

W10 - Wärmeleitung

Julia Mariella Wiest

Gruppe A06

27.06.2025

Mit der Abgabe dieses Protokolls wird bestätigt, dass es kein Plagiat ist. Falls es dennoch eindeutig als Plagiat erkannt werden sollte, ist bekannt, dass das einen Punktabzug von 20 Punkten zur Folge, ohne Möglichkeit der Nachbearbeitung, hat. Diese Bewertung wird ausnahmslos zur Gesamtnote im Anfängerpraktikum beitragen.

1 Physikalische Grundlagen

Der nachstehende Versuch wurde mit dem Ziel durchgeführt, die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und Aluminium zu untersuchen.

Der Transport von thermischer Energie zwischen Orten unterschiedlicher Temperatur kann über drei Mechanismen erfolgen: Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung.

Die Wärmeübertragung via Konvektion ist mit einem Stofftransport verknüpft. Im Alltag ist dieses Phänomen beispielsweise anhand eines warmen Heizkörpers zu beobachten. Die erwärmte Luft um den Heizkörper weist eine geringere Dichte auf, als die kältere Luft im Rest des Raumes. Dadurch wirkt eine Auftriebskraft auf die warme Luft, sodass diese aufsteigt und die aufgenommene Wärme mit nach oben nimmt (Tipler und Mosca, 2024, S. 593).

Bei der Wärmestrahlung hingegen wird die Wärmeenergie durch elektromagnetische Wellen transportiert. Dadurch ist Wärmestrahlung auch im leeren Raum möglich. Beispiele für elektromagnetische Strahlung sind Infrarotstrahlung, sichtbares Licht, Radiowellen oder Röntgenstrahlung. Diese unterscheiden sich durch ihre Wellen- und Frequenzlängenbereiche voneinander (Tipler und Mosca, 2024, S. 593).

In diesem Versuch liegt der Schwerpunkt auf der Wärmeleitung. Hierbei erfolgt der Energietransport durch Wechselwirkungen zwischen Atomen beziehungsweise Molekülen, welche dabei allerdings nicht selbst transportiert werden. Das heißt, Wärmeleitung findet nur in Materie statt. Dadurch, dass der Metallstab im nachfolgenden Versuch am oberen Ende erwärmt wird, schwingen dort die Atome mit einer höheren Energie, als die Atome am unteren, kalten Ende, welche eine niedrigere Energie aufweisen. Jene Schwingungen lösen Stöße mit den jeweils benachbarten Atomen aus, sodass die Wärmeenergie nach und nach durch den Stab transportiert wird. Metalle weisen zudem freie Elektronen auf, welche die Wärmeleitung noch zusätzlich unterstützen, da die durch Stöße aufgenommene Energie bei Stößen mit anderen Atomen weitergegeben wird (Tipler und Mosca, 2024, S. 593). So wird beispielsweise der Griff eines Löffels, welcher in einer heißen Tasse Kaffee steckt, nach einer gewissen Zeit ebenfalls heiß, obwohl dieser keinen direkten Kontakt zur Flüssigkeit hat.

Durch den vorherrschenden Temperaturunterschied zwischen dem oberen und unteren Stabende bildet sich nach einer gewissen Zeit ein konstanter Temperaturgradient ∇T aus. Dies wird als stationärer Fall bezeichnet. Unter der Annahme, dass eine an den Stab angebrachte Isolierung den Wärmeaustausch mit der Umgebung vollständig verhindert, ist der Wärmefluss

1 Physikalische Grundlagen

\dot{Q} im gesamten Stab identisch. Damit ist der Wärmefluss \dot{Q} proportional zur Querschnittsfläche A und zum Temperaturgradienten ∇T , sodass zwischen den Enden der Zusammenhang

$$\dot{Q} = -\lambda A \nabla T$$

mit λ der Wärmeleitfähigkeitskonstante beziehungsweise Wärmeleitzahl gilt (Demtröder, 2018, S. 280), (Universität Augsburg, SoSe 2025[b]).

Da eine ideale Isolierung angenommen wird, das heißt, es existieren keinerlei Wärmeverluste an die Umgebung, kann der Temperaturgradient ∇T zu einem eindimensionalen Temperaturgefälle $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ umformuliert werden. Insgesamt kann so mithilfe der Heizleistung $P = \dot{Q}$ die Wärmeleitzahl

$$\lambda = \frac{P \Delta x}{A \Delta T}$$

bestimmt werden (Universität Augsburg, SoSe 2025[b]).

Im nicht stationären Fall lässt sich die allgemeine Wärmeleitungsgleichung für drei Dimensionen mit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \nabla^2 T$$

angeben (Demtröder, 2018), (Demtröder, 2018, S. 281).

2 Wärmeleitung

2.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Mischungsversuch zur Bestimmung des Wasserwertes des Dewar-Gefäßes

Die Beschreibung des Versuchsaufbaus und -durchführung des Mischungsversuches beziehungsweise die Auswertung des Zwickelabgleiches wurde, bis auf wenige Umformulierungen, aus dem Protokoll W3 - Kondensationswärme von Wasser vom 07.05.2025 entnommen.

Um später die Wärmeleitfähigkeit der zu untersuchenden Metallstäbe bestimmen zu können, muss zunächst durch einen Mischungsversuch der Wasserwert des verwendeten Dewar-Gefäßes ermittelt werden. Für jenen Mischungsversuch wird zuerst Leitungswasser mit einem Boiler erwärmt. Während des Erhitzen des Wassers wird das Leergewicht des Dewar-Gefäßes, auch Kalorimeter genannt, aufgenommen. Dabei befand sich das später zum Umrühren bestimmte Rührfischchen bereits im Kalorimeter, damit dieses beim erneuten Wiegen des Gesamtgewichtes das Messergebnis nicht verfälscht. Anschließend wird das Kalorimeter mit circa 180 g kaltem Wasser befüllt und erneut gewogen. Die Differenz aus dem Gesamtgewicht und dem Leergewicht des Dewars ergibt die Masse des kalten Wassers m_k für die Auswertung. Für das warme Wasser wird ein Glasmessbecher, welcher sich in einem weiteren Dewar-Gefäß befindet, zunächst ebenfalls leer gewogen und anschließend mit circa 200 g warmem Wasser befüllt. Die Masse des warmen Wassers m_w wird analog zur der des kalten Wassers ermittelt.

Nach dem Anstellen des Magnetrührers wird nun mit einem Thermometer, an welches zwei Temperaturfühler angeschlossen werden können, simultan die Temperatur des warmen und kalten Wassers für fünf Minuten in 30 Sekunden-Intervallen aufgezeichnet. Anschließend wird das warme Wasser in einer Zeitspanne von circa einer Minute gleichmäßig nach und nach in das Kalorimeter mit dem kalten Wasser gegossen. Da der Magnetrührer über den gesamten Versuch gleichmäßig röhrt, ist die Homogenität des warmen und kalten Wassers bei der Temperaturmessung während des Mischversuches immer gewährleistet. Die Temperatur des Wassergemisches soll dabei alle fünf Sekunden von der Anzeige des Thermometers abgelesen und notiert werden. Hierfür wurde während des Schüttvorgangs mit einem Handy ein Video von der Stoppuhr und der Temperaturanzeige angefertigt, um die exakten Werte anschließend Sekundengenau im Messprotokoll festhalten zu können.

Nach dem Erreichen des Temperaturmaximums wird weiterhin für circa eine Minute alle fünf Sekunden die Temperatur aufgeschrieben. Im Anschluss daran wurde die weitere Temperaturabnahme für weitere fünf Minuten in 30 Sekunden-Schritten festgehalten.

Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und Aluminium

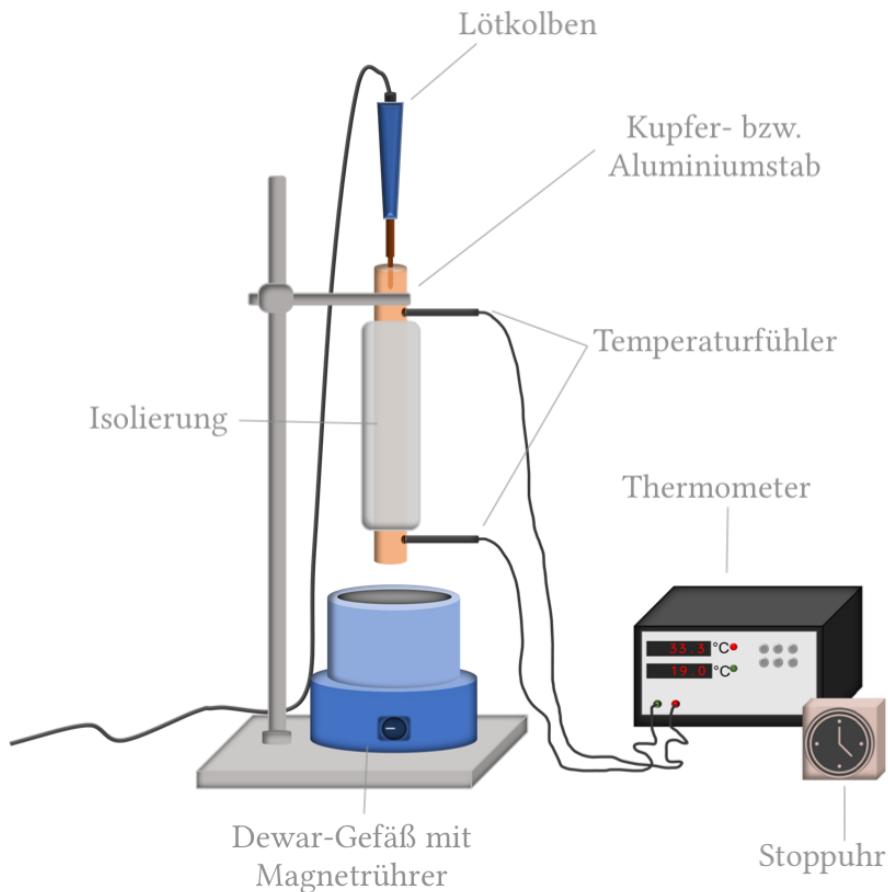


Abb. 2.1: Darstellung des Versuchsaufbaus.

Das aus dem Mischungsversuch befindliche Wasser aus dem Dewar-Gefäß wird nun durch kaltes destilliertes Wasser ersetzt. Zuvor wird das Kalorimeter nochmals leer, inklusive des Rührfischchens, gewogen. Anschließend wird das Dewar-Gefäß mit ausreichend kaltem Wasser gefüllt, sodass der Metallstab ungefähr 2 cm tief in das Wasser eintauchen kann. Zur Bestimmung der Masse des kalten Wassers wird das Gesamtgewicht des Kalorimeters nochmals ermittelt. Der Metallstab wird in eine Isolierung gehüllt, um größere Wärmeverluste an die Umgebung zu minimieren. Nachdem das Dewar-Gefäß auf dem Magnetrührer platziert und der Metallstab darüber montiert wurde, werden die beiden Temperaturfühler eingefettet und in die jeweiligen Bohrungen am unteren und oberen Ende des Stabes gesteckt. Mithilfe der

Adjust-Funktion am Thermometer werden die Temperaturfühler vor Beginn der Messung abgeglichen. An der Temperaturanzeige für das obere und untere Ende des Metallstabes wird nun dieselbe Temperatur angezeigt. Diese Temperatur wird für Minute $t = 0$ notiert. Mit dem Einsticken des Lötkolbens, welcher als Wärmequelle für den Versuch zur Erhitzung des Metallstabes am oberen Ende dient, wird die Stoppuhr gestartet. In den folgenden 40 Minuten wird nun in 1-Minuten-Intervallen die Temperatur am oberen und unteren Ende des Metallstabes festgehalten. Der Magnetrührer sorgt während dieser Zeit dafür, dass die Temperatur des Wassers, in welches das untere Ende des Metallstabes taucht, homogen über das Volumen des Kaloriemeters verteilt wird. Dieser Messvorgang wird für einen Kupfer- und Aluminiumstab gleichermaßen realisiert, wobei die Messungen des Aluminiumstabes von der Parallelgruppe durchgeführt wurden. Der gesamte Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.1 visualisiert.

2.2 Auswertung der Messergebnisse

Auf Grundlage der im vorherigen Kapitel beschriebenen Versuchsdurchführung werden die damit erlangten Messergebnisse nun ausgewertet.

Wasserwert der Dewar-Gefäße

Die Bestimmung des Wasserwertes w des Dewar-Gefäßes erfolgt anhand eines graphischen Verfahrens namens Zwickelabgleich aus den Messergebnissen des Mischungsversuchs. Da für die Messung der Wärmeleitfähigkeit des Kupferstabes ein anderes Dewar-Gefäß verwendet wurde als für den Aluminiumstab, werden im folgenden zwei Zwickelabgleiche für die unterschiedlichen Kaloriemeter ausgewertet.

Für den ersten Zwickelabgleich für das später verwendete Dewar-Gefäß für den Kupferstab, im Weiteren mit dem Index 1 bezeichnet, ergeben sich folgende Massen der leeren und gefüllten Gefäße mit warmem und kaltem Wasser:

$$\begin{aligned} m_{\text{Dewar, leer, } 1} &= 242,6 \text{ g}, & m_{\text{Dewar, kalt, } 1} &= 427,7 \text{ g}, \\ m_{\text{Glas, leer, } 1} &= 278,4 \text{ g}, & m_{\text{Glas, warm, } 1} &= 501,1 \text{ g}. \end{aligned}$$

Aus diesen Messergebnissen lässt sich jeweils das reine Gewicht des kalten und warmen Wassers ermitteln:

$$\begin{aligned} m_{k,1} &= m_{\text{Dewar, kalt, } 1} - m_{\text{Dewar, leer, } 1} = 185,1 \text{ g}, \\ m_{w,1} &= m_{\text{Glas, warm, } 1} - m_{\text{Glas, leer, } 1} = 222,7 \text{ g}. \end{aligned}$$

Hierbei wird ein Messfehler von $\Delta m = 0,05 \text{ g}$ aufgrund der Auflösung der Waage geschätzt. Durch das doppelte Wiegen der leeren Gefäße inklusive des Inhaltes verdoppelt sich der Fehler für das kalte und warme Wasser auf $\Delta m_k = \Delta m_w = 0,1 \text{ g}$.

Die Temperaturen des kalten und warmen Wassers beziehungsweise die Mischtemperatur werden über einen Zwickelabgleich bestimmt. Der Zwickelabgleich wird verwendet, um Ungenauigkeiten aufgrund des Wärmeverlustes an die Umgebung zu minimieren. Dafür wurde, wie bereits in der Versuchsdurchführung 2.1 beschrieben, die Temperatur des kalten und warmen Wassers während des Mischungsversuches erfasst. Die aufgenommenen Werte können gut durch händisch hinzugefügte Ausgleichsgeraden approximiert werden.

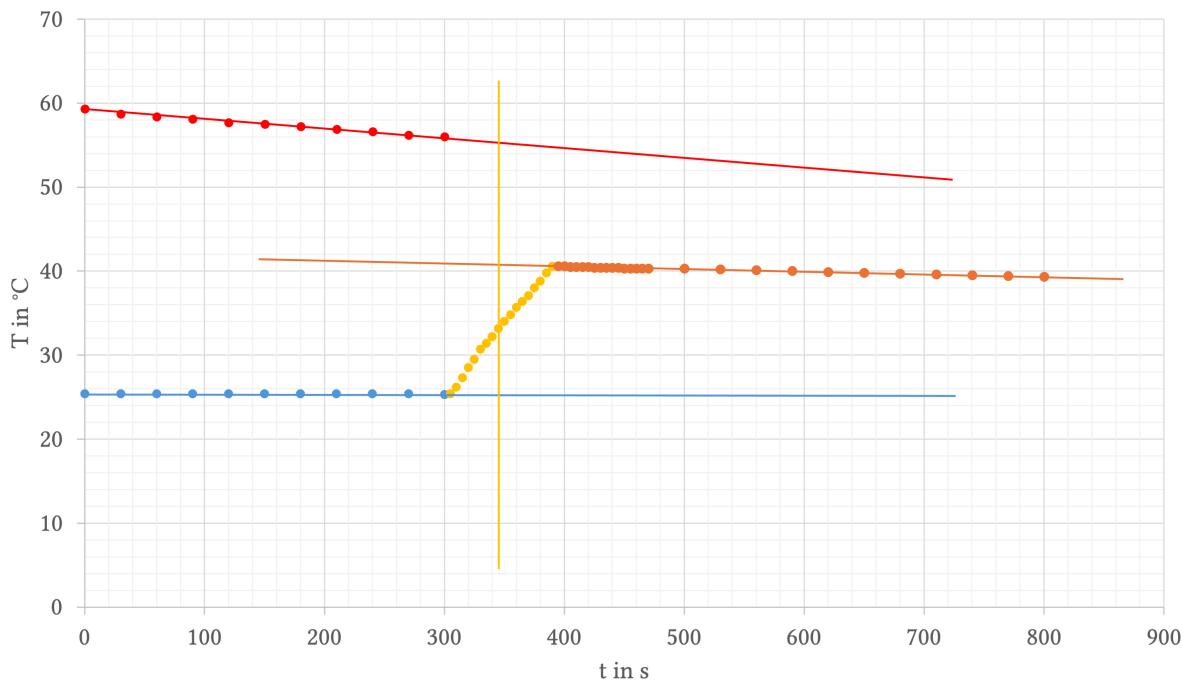


Abb. 2.2: Zwickelabgleich für das verwendete Dewar-Gefäß für den Kupferstab.

