



熱流体場における領域の最大温度を制約とした冷却流路のトポロジー最適化

古口 瞳士^{*1}, 矢地 謙太郎^{*2}, 近藤 繼男^{*3}, 西脇 眞二^{*4}Topology optimization for thermal-fluid systems
considering maximum temperature constraintsAtsushi KOGUCHI^{*1}, Kentaro YAJI^{*2}, Tsuguo KONDOH^{*3} and Shinji NISHIWAKI^{*4}^{*1}CYBERNET SYSTEMS CO., LTD.

FUJISOFT Bldg. 3 Kanda-neribeicho, Chiyoda-ku, Tokyo 101-0022, Japan

^{*2}Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Engineering, The University of Osaka

2-1 Yamadaoka, Suita-shi, Osaka 565-0871, Japan

^{*3,*4}Department of Mechanical Engineering and Science, Graduate School of Engineering, Kyoto University

Kyoto daigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto 615-8540, Japan

Received: 8 April 2025; Revised: 19 June 2025; Accepted: 11 July 2025

Abstract

This paper presents a topology optimization method for minimizing power dissipation while constraining the maximum temperature in thermal-fluid systems. The advantage of the proposed optimization is its ability to accurately approximate the maximum temperature constraint as a continuous function. It is necessary to solve the complex interaction between thermal and fluid dynamics multiphysics problems in the fixed design domain. The p-norm measure to approximate the maximum temperature constraint is employed to address these challenges, and the coupled Navier-Stokes and energy conservation equations for incompressible viscous flow are solved in forced convection. The proposed method employs a density-based approach, with design sensitivities computed via the adjoint variable method. The finite volume method (FVM) is used to solve both the state and adjoint equations, while the method of moving asymptotes (MMA) updates the design variables. Through several numerical examples, the effectiveness of the proposed method in handling complex thermal-fluid optimization problems is demonstrated. Compared to existing approaches, our method contributes to the optimization of thermal-fluid systems, making it a promising tool for industrial engineering applications.

Keywords : Topology optimization, Thermal fluid interaction, Temperature constraint, p-norm measure

1. 緒 言

トポロジー最適化 (Bendsøe and Kikuchi, 1988) は、構造の形状変更のみならず空孔の創生や消失といった形態変化も許容する最も自由度の高い構造最適化法である。トポロジー最適化の基本的な考え方とは、物質の有無の状態を材料分布の問題に置き換えることで最適構造を表現することにあり、これまでにも構造力学をはじめとして、熱拡散、流体問題などの様々な物理現象を対象とした最適化の方法論が提案されている。

熱拡散問題のトポロジー最適化では、Gersborg-Hansen ら (Gersborg-Hansen et al., 2006) が固体熱伝導を対象として密度法に基づく最適構造の表現を用いながら、熱コンプライアンスを最小化する方法を提案している。さらに、

No.25-00089 [DOI:10.1299/transjsme.25-00089], J-STAGE Advance Publication date : 23 July, 2025

^{*1} 正員, サイバネットシステム(株) (〒101-0022 東京都千代田区神田練塀町3 富士ソフトビル)^{*2} 正員, 大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)^{*3} 京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)^{*4} 正員, フェロー, 京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻

E-mail of corresponding author: koguchi@cybernet.co.jp



Iga ら (Iga et al., 2009) は、固体表面の熱伝達を考慮して固体熱伝導を対象としたトポロジー最適化の方法を提案している。Zhuang ら (Zhuang et al., 2007) は、固体熱伝導を対象として最適構造の表現にレベルセット関数を用い、感度解析ではトポロジー導関数を用いて、温度勾配を最小化する方法を提案している。また、流体問題を対象としたトポロジー最適化の方法として、Borrvall と Petersson (Borrvall and Petersson, 2003) は、設計領域を多孔質体と仮定し、ナビエ・ストークス方程式において多孔質体の空隙率に応じて作用する仮想的な外力を与えることで粘性散逸エネルギーの最小化問題を解くための方法を提案している。Kubo ら (Kubo et al., 2021) は、Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS) による乱流解析を行いながら、レベルセット関数による境界表現を用いて、感度解析にトポロジー導関数を用いた方法論を提案している。しかしながら、これらの先行研究では熱問題あるいは流体力学の問題を单一で扱っており、熱と流体の連成解析は考慮されていない。

これに対して Okkels と Bruus (Okkels and Bruus, 2007) は、マイクロ流体のための触媒反応を対象としたトポロジー最適化の方法を提案している。この方法では、化学反応を促進するために触媒を均一に拡散させるための流路をトポロジー最適化で求めている。そのため、ナビエ・ストークス方程式に従う触媒の流れ場と触媒の移流拡散方程式の連成を考慮したトポロジー最適化法となっている。同様に熱流体問題を対象としたトポロジー最適化においても、固体領域で熱伝導問題、流体領域で熱流動問題を解き、固体と流体の境界壁面での相互作用を解くマルチフィジックスな解析が必要となる。Yoon (Yoon, 2010) は、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則といった各種保存則を満たし、熱流動と固体熱伝導の解析を行なながら、密度法により熱コンプライアンスを最小化するトポロジー最適化法を提案している。同様の物理場解析の方法を用いて、Matsumori ら (Matsumori et al., 2013) は、内部流路においてポンプ動力一定の下で熱伝達性能を最大化するトポロジー最適化の方法を提案している。Yaji ら (Yaji et al., 2015) は、レベルセット法による境界表現を用いながら、圧力差を境界条件として定義した熱流動の状態場を対象として、熱伝達を最大にするトポロジー最適化の方法を提案している。Yu ら (Yu et al., 2020) は、熱流体問題に加えて線形弾性解析による構造問題も解くことで、最適構造の剛性を維持できるトポロジー最適化の方法を提案している。Feppon ら (Feppon et al., 2020) は、固体領域と流体領域の境界においてメッシュ解像度を調整するアダプティブメッシュの方法を用いて壁面近傍をリメッシュすることで境界の流れ場の計算精度を改善したトポロジー最適化の方法を提案している。

熱流体問題を対象としたトポロジー最適化は、バッテリーやモーターなどの発熱に対して冷却デバイスへの工学的な応用が期待できる。例えばモーターであれば発熱による高温化が起因となり磁力特性が低下するため、モーターの発熱による温度の上限値が設計段階で要求仕様として示される。したがって、これらの冷却を目的としたデバイスは、冷却対象が温度上限値を超えない冷却性能が要求される。この要求を満たすための方法として設計領域の最大温度を制約としたトポロジー最適化の適用が考えられる。この場合、冷却媒体を送り込む動力ポンプの負荷を軽減するために、目的関数として流体のエネルギー損失を最小化した冷却流路を探索する。トポロジー最適化で得られた流路の冷却デバイスにより、バッテリーやモーターなどの性能を向上させることが可能となり工業製品への大きな貢献が期待できる。しかしながら、これまでの先行研究においては、設計領域の温度を目的関数として取り扱った方法 (Yu et al., 2020) は提案されているが、設計領域の最大温度を制約としたトポロジー最適化の方法論は提案されていない。

そこで本論文では解析領域の最大温度を制約条件としてエネルギー損失最小化を目的としたトポロジー最適化の方法を提案する。提案する方法では流体領域において強制対流による定常状態の非圧縮性粘性流れの熱流体場の解析と固体領域では固体熱伝導解析を行い、ナビエ・ストークス方程式とエネルギー保存則を同時に満たすマルチフィジックス解析を行って、流速、圧力、温度といった物理場を計算する。最適化の計算過程では、制約関数となる領域温度の最大値は連続関数として扱えないため p-ノルム法を用いて評価を行う。評価の過程では Le ら (Le et al., 2010) による最大応力の更新法を基に、最適化の過程で領域温度の最大値の制約関数を逐次補正する方法を採用する。最適化の数値計算では隨伴変数法により導出された設計感度を用いて、The method of moving asymptotes (MMA) (Svanberg, 1987) による形状更新を行う。提案する方法において、状態方程式ならびに隨伴方程式では有限体積法を用いて離散化し、数値解析では SIMPLE 法 (Patankar, 1980) に基づく分離解法を用いる。

以下、2章ではトポロジー最適化による定式化について述べ、3章では最適化の数値実装について説明する。4章で数値計算例を示すことで提案する方法の妥当性を検証し、5章で結言とする。

2. トポロジー最適化

2.1 热流動の状態方程式

热流動の状態方程式は、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則より構成される。領域 $\Omega_R \subset \mathbb{R}^N (N=2,3)$ において、流速、静圧ならびに温度をそれぞれ \mathbf{u} , p , T とし、外力、動粘性係数、温度拡散率ならびに内部発熱をそれぞれ \mathbf{f} , v , α , Q とする。このとき、ニュートン流体を対象とした定常の非圧縮性粘性流れの状態方程式は、式(1)–(3)で表すことができる。

$$-(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \nabla \cdot (2v\mathbf{C}(\mathbf{u})) + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega_R \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega_R \quad (2)$$

$$-(\mathbf{u} \cdot \nabla) T + \nabla \cdot (\alpha \nabla T) + Q = 0 \quad \text{in } \Omega_R \quad (3)$$

ここで、式(1)において $\mathbf{C}(\mathbf{u})$ は式(4)のように定義されるひずみ速度テンソルを表す。

$$\mathbf{C}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \quad (4)$$

さらに、境界 $\Gamma (= \Gamma_D \cup \Gamma_N)$ において位置 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N (N=2,3)$ における流速 \mathbf{u} 、圧力 p ならびに温度 T に対して、ディリクレ型境界条件を境界 Γ_D 、ノイマン型境界条件を境界 Γ_N として、それぞれ式(5)ならびに式(6)のように定義する。

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_D(\mathbf{x}) \\ T(\mathbf{x}) = T_D(\mathbf{x}) \end{cases} \quad \text{on } \Gamma_D \quad (5)$$

$$\begin{cases} (-p\mathbf{I} + 2v\mathbf{C}(\mathbf{u}))\mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_N \\ \alpha \nabla T \cdot \mathbf{n} = q_N \end{cases} \quad \text{on } \Gamma_N \quad (6)$$

