

# **M6 - Oberflächenspannung und dynamische Viskosität von Flüssigkeiten**

Julia Mariella Wiest

Gruppe A06

25.10.2024

---

*Mit der Abgabe dieses Protokolls wird bestätigt, dass es kein Plagiat ist. Falls es dennoch eindeutig als Plagiat erkannt werden sollte, ist bekannt, dass das einen Punkt abzugreifen hat. Diese Bewertung wird ausnahmslos zur Gesamtnote im Anfängerpraktikum beitragen.*



# 1 Physikalische Grundlagen

Die nachstehenden Versuche wurden mit dem Ziel durchgeführt, die Oberflächenspannung und die dynamische Viskosität von Flüssigkeiten zu untersuchen.

Durch zwischen den Molekülen wirkende Anziehungskräfte an der Oberfläche von Flüssigkeiten entsteht die sogenannte Oberflächenspannung. Anhand der wirkenden Kräfte haben die an der Oberfläche befindlichen Moleküle eine höhere Energie als die Teilchen im Inneren. Um nun Moleküle aus dem Inneren der Flüssigkeit an die Oberfläche zu bringen, muss Arbeit aufgebracht werden, welche mit der Formel  $\Delta W = \sigma \Delta S$ , beschrieben werden kann, wobei der Parameter  $\sigma$  die spezifische Oberflächenenergie beziehungsweise die Oberflächenspannung ist. Wird nun wie in dem in Kapitel 2 ein zylindrischer Metallring konstant aus einer Flüssigkeit herausgezogen, muss die Kraft

$$\Delta F = \frac{\Delta W}{h} = 4\pi r \sigma$$

aufgewendet werden (o.V. WiSe2024).

Bewegt man Flüssigkeitsschichten gegeneinander, so wechselwirken Flüssigkeitsmoleküle untereinander. Diese Bewegung führt zu folgender Kraft:  $F = A\eta \frac{du}{dh}$ . Dabei hängt die Grenzfläche  $A$  vom Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{du}{dh}$  und die dynamische Viskosität  $\eta$  von der zu betrachtenden Flüssigkeit ab. Betrachte nun ein zylinderförmiges Rohr, durch welches in einer gleichförmigen Bewegung Flüssigkeit strömt, so lässt sich das Volumen hiervon mit dem Hagen-Poiseuillschen Gesetz beschreiben  $V = \frac{\pi R^4(p_1 - p_2)}{8\eta l} \cdot t$ . Daraus ergibt sich die Reibungskraft  $F_R = 8\pi\eta l \bar{u}$ , wobei  $\bar{u}$  die mittlere Geschwindigkeit ist. Analog lässt sich diese Reibungskraft für eine Kugel, an welcher beim Vorbeiströmen Flüssigkeitsschichten anhaften, herleiten:  $F_{R,K} = 6\pi h Ru$ . Führt man eine Kräfteberechnung für die dynamische Viskosität  $\eta$  durch, ergibt sich folgende Formel zur Bestimmung der dynamischen Viskosität einer Flüssigkeit:

$$\eta = K(\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Flüssigkeit}}) \cdot t,$$

wobei der Paramter  $K$  allein vom Versuchsaufbau abhängig ist (o.V. WiSe2024).



## 2 Oberflächenspannung

### 2.1 Versuchsaufbau- und durchführung der Abreißmethode

Ziel dieses Versuches ist es, die Oberflächenspannung von jeweils drei verschiedenen Flüssigkeiten zu untersuchen. Mithilfe der sogenannten Abreißmethode kann nach der Durchführung des Versuches die Oberflächenspannung von destilliertem Wasser und zwei unterschiedlich konzentrierten Seifenlösungen berechnet werden.

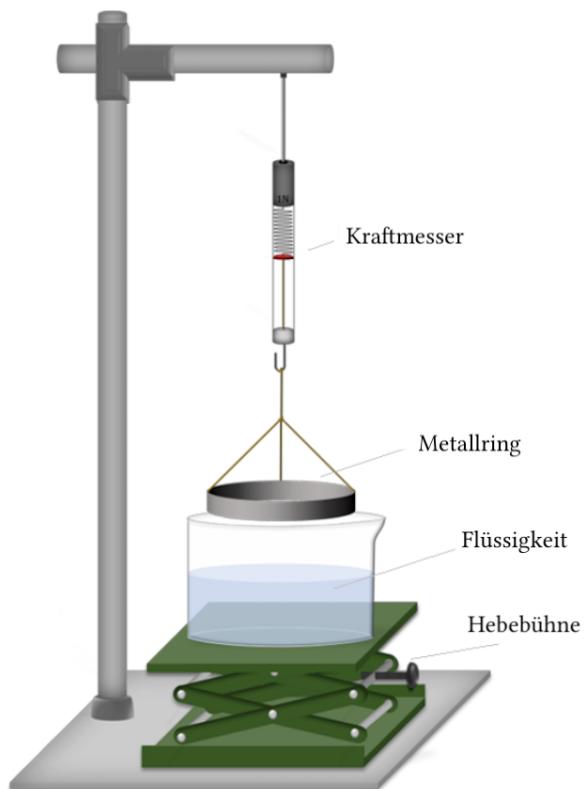


Abb. 2.1: Versuchsaufbau der Abreißmethode (o.V. WiSe2024).

## 2 Oberflächenspannung

An einer Metallhalterung, wie in Abbildung 2.1 zu sehen, ist ein Torsionskraftmesser befestigt. Daran wird mithilfe einer Fadenkonstruktion ein Metallring aufgehängt. Mittig unter dem Messring befindet sich eine Hebebühne, auf welche ein Becherglas mit der jeweiligen zu untersuchenden Flüssigkeit gestellt werden kann.

Vor der Versuchsdurchführung wird der Durchmesser des Metallrings mit einer Schieblehre ausgemessen. Dabei wird der Ring sowohl von außen als auch von innen gemessen, damit der ungefähre Messfehler aufgrund der Dicke des Ringes abgeschätzt werden kann. Anschließend wird der Messring mit Ethanol gesäubert und mit der Schnurbefestigung in den Haken des Kraftmessers gehängt. Nun kann die reine Gewichtskraft des Metallringes am Torsionskraftmesser abgelesen werden.

Für den ersten Messdurchgang wird das Becherglas mit destilliertem Wasser befüllt, sodass der Ring komplett eingetaucht werden kann. Mithilfe der Hebebühne wird nun der Ring durch gleichmäßiges Drehen an der Schraubensteuerung der Hebebühnenvorrichtung langsam aus der Flüssigkeit heraus gezogen, indem das Becherglas konstant nach unten abgesenkt wird. Die dabei maximal angezeigte Kraft am Torsionskraftmesser, bevor der Ring komplett aus der Flüssigkeit herausgezogen wurde und wieder nach oben springt, wird im Messprotokoll notiert. Dieser Vorgang wird zur Verbesserung der Genauigkeit zehn Mal durchgeführt. In gleicher Weise wird dieser Vorgang ebenfalls für die beiden anderen zu überprüfenden Flüssigkeiten wiederholt. Vor dem Tausch der Flüssigkeiten wird jeweils der Metallring als auch das Becherglas penibel mit Ethanol gereinigt, damit keinerlei Rückstände verbleiben.

