Universität Augsburg
Institut für Physik

Fehlerrechnung
Übungsblatt

Vorname: Julia Mariella

Nachname: Wiest

Studiengang: Lehramt Physik vertieft (24 Versuche)

Semester: WS 2024/2025

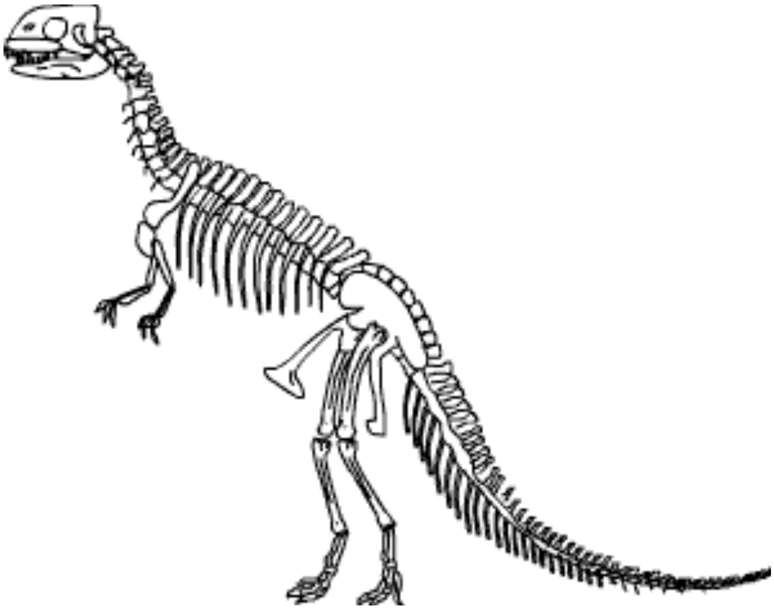

Abb. 1: Dinosaurier-Skelett (Alter: 72.000.003 Jahre)

Der Museumsführer erklärt:
„Das Dinosaurier-Skelett hat ein Alter von 72.000.003 Jahren.“

Ein Besucher fragt:
„Woher wissen Sie das so genau?“

Museumsführer:
„Ich habe hier vor 3 Jahren angefangen. Damals sagte man mir, das Skelett sei 72.000.000 Jahre alt.“

1. Wie bewerten Sie folgende Aussagen?

1.1 Die Verteilung von Messwerten gehorcht immer einer Gaußverteilung.

- (●) richtig
- ( ) falsch

1.2 Gegeben sei das Ergebnis: $m = (50{,}00 \pm 0{,}04)$ g
50,00 g ist Unsinn, man sollte 50 g schreiben.

- ( ) richtig
- (●) falsch

1.3 Gegeben sei das Ergebnis: $m = (50{,}00 \pm 0{,}04)$ g
Der wahre Wert von m liegt innerhalb des angegebenen Fehlerintervalls.

- (●) richtig
- ( ) falsch

1.4 Ein Längenmessverfahren hat einen **statistischen** Messfehler von 4 mm.
Man kann damit eine Länge auf 1 mm bestimmen

- (●) richtig
- ( ) falsch

1.5 Ein Längenmessverfahren hat einen **systematischen** Messfehler von 4 mm.
Man kann damit eine Länge auf 1 mm bestimmen?

- ( ) richtig
- (●) falsch

1.6 Der Fehler eines Messwertes lässt sich immer durch eine Messreihe ermitteln.

- ( ) richtig
- (●) falsch

Universität Augsburg
Institut für Physik

2. Dimensionen und Einheiten

2.1 Seien a, b und c unabhängige physikalische Größen mit unterschiedlichen Einheiten. Welche der folgenden Kombinationen bezeichnen wieder eine physikalische Größe?

- [ ] $a + b + c$
- [x] ab
- [ ] $a / (b - c)$
- [ ] a / a
- [x] $\sin (a / b)$

2.2 In den folgenden Gleichungen sei der Abstand x in m, die Zeit t in s und die Geschwindigkeit v in m/s gegeben.
Bestimmen Sie die Einheiten der Konstanten C_1, C_2 und gegebenenfalls C_3.