ここで、式(5)において \mathbf{u}_D は流速の定数を表し、 T_D は温度の定数を表す。さらに、式(6)においては、 \mathbf{I} を単位テンソル、境界 $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N$ における外向き単位法線ベクトルを \mathbf{n} 、表面力を $\boldsymbol{\sigma}_N$ 、境界 Γ_N 上での外向きの熱流束を q_N とする。

2.2 最適流路の形状表現

領域 Ω_R において、流体領域 Ω_f および固体領域 Ω_s ($= \Omega_R \setminus \Omega_f$) を図1に示すように定義する。流体問題のトポロジー最適化では、固定設計領域 Ω ($\subset \Omega_R$)において流体と固体の分布問題を考える。そこで、固定設計領域 Ω 、流体領域 Ω_f および固体領域 Ω_s において、設計変数 γ を式(7)に示すように定義する。

$$\begin{cases} \gamma(\mathbf{x}) = 1 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega_f \cap \Omega \\ \gamma(\mathbf{x}) = 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega_s \cap \Omega \end{cases} \quad (7)$$

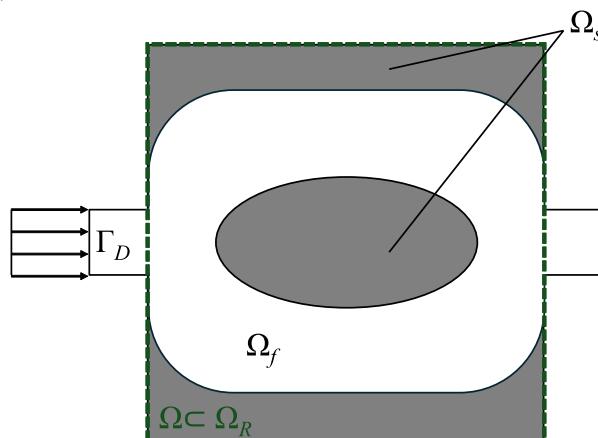


Fig. 1 Fixed design domain Ω for topology optimization in a thermal-fluid system. The fixed design domain Ω is a subset of Ω_R that consists of the fluid domain Ω_f and the solid domain Ω_s .

2.3 状態方程式の拡張

本研究では、固定設計領域 Ω において密度法に基づく形状表現を採用する。すなわち、固定設計領域 Ω において設計変数 γ を 0 から 1 までの連続値をとる関数として定義し、その分布を用いて最適構造を表現する。そこで、固定設計領域 Ω において流体と固体を設計変数 γ で識別するために熱流動の状態方程式を拡張する。はじめに、式(1)における外力項 \mathbf{f} は、設計変数 γ の関数とした透過抵抗係数 $D(\gamma)$ および ε_D を用いて式(8)(9)のように定義する。

$$\mathbf{f} = -D(\gamma) \mathbf{u} \quad (8)$$

$$D(\gamma) = D_{\max} \frac{\varepsilon_D (1 - \gamma)}{\varepsilon_D + \gamma} \quad (9)$$

ここで $D_{\max} > 0$ は多孔質体の透過抵抗係数の最大値であり、 $\varepsilon_D > 0$ とする。

次に、式(3)の温度拡散率 α は、設計変数 γ および ε_α を用いて式(10)に示す補間関数として定義する。

$$\alpha(\gamma) = \alpha_s + (\alpha_f - \alpha_s) \frac{\gamma(\varepsilon_\alpha + 1)}{\varepsilon_\alpha + \gamma} \quad (10)$$

ここで α_f ならびに α_s は、それぞれ流体および固体の温度拡散率であり、 $\varepsilon_\alpha > 0$ とする。

図2にそれぞれの補間関数のグラフを示す。これらの補間関数の特性として ε_D ならびに ε_α を大きくすることで、線形補間の特性を示すことがわかる。

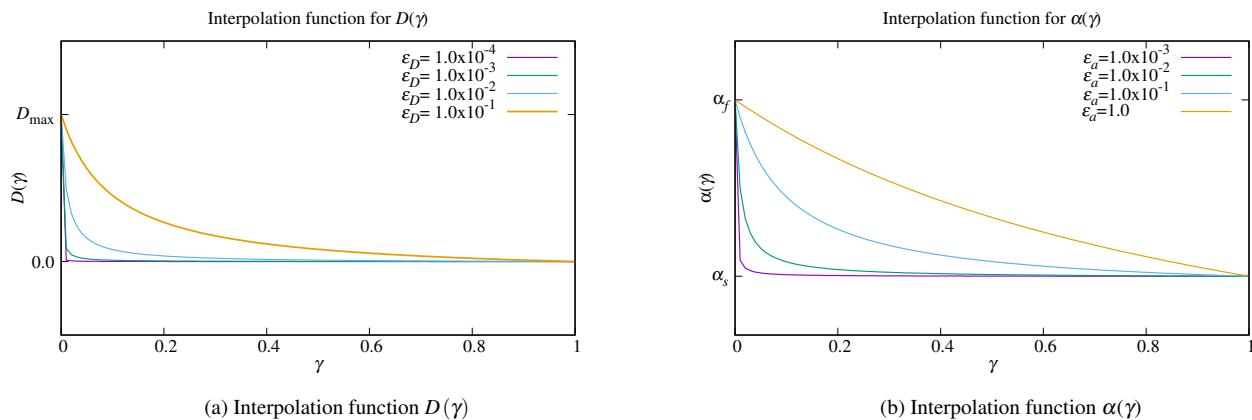


Fig. 2 Interpolation functions with respect to design variable γ . The interpolation function for $D(\gamma)$ is shown in (a). The interpolation function for $\alpha(\gamma)$ is shown in (b). Each graph denotes the function curve by different parameters ε_D and ε_α .

2.4 最適化問題の定式化

本研究では、固定設計領域 Ω における最大温度と流路体積を制約条件とした流体のエネルギー損失最小化の問題について考える。このとき、トポロジー最適化の問題を式(11)–(13)のように定義する。

$$\inf_{\gamma} J = - \int_{\Gamma} \left(\left(p + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \right) d\Gamma \quad (11)$$

subject to

$$G_1 = T_{\max} - T_0 \leqslant 0 \quad (12)$$

$$G_2 = V(\gamma) - V_0 \leqslant 0 \quad (13)$$

ここで、目的関数を定義する式(11)が表すエネルギー損失は、境界 Γ を単位時間に流入出する機械的総エネルギーの収支(流入から流出を差し引いたもの)であり、単位はワット [W] となる。そしてその最小化は、流路内での粘性によるエネルギー散逸の最小化と同等である(近藤他, 2024)。

T_{\max} は固定設計領域 Ω において $T_{\max} = \max(T)$ となる最大温度とし、 T_0 は最大温度の制約である。また、 V_0 は固定設計領域 Ω における流路体積 $V(\gamma) = \int_{\Omega} \gamma d\Omega$ の制約を表す。最大温度 T_{\max} は、領域内の温度分布に対して max 関数を適用することで求められるが、max 関数は微分を取ることが困難であるため、連続かつ滑らかな関数で近似する必要がある。先行研究では、max 関数を p-ノルム (Yang and Chen 1996) または Kreisselmeier-Steinhauser 関数 (KS 関数) (Kreisselmeier and Steinhauser 1979) で評価する方法が提案されている。本論文では、固定設計領域 Ω における最大温度 T_{\max} について p-ノルム法による評価を行う。p-ノルムによる温度 T_{PN} は $P > 1$ となる実数 P を用いて式 (14) で表される。

$$T_{PN} = \left\{ \int_{\Omega_R} T^P d\Omega_R \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (14)$$

式 (14) において $P \rightarrow \infty$ とすると $T_{PN} = T_{\max}$ となるが、数値計算上は不安定性が生じない範囲で P を大きな値に設定する。

3. 数 値 実 装

3.1 最適化アルゴリズム

本論文で提案するトポロジー最適化のアルゴリズムでは、過度に細かい構造の生成を避けるためにフィルターを用いて設計変数 γ を平滑化する。さらに、フィルターによって平滑化された設計変数に対してプロジェクション関数による二値化を行う。最適化アルゴリズムのフローチャートを図 3 に示す。

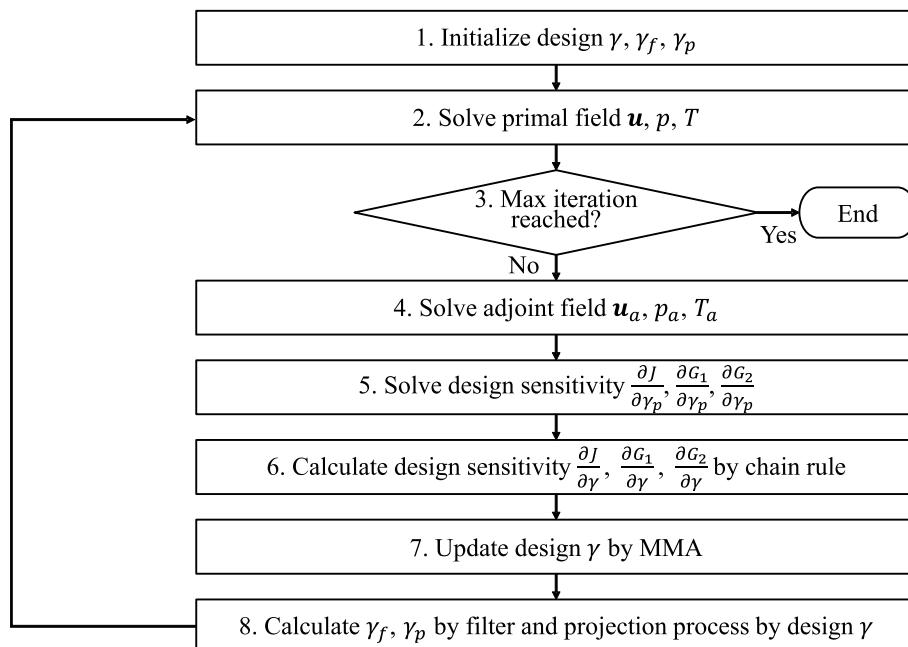


Fig. 3 Flow chart of the topology optimization.