## 2.2 Auswertung der Messergebnisse

Wie bereits im obigen Teilkapitel beschrieben, wurde im durchzuführenden Versuch ein Metallring langsam aus einer Flüssigkeit heraus gezogen, um final in diesem Teilkapitel die Oberflächenspannung von verschiedenen Flüssigkeiten zu berechnen.

In Flüssigkeiten wirken zwischen den Molekülen anziehende Kräfte, sogenannte Van-der-Waals-Wechselwirkungen. Ein Molekül, welches sich im Inneren der Flüssigkeit befindet, befindet sich im Kräftegleichgewicht. Das heißt, die Kräfte wirken gleichmäßig von allen Seiten ein aufgrund der Kohäsionskraft, welche Anziehungskräfte zwischen Molekülen beschreibt, die sich im selben Stoffgemisch befinden. Molekül an der Flüssigkeitsoberfläche dagegen, erfahren Kohäsions-

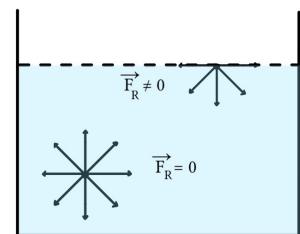


Abb. 2.2: Anziehungskraft von Molekülen in Flüssigkeiten. Eigene Darstellung in Anlehnung an: (Demtröder 2018, S. 169).

## 2.2 Auswertung der Messergebnisse

und Adhäsionskräfte, da nun zusätzlich Anziehungskräfte verschiedener Stofftypen (hier: Luft und die jeweilige zu untersuchende Flüssigkeit) auf die Moleküle wirken (Tipler und Mosca 2024, S. 353). Wie in Abbildung 2.2 zu sehen, heben sich nun die auf das an der Oberfläche befindliche Molekül wirkenden Kräfte im zeitlichen Mittel nicht mehr auf. Die Kohäsionskräfte wirken lediglich in die Flüssigkeit hinein respektive senkrecht entlang der Oberfläche, sodass sich die Kräfte gewissermaßen „über die Oberfläche spannen“ (o.V. WiSe2024). Folge davon ist, um Moleküle vom Inneren einer Flüssigkeit an deren Oberfläche aufsteigen zu lassen, dass Arbeit verrichtet werden muss. Da aufgrund der Adhäsionskräfte die Flüssigkeit im Versuch am Metallring haften bleibt, vergrößert sich die Oberfläche und es muss Arbeit aufgewendet werden, um den Messring komplett aus der Flüssigkeit heben zu können. Die hierbei aufzuwendende Arbeit

$$\Delta W = \sigma \Delta S,$$

wobei  $\sigma$  die spezifische Oberflächenenergie und  $\Delta S$  die Vergrößerung der Oberfläche  $S$  um die Fläche  $\Delta S$  darstellt. Da die Flüssigkeit sich sowohl außen als auch innen an den Metallring anschmiegt vergrößert sich die Flüssigkeitsoberfläche auf insgesamt

$$\Delta A = 2 \cdot 2\pi r h = 4\pi r h = 2\pi d h,$$

wobei der Ausdruck  $2\pi r h$  die Mantelfläche des zylinderförmigen Rings beschreibt. Da der Messring durch das gleichmäßige Drehen an der Schraubvorrichtung der Hebebühne aus der Flüssigkeit herausgehoben wird, kann die aufzuwendende Kraft während des Abreißens des Flüssigkeitsfilms als konstant angenommen werden mit

$$F = \frac{\Delta W}{h} = 4\pi r \sigma.$$

Die Abreißkraft  $F$  setzt sich dabei insgesamt aus den gemittelten Messwerten abzüglich der zuvor bestimmten Gewichtskraft des Metallrings zusammen (o.V. WiSe2024).

Somit kann die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten anhand folgender Gleichung berechnet werden:

$$\sigma = \frac{F}{4\pi r} = \frac{F}{2\pi d} = \frac{F_{\text{res}} - F_G}{2\pi d}.$$

Im folgenden werden nun die Oberflächenspannungen von drei verschiedenen Flüssigkeiten berechnet, wobei die Auswertung der Messdaten und die Berechnung von Zwischenwerten beziehungsweise das Einsetzen der Werte dem Anhang 4 zu entnehmen ist.

## 2 Oberflächenspannung

$$\sigma_{H_2O} = \frac{F_{H_2O} - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_{H_2O} - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_{H_2O} - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) = (0,918 \pm 0,0122) \frac{N}{m}$$

$$\sigma_1 = \frac{F_1 - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_1 - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_1 - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) = (0,0698 \pm 0,0116) \frac{N}{m}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2 - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_2 - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_2 - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) = (0,0413 \pm 0,0112) \frac{N}{m}$$

Beim Vergleich der Oberflächenspannungen der Flüssigkeiten fällt auf, dass diese immer geringer zu werden scheint. Somit lässt sich aus den Beobachtungen während des Versuches wegen der beiläufigen Bildung von (Seifen-)Blasen und anhand der Ergebnisse folgern, dass Seifenlösung 2 seifiger war als Seifenlösung 1.

Der insgesamt ausgewertete Messfehler in Höhe von  $0,0122 \text{ N m}^{-1}$  des Versuches mit destilliertem Wasser entspricht circa einer Skaleneinheit. Dieser Fehler setzt sich aus der Standardabweichung der insgesamt zehn Messungen, dem geschätzten Ablesefehler bei der Bestimmung der Gewichtskraft des Metallringes und dem geschätzten Messfehler bei der Messung des Durchmessers des Metallringes zusammen.

Zur Einschätzung der Qualität der ausgewerteten Messergebnisse wird nun ein Literaturwert für die Oberflächenspannung von Wasser herangezogen. Dieser wird mit  $\sigma_{H_2O,\text{Literatur}} = 0,725 \text{ N m}^{-1}$ , gemessen bei einer Raumtemperatur von  $20^\circ\text{C}$ , angegeben (Gobrecht 1974, S. 404). Vergleicht man diesen Wert mit den oben ausgewerteten Messergebnissen, so ist der Literaturwert offensichtlich kleiner.

Zur Erklärung dieser doch signifikanten Abweichung lassen sich mehrere Ursachen finden:

- Die Temperatur im Raum der Versuchsdurchführung betrug ungefähr zwischen  $20^\circ\text{C}$  und  $22^\circ\text{C}$ . Somit weicht die Temperatur im Labor ein wenig von der gemessenen Temperatur bei der Ermittlung des Vergleichswertes ab.
- Bei der Messung des Durchmessers des Metallringes wurde ein relativ großer Fehler in Höhe von  $\Delta d_{\text{Metallring}} = 0,2 \text{ cm}$  angenommen. Die Wahl des eher größeren Fehlers führt daher, dass es hierbei leicht zu Ablesefehlern auf der Schieblehre kommen kann beziehungsweise der Ring vielleicht auch nicht exakt mittig ausgemessen wurde. Weiterhin könnte der Metallring auch nicht ganz rund gewesen sein.
- Ebenso könnten kleine Ablesefehler beim Bestimmen des Messerwertes auf dem Torsionskraftmessers während des Versuches passiert sein, da man sich bei der Feinheit der Skala der Federwaage leicht irren kann.