Wie in Abbildung 2.2 zu sehen, lassen sich die Messpunkte des kalten Wassers durch die blaue Ausgleichsgerade und die Messpunkte des warmen Wassers durch die rote Ausgleichsgerade beschreiben.

Durch das Eingießen des warmen Wassers in das kalte Wasser im Dewar-Gefäß beginnt die Temperatur darin zu steigen. Dies zeigen die aufgenommenen Messpunkte deutlich. Nachdem sich eine Maximaltemperatur eingestellt hat, beginnt die Temperatur des Gemisches wieder zu sinken. Dies erfolgt graphisch nahezu linear, sodass die aufgenommenen Messpunkte der Mischung wiederum durch die orangefarbene Ausgleichsgerade abgebildet werden können.

Anhand der Ausgleichsgeraden wird nun ein Zeitpunkt t^* gesucht, bei welchem der Wärmeaustausch von kalter zu warmer Flüssigkeit abrupt passieren würde. Dieser ergibt sich, indem parallel zur T -Achse eine Gerade, in Abbildung 2.2 in hellorange, durch die Messpunkte des Temperaturanstiegs gelegt wird, sodass die dabei entstehenden „dreieckigen Flächen“ gleich groß sind. Die Schnittpunkte der hellorange Geraden mit der blauen, roten und orangefarbenen Ausgleichsgeraden ergeben dann die gesuchten Temperaturen T_k , T_M und T_w (Universität Augsburg, SoSe 2025[a]).

Somit ergeben sich aus dem Zwickelabgleich der ersten Messdatenreihe folgende Temperaturen:

$$T_{w,1} = 55,5 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_{M,1} = 41,0 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_{k,1} = 25,4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Gleichermaßen wird mit den Messdaten für den zweiten Zwickelabgleich, im Folgenden mit dem Index 2 versehen, für das verwendete Dewar-Gefäß für den Aluminiumstab in Abbildung 2.3 vorgegangen.

Für den zweiten Zwickelabgleich ergeben sich folgende Massen der leeren und befüllten Gefäße mit warmem und kaltem Wasser:

$$m_{\text{Dewar, leer, } 2} = 240,5 \text{ g}, \quad m_{\text{Dewar, gesamt, } 2} = 692,0 \text{ g}, \\ m_{k, 2} = 201,9 \text{ g},$$

Aus diesen Messergebnissen lässt sich jeweils das reine Gewicht des kalten und warmen Wassers ermitteln:

$$m_{w,2} = m_{\text{Dewar, gesamt, } 2} - m_{\text{Dewar, leer, } 2} - m_{k, 2} = 249,6 \text{ g}.$$

Die Abweichung des Vorgehens zur Bestimmung der einzelnen Massen resultiert daraus, dass der Mischungsversuch für das Dewar-Gefäß für den Aluminiumstab von einer anderen Gruppe vorgenommen wurde.

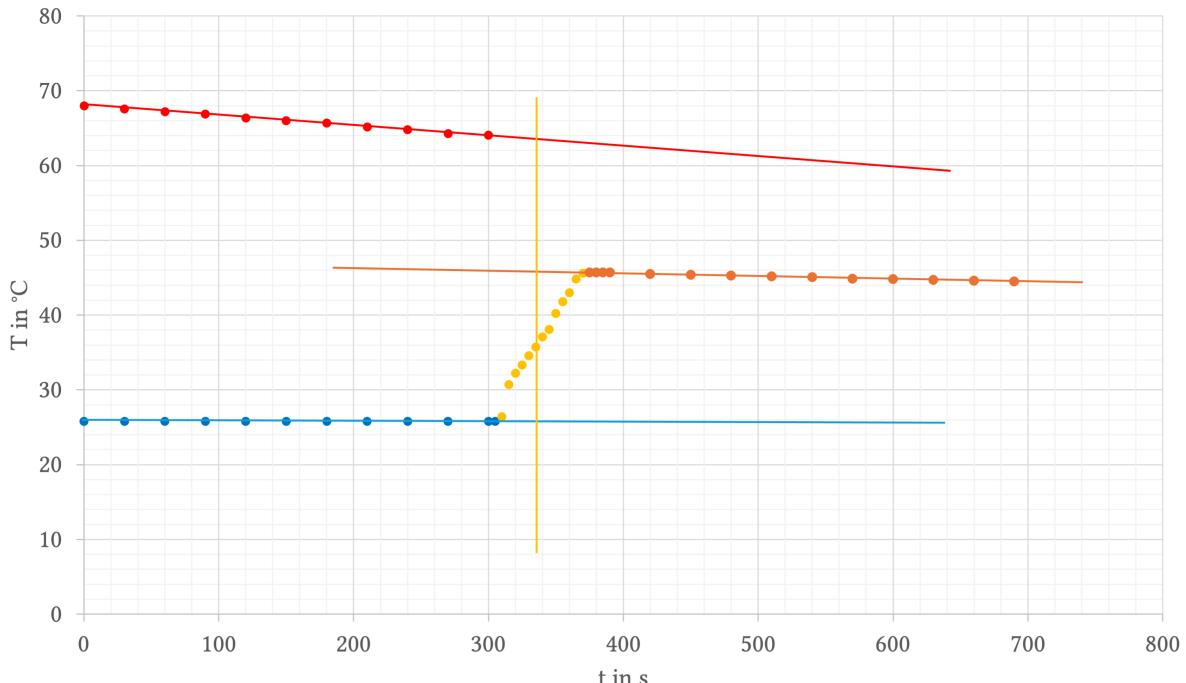


Abb. 2.3: Zwickelabgleich für das verwendete Dewar-Gefäß für den Aluminiumstab.

Daraus ergeben sich aus dem Zwickelabgleich der zweiten Messdatenreihe folgende Temperaturen:

$$T_{w,2} = 63,9 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_{M,2} = 46,0 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_{k,2} = 25,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Die aufgenommenen Messdaten für die beiden Zwickelabgleiche, aus welchen mittels Excel die Grafiken erstellt wurden, befinden sich im Anhang 3.

Für die Fehlerdiskussion wurde bewusst auf das Einzeichnen von Fehlergeraden zu den Ausgleichsgeraden verzichtet, da die durch mögliche Grenzgeraden dargestellten Fehler bei der vorherrschenden Skalierung so klein wären, dass es wenig sinnvoll wäre, so einen Fehlerwert zu finden. Deswegen wurde der mögliche Messfehler der Temperatur anhand der Temperaturskala abgeschätzt. Das verwendete Thermometer gab die Temperatur auf eine Nachkommastelle genau an, jedoch lässt sich anhand der Grafik des Zwickelabgleichs nunmehr schätzungsweise die Gradzahl der Temperatur ablesen, sodass im Folgenden von einem Fehler von $\Delta T = 0,3 \text{ } ^\circ\text{C}$ ausgegangen wird.

Aus den berechneten Massen und Temperaturen des warmen und kalten Wassers beziehungsweise deren Mischtemperatur lässt sich nun über die Energiebilanz des Kalorimeters

$$c_W \cdot m_w \cdot (T_w - T_M) = (c_w \cdot m_k + c)(T_M - T_k),$$

durch das Auflösen der Gleichung nach $\frac{c}{c_w}$, der Wasserwert

$$w = \frac{c}{c_w} = \frac{m_w \cdot (T_w - T_M)}{T_M - T_k} - m_k$$

mit der Wärmekapazität des Wassers $c_W = 4185 \text{ J}/(\text{kg K}) = 4185 \text{ J } ^\circ\text{C/g}$ bestimmen (Meschede, 2010, S. 260).

