# 大学物理（下）笔记

## 部分常用物理常量的计算值

| 物理量 | 计算用值 | 物理量 | 计算用值 |
|---|---|---|---|
| 真空中的光速 | $c = 3.0\times10^{8}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ | 引力常量 | $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$ |
| 重力加速度 | $g = 9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ | 元电荷 | $e = 1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$ |
| 电子静质量 | $m_\mathrm{e} = 9.91\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$ | 电子荷质比 | $-e/m_\mathrm{e} = -1.76\times10^{11}\ \mathrm{C\cdot kg^{-1}}$ |
| 电子经典半径 | $r_\mathrm{e} = 2.82\times10^{-15}\ \mathrm{m}$ | 质子静质量 | $m_\mathrm{p} = 1.673\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$ |
| 中子静质量 | $m_\mathrm{n} = 1.675\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$ | 真空介电常数 | $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$ |
| 真空磁导率 | $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$ | 阿伏伽德罗常数 | $N_\mathrm{A} = 6.02\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$ |
| 摩尔气体常量 | $R = 8.31\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$ | 玻尔兹曼常量 | $k = 1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$ |
| 理想气体摩尔体积（标准状况） | $V_\mathrm{m} = 22.4\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\cdot mol^{-1}}$ | 标准大气压 | $1\ \mathrm{atm} = 1.01\times10^{5}\ \mathrm{Pa}$ |
| 普朗克常量 | $h = 6.63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$ | 康普顿波长 | $\lambda_c = 2.43\times10^{-12}\ \mathrm{m}$ |

wr按：
这一部笔记，主要记录学习过程中的一些想法，以便后续查看时能回忆起当时的理解，并加深印象。实际上并不全面，只是自己想到的一些东西。

## *Chapter9*　恒定磁场

### 一、毕奥-萨伐尔定律

磁场和电场在很多性质上是有共性的，很多时候可以拿它们两个相互对比。

恒定磁场最基础的公式是毕奥-萨伐尔定律：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{e}_r}{r^2} \tag{9.1}$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\mathrm{T\cdot m/A}$，这个常数可以记忆一下。基于此，我们能够计算到电流为$I$的长直载流导线在距离其为$r$处激发的磁场为

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) \tag{9.2}$$

其中$\varphi_1,\varphi_2$是该点与导线两端的连线和导线所成的夹角。无限长直载流导线激发的磁场，其实就是(9.1)式在$\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \pi$时的情况：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{9.3}$$

通过毕奥-萨伐尔定律，还能够算得半径为$R$的圆环电流$I$在其轴线上坐标为$x$的点处产生的磁场大小

$$B = \frac{\mu_0 I}{2(R^2+x^2)^{3/2}} \tag{9.4}$$

这个能够自行推导，感觉就足够了，倒也不是特别好记。

二、磁偶极子

磁偶极子可以认为是一个平面环形电流，只有当这个环的线度在问题中可以忽略时，才能把它作为磁偶极子处理。

这很容易让我们联想到电偶极子。两者之间的对比如下：

**表 电偶极子与磁偶极子对比**

| | 电偶极子 | 磁偶极子 |
|---|---|---|
| 定义式 | $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}=ql\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}$ | $\boldsymbol{m}=I\boldsymbol{S}=IS\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$ |
| 激发的电磁场 | 中垂面上的电场 $\boldsymbol{E}=-\dfrac{\boldsymbol{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ | 中垂线上的磁场 $\boldsymbol{B}=\dfrac{\mu_0\boldsymbol{m}}{2\pi r^3}$ |
| 在电磁场中受到力矩 | 在电场$\boldsymbol{E}$中 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$ | 在磁场$\boldsymbol{B}$中 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{B}$ |

电偶极子在电场中受到力矩作用，达到稳定平衡状态时电矩与电场方向相同，能够解释有极分子的取向极化；磁偶极子在磁场中受到力矩作用，达到稳定平衡状态时磁矩与磁场方向相同，能够解释顺磁质的磁化。

三、磁场的高斯定理与安培环路定理

磁场的高斯定理

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \tag{9.5}$$

说明磁场是无源场，这在本质上是因为不存在所谓“磁单极子”或者叫做“磁荷”的东西。而静电场是由“电荷”所激发的，所以静电场是有源场：

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{q}{\varepsilon_0} \tag{9.6}$$