## 2.2 Auswertung der Messergebnisse

- Weiterhin hat sich während der Durchführung des Versuches die Schnuraufhängung des Messringes mit der Flüssigkeit vollgesaugt, womit sich die Gewichtskraft des Ringes mehr erhöht hat, als im Anfangs bestimmten Fehler von  $\Delta F_{G,\text{Metallring}}$  angenommen.
- Ebenfalls ergebnisverfälschend wäre, wenn der Ring nicht exakt parallel zur Flüssigkeitsoberfläche hängt. Das heißt, wenn die, in diesem Fall an vier gleichmäßig verteilten Punkten angebrachte Schnuraufhängung, an einem Punkt minimal kürzer ist, hängt der Metallring geringfügig schief. Dadurch kann es dazu kommen, dass die Oberflächenspannung durch den später aus der Flüssigkeit austretenden Teil des Ringes erst später beginnt zu reißen.
- Es ist anzunehmen, dass durch das mechanische Kurbeln an der Hebebühne, um diese abzusenken, keine exakt konstante Kraft ausgeübt wurde. Dieser Fehler ließe sich dadurch vermeiden, dass die mechanische Hebebühne, durch eine elektronische ersetzt wird, da ein Motor eine konstant eingegebene Geschwindigkeit tatsächlich präzise einhalten kann.
- Zu guter Letzt könnten die vorher zu reinigenden Teile nicht sauber genug gewesen sein, sodass noch Rückstände von anderen Flüssigkeiten, Papiertuchfetzen oder mit den Fingern übertragene Fettspuren verblieben sind, welche das Ergebnis verfälschen.

Alle nun genannten Faktoren könnten dazu geführt haben, dass das ermittelte Messergebnis von  $\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (0,918 \pm 0,0122) \text{ N m}^{-1}$  tatsächlich höher ausfällt, als das in der Literatur angegebene Ergebnis von  $\sigma_{\text{H}_2\text{O,Literatur}} = 0,725 \text{ N m}^{-1}$ .



# 3 Dynamische Viskosität

## 3.1 Versuchsaufbau- und durchführung der Kugelfallmethode

Ziel dieses Versuches ist es, mithilfe des Kugelfallviskosimeters von Höppler die dynamische Viskosität von verschiedenen Flüssigkeiten zu bestimmen.

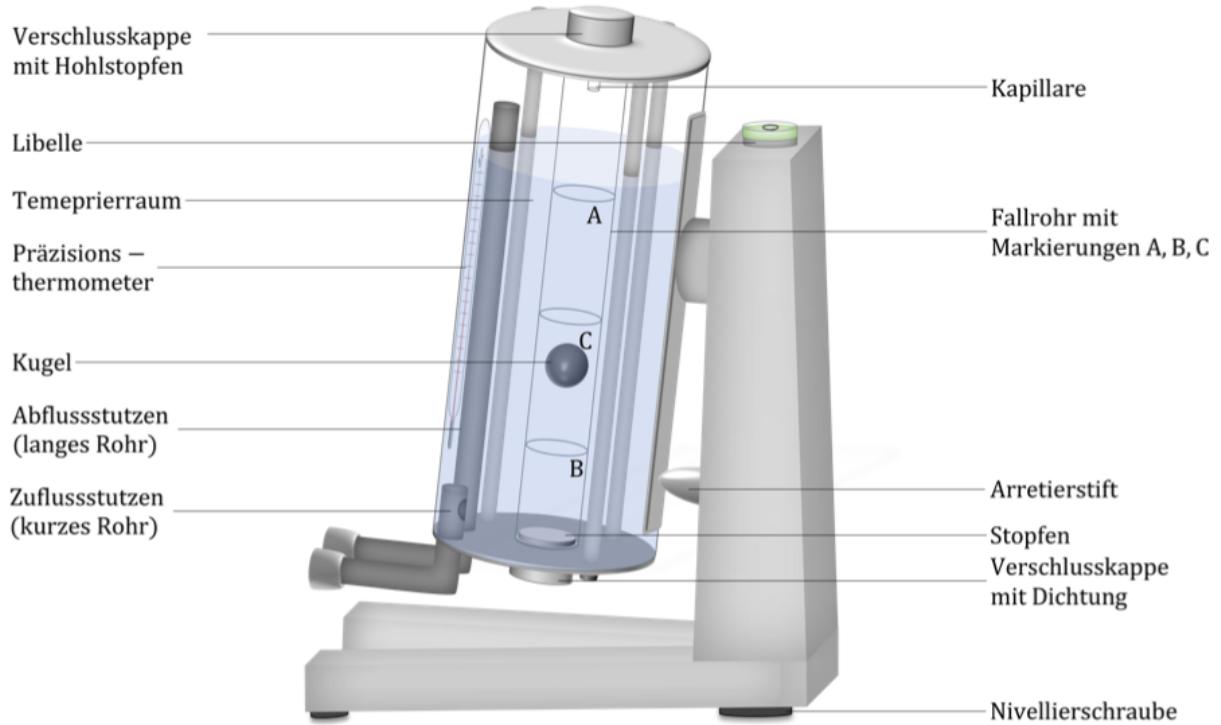


Abb. 3.1: Versuchsaufbau der Kugelfallmethode (o.V. WiSe2024).

Vor Beginn des Versuches wird die Temperatur mithilfe des im Viskosimeter verbauten Thermometers abgelesen. Anschließend wird für die erste Versuchsdurchführung das innere Glasrohr des Viskosimeters bis circa zwei Zentimeter unterhalb des Rohrendes mit destillierem Wasser befüllt. Dann wird die zuvor gründlich mit Ethanol

### 3 Dynamische Viskosität

gereinigte Glaskugel mit einer Zange in das soeben mit Wasser befüllte Rohr vorsichtig eingesetzt und eventuell noch etwas Flüssigkeit nachgegossen. Nach dem Verschließen des Glasrohres mit dem Hohlstopfen und der Verschlusskappe kann der drehbare Teil des Viskosimeters erstmals gedreht werden, um zu überprüfen, ob dieses dicht ist, die Kugel frei fallen kann, ohne stecken zu bleiben, und ob noch störende Luftblasen innerhalb des Rohres sind. Tritt hierbei keines der eben genannten Probleme auf, kann mit der Messung begonnen werden. Damit immer dieselbe Fallstrecke der Glaskugel mit der Stoppuhr gemessen wird, muss eine immer gleich lange Strecke festgelegt werden. Hierbei wurde, wie in Abbildung 3.1 zu sehen, die Strecke zwischen C und B gewählt, wobei die Stoppuhr immer dann gestartet beziehungsweise gestoppt wurde, wenn die Kugel jeweils an ihrer breitesten Stelle, also in der Mitte der Glaskugel, die Linie C beziehungsweise B passiert hat. Gemessen wurde immer vom Messpunkt C bis B, also nicht in umgekehrter Reihenfolge von B nach C, da die Neigung des drehbaren Teils in umgekehrter Richtung nicht exakt mit der Neigung der gewählten Richtung übereinstimmt. Die erwähnte Neigung von circa  $10^\circ$  wird durch den sogenannten Arrestierstift vorgegeben. Für die eigentliche Messung wird das Viskosimeter nun so schnell um  $180^\circ$  gedreht, sodass die Glaskugel während des Drehvorgangs beispielsweise zwischendurch nicht bei Linie A „stehen bleibt“, aber auch nicht so schwungvoll, dass es zu Turbulenzen innerhalb des Rohres kommt. Weiterhin sollte das Viskosimeter immer erst dann gedreht werden, wenn die Kugel nach der Wendung wieder ganz innerhalb der Verschlusskappe liegt, da so genügend Zeit verbleibt, bis die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit fällt und diese bei Punkt C angekommen ist, um rechtzeitig die Stoppuhr starten zu können, damit die Fallzeitdauer der Glaskugel von Punkt C zu B gemessen werden kann. Anhand dieser Vorgaben wurde nun eine Messreihe von insgesamt zwölf Messungen durchgeführt.