Da die Wärmekapazität des Wassers aus der Literatur stammt, wird angenommen, dass dieser Wert hinreichend genau bestimmt ist, sodass hierfür kein weiterer Fehlerwert miteinbezogen werden muss.

Die Fehlerbetrachtung erfolgt über den Größtfehler

$$\begin{aligned} \Delta w &= \left| \frac{\partial w}{\partial m_w} \right| \cdot \Delta m_w + \left| \frac{\partial w}{\partial m_k} \right| \cdot \Delta m_k + \left| \frac{\partial w}{\partial T_k} \right| \cdot \Delta T_k + \left| \frac{\partial w}{\partial T_w} \right| \cdot \Delta T_w + \left| \frac{\partial w}{\partial T_M} \right| \cdot \Delta T_M \\ &= \frac{T_w - T_M}{T_M - T_k} \cdot \Delta m_w + \Delta m_k + \frac{m_w \cdot (T_w - T_M)}{(T_M - T_k)^2} \cdot \Delta T_k + \frac{m_w}{T_M - T_k} \cdot \Delta T_w + \frac{m_w \cdot (T_w - T_k)}{(T_M - T_k)^2} \cdot \Delta T_M \end{aligned}$$

Durch das Einsetzen der oben ermittelten Werte in die Formeln zur Bestimmung der Wärmekapazität des Dewar-Gefäßes ergeben sich folgende Wärmekapazitäten für die unabhängig voneinander durchgeführten Zwickelabgleiche:

$$w_{\text{Kupfer}} = (21,897 \pm 0,193) \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$w_{\text{Alu}} = (19,280 \pm 0,189) \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

Mögliche systematische Fehlerquellen während des Versuches sind beispielsweise:

- Ungleichmäßiges Einschütten des warmen Wassers zum kalten Wasser ins Dewar-Gefäß kann trotz Rührens zu Verfälschungen führen, da sich aufgrund der zu großen Menge in kürzester Zeit die Temperatur schneller ändert.
- Durch das Einsetzen eines Magnetrührers während des Versuches werden Verfälschungen aufgrund des ungleichmäßigen Rührens verhindert, sodass angenommen werden kann, dass die aufgenommene Mischtemperatur exakt gemessen wurde.
- Durch das Auswerten des Videos während des Zusammenschüttens des warmen und kalten Wassers ist ein sekundengenaues Ablesen der Mischtemperatur möglich, sodass hierbei größere Fehler ausgeschlossen werden können.
- Die graphische Auswertung des Zwickelabgleiches gestaltet sich aufgrund der Skalierung der Temperatur auf der y-Achse als schwieriger. Die Werte können ungefähr auf die erste Nachkommastelle genau abgelesen werden, jedoch erfolgt dies schätzungsweise. Ebenfalls ist das Abschätzen der Flächen der beiden entstehenden Dreiecke im Diagramm subjektiv. Dieses Problem ließe sich verhindern, indem die Ergebnisse beispielsweise nicht mit Excel, sondern mit einer anderen, genauereren Auswertungssoftware geplottet werden, welche anschließend die benötigten Werte genau ausgeben kann.

Insgesamt ist der Fehler beider Zwickelabgleiche relativ klein, sodass die Qualität der Wasserwerte als gut zu beurteilen ist.

Bestimmung der Wärmeleistungen

Zur Berechnung der Wärmeleistungen P_{Kupfer} und P_{Alu} wird zunächst bei der Auswertung der Wärme

$$Q = (m_w + w) \cdot c_w \cdot \Delta T$$

der im obigen Teilkapitel berechnete Wasserwert w berücksichtigt.

Die Wärmeleistung P kann über diesen Zusammenhang mithilfe der Formel

$$P = \frac{dQ}{dt} = (m_w + w) \cdot c_w \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

berechnet werden.

Die benötigte Masse m_k des kalten Wassers wird für das jeweilige verwendete Dewar-Gefäß für beide Stäbe einzeln berechnet:

$$m_{\text{Wasser, Kupfer}} = m_{\text{Dewar, voll}} - m_{\text{Dewar, leer}} = 741,6 \text{ g} - 242,6 \text{ g} = 499,0 \text{ g}$$

$$m_{\text{Wasser, Alu}} = m_{\text{Dewar, voll}} - m_{\text{Dewar, leer}} = 620,0 \text{ g} - 240,5 \text{ g} = 379,5 \text{ g}$$

Durch das Auftragen der gemessenen Temperaturen am unteren Ende des Stabes T_{unten} gegen die Zeit t ergibt sich der Ausdruck $\frac{dT}{dt}$ über das Ablesen der Steigung aus den Grafiken 2.4 und 2.5. Die zugrundeliegenden Messwerte finden sich in Tabelle im Anhang 3. Für die Auswertung wurden die ersten vier Minuten für den Kupferstab und die ersten fünf Minuten für den Aluminiumstab vernachlässigt, da sich am Anfang des Heizvorgangs der Stab am unteren Ende noch nicht erwärmt hat, wodurch die Auswertung verfälscht werden würde.

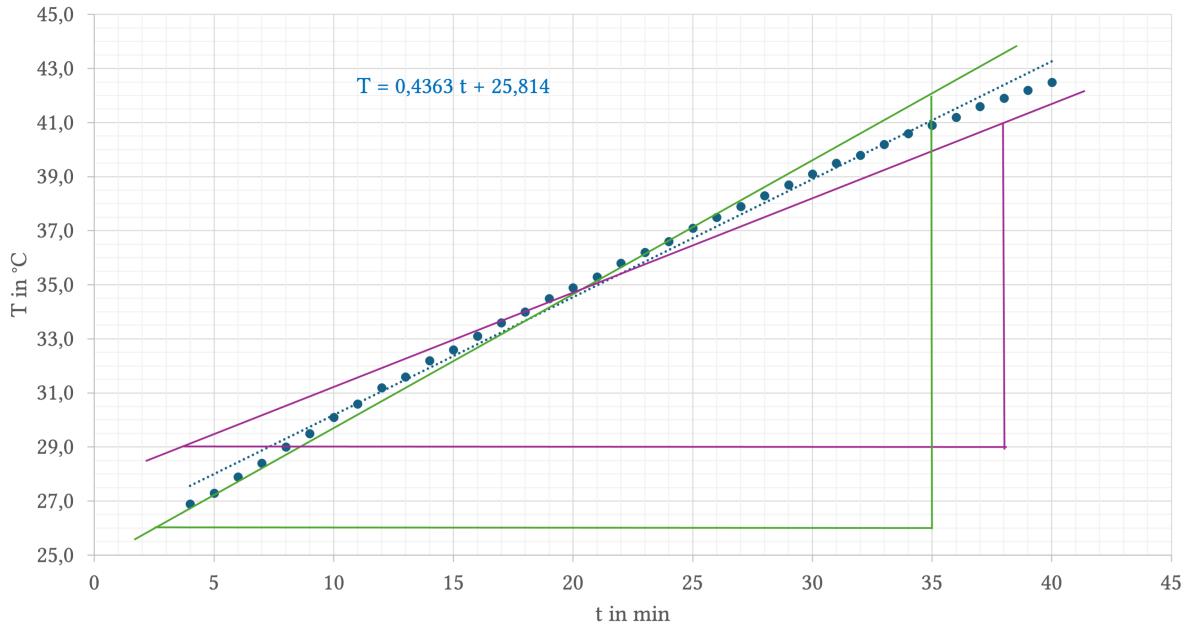


Abb. 2.4: Auftragung der Temperatur T_{unten} gegen die Zeit t zur Bestimmung der Steigung $\frac{dT}{dt}$ für Kupfer.

