

M1 - Drehpendel

Julia Mariella Wiest

Gruppe A06

14.11.2024

Mit der Abgabe dieses Protokolls wird bestätigt, dass es kein Plagiat ist. Falls es dennoch eindeutig als Plagiat erkannt werden sollte, ist bekannt, dass das einen Punktabzug von 20 Punkten zur Folge, ohne Möglichkeit der Nachbearbeitung, hat. Diese Bewertung wird ausnahmslos zur Gesamtnote im Anfängerpraktikum beitragen.

1 Physikalische Grundlagen

Die nachstehenden Versuche wurden mit dem Ziel durchgeführt, Schwingungen eines Drehpendels zu untersuchen. Dabei wurde zuerst das ungedämpfte Pendel, anschließend die Dämpfung des Pendels durch eine Wirbelstrombremse und abschließend erzwungene Schwingungen betrachtet.

Die Bewegungsgleichung für das Drehpendel ohne Berücksichtigung der Reibung lautet

$$J\ddot{\varphi} + C\dot{\varphi} + D\varphi = 0,$$

wobei J das Trägheitsmoment, D das rückdrehende Moment und C das Reibungsmoment ist. Um die oben stehende Differentialgleichung lösen zu können, wird der Exponentialansatz gewählt:

$$\varphi(t) = Ae^{\lambda t} \quad \dot{\varphi}(t) = \lambda \cdot Ae^{\lambda t} \quad \ddot{\varphi}(t) = \lambda^2 \cdot Ae^{\lambda t}.$$

Das Anwenden des Exponentialansatzes ergibt

$$J \cdot \lambda^2 \cdot Ae^{\lambda t} + C \cdot \lambda \cdot Ae^{\lambda t} + D \cdot Ae^{\lambda t} \xrightarrow{Ae^{\lambda t} \neq 0} \lambda^2 + \frac{C}{J} \cdot \lambda + \frac{D}{J} = 0.$$

Setzt man $\delta = \frac{C}{2J}$ und $\omega_0^2 = \frac{D}{J}$ zusätzlich in die obige Gleichung ein, so resultiert

$$\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \frac{-2\delta \pm \sqrt{4\delta^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\delta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

wobei ω_0 die Eigenfrequenz des schwingenden Pendels ohne Reibung und δ die Dämpfungs-konstante ist.

Für die allgemeine Gleichung gilt

$$\varphi(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \text{ bzw. } \dot{\varphi}(t) = \lambda_1 \cdot Ae^{\lambda_1 t} + \lambda_2 \cdot Be^{\lambda_2 t}.$$

Setzt man die gegebenen Anfangsbedingungen $\varphi(t=0) = \varphi_0$ und $\dot{\varphi}(t=0) = 0$ ein so folgt

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= A + B \stackrel{!}{=} \varphi_0, & \dot{\varphi}(0) &= A\lambda_1 + B\lambda_2 \stackrel{!}{=} 0, \\ \Rightarrow A &= -\varphi_0 \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}, & B &= -\varphi_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}. \end{aligned}$$

1 Physikalische Grundlagen

Somit ergibt sich insgesamt für die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung des unge-dämpften Drehpendels

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot (\lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t}).$$

(o.V. WiSe 2024).

Bei der zweiten Versuchsreihe wird ein gedämpftes Pendel betrachtet. Hierbei handelt es sich um eine Dämpfung des Schwingfalles ($\omega_0^2 - \delta^2 > 0$). Auf diesen Fall soll im Folgenden näher eingegangen werden. Da der Kriechfall ($\omega_0^2 - \delta^2 > 0$) und der aperiodische Grenzfall ($\omega_0^2 = \delta^2$) für die Versuche nicht von Relevanz ist, werden diese auch nicht näher betrachtet.

Beim Schwingfall handelt es sich um Schwingungen mit schwacher Dämpfung, was bedeutet, dass die oben genannte Bewegungsgleichung unter Verwendung der Eulerschen Identität weiter vereinfacht werden kann, da die Größen λ_1 und λ_2 rein komplex sind:

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\delta t} \left(\cos(\omega t) + \frac{\delta}{\omega} \sin(\omega t) \right) \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \cdot \sin(\omega t + \phi),$$

Damit die gedämpfte Schwingung besser beschrieben werden kann, ist der Gütefaktor

$$Q = \frac{\text{Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega}{2\delta}$$

von nutzen (o.V. WiSe 2024).

In der dritten Versuchsreihe wird abschließend eine erzwungene Schwingung untersucht. Für eine erzwungene Schwingung wird das Drehpendel von außen, beispielsweise durch einen Motor, angeregt. Die Bewegungsgleichung hierfür lautet

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\Phi = f(t) \equiv \frac{M(t)}{J}.$$

Die Anregung des zu untersuchenden Drehpendels ist von periodischer Form, sodass nach einer Einschwingzeit von einer stationären erzwungenen Schwingung gesprochen werden kann. Somit ergibt sich für den Fall eines periodisch äußeren Drehmoments mit konstanter Amplitude die Gleichung

$$f(t) = f_0 \cos(\omega_a t),$$

wobei f_0 die Eigenfrequenz und ω_a die Anregungsfrequenz ist. Hat sich das Drehpendel nach der Einschwingzeit endgültig eingeschwungen, so schwingt das gesamte System mit der Schwingung

$$\varphi(t) = \varphi_a \cos(\omega_a t - \Phi),$$

wobei Φ eine mögliche Phasenverschiebung zwischen der außen angelegten Kraft und dem angeregten schwingenden System darstellt.

Daraus lässt sich ein Zusammenhang für die Phasenverschiebung Φ in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz ω_a mittels

$$\tan \Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}.$$

herstellen (o.V. WiSe 2024).

Um die Dämpfung in den Versuchen zu realisieren, wird in der unteren Hälfte des Pohlschen Rads eine Wirbelstrombremse angelegt. Diese funktioniert wie folgt: Wird in einem elektrischen Leiter, im Fall des Pohlschen Rades das schwingende Rad aus Kupfer, quer zu den Feldlinien eines Magnetfeldes, hier ein Elektromagnet, bewegt, so werden damit Ströme induziert. Die entstehenden Stromlinien sind wie Wirbel in sich geschlossen und wirken jeweils entgegengesetzt zur Drehrichtung des Rades. Dadurch unterliegt die Stromrichtung der Kupferspule turbulenten Veränderungen, sodass durch die nicht gerichteten Ströme sogenannte Wirbelströme entstehen. Dies lässt sich noch genauer anhand der Lenzschen Regel erklären: Durch die Änderung des magnetischen Flusses in einem Leiter wird eine entgegengesetzte Spannung induziert. Dadurch wird wiederum ein Stromfluss induziert, welcher selbst wieder ein Magnetfeld entgegengesetzt zu dem des Magneten erzeugt. Dies führt letztendlich zu einer Abbremsung des Leitmaterials wie beim Prinzip der Wirbelstrombremse (Gfeller 2021).

2 Drehpendel

2.1 Versuchsaufbau- und durchführung

Zur Versuchsdurchführung wird ein sogenanntes Pohlsches Rad, wie in Abbildung 2.1 zu sehen, verwendet. Dieses Drehpendel ist ein mit einer Spiralfeder verbundenes schwingendes Rad das möglichst reibungsfrei gelagert ist. Wird das Pendel ausgelenkt und damit in Schwingung versetzt, kann über den Zeiger an der Skala die Amplitude der Schwingung abgelesen werden. Am unteren Teil des Rades ist jeweils vor und hinter dem schwingenden Rad, bestehend aus Kupfer, ein Elektromagnet angebracht. Dieser dient als Wirbelstrombremse zur variablen Dämpfung des Pohlschen Rades. Die von der Wirbelstrombremse ausgehende Dämpfung wirkt direkt proportional zur (Winkel-)Geschwindigkeit des Rades, sowie zum durch die Spule laufenden Stroms. Ein Ende der Feder ist über eine Gewindestange mit einem Anregungsmotor verbunden. Über diesen Motor kann eine erzwungene Schwingung des Drehpendels erzeugt werden. Die Anregungsfrequenz des Motors wird über zwei Drehregler (Grob- und Feineinstellung) eingestellt. Läuft der Elektromotor, können über eine sich mitdrehende kleine Scheibe, Exzenter genannt, die erzeugten Umdrehungen des Motors abgezählt werden.

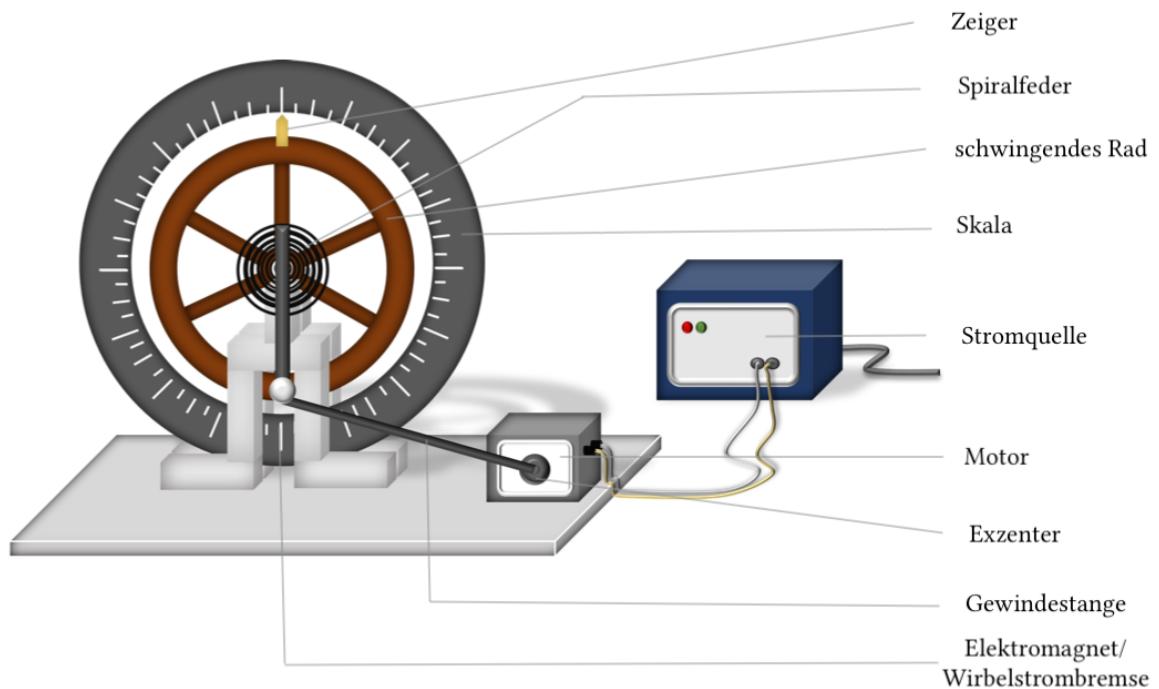


Abb. 2.1: Versuchsaufbau Pohlsches Rad (Eichler, Kronfeldt und Sahm 2016) bzw. (o.V. WiSe 2024).

