

# **W5 - Adiabatenexponent**

Julia Mariella Wiest

Gruppe A06

18.12.2024

---

*Mit der Abgabe dieses Protokolls wird bestätigt, dass es kein Plagiat ist. Falls es dennoch eindeutig als Plagiat erkannt werden sollte, ist bekannt, dass das einen Punktabzug von 20 Punkten zur Folge, ohne Möglichkeit der Nachbearbeitung, hat. Diese Bewertung wird ausnahmslos zur Gesamtnote im Anfängerpraktikum beitragen.*



# 1 Physikalische Grundlagen

Der nachstehende Versuch wurde mit dem Ziel durchgeführt, den Adiabaten- beziehungsweise Polytropenexponenten von Luft und Argon experimentell zu bestimmen.

Bei einem adiabatischen Prozess handelt es sich um einen Vorgang, bei welchem keine Wärme ( $dQ = 0$ ) übertragen wird.

Der Adiabatenexponent

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_V}$$

gibt das Verhältnis der Wärmekapazitäten, abhängig vom Druck und Volumen des Gases, an. Dabei handelt es sich um eine materialspezifische Größe (Universität Augsburg WiSe2024).

Mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$dQ = dU - dW \xrightarrow{\text{Gas}} dQ = dU + pdV$$

und der Zustandsgleichung für ideale Gase

$$pV = vRT = \frac{m}{M}RT,$$

wobei  $v$  die Stoffmenge,  $R$  die Gaskonstante und  $M$  die molare Masse des Gases ist, können die Adiabatengleichungen

$$pV^\kappa = \text{const} \quad TV^{\kappa-1} = \text{const} \quad T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}$$

hergeleitet werden (Universität Augsburg WiSe2024).

Aus den Freiheitsgraden  $f$  im thermischen Gleichgewicht lassen sich die Wärmekapazitäten

$$Mc_V = C_V = \frac{fR}{2}$$

und

$$C_p = C_V + R = \frac{fR}{2} + R$$

bestimmen. Insgesamt kann ein Gas über dessen Anzahl an Freiheitsgraden  $f$  abgeschätzt werden

$$\kappa = 1 + \frac{2}{f}$$

(Meschede 2010, S. 257).

# 1 Physikalische Grundlagen

Um eine adiabatische Expansion zu beschreiben, können die Adiabatengleichungen verwendet werden. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$(p_0 + \Delta p_1)^{1-\kappa} T_Z^\kappa = p_0^{1-\kappa} (T_Z - \Delta \kappa).$$

Durch mehrmaliges Umformen folgt für den Adiabatenexponenten

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

Dadurch, dass sowohl isotherme als auch adiabatische Prozesse in der realen Welt nur näherungsweise umgesetzt werden können, da während des Versuches immer ein Teil der Wärmemenge aus der Umgebung automatisch in das Gas gelangt, wird für einen sogenannten polytropischen Prozess der Polytropenexponent

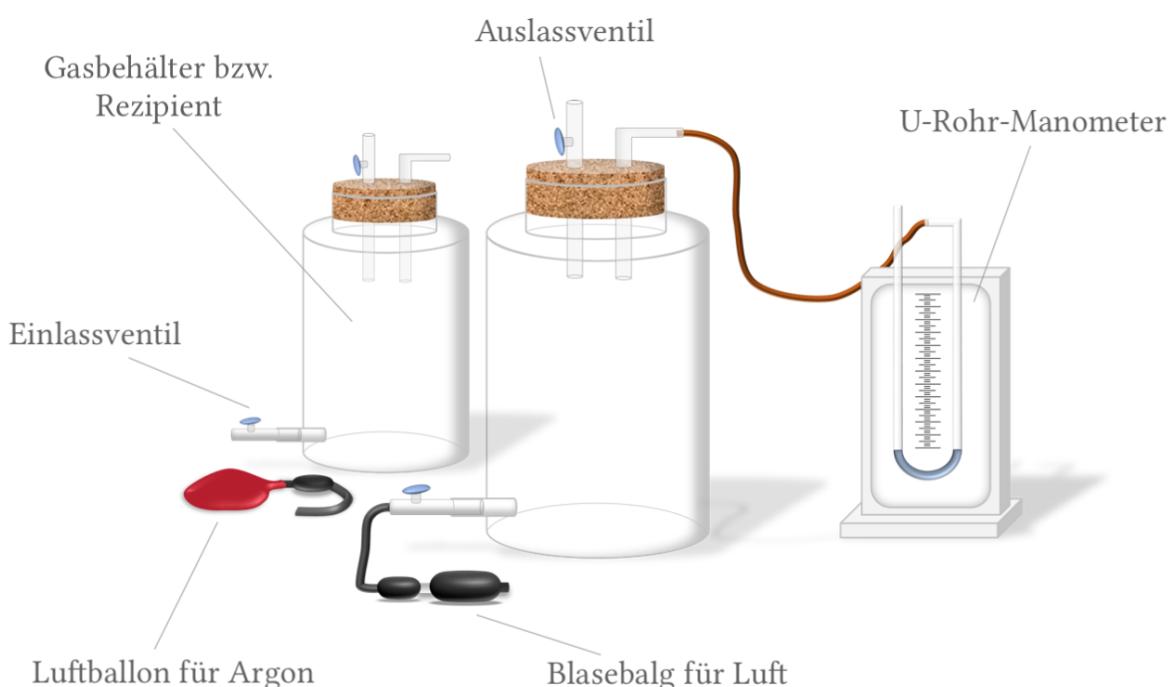
$$n = \frac{C_p + \Delta C}{C_V + \Delta C}$$

statt des Adiabatenexponenten verwendet (Universität Augsburg [WiSe2024](#)).

