*MODEL JEDNOSTAVNE LINEARNE REGRESIJE (JEDNA ULAZNA VARIJABLA)

$\boxed{1}$

m - BROJ PODATAKA

x - ULAZNA VARIJABLA

y - IZLAZNA VARIJABLA

MODEL FUNKCIJA

- CILJ: PRONAĆI FUNKCIJU $h_\theta: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x$ T.D. $J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (y^{(i)} - h_\theta(x^{(i)}))^2 \to \min_\theta$

PSEUDOKOD GRADIJENTNE METODE:

1. POSTAVI $\theta^{(0)}$ NA POČETNU VRIJEDNOST
2. ODABERI PROIZVOLJNU DULJINU KORAKA $\alpha > 0$
3. POSTAVI $k=0$
4. PONAVLJAJ DO KONVERGENCIJE (TJ. KADA $\|\nabla J(\theta^{(k)})\| < \epsilon$ ILI $k \geq k_{max}$)

$$\theta^{(k+1)} \leftarrow \theta^{(k)} - \alpha \nabla J(\theta^{(k)})$$
$$k \leftarrow k+1$$

5. VRATI $\theta^{(k)}$

$\nabla J(\theta^{(k)}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (y^{(i)} - \theta^T x^{(i)}) x_k^{(i)}$ = U KODU = $(X\theta - Y)^T X$

*MODEL VIŠESTRUKE LINEARNE REGRESIJE (VIŠE ULAZNA VARIJABLI)

n - BROJ VARIJABLI

m - BROJ PODATAKA

$X = [x_j^{(i)}]_{m \times n}$ MATRICA DIZAJNA

$Y = [y^{(i)}]_{m \times 1}$ IZLAZ

- MODEL FUNKCIJA: $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_n x_n = \theta^T x$

$\theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$ - PARAMETRI HIPERRAVNINE $\quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ - ULAZ

- OPTIMIZACIJSKI PROBLEM $J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (y^{(i)} - h_\theta(x^{(i)}))^2 \to \min_\theta$

*POLINOMNA REGRESIJA

- MODEL FUNKCIJU IZ POLINOMNE REGRESIJE $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2 + \theta_3 x^3 + \dots \theta_n x^n$

ZAPIŠEMO U KONTEKSTU LINEARNE REGRESIJE $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \dots + \theta_n x_n$

GDJE JE $x = x_1$, $x^2 = x_2$, $x^3 = x_3$, ..., $x^n = x_n$

*FEATURE SCALING

- UGRAĐENE METODE KAO STANDARDSCALER ILI MINMAXSCALER

*ODREĐIVANJE PARAMETARA θ POMOĆU SUSTAVA NORMALNIH JEDNADŽBI

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

- AKO $X^T X$ NIJE REGULARNA TJ. NEMA INVERZ KORISTIMO PSEUDOINVERZ

2

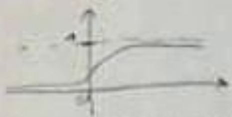
* METODA POTPORNIH VEKTORA (SVM)

- CILJ JE SEPARIRATI PODATKE HIPERRAVNINOM T.D. GEOMETRIJSKA MARGINA BUDE MAKSIMIZIRANA (OVDJE JE GEOMETRIJSKA MARGINA $= \frac{1}{\|\theta\|}$)
- PODACI NE MORAJU BITI LINEARNO SEPARABILNI (UVODIMO SLACK VARIJABLE)
- OPTIMIZACIJSKI PROBLEM: $\underset{\theta, \xi_i}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2}\|\theta\|^2 + C\sum_{i=1}^{m} \xi_i$ UZ UVJETE $y^{(i)}\theta^T x^{(i)} \geq 1-\xi_i,\ \xi_i \geq 0, i=1..m$
- UGRAĐENE FUNKCIJE: - LINEARSVC IL SVC

  - LINEARSVC JE BRŽI, ALI NE RAČUNA POTPORNE VEKTORE

* LOGISTIČKA REGRESIJA

- KLASIFIKACIJA PODATAKA MODEL FUNKCIJOM $h_\theta : \mathbb{R}^n \to \langle 0,1 \rangle$, $h_\theta(x) = \sigma(\theta^T x)$ GDJE JE $\sigma(\theta^T x) = \frac{1}{1+e^{-\theta^T x}}$ S GRAFOM