Anschließend wird das destillierte Wasser durch eine Ethanollösung ersetzt. Dafür wird zuerst das Wasser abgelassen und die Kugel erneut mit Ethanol gereinigt. Durch den geringen Durchmesser des innenliegenden Rohres des Viskosimeters ist es nicht möglich, dieses von innen abzutrocknen. Deswegen wird dieses über Kopf einige Minuten stehen gelassen, damit möglichst viel Flüssigkeit austropfen beziehungsweise das Innere weitestgehend trocknen kann. Nun werden dieselben oben beschriebenen Schritte vor und während der Messung erneut ausgeführt.

Nach den Messungen wird der Durchmesser der Glaskugel mit einer Schieblehre gemessen und deren Gewicht mit einer Feinwaage gewogen. Um die Dichte der Ethanollösung bestimmen zu können, wird das Gewicht von 50 ml der Flüssigkeit bestimmt.

Abschließend, nach der Versuchsdurchführung, wird das Viskosimeter erneut abgessen und über Kopf stehend und geöffnet zurückgelassen, damit dieses für spätere Versuchsdurchführungen komplett abtropfen beziehungsweise trocknen kann.

## 3.2 Auswertung der Messergebnisse

Die dynamische Viskosität, beziehungsweise Zähigkeit von Flüssigkeiten, entsteht durch die Wechselwirkung von Flüssigkeitsmolekülen untereinander. Werden nun Flüssigkeitsschichten gegeneinander bewegt, so führt diese Bewegung zu einer Kraft, welche von deren Grenzfläche  $A$  und dem Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{du}{dh}$  abhängt. Insgesamt lässt sich die Kraft folgendermaßen ausdrücken:

$$F = A\eta \frac{du}{dh}.$$

Dabei hängt die dynamische Viskosität  $\eta$  von der zu betrachtenden Flüssigkeit, also von ihren Eigenschaften ihrer molekularen Wechselwirkungen ab.

Betrachte nun eine Flüssigkeit, welche durch ein Rohr strömt. Dabei kann man sich die Flüssigkeit „als ineinander geschachtelte dünnwandige Zylinder unterschiedlicher Radien vorstellen“, welche aneinander haften (o.V. WiSe2024). Insgesamt kann die unbeschleunigte Bewegung einer Flüssigkeit durch ein Rohr im Kräftegleichgewicht mit

$$\underbrace{\pi r^2(p_1 - p_2)}_{\text{beschleunigend}} + \underbrace{2\pi r l \eta \frac{du}{dr}}_{\text{bremsend}} = 0,$$

wobei  $p_1 > p_2$ , beschrieben werden.

Löst man diese Gleichung nach  $u(r)$  auf und integriert diese, so ergibt sich mit dem Flüssigkeitsvolumen

$$dV = 2\pi r \cdot u t dr$$

das Hagen-Poiseuillesche Gesetz

$$V = \int_0^R 2\pi r \frac{R^2 - r^2}{4\eta l} (p_1 - p_2) t dr = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2) t}{8\eta l}$$

woraus sich die Reibungskraft

$$F_R = 8\pi\eta l \bar{u}$$

mit der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{u}$  ermitteln lässt.

### 3 Dynamische Viskosität

Bewegt sich nun eine Kugel mit Geschwindigkeit  $u$  durch eine Flüssigkeit mit dynamischer Viskosität  $\eta$ , so erfährt die Kugel dabei Reibungskraft, da die unmittelbar benachbarten Flüssigkeitsschichten an der Kugel haften (Meschede 2010, S. 124). Analog wie zum Hagen-Poiseuillschen Gesetz ergibt sich für die Reibungskraft einer Kugel mit Radius  $R$

$$F_{R,K} = 6\pi hRu.$$

Nach dem Fallenlassen der Kugel in die Flüssigkeit, gleitet die Kugel nach kurzer Zeit mit konstanter Geschwindigkeit  $u$  das Glasrohr hinab wodurch sich ein Kräftegleichgewicht einstellt mit

$$\frac{\overbrace{mg}^{\text{Gewichtskraft}}}{\overbrace{\rho_{\text{Fl}}Vg}^{\text{Auftriebskraft}}} + \overbrace{6\pi\eta Ru}^{\text{Reibungskraft}} \Rightarrow \eta = \frac{(\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Fl}})Vg}{6\pi Ru} = K(\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t,$$

wobei  $K$  vom Versuchsaufbau als feste Konstante definiert ist und experimentell bestimmt werden muss (o.V. WiSe2024).

Zuerst soll nun ebenjene Konstante  $K$  des Viskosimeters mithilfe der Messdaten in Versuch 2 bestimmt werden. Hierfür wurde das Viskosimeter mit destilliertem Wasser gefüllt. Die dynamische Viskosität  $\eta_{\text{Wasser}} = 1,0 \text{ m Pa s}$  bei einer Raumtemperatur von  $T = 20^\circ\text{C}$  kann dabei aus der Literatur entnommen werden (Tipler und Mosca 2024, S. 362). Die am Viskosimeter abgelesene Temperatur beträgt  $T = (22,1 \pm 0,2)^\circ\text{C}$ . Da die Temperatur des Literaturwerts ersichtlich von der abgelesenen Temperatur am Viskosimeter bei der Versuchsdurchführung abweicht, wird bei der dynamischen Viskosität von Wasser mit einer Fehlerabweichung von  $\Delta\eta_{\text{Wasser}} = 0,1 \text{ m Pa s}$  kalkuliert. Weiterhin wird für die Berechnungen die Dichte von Wasser  $\rho_{\text{Wasser}} = (1,00 \pm 0,01) \text{ g/cm}^3$  benötigt, welche ebenfalls aus der Literatur entnommen werden kann (Tipler und Mosca 2024, S. 341).

Im ersten Schritt wird nun zu allererst die Dichte der Glaskugel aus deren Masse und Volumen berechnet. Die Einzelschritte der Rechenwege sind hierfür dem Anhang 4 zu entnehmen.

$$\rho_K = \frac{m_K}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2}d_K\right)^3} \pm \left( \frac{\Delta m_K}{\frac{1}{6}\pi d_K^3} + \frac{m_K}{\frac{1}{18}\pi d_K^4} \cdot \Delta d_K \right) = (24,89 \pm 11,23) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

### 3.2 Auswertung der Messergebnisse

Mit diesem Wert kann nun im zweiten Schritt die spezifische Konstante  $K$  für das im Versuchsaufbau verwendete Viskosimeter bestimmt werden.

