ  $O$  đến trọng tâm  $G$  của hệ thống là:

- A.  $L - \ell$                       B.  $(2L + \ell)/3$   
C.  $2(L - \ell)/3$                 D.  $(2L - \ell)/3$

10. Xem Trái đất là một hình cầu đặc có  $R = 6400$  km,  $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg. Xác định mô men xung lượng của Trái đất đối với trục quay riêng của nó.

- A.  $2,45 \cdot 10^{34}$  kgm $^2$ /s      B.  $7,12 \cdot 10^{33}$  kgm $^2$ /s  
C.  $5,25 \cdot 10^{33}$  kgm $^2$ /s      D.  $4,35 \cdot 10^{33}$  kgm $^2$ /s

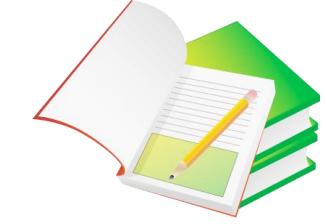
## Bài tập trắc nghiệm bổ sung (Sách SBT trang 112-114)

11. Thanh OA có chiều dài L, khối lượng M có thể quay quanh trục O. Người ta gắn vào đầu thanh một chất điểm có khối lượng  $2M/3$ . Xác định mô men quán tính của hệ đối với O.

- A.  $\frac{3}{4}ML^2$       B.  $\frac{1}{12}ML^2$       C.  $\frac{8}{12}ML^2$       D.  $ML^2$

12. Hai vật rắn trong chuyển động quay quanh một trục cố định dưới tác dụng của hai mô men lực bằng nhau. Nếu  $I_1 = 2I_2$  thì tỉ số gia tốc  $\beta_1 / \beta_2$  bằng:

- A. 1      B. 2      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{4}$

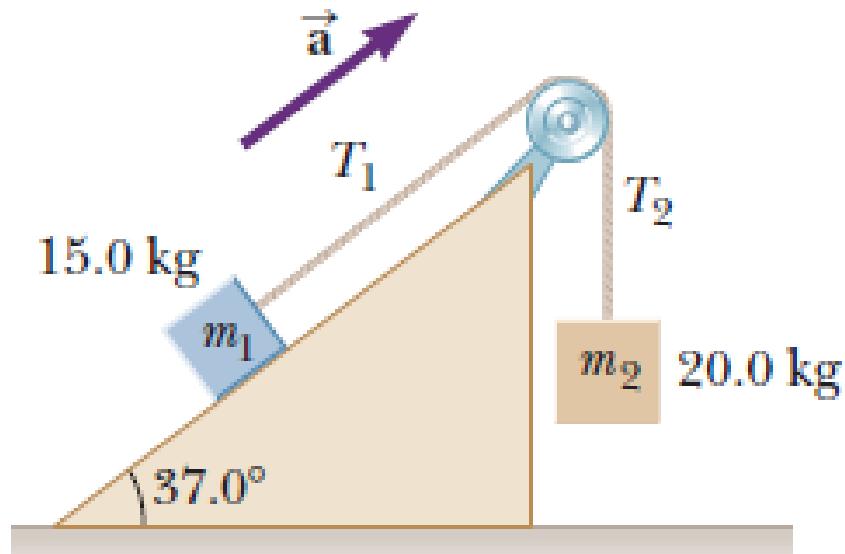


# BÀI TẬP LÀM THÊM



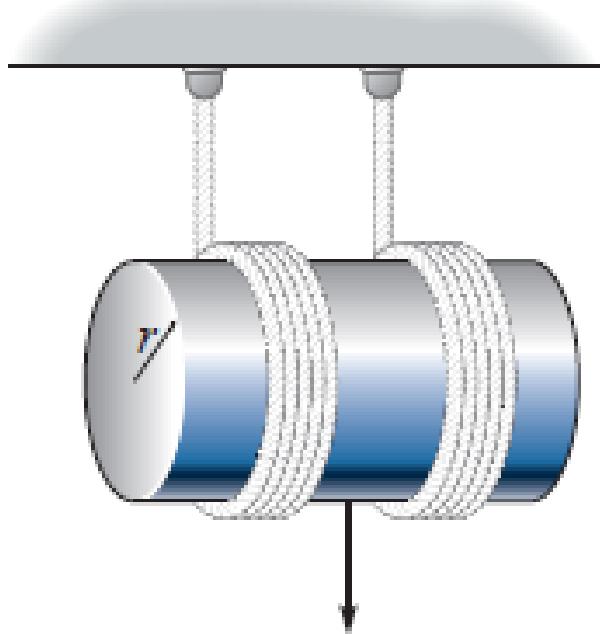


1. Hai vật có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau bằng một ròng rọc như hình vẽ. Ròng rọc có bán kính  $r = 0,25$  m và mô men quán tính  $I$ . Vật 1 chuyển động không ma sát trên mặt phẳng nghiêng với gia tốc  $a = 2 \text{ m/s}^2$ . Xác định lực căng dây  $T_1$  và  $T_2$ . Xác định mô men quán tính của ròng rọc I.

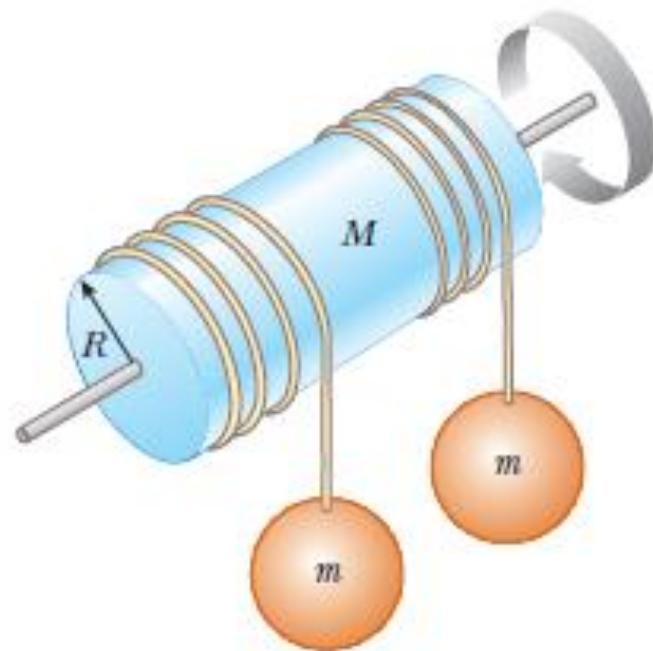




2. Một ống trụ đặc, bán kính 15 cm, hai đầu được quấn dây và được nối với trần nhà như hình vẽ. Xác định gia tốc của khối trụ và lực căng dây biết khối lượng khối trụ là 2,6 kg.



3. Một ống trụ đặc đồng chất có khối lượng  $M$  và bán kính  $R$ , có thể quay quanh trục như hình vẽ. Hai vật có khối lượng  $m$  được treo ở hai đầu dây vắt qua ròng rọc như hình vẽ. Xác định lực căng dây ở hai đầu dây treo. Gia tốc của vật  $m$  sau khi đi xuống một đoạn  $h$ .





4. Một sợi dây nhẹ vắt qua một đĩa tròn đặc đồng chất nặng 4 kg, đường kính 30 cm. Một người kéo dây với một lực  $F = 100$  N theo phương tiếp tuyến như hình vẽ. Xác định gia tốc góc của đĩa quay khỏi tâm và gia tốc dài (gia tốc tuyến tính) của đĩa.

