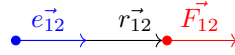


# 1 AULA 1

## 1.1 Lei de Coulomb



A força entre duas cargas pontuais  $q_1$  e  $q_2$  é dada por

$$\vec{F}_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{r_{12}}$$

onde

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$K_e = 9 * 10^9 NC^{-2}m^{-2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi * 9 * 10^9} = 8.85 * 10^{-12} N^{-1}C^2m^{-2}$$

$\epsilon_0$  é conhecida como a permissividade do vácuo

## 1.2 Força Elétrica vs Força Gravítica

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, F_e = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

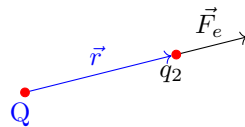
A força entre dois prótons afastados por uma distância d

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{9 * 10^9 \frac{(1.6 * 10^{-19})^2}{d^2}}{6.7 * 10^{-11} \frac{(1.7 * 10^{-27})^2}{d^2}} = 10^{36}$$

Isto é, a interação elétrica entre os dois prótons é  $10^{36}$  vezes maior que a interação gravítica entre eles, logo para partículas carregadas a interação gravítica é desprezável

## 1.3 Campo Elétrico

O campo elétrico ( $\vec{E}$ ) é a força por unidade de carga através do efeito de uma carga q sobre o espaço à sua volta. Este é dado pela divisão da lei de coulomb por  $q_2$ .

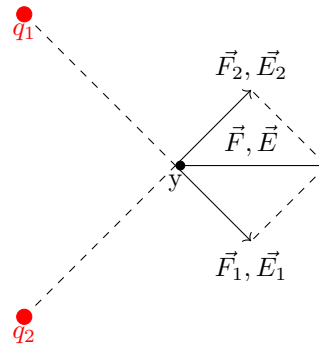


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

## 1.4 Princípio de Sobreposição

A força total das forças aplicadas numa carga é igual a soma vetorial de todas as forças que lhe são aplicadas por outras partículas



$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$$

## 1.5 Distribuição Contínua de Carga

As cargas são discretas, mas num corpo carregado as suas distâncias são tão pequenas que não as conseguimos distinguir umas das outras. É então útil passar a tratar essas cargas como uma distribuição contínua

### 1.5.1 Ao Longo de uma linha (1D)

A distribuição da carga é representada por  $\lambda$ [C/m] medido em coulombs por metro

$$dq = \lambda dl$$

### 1.5.2 Numa Superfície (2D)

A distribuição da carga é representada por  $G$ [C/m<sup>2</sup>] medido em coulombs por metro quadrado

$$dq = G ds$$

### 1.5.3 Num Volume (3D)

A distribuição da carga é representada por  $\rho$  [C/m<sup>3</sup>] medido em coulombs por metro cúbico

$$dq = \rho dv$$

O campo elétrico criado por cada dq, sendo dq pontual é dado por:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

e aplicando o princípio da sobreposição,

$$\vec{E} = \int_{objeto} d\vec{E}$$

concretizando-se para cada um dos casos

$$1D : \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Gamma} \frac{\lambda dl}{r^2}$$

$$2D : \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{G dl}{r^2}$$

$$3D : \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho dl}{r^2}$$

## 1.6 Trabalho Do Campo Magnético

Carga Pontual

$$\begin{aligned} dw &= \vec{F} \cdot d\vec{l} \\ w &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \\ &= \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \vec{e}_r \cdot (dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + r \sin \theta d\phi \vec{e}_\phi) = \\ &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Qq \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_a}^{r_b} = \\ &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \end{aligned}$$

Que não depende do caminho!!!!

### 1.6.1 Para um caminho fechado

$$w = \int_1 dw = \int_2 dw \implies \oint dw = 0$$

Se fizermos por unidade de carga:

$$\frac{dw}{q} = \vec{E}_Q \cdot d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \implies \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Pelo Teorema de Stokes

$$\oint_{\rho} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{n} ds = 0 \implies \underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{E}}_{\text{Rotacional}} = 0$$

Relembrar

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} &= \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

### 1.6.2 Campo de Múltiplas Cargas

$$\oint \left( \sum \vec{E}_i \right) \cdot d\vec{l} = \oint \sum \left( \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \right) = \sum \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$
$$\sum 0 = 0$$

Agora que já sabemos que a força elétrica é conservativa, o trabalho realizado para mover uma carga de um ponto A para um ponto B é igual á energia ganha pelo sistema quando a partícula vai de A para B.