2 Drehpendel

Im ersten Teil des Versuches, soll das Abklingverhalten des ungedämpften Pendels untersucht werden. Hierfür wird das Drehpendel maximal ausgelenkt und mit dem Loslassen des Zeigers wird zeitgleich die Stoppuhr gestartet. Nun wird die Amplitude alle fünf Schwingungen abgelesen und eine neue Runde auf der Handystoppuhr gestartet. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis das Pohlsche Rad zum Stillstand kommt. Mit der gemessenen Zeit und den abnehmenden Amplitudenwerten kann später in der Auswertung der Ergebnisse die Eigenfrequenz ω_0 und die Abklingkonstante δ ermittelt werden.

Anschließend wird der Versuch nun mit fünf verschiedenen Dämpfungsgraden durchgeführt. Dafür wird zuerst die Wirbelstrombremse mit der Stromquelle verbunden und über ein digitales Messgerät die gewünschte Stromstärke eingestellt. Bei fünf weiteren Messreihen wurden so Stromstärken von $I_W = 0,2 \text{ A}$, $I_W = 0,4 \text{ A}$, $I_W = 0,6 \text{ A}$, $I_W = 0,8 \text{ A}$ und $I_W = 1,0 \text{ A}$ an den Elektromagneten angelegt. Durch die Erhöhung der Stromstärke ergibt sich eine immer höhere Dämpfung des Drehpendels, womit die Anzahl der Schwingungen sich stetig verkleinert. Dadurch wird mit ansteigender Dämpfung nicht nur mehr alle fünf Schwingungen die Amplitude abgelesen, sondern der Ablesearstand unentwegt verkleinert. So wurde bei einer Dämpfung von $I_W = 0,2 \text{ A}$ noch jede zweite Schwingung abgelesen, jedoch bei einer Dämpfung von $I_W = 1,0 \text{ A}$ bereits jede halbe Schwingung notiert, um ausreichend Messpunkte zur Auswertung zu erhalten. Die so gestoppten Zeiten und identifizierten Auslenkungen des Pendels werden in der Auswertung dafür verwendet, um die Abklingkonstante δ der verschiedenen Dämpfungen zu berechnen. Ebenfalls kann mit den Daten die Kreisfrequenz ω des Drehpendels für die jeweilige Dämpfung bestimmt werden.

Im letzten Teil der Versuchsdurchführung wird nun das Pohlsche Rad mit einem Elektromotor angeregt, um eine stationär erzwungene Schwingung zu erhalten. Hierzu wird der Motor zunächst ebenfalls an eine Stromquelle angeschlossen. Über die Drehregler am Motor kann nun die Anregungsfrequenz ω_a eingestellt werden, wobei hierfür ein Regler für die Grobjustierung und ein Regler für die Feinanpassung der Frequenz am Motor angebracht ist. Nun werden zwei Messreihen für die Dämpfung von $I_W = 0,3 \text{ A}$ und $I_W = 0,7 \text{ A}$ mit jeweils zwölf verschiedenen Anregungsfrequenzen gemessen. Hierfür wird zuerst durch ausprobierendes Drehen am Grobregler versucht, das Drehpendel mit möglichst großer Amplitude zum Schwingen zu bringen. Vor jeder Messung mit einer neu eingestellten Anregungsfrequenz ist zu beachten, dass das Pendel zuerst den eingeschwungenen Zustand erreicht hat. Durch das weitere Verdrehen der Regler entstehen so verschiedene Amplitudenausschläge, wovon zwölf gemessen werden sollen. Hat sich das Pendel also konstant auf eine Amplitudenauslenkung eingeschwungen, kann mit der Messung begonnen werden. Dafür wird die Stoppuhr gestartet, wenn der Pfeil des Exzentrers (siehe Abbildung 2.1) an der Zählmarkierung vorbei kommt und dann die Zeit für zehn Umdrehungen gestoppt.

2.2 Auswertung der Messergebnisse

Auf Grundlage der im vorherigen Kapitel beschriebenen Versuchsdurchführung werden die damit erlangten Messergebnisse nun ausgewertet.

Abklingverhalten des ungedämpften Pendels

Zuerst wurde das Abklingverhalten des Pendels ohne Dämpfung gemessen. Hierfür wurde alle fünf Schwingungen die Amplitude an der Skala abgelesen und parallel eine neue Runde an der Handstoppuhr gestartet. Insgesamt ergaben sich so 120 Schwingungen innerhalb von 4:00:23 Minuten. Damit lässt sich eine gemittelte Zeit von $\bar{T}_5 = 10,01$ s für 5 Schwingungen ermitteln. Alle Daten dazu lassen sich Tabelle 3.1 entnehmen.

Die abgelesenen Amplituden lassen sich als Funktion der Zeit folgendermaßen darstellen:

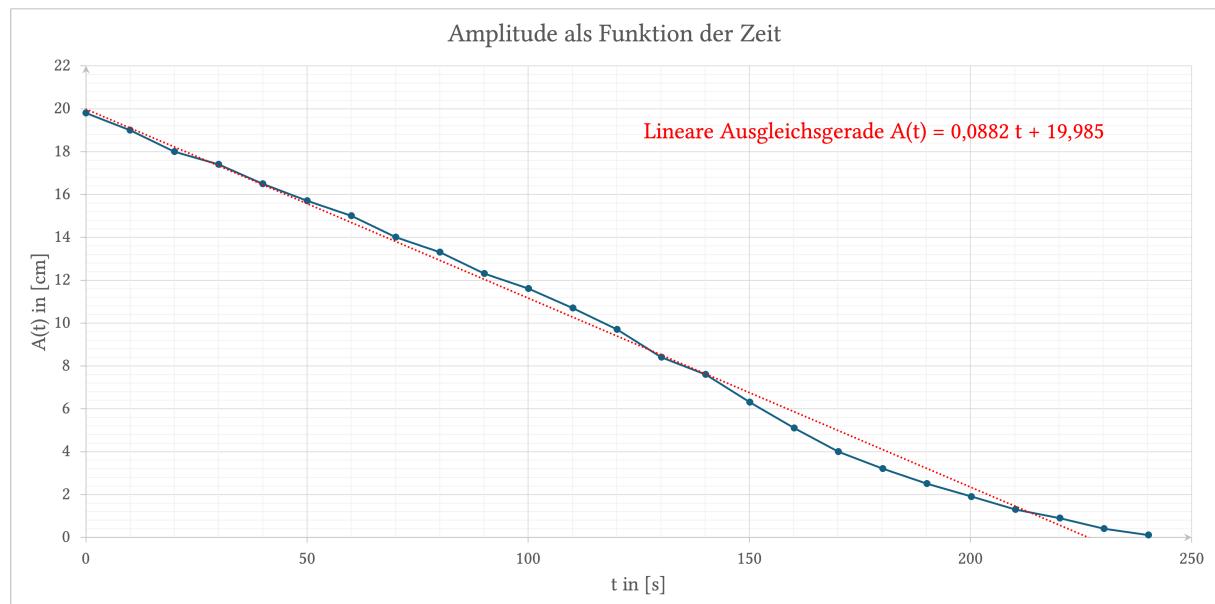


Abb. 2.2: Amplitude als Funktion der Zeit des ungedämpften Pendels.

Bei dieser Funktion handelt es sich um eine Exponentialfunktion. In der ersten Hälfte der Funktion könnte angenommen werden, dass es sich um eine lineare Funktion handelt, allerdings zeigt die Betrachtung der logarithmierten Amplitude als Funktion der Zeit in Abbildung 2.3, dass es sich tatsächlich um eine Exponentialfunktion handeln muss.

Bei der logarithmierten Amplitude fällt auf, dass sich die erste Hälfte ebenfalls gut über eine lineare Funktion approximieren lässt, jedoch fällt der Graph in der hinteren Hälfte, wie in Abbildung 2.3 zu sehen, stark ab. Ursachen hierfür könnten Messfehler und die Reibung, welche bei kleineren Amplituden stärker zum Tragen kommt, sein.

Um nun die Eigenfrequenz ω_0 und die Eigenfrequenz δ des ungedämpften Pendels zu ermitteln, wird zunächst der Mittelwert über die Schwingzeit des Pohlschen Rads berechnet:

$$T = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (2,0014 \pm 0,0041)\text{s}.$$

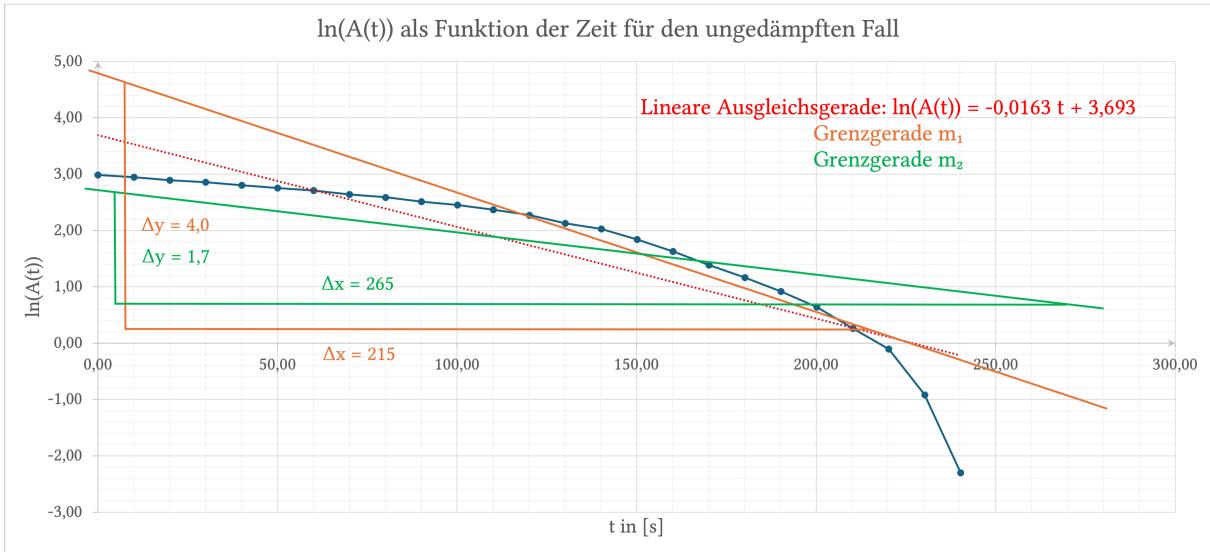


Abb. 2.3: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit im ungedämpften Fall.