Zur Fehlerabschätzung der ermittelten Steigung $\frac{dT}{dt}$ werden zwei Grenzgeraden in Lila und Grün in das Diagramm eingezeichnet und ausgewertet. Deren Steigungen ergeben sich folgendermaßen:

$$\text{Steigung lila, Kupfer: } m_{\text{lila}} = \frac{y}{x} = \frac{41 - 29}{38 - 4} = 0,500 \frac{\text{°C}}{\text{min}},$$

$$\text{Steigung grün, Kupfer: } m_{\text{grün}} = \frac{y}{x} = \frac{42 - 26}{35 - 3} = 0,353 \frac{\text{°C}}{\text{min}},$$

$$\text{Steigung lila, Alu: } m_{\text{lila}} = \frac{y}{x} = \frac{49 - 26}{44 - 6} = 0,605 \frac{\text{°C}}{\text{min}},$$

$$\text{Steigung grün, Alu: } m_{\text{grün}} = \frac{y}{x} = \frac{47 - 30}{49 - 5} = 0,386 \frac{\text{°C}}{\text{min}}.$$

Beide Grenzgeraden lassen sich zu einem Gesamtfehler von

$$\Delta \left(\frac{d\Delta T}{d\Delta t} \right) = \frac{m_{\text{grün}} - m_{\text{lila}}}{2}$$

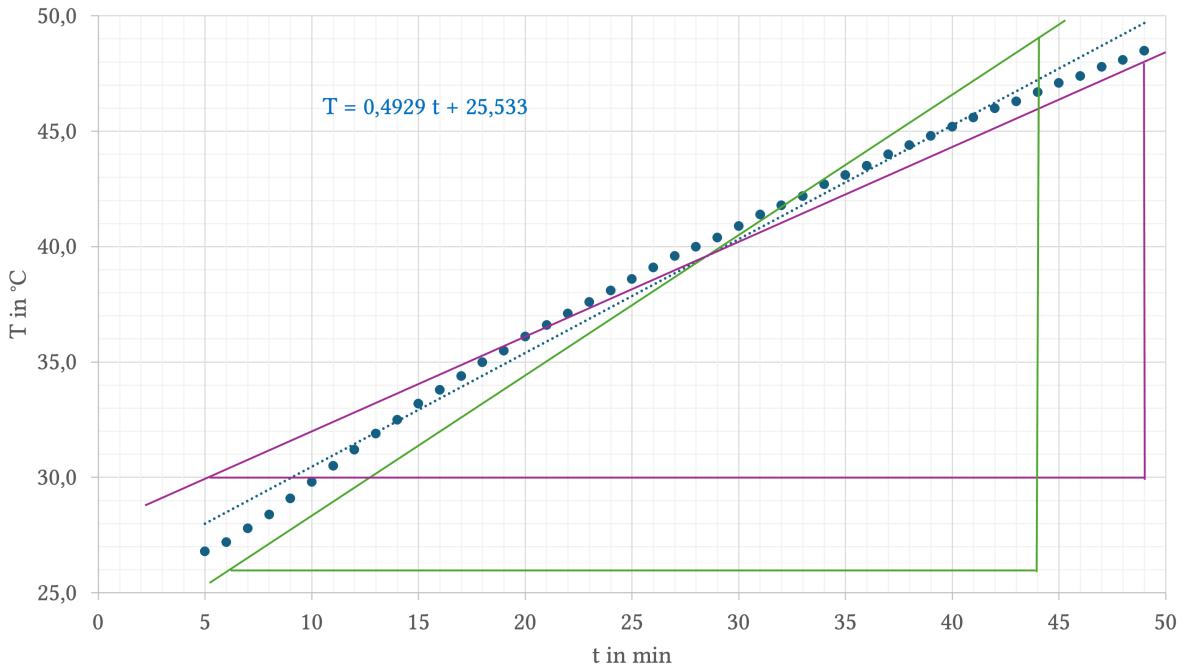


Abb. 2.5: Auftragung der Temperatur T_{unten} gegen die Zeit t zur Bestimmung der Steigung $\frac{dT}{dt}$ für Aluminium.

zusammenfassen, womit sich für beide Stäbe ein Fehler von

$$\Delta m_{\text{Kupfer}} = \frac{0,500 - 0,353}{2} = 0,074 \frac{{}^{\circ}\text{C}}{\text{min}},$$

$$\Delta m_{\text{Alu}} = \frac{0,605 - 0,386}{2} = 0,109 \frac{{}^{\circ}\text{C}}{\text{min}}.$$

ergibt.

Zusammenfassend lauten beide Steigungen

$$\frac{dT_{\text{unten}}}{dt} = (0,436 \pm 0,074) \frac{{}^{\circ}\text{C}}{\text{min}} = (7,167 \pm 1,233) \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{s}},$$

$$\frac{dT_{\text{unten}}}{dt} = (0,493 \pm 0,109) \frac{{}^{\circ}\text{C}}{\text{min}} = (8,220 \pm 1,820) \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{s}},$$

Damit sind nun alle Variablen bekannt, um die Wärmeleistung P mit der obigen Formel berechnen zu können. Für die Fehlerrechnung wird der Großfehler

$$\begin{aligned} \Delta P &= \left| \frac{\partial P}{\partial m_w} \right| \cdot \Delta m_w + \left| \frac{\partial P}{\partial w} \right| \cdot \Delta w + \left| \frac{\partial P}{\partial \frac{\Delta T}{\Delta t}} \right| \cdot \Delta \frac{\Delta T}{\Delta t} \\ &= c_w \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \cdot \Delta m_w + c_w \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \cdot \Delta w + (m_w + w) \cdot c_w \cdot \Delta \frac{\Delta T}{\Delta t} \end{aligned}$$

mit $\Delta m = 0,1 \text{ g}$, $\Delta w_{\text{Kupfer}} = 0,193 \text{ g}$, $\Delta w_{\text{Alu}} = 0,189 \text{ g}$ und $c_w = 4185 \text{ J } {}^{\circ}\text{C/g}$ angenommen.

Das Einsetzen aller Werte ergibt eine Wärmeleistung von

$$P_{\text{Kupfer}} = (15,85 \pm 2,70) \text{ W},$$

$$P_{\text{Alu}} = (13,71 \pm 3,05) \text{ W}$$

der beiden Metallstäbe.

Es lässt sich anhand der Ergebnisse beobachten, dass Kupfer Wärme besser leiten scheint als Aluminium. Der Fehlerterm beider Wärmeleistungen ist relativ hoch. Dies ist vor allem auf den letzten Teil der Fehlerrechnung von ΔP geschuldet, da die Summe aus $(m_w + w)$ einen hohen Wert ergibt, welcher trotz durch die Multiplikation mit der spezifischen Wärmekapazität c_w und dem verhältnismäßig kleinen Fehlerwert $\Delta \frac{\Delta T}{\Delta t}$ aus den Grenzgeraden vergleichsweise groß bleibt.

Mit dem statistisch großen Fehlerwert werden dadurch mögliche systematische Fehler wie im folgenden Aufgezählt mit aufgewogen.

- Kleine Ausreißer der Auftragung der Temperatur T_{unten} gegen die Zeit t zeigen, dass sich während der Messung kein perfekter stationärer Zustand einstellt.
- Beide Stäbe wurden über eine Schaumstoffmanschette so gut wie möglich isoliert, jedoch kommt es durch die freiliegenden Enden, am unteren Ende im Wasser beziehungsweise am oberen Ende an der Befestigung des Lötkolbens, zu Wärmeverlusten an die Umgebung.
- Die Temperaturfühler des Thermometers wurden an den Steckverbindungen eingefettet, um eine gute Wärmeleitfähigkeit zu gewährleisten. Trotz allem kann es an dieser Schnittstelle zu minimalen Messgenauigkeiten kommen.

Bestimmung der Temperaturdifferenz für den stationären Zustand

Durch das Auftragen der Temperaturverläufe der am oberen und unteren Stabende gemessenen Temperaturen T_{oben} und T_{unten} sowie deren Temperaturdifferenz ΔT lässt sich der Zeitpunkt, wann der stationäre Zustand t_{stat} erreicht wurde, ermitteln. Zudem soll die Temperaturdifferenz ΔT_{stat} abgelesen werden.

Die Auftragung der Temperaturverläufe T_{oben} in Dunkelblau, T_{unten} in Dunkelgrün und der Temperaturdifferenz ΔT in Orange ist für den Kupferstab in Abbildung 2.6 und für den Aluminiumstab in Abbildung 2.7 zu sehen.

Anhand der eingezeichneten Ausgleichsgeraden in Lila, lässt sich das Erreichen des stationären Zustands und die Temperaturdifferenz ΔT_{stat} ablesen.