在恒定磁场中，安培环路定理也经常被应用：

$$\oint_L \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0 I \tag{9.7}$$

四、洛伦兹力与安培力

主要想谈谈其矢量式中各个量摆放顺序的问题。

洛伦兹力

$$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \tag{9.8}$$

安培力

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} \tag{9.9}$$

观察(9.8)式和(9.9)式，发现它们都能写成“电量·运动量×场量”的形式。其中粗体为矢量。

五、磁化强度$\boldsymbol{M}$与磁场强度$\boldsymbol{H}$

我们通常习惯于用磁感应强度$\boldsymbol{B}$来描述磁场，用电场强度$\boldsymbol{E}$来描述电场。当电磁场中存在介质的时候，这种描述方法是不好的。

磁化强度$\boldsymbol{M}$与磁场强度$\boldsymbol{H}$是为了研究磁介质的磁化，在磁感应强度$\boldsymbol{B}$的基础上上又增加的两个磁场量。在研究电介质的极化时也曾引入电极化强度$\boldsymbol{P}$和电位移矢量$\boldsymbol{D}$.下面对这些量进行对比分析。

**1.**磁化强度$\boldsymbol{M}$与电极化强度$\boldsymbol{P}$

磁化强度$\boldsymbol{M}$的定义与电极化强度$\boldsymbol{P}$的定义式非常相似：

$$\boldsymbol{M} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{m}_i}{\Delta V} \qquad \boldsymbol{P} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{p}_i}{\Delta V} \tag{9.10}$$

磁化强度$\boldsymbol{M}$描述磁介质受到磁化的情况，而磁介质磁化时伴有磁化电流$I'$.所以这两者还是有联系的：

$$\oint_L \boldsymbol{M} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I' \tag{9.11}$$

其中，$\sum I'$表示穿过环路$L$的所有磁化电流之和。

类似地，电极化强度$\boldsymbol{P}$描述电介质在外电场中产生的极化情况，而电介质极化时会产生束缚电荷$q'$.这两者有如下的联系：

$$\oint_S \boldsymbol{P} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\sum q' \tag{9.12}$$

其中，$\sum q'$表示高斯面$S$内所有的束缚电荷之和。式(9.11)与(9.12)在形式上非常相似，需要注意的是式(9.12)多出了一个负号。

**2.**磁场强度$\boldsymbol{H}$和电位移矢量$\boldsymbol{D}$

磁场强度$\boldsymbol{H}$，给我带来的直观感受是，它是磁感应强度$\boldsymbol{B}$在磁介质存在情况下，为了保证某种连续性而定义的表征磁场的量。这是它的定义式

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_r\mu_0} = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu} \tag{9.13}$$

可以看到，连接磁场强度$\boldsymbol{H}$与磁感应强度$\boldsymbol{B}$的桥梁是磁导率$\mu$.

在没有磁介质的情况下，磁感应强度$\boldsymbol{B}$在空间内是连续的，因此磁感线也是连续的。但是，在有磁介质的情况下，磁感应强度矢量$\boldsymbol{B}$将会失去它的空间连续性，也就是说，$\boldsymbol{B}$会在不同磁介质的交界处发生跳变。这一跳变是不同的磁导率造成的。不过这个时候$\boldsymbol{H}$却具有空间连续性，因此用它描述磁场是比较理想的。

当然，对于电场强度$\boldsymbol{E}$和电极化强度$\boldsymbol{D}$来说，上面的性质也是成立的。在空间中存在电介质的情况下，$\boldsymbol{E}$的空间连续性将失去，$\boldsymbol{D}$的空间连续性将被保留。教材中对于$\boldsymbol{D}$的引入是下式：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \tag{9.14}$$

我认为这样的引入很不妥当。可以给出类似式(9.13)的定义：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E} \tag{9.15}$$

从式(9.15)能够看到，电位移矢量$\boldsymbol{D}$与电场强度$\boldsymbol{E}$之间是通过介电常数$\varepsilon$联系起来的。

此外，我们发现磁场强度$\boldsymbol{H}$与磁化强度$\boldsymbol{M}$具有相同的量纲，实际上也有积分式

$$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I \tag{9.16}$$

其中，$\sum I$表示穿过环路$L$的所有传导电流之和。我们大致能够得出这样的结论：$\boldsymbol{H}$描述的是空间某点本来的磁场，$\boldsymbol{M}$描述这一点由磁介质产生的磁场，$\boldsymbol{B}$是由前面两个磁场叠加得到的、描述该点实际磁场情况的物理量。这正如式(9.17)所描述的那样。

$$\oint_L (\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum (I + I') = \oint_L \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{9.17}$$

类似地，在存在电介质的电场中，我们也有式(9.18)和式(9.19).