Nehme dazu weiterhin einen Fehler der Zeit von $\Delta t = 0,5$ s und einen Ablesefehler der Amplitude von $\Delta A = 0,5$ cm an. Alle Messwerte und Rechungen können für alle nun folgenden Teilberechnungen dem Anhang 3 entnommen werden.

Die Eigenfrequenz

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \pm \left| -\frac{2\pi}{T^2} \right| \cdot \Delta T = (3,1394 \pm 0,0064) \text{ Hz}$$

lässt sich mithilfe der gemittelten Schwingungszeit einfach ausrechnen.

Damit die Abklingkonstante δ bestimmt werden kann, wird dafür die lineare Ausgleichsgerade (rot)

$$\ln(A(t)) = -0,0163 + 3,693$$

aus Abbildung 2.3 herangezogen. Diese wurde hier und in allen weiteren Grafiken automatisch von Excel inklusive Ausgabe der Geradengleichung erstellt. Hierbei stellt der Betrag der Steigung der linearen Ausgleichsgeraden die Dämpfungskonstante δ dar. Dies folgt aus

$$A(t) = \varphi_0 e^{-\delta t} \Rightarrow \ln(\varphi_0) - \delta t.$$

Somit gilt $\delta = m_\delta = 0,0163$. Um den Fehler ermitteln zu können, werden nun zusätzlich zu der Ausgleichsgeraden, noch zwei weitere Grenzgeraden von Hand in das Diagramm 2.3 eingezeichnet. Diese verlaufen im besten Fall durch den Schwerpunkt der Messwerte. Der Mittelwert der Steigung der beiden Grenzgeraden m_1 (orange) und m_2 (grün), welche mittels der Formel

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

berechnet werden kann, multipliziert mit dem Ablesefehler der Amplitude $\Delta A = 0,5$ cm ergibt sich folgendermaßen:

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,0186 + 0,0064) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,0063.$$

Also ergibt sich insgesamt für die Abklinkkonstante:

$$\delta = (0,0163 \pm 0,0063) \frac{1}{\text{s}}$$

Die berechneten Werte weisen relativ geringe Fehlerwerte auf, weswegen davon ausgegangen werden kann, dass in der ersten Versuchsreihe zur Untersuchung des ungedämpften Pendels keine signifikatnten systematischen Fehler gemacht wurde. Trotzdem können etwaige Ungenauigkeiten entstehen:

- Beim Stoppen der Zeit fließt vor allem die Reaktionszeit des Menschen stark mit ein. Um exakte Messergebnisse zu erhalten, hätte die neue Runde auf der Stoppuhr genau dann begonnen werden müssen, wenn der Amplitudenausschlag auf der Skala maximal war. Diesen Punkt genauestens visuell zu erfassen und gleichzeitig auf die Stoppuhr zu drücken ist unmöglich. Deswegen wurde auch mit einem relativ großen Fehler von $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ gerechnet um dies auszugleichen.
- Ebenfalls, wie bereits erwähnt, war das Ablesen der maximalen Amplitude bei dem doch recht schnell schwingenden Drehpendel schwer. Trotz Handaufnahme und ausgiebiger Videoanalyse ist der Umkehrpunkt des Pendels mit bloßem Auge nur ungefähr auszumachen, sodass auch hier mit einem Fehler von $\Delta A = 0,5 \text{ cm}$ gerechnet wurde, um etwaige Ablesefehler zu relativieren.
- Wie in Abbildung 2.3 zu sehen, fällt nach circa zwei Dritteln fast linearer Ergebnisse die Kurve stark logarithmisch nach unten ab. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass die Reibung bei kleineren Amplituden deutlich stärker zum tragen kam.

Abklingverhalten des gedämpften Pendels

Mit dem Anschließen der Wirbelstrombremse wird im Folgenden nun das Abklingverhalten den gedämpften Pendels anhand von fünf verschiedenen Dämpfungen untersucht. Dabei wird die Eigenfrequenz ω_0 und die Abklingkonstante δ analog zum oberen Teilkapitel ermittelt.

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,2 \text{ A}$

Für die Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,2 \text{ A}$ sind alle Messwerte in Tabelle 3.2 zu finden. Damit ergeben sich für die gemittelte Zeit

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (1,97 \pm 0,1380) \text{ s}$$

und die Eigenfrequenz

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = (3,1930 \pm 0,2239) \text{ Hz.}$$

Zur Ermittlung der Abklingkonstante δ wird wiederrum die Abbildung 2.4 der logarithmierten Amplitude herangezogen.

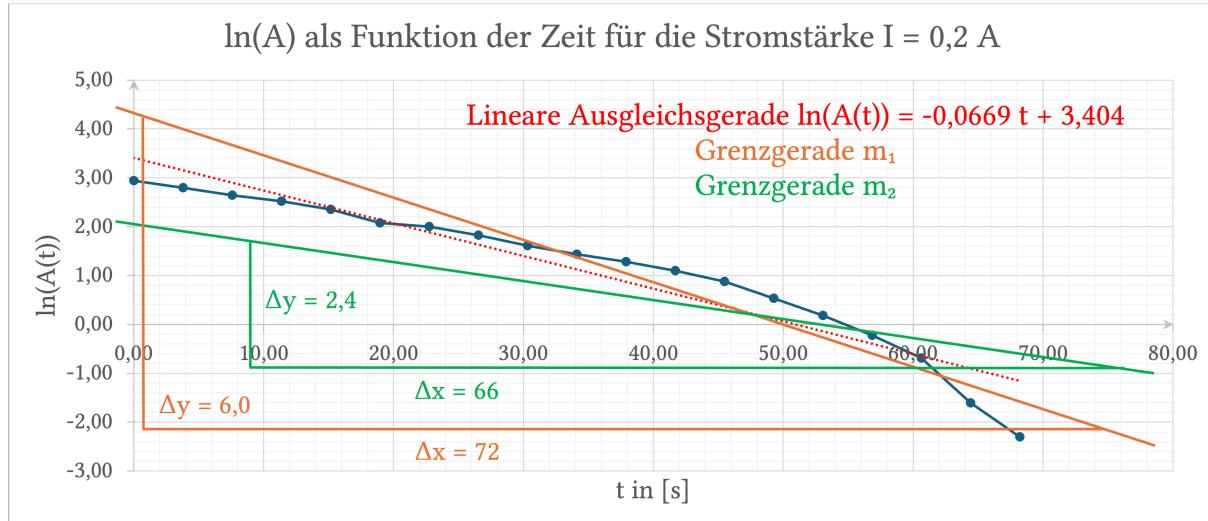


Abb. 2.4: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit bei einer Dämpfung von $I_W = 0,2 \text{ A}$.

Für die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise der Grenzgeraden ergeben sich

$$\delta = 0,0669 \text{ (rot)} \quad m_1 = 0,0830 \text{ (orange)} \quad m_2 = 0,0360 \text{ (grün)}$$

und damit eine Abklingkonstante δ von

$$\delta = (0,0669 \pm 0,0298) \frac{1}{\text{s}}$$

Abschließend wird nun noch die Kreisfrequenz $\omega_{0,2 \text{ A}}$ bei einer Dämpfung mit einer Stromstärke von $I_W = 0,2 \text{ A}$ bestimmt mit

$$\omega_{0,2 \text{ A}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| = (3,1923 \pm 0,2245) \text{ Hz.}$$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,4 \text{ A}$

Deckungsgleich zur Auswertung der Ergebnisse für die Dämpfung mit $I_W = 0,4 \text{ A}$ werden nun alle Werte der weiteren Dämpfungen mit höheren Stromstärken errechnet.

Gemittelte Zeit: $\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (1,80 \pm 0,0313) \text{ s.}$

Eigenfrequenz: $\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = (3,4907 \pm 0,0607) \text{ Hz.}$

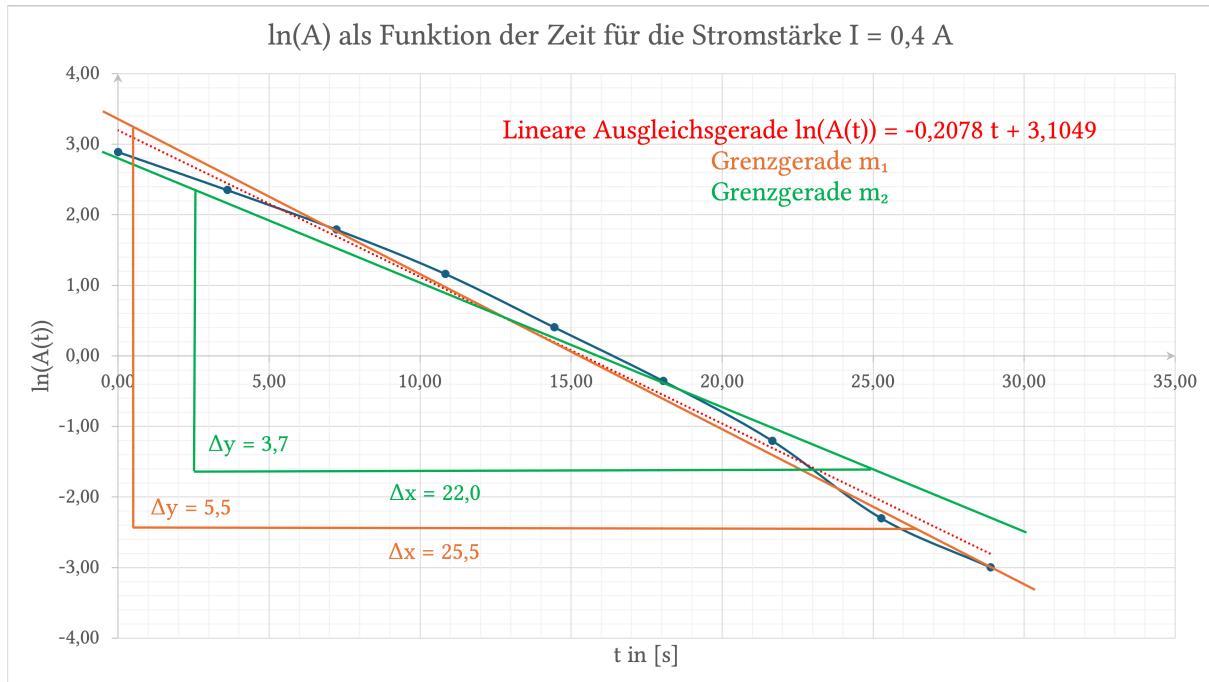


Abb. 2.5: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit bei einer Dämpfung von $I_W = 0,4 \text{ A}$.

Für die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise der Grenzgeraden (vgl. Abbildung 2.5) ergeben sich

$$\delta = 0,2078 \text{ (rot)} \quad m_1 = 0,2157 \text{ (orange)} \quad m_2 = 0,1681 \text{ (grün)}$$

und damit eine Abklinkonstante δ von

$$\delta = (0,2078 \pm 0,0,0960) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{Kreisfrequenz: } \omega_{0,4 \text{ A}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| = (3,4845 \pm 0,0664) \text{ Hz.}$$

Die Werte hierfür sind Tabelle 3.2 zu entnehmen beziehungsweise alle kleinteiligen Berechnungen sind im Anhang 3 zu finden.

