

3.7.9略.

4. 见 12.30 习题课讲义.

5. 先证明 $f'(x)$ 连续. (在这有限个点处).

设这有限个点为 $x_1 < \dots < x_n$.

取 $x_0 \in I \cap (-\infty, x_1)$, $x_{n+1} \in I \cap (x_n, +\infty)$.

下证 $f(x)$ 在 x_k 处连续. ($1 \leq k \leq n$)

$x \in (x_{k-1}, x_k)$ 时,

$f'(x) > 0 \Rightarrow f'(x) \nearrow$, $\lim_{x \rightarrow x_k^-} f'(x) = +\infty$ 或 存在且有限.

而 $\frac{f(x) - f(x_k)}{x - x_k} = f'(\xi)$, $\xi \in (x, x_k)$

令 $x \rightarrow x_k^-$ 有 $f'(x_k) = \lim_{x \rightarrow x_k^-} f'(x)$

即 $f(x)$ 在 x_k 处左连续. 同理右连续.

$\Rightarrow f(x)$ 连续

$\Rightarrow f'(x) \nearrow$ 在 I 上

$\Rightarrow f(x)$ 在 I 上为凸函数.