$x = C_1 + C_2 t$	$[C_1] =$ m	$[C_2] =$ m/s	
$t = \sqrt{\frac{x}{C_1} + C_2}$	$[C_1] =$ m/s^2	$[C_2] =$ s^2	
$x = C_1 \sin(C_2 t + C_3)$	$[C_1] =$ m	$[C_2] =$ 1/s	$[C_3] =$ --
$v = C_1 e^{C_2 x}$	$[C_1] =$ m/s	$[C_2] =$ 1/m	
$t = C_1 (C_2 v + x)$	$[C_1] =$ s/m	$[C_2] =$ s/m	
$t = C_1 \frac{x}{v} + C_2$	$[C_1] =$ 1/s	$[C_2] =$ s	

2.3 Dividiert man eine physikalische Größe durch ihre Einheit, so erhält man?

- ○ Unsinn
- ◉ Eine reine Zahl
- ○ Die physikalische Größe selbst
- ○ Eine neue physikalische Größe
- ○ Eine neue Einheit

2.4 Sortieren Sie folgende Messgeräte nach der (vermuteten) **relativen** maximalen Messgenauigkeit und geben Sie diese als Schätzwert an:

1.	2.	3.	4.		Schätzwert in %:
○	⊙	○	○	Quecksilberbarometer	0,1 bis 0,5
⊙	○	○	○	Digitalvoltmeter	0,01 bis 0,1
○	○	⊙	○	Stoppuhr	0,5 bis 2,0
○	○	○	⊙	2m-Maßband	1,0 bis 5,0

3. Bewertung eines Ergebnisses

3.1 Der Rechner liefert die folgenden Werte für das Ergebnis $\bar{x}$ und den Fehler Δx :

$\bar{x}$ = 3,4563267 m Δx = 0,0329453 m

Wie wird das Ergebnis korrekt notiert?

x = (3,45 ± 0,03) m

3.1 Im Internet findet man, der Eiffelturm sei 300,51 m hoch. Was ist von der Genauigkeit der Angabe zu halten?

- Temperatur: Metall dehnt sich bei Hitze im Sommer aus und zieht sich bei Kälte im Winter zusammen. Damit erscheint die Angabe von Zentimetern bzw. Millimetern eher unsinnig. Die Angabe der Außentemperatur bei Durchführung der Messung erscheint dagegen sinnvoll.

- Referenzpunkte der Messung: Es gilt vorher zu klären, ob vom Boden zur höchsten Plattform, oder zur Spitze des Turms oder sogar bis zur Spitze der Antenne gemessen werden soll.

- Fazit: Eine Angabe von 300 m in Relation der Temperatur- und Messgenauigkeit scheint im Kontext realistisch zu sein.