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,6 \text{ A}$

Die für die Dämpfung mit $I_W = 0,6 \text{ A}$ gemessenen Werte sind in Tabelle 3.4 zu finden.

$$\text{Gemittelte Zeit: } \bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (1,88 \pm 0,0556) \text{ s.}$$

2 Drehpendel

Eigenfrequenz: $\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = (3,3421 \pm 0,0988) \text{ Hz.}$

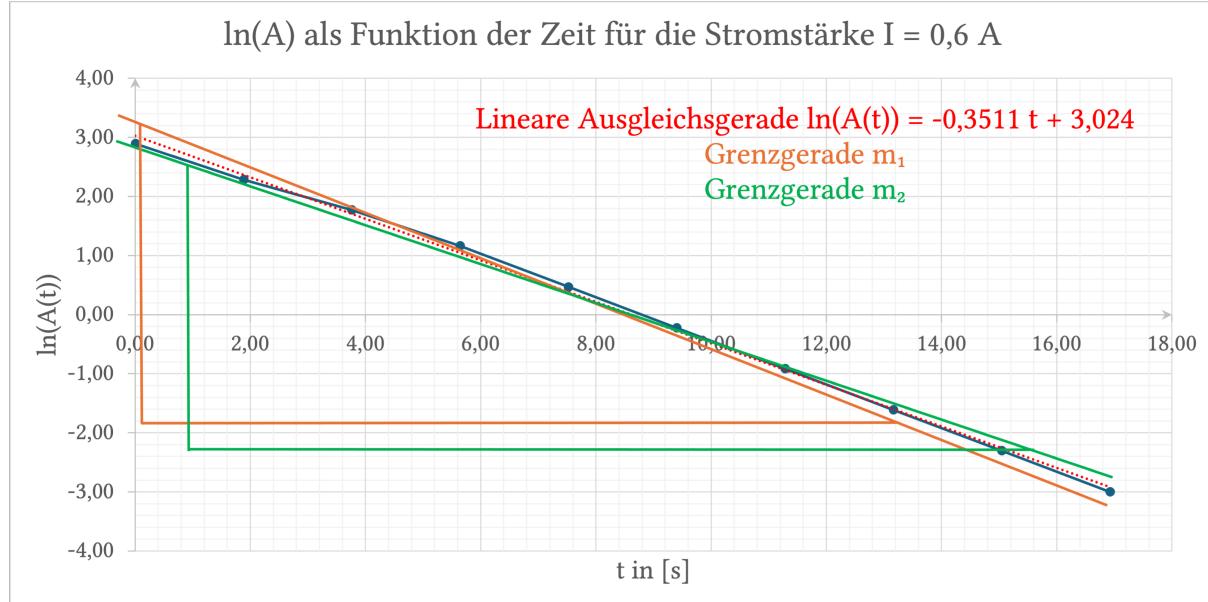


Abb. 2.6: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit bei einer Dämpfung von $I_W = 0,6 \text{ A}$.

Für die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise der Grenzgeraden (vgl. Abbildung 2.6) ergeben sich

$$m_\delta = \delta = 0,3511 \text{ (rot)} \quad m_1 = 0,3750 \text{ (orange)} \quad m_2 = 0,3194 \text{ (grün)}$$

und damit eine Abklinkonstante δ von

$$\delta = (0,3511 \pm 0,0,1736) \frac{1}{\text{s}}$$

Kreisfrequenz: $\omega_{0,6 \text{ A}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| = (3,3236 \pm 0,1170) \text{ Hz.}$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,8 \text{ A}$

Gemittelte Zeit: $\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (1,74 \pm 0,0830) \text{ s.}$

Eigenfrequenz: $\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = (3,6110 \pm 0,1723) \text{ Hz.}$

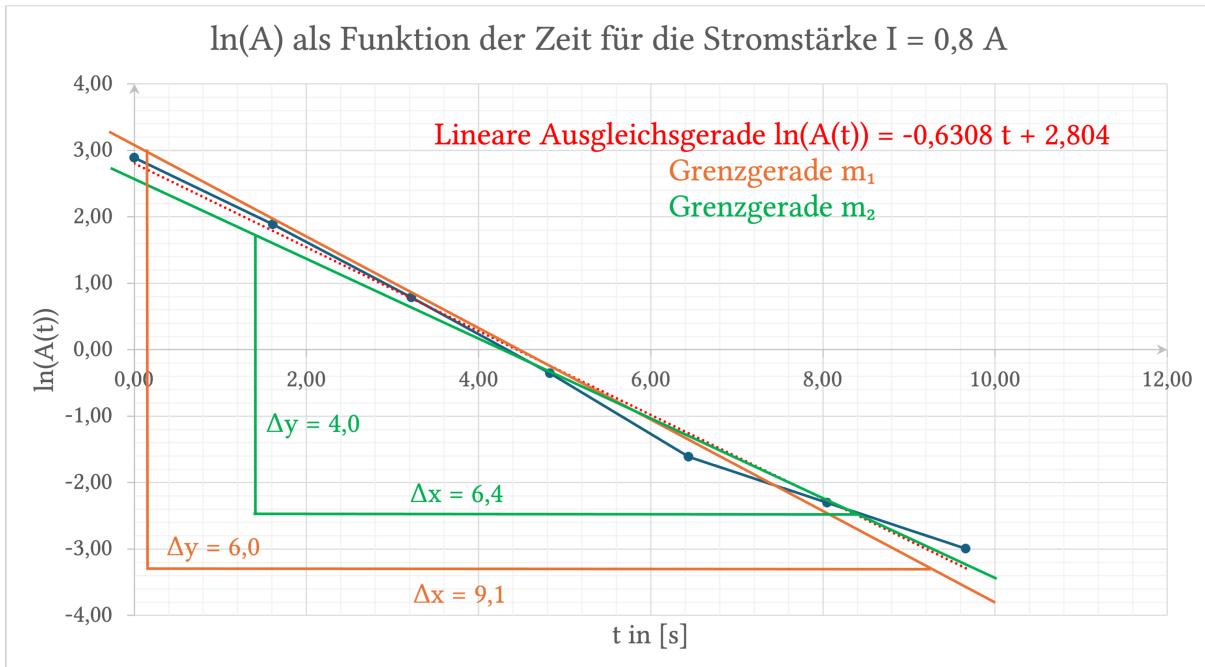


Abb. 2.7: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit bei einer Dämpfung von $I_W = 0,8 \text{ A}$.

Für die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise der Grenzgeraden (vgl. Abbildung 2.7) ergeben sich

$$m_\delta = \delta = 0,6308 \text{ (rot)} \quad m_1 = 0,6593 \text{ (orange)} \quad m_2 = 0,4396 \text{ (grün)}$$

und damit eine Abklinkonstante δ von

$$\delta = (0,6593 \pm 0,2748) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{Kreisfrequenz: } \omega_{0,8 \text{ A}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| = (3,5555 \pm 0,2225) \text{ Hz.}$$

Aller Messergebnisse für die Dämpfung bei einer Stromstärke von $I_W = 0,8 \text{ A}$ wurden Tabelle 3.5 entnommen.

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 1,0 \text{ A}$

Als letzte Messung dieser Reihe wurde eine Dämpfung mit der Stromstärke $I_W = 1,0 \text{ A}$ an die Wirbelstrombremse angelegt. Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 3.6 zu finden.

$$\text{Gemittelte Zeit: } \bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (1,51 \pm 0,1250) \text{ s.}$$

Eigenfrequenz: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \pm \left| -\frac{2\pi}{T^2} \right| \cdot \Delta T = (4,1610 \pm 0,3445) \text{ Hz.}$

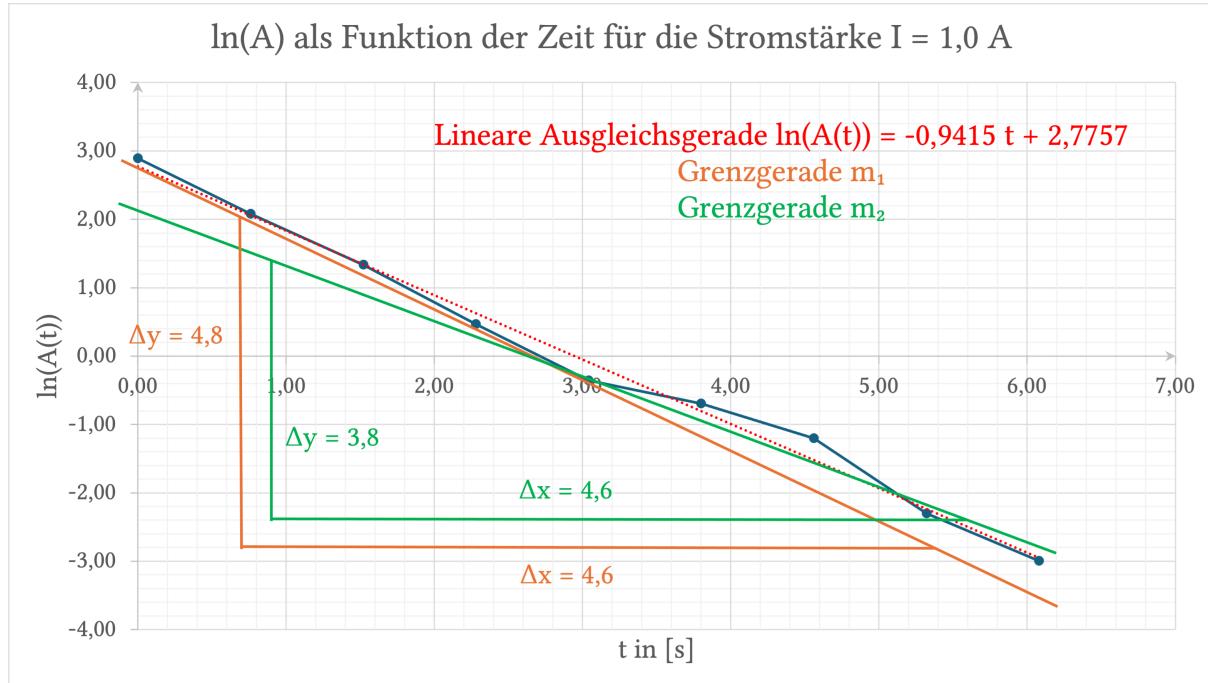


Abb. 2.8: Logarithmierte Amplitude als Funktion der Zeit bei einer Dämpfung von $I_W = 1,0 \text{ A}$.