図 3 に示したフローチャートにおいて、平滑化された設計変数を γ_f 、プロジェクション関数により二値化された設計変数を γ_p とし、以下の手順を経ることで最適構造を得る。なお、本論文で提案する最適化アルゴリズムでは予め形状変更回数 N を定めるものとする。

- Step 1 設計変数 γ を適当に配置して初期構造を設定する。
- Step 2 状態場 \mathbf{u}, p, T を有限体積法で計算する。
- Step 3 形状変更回数が N に達したら計算を終了とする。
- Step 4 随伴場 \mathbf{u}_a, p_a, T_a を有限体積法で計算する。
- Step 5 設計感度 $\frac{\partial J}{\partial \gamma_p}, \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_p}, \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_p}$ を計算する。
- Step 6 連鎖側により設計感度 $\frac{\partial J}{\partial \gamma}, \frac{\partial G_1}{\partial \gamma}, \frac{\partial G_2}{\partial \gamma}$ を計算する。

- Step 7 設計感度 $\frac{\partial J}{\partial \gamma}$, $\frac{\partial G_1}{\partial \gamma}$, $\frac{\partial G_2}{\partial \gamma}$ から MMA による設計変数 γ の更新を行う。
- Step 8 設計変数 γ に対してフィルターとプロジェクション処理を行い γ_f と γ_p を更新する。

Step1 における設計変数 γ による初期構造の配置ではフィルターならびにプロジェクションによる処理を行い γ_p を求め、状態場並びに随伴場計算では γ_p を用いる。Step2 における状態場の解析ならびに Step4 における随伴場の解析では SIMPLE 法 (Patankar, 1980) に基づく数値計算を実行する。数値計算において、対流項には一次精度の風上差分スキームを採用する。これによりレイノルズ数が比較的高く、対流項が支配的な流れに対して非物理的な振動や解の発散を抑制し、数値安定性を確保している。また、拡散項の離散化には、有限体積法に基づきガウスの発散定理を用いた線形補間スキームを採用する。非構造格子が適用されても計算精度を維持するために、面法線と格子配置の斜交性を考慮した補正項を付加することで、精度を向上させている (Moukalled et al., 2016)。

3.2 フィルターによる平滑化

密度法による形状表現において設計変数 γ は、離散化された要素ごとに決定される。そのため、チェックボード現象などの流路構造としては不適切な形状が生成される場合がある。平滑化の方法はいくつか提案されているが、本論文では、式(15)に示すヘルムホルツ型の偏微分方程式のフィルター (Kawamoto et al., 2011) により設計変数 γ の平滑化を行う。

$$-r^2 \nabla^2 \gamma_f + \gamma_f = \gamma \quad (15)$$

ここで $r > 0$ はフィルター半径に相当する定数であり、平滑化の度合いを調整するパラメータである。

3.3 ヘビサイドプロジェクション

上述のヘルムホルツ PDE フィルターで変換した設計感度は、変換前の感度と比較して値の乖離が大きくなる場合がある。この問題を解決するために Guest (Guest et al., 2004) らはプロジェクションによる設計変数の二值化を行う方法を提案した。本論文では、式(16)に示すヘビサイドプロジェクション (Wang et al., 2011) による二值化を行う。

$$\gamma_p = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\gamma_f - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))} \quad (16)$$

ここで、 β ならびに η は定数である。図4にプロジェクション関数のグラフを示す。図4(a)では $\eta = 0.5$ における $\beta = 20.0$ と $\beta = 5.0$ による β の違いによる関数を示す。 β の値を大きくすることでプロジェクション関数は本来のヘビサイド関数に近づいていき、小さくすることで線形関数に近づく。また、 η は変曲点を調整するパラメータであり、図4(b)は $\beta=20$ における η の違いによる関数を示す。なお、 β は予め指定する必要があるが、 η は Xu ら (Xu et al., 2010) の方法に基づきプロジェクションの前後で流路体積が同じとなるように調整する。

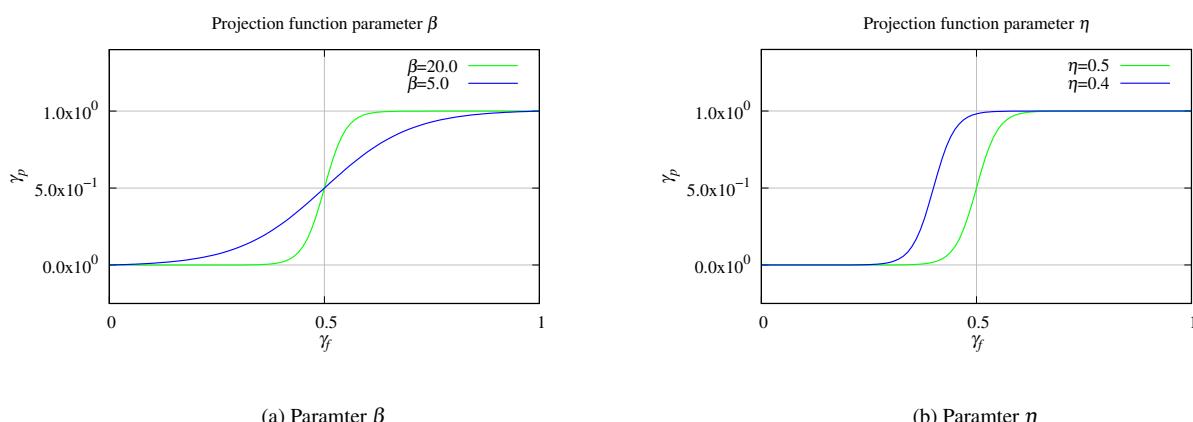


Fig. 4 Projection function profile. The property of parameter β is shown in (a). The property of parameter η is shown in (b).

3.4 連鎖則による設計感度の計算

3.1 の Step5 で示した設計感度は、プロジェクトにより二値化された設計変数 γ_p を用いて計算される。しかしながら、MMA による形状更新では設計変数 γ による設計感度が必要となる。そこで、設計感度を連鎖則より計算する。目的関数ならびに制約関数を評価関数 Ψ として、一般的に式(17)に示す連鎖則で設計感度を計算できる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma_p} \frac{\partial \gamma_p}{\partial \gamma_f} \frac{\partial \gamma_f}{\partial \gamma} \quad (17)$$

ここで、 $\frac{\partial \gamma_f}{\partial \gamma}$ は、式(15)の線形演算子の逆変換 $(-r^2 \nabla^2 \gamma_f + \gamma_f)^{-1}$ とみなすことができる。すなわち、式(18)に示すヘルムホルツ型の偏微分方程式のフィルターにより設計感度を $\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma}$ を計算する。

$$-r^2 \nabla^2 S_\Psi + S_\Psi = S_{\gamma_f} \quad (18)$$

ここで、 $S_\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma}$ 、 $S_{\gamma_f} = \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma_p} \frac{\partial \gamma_p}{\partial \gamma_f}$ とする。

3.5 温度 T_{PN} の評価

式(14)で評価される温度 T_{PN} は、数値計算上 P を有限の値に設定する必要があるため T_{PN} を十分に近似できない場合がある。Le ら (Le et al., 2010) は、構造最適化の問題において、この問題を解決するために形状変更のたびに応力の p-ノルムを補正する方法を提案している。本論文では、Le らの方法に従って T_{PN} の値を更新する。形状変更 I 番目の T_{PN} を $T_{PN}^{(I)}$ とする。この時、 $c_{PN} > 0$ となる定数を用いて T_{\max} を式(19)で近似する。

$$T_{\max} \approx c_{PN} T_{PN}^{(I)} \quad (19)$$

ここで c_{PN} は、最適化アルゴリズム Step2 の状態場の計算後に更新を行う。 I 番目の $c_{PN}^{(I)}$ に対して $I-1$ 番目の c_{PN} を $c_{PN}^{(I-1)}$ として式(20)による更新を行う。

$$c_{PN}^{(I)} = \xi_{PN} \frac{T_{\max}^{(I-1)}}{T_{PN}^{(I-1)}} + (1 - \xi_{PN}) c_{PN}^{(I-1)} \quad (20)$$

ここで、 ξ_{PN} は、 $0 < \xi_{PN} \leq 1$ であり予め指定するパラメータである。最適化計算の過程において T_{\max} が振動する場合、 $0 < \xi_{PN} < 1$ となる値を一般的に指定する。

4. 数 值 計 算 例

4.1 最適化問題の検証

数値計算例により、本論文で提案する最適化法の有効性を検証する。すべての数値計算例において、流体領域 Ω_f ならびに固体領域 Ω_s には、表 1 に示す動粘性係数ならびに温度拡散率を設定する。また、流入口の流速は、レイノルズ数 $Re = 1,000$ となるように定める。さらに、式(3)で与えられる発熱量 Q は一定値とし、設計変数 γ に依存しないものとする。すべての数値計算例において、式(14)における $P = 12$ と設定する。また、式(20)において $\xi_{PN} = 1$ と設定することで、最適化計算の過程で T_{\max} の値が振動せず、指定された制約条件を満たすことを確認している。なお、最適化の制約条件として、固定設計領域 Ω に対する最大温度の制約値を $T_0 = 35.0^\circ\text{C}$ 、流路体積の制約値を $V_0 = 0.5$ と設定する。数値計算は 2 次元にて実施し、最適化における形状更新の回数は $N = 2,000$ としている。また、格子には非構造格子を用いる。

Table 1 Physical properties of material.