## 2 Adiabatenexponent

### 2.1 Versuchsaufbau- und durchführung

Zur Bestimmung des Adiabaten- beziehungsweise Polytropenexponenten wird das Verfahren nach Clément und Desormes verwendet. Für die Bestimmung des Adiabatenexponenten wird der große Gasbehälter aus Glas, auch Rezipient genannt, herangezogen, für den Polytropenexponenten der kleine Gasbehälter. Der Gesamtaufbau ist Abbildung 2.1 zu entnehmen.



**Abb. 2.1:** Versuchsaufbau nach Clément und Desormes zur Bestimmung des Adiabatenexponenten (Universität Augsburg WiSe2024).

Zunächst wird das U-Rohr-Manometer mit destilliertem Wasser gefüllt, sodass dieses beidseitig bis zur Nulllinie (0 cm) reicht. Danach wird das Manometer über einen Gummischlauch mit dem Rezipienten verbunden, um während des Versuchs den vorherrschenden Druck in der Flasche über die Höhenveränderung des Wassers im U-Rohr-Manometer ablesen zu können. Im ersten Teil des Versuches sind beide Gasbehälter mit Luft gefüllt. Das Vorgehen ist für die kleine wie für die große Flasche dasselbe, sodass im Folgenden zwischen den Größen der Behälter verbal nicht unterschieden wird. Nun wird der Blasebalg für Luft an das Einlassventil des Gasbehälters über eine Gummischlauchverbindung gesteckt. Im ersten Schritt wird das Einlassventil geöffnet und das Auslassventil geschlossen. Nun wird mit dem Blasebalg so lange

Luft in das Gefäß gepumpt, bis das U-Rohr-Manometer ungefähr bis auf 10 cm angestiegen ist. Es herrscht also ein Überdruck im Gasbehälter von  $p_1 = p_0 + \Delta p_1$  vor. Beim Pumpen ist dabei zu beachten, da es sich beim dem U-Rohr-Manometer um ein ungeschlossenes Exemplar handelt, dass keinerlei Flüssigkeit aus der oberen Öffnung verloren geht. Sind nun durch das Pumpen circa 10 cm erreicht, wird unverzüglich das untere Ventil geschlossen. Durch die Erhöhung des Drucks erhöht sich die Temperatur im Rezipienten minimal, weswegen sich der angezeigte Druck im Manometer aufgrund der Erwärmung des Gases im Behälter zurück auf Zimmertemperatur etwas sinkt. Wird der nun angezeigte Wert als konstant angenommen, wird die nun am U-Rohr-Manometer angezeigte Höhe  $h_1$  notiert. Anschließend wird das Auslassventil kurz geöffnet, um einen Druckausgleich im Gasbehälter zu vollführen, sodass das Manometer wieder die Höhe 0 cm anzeigt. Dabei sollte die Flüssigkeit im Manometer durch das Öffnen möglichst nicht in Schwingung geraten. Nach dem Druckausgleich wird das Auslassventil sofort wieder geschlossen. Dadurch, dass der Druckausgleich durch das Öffnen sehr schnell vonstatten geht, ist es schwierig abzuschätzen, wann das Manometer genau bei 0 cm ist, da der Vorgang lang genug sein muss, um jeglichen Druck abzulassen, aber auch schnell genug durchgeführt werden muss, damit kein Temperaturaustausch mit der Umgebungsluft stattfindet. Denn durch diese sogenannte adiabatische Expansion sinkt die Temperatur im Rezipienten von der Zimmertemperatur  $T_Z$  auf  $T_2 = T_Z - \Delta T$ . Nach dem Schließen des oberen Ventils gleicht sich nun die tiefere Temperatur in der Flasche wieder an die Raumtemperatur an, sodass der Druck wieder um  $p_2 = p_0 + \Delta p_2$  steigt. Durch diese isochore Erwärmung steigt die Flüssigkeit im U-Rohr-Manometer wieder an, sodass, sobald sich ein konstanter Wert eingestellt hat, nun die Höhe  $h_2$  notiert werden kann. Dieses Vorgehen wird nun pro Rezipient sieben Mal wiederholt, wobei zwischen den Durchgängen die Flasche über das Auslassventil entlüftet werden muss, sodass das Manometer zu Beginn einer Messung wieder auf 0 cm steht.

Ähnlich zum Vorgehen mit Luft wird das Experiment nun für beide Gasbehälter mit dem Gas Argon wiederholt. Im Labor kann Argon aus einem dafür vorgesehenen Behälter über einen Schlauch in einen handelsüblichen Luftballon gefüllt werden. Damit sich im Rezipienten nur noch Argon befindet, das heißt in der Flasche ist keinerlei Luft mehr enthalten, muss das Gefäß zuerst mit Argon gespült werden. Hierfür wird der Ballon mit dem Argon an das Einlassventil angeschlossen und das Auslassventil geöffnet. Dadurch, dass Argon ein schwereres Gas ist als Luft, wird durch das Befüllen des Behälters von unten die Luft nach oben über das Auslassventil herausgedrückt. Für die große Flasche wurden zum Spülen insgesamt fünf Luftballons in den Behälter gelassen, für die kleine Flasche nur zwei. Nach dem Spülvorgang wird abermals das U-Rohr-Manometer an den Rezipienten angeschlossen und der oben beschriebene Messvorgang analog jeweils sieben Mal für die große und die kleine Flasche wiederholt. Zum Erhöhen des Druckes wurde diesmal allerdings kein Blasebalg, sondern der Argonluftballon mit dem Einlassventil verbunden, sodass durch leichtes Drücken auf den Ballon der Druck in der Flasche erhöht werden konnte.