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t} \pm \left( \frac{\Delta\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t} + \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t^2} \cdot \Delta t + \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W)^2 \cdot t} \cdot (\Delta\rho_K + \Delta\rho_W) \right) \\ &= (0,0217 \pm 0,0193) \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Inwiefern sich dieser Wert für  $K$  einordnen lässt ist nicht beurteilbar, da sich diese spezifische Konstante nur auf den Versuchsaufbau anwenden lässt. Auffallend ist jedoch, dass der Fehlerwert mit 88 % sehr hoch ist. Dies lässt sich vor allem auf den deutlich zu hoch angenommenen Fehlerwert der dynamischen Viskosität von Wasser mit  $\eta_{\text{Wasser}} = (1,00 \pm 0,1) \text{ m Pa s}$ , welcher aufgrund der signifikanten Temperaturabweichung so gewählt wurde, zurückführen. Aber auch der bereits hohe Fehlerwert bei der Berechnung der Dichte der Glaskugel trägt hierzu bei.

Mittels der nun bestimmten Konstante  $K$  kann nun die dynamische Viskosität  $\eta_{\text{Fl}}$  der unbekannten Flüssigkeit bestimmt werden. Dafür muss wiederum zuerst die Dichte der Flüssigkeit  $\rho_{\text{Fl}}$  aus deren Masse und Volumen errechnet werden:

$$\rho_{\text{Fl}} = \frac{m}{V} \pm \left( \frac{\Delta m}{V} + \frac{m}{V^2} \cdot \Delta V \right) = (0,9528 \pm 0,0582) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Bei der unbekannten Flüssigkeit handelt es sich um eine Ethanol-Lösung, bei welcher nun anschließend noch der Anteil an Ethanol in der Lösung ermittelt werden kann. Hierfür wird ein Literaturwert für die Dichte von 100 %-igem Ethanol mit  $\rho_{\text{Ethanol},100\%} = 0,7893 \text{ g/cm}^3$  bei einer Temperatur von  $T = 20^\circ\text{C}$  verwendet (Rausch 2024).

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Fl}} &= x \cdot \rho_{\text{Ethanol}} + (1 - x) \cdot \rho_{\text{Wasser}} \\ \Rightarrow x &= \frac{\rho_{\text{Fl}} - \rho_W}{\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W} \pm \left( \left| \frac{\Delta\rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W} \right| + \left| \frac{\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{Ethanol}}}{(\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W)^2} \right| \cdot \Delta\rho_W \right) \\ &= (0,2240 \pm 0,3130) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

Besonders auffallend ist nun, dass der Fehlerbereich sogar höher ist, als der tatsächlich errechnete Wert. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass der Referenzwert aus der Literatur bei  $T = 20^\circ\text{C}$  bestimmt wurde, die abgemessene Lösung jedoch bei einer Temperatur von  $T = 22^\circ\text{C}$  ausgewertet wurde. Ebenso fällt mit einem Blick auf

### 3 Dynamische Viskosität

die Dichtewerttabelle von Ethanol auf, dass die Dichte von Ethanol generell mit jedem weiteren Prozentpunkt schnell ansteigt (Rausch 2024). So ist im Vergleich die Dichte von 90 %-igem Ethanol mit  $\rho_{\text{Ethanol},90\%} = 0,8180 \text{ g/cm}^3$  schon deutlich höher als die von  $\rho_{\text{Ethanol},100\%} = 0,7893 \text{ g/cm}^3$ , sodass ein größerer Fehlerbereich annehmbar scheint.

Zuletzt wird nun noch die dynamische Viskosität der verwendeten Ethanol-Lösung bestimmt.

$$\begin{aligned}\eta_{\text{Fl}} &= K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t \pm [\Delta K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t + K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot \Delta t + K(\Delta \rho_K - \Delta \rho_{\text{Fl}}) \cdot t] \\ &= (1,2518 \pm 1,7395) \text{ m Pa s.}\end{aligned}$$

Auch hier fällt wiederum ein hoher Fehlerbereich auf. Bei der genaueren Betrachtung der Formel ist dies jedoch aus statistischer Sicht nicht verwunderlich. Der bereits hohe Fehler der Dichte der Kugel  $\rho_K$  und der Flüssigkeit  $\rho_{\text{Fl}}$ , der eingerechnete Fehler bei der Fallzeit  $\Delta t$  und die besonders hohe Abweichung bei der konstanten  $K$  ergänzen sich mathematisch zu einem nochmals höheren Fehler.

Zur Erklärung der nun abschließend sehr hohen Abweichung lassen ebenso auch systematische Ursachen finden:

- Die Reaktionszeit beim Stoppen der Zeit durch Menschenhand führt zu Fehlern. So kommt es vor, dass die Zeit nicht immer exakt von der Mitte der Kugel bei Punkt C bis das die Mitte der Kugel Punkt B passiert hat, gemessen wurde, sondern etwas früher oder später. Nun könnte man behaupten, dass ein späterer Messbeginn vielleicht durch ein späteres Stoppen ausgeglichen werden würde, jedoch könnte auch der Fall, dass zu früh mit der Messung begonnen und zugleich zu spät gestoppt wurde, sodass sich in Summe ein größerer Fehler einschleicht. Dieser Fehler ließe sich einfach durch eine technische Messmethode mit Lichtschranken vermeiden.
- Turbulenzen innerhalb der Glasröhre führen zur Verfälschung des Ergebnisses, denn die Formel zur Bestimmung der dynamischen Viskosität ist für laminare Flüssigkeiten ausgelegt. Zwar wird das Viskosimeter nach Höppler um circa 10° zur Vertikalen aufgestellt, um mögliche Turbulenzen weitestgehend zu vermeiden. Jedoch können bei zu ruckartigem Drehen trotzdem kleinere Turbulenzen entstehen.
- Befinden sich in der geschlossenen Röhre störende Luftblasen, könnten auch diese beim Auftreffen auf die Kugel die Fallgeschwindigkeit dieser verändern. Dies war bei der Durchführung des Versuches nicht der Fall, denn die kleine enthaltene Luftblase im Glasrohr ist beim Drehen so schnell aufgestiegen, dass

### 3.2 Auswertung der Messergebnisse

die Kugel erst wenige Millimeter Weg zurückgelegt hatte und damit die Luftblase auf den Messbereich keinerlei Einfluss hatte.

- Zuletzt könnten Messfehler aufgrund von Verunreinigungen entstanden sein. Das innere Rohr des Viskosimeters ist zu dünn, um es auf die Schnelle gut zu reinigen. Zwischen dem Wechsel der Flüssigkeiten bleibt wenig Zeit, um das Viskosimeter komplett abtropfen beziehungsweise trocknen zu lassen, sodass vermutlich Rückstände des Wassers verblieben sind, welche die Ethanollösung verdünnt haben könnten. Wenn das Viskosimeter eine Weile geöffnet stehen bleibt, ist es auch möglich, dass sich Staubpartikel im Rohr festgesetzt haben, welche die Messungen verfälschen könnten.



# Literatur

- Demtröder, Wolfgang (2018). *Experimentalphysik* 1. 8. Aufl. Kaiserslautern: Springer Spektrum.
- Gobrecht, Heinrich (1974). *Lehrbuch Der Experimentalphysik, Mechanik, Akustik, Wärme*. 9. Aufl. Bd. 1. Berlin: Bergmann-Schäfer.
- Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Aufl. Heidelberg: Springer.
- o.V. (WiSe2024). *Versuchsanleitung M6 - Oberflächenspannung Und Dynamische Viskosität von Flüssigkeiten*.
- Rausch, Rene (2024). *Dichtewerttabelle von Ethanol*. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php?id=lists&form=Dichtewerte&sst=20> (besucht am 29. 10. 2024).
- Tipler, Paul und Gene Mosca (2024). *Tipler Physik*. 9. Aufl. Berlin: Springer Spektrum.