Region	Kinetic viscosity [m ² /s]	Thermal diffusivity [m ² /s]
Fluid Region Ω_f	1.004×10^{-3}	1.442×10^{-7}
Solid Region Ω_s	–	8.519×10^{-5}

4.2 数値計算例 1

数値計算例 1 では、異なる初期構造から最適化計算を実施し、最適構造において制約条件として指定された最大温度を満たしつつエネルギー損失が改善されるかを検証する。図 5 に形状モデルを示す。本数値例の計算では図 5 のように対称境界条件を与える。また、形状モデルにおいて $L_1=0.2\text{ m}$ とし、解析領域の要素数は 39,638 とする。さらに、図 5 の点 a において $L_c=0.01\text{ m}$ の面取りを設定する。固定設計領域 Ω には一定の発熱量 $Q=1.0 \times 10^{-2}\text{ W/m}^2$ を与える。流入の境界条件として流速 $u_D=5.029 \times 10^{-3}\text{ m/s}$ 、温度 $T_D=20^\circ\text{C}$ を与える。なお流速 u_D は、流体の動粘性係数 $\nu=1.004 \times 10^{-3}\text{ m}^2/\text{s}$ 、レイノルズ数 Re ならびに L_1 より $u_D=Re \cdot \nu / L_1$ として算出する。流出の境界条件では圧力 $p_{\text{out}}=0.0\text{ Pa}$ とし、壁面での流速は $u_D=0.0\text{ m/s}$ (滑りなし) を与える。また、最適化で用いる定数パラメータは表 2 のように与える。

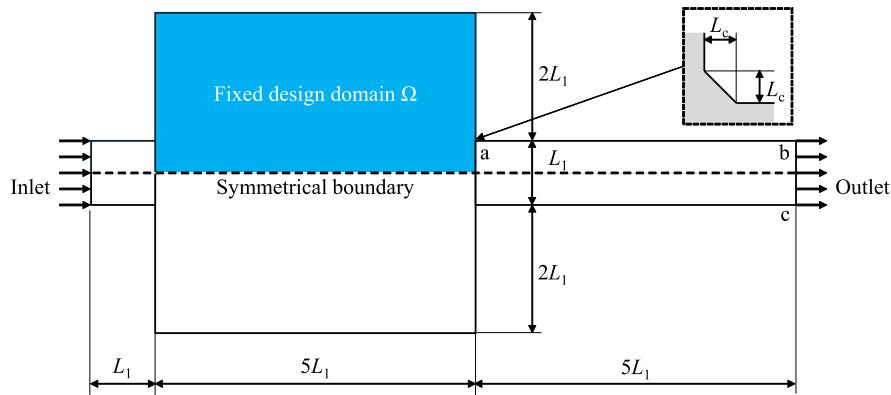


Fig. 5 Fixed design domain and boundary condition for example 1. Blue colored region shows fixed design domain. Symmetric boundary condition is applied at the dotted line.

Table 2 Parameters for optimization in example 1.

D_{\max}	ε_D	ε_α	r	β
100,000	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-1}	3.0	5.0

数値計算例 1 では 4 つの異なる初期構造を設定し、エネルギー損失の最小化を目的とした最適化を実施することで、得られる最適構造の妥当性を検証する。トポロジー最適化問題では、一般的に初期構造によって異なる最適構造が得られる。そのため、本数値計算例では、異なる初期構造から最適化を行い、それぞれに応じた最適構造が得られることを確認する。さらに、4 つのケースにおいて最適構造の形状は異なるものの、固定設計領域 Ω の内部で最大温度の制約を満たしつつ、エネルギー損失が低減されていることを示す。なお、初期構造の流路体積 $V(\gamma)$ は、Case1 において $V(\gamma)=1.0$ とし、Case2–Case4 において $V(\gamma)=0.5$ とした。以下に、Case1–Case4 における初期構造について説明し、図 6 において初期構造を青色で示す。

- Case1：固定設計領域 Ω はすべて流体 ($\gamma=1.0$) で満たされている。(図 6(a))
- Case2：固定設計領域 Ω は $\gamma=0.5$ とする。(図 6(b))
- Case3：固定設計領域 Ω において矩形のフィン (高さ $h=0.027\text{ m}$ 、幅 $w=0.8\text{ m}$) を配置する。(図 6(c))
- Case4：固定設計領域 Ω において円形 (直径 $d=0.12\text{ m}$) を配置する。(図 6(d))

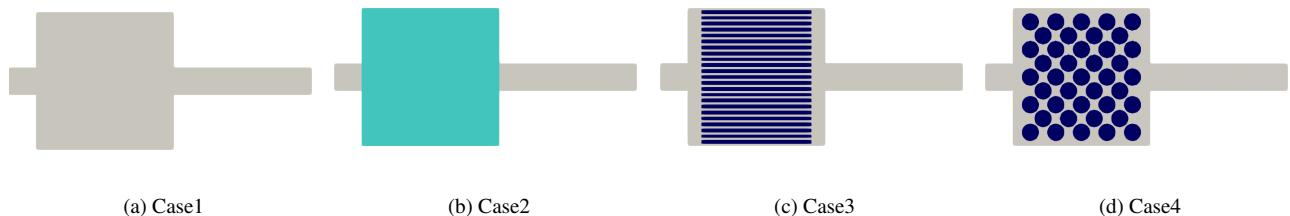


Fig. 6 Initial guess for topology optimization. The γ value is specified as 1.0 on fixed design in (a). The γ value is specified as 0.5 on fixed design in (b). Fins are located on fixed design domain in (c). Circles are located on fixed design domain (d).

図 7 に最適化の結果を示す。図中において流体流路をグレー領域で示す。また、図 8 に流体流速のコンター図を示し、図 9 に温度のコンター図を示す。Case1 から Case4 のすべてにおいて、図 8 に示す流速のコンターより図 5 の点 a 近傍で流速値の大きな変化が確認できる。また、点 a から点 b に沿った壁面近傍において、局所的に逆向きの流れ(逆流)が生じていることを確認している。この現象は、層流では比較的高いレイノルズ数($Re=1,000$)の流れ条件により、点 a 近傍で局所的に急激な流速の変化が生じたために発生したと考えられる。この流れ条件では、層流であっても慣性力が支配的となり、点 a の段差近傍では流れが壁面から逸脱しやすくなる。その結果、流速が減少して速度勾配が増大し、a-b 間の流体領域において逆方向に循環する流れが形成されたと考えられる。また、このような逆方向の流れを伴う流れ場において、点 a から点 b までの距離が不十分な場合、流出境界(図 5 の b-c 間)で逆流による流入が発生し、これが数値計算の不安定性の原因となる。このため、数値計算例 1 では、壁面からの流れの逸脱を少なくする目的で点 a に面取りを設定した。さらに、流出境界における逆流を防ぐ目的で点 a から点 b までの距離を流入側と比較して長く設定した。これにより、流れ場の数値計算における不安定性を抑え、流出境界では逆流が生じていないことを確認している。

図 10 には目的関数の履歴を示し、図 11 には制約関数の履歴を示す。Case1 においては、目的関数と制約関数の履歴より値が収束しない状況が 1,700 ステップまで続いている状況がみられる。この理由として固定設計領域 Ω を全て流体領域 Ω_f とした初期構造においては、ナビエ・ストークス方程式の対流項が支配的になり、数値計算の不安定性が生じていると考えられる。そのほかのケース Case2–Case4 では数値計算が安定して行われており、目的関数が収束し制約関数も条件を満たしている。

続いて、エネルギー損失ならびに制約条件についての比較を図 12 に示す。図 12(a) は最適化前後のエネルギー損失の比較を示したものである。4 つのケースのうち最適構造において、エネルギー損失が最小なのは Case2 であり最大なのは Case4 であった。Case2–Case4 については、初期構造と比較して最適構造ではエネルギー損失が小さい結果が得られた。Case1 では全てが流体で満たされている固定設計領域 Ω から流路体積を 50% の制約にすることで、壁面摩擦等のエネルギー損失が増えるため初期構造の状態よりも最適構造のエネルギー損失が大きくなる。しかしながら、Case 1 の最適構造におけるエネルギー損失の値は、図 10(a) に示すように十分な収束を示している。このことから、図 7(a) に示す流路は、Case1 の最適構造と判断できる。図 12(b) は固定設計領域 Ω の最大温度を示したものである。初期構造の最大温度と比較して Case1–Case4 の全てにおいて制約条件を満たしている。なお、数値計算例 1 では、最大温度の制約値である 35.0°C に対していずれのケースにおいても 0.05% 未満の範囲で最大温度が得られている。

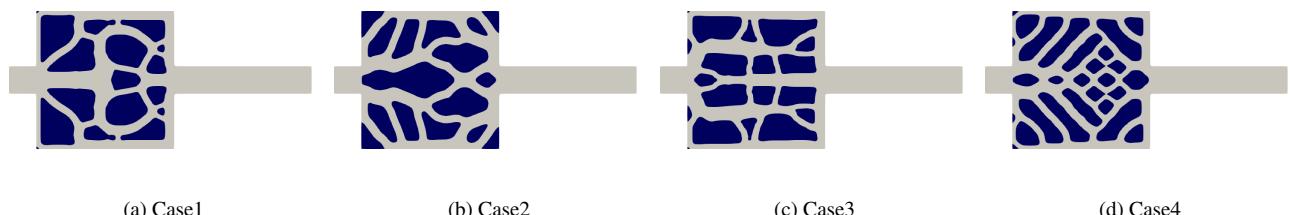


Fig. 7 Optimized configurations in Case1–Case4.