Für die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise der Grenzgeraden (vgl. Abbildung 2.8) ergeben sich

$$\delta = 0,9415 \text{ (rot)} \quad m_1 = 1,0435 \text{ (orange)} \quad m_2 = 0,8261 \text{ (grün)}$$

und damit eine Abklinkonstante δ von

$$\delta = (0,9415 \pm 0,4674) \frac{1}{\text{s}}$$

Kreisfrequenz: $\omega_{1,0 \text{ A}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| = (4,053 \pm 0,4503) \text{ Hz.}$

Wie erwartet stiegen mit höherer Dämpfung auch die Kreisfrequenzen an.

Anhand der ermittelten Abklingkonstanten δ über die fünf verschiedenen Dämpfungen lassen sich die Werte der Dämpfungen als Funktion der Stromstärken I_W , wie in Abbildung 2.9 zu sehen, aufzeichnen.

Betrachtet man die Dämpfungskonstante δ im Verhältnis zur quadrierten Stromstärke I_W^2 , so lässt sich in Abbildung 2.10 eine klare Proportionalität von $\delta \propto I_W^2$ an der Wirbelstrombremse erkennen.

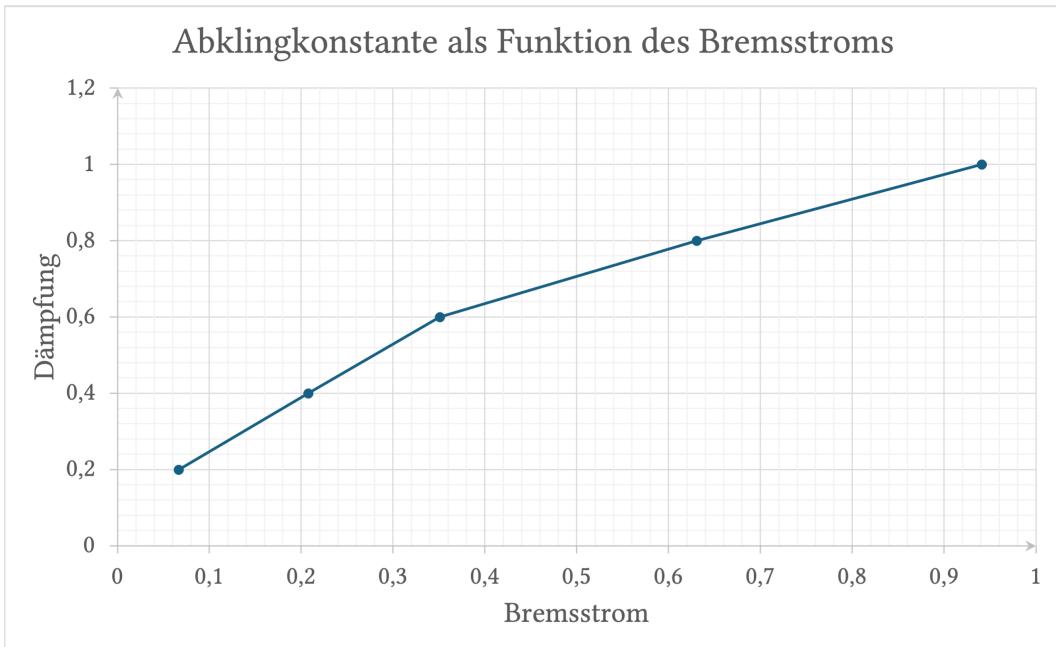


Abb. 2.9: Abklingkonstante als Funktion des Bremsstroms.

Bei der Versuchsdurchführung mit dem gedämpften Pendel lassen sich dieselben systematischen Fehler wie beim ungedämpften Drehpendel auftragen. Zusätzlich dazu, wurde vor allem mit steigender Dämpfung das Ablesen der Amplitude immer schwerer, da beispielsweise für die Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 1,0$ A bereits jede halbe Schwingung abgelesen werden musste, um ausreichend Messergebnisse zu erhalten. Die gesamte Messung für die stärkste Dämpfung betrug auch nur noch 6,08 s, sodass auch hier die Reaktionszeit beim Stoppen jeder halben Amplitude durchaus von höheren Messfehlern ausgegangen werden kann. Dies erklärt auch den immer höher werdenden Fehlerwert von $\Delta\bar{T}$, da auf die sehr niedrigen Stoppzeiten ein relativ hoher Fehler von Δt multipliziert wird. Das wirkt sich dann ebenfalls auf die weitere Berechnung der Eigen- beziehungsweise Kreisfrequenz aus. Auch der Fehler von $\Delta\delta$ erhöht sich mit stärkerer Dämpfung. Die Grenzgeraden schmiegen sich immer weiter an, wodurch diese fast der Steigung der Ausgleichsgeraden entsprechen und damit ein sehr ähnlicher Wert erzielt wird.

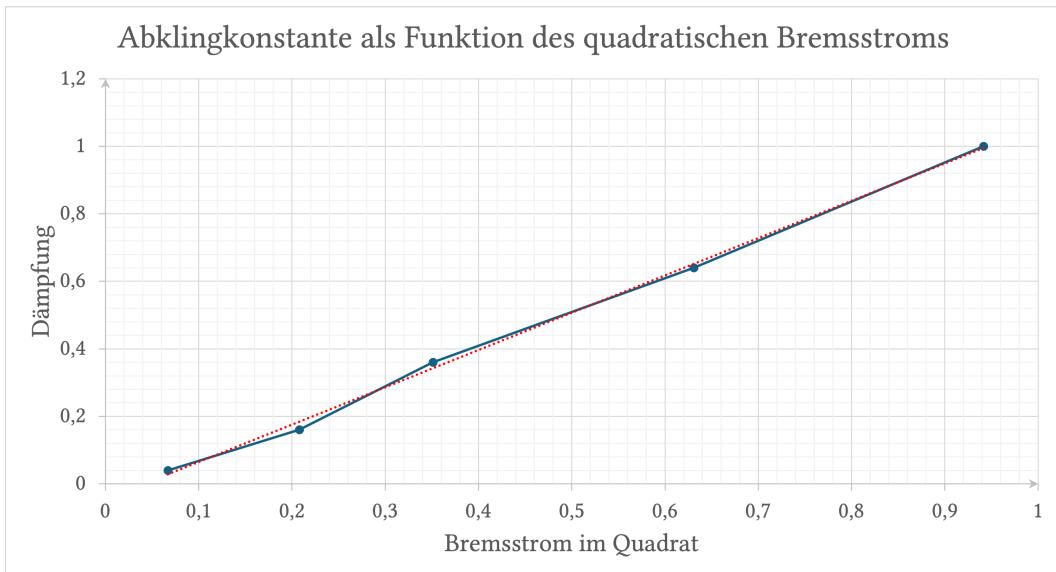


Abb. 2.10: Abklingkonstante als Funktion des quadrierten Bremsstroms.

Erzwungene Schwingungen

Erzwungene Schwingung mit Dämpfung der Stromstärke $I_W = 0,3 \text{ A}$

Für den dritten Teil der Versuchsreihe wird nun das Drehpendel von einem Elektromotor angetrieben, welcher auf zwölf verschiedenen Anregungsfrequenzen ω_a betrieben wurde. Der Versuch wurde zwei Mal mit zwei unterschiedlichen Bremsströmen durchgeführt. Für jede der zwölf Anregungsfrequenzen wurde die Amplitude an der rechten und linken Skala des Pohlschen Rades abgelesen, da sich die Ausrichtung des Zeigers als nicht ganz mittig erwies. In Tabelle 3.7 sind alle Messwerte und die Berechnung der gemittelten Amplitude zu finden. Die gemessene Zeit von zehn Umdrehungen wurde ebenfalls auf eine Umdrehung heruntergerechnet. Da das Ablesen der zehn Umdrehungen am Exzenter einfacher war, als das Ablesen der maximalen Amplituden in den vorangehenden Versuchen wird im Folgenden von einem Messfehler $\Delta t = 0,3 \text{ s}$ ausgegangen.

Die Kreisfrequenz $\omega_{r,0,3 \text{ s}} = 3,1120 \text{ Hz}$ bei $T = 2,02 \text{ s}$ lässt sich in Abbildung 2.11 durch das Ablesen der höchsten Stelle bestimmen. Alternativ kann der höchste Amplitudenwert aus Tabelle 3.7 abgelesen werden.

Unter Einbeziehung der Fehlerrechnung ergibt sich somit für

$$\omega_r = \omega_r \pm \frac{2\pi}{(\bar{T})^2} \cdot \Delta t = (3,1120 \pm 0,4620) \text{ Hz.}$$

Der Wert für $\delta = 0,5$ lässt sich aus Abbildung 2.9 $\delta \sim I_W$ ablesen. Um den Messfehler für $\overline{\Delta\delta}$ zu erhalten, werden alle bisher berechneten Abweichungen $\Delta\delta$ des gedämpften Pendels addiert und durch fünf geteilt. Damit ergibt sich ein gemittelter Messfehler von

$$\overline{\Delta\delta} = 0,2083.$$

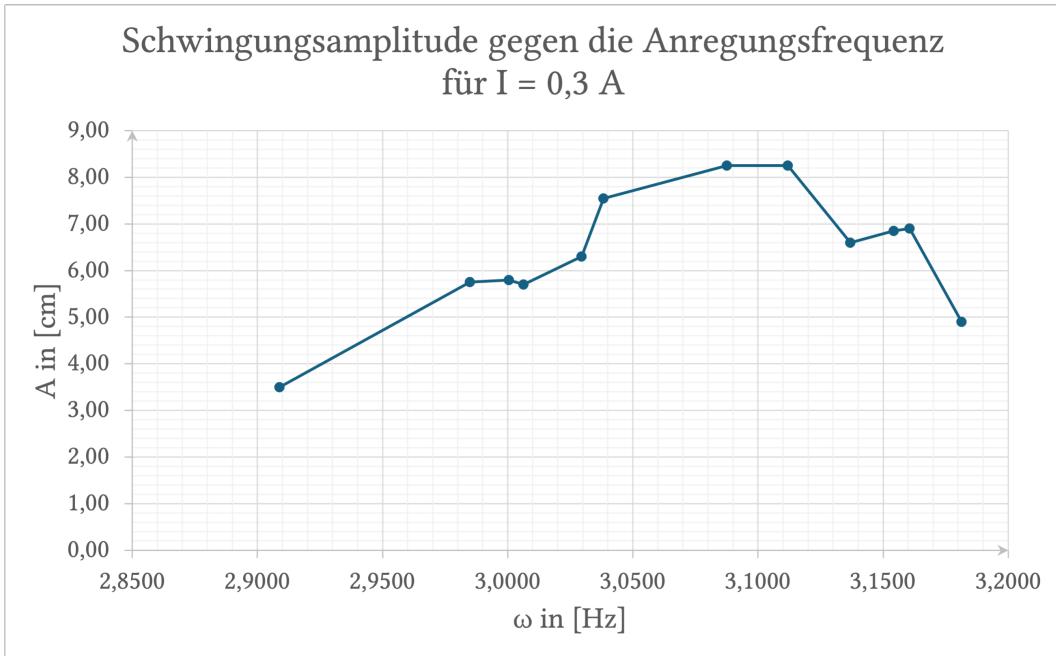


Abb. 2.11: Amplitude als Funktion der Anregungsfrequenz bei $I_W = 0,3 \text{ A}$.