Für die Fehlerbetrachtung werden zwei Grenzgeraden in Hellgrün und Hellblau parallel zur Ausgleichsgeraden in Lila eingezeichnet. Anhand dieser subjektiven Einschätzung werden dadurch die Schwankungen, da sich während des Versuches kein perfekter stationärer Zustand einstellt, ausgeglichen und in das Ergebnis miteinbezogen.

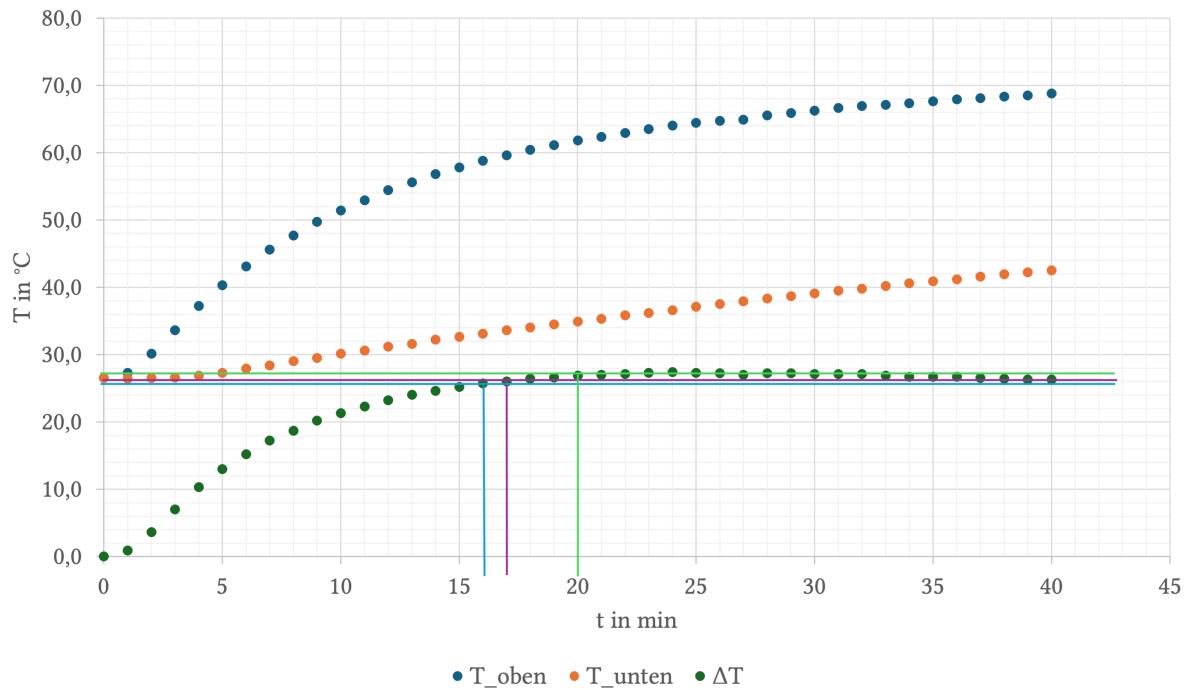


Abb. 2.6: Auftragung der Temperatur $T_{\text{unten}}, T_{\text{oben}}$ und ΔT gegen die Zeit t zur Bestimmung des stationären Zustandes und der Temperaturdifferenz ΔT_{stat} für Kupfer.

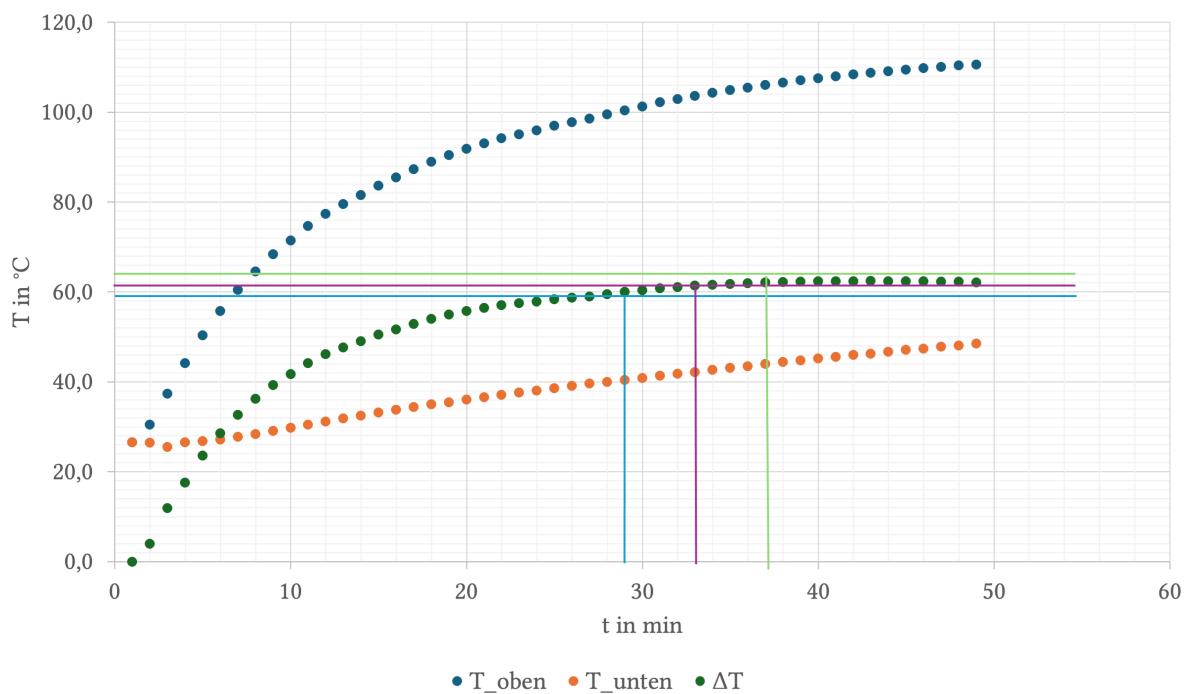


Abb. 2.7: Auftragung der Temperatur $T_{\text{unten}}, T_{\text{oben}}$ und ΔT gegen die Zeit t zur Bestimmung des stationären Zustandes und der Temperaturdifferenz ΔT_{stat} für Aluminium.

Die Ausgleichs- und Grenzgeraden weisen für Kupfer die Werte

$$t_{\text{lila}, \text{Kupfer}} = 17 \text{ min}$$

$$t_{\text{grün}, \text{Kupfer}} = 21 \text{ min}$$

$$t_{\text{blau}, \text{Kupfer}} = 16 \text{ min}$$

$$\Delta T_{\text{grün}, \text{Kupfer}} = 26,0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{grün}, \text{Kupfer}} = 27,0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{blau}, \text{Kupfer}} = 25,5 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

und für Aluminium

$$t_{\text{ila}, \text{Alu}} = 33 \text{ min}$$

$$t_{\text{grün}, \text{Alu}} = 37 \text{ min}$$

$$t_{\text{blau}, \text{Alu}} = 29 \text{ min}$$

$$\Delta T_{\text{grün}, \text{Kupfer}} = 60,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{grün}, \text{Kupfer}} = 62,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{blau}, \text{Kupfer}} = 59,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

aus.

Die Fehlergeraden in Grün und Blau lassen sich über den Zusammenhang

$$\Delta t_{\text{Kupfer}} = \frac{t_{\text{grün}, \text{Kupfer}} - t_{\text{blau}, \text{Kupfer}}}{2} = \frac{21 - 16}{2} = 4,5 \text{ min}$$

$$\Delta t_{\text{Alu}} = \frac{t_{\text{grün}, \text{Alu}} - t_{\text{blau}, \text{Alu}}}{2} = \frac{37 - 29}{2} = 4,0 \text{ min}$$

$$\Delta T_{\text{Kupfer}} = \frac{T_{\text{grün}, \text{Kupfer}} - T_{\text{blau}, \text{Kupfer}}}{2} = \frac{27,0 - 25,5}{2} = 0,75 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

$$\Delta T_{\text{Alu}} = \frac{T_{\text{grün}, \text{Alu}} - T_{\text{blau}, \text{Alu}}}{2} = \frac{62,0 - 59,5}{2} = 1,25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

zusammenfassen.