## 2.2 Auswertung der Messergebnisse

Auf Grundlage der im vorherigen Kapitel beschriebenen Versuchsdurchführung werden die damit erlangten Messergebnisse nun ausgewertet.

### Bestimmung des Adiabatenexponenten $\kappa$

Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten werden die Messergebnisse der großen Glasbehälter herangezogen. Der Adiabatenexponent wird über die Formel

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \pm \left( \left| \frac{-h_2}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_1 + \left| \frac{-h_1}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_2 \right)$$

berechnet, wobei sich der Fehler  $\Delta\kappa$  über

$$\Delta\kappa = \frac{\partial\kappa}{\partial h_1} \cdot \Delta h_1 + \frac{\partial\kappa}{\partial h_2} \cdot \Delta h_2$$

ergibt. Als Ablesefehler der Wassersäule des U-Rohr-Manometers werden die Werte  $\Delta h_1 = \Delta h_2 = 0,2 \text{ cm}$  angenommen.

Zunächst werden für alle sieben Messwerte die Adiabatenexponenten  $\kappa$  explizit berechnet. Ein exemplarische Beispiel hierfür ist im Anhang 3 zu finden. Anschließend wird über alle berechneten Adiabatenexponenten  $\kappa$  des jeweiligen Gases der Mittelwert

$$\bar{\kappa} = \sum_{i=1}^n \kappa_i = \frac{1}{n} \cdot \kappa_i$$

gebildet. Gleichermaßen wird mit den Fehlerwerten

$$\Delta\bar{\kappa} = \sum_{i=1}^n \Delta\kappa_i = \frac{1}{n} \cdot \Delta\kappa_i$$

verfahren.

Messung $i$ Höhe in cm	1	2	3	4	5	6	7	Mittelwert
$h_1$	8,40	8,50	8,90	8,80	9,00	8,80	8,50	
$h_2$	1,40	1,20	1,40	1,50	1,80	1,50	1,30	
$\kappa$	1,2000	1,1644	1,1867	1,2055	1,2500	1,2055	1,1806	1,1989
$\Delta\kappa$	0,0400	0,0364	0,0366	0,0387	0,0417	0,0387	0,0378	0,0385

Tabelle 2.1: Messergebnisse von Luft im großen Behälter.

## 2 Adiabatenexponent

Die Mess- und Auswertungsergebnisse von Luft sind in Tabelle 2.1 zu finden. Durch Einsetzen der Werte in die oben stehenden Formeln ergibt sich ein Adiabatenexponent für Luft von

$$\bar{\kappa}_{Luft} = 1,1989 \pm 0,0385.$$

Messung $i$ Höhe in cm	1	2	3	4	5	6	7	Mittelwert
$h_1$	7,60	8,40	8,00	8,20	8,50	8,60	7,80	
$h_2$	1,40	2,00	1,80	1,80	2,00	2,30	1,80	
$\kappa$	1,2258	1,3125	1,2903	1,2813	1,3077	1,3651	1,3000	1,2975
$\Delta\kappa$	0,0468	0,0508	0,0510	0,0488	0,0497	0,0549	0,0533	0,0508

**Tabelle 2.2:** Messergebnisse von Argon im großen Behälter.

Analog wird mit den Mess- und Auswertungsergebnissen von Argon aus Tabelle 2.2 vorgegangen, sodass sich hierfür insgesamt ein Adiabatenexponent von Argon mit

$$\bar{\kappa}_{Argon} = 1,2975 \pm 0,0508$$

ergibt.

Der Adiabatenexponent lässt sich auch näherungsweise aus dem Gleichverteilungssatz der statistischen Mechanik bestimmen. Somit lässt sich der Adiabatenexponent für ein Gas ebenfalls über die Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  abschätzen, indem der Zusammenhang

$$\kappa = 1 + \frac{2}{f}$$

verwendet wird.

Luft besteht circa zu 80 % aus Stickstoff N<sub>2</sub> und zu 20% aus Sauerstoff O<sub>2</sub>, sodass Luft hauptsächlich aus zweiatomigen Gasen zusammengesetzt ist und damit ein Freiheitsgrad von  $f = 5$  unterstellt werden kann. Somit ergibt sich in der Theorie ein Adiabatenexponent von Luft mit

$$\kappa_{Luft} = 1 + \frac{2}{5} = 1,4.$$

Für das einatomige Gas Argon ist in der Theorie ein Freiheitsgrad von  $f = 3$  anzunehmen, womit sich in der Theorie der Adiabatenexponent von Argon von

$$\kappa = 1 + \frac{2}{3} = 1,67$$

ergibt.