Universität Augsburg
Institut für Physik

4. Messgeräte

4.1 Winkelmessung

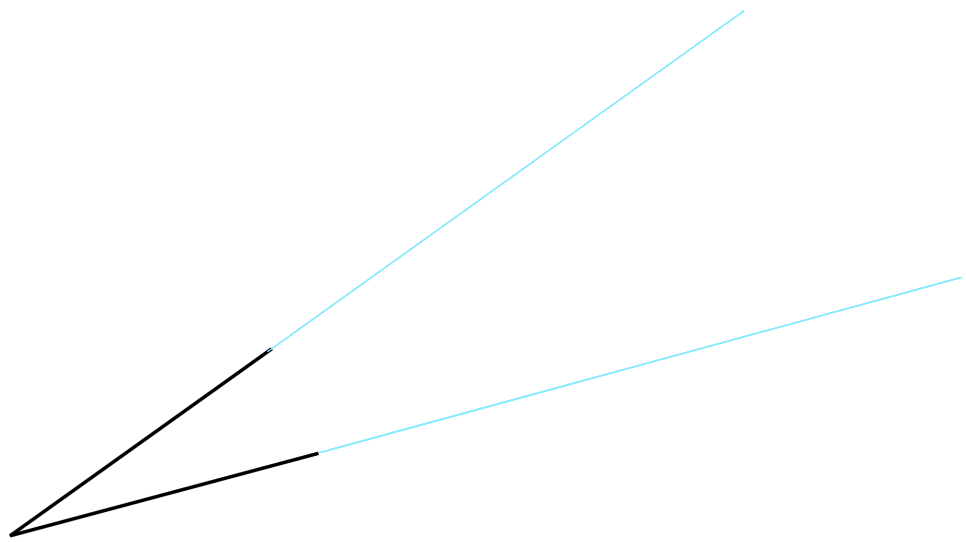

Abb. 2: Skizze für Winkelmessung

Bestimmen Sie den Winkel inklusive Messfehler mit einem Winkelmesser (Geodreieck).

α = (20,00 ± 1,00) °

Wie kann man die Genauigkeit steigern?

Wiederholtes Messen, Skala auf Augenhöhe ablesen, gute Beleuchtung, Verlängerung der Linien des aufgezeichneten Winkels, damit die Skala des Geodreiecks direkt darüber liegt, um die Linien nicht "gedanklich" verlängern zu müssen

Wie können Sie den Winkel ohne Winkelmesser bestimmen?

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt im Schnittpunkt der beiden Geraden, welche den Winkel bilden ein. Unterteile den Kreis in bekannte Referenzwinkel (90°, 45°, ...) und schätze so den Winkel ab.

4.2 Analogmessgeräte

Wie groß ist der Messwert und welchen Ablesefehler schätzen Sie ab?

$U = ($ 343,00 $\pm$ 2,00 $)$ V

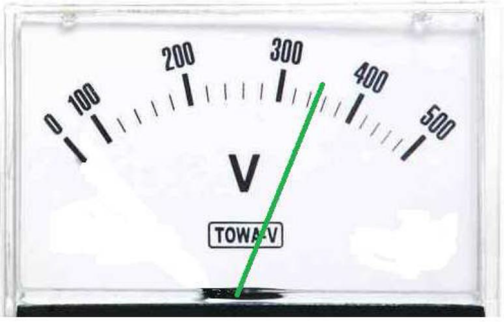

Abb. 3: Analoges Voltmeter

4.3 Digitalmessgeräte

Wie groß ist der Messwert und welchen Ablesefehler schätzen Sie ab?

$t = ($ 0,07 $\pm$ 0,01 $)$ s

Abb. 4: Digitale Stoppuhr

Reaktionszeiten mit einer Stoppuhr liegen etwa bei 0,2 bis 0,3 s (→ statistischer Fehler!). Überlegen Sie, wie Sie mithilfe eines Lineals und einer anderen Person Ihre Reaktionszeit messen können. Gibt es noch andere (einfache) Methoden?

Linealmethode: Das Lineal wird von einer Person vertikal, sodass die Nullmarkierung nach unten zeigt. Diese lässt nun ohne Vorwarnung das Lineal los, wobei die andere Person das Lineal so schnell wie möglich durch zugreifen fangen soll. An der Skala kann nun abgelesen werden, bei wie viel Zentimetern das Lineal gefangen wurde und kann daran verglichen werden.

Universität Augsburg
Institut für Physik

5. Tricks

5.1 Trickreiches Abschätzen

Eine Faustformel besagt, dass ein Jahr $\pi \cdot 10^7$ Sekunden hat. Wie groß sind absoluter und relativer Fehler für ein Jahr mit 365 Tagen mit 24 Stunden. Ist der Fehler für ein Schaltjahr größer oder kleiner?