## 4 Anhang

### Versuch 1

$$d_{\text{Metallring}} = 5,2 \text{ cm}$$

$$F_{G, \text{Metallring}} = 0,044 \text{ N}$$

$$\Delta d_{\text{Metallring}} = 0,2 \text{ cm}$$

$$\Delta F_{G, \text{Metallring}} = 0,002 \text{ N}$$

| $i$      | $F_{i, \text{H}_2\text{O}}$ | $F_i - F_{\text{res}}$ | $(F_i - F_{\text{res}})^2$ | $F_{i,1}$ | $F_i - F_{\text{res},1}$ | $(F_i - F_{\text{res},1})^2$ | $F_{i,2}$ | $F_i - F_{\text{res},2}$ | $(F_i - F_{\text{res},2})^2$ |
|----------|-----------------------------|------------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------|-----------|--------------------------|------------------------------|
| 1        | 0,075                       | $6,00 \cdot 10^{-4}$   | $3,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,058     | $5,00 \cdot 10^{-4}$     | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 2        | 0,075                       | $6,00 \cdot 10^{-4}$   | $3,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,066     | $-8,00 \cdot 10^{-4}$    | $6,40 \cdot 10^{-7}$         | 0,058     | $5,00 \cdot 10^{-4}$     | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 3        | 0,073                       | $-1,40 \cdot 10^{-3}$  | $1,96 \cdot 10^{-6}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,057     | $-5,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 4        | 0,074                       | $-4,00 \cdot 10^{-4}$  | $1,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,068     | $1,20 \cdot 10^{-3}$     | $1,44 \cdot 10^{-6}$         | 0,058     | $5,00 \cdot 10^{-4}$     | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 5        | 0,075                       | $6,00 \cdot 10^{-4}$   | $3,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,057     | $-5,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 6        | 0,074                       | $-4,00 \cdot 10^{-4}$  | $1,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,057     | $-5,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 7        | 0,074                       | $-4,00 \cdot 10^{-4}$  | $1,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,058     | $5,00 \cdot 10^{-4}$     | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 8        | 0,076                       | $1,60 \cdot 10^{-3}$   | $2,56 \cdot 10^{-6}$       | 0,066     | $-8,00 \cdot 10^{-4}$    | $6,40 \cdot 10^{-7}$         | 0,057     | $-5,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 9        | 0,074                       | $-4,00 \cdot 10^{-4}$  | $1,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,067     | $2,00 \cdot 10^{-4}$     | $4,00 \cdot 10^{-8}$         | 0,057     | $-5,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| 10       | 0,074                       | $-4,00 \cdot 10^{-4}$  | $1,60 \cdot 10^{-7}$       | 0,066     | $-8,00 \cdot 10^{-4}$    | $6,40 \cdot 10^{-7}$         | 0,058     | $5,00 \cdot 10^{-4}$     | $2,50 \cdot 10^{-7}$         |
| $\Sigma$ | 0,744                       | $2,78 \cdot 10^{-17}$  | $6,40 \cdot 10^{-6}$       | 0,668     | $-8,33 \cdot 10^{-17}$   | $3,60 \cdot 10^{-6}$         | 0,575     | $6,94 \cdot 10^{-17}$    | $2,50 \cdot 10^{-6}$         |

**Tabelle 4.1:** Messergebnisse Versuch 1 zur Bestimmung der Oberflächenspannung.

Mithilfe der Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

wurde der Mittelwert  $F_{\text{res}}$  für die jeweiligen Messungen ermittelt.

## 4 Anhang

Exemplarisch für Wasser:

$$\begin{aligned}
 F_{\text{res},\text{H}_2\text{O}} &= \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_1 + x_2 + \dots + x_{10} \\
 &= \frac{1}{10} \cdot (0,075 + 0,075 + 0,073 + 0,074 + 0,075 + 0,074 + 0,074 + 0,076 + 0,074 + 0,074) \\
 &= \frac{1}{10} \cdot 0,744 = 0,0744 \text{ N}.
 \end{aligned}$$

Analog ergibt sich hiermit für die beiden unbekannt konzentrierten Seifenlösungen 1 und 2:

$$F_{\text{res},1} = \frac{1}{10} \cdot 0,668 = 0,0668 \text{ N} \quad F_{\text{res},2} = \frac{1}{10} \cdot 0,575 = 0,0575 \text{ N.}$$

Für die Berechnung des mittleren Fehlers  $\Delta F_{\text{res}}$  der Einzelmessungen, auch Standardabweichung  $S$  genannt, wird folgende Formel herangezogen

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

wobei die einzusetzenden Werte für  $(x_i - \bar{x})^2$  aus Tabelle 4.1 zu entnehmen sind. Damit ergeben sich für die zu untersuchen Flüssigkeiten folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 \Delta F_{\text{res},\text{H}_2\text{O}} &= \sqrt{\frac{1}{10-1} \cdot 6,40 \cdot 10^{-6}} = 8,43 \cdot 10^{-4} \text{ N,} \\
 \Delta F_{\text{res},1} &= \sqrt{\frac{1}{10-1} \cdot 3,60 \cdot 10^{-6}} = 6,32 \cdot 10^{-4} \text{ N,} \\
 \Delta F_{\text{res},2} &= \sqrt{\frac{1}{10-1} \cdot 2,50 \cdot 10^{-6}} = 5,27 \cdot 10^{-4} \text{ N.}
 \end{aligned}$$

Mithilfe der oben berechneten Werte, kann nun die Oberflächenspannung der drei Flüssigkeiten bestimmt werden.

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{H}_2\text{O}} &= \frac{F_{\text{H}_2\text{O}} - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_{\text{H}_2\text{O}} - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) \\ &= \frac{0,074 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} \pm \left( \frac{0,000843 \text{ N} + 0,002 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} + \frac{0,074 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot (0,052 \text{ m})^2} \cdot 0,002 \text{ m} \right) \\ &= (0,0918 \pm 0,0122) \frac{\text{N}}{\text{m}},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{F_1 - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_1 - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_1 - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) \\ &= \frac{0,0668 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} \pm \left( \frac{0,000632 \text{ N} + 0,002 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} + \frac{0,074 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot (0,052 \text{ m})^2} \cdot 0,002 \text{ m} \right) \\ &= (0,0698 \pm 0,0116) \frac{\text{N}}{\text{m}},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \frac{F_2 - F_G}{2\pi d} \pm \left( \frac{\Delta F_2 - \Delta F_G}{2\pi d} + \frac{F_2 - F_G}{2\pi d^2} \cdot \Delta d \right) \\ &= \frac{0,0575 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} \pm \left( \frac{0,000527 \text{ N} + 0,002 \text{ N}}{2\pi \cdot 0,052 \text{ m}} + \frac{0,074 \text{ N} - 0,044 \text{ N}}{2\pi \cdot (0,052 \text{ m})^2} \cdot 0,002 \text{ m} \right) \\ &= (0,0413 \pm 0,0112) \frac{\text{N}}{\text{m}}.\end{aligned}$$