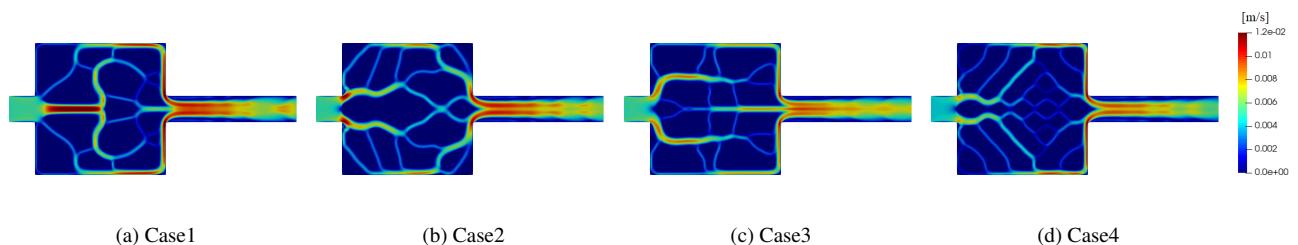


Fig. 8 Velocity contour of optimized configurations in Case1–Case4.

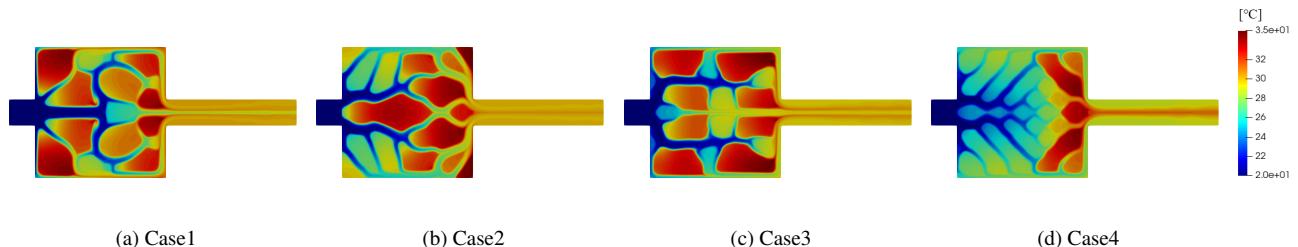


Fig. 9 Temperature contour of optimized configurations in Case1–Case4.

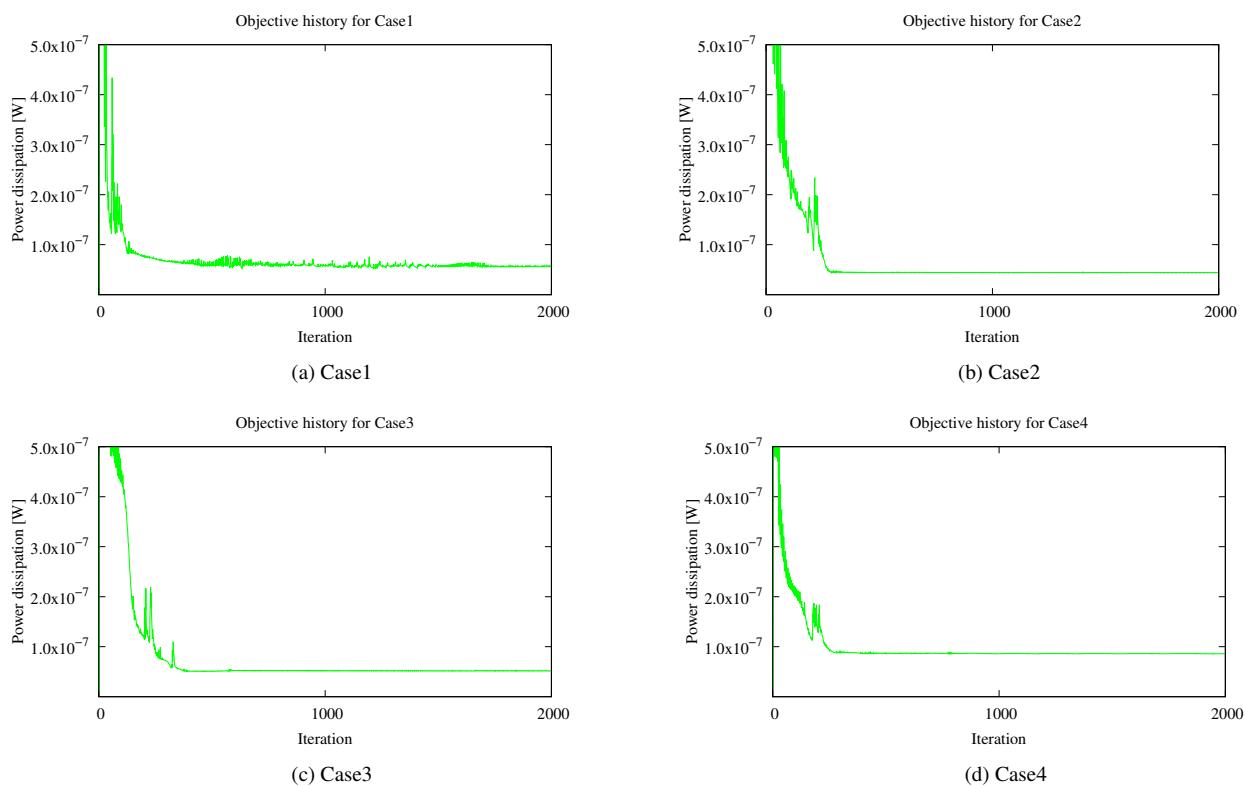


Fig. 10 Iteration histories of objective function in Case 1–Case 4.

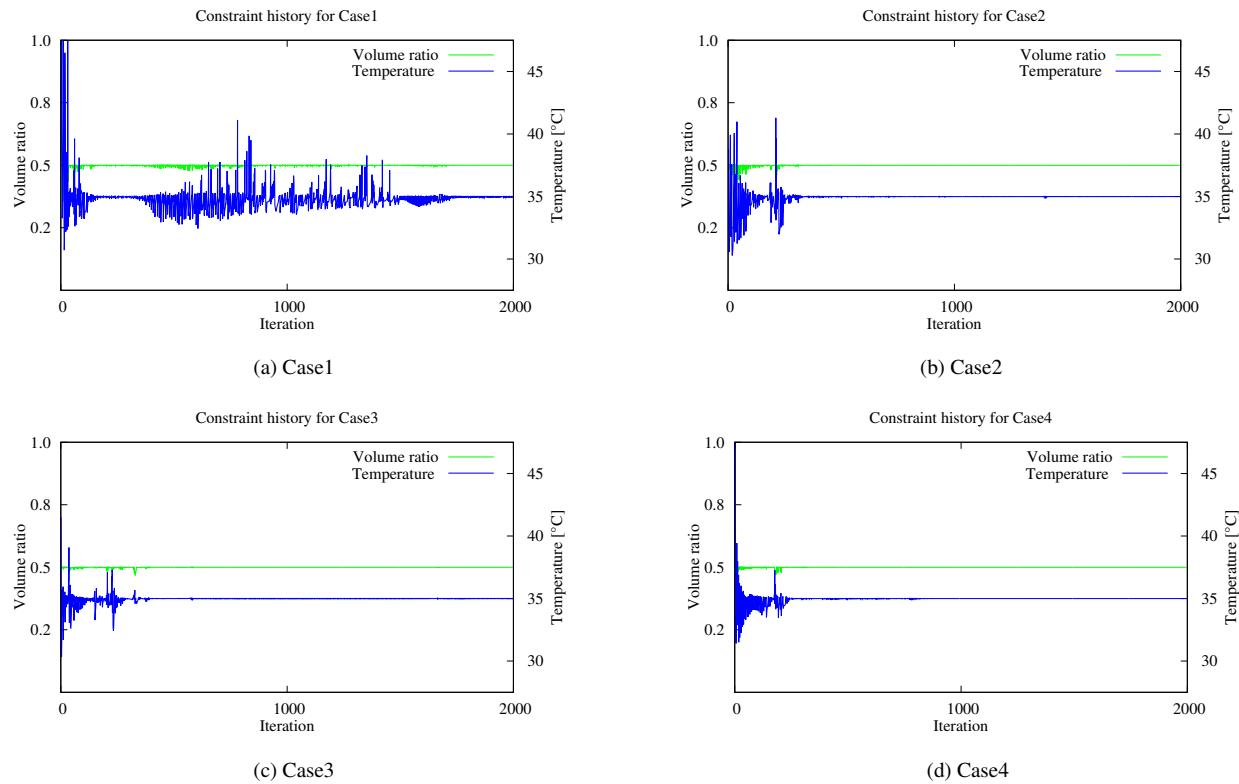


Fig. 11 Iteration histories of constraint functions in Case 1–Case 4.

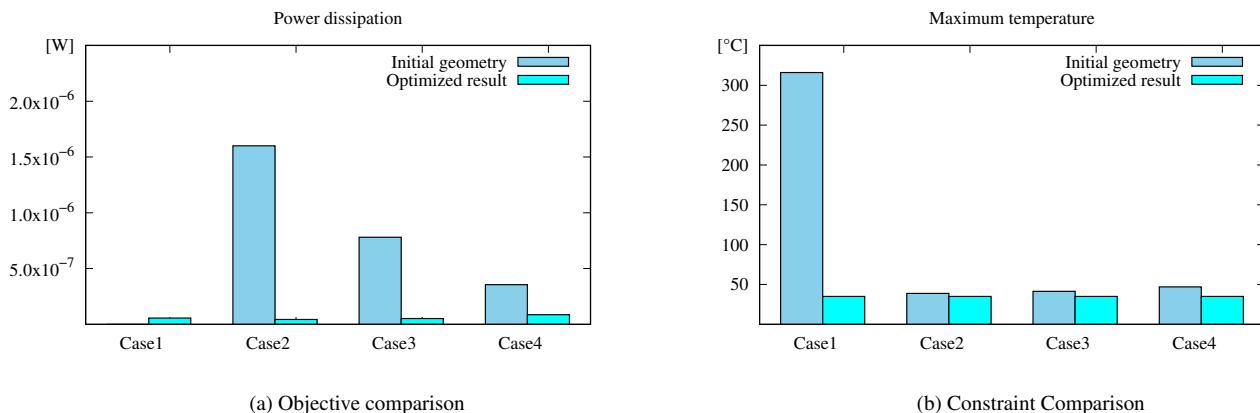


Fig. 12 Optimized result. (a) Bar chart comparing the power dissipation values in Case 1 to Case 4. (b) Bar chart comparing the maximum temperature in Case 1 to Case 4.