Normales Jahr: 365 d x 24 h x 60 min x 60 s = 31.536.000 s
Schaltjahr: 366 d x 24 h x 60 min x 60 s = 31.622.400 s
Faustformel: \pi x 10^7 s = 31.415.900 s
Absoluter Fehler 365 d: 31.536.000 s - 31.415.900 s = 120.100 s
Absoluter Fehler 366 d: 31.622.400 s - 31.415.900 s = 206.500 s
Relativer Fehler 365 d: 120.100 s x 100 % / 31.536.000 s = 0,381 %

5.2 Trickreiches Messen

Messen Sie die Dicke *D* eines Blattes eines Buches Ihrer Wahl und bestimmen Sie den Fehler. Wie gehen Sie vor?

Messen der Dicke D des Blattes mithilfe einer Schieblehre mittels Einklemmen des Blattes zwischen den Schenkeln der Schieblehre und ablesen der Werte auf deren Skala.
Wiederholung der Messung an verschiedenen Stellen des Blattes, z.B. 5x.
Berechne anschließend den Durchschnitt der Messungen mittels D_Durchschnitt: (D_1 + D_2 + ... + D_5)/5.

5.3 Trickreiche Methodik

Beschreiben Sie ein Experiment, um den Durchmesser des Moleküls einer Flüssigkeit abzuschätzen. Die zu untersuchende Flüssigkeit soll nicht wasserlöslich sein.

- Tropfe mit einer Pipette mehrere einzelne Tropfen in ein Gefäß, sodass sich die Tropfen nicht miteinander verbinden und wiege dies mit einer (Fein-)waage. Berechne die Oberflächenspannung durch: (m x g)/(N x d), wobei m die Masse der gewogenden Tropfen, g die Erdbeschleunigung, N die Anzahl der Tropfen und d der Durchmesser des Moleküls.
Der Durchmesser d lässt sich mittels des Volumens bestimmen: d = \sqrt[3]{6V / \pi}. Entnehme einer Tabelle für Oberflächenspannungen den Wert für die gesuchte Flüssigkeit und stelle die obige Gleichung nach d

5.2 Trickreiches Integrieren

Sie haben folgenden zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit *v*.

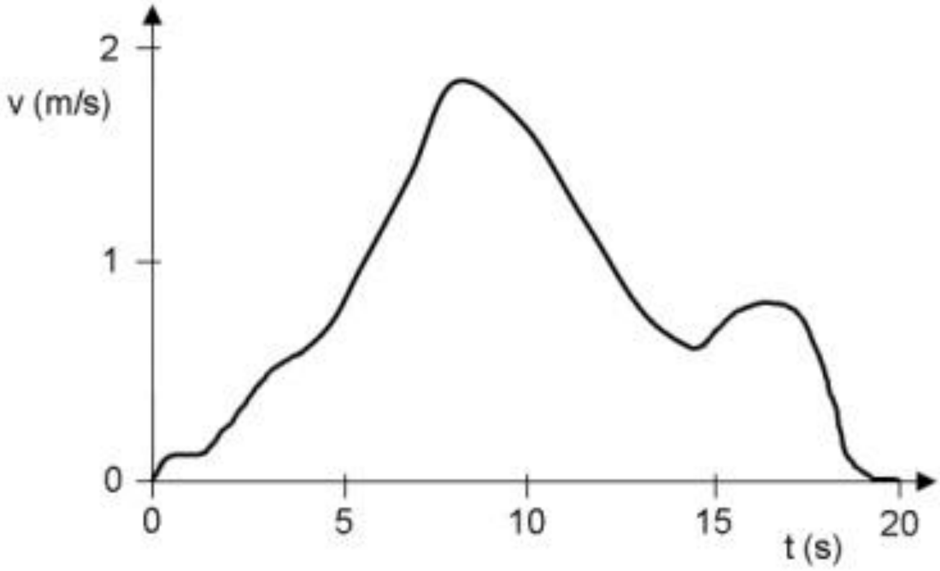

Abb. 5: Gemessene Geschwindigkeit *v* über die Zeit *t*

Wie wird der zurückgelegte Weg *s* berechnet?
Wie können Sie mit Hilfe einer Briefwaage und einer Schere den Wert für den nach 20 s zurückgelegten Weg leicht bestimmen. Schätzen Sie den Fehler für diese Methode ab.

