提交信息

当前版本：NuclearCannon 2023.9.17

第九章 恒定磁场

第1节 磁性与磁场

带电粒子在磁场中运动时受到磁场力，国际单位制下其计算方法为：

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

其中$\vec{F}$是粒子受到的磁场力，q是粒子带电量（可正可负），$\vec{v}$是粒子相对于磁场的速度，$\vec{B}$是磁感应强度

这也是磁感应强度（的大小）的定义：$B = \frac{F_{\max}}{qv}$

国际单位制下，磁感应强度的单位是T（特斯拉）

存疑：这与洛伦兹力有何区别？

第2节 毕奥-萨伐尔定律

毕奥-萨伐尔定律

电流元$Id\vec{l}$在空间中某点P激发出的磁感应强度为

$$\mathrm{d}\vec{B} = k\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

其中r是电流元于P的距离，$\vec{e}_r$是从电流元指向P点方向的单位矢量

在国际单位制下，$k = \frac{\mu_0}{4\pi}, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{T} \cdot \mathrm{m/A}$

常数μ_0的物理意义是真空的磁导率。于是，

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

也可以写成：

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

- 毕奥-萨伐尔定律可以用于**计算磁感应强度**：
  根据叠加原理，对情形中所有的电流元激发的磁感应强度**做积分**，即可得到电流激发的总磁感应强度。
- 在变化的磁场下，毕奥-萨伐尔定律不成立

磁感应强度的计算

见“恒定磁场常见模型”

磁偶极子

我们将一个载有电流的圆形回路作为磁偶极子的模型。（实际上可以不为圆形）

$$\vec{m} = I\vec{S} = IS\vec{e}_n$$

$\vec{m}$为其**磁偶极矩**。其中I为其电流大小，$\vec{S}$为回路所在平面（大小=面积，方向垂直于平面且与电流成右手螺旋关系）

磁偶极子在激发磁场时有特殊的简便计算方法（见恒定磁场常见模型-圆电流激发的磁场）
磁偶极子在磁场中会受到力矩（见第6节 磁场与实物的相互作用-均匀磁场对平面闭合载流线圈的作用）

第3节 磁场的高斯定理

磁通量

在任意磁场中，一个有限大小面积的任意曲面的磁通量为：

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

- 这是一个第二型曲面积分，需要指定曲面的方向。
- 其直观理解是：朝某一方向穿过该面的磁感线的量

磁场的高斯定理

任意一个闭合曲面的磁通量总为0，即

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

- 说明磁场是无源场。
- 这个定理可以有毕奥-萨伐尔定律推导得到（怎么推导？）
- 即使是在变化的磁场中，高斯定理仍然成立。

第4节 安培环路定理（真空）

计算由导线激发出来的磁场在一个闭合曲线上的积分为：

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \pm\mu_0 I$$

其中L是一空间中的闭合曲线，$d\vec{l}$是L上的有方向的一小段，μ_0是真空的磁导率，I是穿过L围成的平面的总电流。

- 说明稳恒磁场是有旋场
- 在使用的时候，注意判断方向！当右手大拇指朝向总方向，L的方向顺着右手四指时，积分应当是正的。
- 仅对**无限长的导线**或者**形成环路的导线**成立，而对**一段导线**或电流元不成立
- 无论电流是以何种方向穿过平面的，只要是在L之内，都可以这么计算

安培环路定理可以用于计算磁感应强度

第6节 磁场与实物的相互作用

磁场对运动电荷的作用

洛伦兹力：见第1节

霍尔效应：见恒定磁场常见模型：霍尔效应

磁致聚焦：见在磁场中运动的带电粒子

磁场对载流导线的作用

磁场对某段载流导线产生的力的作用为：

$$\vec{F} = \int_L \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} = (I\vec{L}) \times \vec{B}$$

