

O9 - Strahlungsgesetze

(Das Stefan-Boltzmann-Gesetz)

Julia Mariella Wiest

Gruppe A06

22.01.2025

Mit der Abgabe dieses Protokolls wird bestätigt, dass es kein Plagiat ist. Falls es dennoch eindeutig als Plagiat erkannt werden sollte, ist bekannt, dass das einen Punktabzug von 20 Punkten zur Folge, ohne Möglichkeit der Nachbearbeitung, hat. Diese Bewertung wird ausnahmslos zur Gesamtnote im Anfängerpraktikum beitragen.

1 Physikalische Grundlagen

Der nachstehende Versuch wurde mit dem Ziel durchgeführt, den Exponenten n der Temperaturabhängigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes zu bestimmen.

Jeder Körper, welcher eine Temperatur oberhalb des absoluten Nullpunktes aufweist, gibt elektromagnetische Strahlung ab, wobei die Intensität der ausgehenden Strahlungsenergie von der Oberflächenbeschaffenheit und der Temperatur des Körpers abhängig ist. Befindet sich der betrachtete Körper im Strahlungsgleichgewicht mit seiner Umgebung, so entspricht die absorbierte Energie des Körpers gleichermaßen der von ihm emittierten. Es gilt

$$\varepsilon_1 P_2 = \varepsilon_2 P_1,$$

mit den Absorptionsgraden $\varepsilon_i \in [0, 1]$ und der jeweiligen Fläche P_i (Universität Augsburg WiSe 2024).

Bei einer schwarzen Oberfläche gilt für den Absorptionsgrad $\varepsilon_s = 1$, woraus sich das Kirchhoffsche Strahlungsgesetz

$$P = \varepsilon P_s$$

ergibt (Meschede 2010, S. 590). Wie im nachfolgenden Versuch verwendet, lässt sich ein schwarzer Strahler am besten durch einen geheizten (schwarzen) Hohlraum mit Loch realisieren.

Die spektrale Intensitätsverteilung eines schwarzen Strahlers lässt sich graphisch über die spektrale Energiedichte ρ als Funktion der Frequenz ν des abgestrahlten Lichts und der Variation der Temperatur darstellen, wie in Abbildung 1.1 zu sehen.

Die vollständige Beschreibung des Verlaufs der spektralen Energiedichte ρ der Schwarzkörperstrahlung in Abhängigkeit der Frequenz ν und der Temperatur T lässt sich über das Plancksche Strahlungsgesetz

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)} d\nu$$

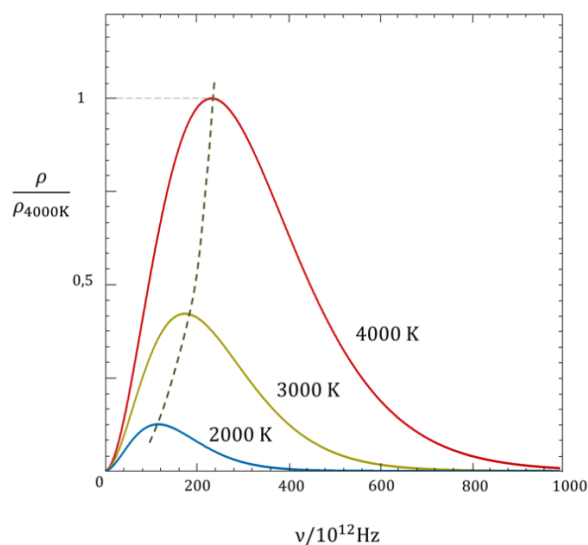


Abb. 1.1: Intensitätsverteilung eines schwarzen Strahlers (Universität Augsburg WiSe 2024).

realisieren (Universität Augsburg WiSe 2024), (Meschede 2010, S. 592).

Die Integration der spektralen Energiedichte ρ über alle Frequenzen ν ergibt die spezifische Ausstrahlung eines schwarzen Strahlers in Abhängigkeit der Temperatur von

$$M = \int_0^\infty \frac{c}{4} \rho(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi^5}{15} \cdot \frac{k^4}{c^2 h^3} \cdot T^4,$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c , der Boltzmann-Konstante k , dem Planckschen-Wirkungsquant h und der Temperatur T . Dies ist das sogenannte Stefan-Boltzmann-Gesetz (Universität Augsburg WiSe 2024), (Meschede 2010, S. 594).

Während des Experimentes erfolgt die Temperaturmessung innerhalb des Ofens über ein Thermoelement und die Bestimmung der Strahlungsleistung über eine Thermosäule. Beide Messgeräte nutzen dabei den sogenannten Seebeck-Effekt aus.