- ZA PODATAK $x^{(i)}$ MODEL FUNKCIJA VRAĆA VJEROJATNOST DA JE $x^{(i)}$ KLASE 1
- OPTIMIZACIJSKI PROBLEM: $J(\theta) = \sum_{i=1}^{m} \log\left(1 + e^{-y^{(i)}\theta^T x^{(i)}}\right) \to \min_\theta$ (ZA $y^{(i)} \in \{-1, 1\}$)
- POŠTO JE $J(\theta)$ KONVEKSNA, LAKO SE RJEŠAVA GRADIJENTNOM METODOM
- LIKELIHOOD FUNKCIJA: $J(\theta) = \prod_{i=1}^{m} P(y^{(i)} \mid \theta; x^{(i)}) \to \max_\theta$ OVOM FUNKCIJOM MAKSIMIZIRAMO VJEROJATNOST DA JE SVAKI PODATAK ISPRAVNO KLASIFICIRAN
- OPTIMIZACIJSKI PROBLEM: $J(\theta) = \sum_{i=1}^{m}\left[-y^{(i)}\log(h_\theta(x^{(i)})) - (1-y^{(i)})\log(1-h_\theta(x^{(i)}))\right]$ (ZA $y^{(i)} \in \{0,1\}$)

* STOHASTIČKA GRADIJENTNA METODA

- ODABIROM NASUMIČNO SLUČAJNO ODABRANIH i IZ $\{1,\dots,m\}$ POMAKNUT ĆEMO PARAMETRE θ U SMJERU TOČNOG GRADIJENTA
- PSEUDOKOD STOHASTIČKE GRADIJENTNE METODE
  1. POSTAVI θ NA POČETNU VRIJEDNOST
  2. PONAVLJAJ DO KONVERGENCIJE

     ODABERI $i \in \{1,\dots,m\}$ SLUČAJNIM ODABIROM

     $\theta \leftarrow \theta - \alpha \nabla_\theta \text{loss}(h_\theta(x^{(i)}), y^{(i)})$

* MATRICA ZABUNE

	0	1
0	TN	FP
1	FN	TP

ACCURACY $= \frac{TP+TN}{SVI}$

PRECISION $= \frac{TP}{TP+FP}$

RECALL $= \frac{TP}{FN+TP}$

* SOFT-MAX REGRESIJA

- GENERALIZIRATI KONCEPT LOGISTIČKE REGRESIJE ZA VIŠEKLASNU KLASIFIKACIJU T.D. JE MODEL FUNKCIJA $h_\theta : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$, $h_\theta(x) = \begin{bmatrix} P(y=1 \mid x;\theta) \\ P(y=2 \mid x;\theta) \\ \vdots \\ P(y=k \mid x;\theta) \end{bmatrix} = \sigma\left(\begin{bmatrix} \theta^{(1)T}x \\ \vdots \\ \theta^{(k)T}x \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} e^{\theta^{(j)T}x}} \begin{bmatrix} e^{\theta^{(1)T}x} \\ \vdots \\ e^{\theta^{(k)T}x} \end{bmatrix}$
- SVOJSTVO: $\sum_{l=1}^{k} P(y=l \mid \theta; x) = 1$
- OPTIMIZACIJSKI PROBLEM: $J(\theta) = -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k} I^{\{j\}}(y^{(i)}) \log\left(\frac{e^{\theta^{(j)T}x^{(i)}}}{\sum_{l=1}^{k} e^{\theta^{(l)T}x^{(i)}}}\right) \to \min_\theta$

$\sigma(z)_j = \frac{e^{z_j}}{\sum_{l=1}^{k} e^{z_l}}$

PROBLEMI KLASIFIKACIJE

- MODEL FUNKCIJA ODLUKE $h_\theta : \mathbb{R}^n \to \{0, 1, \dots, k-1\}$
- ZA DVIJE KLASE VRIJEDI $h_\theta(x) = sign(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n) = sign(\theta^T x)$
  - PODACI $\{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}\} \subset \mathbb{R}^n$ S PRIPADNIM KLASAMA $y^{(i)} \in \{-1, 1\}$

    PODACI $\{(x^{(i)}, y^{(i)}), i = 1, \dots, m\}$ SU LINEARNO SEPARABILNI KROZ ISHODIŠTE AKO VRIJEDI $y^{(i)} \theta^T x^{(i)} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m$