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q \tag{9.18}$$

$$\oint_S (\boldsymbol{D} - \boldsymbol{P}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum (q + q') = \oint_S \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{9.19}$$

式(9.18)中，$\sum q$表示高斯面$S$内所有的自由电荷之和。

六、磁化电流面密度

首先应指出，电流面密度不是电流密度。通常意义上的电流$I$单位是A，流过一根直线，沿着电流垂面方向截得一个点。电流流过一个平面时，沿着电流垂面方向截得一条直线，因此用电流面密度$i$描述，单位A/m.电流流过一个立体时，沿电流垂面方向截得一个平面，因此用电流密度$j$描述，单位$\mathrm{A/m^2}$.

磁化电流是上面的第二种，用磁化电流面密度$i_\mathrm{m}$描述。一般要求$i_\mathrm{m}$有两种思路，第一种是根据定义：

$$i_\mathrm{m} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}L} = \frac{I}{L} \tag{9.20}$$

其中$i_\mathrm{m} = \dfrac{I}{L}$只适合于电流沿$L$均匀分布的情况。如果题目中给出了，或者可以求得磁化强度$\boldsymbol{M}$，也可以采用第二种求法：

$$\boldsymbol{i}_\mathrm{m} = \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{e}_\mathrm{n} \tag{9.21}$$

其中$\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$是磁介质表面法向单位矢量。此时磁化电流面密度的大小$i_\mathrm{m} = M$.

## $Chapter 10$　电磁感应

一、感应电动势

电源电动势，是非静电场场强$\boldsymbol{E}_\mathrm{k}$从负极到正极的曲线积分：

$$\mathscr{E} = \int_-^+ \boldsymbol{E}_\mathrm{k} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{10.1}$$

比如动生电动势的情况下，就有$\boldsymbol{E}_\mathrm{k} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$，此时的非静电力是洛伦兹力。有些情况这种非静电力分散在回路的各个角落，分不清电源正负极，那么

$$\mathscr{E} = \oint_L \boldsymbol{E}_\mathrm{k} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{10.2}$$

沿着闭合回路积分即可。动生电动势中，如果金属导体本身构成了回路，就适用式(10.2).感生电动势也属于这种情况，非静电场是感应电场，感应电动势分布在导体的各个部分。

感应电场具有有旋场的性质，是一个非保守场，当然不能引入电势的概念。但是，对于感应电场中的导体，我们仍然可以研究导体上$a$点与$b$点的电势差是多少，因为这里的“电势”是针对导体内部电场而言的，由于导体电阻的压降，其内部的电场仍然是一个保守场。

不过，所求的电动势如果是感应电动势的话，除了电动势的定义，也不要忘掉唯一真神——法拉第电磁感应定律：

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{10.3}$$

如果导体构成的回路不随时间变化，即$S$是常量，那么式(10.3)也可以写成：

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = -\int \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{10.4}$$

这个在感生电动势中使用得比较多。

二、磁场能量

和电场一样，磁场本身也具有能量。

**表 电场和磁场能量对比**

| | 电场 | 磁场 |
|---|---|---|
| 能量 | 电容中 $W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}CU^2$ | 电感中 $W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}LI^2$ |
| 能量密度 | $w_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$ | $w_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H} = \frac{B^2}{2\mu}$ |

三、麦克斯韦方程组（**Maxwell's Equations**）

麦克斯韦方程组的前两式表示了电场、磁场本身的特性。电场有源，磁场无源：

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q = \int_V \rho \mathrm{d}V \tag{10.5}$$

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{10.6}$$

式III是经典的“磁生电”：

$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{10.7}$$

个人感觉麦克斯韦方程组的核心是位移电流概念的引入。空间中电位移矢量的变化$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$（单位$\mathrm{A/m^2}$）具有和传导电流$I$一样的磁效应，从而修正了安培环路定理：

$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = I + I_d = \int_S (\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{10.8}$$