Der Vergleich der theoretischen Werte mit den experimentell bestimmten ergibt, dass die experimentellen Werte auch bei Hinzurechnung des Fehlers zu niedrig sind. Die Abweichung

insgesamt ist nicht unrealistisch hoch, jedoch lassen sich zur Erklärung der Diskrepanzen mehrere Fehlerquellen während des Versuches finden:

- Das gesamte System im Versuch ist generell nicht absolut luftdicht verschlossen, sodass es durch die Steckverbindungen der Ventile und Schläuche im Behälter im Laufe der Zeit zu Druck- und Gasverlusten kommen kann, wodurch das Gesamtergebnis verfälscht wird. Zudem waren die Gummischläuche teilweise sehr porös, sodass auch direkt über die Schläuche etwaige Entweichungen stattgefunden haben.
- Das U-Rohr-Manometer wurde zu Beginn des Versuchs mit destilliertem Wasser befüllt. Dabei wurde dieses so befüllt, dass die Wassersäule mittig beim Skalenwert 0 cm stehen bleibt. Durch das Befüllen entstanden allerdings Luftblasen, welche mit einem dünnen Rührstab so gut wie möglich zerstoßen wurden. Wasser an sich verhält sich in einem dünnen Glasrohr hydrophil, sodass sich an der Oberfläche eine konkave Wölbung ausbildet. Dadurch kann sich allerdings ein Ablesefehler ergeben.
- Der Druck im Gefäß beim Versuch mit Luft wurde durch das Pumpen mit einem Blasebalg erhöht. Das Pumpen musste schnell vonstatten gehen, da ansonsten der Druck bei offenem Ventil sofort wieder verloren ging. Dadurch war es allerdings schwerer, die Wassersäule auf dem U-Rohr-Manometer auf exakt 10 cm auszulenken. Ebenfalls entstanden teilweise durch das Einpumpen von Luft Luftblasen im Manometer.
- Die Druckerhöhung im Versuch mit Argon durch einen mit Argon befüllten Ballon war sehr einfach zu realisieren, sodass eine exakte Auslenkung von 10 cm fast immer gelang.
- Durch das Öffnen des oberen Ventils, um den Druck aus dem Gefäß bis zum Skalenwert 0 cm absinken zu lassen, sank die Wassersäule in rasantem Tempo, sodass die Abschätzung, wann der Wert 0 cm erreicht wurde, schwerer abzuschätzen war, da das obere Ventil beim Erreichen dieses Wertes ebenso schnell wieder geschlossen werden musste, um einen Temperaturaustausch mit der Umgebung weitestgehend zu verhindern. Dabei ließ sich auch nicht vermeiden, dass die Flüssigkeit im Manometer kurz in Schwingung versetzt wurde.
- Nach dem Erzeugen des Überdruckes durch den Blasebalg beziehungsweise den Ballon musste zuerst der Temperaturausgleich abgewartet werden. Dabei kann es passieren, dass entweder zu kurz gewartet wurde, und dadurch die Temperatur im Gefäß noch nicht exakt der Raumtemperatur entsprach, oder zu lange gewartet wurde, sodass bereits Druck durch die undichten Stellen verloren wurde. Beides verfälscht die Ergebnisse.
- Im Versuch wird von einem adiabatischen Zustand ausgegangen, jedoch kann dies unter den vorherrschenden Laborbedingungen nicht erfüllt werden, da über die Oberfläche der Rezipienten beziehungsweise auch über die Schläuche und Dichtungen ein Temperaturaustausch mit der Umgebung stattfindet.
- Beim Versuch mit Argon könnte auch eine Verfälschung dadurch entstanden sein, dass sich noch Luft im Behälter befand, indem das Gefäß nicht ausreichend mit dem Gas durchgespült wurde.

## Bestimmung des Polytropenexponenten $n$

Ähnlich zum Adiabatenexponenten  $\kappa$  wird nun der Polytropenexponent  $n$  mit den Messergebnissen aus dem Versuch mit dem kleinen Rezipienten, welcher circa einen Liter Fassungsvermögen hat, bestimmt. Somit besitzt das Gefäß ein deutlich größeres Oberfläche-Volumen-Verhältnis als beim großen Rezipienten, sodass ein stärkerer Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet und dadurch der Prozess als Polytrop angenommen werden kann.

Für den Polytropenexponenten gilt der Zusammenhang

$$n = \frac{C_p + \Delta C}{C_V + \Delta C} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

mit

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial h_1} \cdot \Delta h_1 + \frac{\partial n}{\partial h_2} \cdot \Delta h_2 = \left| \frac{-h_2}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_1 + \left| \frac{-h_1}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_2.$$

Verglichen mit dem Adiabatenexponenten

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V}$$

muss also  $n \leq \kappa$  gelten.

Messung $i$ Höhe in cm	1	2	3	4	5	6	7	Mittelwert
$h_1$	8,80	8,80	9,20	9,00	8,60	9,00	8,70	
$h_2$	1,20	1,80	1,90	1,60	1,50	1,00	1,40	1,4857
$n$	1,1579	1,2571	1,2603	1,2162	1,2113	1,1250	1,1918	1,2028
$\Delta n$	0,0346	0,0433	0,0417	0,0387	0,0401	0,0313	0,0379	0,0382

Tabelle 2.3: Messergebnisse von Luft im kleinen Behälter.

Messung $i$ Höhe in cm	1	2	3	4	5	6	7	Mittelwert
$h_1$	6,00	8,30	8,40	8,50	8,30	8,30	8,40	
$h_2$	1,50	2,30	1,90	2,00	2,10	1,80	1,80	1,9143
$n$	1,3333	1,3833	1,2923	1,3077	1,3387	1,2769	1,2727	1,3150
$\Delta n$	0,0741	0,0589	0,0488	0,0497	0,0541	0,0478	0,0468	0,0543

Tabelle 2.4: Messergebnisse von Argon im kleinen Behälter.