4.3 数値計算例 2

数値計算例 2 では、固定設計領域 Ω 内に図 13 に示す固体領域 A, B, C を設定し、最適構造において制約条件として指定された最大温度を満たしつつエネルギー損失の最小化を行う。数値計算例 1 と同様に計算の不安定性を抑える目的で、図 13 の点 a ならびに点 b において $L_c=0.01$ m の面取りを設定し、b-c 間の距離を流入側と比較して長く設定する。固体領域 A, B, C にはそれぞれ一定の発熱量 Q を与える。表 3 に示した発熱量の値を用いて、4 つのケースについて最適化を実施する。そして、領域ごとの発熱量の違いによって、妥当な最適構造が得られるこことを検証する。この数値計算例では、4 つのケースは固定設計領域 Ω において固体領域 A, B, C を除いた領域を流体の状態とする初期構造から最適化を開始する。なお、固体領域 A, B, C は最適化の計算過程において常に固定領域として扱い、流体領域への変化は許容しないものとする。図 13 に形状モデルを示す。形状モデルでは $L_2=0.1$ m とし、解析領域の要素数は 74,590 とする。流入の境界条件として流速 $u_D = 1.0058 \times 10^{-2}$ m/s、温度

$T_D=20^\circ\text{C}$ を与える。なお流速 \mathbf{u}_D は、流体の動粘性係数 $\nu = 1.004 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ 、レイノルズ数 Re ならびに L_2 より、 $\mathbf{u}_D = Re \cdot \nu / L_2$ として算出する。流出の境界条件では圧力 $p_{\text{out}} = 0.0 \text{ Pa}$ とし、壁面での流速は $\mathbf{u}_D = 0.0 \text{ m/s}$ (滑りなし) を与える。また、最適化で用いる定数パラメータは表 4 のように与える。

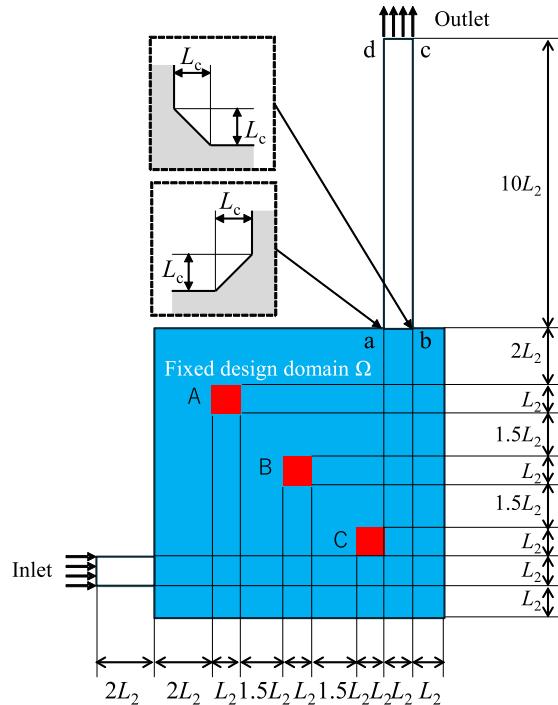


Fig. 13 Fixed design domain and boundary condition for example 2. Blue colored region shows fixed design domain. Red colored region denotes heat source.

Table 3 Heat source Q [W/m^2].

Case No.	A	B	C
1	1.0×10^{-1}	5.0×10^{-2}	5.0×10^{-2}
2	5.0×10^{-2}	1.0×10^{-1}	5.0×10^{-2}
3	5.0×10^{-2}	5.0×10^{-2}	1.0×10^{-1}
4	6.7×10^{-2}	6.7×10^{-2}	6.7×10^{-2}

Table 4 Parameters for optimization in example 2.

D_{\max}	ε_D	ε_α	r	β
100,000	2.0×10^{-4}	2.5×10^{-1}	3.0	9.0

図 14 に最適化の結果を示す。グレー領域は流体流路を示しており、領域 A, B, C に与えた発熱量の違いにより、最適構造は異なる結果となった。また、図 15 に流体流速のコンター図を示し、図 16 に温度のコンター図を示す。なお、図 14-図 16 の点線枠は発熱領域を示している。図 17 には目的関数の履歴を示し、図 18 には制約関数の履歴を示す。これらの履歴から、数値計算が安定して行われており、目的関数が収束し、制約関数も条件を満たしていることがわかる。

最後に、エネルギー損失ならびに制約条件についての比較を図 19 に示す。図 19(a) はエネルギー損失について Case1-Case4 の比較を示したものである。4 つのケースのうち Case1 は最適構造におけるエネルギー損失が最大となっている。この理由は、Case1 では高温域である領域 A を冷却するために流体慣性に逆らって領域 A への流路

を構築する必要があるためと考えられる。

図 19(b) は固定設計領域 Ω の最大温度を示したものである。初期構造の最大温度と比較して Case1–Case4 のすべてにおいて制約条件を満たした結果が得られた。なお、数値計算例 2 では、最大温度の制約値である 35.0°C に対していずれのケースにおいても 0.15% 未満の範囲で最大温度が得られている。

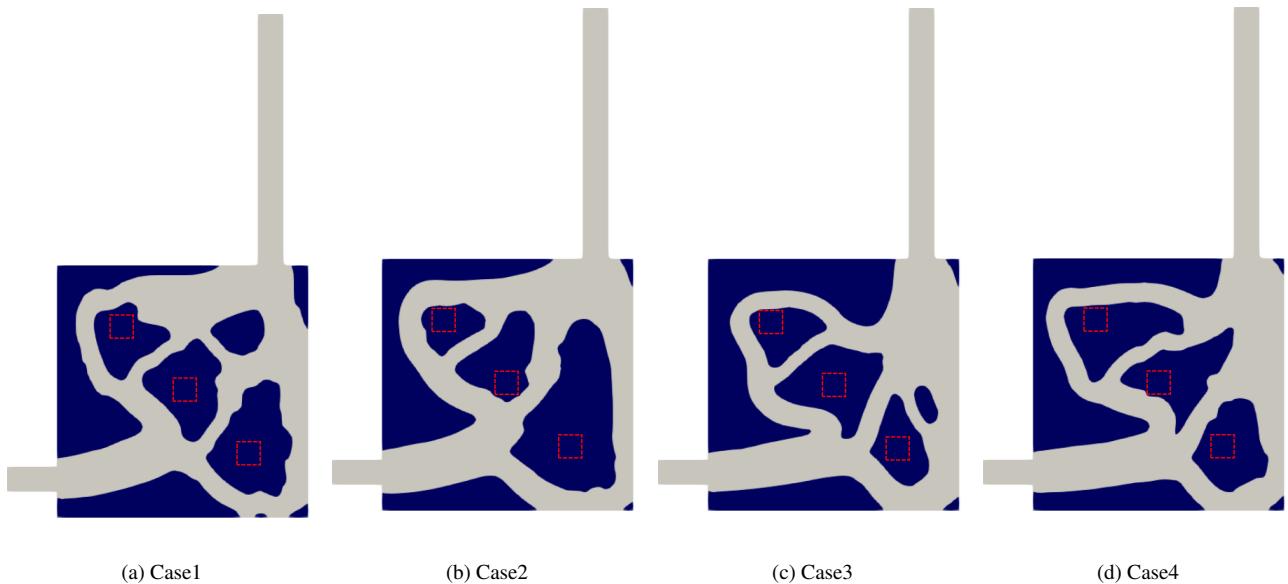


Fig. 14 Optimized configurations in Case1–Case4. Red colored dot line shows heat source region.

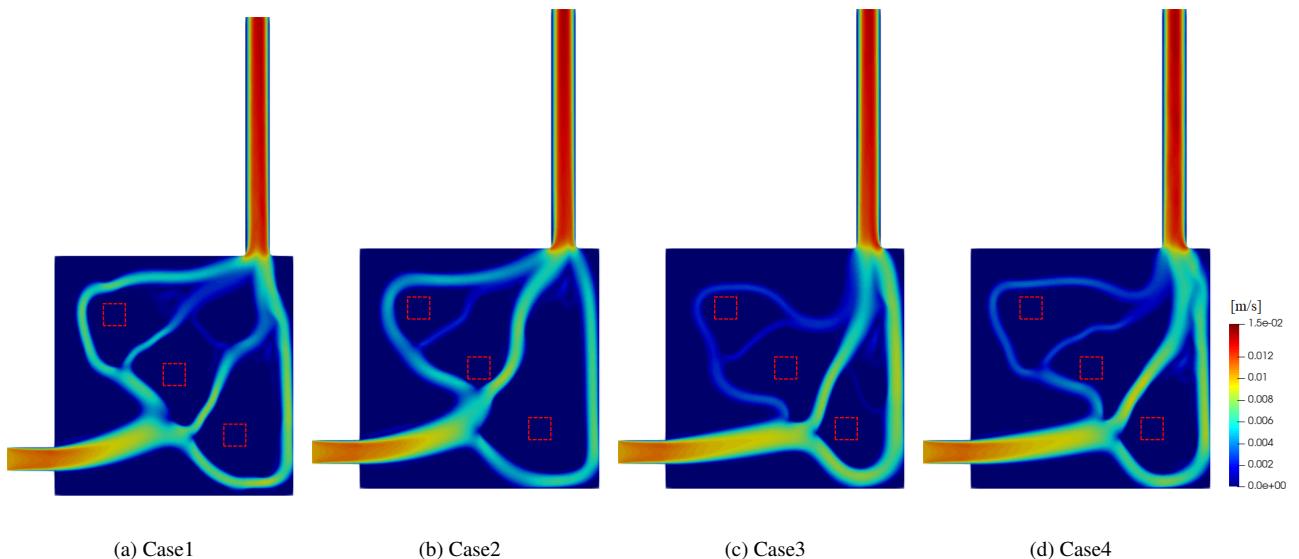


Fig. 15 Velocity contour of optimized configurations in Case1–Case4. Red colored dot line shows heat source region.