Der zurückgelegte Weg s entspricht graphisch der Fläche unter der Kurve. Da der Weg mit veränderlicher Geschwindigkeit zurückgelegt wird, muss hierfür Intergriert werden. Dabei zerlegt man die Fläche unter der Kurve in kleine Rechtecke und summiert deren Flächeninhalte auf.

Schere-Waage-Methode: Ausschneiden entlang der Kurve und wiegen des Papierstücks.
Anschließend wird ein Rechteckiges Referenzstück aus demselben Papier ausgeschnitten, bzw. mehrere Rechteckige Referenzstücke zusammen gelegt bei welchen z.B. 1 cm^2 = 1 m entspricht.
—> So gesehen wird die Methodik des Integrierens mit Papierstücken nachgestellt.
Nun wird das Papier der Originalen Kurve, und die Referenzstücke gewogen bis die Messergebnisse gleich sind. Anhand der Rechteckigen Stücke kann nun der Flächeninhalt berechnet werden.

Fehlerabschätzung: Es könnte Ungenauigkeiten beim Ausschneiden geben, Unterschiede in der Papierdicke verfälschen das Ergebnis

6. Einfache Berechnungen

6.1 Ein Würfel habe die Kantenlänge $L = (18{,}2 \pm 0{,}1)$ mm und eine Masse von $m = (53{,}8 \pm 0{,}2)$g. Berechnen Sie die Dichte des Materials inklusive absoluter und relativer Fehlerschranke.

\rho = m/V = m/L^3 = 53,80 g/6,03 cm^3 = 8,29 g/cm^3
mit V = (18,2 mm)^3 = (1,82 cm)^3 = 6,029 cm^3
\Delta V = dV/dL = 3 x L^2 x \Delta L = 3 x (1,82 cm)^2 x 0,01 cm = 0,0994 cm^3
\Delta \rho = \rho \sqrt{(\Delta m/m)^2 + (\Delta V/V)^2} = \sqrt{(0,2 g/53,8 g)^2 + (0,0994 cm^3/6,03 cm^3)^2} = 0,15 g/cm^3
\Delta \rho_{rel} = \Delta \rho / \rho x 100 % = 0,15 g/cm^3/8,29 g/cm^3

6.2 Sie haben folgenden funktionalen Zusammenhang: $x = \frac{a - b}{c}$

Wie können Sie ohne klassische Fehlerrechnung Δx abschätzen, wenn Δa, Δb und Δc bekannt sind?

Einfluss \Delta a: x = \frac{(a + \Delta a - b}{c} = a-b/c + \Delta a/c
Einfluss \Delta b: x = \frac{a-(b + \Delta b}{c} = a-b/c + \Delta b/c
Einfluss \Delta c: x = \frac{a-b}{c + \Delta c} = a-b/c - \frac{(a-b) \Delta c}{c^2}
Insgesamt: \Delta x = |\Delta a/c| + |\Delta b/c| + |\frac{(a-b \Delta c}{c^2}|

6.3 Durch Messung der Höhe h und des Durchmessers D soll das Volumen eines Zylinders bestimmt werden. Beide Größen werden 10 Mal gemessen

i	h_i / cm	$h_i - \bar{h}_i$ / cm	$(h_i - \bar{h}_i)^2$ / cm^2	D_i / cm	$D_i - \bar{D}_i$ / cm	$(D_i - \bar{D}_i)^2$ / cm^2
1	12,4	-0,1	0,01	8,0	0	0
2	12,8	0,3	0,09	8,1	0,1	0,01
3	12,1	-0,4	0,16	7,7	-0,3	0,09
4	12,7	0,2	0,04	8,0	0	0
5	12,9	0,4	0,16	7,8	-0,2	0,04
6	12,2	-0,3	0,09	7,9	-0,1	0,01
7	12,1	-0,4	0,16	8,3	0,3	0,09
8	12,5	0	0	8,2	0,2	0,04
9	12,4	-0,1	0,01	8,1	0,1	0,01
10	12,9	0,4	0,16	7,9	-0,1	0,01
$\sum$	**125**	**0,0**	**0,88**	**80**	**0,0**	**0,30**

Tab. 1: Tabelle der gemessenen und errechneten Höhen- und Durchmesserdaten

Wie groß sind die jeweiligen Mittelwerte und die Standardabweichung der gemessenen Einzelwerte?