Damit ergibt sich der stationäre Zustand beziehungsweise die Temperaturdifferenz für Kupfer von

$$t_{\text{stat}, \text{Kupfer}} = (17,0 \pm 4,5) \text{ min}$$

$$\Delta T_{\text{stat}, \text{Kupfer}} = (26,0 \pm 0,75) \text{ }^{\circ}\text{C}$$

und für Aluminium von

$$t_{\text{stat}, \text{Alu}} = (33,0 \pm 4,0) \text{ min}$$

$$\Delta T_{\text{stat}, \text{Alu}} = (60,8 \pm 1,25) \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Insgesamt erreicht Kupfer schneller den stationären Zustand als Aluminium, jedoch ist die Temperaturdifferenz von Kupfer dabei ungefähr halb so groß wie die des Aluminiums.

Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit

Zuletzt wird nun, unter Berücksichtigung der Ergebnisse P und ΔT_{stat} aus den vorigen Teilkapiteln, die Wärmeleitfähigkeit λ der beiden Metallstäbe bestimmt.

Die Wärmeleitfähigkeit λ ist gegeben über

$$\lambda = \frac{P \cdot l}{A \cdot \Delta T}$$

mit der Länge l der Stäbe, welche den Abstand zwischen den Temperaturfühlern entspricht, und dem Flächenquerschnitt A .

Zur Fehlerberechnung wird der Großfehler

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \left| \frac{\partial\lambda}{\partial P} \right| \cdot \Delta P + \left| \frac{\partial\lambda}{\partial l} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial\lambda}{\partial A} \right| \cdot \Delta A + \left| \frac{\partial\lambda}{\partial \Delta T_{\text{stat}}} \right| \cdot \Delta(\Delta T_{\text{stat}}) \\ &= \frac{l}{A \cdot \Delta T_{\text{stat}}} \cdot \Delta P + \frac{P}{A \cdot \Delta T_{\text{stat}}} \cdot \Delta l + \frac{P \cdot l}{A^2 \cdot \Delta T_{\text{stat}}} \cdot \Delta A + \frac{P \cdot l}{A \cdot \Delta T_{\text{stat}}^2} \cdot \Delta(\Delta T_{\text{stat}})\end{aligned}$$

Der Flächenquerschnitt der zylinderförmigen Stäbe wird über die Formel

$$A_{\text{Zyl}} = r^2 \cdot \pi = \left(\frac{d}{2} \cdot \pi \right)$$

mit dem Großfehler

$$\Delta A_{\text{Zyl}} = \left| \frac{\partial A}{\partial d} \right| \cdot \Delta d = 2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \Delta d$$

berechnet.

Alle verwendeten und berechneten Werte sind im Folgenden nochmals zusammengefasst:

l_{Kupfer}	30,3 cm	d_{Kupfer}	2,50 cm
l_{Alu}	29,9 cm	d_{Alu}	2,52 cm
Δl	0,2 cm	Δd	0,05 cm
A_{Kupfer}	4,909 cm ²	ΔA_{Kupfer}	0,196 cm ²
A_{Alu}	4,988 cm ²	ΔA_{Alu}	0,198 cm ²
P_{Kupfer}	15,85 W	ΔP_{Kupfer}	2,70 W
P_{Alu}	13,71 W	ΔP_{Alu}	3,05 W
$\Delta T_{\text{stat}, \text{Kupfer}}$	26,0 °C	$\Delta(\Delta T_{\text{stat}}, \text{Kupfer})$	0,75 °C
$\Delta T_{\text{stat}, \text{Alu}}$	60,8 °C	$\Delta(\Delta T_{\text{stat}}, \text{Alu})$	1,25 °C

2 Wärmeleitung

Das Einsetzen aller Werte in die Gleichung für die Wärmeleitfähigkeit λ ergibt

$$\lambda_{\text{Kupfer}} = (3,7634 \pm 0,9244) \frac{\text{W}}{\text{cm K}} = (376,34 \pm 92,44) \frac{\text{W}}{\text{m K}},$$
$$\lambda_{\text{Alu}} = (1,3518 \pm 0,3912) \frac{\text{W}}{\text{cm K}} = (135,18 \pm 39,12) \frac{\text{W}}{\text{m K}}.$$

Insgesamt lässt sich feststellen, dass Kupfer ein besserer Wärmeleiter zu sein scheint als Aluminium.

Ein Vergleich mit den Literaturwerten für die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und Aluminium

$$\lambda_{\text{Kupfer, Literatur}} = 393 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \quad \lambda_{\text{Alu, Literatur}} = 221 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

(Demtröder, 2018, S. 280) ergibt, dass die experimentell bestimmte Leitfähigkeit von Kupfer trotz nicht perfekter Laborbedingungen gut mit der Literatur übereinstimmt. Die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium liegt dagegen nicht im Fehlerbereich. Die Abweichung vom Literaturwert hierbei könnte daraus resultieren, dass sich Aluminium eine deutliche höhere Temperaturdifferenz aufweist als Kupfer und dadurch, aufgrund der unvollständigen Isolation, auch ein größerer Wärmeverlust an die Umgebung zustande kommt.

Literatur

- Demtröder, Wolfgang (2018). *Experimentalphysik* 1. 8. Aufl. Kaiserslautern: Springer Spektrum.
- Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Aufl. Heidelberg: Springer.
- Tipler, Paul und Gene Mosca (2024). *Tipler Physik*. 9. Aufl. Berlin: Springer Spektrum.
- Universität Augsburg (SoSe 2025[a]). *Versuchsanleitung W1 - Elektrisches Wärmeäquivalent*.
- (SoSe 2025[b]). *Versuchsanleitung W10 - Wärmeleitung*.

3 Anhang

Messergebnisse der Mischversuche

Dewar-Gefäß für den Kupferstab

t in s	T_k in °C	T_w in °C	t in s	T_M in °C
0	25,4	59,3	390	40,6
30	25,4	58,7	395	40,6
60	25,4	58,4	400	40,6
90	25,4	58,1	405	40,5
120	25,4	57,7	410	40,5
150	25,4	57,5	415	40,5
180	25,4	57,2	420	40,5
210	25,4	56,9	425	40,4
240	25,4	56,6	430	40,4
270	25,4	56,2	435	40,4
300	25,3	56,0	440	40,4
t in s	T_M in °C			
305	25,4		445	40,4
310	26,2		450	40,3
315	27,3		455	40,3
320	28,5		460	40,3
325	29,5		465	40,3
330	30,7		470	40,3
335	31,4		500	40,3
340	32,2		530	40,2
345	33,2		560	40,1
350	34,0		590	40,0
355	34,8		620	39,9
360	35,7		650	39,8
365	36,4		680	39,7
370	37,1		710	39,6
375	38,0		740	39,5
380	38,8		770	39,4
385	39,8		800	39,3

Tabelle 3.1: Messergebnisse des Zwickelabgleichs für das Dewar-Gefäßes für den Kupferstab.

Dewar-Gefäß für den Aluminiumstab

t in s	T_k in °C	T_w in °C	t in s	T_M in °C
0	25,8	68,0	350	40,2
30	25,8	67,6	355	41,8
60	25,8	67,2	360	43,0
90	25,8	66,9	365	44,8
120	25,8	66,4	370	45,6
150	25,8	66,0	375	45,7
180	25,8	65,7	380	45,7
210	25,8	65,2	385	45,7
240	25,8	64,8	390	45,7
270	25,8	64,3	420	45,5
300	25,8	64,1	450	45,4
t in s	T_M in °C			
305	25,8		480	45,3
310	26,4		510	45,2
315	30,7		540	45,1
320	32,2		570	44,9
325	33,3		600	44,8
330	34,6		630	44,7
335	35,7		660	44,6
340	37,1		690	44,5
345	38,1			

Tabelle 3.2: Messergebnisse des Zwickelabgleichs für das Dewar-Gefäßes für den Aluminiumstab.