Mit den nun ermittelten Werten lässt sich die Güte Q des schwingenden Systems bestimmen:

$$Q = \frac{\omega_r}{2\delta} \pm \left(\frac{1}{2\delta} \cdot \Delta\omega_r + \frac{\omega_r}{4\delta^2} \cdot \Delta\delta \right) = (3,1120 \pm 1,0844) \text{ Hz.}$$

Alle einzelnen Rechnungen sind weiterhin dem Anhang 3 zu entnehmen.

Erzwungene Schwingung mit Dämpfung der Stromstärke $I_W = 0,7 \text{ A}$

Dasselbe Vorgehen wie für die erzwungene Schwingung mit Dämpfung $I_W = 0,3 \text{ A}$ wird nun für die Dämpfung mit $I_W = 0,7 \text{ A}$ wiederholt. Die Messwerte und Auswertungsergebnisse sind herbei Tabelle 3.8 zu entnehmen. Die Kreisfrequenz $\omega_{r,I_W=0,7 \text{ A}} = 3,3799 \text{ Hz}$ bei $T = 1,86 \text{ s}$ ist aus Abbildung 2.12 an der höchsten Stelle abzulesen.

Insgesamt ergibt sich hiermit für die Kreisfrequenz

$$\omega_r = \omega_r \pm \frac{2\pi}{(\bar{T})^2} \cdot \Delta t = (3,3799 \pm 0,5449) \text{ Hz.}$$

Der Wert für $\delta = 0,85$ ist Abbildung 2.9 $\delta \sim I_W$ zu entnehmen. Für den Messfehler wird weiterhin der gemittelte Fehlerwert $\overline{\Delta\delta} = 0,2083$ angenommen.

Insgesamt ergibt sich so für die Güte Q des Systems

$$Q = \frac{\omega_r}{2\delta} \pm \left(\frac{1}{2\delta} \cdot \Delta\omega_r + \frac{\omega_r}{4\delta^2} \cdot \Delta\delta \right) = (3,3799 \pm 0,5544) \text{ Hz.}$$

Wie man in Abbildung 2.11 sehen kann, sind hier relativ große systematische Messfehler passiert, da die Grafik kaum einen Peak, welcher in Abbildung 2.12 schön zu sehen ist, aufweist. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass der Elektromotor immer wieder langsamer wurde

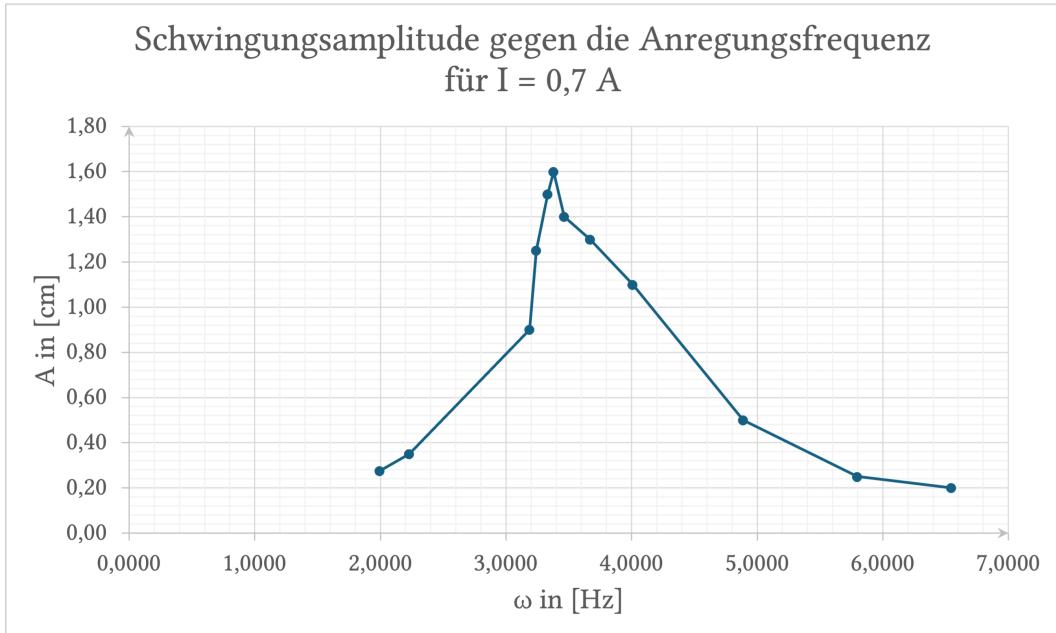


Abb. 2.12: Amplitude als Funktion der Anregungsfrequenz bei $I_W = 0,7 \text{ A}$.

beziehungsweise teilweise ganz stehen blieb, obwohl an den Drehreglern nichts verändert wurde. So wurde es fast unmöglich, eine Amplitude bei eingeschwungenem Zustand abzulesen beziehungsweise einen Maximalausschlag der Amplitude zu erzeugen. Vor allem an dem Knick bei einer Frequenz von $\omega_a = 3,0063 \text{ Hz}$ lässt sich gut erkennen, dass hier der Motor stehen blieb, und das Pendel nicht mehr richtig eingeschwungen ist. Im Gegensatz dazu, bei der erzwungenen Schwingung mit einer Dämpfung von $I_W = 0,7 \text{ A}$, lässt sich ein schöner Peak bei einer Anregungsfrequenz von $\omega_a = 3,3799 \text{ Hz}$ erkennen. Bei kleineren Ausschlägen lief der Motor bemerkenswert besser durch und kam kaum noch zum Stocken. Vielleicht hat aber auch eine deutlich kleinere Einschwingzeit bei kleineren Amplituden zu aussagekräftigeren Ergebnissen geführt.

Qualitative Diskussion der Phasenverschiebung zwischen Pendel und Motor

Zuletzt lässt sich die Phasenverschiebung zwischen der angeregten Kraft und der Schwingung des Pendels betrachten. Die Phasenverschiebung Φ lässt sich dabei in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz ω_a mit der Gleichung

$$\tan \Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2} \Rightarrow \Phi = \arctan\left(\frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}\right)$$

darstellen.

Hieraus ergeben sich drei besonders interessante Grenzfälle welche im Folgenden näher beleuchtet werden:

- Sehr geringe Frequenzen für $\omega_a \rightarrow 0$:

$$\Phi = \lim_{\omega_a \rightarrow 0} \arctan\left(\frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}\right) = 0,$$

das heißt die Phasenverschiebungen sind ganzperiodisch.

- Sehr große Frequenzen für $\omega_a \rightarrow \infty$:

$$\Phi = \lim_{\omega_a \rightarrow \infty} \arctan\left(\frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}\right) \approx 0.$$

In diesem Fall tritt in diesem Bereich gar keine Phasenverschiebung auf.

- Frequenzen nahe der Eigenfrequenz $\omega_a \rightarrow \omega_0$:

$$\Phi = \lim_{\omega_a \rightarrow \omega_0} \arctan\left(\frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Es tritt also eine Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$ auf.

Literatur

- Eichler, Hans Joachim, Heinz-Detlef Kronfeldt und Jürgen Sahm (2016). *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. 3. Aufl. Berlin: Springer Spektrum.
- Gfeller, Urs (2021). *Wirbelstrombremse*. URL: https://www.magicscience.ch/components/com_jshopping/files/demo_products/41_Wirbelstrombremse.pdf (besucht am 21.11.2024).
- o.V. (WiSe 2024). *Versuchsanleitung M1 - Drehpendel*.

3 Anhang

Abklingverhalten des ungedämpften Pendels

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_5$ in s	A	$\ln(A)$
0	0,00	0,00	19,80	2,99
5	9,88	10,01	19,00	2,94
10	9,80	20,02	18,00	2,89
15	9,86	30,03	17,40	2,86
20	9,81	40,04	16,50	2,80
25	9,89	50,05	15,70	2,75
30	9,73	60,06	15,00	2,71
35	9,96	70,07	14,00	2,64
40	10,00	80,08	13,30	2,59
45	9,93	90,09	12,30	2,51
50	9,95	100,10	11,60	2,45
55	10,10	110,11	10,70	2,37
60	9,96	120,12	9,70	2,27
65	10,10	130,13	8,40	2,13
70	9,99	140,14	7,60	2,03
75	10,18	150,15	6,30	1,84
80	10,25	160,16	5,10	1,63
85	10,13	170,17	4,00	1,39
90	10,10	180,18	3,20	1,16
95	10,14	190,19	2,50	0,92
100	10,28	200,20	1,90	0,64
105	10,28	210,21	1,30	0,26
110	10,02	220,22	0,90	-0,11
115	10,08	230,23	0,40	-0,92
120	9,75	240,24	0,10	-2,30
\bar{T}_5	10,01			
\bar{T}_1	2,0014			

Tabelle 3.1: Messwerte ungedämpftes Drehpendel.

3 Anhang

In einer Zeit von 4:00:23 min wurden 120 Schwingungen gemessen. Daraus ergibt sich ein Mittelwert der Zeiten aller 5 Schwingungen von $\bar{T}_5 = 10,01$ s. In der Spalte $\sum \bar{T}_5$ wird dieser Mittelwert bis zur 120 Schwingung aufsummiert.

Verwende weiterhin die Messfehler $\Delta t = 0,5$ s und $\Delta A = 0,5$ cm.

$$\bar{T}_1 = \frac{T_{\text{ges}}}{n} = \frac{240,24 \text{ s}}{120} = 2,0014 \quad \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{1}{120} \cdot 0,5 \text{ s} = 0,0041 \text{ s}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \frac{1}{n} \cdot \Delta t = (2,0014 \pm 0,0041) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} = \frac{2\pi}{\frac{240,24 \text{ s}}{120}} = 3,1394 \text{ Hz}$$

$$\Delta \omega_0 = \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \left| -\frac{2\pi}{\left(\frac{240,24 \text{ s}}{120} \right)^2} \right| \cdot 0,0041 \text{ s} = 0,0064 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = (3,1394 \pm 0,0064) \text{ Hz}$$

Die Steigung m_δ der linearen Ausgleichsgeraden (rot) $m_\delta = -0,0163 \frac{1}{\text{s}}$ kann aus der Abbildung 2.3 abgelesen werden.