### Versuch 2 und 3

$$\begin{array}{ll}
 m_K = 4,47 \text{ g} & \Delta m_K = 0,10 \text{ g} \\
 d_K = 0,7 \text{ cm} & \Delta d_K = 0,1 \text{ cm} \\
 T = 22,1 \text{ }^\circ\text{C} & \Delta T = 0,2 \text{ }^\circ\text{C}
 \end{array}$$

| $i$      | $t_{\text{H}_2\text{O}}$ in s | $t_{i,\text{H}_2\text{O}} - \bar{t}_{i,\text{H}_2\text{O}}$ | $(t_{i,\text{H}_2\text{O}} - \bar{t}_{i,\text{H}_2\text{O}})^2$ | $t_{\text{Fl}}$ in s | $t_{i,\text{Fl}} - \bar{t}_{i,\text{Fl}}$ | $(t_{i,\text{Fl}} - \bar{t}_{i,\text{Fl}})^2$ |
|----------|-------------------------------|---|---|----------------------|---|---|
| 1        | 1,86                          | $-7,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $4,90 \cdot 10^{-3}$  | 2,42                 | $1,00 \cdot 10^{-2}$                      | $1,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 2        | 1,88                          | $-5,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $2,50 \cdot 10^{-3}$  | 2,34                 | $-7,00 \cdot 10^{-2}$                     | $4,90 \cdot 10^{-3}$                          |
| 3        | 1,89                          | $-4,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $1,60 \cdot 10^{-3}$  | 2,60                 | $1,90 \cdot 10^{-1}$                      | $3,61 \cdot 10^{-2}$                          |
| 4        | 1,90                          | $-3,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $9,00 \cdot 10^{-4}$  | 2,45                 | $4,00 \cdot 10^{-2}$                      | $1,60 \cdot 10^{-3}$                          |
| 5        | 1,95                          | $2,00 \cdot 10^{-2}$  | $4,00 \cdot 10^{-4}$  | 2,44                 | $3,00 \cdot 10^{-2}$                      | $9,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 6        | 1,99                          | $6,00 \cdot 10^{-2}$  | $3,60 \cdot 10^{-3}$  | 2,35                 | $-6,00 \cdot 10^{-2}$                     | $3,60 \cdot 10^{-3}$                          |
| 7        | 1,97                          | $4,00 \cdot 10^{-2}$  | $1,60 \cdot 10^{-3}$  | 2,38                 | $-3,00 \cdot 10^{-2}$                     | $9,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 8        | 1,98                          | $5,00 \cdot 10^{-2}$  | $2,50 \cdot 10^{-3}$  | 2,39                 | $-2,00 \cdot 10^{-2}$                     | $4,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 9        | 1,84                          | $-9,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $8,10 \cdot 10^{-3}$  | 2,38                 | $-3,00 \cdot 10^{-2}$                     | $9,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 10       | 1,90                          | $-3,00 \cdot 10^{-2}$                                       | $9,00 \cdot 10^{-4}$  | 2,43                 | $2,00 \cdot 10^{-2}$                      | $4,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| 11       | 2,05                          | $1,20 \cdot 10^{-1}$  | $1,44 \cdot 10^{-2}$  | 2,37                 | $-4,00 \cdot 10^{-2}$                     | $1,60 \cdot 10^{-3}$                          |
| 12       | 1,95                          | $2,00 \cdot 10^{-2}$  | $4,00 \cdot 10^{-4}$  | 2,38                 | $-3,00 \cdot 10^{-2}$                     | $9,00 \cdot 10^{-4}$                          |
| $\Sigma$ | 23,16                         | $2,22 \cdot 10^{-16}$                                       | $4,18 \cdot 10^{-2}$  | 28,93                | $1,00 \cdot 10^{-2}$                      | $5,23 \cdot 10^{-2}$                          |

**Tabelle 4.2:** Messergebnisse Versuch 2 und 3 zur Bestimmung der dynamischen Viskosität.

Der Mittelwert der Messergebnisse wird wieder mithilfe der Formel

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

berechnet. Damit ergeben sich die folgenden Mittelwerte für das destillierte Wasser und die unbekannte Flüssigkeit:

$$\begin{aligned}
 \bar{t}_{i,\text{H}_2\text{O}} &= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} t_{i,\text{H}_2\text{O}} = \frac{1}{12} \cdot 23,26 = 1,93 \text{ s}, \\
 \bar{t}_{i,\text{Fl}} &= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} t_{i,\text{Fl}} = \frac{1}{12} \cdot 28,92 = 2,41 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Für die Berechnung der Standardabweichung  $\Delta t$  wird folgende Formel verwendet

$$\Delta t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2},$$

wobei die einzusetzenden Werte für  $(t_i - \bar{t})^2$  aus Tabelle 4.2 zu entnehmen sind.

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{H}_2\text{O}} &= \sqrt{\frac{1}{12-1} \cdot 4,18 \cdot 10^{-2}} = 6,16 \cdot 10^{-2} \text{ s}, \\ \Delta t_{\text{Fl}} &= \sqrt{\frac{1}{12-1} \cdot 5,23 \cdot 10^{-2}} = 6,90 \cdot 10^{-2} \text{ s}.\end{aligned}$$

Damit kann nun die Dichte der Kugel mithilfe ihrer Masse und ihres Volumens unter Verwendung der oben angegebenen Größen berechnet werden:

$$\begin{aligned}\rho_K &= \frac{m_K}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2}d_K\right)^3} \pm \left( \frac{\Delta m_K}{\frac{1}{6}\pi d_K^3} + \frac{m_K}{\frac{1}{18}\pi d_K^4} \cdot \Delta d_K \right) \\ &= \frac{4,47 \text{ g}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2} \cdot 0,7 \text{ cm}\right)^3} \pm \left( \frac{0,10 \text{ g}}{\frac{1}{6}\pi \cdot 0,7 \text{ cm}^3} + \frac{4,47 \text{ g}}{\frac{1}{18}\pi \cdot 0,7 \text{ cm}^4} \cdot 0,10 \text{ cm} \right) \\ &= (24,89 \pm 11,23) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.\end{aligned}$$

#### 4 Anhang

Mit der eben ermittelten Dichte der Glaskugel kann nun die Viskosimeterkonstante  $K$  berechnet werden. Hierfür werden noch folgende Literaturwerte benötigt:

$$\rho_{\text{Wasser}} = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\Delta\rho_{\text{Wasser}} = 0,01 \text{ g/cm}^3$$

$$\eta_{\text{Wasser}} = 1 \text{ m Pa s}$$

$$\Delta\eta_{\text{Wasser}} = 0,1 \text{ m Pa s}$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t} \pm \left( \frac{\Delta\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t} + \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W) \cdot t^2} \cdot \Delta t + \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_W)^2 \cdot t} \cdot (\Delta\rho_K + \Delta\rho_W) \right) \\ &= \frac{1,0 \text{ m Pa s}}{(24,89 \text{ g/cm}^3 - 1,0 \text{ g/cm}^3) \cdot 1,93 \text{ s}} \pm \left( \frac{0,1 \text{ m Pa s}}{(24,89 \text{ g/cm}^3 - 1,0 \text{ g/cm}^3) \cdot 1,93 \text{ s}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1,0 \text{ m Pa s}}{(24,89 \text{ g/cm}^3 - 1,0 \text{ g/cm}^3) \cdot (1,93 \text{ s})^2} \cdot 0,0616 \text{ s} + \frac{1,0 \text{ m Pa s}}{(24,89 \text{ g/cm}^3 - 1,0 \text{ g/cm}^3)^2 \cdot 1,93 \text{ s}} \right. \\ &\quad \left. \cdot (11,23 \text{ g/cm}^3 + 0,1 \text{ g/cm}^3) \right) = (0,0217 \pm 0,0193) \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Als nächstes wird die Dichte der unbekannten Flüssigkeit bestimmt.