Mit den Mess- und Auswertungsergebnissen für Luft aus Tabelle 2.3 und den Mess- und Auswertungsergebnissen von Argon aus Tabelle 2.4 ergibt sich

$$\bar{n}_{\text{Luft}} = 1,2028 \pm 0,0382 \quad \bar{n}_{\text{Argon}} = 1,3150 \pm 0,0543.$$

Vergleicht man dies mit den Adiabatenexponenten

$$\bar{\kappa}_{\text{Luft}} = 1,1989 \pm 0,0385 \quad \bar{\kappa}_{\text{Argon}} = 1,2975 \pm 0,0508$$

der beiden Gase, so ist der Zusammenhang  $n \leq \kappa$  bei Luft erfüllt. Bei Argon jedoch nicht. Hierbei ist der Polytropenexponent zwar nicht übermäßig größer als der Adiabatenexponent, allerdings sollte dies in der Theorie nicht vorkommen. Möglicherweise sind bei der Durchführung des Versuches einige Fehlerquellen wie bereits im vorherigen Kapitel beschrieben aufgetreten. Sowohl für den Adiabaten- wie auch den Polytropenexponenten gilt der Zusammenhang  $\kappa_{\text{Luft}} < \kappa_{\text{Argon}}$  beziehungsweise  $n_{\text{Luft}} < n_{\text{Argon}}$ .

## Molare und spezifische Wärmekapazität beider Gase

Bei der Wärmekapazität wird zwischen einer Temperaturänderung unter konstantem Druck ( $c_p$ ) und unter konstantem Volumen ( $c_V$ ) unterschieden, wobei die Temperaturänderung unter konstantem Druck gleichzeitig zu einer Volumenvergrößerung führt.

Im Folgenden wird nun aus den Werten des Adiabatenexponenten  $\kappa$  die molare ( $C_p, C_V$ ) und die spezifische Wärmekapazität ( $c_p, c_V$ ) für Luft und Argon berechnet.

Die molare Wärmekapazität  $C_V$  ergibt sich über

$$\begin{aligned} M(c_p - c_V) &= C_p - C_V = R & \text{mit} & \kappa = \frac{C_p}{C_V} \\ \Rightarrow \kappa &= \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} \Leftrightarrow C_V &= \frac{R}{\kappa - 1}. \end{aligned}$$

Dabei beträgt der Größtfehler

$$\Delta C_V = \frac{\partial C_V}{\partial \kappa} \cdot \Delta \kappa = \left| \frac{-R}{(\kappa - 1)^2} \right| \cdot \Delta \kappa.$$

Für die spezifische Wärmekapazität  $c_V$  ergibt sich

$$c_V M = C_V = \frac{R}{\kappa - 1} \Leftrightarrow c_V = \frac{R}{(\kappa - 1)M}$$

mit

$$\Delta c_V = \frac{\Delta C_V}{M}.$$

## 2 Adiabatenexponent

Die molare Wärmekapazität  $C_p$  setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$C_p - C_V = R \Leftrightarrow C_p = C_V + R = \frac{R}{\kappa - 1} + R \Leftrightarrow C_p = \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1}$$

mit

$$\Delta C_p = \frac{\partial C_p}{\partial \kappa} = \left| \frac{R(\kappa - 1) - R \cdot \kappa}{(\kappa - 1)^2} \right| \cdot \Delta \kappa = \Delta C_V$$

Für die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  ergibt sich

$$c_p M = C_p \Leftrightarrow c_p = \frac{R \cdot \kappa}{(\kappa - 1)M}$$

mit

$$\Delta c_p = \frac{\Delta C_p}{M} = \Delta c_v$$

Die allgemeine Gaskonstante  $R = 8,314 \text{ g mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  und die molaren Massen von Luft und Argon werden als Literaturwerte verwendet. Dabei setzt sich die molare Masse von Luft aus 80 % Stickstoff ( $\text{N}_2$ ) und 20% Sauerstoff ( $\text{O}_2$ ) zusammen. Somit ergibt sich

$$M_{\text{N}_2} = 14,01 \quad M_{\text{O}_2} = 16,00$$

$$M_{\text{Luft}} = (0,8 \cdot 14,01 \text{ g mol}^{-1} \cdot 2) + (0,2 \cdot 16,00 \text{ g mol}^{-1} \cdot 2) = 28,82 \text{ g mol}^{-1}$$

(Meschede 2010, S. 260, 820).

Durch das Einsetzen der Werte für Luft

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,1989 \quad \Delta \kappa_{\text{Luft}} = 0,0385 \quad M_{\text{Luft}} = 28,82 \text{ g mol}^{-1}$$

in die oben hergeleiteten Gleichungen für die spezifischen und molaren Wärmekapazitäten ergeben sich die Ergebnisse, welche in Tabelle 2.5 aufgetragen sind. Dabei sind die Literaturwerte in Meschede (2010, S. 259) zu finden. Ein explizites Rechenbeispiel ist dem Anhang 3 zu entnehmen.

Luft	Experimentell	Fehler	Literaturwert
$C_V \text{ in } \text{JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	41,7999	8,091	20,7
$c_V \text{ in } \text{J g}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	1,4504	0,2807	0,715
$C_p \text{ in } \text{JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	35,7722	8,091	29,1
$c_p \text{ in } \text{J g}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	1,7389	0,2807	1,003

**Tabelle 2.5:** Spezifische und molare Wärmekapazitäten von Luft.

Für Argon kann die molare Masse direkt aus dem Periodensystem abgelesen werden:

$$M_{\text{Argon}} = 39,95 \text{ g mol}^{-1}$$

(Meschede 2010, S. 820).