Die Steigungen der Grenzgeraden m_1 und m_2 werden über die Formel $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ bestimmt:

$$m_1 = \frac{4,0}{215} = 0,0186 \text{ (orange)}, \quad m_2 = \frac{1,7}{265} = 0,0064 \text{ (grün)}.$$

Damit lässt sich der Messfehler der Abhangkonstante

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,0186 + 0,0064) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,0063$$

berechnen und es ergibt sich insgesamt:

$$\Rightarrow \delta = (0,0163 \pm 0,0063) \frac{1}{\text{s}}$$

Abklingverhalten des gedämpften Pendels

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,2 \text{ A}$

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_2$ in s	A	$\ln(A)$
0	0	0	19	2,9444
2	4,13	3,79	16,40	2,7973
4	3,78	7,58	14,10	2,6462
6	3,96	11,37	12,40	2,5177
8	3,93	15,16	10,50	2,3514
10	4,05	18,95	8,00	2,0794
12	4,00	22,74	7,40	2,0015
14	3,96	26,53	6,20	1,8245
16	4,10	30,32	5,00	1,6094
18	4,06	34,11	4,20	1,4351
20	4,35	37,9	3,60	1,2809
22	3,81	41,69	3,00	1,0986
24	4,25	45,48	2,40	0,8755
26	3,87	49,27	1,70	0,5306
28	4,02	53,06	1,20	0,1823
30	3,83	56,85	0,80	-0,2231
32	4,10	60,64	0,50	-0,6931
34	3,82	64,43	0,20	-1,6094
36	2,82	68,22	0,10	-2,3026
\bar{T}_2	3,94			
\bar{T}_1	1,97			

Tabelle 3.2: Dämpfung mit $I_W = 0,2 \text{ A}$

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{68,22 \text{ s}}{136} \pm \frac{1}{36} \cdot 0,5 \text{ s} = (1,97 \pm 0,1380) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{\frac{70,84 \text{ s}}{36}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\left(\frac{70,84 \text{ s}}{36} \right)^2} \right| \cdot 0,1380 \text{ s} = (3,1930 \pm 0,2239) \text{ Hz}$$

Die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise Grenzgerade wurden aus Abbildung 2.4 entnommen:

$$\delta = 0,0669 \text{ (rot)} \quad m_1 = \frac{6,0}{72} = 0,0830 \text{ (orange)} \quad m_2 = \frac{2,4}{66} = 0,0360 \text{ (grün)}$$

$$\Delta\delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,0830 + 0,0360) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,0298$$

$$\delta = (0,0669 \pm 0,0298) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_{0,2A} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{(3,1930 \text{ Hz})^2 - (0,0669 \text{ Hz})^2} = 3,1923 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{0,2A} &= \left(\left| \frac{2\omega_0^2}{2\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \cdot \Delta\omega_0 \right| + \left| \frac{2\delta}{2\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \cdot \Delta\delta \right| \right) = \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta\omega_0 + \delta \cdot \Delta\delta) \right| \\ &= \left| \frac{1}{3,1930 \text{ Hz}} \cdot (3,1930 \text{ Hz} \cdot 0,2239 \text{ Hz} + 0,0669 \text{ Hz} \cdot 0,0298 \text{ Hz}) \right| = 0,2245 \text{ Hz}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega_{0,2A} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta\omega_0 + \delta \cdot \Delta\delta) \right| = (3,1923 \pm 0,2245) \text{ Hz}$$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,4 \text{ A}$

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_2$ in s	A	ln(A)
0	0,00	0,00	18,00	2,8904
2	4,03	3,61	10,50	2,3514
4	3,96	7,22	6,00	1,7918
6	4,06	10,83	3,20	1,1632
8	4,50	14,44	1,50	0,4055
10	3,33	18,05	0,70	-0,3567
12	3,72	21,66	0,30	-1,2040
14	3,64	25,27	0,10	-2,3026
16	1,63	28,88	0,05	-2,9957
\bar{T}_2	3,61			
\bar{T}_1	1,80			

Tabelle 3.3: Dämpfung mit $I_W = 0,4 \text{ A}$

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta\bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{28,88 \text{ s}}{16} \pm \frac{1}{16} \cdot 0,5 \text{ s} = (1,80 \pm 0,0313) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{\frac{28,88 \text{ s}}{16}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\left(\frac{28,88 \text{ s}}{16}\right)^2} \right| \cdot 0,0313 \text{ s} = (3,4907 \pm 0,0607) \text{ Hz}$$

Die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise Grenzgerade wurden aus Abbildung 2.5 entnommen:

$$m_\delta = \delta = 0,2078 \text{ (rot)} \quad m_1 = \frac{5,5}{25,5} = 0,2157 \text{ (orange)} \quad m_2 = \frac{3,7}{22} = 0,1681 \text{ (grün)}$$

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,2157 + 0,1681) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,0960$$

$$\delta = (0,2078 \pm 0,0,0960) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| \\ &= \sqrt{(3,4907 \text{ Hz})^2 - (0,2078 \text{ Hz})^2} \pm \left| \frac{1}{3,4907 \text{ Hz}} \cdot (3,4907 \text{ Hz} \cdot 0,0607 \text{ Hz} + 0,2078 \text{ Hz} \cdot 0,0960 \text{ Hz}) \right| \\ &= (3,4845 \pm 0,0664) \text{ Hz} \end{aligned}$$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,6 \text{ A}$

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_1$ in s	A	ln(A)
0	0,00	0,00	18,00	2,8904
1	2,24	1,88	9,80	2,2824
2	1,77	3,76	5,90	1,7750
3	2,09	5,64	3,20	1,1632
4	1,96	7,52	1,60	0,4700
5	1,91	9,40	0,80	-0,2231
6	1,76	11,28	0,40	-0,9163
7	1,57	13,16	0,20	-1,6094
8	1,86	15,04	0,10	-2,3026
9	1,77	16,92	0,05	-2,9957
\bar{T}_1	1,88			

Tabelle 3.4: Dämpfung mit $I_W = 0,6 \text{ A}$

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{16,92 \text{ s}}{9} \pm \frac{1}{9} \cdot 0,5 \text{ s} = (1,88 \pm 0,0556) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{1,88 \text{ s}} \pm \left| -\frac{2\pi}{(1,88 \text{ s})^2} \right| \cdot 0,0556 \text{ s} = (3,3421 \pm 0,0988) \text{ Hz}$$

3 Anhang

Die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise Grenzgerade wurden aus Abbildung 2.6 entnommen:

$$m_\delta = \delta = 0,3511 \text{ (rot)} \quad m_1 = \frac{4,8}{12,8} = 0,3750 \text{ (orange)} \quad m_2 = \frac{4,6}{14,4} = 0,3194 \text{ (grün)}$$

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,3750 + 0,3194) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,1736$$

$$\delta = (0,3511 \pm 0,1736) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| \\ &= \sqrt{(3,341 \text{ Hz})^2 - (0,3511 \text{ Hz})^2} \pm \left| \frac{1}{3,341 \text{ Hz}} \cdot (3,4241 \text{ Hz} \cdot 0,0988 \text{ Hz} + 0,3511 \text{ Hz} \cdot 0,1736 \text{ Hz}) \right| \\ &= (3,3236 \pm 0,1170) \text{ Hz} \end{aligned}$$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 0,8 \text{ A}$

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_1$ in s	A	$\ln(A)$
0	0,00	0,00	18,00	2,8904
1	2,33	1,61	6,60	1,8871
2	1,80	3,22	2,20	0,7885
3	1,86	4,83	0,70	-0,3567
4	1,56	6,44	0,20	-1,6094
5	1,40	8,05	0,10	-2,3026
6	1,49	9,66	0,05	-2,9957
\bar{T}_1	1,74			

Tabelle 3.5: Dämpfung mit $I_W = 0,8 \text{ A}$

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{9,66 \text{ s}}{6} \pm \frac{1}{6} \cdot 0,5 \text{ s} = (1,74 \pm 0,0830) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| \frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{1,74 \text{ s}} \pm \left| \frac{2\pi}{(1,74 \text{ s})^2} \right| \cdot 0,0830 \text{ s} = (3,6110 \pm 0,1723) \text{ Hz}$$

Die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise Grenzgerade wurden aus Abbildung 2.7 entnommen:

$$m_\delta = \delta = 0,6308 \text{ (rot)} \quad m_1 = \frac{6,0}{9,1} = 0,6593 \text{ (orange)} \quad m_2 = \frac{4,0}{9,1} = 0,4396 \text{ (grün)}$$

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(0,6593 + 0,4396) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,2748$$

$$\delta = (0,6593 \pm 0,2748) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned}\omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| \\ &= \sqrt{(3,6110 \text{ Hz})^2 - (0,6308 \text{ Hz})^2} \pm \left| \frac{1}{3,6110 \text{ Hz}} \cdot (3,6110 \text{ Hz} \cdot 0,1723 \text{ Hz} + 0,6593 \text{ Hz} \cdot 0,2748 \text{ Hz}) \right| \\ &= (3,5555 \pm 0,2225) \text{ Hz}\end{aligned}$$

Dämpfung mit Stromstärke $I_W = 1,0 \text{ A}$

Schwingung n	T in s	$\sum \bar{T}_{0,5}$ in s	A	ln(A)
0,0	0,00	0,00	18,00	2,89037175789616
0,5	1,24	0,76	8,00	2,07944154167984
1,0	1,00	1,52	3,80	1,33500106673234
1,5	0,99	2,28	1,60	0,470003629245736
2,0	0,87	3,04	0,70	-0,356674943938732
2,5	0,66	3,80	0,50	-0,693147180559945
3,0	0,49	4,56	0,30	-1,20397280432594
3,5	0,36	5,32	0,10	-2,30258509299405
4,0	0,44	6,08	0,05	-2,99573227355399
$\bar{T}_{0,5}$	0,76			
\bar{T}_1	1,51			

Tabelle 3.6: Dämpfung mit $I_W = 1,0 \text{ A}$

$$\bar{T} = \frac{T_{\text{ges}}}{n} \pm \Delta \bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \Delta t = \frac{6,08 \text{ s}}{4} \pm \frac{1}{4} \cdot 0,5 \text{ s} = (1,51 \pm 0,1250) \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} \pm \left| -\frac{2\pi}{\bar{T}^2} \right| \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{1,51 \text{ s}} \pm \left| -\frac{2\pi}{(1,51 \text{ s})^2} \right| \cdot 0,1250 \text{ s} = (4,1610 \pm 0,3445) \text{ Hz}$$