$$m_{\text{Fl}} = 47,64 \text{ g}$$

$$\Delta m_{\text{Fl}} = 1,00 \text{ g}$$

$$V_{\text{Fl}} = 50 \text{ ml}$$

$$\Delta V_{\text{Fl}} = 2,0 \text{ ml}$$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Fl}} &= \frac{m}{V} \pm \left( \frac{\Delta m}{V} + \frac{m}{V^2} \cdot \Delta V \right) = \frac{47,64 \text{ g}}{50 \text{ cm}^3} \pm \left( \frac{1,0 \text{ g}}{50 \text{ cm}^3} + \frac{47,64 \text{ g}}{(50 \text{ cm}^3)^2} \cdot 2,0 \text{ cm}^3 \right) \\ &= (0,9528 \pm 0,0582) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \end{aligned}$$

Bei der unbekannten Flüssigkeit handelt es sich um eine Ethanollösung, deren Ethanolanteil im Folgenden bestimmt werden soll. Als Referenzwert wird die Dichte von 100 %-igem Ethanol herangezogen:  $\rho_{\text{Ethanol},100\%} = 0,7893 \text{ g cm}^{-3}$ .

$$\begin{aligned}\rho_{\text{Fl}} &= x \cdot \rho_{\text{Ethanol}} + (1 - x) \cdot \rho_{\text{Wasser}} \\ \Rightarrow x &= \frac{\rho_{\text{Fl}} - \rho_W}{\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W} \pm \left( \left| \frac{\Delta \rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W} \right| + \left| \frac{\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{Ethanol}}}{(\rho_{\text{Ethanol}} - \rho_W)^2} \right| \cdot \Delta \rho_W \right) \\ &= \frac{0,9528 \text{ g cm}^{-3} - 1,0 \text{ g cm}^{-3}}{0,7893 \text{ g cm}^{-3} - 1,0 \text{ g cm}^{-3}} \pm \left( \frac{0,0582 \text{ g cm}^{-3}}{0,7893 \text{ g cm}^{-3} - 1,0 \text{ g cm}^{-3}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{0,9528 \text{ g cm}^{-3} - 1,0 \text{ g cm}^{-3}}{(0,7893 \text{ g cm}^{-3} - 1,0 \text{ g cm}^{-3})^2} \cdot 0,01 \text{ g cm}^{-3} \right) \\ &= (0,2240 \pm 0,3130) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.\end{aligned}$$

Abschließend lässt sich nun mit allen bereits ermittelten Zwischenergebnissen die dynamische Viskosität  $\eta_{\text{Fl}}$  berechnen.

$$\begin{aligned}\eta_{\text{Fl}} &= K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t \pm [\Delta K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t + K \cdot (\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot \Delta t + K(\Delta \rho_K - \Delta \rho_{\text{Fl}}) \cdot t] \\ &= 0,0217 \text{ cm}^2/\text{s}^2 \cdot (24,89 \text{ g/cm}^3 - 0,9528 \text{ g/cm}^3) \cdot 2,41 \text{ s} \\ &\quad \pm [0,0193 \text{ cm}^2/\text{s}^2 \cdot (24,89 \text{ g/cm}^3 - 0,9528 \text{ g/cm}^3) \cdot 2,41 \text{ s} \\ &\quad + 0,0217 \text{ cm}^2/\text{s}^2 \cdot (24,89 \text{ g/cm}^3 - 0,9528 \text{ g/cm}^3) \cdot 0,069 \text{ s} \\ &\quad + 0,0217 \text{ cm}^2/\text{s}^2 \cdot (11,23 \text{ g/cm}^3 - 0,5820 \text{ g/cm}^3) \cdot 2,41 \text{ s}] \\ &= (1,2518 \pm 1,7395) \text{ m Pa s}.\end{aligned}$$

## Versuchsprotokoll

| Messergebnisse                                     |   | A06                                | 25.10.24                      |
|--|---|------------------------------------|-------------------------------|
| <b>Aufgabe 1</b>                                   |   |                                    |                               |
| $d_{R,A} = 5,2 \text{ cm}$                         |   | $F_{G,R} = 0,044 \text{ N}$        |                               |
| $\Delta d_{R,A} = 0,2 \text{ cm}$                  |   | $\Delta F_{G,R} = 0,002 \text{ N}$ |                               |
| Messung i  | 10 Messungen  |                                    |                               |
| $F_{i,H_2O}$ in N                                  | 0,075 0,075 0,073 0,074 0,075 0,074 0,074 0,076 0,074 0,074 |                                    |                               |
| $F_{i,1}$ in N                                     | 0,067 0,066 0,067 0,068 0,067 0,067 0,067 0,066 0,067 0,066 |                                    |                               |
| $F_{i,2}$ in N                                     | 0,058 0,058 0,057 0,058 0,057 0,057 0,058 0,057 0,057 0,058 |                                    |                               |
| Flüssigkeit 2: viele Blasen $\rightarrow$ seifiger |   |                                    |                               |
| <b>Aufgabe 2</b>                                   |   |                                    |                               |
| $m_k = 4,47 \text{ g}$                             |   | $\Delta m_k = 0,1 \text{ g}$       | (Glaskugel)                   |
| $d_k = 0,7 \text{ cm}$                             |   | $\Delta d_k = 0,1 \text{ cm}$      |                               |
| $T = 22,1^\circ\text{C}$                           |   | $\Delta T = 0,2^\circ\text{C}$     | $\rightarrow$ Am Viskosimeter |
| Messung i  | 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12                                  |                                    |                               |
| t in s   | 1,86 1,88 1,89 1,90 1,95 1,99 1,97 1,98 1,84 1,90 2,05 1,95 |                                    |                               |
| gewählte Fallstrecke: unterer Bereich              |   |                                    |                               |
| Messung Strich Mitte der Kugel $\ominus$           |   |                                    |                               |
|  |   | A —                                |                               |
|  |   | B —                                |                               |
|  |   | C — } Messung                      |                               |

Messfehler:

- Reaktionszeit
- Abschätzen wann Kugel am Strich
- eigentl. keine Luftblasen

### Aufgabe 3

| Messung i | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| t in s    | 2,42 | 2,34 | 2,60 | 2,45 | 2,44 | 2,35 | 2,38 | 2,39 | 2,38 | 2,43 | 2,37 | 2,38 |

$$m_{Fe} = 23,71 \text{ g} \hat{=} 25 \text{ ml}$$

$$\Delta m_{Fe} = 1,0 \text{ g}$$

$$23,93 \text{ g} \hat{=} 25 \text{ ml}$$

$$47,64 \text{ g} \hat{=} 50 \text{ ml}$$

→ 10 ml sind übrig geblieben

$$\hat{=} 7,93 \text{ g}$$

$$V_{Fe}$$

$$\Delta V_{Fe} =$$

$$\text{Für die Auswertung: } \rho_{mix} = x \cdot \rho_{Ethanol} + (1-x) \cdot \rho_{H_2O} \Rightarrow gS \cdot x$$

+ Literaturwertvergleich anhand  $\eta$

Szczurek