这是方程组的式IV，定量描述“电生磁”。

同时，注意位移电流是真实存在的。意思不是说位移电流是一种真正意义上的电流，这是一个比较抽象的事情。

## $Chapter 11$ 振动与波动

一、关于频率相同、方向垂直的简谐运动合成

运动可以用参数方程描述：

$$\begin{cases} x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases} \tag{11.1}$$

我们已经知道消去$t$后的运动方程是

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \tag{11.2}$$

可以是这样推导的。记$\theta_1 = \omega t + \varphi_1, \theta_2 = \omega t + \varphi_2$.

$$\begin{aligned} \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) &= \sin^2(\theta_2 - \theta_1) \\ &= (\sin\theta_2 \cos\theta_1 - \cos\theta_2 \sin\theta_1)^2 \\ &= (1 - \cos^2\theta_2)\cos^2\theta_1 + (1 - \cos^2\theta_1)\cos^2\theta_2 - 2\cos\theta_1\cos\theta_2\sin\theta_1\sin\theta_2 \\ &= \cos^2\theta_1 + \cos^2\theta_2 - 2\cos\theta_1\cos\theta_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) \\ &= \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\theta_2 - \theta_1) \\ &= \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned} \tag{11.3}$$

二、关于阻尼振动

阻尼振动的方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + 2\beta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = 0 \tag{11.4}$$

书上只说明了在弱阻尼情况下($\beta < \omega_0$)的通解：

$$x = A_0 \mathrm{e}^{-\beta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}t + \varphi_0) \tag{11.5}$$

实际上我们可以对微分方程(11.4)进行求解。它的特征方程是：

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0 \tag{11.6}$$

这是一个一元二次方程，判别式$\Delta = 4(\beta^2 - \omega_0^2)$.

在弱阻尼($\beta < \omega_0$)情况下，$\Delta < 0$，记$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$，式(11.6)有共轭复根

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \omega \mathrm{i} \tag{11.7}$$

从而得到(11.4)的解为$x = \mathrm{e}^{-\beta t}(C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t)$.这一形式同式(11.5).

在过阻尼($\beta > \omega_0$)情况下，$\Delta > 0$，记$\omega' = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$，式(11.6)有两根

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \omega' \tag{11.8}$$

此时运动方程(11.4)的解的形式为

$$x = \mathrm{e}^{-\beta t}(A_1\mathrm{e}^{\omega' t} + A_2\mathrm{e}^{-\omega' t}) \tag{11.9}$$

在临界阻尼($\beta = \omega_0$)情况下，$\Delta = 0$，此时(11.6)有重根

$$\lambda_{1,2} = -\beta \tag{11.10}$$

也可以由此得到运动方程(11.4)的解为

$$x = \mathrm{e}^{-\beta t}(A_0 + A_1 t) \tag{11.11}$$

可以统一(11.4)的解的形式为$x = \mathrm{e}^{-\beta t}f(t)$.临界阻尼情况下的$f(t)$是多项式，过阻尼情况下的$f(t) \sim \mathrm{e}^{|\omega'|t}$ 是指数阶，所以临界阻尼衰减得比过阻尼快。

三、波的能量

机械波$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi]$在密度为$\rho$的介质中传播时，在任意时刻，某一质元的动能和势能都是相等的。

波的平均能量密度$\overline{w} = \dfrac{1}{2}\rho A^2\omega^2$.

波的平均能流密度$I = \overline{w}u = \dfrac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$.

四、多普勒效应

当波源（Source）和接收器（Receiver）以接近速度$v_S$和$v_R$相对运动时，有

$$\nu_R = \frac{u + v_R}{u - v_S}\nu_S \tag{11.12}$$

这是机械波的多普勒效应，观测者体现在分子，波源体现在分母。其实为了方便记忆，可以将式(11.12)变形为式(11.13)：

$$\frac{\nu_R}{u + v_R} = \frac{\nu_S}{u - v_S} \tag{11.13}$$

接收器在左边，波源在右边。至于$v_R, v_S$前的符号，可以根据常识推断。

如果是电磁波的多普勒效应，那就需要考虑相对论因素：

$$\nu_R = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}\nu_S \tag{11.14}$$

方便记忆，也可以变形为如下形式：

$$\frac{\nu_R}{\sqrt{c + v}} = \frac{\nu_S}{\sqrt{c - v}} \tag{11.15}$$

五、其他想说的

劲度系数分别为$k_1, k_2$的两根轻弹簧，首尾相连（串行连接）构成劲度系数为$\dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$的弹簧。如果是把头与头相连、尾与尾相连（并行连接），则构成劲度系数为$k_1 + k_2$的弹簧。