Mit dem Einsetzen der Werte für Argon

$$\kappa_{\text{Argon}} = 1,2975$$

$$\Delta \kappa_{\text{Argon}} = 0,0508$$

ergeben sich die Ergebnisse, welche in Tabelle 2.6 zu finden sind. Die Literaturwerte wurden ebenfalls Meschede (2010, S. 259) entnommen.

Argon	Experimentell	Fehler	Literaturwert
$C_V$ in $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	27,9462	4,772	12,4
$c_V$ in $\text{J g}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	0,6995	0,1195	0,314
$C_p$ in $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	23,5849	4,772	20,7
$c_p$ in $\text{J g}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	0,9076	0,1195	0,518

Tabelle 2.6: Spezifische und molare Wärmekapazitäten von Argon.

Beim Vergleich der experimentell bestimmten Werte mit den Literaturwerten fällt auf, dass die aus dem Versuch ermittelten Zahlen zu hoch sind. Grund dafür sind vermutlich abermals die bereits genannten Fehlerquellen.

## Abgegebene Wärmemenge während der Expansion

Zuletzt wird nun die Wärmemenge  $dQ$  bestimmt, welche bei der adiabatischen Expansion von außen in die Flasche gelangt. Dafür wird die folgende Formel verwendet:

$$dQ = \Delta C \cdot v \cdot \Delta T.$$

Bei einem polytropen Prozess ergibt sich die Wärmekapazität  $\Delta C$  über die Umformung des Zusammenhangs

$$n = \frac{C_p + \Delta C}{C_V + \Delta C} \Leftrightarrow \Delta C = \frac{C_p - n \cdot C_V}{n - 1}.$$

Zur Berechnung der Stoffmenge  $v$  kann die ideale Gasgleichung herangezogen werden:

$$v = \frac{pV}{RT} = \frac{(p_0 + \Delta p_Z)V}{RT_Z},$$

wobei der Index  $Z$  für die Zimmertemperatur steht.

Die Änderung der Temperatur  $\Delta T$  ergibt sich durch die isochore Erwärmung des Gases in der Flasche. Da das Volumen während dieses Vorganges konstant bleibt, kann

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_Z}{T_Z}$$

## 2 Adiabatenexponent

mit

$$T_0 = T_Z - \Delta T \quad \text{und} \quad p_Z = \Delta p_Z + p_0$$

angenommen werden.

Eingesetzt ergibt dies

$$\begin{aligned} \frac{T_Z}{T_Z - \Delta T} &= \frac{\Delta p_Z + p_0}{p_0} \\ \Leftrightarrow T_Z - \Delta T &= \frac{T_Z p_0}{\Delta p_Z + p_0} \\ \Leftrightarrow \Delta T &= \frac{-T_Z p_0 + T_Z(p_0 + \Delta p_Z)}{p_0 + \Delta p_Z} = \frac{T_Z + \Delta p_Z}{p_0 + \Delta p_Z}. \end{aligned}$$

Somit lässt sich  $\Delta Q$  zu

$$\Delta Q = \Delta C \cdot v \cdot \Delta T = \frac{C_p - n \cdot C_V}{n - 1} \cdot \frac{(p_0 + \Delta p_Z)V}{RT_Z} \cdot \frac{T_Z \cdot \Delta p_Z}{p_0 + \Delta p_Z}$$

umformen.

Das Einsetzen von

$$\Delta p_Z = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 2\bar{h}_2$$

in die obige Formel ergibt die finale Formel zur Berechnung der Wärmemenge

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 2\bar{h}_2}{R \cdot (n - 1)} \\ &\pm \left( \left| \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{H_2O} \cdot g}{R \cdot (n - 1)} \right| \cdot \Delta \bar{h}_2 + \left| \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 2\bar{h}_2}{R} \cdot \frac{-C_V(n - 1) - (C_p - nC_V)}{(n - 1)^2} \right| \cdot \Delta n \right), \end{aligned}$$

wobei sich der Fehlerwert folgendermaßen zusammensetzt

$$\frac{\partial \Delta Q}{\partial \bar{h}_2} \cdot \Delta \bar{h}_2 + \frac{\partial \Delta Q}{\partial n} \cdot \Delta n.$$

Für die Höhe  $h_2$  wird der Mittelwert

$$\bar{h}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{2,i}$$

herangezogen.

Mit dem Einsetzen folgender Werte für Luft und Argon kann über die nun oben hergeleitete Formel die Wärmeänderung  $\Delta Q$  berechnet werden:

$$V_{\text{Rezipient}} = 1 \text{ L} = 0,001 \text{ m}^3, \quad \rho_{H_2O} = 0,998 \text{ g/cm}^3 = 998 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad R = 8,314 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

(o.V. 2021).

Alle weiteren spezifischen Werte für Luft und Argon beziehungsweise alle Ergebnisse sind in Tabelle 2.7 aufgetragen. Ein exemplarisches Rechenbeispiel ist im Anhang 3 zu finden.

	Luft	Argon
n	(1, 2028 ± 0, 0382)	(1, 3150 ± 0, 0543)
$C_V$ in $\text{JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$	41,7999	27,9462
$C_p$ in $\text{JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$	35,7722	23,5849
$h_2$ in m	(0, 0149 ± 0, 002)	(0, 0194 ± 0, 002)
$\Delta Q$ in J	(-0, 2551 ± 0, 0300)	(-0, 1924 ± 0, 14476)
$\frac{\Delta C}{C_p}$ in %	20,00	17,72
$\frac{\Delta C}{C_V}$ in %	17,11	14,95

**Tabelle 2.7:** Berechnung der Wärmemenge  $\Delta Q$  und Verhältnis der Wärmemengen.

Zur Vergleichbarkeit von  $\Delta C$  mit den molaren Wärmekapazitäten  $C_p$  und  $C_V$  wird der Zusammenhang

$$\frac{\Delta C}{C_p} = \frac{C_p - n \cdot C_V}{(n - 1) \cdot C_p} \quad \frac{\Delta C}{C_V} = \frac{C_p - n \cdot C_V}{(n - 1) \cdot C_V}$$

herangezogen.