Die Steigungen der Ausgleichs- beziehungsweise Grenzgerade wurden aus Abbildung 2.8 entnommen:

$$m_\delta = \delta = 0,9415 \text{ (rot)} \quad m_1 = \frac{4,8}{4,6} = 1,0435 \text{ (orange)} \quad m_2 = \frac{3,8}{4,6} = 0,8261 \text{ (grün)}$$

$$\Delta m = \Delta \delta = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \Delta A = \frac{1}{2}(1,0435 + 0,8261) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,4674$$

$$\delta = (0,9415 \pm 0,4674) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned}\omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \pm \left| \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 \cdot \Delta \omega_0 + \delta \cdot \Delta \delta) \right| \\ &= \sqrt{(4,1610 \text{ Hz})^2 - (0,9415 \text{ Hz})^2} \pm \left| \frac{1}{4,1610 \text{ Hz}} \cdot (4,1610 \text{ Hz} \cdot 0,3445 \text{ Hz} + 0,9415 \text{ Hz} \cdot 0,4674 \text{ Hz}) \right| \\ &= (4,053 \pm 0,4503) \text{ Hz}\end{aligned}$$

Erzwungene Schwingung mit Dämpfung der Stromstärke $I_W = 0,3 \text{ A}$

Messung i	t_{10} in s	t_1 in s	ω	A links	A rechts	A gemittelt
1	21,60	2,16	2,9089	3,80	3,20	3,50
2	21,05	2,11	2,9849	6,20	5,30	5,75
3	20,94	2,09	3,0006	6,10	5,50	5,80
4	20,90	2,09	3,0063	6,00	5,40	5,70
5	20,74	2,07	3,0295	6,80	5,80	6,30
6	20,68	2,07	3,0383	7,90	7,20	7,55
7	20,35	2,04	3,0876	8,70	7,80	8,25
8	20,19	2,02	3,1120	8,50	8,00	8,25
9	20,03	2,00	3,1369	7,00	6,20	6,60
10	19,92	1,99	3,1542	7,30	6,40	6,85
11	19,88	1,99	3,1606	7,20	6,60	6,90
12	19,75	1,98	3,1814	5,20	4,60	4,90

Tabelle 3.7: Messergebnisse des angeregten Pendels mit Dämpfung $I_W = 0,3 \text{ A}$

Verwende $\Delta t = 0,3 \text{ s}$.

Lese $\omega_r = 3,1120 \text{ Hz}$ bei $T = 2,02 \text{ s}$ aus Abbildung 2.11 an der höchsten Stelle ab.

$$\omega_r = \omega_r \pm \frac{2\pi}{(\bar{T})^2} \cdot \Delta t = 3,1120 \text{ Hz} \pm \frac{2\pi}{2,02 \text{ s}} \cdot 0,3 \text{ s} = (3,1120 \pm 0,4620) \text{ Hz.}$$

Ebenso lässt sich $\delta = 0,5$ aus Abbildung 2.9 $\delta \sim I_W$ ablesen. Berechne $\overline{\Delta \delta}$ hierfür aus allen bisher berechneten Abweichungen des gedämpften Pendels:

$$\overline{\Delta \delta} = \frac{1}{5} (0,0298 + 0,0960 + 0,1736 + 0,2748 + 0,4674) = 0,2083$$

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{\omega_r}{2\delta} \pm \left(\frac{1}{2\delta} \cdot \Delta\omega_r + \frac{\omega_r}{4\delta^2} \cdot \Delta\delta \right) \\
&= \frac{3,1120 \text{ Hz}}{2 \cdot 0,5 \text{ Hz}} \pm \left(\frac{1}{2 \cdot 0,5 \text{ Hz}} \cdot 0,4620 \text{ Hz} + \frac{3,1120 \text{ Hz}}{4 \cdot (0,5 \text{ Hz})^2} \cdot 0,20 \text{ Hz} \right) \\
&= (3,1120 \pm 1,0844) \text{ Hz}
\end{aligned}$$

Erzwungene Schwingung mit Dämpfung der Stromstärke $I_W = 0,7 \text{ A}$

Messung i	t_{10} in s	t_1 in s	ω	A links	A rechts	A gemittelt
1	31,50	3,15	1,9947	0,50	0,05	0,28
2	28,19	2,82	2,2289	0,60	0,10	0,35
3	19,71	1,97	3,1878	1,20	0,60	0,90
4	19,39	1,94	3,2404	1,50	1,00	1,25
5	18,86	1,89	3,3315	1,80	1,20	1,50
6	18,59	1,86	3,3799	1,90	1,30	1,60
7	18,14	1,81	3,4637	1,70	1,10	1,40
8	17,12	1,71	3,6701	1,60	1,00	1,30
9	15,67	1,57	4,0097	1,40	0,80	1,10
10	12,85	1,29	4,8896	0,70	0,30	0,50
11	10,84	1,08	5,7963	0,50	0,00	0,25
12	9,60	0,96	6,5450	0,40	0,00	0,20

Tabelle 3.8: Messergebnisse des angeregten Pendels mit Dämpfung $I_W = 0,7 \text{ A}$

Lese $\omega_r = 3,3799 \text{ Hz}$ bei $T = 1,86 \text{ s}$ aus Abbildung 2.12 an der höchsten Stelle ab.

$$\omega_r = \omega_r \pm \frac{2\pi}{(\bar{T})^2} \cdot \Delta t = 3,3799 \text{ Hz} \pm \frac{2\pi}{1,86 \text{ s}} \cdot 0,3 \text{ s} = (3,3799 \pm 0,5449) \text{ Hz}.$$

Ebenso lässt sich $\delta = 0,85$ aus Abbildung 2.9 $\delta \sim I_W$ ablesen.

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{\omega_r}{2\delta} \pm \left(\frac{1}{2\delta} \cdot \Delta\omega_r + \frac{\omega_r}{4\delta^2} \cdot \Delta\delta \right) \\
&= \frac{3,3799 \text{ Hz}}{2 \cdot 0,85 \text{ Hz}} \pm \left(\frac{1}{2 \cdot 0,85 \text{ Hz}} \cdot 0,5449 \text{ Hz} + \frac{3,3799 \text{ Hz}}{4 \cdot (0,85 \text{ Hz})^2} \cdot 0,20 \text{ Hz} \right) \\
&= (3,3799 \pm 0,5544) \text{ Hz}
\end{aligned}$$

Versuch 1		Pendel auf 0 eingestellt	
Gruppe A06	Schwingungen n	Amplitude A in cm	Zeit t in s
15.11.84	5	13,0	9,88
	10	18,0	9,80
	15	17,4	9,86
	20	16,5	9,81
	25	15,7	9,89
	30	15,0	9,73
	35	14,0	9,96
	40	13,3	10,00
	45	12,3	9,93
	50	11,6	9,95
	55	10,7	10,10
	60	9,7	9,96
	65	8,4	10,10
	70	7,6	9,99
	75	6,3	10,18
	80	5,1	10,25
	85	4,0	10,13
	90	3,2	10,10
	95	2,5	10,14
	100	1,9	10,28
	105	1,3	10,28
	110	0,9	10,02
	115	0,4	10,08
	120	0,1-0,0	8,75

$\Delta t = 0,55$
 $\Delta A = 0,5 \text{ cm}$

ungedämpftes Pendel

Gesamtzeit
 $\Sigma 4:00:23 \text{ Min}$

→ Pendel max. nach links ausgelenkt (max ca. 19,8-20)
 → Amplitude an linker Skala abgelesen
 → Zeit am Handy über Runden ≈ 5 Schwingungen gemessen
 → Amplitude über Handyvideo im Zeitraffer abgelesen

Messfehler:

- Rundenwechsel bei exakter max. Amplitude beim Zeit stoppen aufgr. Reaktionszeit unmöglich
- Ablesen der Amplitude trotz Zeitraffer schwer, wg kleiner Skala und Bestimmung Umkehrpunkt schwer.
- Blickwinkel

DfL

Versuch 2
Gruppe A06
15.11.24

Dämpfung mit Wirbelstrombremse

$$\max A = 19 \text{ cm}$$

$$I_w = 0,2A$$

$$\max A = 18 \text{ cm}$$

der Schritte

$$I_w = 0,4A$$

der Schritte

$$\max A = 18 \text{ cm}$$

$$I_w = 0,6A$$

$$\max A = 18 \text{ cm}$$

$$I_w = 0,8A$$

05er Schritte

$$\max A = 18 \text{ cm}$$

$$I_w = 1,0A$$

Schwingungen n	t in s	A in cm	t in s	A in cm	t in s	A in cm	t in s	A in cm	t in s	A in cm	Schwingungen n
2	4,13	16,4	4,03	10,5	2,24	9,8	2,33	6,6	1,24	8,0	1 0,5
4	3,78	14,1	3,96	6,0	1,77	5,9	1,80	2,2	1,00	3,8	2 1
6	3,96	12,4	4,06	3,2	2,09	3,2	1,86	0,7	0,88	1,6	3 1,5
8	3,83	10,5	4,50	1,5	1,96	1,6	1,56	0,2	0,77	0,7	4 2
10	4,05	8,8	3,33	0,7	1,91	0,8	1,40	0,1	0,66	0,5	5 2,5
12	4,00	7,4	3,72	0,3	1,76	0,4	1,49	0,05	0,10	0,3	6 3
14	3,96	6,2	3,64	0,1	1,57	0,2	0,83	0	0,36	0,1	7 3,5
16	4,10	5,0	1,63	0,05	1,86	0,1			0,44	0,05	8 4
18	4,06	4,2			1,77	0,05					9
20	4,35	3,6									10
22	3,81	3,0									
24	4,25	2,4									
26	3,87	1,7									
28	4,02	1,2									
30	3,83	0,8									
32	4,10	0,5									
34	3,82	0,2									
36	2,82	0,1									
38	1,14	0,05									
40	0,37										
	$\Sigma 1:10:09 \text{ min}$	$\Sigma 28,87$		$\Sigma 17,35 \text{ s}$			$\Sigma 11,29 \text{ s}$		$\Sigma 6,05 \text{ s}$		VL

Messung i	Umdrehungen	$I_w = 0,3 \text{ A}$		$I_w = 0,7 \text{ A}$		Messung i
		t in s	A in cm links	t in s	A in cm rechts	
1	10	19,75	5,2	4,6	18,86	1,8
2	10	21,60	3,8	3,2	19,71	1,2
3	10	20,90	6,0	5,4	19,39	1,5
4	10	20,74	6,8	5,8	18,59	1,9
5	10	21,05	6,2	5,3	18,14	1,7
6	10	20,94	6,1	5,5	17,12	1,6
7	10	19,92	7,3	6,4	15,67	1,4
8	10	19,68	7,2	6,6	12,85	0,7
9	10	20,19	8,5	8,0	28,19	0,6
10	10	20,35	8,7	7,8	31,50	0,5
11	10	20,68	7,9	7,2	9,60	0,4
12	10	20,03	7,0	6,2	10,84	0,5
						0,0

Messfehler:

- Motor nicht konstant / bleibt teilweise stehen
- Reaktionszeit beim messen
- Resonanz zu finden schwer
- Ablesen der Amplitude mit links/rechts da Pendel nicht exakt genullt

dK

Versuch 3
Gruppe A06
15.11.24