## $Chapter 13$　波动光学

波动光学，由于之前并未过多接触，所以看起来公式量有些多。但其实也还好，每个知识点都记住一些个核心公式就好了，然后从这些比较核心的公式，以比较小的代价去推导其他的公式。

这一章需要牢牢扣住光程差$\delta$这一个要点。光程差可以与相位差产生联系：

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi \tag{13.1}$$

从而判断两束光波在某处的叠加情况。这一章的另外一个要点是近似处理。

一、双缝干涉（杨氏双缝干涉）

距离为$d$的两个小孔，将它们看作两个初相位相同的光源，它们发出的光的强度在距离为$D$的屏幕上发生相干叠加。光程差：

$$\delta = nr_1 - nr_2 \approx nd\sin\theta \tag{13.2}$$

式(13.2)是双缝干涉的基本公式，约等号处使用了近似处理。可以由它推导其他公式。

由于$\theta$很小，近似有$\sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta = \dfrac{x}{D}$，其中$x$是干涉点到屏幕中心店的距离。将其与代入式(13.2)，就有：

$$\delta = nd\sin\theta \approx \frac{ndx}{D} \tag{13.3}$$

由$Chapter11$的内容，能够比较容易地想到下面的情况：

$$\Delta\varphi = \begin{cases} 2k\pi & \text{合振幅极大,} \\ (2k-1)\pi & \text{合振幅极小.} \end{cases} \tag{13.4}$$

所以，结合式(13.1)，得到

$$\delta = nd\sin\theta = \begin{cases} k\lambda & \text{光强极大,} \\ (k-\dfrac{1}{2})\lambda & \text{光强极小.} \end{cases} \tag{13.5}$$

显然光强极大对应明纹，光强极小对应暗纹。

除了上述方法，也可以只记下面的公式：

$$I_\theta = I_0\cos^2\beta \tag{13.6}$$

其中的$\beta = \dfrac{\pi nd\sin\theta}{\lambda}$.一般实验都在$n \approx 1$的空气中进行，$\beta = \dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$.显然，$\cos^2\beta = 1$对应明纹，$\cos^2\beta = 0$对应暗纹。

二、分振幅干涉

先考虑等倾干涉，同样可以记住一个基本公式：

$$\delta = 2nd\cos\gamma \tag{13.7}$$

实际如果两个反射面中只有一处发生半波损失，$\delta$还应该加上$\dfrac{\lambda}{2}$.这个公式当然可以现场推导，但是花费的时间会比较多，建议记住。可以通过这个推导明暗纹条件。

等厚干涉就是对每一个厚度$d$，都考虑式(13.7)，每个厚度对应相同的一个光程差$\delta$.

对于等倾干涉来说，$\gamma$是一个变量，$\delta$随$\gamma$的变化而不同，因此相同$\gamma$的点（一个一个同心圆）对应相同的$\delta$，从而干涉情况相同。对于等厚干涉来说，$\gamma = 0$（即只考虑正入射），但是$d$是变量，$\delta$随$d$的变化而不同，因此相同$d$的点（一系列平行线）对应相同的$\delta$，从而干涉情况相同。

三、单缝衍射（单缝夫琅禾费衍射）

公式的推导略显复杂，我们只需要记住结果：产生与狭缝平行的干涉条纹，强度为

$$I_\theta = I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \tag{13.8}$$

如果实验在$n=1$的环境下进行，$\alpha = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$.如果$n\neq 1$也一样，$\lambda$代表在介质中的波长。根据该式可以推出各暗纹（极小）的位置，明纹（极大）的位置也可以近似地计算。

四、多缝衍射

多缝衍射需要同时考虑干涉和衍射的结果，光强公式为：

$$I_\theta = I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta})^2 \tag{13.9}$$

$\alpha$是和衍射有关的参数，$\beta$是和干涉有关的参数。实际上，当$N=2$时，式(13.9)变为

$$I_\theta = 4I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2\cos^2\beta \tag{13.10}$$

这个和双缝衍射的$I_\theta = I_0(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha})^2\cos^2\beta$具有相同的形式。

$\boxed{\mathbb{T}\text{he } \mathbb{E}\text{nd.}}$