$\bar{h}$ = 12,5 cm Δh_E = \sqrt{0,88/(10-1)} = 0,31 cm

$\bar{D}$ = 8,0 cm ΔD_E = \sqrt{0,30/(10-1)} = 0,18 cm

Wie groß sind die jeweiligen Standardabweichungen der Mittelwerte?

Δh = 0,31 cm

ΔD = 0,18 cm

Welches Ergebnis findet man für das Volumen?

V = \pi x 4^2 x 12,5 = 628,32 cm^3

Ermitteln Sie den Größtfehler des Volumens und somit den relativen Fehler?

ΔV = \pi x 4^2 x 0,31 = 15,58 cm^3

$\frac{\Delta V}{V}$ = 2,48 %

7. Grafiken

7.1 Was ist an dieser Grafik schlecht?
Wie könnte vermutlich eine physikalisch sinnvolle Grafik aussehen?

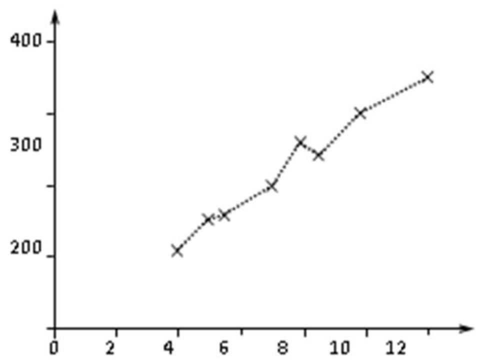

Abb. 6: Datenplot Version 1

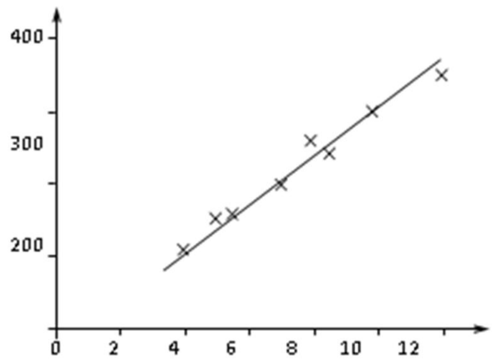

Abb. 7: Datenplot Version 2

In Abb. 6 sollten die Messpunkte „fließend“ verbinden werden, da keine eckigen Messkurven gezeichnet werden sollen.
In Abb. 7 wurde nicht die Messkurve, sondern eine Gerade eingezeichnet.

7.2 Welche Fehler wurden bei der Erstellung folgender Grafik gemacht?

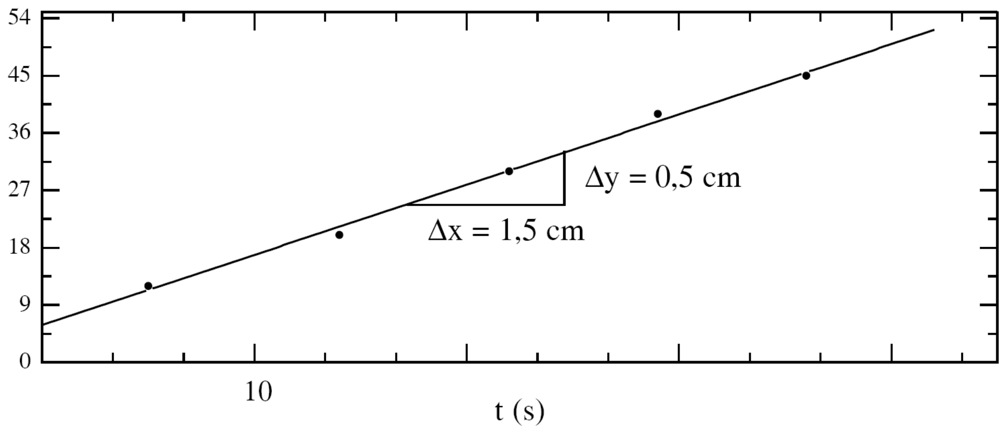

Abb. 8: Messreihe Experiment x

Das Steigungsdreieck sollte so groß wie möglich eingezeichnet werden, damit der Messfehler umso geringer aufällt.