  - LOSS FUNKCIJA / OPTIMIZACIJSKI PROBLEM: $J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(1 - \delta(h_\theta(x^{(i)}), y^{(i)})\right) \to \min_\theta$

    $J(\theta) = 0$ AKO SU SVI SEPARIRANI

    $\delta(a, b) = \begin{cases} 1, & a = b \\ 0, & a \neq b \end{cases}$

PERCEPTRON ALGORITAM

- CILJ: PRONAĆI HIPERRAVNINU $\theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n = 0$ KOJA SEPARIRA ULAZNE PODATKE NA ONE KLASE 1 I KLASE -1
- ZA PODATAK X KLASE 1 VRIJEDIT ĆE $\theta^T x \geq 0$, A KLASE -1 $\theta^T x < 0$

  VEKTOR $\bar{\theta}$ JE NORMALA HIPERRAVNINE
- AKO JE $n = 2$, HIPERRAVNINA JE PRAVAC OPISAN JEDNADŽBOM $y = -\frac{\theta_1}{\theta_2} x - \frac{\theta_0}{\theta_2}$

PSEUDOKOD PERCEPTRON ALGORITMA

POSTAVI $\theta^{(0)} = (0, \dots, 0)$

POSTAVI $k = 0$

REPEAT

  FOR $i = 1$ TO m

    $\theta^T x$

    IF $y^{(i)} \neq h_\theta(x^{(i)})$

      $\theta^{(k+1)} \leftarrow \theta^{(k)} + y^{(i)} x^{(i)}$ PUR

      $k \leftarrow k + 1$

UNTIL $y^{(i)} \theta^{(k)T} x^{(i)} \geq 0, \forall i = 1, \dots, m$

- GEOMETRIJSKA MARGINA – NAJKRAĆA UDALJENOST IZMEĐU PODATKA I HIPERRAVNINE $\theta^T x = 0$
  - OZNAKA $\gamma^* = \dfrac{\theta_0 + x\theta}{\|\bar{\theta}\|}$
- FUNKCIJSKA MARGINA – NAJVEĆI BROJ γ ZA KOJEG VRIJEDI $y^{(i)} \theta^T x^{(i)} \geq \gamma, \forall i = 1, \dots, m$

* PRENAUČENOST / OVERFITTING - MODEL FUNKCIJA IMA PREVELIK BROJ PARAMETARA
- DOBRO FITTA TRAIN ALI LOŠE TEST PODATKE

* PODNAUČENOST / UNDERFITTING - MODEL FUNKCIJA IMA PREMAL BROJ PARAMETARA
- LOŠE FITTA I TRAIN I TEST PODATKE

* REGULARIZACIJA

- DODAVANJE REGULARIZACIJSKE FUNKCIJE $R: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ U LOSS FUNKCIJU KAKO BI SE KONTROLIRAO UTJECAJ PARAMETARA θ U MODEL FUNKCIJI h_θ
- UVODI SE U SVRHU SPRJEČAVANJA OVERFITTINGA
- NOVA LOSS FUNKCIJA $J(\theta) + R(\theta)$
- ZA R NPR. UZMEMO L_2 NORMU I HIPERPARAMETAR λ
- ZA LINEARNU REGRESIJU DOBIJEMO LOSS FUNKCIJU: $J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (y^{(i)} - h_\theta(x^{(i)}))^2 + \lambda \sum_{j=1}^{n} \theta_j^2$
- ZA SOFT-MAX REGRESIJU -II- : $J(\theta) = -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{k} I\{y^{(i)}\} \log\left(\frac{e^{\theta^{(j)T} x^{(i)}}}{\sum_{l=1}^{k} e^{\theta^{(l)T} x^{(i)}}}\right) + \lambda \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} \theta_{ij}^2$
- ZA REGRESIJU SA SUSTAVOM NORMALNIH JEDNADŽBI: $\theta = \left(X^T X + \lambda \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}\right)^{-1} X^T Y$

=> λ PREMAL - OVERFITTING OSTAJE OVERFITTING

=> λ PREVELIK - OVERFITTING POSTAJE UNDERFITTING

* SUBGRADIJENT

- SVAKI KOEFICIJENT SMJERA PRAVCA KOJI ZADOVOLJAVA DA PODRŽAVA HIPERRAVNINU KOJA SE U POTPUNOSTI NALAZI ISPOD KONVEKSNE FUNKCIJE
- KORISTIMO ZA KONVEKSNE FUNKCIJE KOJE IMAJU ŠPIC