BÀI TẬP

1.1 Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 3; \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 4x_5 = -4; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

 ${\bf 1.2}$ Cho tham số thực m và hệ phương trình tuyến tính sau

$$\begin{cases}
-x_1 - x_2 + x_3 & = -3; \\
5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + mx_4 & = 10; \\
7x_1 + 5x_2 - 3x_3 + (m+1)x_4 & = 14.
\end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình khi m=2;
- b) Tìm điều kiện m để hệ vô nghiệm.
- **1.3** Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số m.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 3; \\ 2x_1 + x_2 + mx_3 & = 3; \\ 4x_1 + 2x_2 + mx_3 & = 7. \end{cases}$$

1.4 Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số m

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 5; \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 12; \\ 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 = m. \end{cases}$$

1.5 Tìm điều kiện k để ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & k \\ 1 & k & 7 \end{pmatrix}$ có hạng bằng 2.

1.6 Cho ma trận
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 và $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

- a) Chứng tỏ A khả nghịch và tìm ma trận nghịch đảo của A (bằng cách sử dụng các phép biến đổi trên dòng)
- b) Tìm ma trận X thỏa $XA^{\top} = 2B$.

1.7 Cho ma trận
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$
 và $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) Chứng tỏ A khả nghịch và tìm ma trận nghịch đảo của A.
- b) Tìm ma trân X thỏa $A^2XA^{-3} = 2ABA^{-2}$.

1.8 Cho ma trận
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & m \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 và $X = 2(A^{\top})^6 A^{-8} A^{\top} A^3$.

- a) Hãy tìm định thức của ma trận A và X. Từ đó tìm điều kiện m để ma trận X khả nghịch.
- b) Với m=3, hãy tìm ma trận ngich đảo của A.

1.9 Tìm giá trị của
$$m$$
 để ma trận $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & m \end{pmatrix}$ không khả nghịch.

1.10 Cho hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1; \\ x_1 + mx_2 + x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 1. \end{cases}$$

Xác định giá trị của tham số $m \in \mathbb{R}$ sao cho:

- a) hệ có một nghiệm duy nhất;
- b) hệ vô nghiệm;
- c) hệ có vô số nghiệm.

Lưu ý: Các bước tính toán cần trình bày rõ ràng và đầy đủ.