7.3 Bestimmen Sie die mittlere Geradensteigung und schätzen Sie den Fehler mittels Grenzgeraden ab. Geben Sie alle relevanten Daten ebenfalls an!

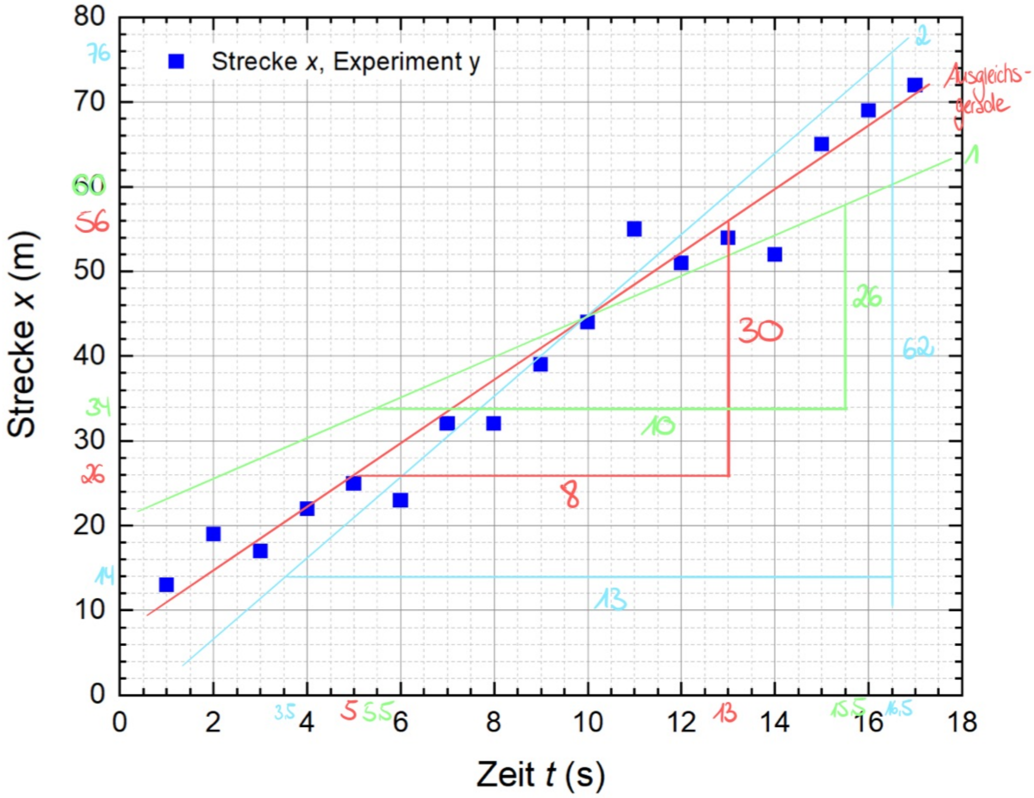

Abb. 9: Messreihe Experiment y

Ausgleichsgerade: $m = 30/8$
Grenzgerade 1 = $m_1 = 26/10$
Grenzgerade 2 = $m_2 = 62/13$
$\Delta m = |1/2 (m_1 - m_2)| = |1/2 (26/10 - 62/13)| = 1,09$
$\bar{m} = 1/2 (m_1 + m_2) = 1/2 (26/10 + 62/13) = 3,69$