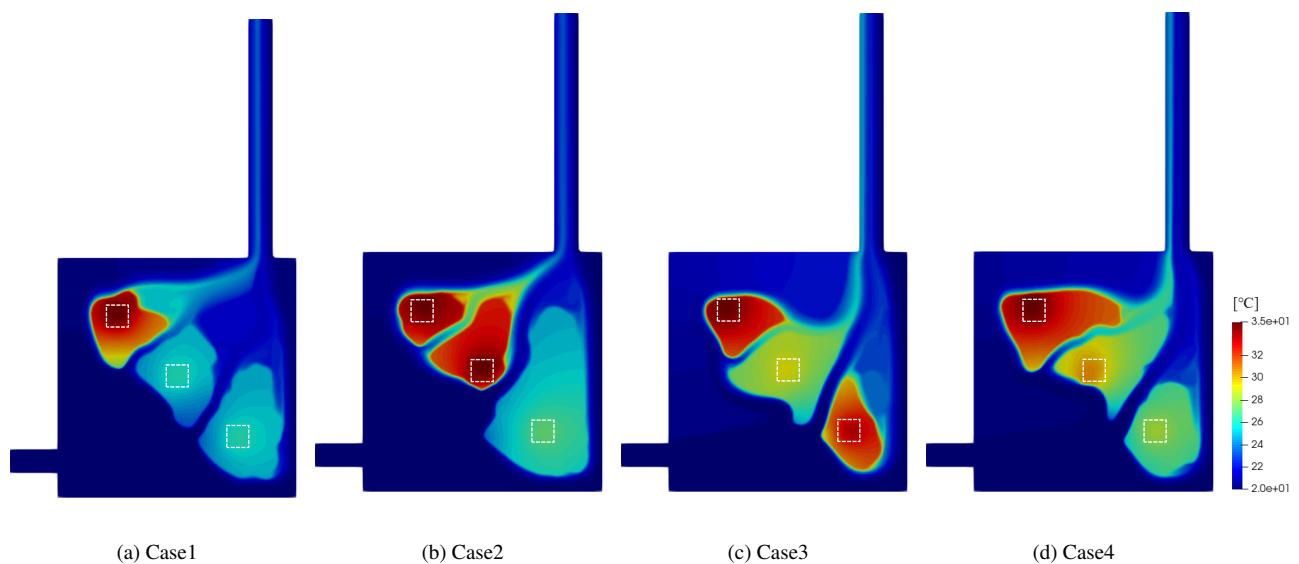


Fig. 16 Temperature contour of optimized configurations in Case1–Case4. White colored dot line shows heat source region.

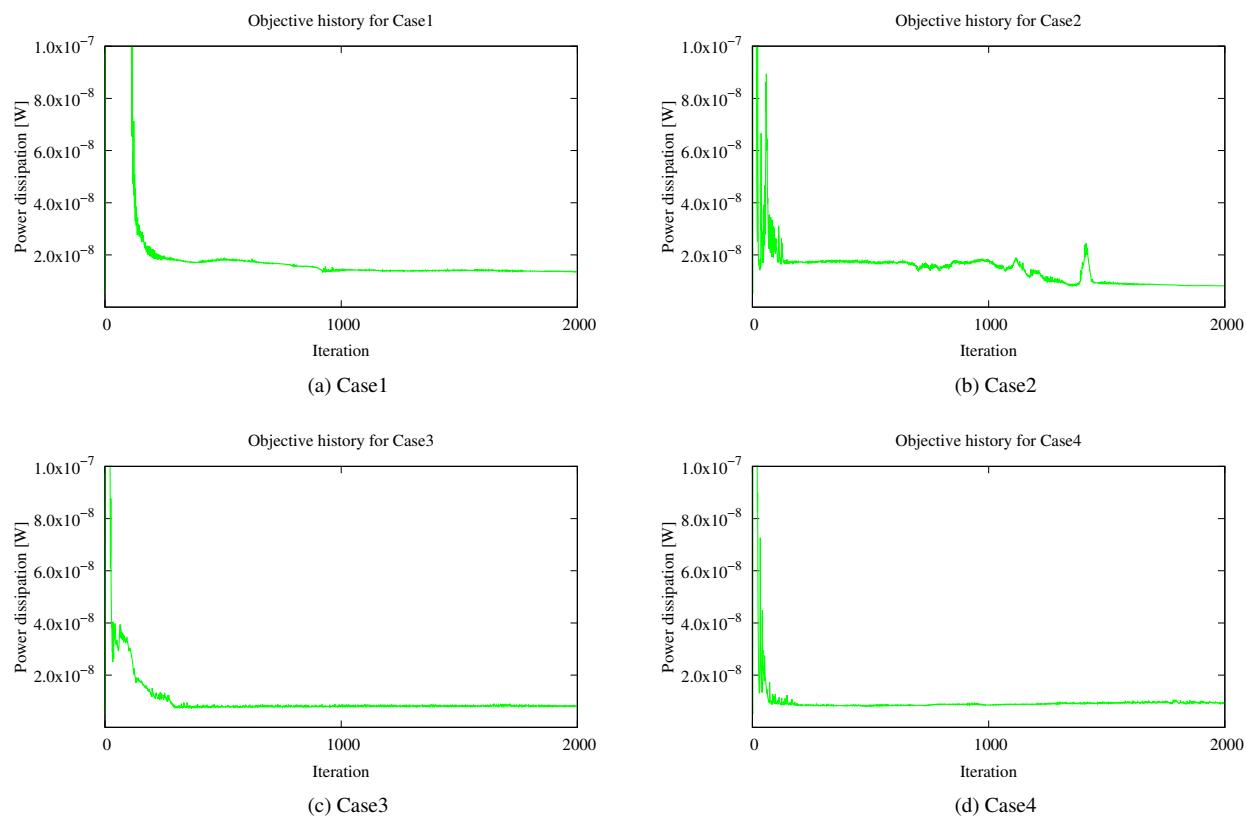


Fig. 17 Iteration histories of objective function in Case 1–Case 4.

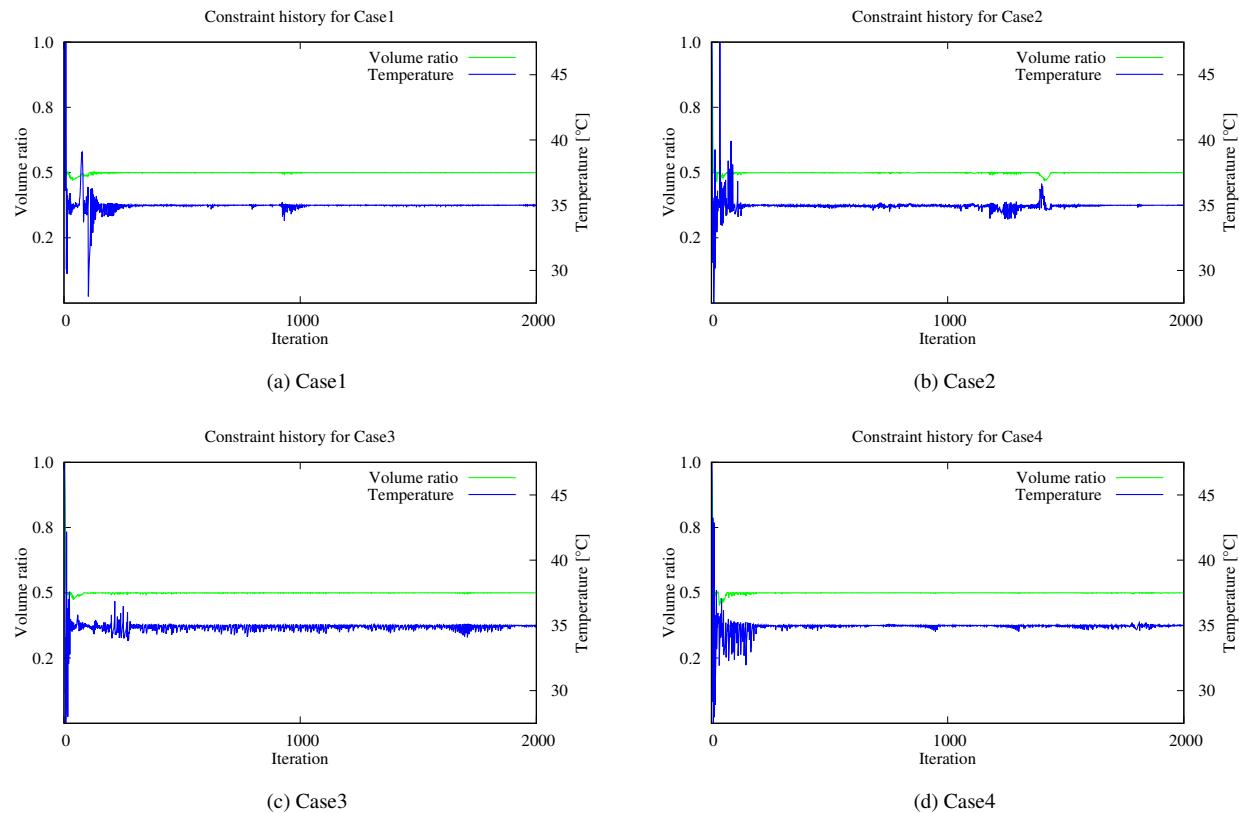


Fig. 18 Iteration histories of constraint functions in Case 1–Case 4.