Messergebnisse der Metallstäbe

Kupferstab

t in min	T_{oben} in °C	T_{unten} in °C	ΔT in °C
0	26,5	26,5	0,0
1	27,3	26,4	0,9
2	30,1	26,5	3,6
3	33,6	26,6	7,0
4	37,2	26,9	10,3
5	40,3	27,3	13,0
6	43,1	27,9	15,2
7	45,6	28,4	17,2
8	47,7	29,0	18,7
9	49,7	29,5	20,2
10	51,4	30,1	21,3
11	52,9	30,6	22,3
12	54,4	31,2	23,2
13	55,6	31,6	24,0
14	56,8	32,2	24,6
15	57,8	32,6	25,2
16	58,8	33,1	25,7
17	59,6	33,6	26,0
18	60,4	34,0	26,4
19	61,1	34,5	26,6
20	61,8	34,9	26,9
21	62,3	35,3	27,0
22	62,9	35,8	27,1
23	63,5	36,2	27,3
24	64,0	36,6	27,4
25	64,4	37,1	27,3
26	64,7	37,5	27,2
27	64,9	37,9	27,0
28	65,5	38,3	27,2
29	65,9	38,7	27,2
30	66,2	39,1	27,1
31	66,6	39,5	27,1
32	66,9	39,8	27,1
33	67,1	40,2	26,9
34	67,3	40,6	26,7
35	67,6	40,9	26,7
36	67,9	41,2	26,7
37	68,1	41,6	26,5

38	68,3	41,9	26,4
39	68,5	42,2	26,3
40	68,8	42,5	26,3

Tabelle 3.3: Messergebnisse des Kupferstabs.

Aluminiumstab

<i>t</i> in min	<i>T</i> _{oben} in °C	<i>T</i> _{unten} in °C	ΔT in °C
1	26,6	26,6	0,0
2	30,5	26,5	4,0
3	37,4	25,5	11,9
4	44,2	26,6	17,6
5	50,4	26,8	23,6
6	55,8	27,2	28,6
7	60,5	27,8	32,7
8	64,6	28,4	36,2
9	68,4	29,1	39,3
10	71,5	29,8	41,7
11	74,7	30,5	44,2
12	77,4	31,2	46,2
13	79,6	31,9	47,7
14	81,6	32,5	49,1
15	83,7	33,2	50,5
16	85,5	33,8	51,7
17	87,3	34,4	52,9
18	89,0	35,0	54,0
19	90,5	35,5	55,0
20	91,9	36,1	55,8
21	93,1	36,6	56,5
22	94,2	37,1	57,1
23	95,1	37,6	57,5
24	96,0	38,1	57,9
25	97,0	38,6	58,4
26	97,8	39,1	58,7
27	98,6	39,6	59,0
28	99,5	40,0	59,5
29	100,4	40,4	60,0
30	101,3	40,9	60,4
31	102,2	41,4	60,8
32	102,9	41,8	61,1

33	103,6	42,2	61,4
34	104,3	42,7	61,6
35	104,9	43,1	61,8
36	105,5	43,5	62,0
37	106,1	44,0	62,1
38	106,6	44,4	62,2
39	107,1	44,8	62,3
40	107,6	45,2	62,4
41	108,0	45,6	62,4
42	108,4	46,0	62,4
43	108,8	46,3	62,5
44	109,1	46,7	62,4
45	109,5	47,1	62,4
46	109,8	47,4	62,4
47	110,1	47,8	62,3
48	110,4	48,1	62,3
49	110,6	48,5	62,1

Tabelle 3.4: Messergebnisse des Kupferstabs.

$m_{Dewar, leer} = 242,6 \text{ g}$	mit Magnetrührer	$m_{Dewar, voll} = 427,7 \text{ g}$	Kalt	Versuch 1
$m_{Glas, leer} = 278,4 \text{ g}$		$m_{Glas, voll} = 501,1 \text{ g}$	Warm	Gruppe A06 27.06.2025
Zeit t in s	T _{Warm} in °C	T _{Kalt} in °C		
0	59,3	25,4	$M_{\text{Misch}} = 648,6 \text{ g}$	
30	58,7	25,4		
60	58,4	25,4		
90	58,1	25,4		
120	57,7	25,4		
150	57,5	25,4		
180	57,2	25,4		
210	56,9	25,4		
240	56,6	25,4		
270	56,2	25,3		
300	56,0			
				↓ T _{Misch}
5		25,4		
10		26,2		
15		27,3		
20		28,5		
25		29,5		
30		30,7		
35		31,4		
40		32,2		
45		34,0		
50		34,8		
55		35,7		
60		36,4		
65		37,1		
70		38,0		
75		38,8		
80		39,8		
85		40,6		
90		40,6		
95		40,6		
100		40,6		
105		40,6		
110		40,5		
115		40,5		
120		40,5		
125		40,4		
130		40,4		
135		40,4		
140		40,4		
145		40,4		
150		40,4		
155		40,3		
160		40,3		
165		40,3		
170		40,3		
?				
0	40,3			
30	40,2			
60	40,1			
90	40,0			
120	39,9			
130	39,8			
135	39,7			
140	39,6			
145	39,5			
150	39,4			
155	39,3			

Versuch 2

Durchmesser $d_{\text{stab}} = 2,5 \text{ cm}$

$A \pm 0,05 \text{ cm}^2$

Stablänge $l_{\text{stab}} = 30,3 \text{ cm}$

$\Delta \pm 0,2 \text{ cm}$

$m_{\text{Dewar, leer}} = 242,6 \text{ g}$

$m_{\text{Dewar, voll}} = 741,6 \text{ g}$

Zeit t in min	Tuben in $^{\circ}\text{C}$	Tunten in $^{\circ}\text{C}$
1	27,3	26,4
2	30,1	26,5
3	33,6	26,6
4	37,2	26,9
5	40,3	27,3
6	43,1	27,9
7	45,6	28,4
8	47,7	29,0
9	49,7	29,5
10	51,4	30,1
11	52,9	30,6
12	54,4	31,2
13	55,6	31,6
14	56,8	32,2
15	57,8	32,6
16	58,3	33,1
17	59,6	33,6
18	60,4	34,0
19	61,1	34,5
20	61,8	34,9
21	62,3	35,3
22	62,9	35,8
23	63,5	36,2
24	64,0	36,6
25	64,4	37,1
26	64,7	37,5
27	64,9	37,9
28	65,5	38,3
29	65,9	38,7
30	66,2	39,1
31	66,6	39,5
32	66,9	39,8
33	67,1	40,2
34	67,3	40,6
35	67,6	40,9
36	67,9	41,2
37	68,1	41,6
38	68,3	41,9
39	68,5	42,2
40	68,8	42,5

10

Gruppe A05													
Fehler													
Durchmesser Stab [2,51	0,005 Messungenaugkeit des Geräts											
Länge Stab [cm]	29,9	0,2 Aufgrund der schwierigeren Messumstände (Ausdehnung des Lochs, nicht gerade)											
m_Dewar [g]	240,5	0,05											
m_K	201,9	0,05											
m_ges	692												
t	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300		
T_W	68	67,6	67,2	66,9	66,4	66	65,7	65,2	64,8	64,3	64,1		
T_K	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8	25,8		
t	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355	360	365
T_M	25,8	26,4	30,7	32,2	33,3	34,6	35,7	37,1	38,1	40,2	41,8	43	45,6
t	375	380	385	390	420	450	480	510	540	570	600	630	660
T_M	45,7	45,7	45,7	45,7	45,5	45,4	45,3	45,2	45,1	44,9	44,8	44,7	44,5
A2													
mges	620												
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
T_U	26,6	30,5	37,4	44,2	50,4	55,8	60,5	64,6	68,4	71,5	74,7	77,4	79,6
T_O	26,6	26,5	25,5	26,6	26,8	27,2	27,8	28,4	29,1	29,8	30,5	31,2	31,9
\Delta T	0	4	11,9	17,6	23,6	28,6	32,7	36,2	39,3	41,7	44,2	46,2	47,7
t	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
T_U	83,7	85,5	87,3	89	90,5	91,9	93,1	94,2	95,1	96	97	97,8	98,6
T_O	33,2	33,8	34,4	35	35,5	36,1	36,6	37,1	37,6	38,1	38,6	39,1	39,6
\Delta T	50,5	51,7	52,9	54	55	55,8	56,5	57,1	57,5	57,9	58,4	58,7	59
t	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
T_U	100,4	101,3	102,2	102,9	103,6	104,3	104,9	105,5	106,1	106,6	107,1	107,6	108
T_O	40,4	40,9	41,4	41,8	42,2	42,7	43,1	43,5	44	44,4	44,8	45,2	45,6
\Delta T	60	60,4	60,8	61,1	61,4	61,6	61,8	62	62,1	62,2	62,3	62,4	62,4
t	43	44	45	46	47	48	49						
T_U	108,8	109,1	109,5	109,8	110,1	110,4	110,6						
T_O	46,3	46,7	47,1	47,4	47,8	48,1	48,5						
\Delta T	62,5	62,4	62,4	62,4	62,3	62,3	62,1						