7.4 Messung mittels glatter Messkurve physikalisch sinnvoll beschreiben.

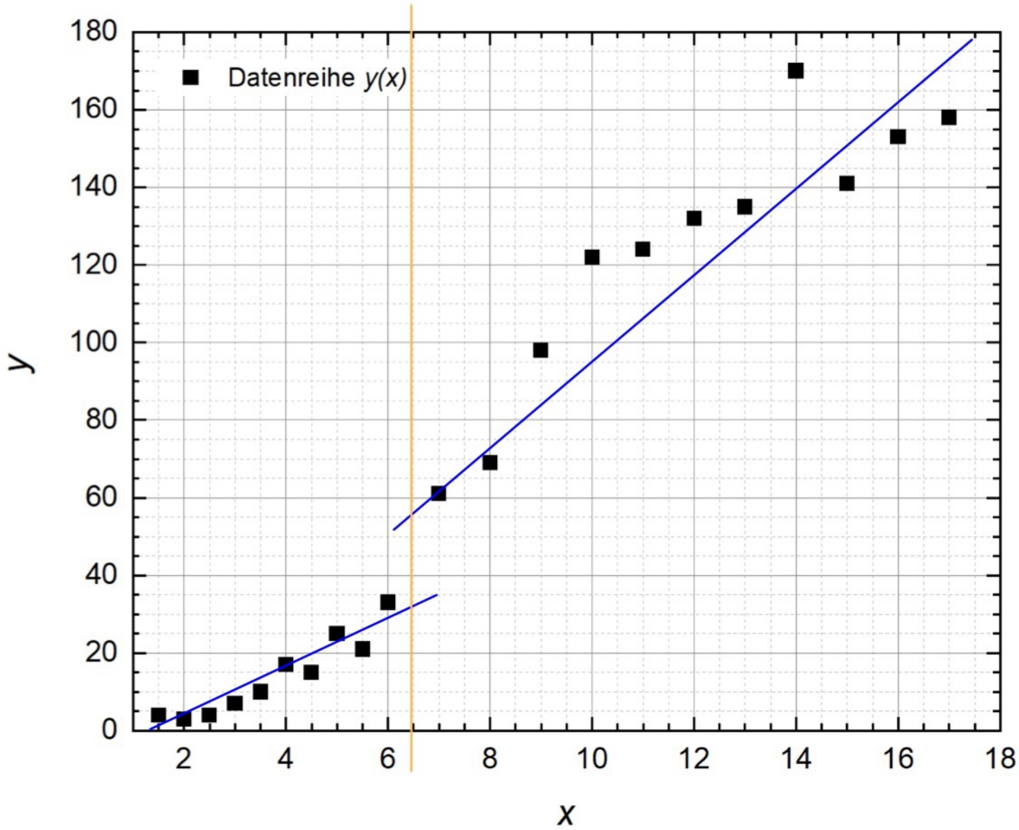

Abb. 10: Messreihe Experiment z

Zeichnen Sie eine glatte Messkurve, die die Messpunkte sinnvoll beschreibt.

Es scheint zwei Bereiche zu geben, die wohl unterschiedlich physikalisches Verhalten zeigen. Wo etwa liegt der Übergang?

Bei x = 6,5

Kann man eine Vermutung über eine mögliche einfache mathematische Beschreibung beider Bereiche anstellen?

Beide Bereiche lassen sich einigermaßen durch eine gerade Messkurve abstrahieren.
Alternativ ließe sich der untere Messbereich zwischen x = 0 und 6,5 auch durch eine sehr flache Parabel verbinden.
Der obere Messbereich von x = 6,5 bis 18 scheint bis auf den Ausreißer bei x = 14 linear beschreibbar zu sein.

Für kleine Werte von x scheint die Kurve stärker als linear anzusteigen.
Welche zwei einfachen mathematischen Gesetzmäßigkeiten kennen Sie, die die Messkurve in diesem Bereich eventuell beschreiben könnten?

1. Quadratischer Zusammenhang: y = ax^2 + bx + c
2. Exponentieller Zusammenhang: ab^x