Für Luft ergibt sich damit ein Verhältnis von

$$\frac{\Delta C}{C_p} = 20,00\% \quad \frac{\Delta C}{C_V} = 17,11\%$$

und für Argon ein Verhältnis von

$$\frac{\Delta C}{C_p} = 17,72\% \quad \frac{\Delta C}{C_V} = 14,95\%.$$

Insgesamt ist also circa  $\frac{1}{5}$  der äußeren Wärmemenge während des Versuches in die Glasflasche gelangt. Deswegen handelt es sich auch um einen polytropischen statt um einen adiabatischen Prozess, da die Versuchsbedingungen einen absolut adiabatischen Prozess nicht zulassen. Weiterhin gelten dieselben Fehlerquellen wie bereits zu anfangs aufgezählt.



# Literatur

- Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Aufl. Heidelberg: Springer.
- o.V. (2021). *Wasser-Dichtetabelle*. Internetchemie Wissensdatenbank. URL: <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/daten/w/wasser-dichtetabelle.php>.
- Universität Augsburg (WiSe2024). *Versuchsanleitung W5 - Adiabatenexponent*.



### 3 Anhang

#### Bestimmung des Adiabatenexponenten $\kappa$ für Luft

Berechnung der Adiabatenexponenten:

$$\begin{aligned}\kappa_{\text{Luft}} &= \frac{h_1}{h_1 - h_2} \pm \left( \left| \frac{-h_2}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_1 + \left| \frac{-h_1}{(h_1 - h_2)^2} \right| \cdot \Delta h_2 \right) \\ &= \frac{8,40 \text{ cm}}{8,40 \text{ cm} - 1,40 \text{ cm}} \pm \left( \left| \frac{-1,40 \text{ cm}}{(8,40 \text{ cm} - 1,40 \text{ cm})^2} \right| \cdot 0,20 \text{ cm} + \left| \frac{-8,40 \text{ cm}}{(8,40 \text{ cm} - 1,40 \text{ cm})^2} \right| \cdot 0,04 \text{ cm} \right) \\ &= (1,20 \pm 0,04)\end{aligned}$$

Bildung der Mittelwerte der Adiabatenexponenten  $\kappa$  von Luft:

$$\bar{\kappa}_{\text{Luft}} = 1,2000 + 1,1644 + 1,1867 + 1,2055 + 1,2500 + 1,2055 + 1,1806 = 1,1989$$

beziehungsweise der Fehlerwerte

$$\Delta \bar{\kappa}_{\text{Luft}} = 0,0400 + 0,0364 + 0,0366 + 0,0387 + 0,0417 + 0,0387 + 0,0378 = 0,0385$$

Die Werte sind dabei Tabelle 2.1 zu entnehmen.

Insgesamt ergibt sich so insgesamt der Adiabatenexponent

$$\bar{\kappa}_{\text{Luft}} = (1,1989 \pm 0,0385)$$

## Molare und spezifische Wärmekapazität für Luft

Berechnung der Wärmekapazitäten:

$$\begin{aligned}
 C_V &= \frac{R}{\kappa - 1} \pm \left| \frac{-R}{(\kappa - 1)^2} \right| \cdot \Delta\kappa = \frac{8,314 \text{ g mol}^{-1}}{1,1989 - 1} \pm \left| \frac{-8,314 \text{ g mol}^{-1}}{(1,1989 - 1)^2} \right| \cdot 0,0385 \\
 &= (41,7999 \pm 8,0910) \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\
 c_V &= \frac{R}{(\kappa - 1)M} \pm \frac{\Delta C_V}{M} = \frac{8,314 \text{ g mol}^{-1}}{(1,1989 - 1) \cdot 28,82 \text{ g mol}^{-1}} \pm \frac{8,0910 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}}{28,82 \text{ g mol}^{-1}} \\
 &= (1,4504 \pm 0,2807) \text{ JK}^{-1} \text{ g}^{-1} \\
 C_p &= \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1} \pm \left| \frac{R(\kappa - 1) - R \cdot \kappa}{(\kappa - 1)^2} \right| \cdot \Delta\kappa \\
 &= \frac{8,314 \text{ g mol}^{-1} \cdot 1,1989}{(1,1989 - 1)} \pm \frac{8,314 \text{ g mol}^{-1} \cdot (1,1989 - 1) - 8,314 \text{ g mol}^{-1} \cdot 1,1989}{(1,1989 - 1)^2} \cdot 0,0385 \\
 &= (35,7722 \pm 8,0910) \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\
 c_p &= \frac{R \cdot \kappa}{(\kappa - 1)M} \pm \frac{\Delta C_p}{M} = \frac{8,314 \text{ g mol}^{-1} \cdot 1,1989}{(1,1989 - 1)} \pm \frac{8,0910 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}}{28,82 \text{ g mol}^{-1}} \\
 &= (1,7389 \pm 0,2807) \text{ JK}^{-1} \text{ g}^{-1}
 \end{aligned}$$