其中$\vec{L}$是从电流流入点到电流流出点的距离矢量

均匀磁场对平面闭合载流线圈的作用

不会产生合外力，会产生力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

其中$\vec{m}$是线圈的磁偶极矩

这种作用总是会使得磁偶极矩（及其产生的磁场）方向朝向外部磁场的方向

第7节 磁介质

物质的磁性

将磁介质放入磁感应强度为$\vec{B}_0$的磁场中，实验上可以观测各种物质内部的磁场$\vec{B}$与原磁场$\vec{B}_0$的关系

定义相对磁导率：

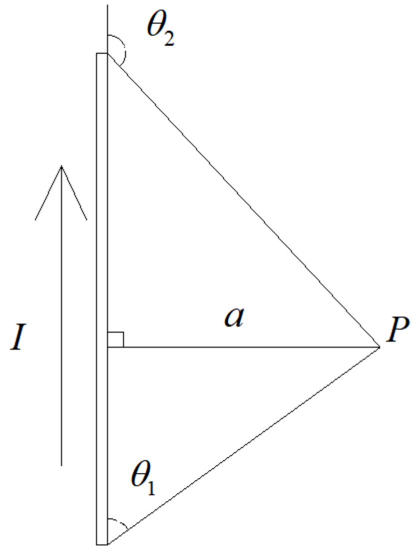
$$\mu_r = \frac{\left|\vec{B}\right|}{\left|\vec{B}_0\right|}$$

$\mu_r > 1$时表示该物质为顺磁质，$\mu_r < 1$表示抗磁质，$\mu_r >> 1$表示铁磁质
真空也可以视为一种磁介质，其相对磁导率为1

（疑惑：顺磁质和铁磁质有没有本质区别？）

恒定磁场常见模型

载流直导线激发的磁场



载流导线在某点P激发的磁场大小为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cdot (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

其中a为P与导线的距离，θ_1, θ_2为P点与导线两端的连线与导线形成的夹角（θ_1在三角形内侧，θ_2在三角形外侧）

对于无限长的直导线：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

计算方法：由毕奥-萨伐尔定律积分得到

圆电流激发的磁场

电流为I，半径为R的圆形导线对其轴线上，与圆心相距x的P点激发的总磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

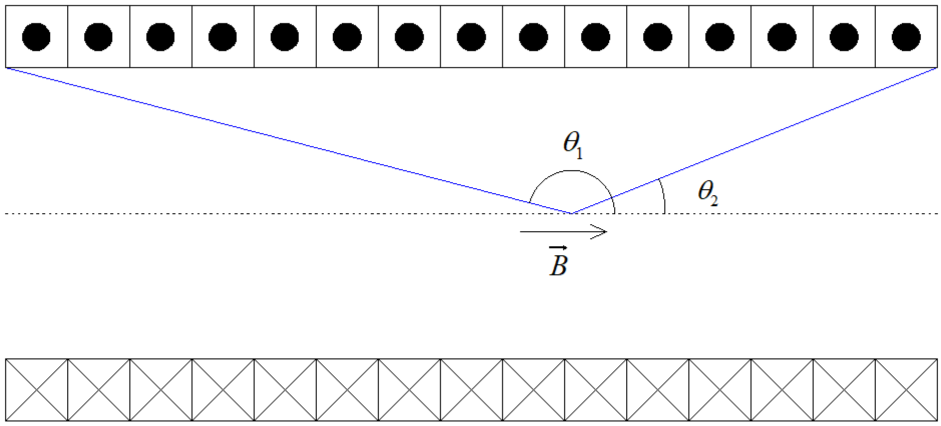
特别地，在$x = 0$时，$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
在$x >> R$时，$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$

可以设$\vec{m} = I\vec{S}$，这称为**磁偶极子**，其激发的磁感应强度可以表示为

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi r^3}$$

（轴线上）

螺线管



$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)\to\mu_0 nI$$

其中$n=\frac{N}{l}$为螺线管的匝数密度

只在螺线管的长度不为0时可用，长度为0时转用圆电流

由对称性分析：无限长直螺线管内磁感应强度方向平行于轴，管外磁感应强度为0（为什么）

由安培环路定理：对于较长的螺线管，内部距轴心距离不同的地方，其磁感应强度也是相同的

在磁场中运动的带电粒子

不考虑重力等其他力，则：

- 若$\vec{v}\parallel\vec{B}$：匀速直线运动
- 若$\vec{v}\perp\vec{B}$：圆周运动

  运动方程：$qvB=\frac{mv^2}{R}$

  $R=\frac{mv}{qB},T=\frac{2\pi m}{qB}$
- 一般情形：分解为平行方向和垂直方向考虑，轨迹为螺旋前进

霍尔效应

在一个通有电流的导体或半导体板上，若垂直于板面施加一磁场，则在与电流和磁场都垂直的方向上，板面两侧会出现微弱电势差。

这是因为其中的载流子受到磁场力的作用朝向导体一侧运动。