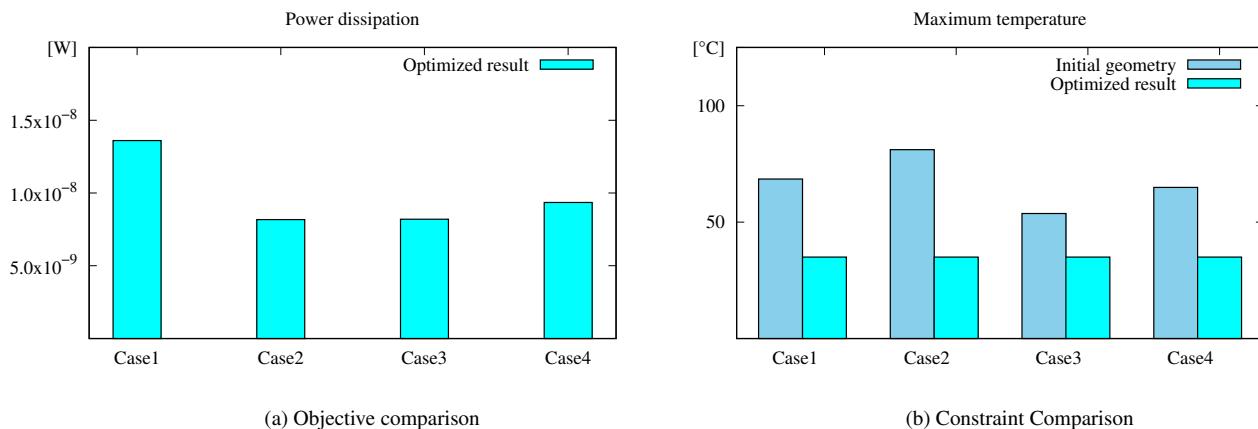


Fig. 19 Optimized result. (a) Bar chart comparing the power dissipation values in Case 1 to Case 4. (b) Bar chart comparing the maximum temperature in Case 1 to Case 4.

5. 結 言

本論文では、領域の最大温度を制約条件として流体のエネルギー損失を最小化する冷却流路の熱流体トポロジー最適化の方法を提案した。本論文により得られた成果を以下に示す。

- (1) 密度法による最適構造の表現を適用し、領域の最大温度を制約条件として流体のエネルギー損失最小化のトポロジー最適化の方法論を提案した。
- (2) 領域の最大温度において p -ノルムによる評価を行い、制約条件として領域の最大温度が評価可能であることを示した。
- (3) 2次元の数値計算例を示すことで本論文で提案する方法の有効性を示した。はじめに、数値計算例 1 では異なる

る構造を初期状態としてトポロジー最適化を行った。いずれのケースでも領域温度の最大値は制約条件を満たす最適構造が得られることを示した。次に、数値計算例2では固定設計領域の内部に固体領域を配置して、異なる発熱量を与えたトポロジー最適化を行った。その結果、発熱領域が異なる場合でも最適な構造が得られることを確認した。また、いずれのケースにおいても最大温度の制約条件を満たしつつエネルギー損失が改善されることを示した。

文 献

- Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, No.2 (1988), pp.197–224.
- Borrvall, T. and Petersson, J., Topology optimization of fluids in Stokes flow, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.41, No.1 (2003), pp.77–107.
- Feppon, F., Allaire, G., Dapogny, C. and Jolivet, P., Topology optimization of thermal fluid-structure systems using body-fitted meshes and parallel computing, Journal of Computational Physics, Vol.417, (2020), p.109574.
- Gersborg-Hansen, A., Bendsøe, M. P., Sigmund O., Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.31, (2006) pp.251–259.
- Guest, J. K., Prévost, J. H. and Belytschko, T., Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.61, No.2 (2004), pp.238–254.
- Iga, A., Nishiwaki, S., Izui, K. and Yoshimura, M., Topology optimization for thermal conductors considering design-dependent effects, including heat conduction and convection, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.52, No.11–12 (2009), Pages 2721-2732.
- Kawamoto, A., Matsumori, T., Yamasaki, S., Nomura, T., Kondoh, T. and Nishiwaki, S., Heaviside projection based topology optimization by a PDE-filtered scalar function, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.44 (2011), pp.19–24.
- 近藤継男, 矢地謙太郎, 西脇眞二, トポロジー最適化の基礎 (2024), コロナ社, p.122.
- Kreisselmeier, G. and Steinhauser, R., Systematic Control Design by Optimizing a Vector Performance Index, IFAC Proceedings Volumes, Vol.12, No.7 (1979), pp. 113–117.
- Kubo, S., Koguchi, A., Yaji, K., Yamada, T., Izui, K. and Nishiwaki, S., Level set-based topology optimization for two-dimensional turbulent flow using an immersed boundary method, Journal of Computational Physics, Vol.446 (2021), p.110630.
- Le, C., Norato, J., Bruns, T., Ha, C. and Tortorelli, D., Stress-based topology optimization for continua, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.41 (2010), pp.605–620.
- Matsumori, T., Kondoh, T., Kawamoto, A. and Nomura, T., Topology optimization for fluid–thermal interaction problems under constant input power, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.47 (2013), pp.571–581.
- Moukalled, F., Mangani, L. and Darwish, M., The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics (2016), Springer, p.211.
- Okkels F. and Bruus, H., Scaling behavior of optimally structured catalytic microfluidic reactors, Physical Review E, 75 (2007) p.016301.
- Patankar, S. V., Numerical heat transfer and fluid flow, 1st edn., Taylor & Francis Publishing (1980).
- Svanberg, K., The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, No.2 (1987), pp.359–373.
- Wang, F., Stefanov, B. and Sigmund, L. O., On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.43 (2011), pp.767–784.
- Xu, S., Cai, Y. and Cheng, G., Volume preserving nonlinear density filter based on heaviside functions, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.41 (2010), pp.495–505.
- Yaji, K., Yamada, T., Kubo, S., Izui, K. and Nishiwaki, S., A topology optimization method for a coupled thermal–fluid problem using level set boundary expressions, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.81 (2015),

pp.878–888.

- Yang, R. J. and Chen, C. J., Stress-based topology optimization, *Structural Optimization*, Vol.12 (1996), pp.98–105.
- Yoon, G. H., Topological design of heat dissipating structure with forced convective heat transfer, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.24, (2010), pp.1225–1233.
- Yu, M., Ruan, S., Gu, J., Ren, M., Li, Z., Wang, X. and Shen, C., Three-dimensional topology optimization of thermal-fluid-structural problems for cooling system design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.62 (2020), pp.3347–3366.
- Zhuang, C.G., Xiong, Z.H. and Ding, H., A level set method for topology optimization of heat conduction problem under multiple load cases, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.196, No.4-6 (2007), pp.1074–1084.

References

- Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71, No.2 (1988), pp.197–224.
- Borrvall, T. and Petersson, J., Topology optimization of fluids in Stokes flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.41, No.1 (2003), pp.77–107.
- Feppon, F., Allaire, G., Dapogny, C. and Jolivet, P., Topology optimization of thermal fluid–structure systems using body-fitted meshes and parallel computing, *Journal of Computational Physics*, Vol.417, (2020), p.109574.
- Gersborg-Hansen, A., Bendsøe, M. P., Sigmund O., Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.31, (2006) pp.251–259.
- Guest, J. K., Prévost, J. H. and Belytschko,T., Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.61, No.2 (2004), pp.238–254.
- Iga, A., Nishiwaki, S., Izui, K. and Yoshimura, M., Topology optimization for thermal conductors considering design-dependent effects, including heat conduction and convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.52, No.11–12 (2009), Pages 2721–2732.
- Kawamoto, A., Matsumori, T., Yamasaki, S., Nomura, T., Kondoh, T. and Nishiwaki, S., Heaviside projection based topology optimization by a PDE-filtered scalar function, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.44 (2011), pp.19–24.
- Kondoh, T., Yaji, K. and Nishiwaki, S., Fundamentals of Topology Optimization (2024), CORONA PUBLISHING, p.122 (in Japanese).
- Kreisselmeier, G. and Steinhäuser, R., Systematic Control Design by Optimizing a Vector Performance Index, *IFAC Proceedings Volumes*, Vol.12, No.7 (1979), pp. 113–117.
- Kubo, S., Koguchi, A., Yaji, K., Yamada, T., Izui, K. and Nishiwaki, S, Level set-based topology optimization for two dimensional turbulent flow using an immersed boundary method, *Journal of Computational Physics*, Vol.446 (2021), p.110630.
- Le, C., Norato, J., Bruns, T., Ha, C. and Tortorelli,D., Stress-based topology optimization for continua, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.41 (2010), pp.605–620.
- Matsumori, T., Kondoh, T., Kawamoto, A. and Nomura, T., Topology optimization for fluid–thermal interaction problems under constant input power, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.47 (2013), pp.571–581.
- Moukalled, F., Mangani, L. and Darwish, M., *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics* (2016), Springer, p.211.
- Okkels F. and Bruus, H., Scaling behavior of optimally structured catalytic microfluidic reactors, *Physical Review E*, 75 (2007) p.016301.
- Patankar, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, 1st edn., Taylor & Francis Publishing (1980).
- Svanberg, K., The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, No.2 (1987), pp.359–373.

- Wang, F., Stefanov, B. and Sigmund, L. O., On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.43 (2011), pp.767–784.
- Xu, S., Cai, Y. and Cheng, G., Volume preserving nonlinear density filter based on heaviside functions, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.41 (2010), pp.495–505.
- Yaji, K., Yamada, T., Kubo, S., Izui, K. and Nishiwaki, S., A topology optimization method for a coupled thermal–fluid problem using level set boundary expressions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.81 (2015), pp.878–888.
- Yang, R. J. and Chen, C. J., Stress-based topology optimization, *Structural Optimization*, Vol.12 (1996), pp.98–105.
- Yoon, G. H., Topological design of heat dissipating structure with forced convective heat transfer, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.24, (2010), pp.1225–1233.
- Yu, M., Ruan, S., Gu, J., Ren, M., Li, Z., Wang, X. and Shen, C., Three-dimensional topology optimization of thermal–fluid-structural problems for cooling system design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.62 (2020), pp.3347–3366.
- Zhuang, C.G., Xiong, Z.H. and Ding, H., A level set method for topology optimization of heat conduction problem under multiple load cases, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.196, No.4-6 (2007), pp.1074–1084.