## Abgegebene Wärmemenge während der Expansion für Luft

Benötigte Werte:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{Rezipient}} &= 1 \text{ L} = 0,001 \text{ m}^3, & \rho_{\text{H}_2\text{O}} &= 0,998 \text{ g/cm}^3 = 998 \text{ kg/m}^3, \\
 g &= 9,81 \text{ m/s}^2, & R &= 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, \\
 n_{\text{Luft}} &= (1,2028 \pm 0,0382), & C_{V,\text{Luft}} &= 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, \\
 C_{p,\text{Luft}} &= 35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, & \bar{h}_2 &= (0,0149 \pm 0,002) \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Berechnung der abgegebenen Wärmemenge:

$$\begin{aligned}
 \Delta Q &= \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot 2\bar{h}_2}{R \cdot (n - 1)} \\
 &\pm \left( \left| \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g}{R \cdot (n - 1)} \right| \cdot \Delta \bar{h}_2 + \left| \frac{V \cdot (C_p - n \cdot C_V) \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot 2\bar{h}_2}{R} \right| \cdot \frac{-C_V(n - 1) - (C_p - nC_V)}{(n - 1)^2} \right| \cdot \Delta n \\
 &= \frac{0,001 \text{ m}^3 \cdot (35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}) \cdot 998 \text{ kg/m}^3}{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot (1,2028 - 1)} \\
 &\pm \left( \left| \frac{0,001 \text{ m}^3 \cdot (35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}) \cdot 998 \text{ kg/m}^3 \cdot 2 \cdot 0,014857 \text{ m}}{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot (1,2028 - 1)} \right| \right. \\
 &\quad \cdot 0,002 \text{ m} \\
 &\quad + \left| \frac{0,001 \text{ m}^3 \cdot (35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}) \cdot 998 \text{ kg/m}^3 \cdot 2 \cdot 0,014857 \text{ m}}{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}} \right. \\
 &\quad \cdot \left. \frac{41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot (1,2028 - 1) - (35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1})}{(1,2028 - 1)^2} \cdot 0,0382 \right| \\
 &= (-0,2551 \pm 0,0300) \text{ J}
 \end{aligned}$$

Berechnung der Verhältnisse:

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta C}{C_p} &= \frac{C_p - n \cdot C_V}{(n - 1) \cdot C_p} = \frac{35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}}{(1,2028 - 1) \cdot 35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}} = 20\% \\
 \frac{\Delta C}{C_V} &= \frac{C_p - n \cdot C_V}{(n - 1) \cdot C_V} = \frac{35,7722 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} - 1,2028 \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}}{(1,2028 - 1) \cdot 41,7999 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}} = 17,11\%
 \end{aligned}$$

Luft, kleine Flasche

U-Rohr-Manometer mit Wasser befüllen 

↳ möglichst ohne Luftpässen ( $\rightarrow$  Rührstab)  $\rightarrow$  exakt  $= 0$  schwer

Zwei kleine Luftpässen, Wasser hydrophob mit konkaver Wölbung

A Druck

h = null

Versuch

Gruppe A06

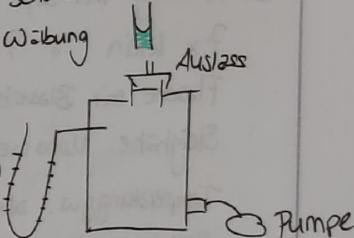
18.12.2024

① Druck im Gefäß mit Blasebalg erhöhen bis

$$h_0 = 10 \text{ cm}$$

$$\Delta h = \pm 1 \text{ cm}, \text{ schließen} \rightarrow h_1 \text{ notieren}$$

② Auslassventil oben öffnen bis  $h = 0 \text{ cm}$



i in cm	1	2	3	4	5	6	7
$h_1$	8,8	8,8	9,2	9,0	8,6	9,0	8,7
$h_2$	1,2	1,8	1,9	1,6	1,5	1,4	1,4

③ Auslassventil wieder schließen,  $h$  steigt wieder  $\rightarrow h_2$  notieren

Messfehler:

- Luftpässen

- Absinken beim öffnen des oberen Ventils geschieht sehr schnell

- Pumpen auf exakt 10 schwer

Ablesefehler:  $\Delta 0,2 \text{ cm}$

Luft, große Flasche

i in cm	1	2	3	4	5	6	7
$h_1$	8,4	8,5	8,9	8,8	9,0	8,8	8,5
$h_2$	1,4	1,2	1,4	1,5	1,8	1,5	1,3

- Schlauch an Manometer porös

- System generell nicht ganz dicht (Gummistöpsel, Schläuche, Ventil)

→ Bedienungshebel

Kl. N.

Versuch  
Gruppe A06

18.12.2024



### Argon, große Flasche

Flasche mit Argon spülen, Ablassventil offen  
Ballon an Flasche anschließen, unteres Ventil öffnen, wenn Ballon leer,  
unten wieder schließen.

Spülballons: 5

Ballon mit Argon füllen: Flasche im Abstellraum, Ballon ca. halbvoll,  
Schlauch abknicken

i in cm	1	2	3	4	5	6	7
$h_1$	7,6	8,4	8,0	8,2	8,5	8,6	7,8
$h_2$	1,4	2,0	1,8	1,8	2,0	2,3	1,8

Druck erhöhen über Argon-Luftballon → Auf 10 cm einstellen sehr  
einfach genau realisierbar.

### Argon, kleine Flasche

Spülballons: 2

i in cm	1	2	3	4	5	6	7
$h_1$	6,0	8,3	8,4	8,5	8,3	8,3	8,4
$h_2$	1,5	2,3	1,9	2,0	2,1	1,8	1,8

Trichy N.