Der Seebeck-Effekt tritt aufgrund eines Temperaturgefälles innerhalb eines homogenen elektrischen Leiters auf und führt dabei zu einem Diffusionsstrom im Ladungsträger. In einem metallischen Leiter bedeutet dies, dass anlässlich der unterschiedlichen Energieverteilung infolge des Temperaturgefälles ein Diffusionsstrom entsteht. Dadruch nimmt bei hohen Temperaturen die Ladungsträgerdichte zwecks der Erhöhung der kinetischen Energie ab. Bei niedrigen Temperaturen dagegen nimmt die Ladungsträgerdichte zu, was zu einer Verringerung der kinetischen Energie führt, da sich die Elektronen dort weniger bewegen. Resultierend dazu führt dies auf der warmen Seite des Leiters zu einem Elektronenmangel und zu einem Elektronenüberschuss auf der kalten Seite, wie in Abbildung 1.2 zur Veranschaulichung des Seebeck-Effekts zu sehen ist.

Wird jene Temperaturdifferenz im Leiter aufrechterhalten, so stellt sich ein stationärer Zustand ein und es bildet sich zwischen den Enden des Leiters eine konstante Spannungsdifferenz aus. Somit lässt sich der materialspezifische Seebeck-Koeffizient

$$\alpha = \frac{dU_{th}}{dT},$$

auch absolute Thermokraft genannt, durch die marginale Temperaturänderung dT und die dadurch hervorgerufene Thermospannung dU_{th} ausdrücken.

Wie bereits erwähnt findet der Seebeck-Effekt eine praktische Anwendung im Thermoelement (vgl. Abb. 1.3). Dies ist eine Kombination aus zwei

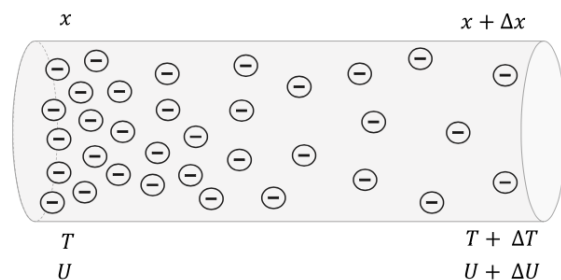


Abb. 1.2: Visualisierung des Seebeck-Effekts (Universität Augsburg WiSe 2024).

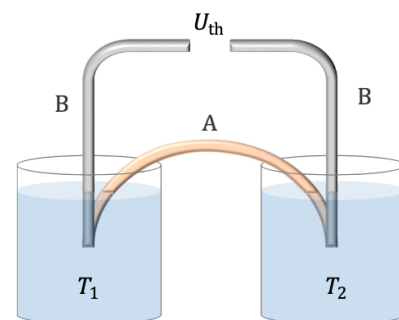


Abb. 1.3: Aufbau eines Thermoelements (Universität Augsburg WiSe 2024).

Leitermaterialien, durch welche aus der Temperaturdifferenz eine resultierende Thermospannung tatsächlich messbar gemacht werden kann. Nehmen die Kontaktstellen der verschiedenen Leitermaterialien unterschiedliche Temperaturen T_1 und T_2 an, so lässt sich aus der Differenz der Einzelspannung der Leiter die Thermospannung

$$U_{th} = \alpha_{AB} \cdot (T_2 - T_1)$$

ermitteln (Weber 2007, S. 395), (Demtröder 2017, S. 71).

Eine Thermosäule besteht aus mehreren hintereinandergeschalteten Thermoelementen, wobei sich deren Einzelspannungen zu einer Gesamtspannung addieren. Dies ist in Abbildung 1.4 visualisiert.

Im Versuch misst jene Thermosäule die Strahlungsintensität des geschwärzten Metallkörpers. Somit ergibt sich dessen Thermospannung im Strahlungsgleichgewicht über den Zusammenhang

$$U_{th} = \text{const} \cdot (T_O^n - T_Z^n)$$

(Universität Augsburg WiSe 2024).

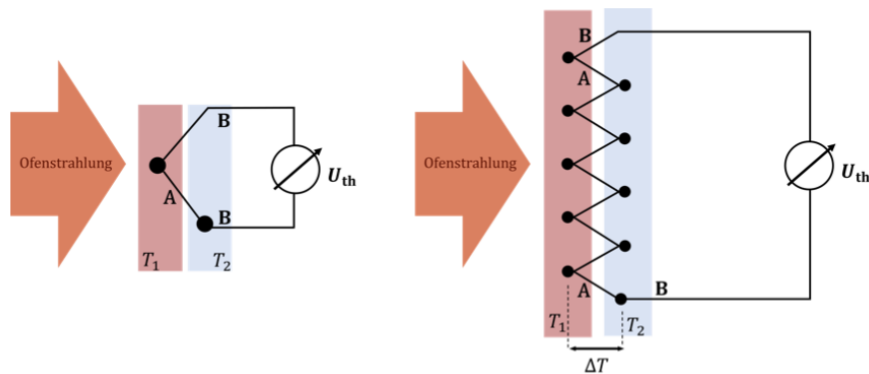


Abb. 1.4: Aufbau eines Thermoelements beziehungsweise einer Thermosäule (Universität Augsburg WiSe 2024).

2 Das Stefan-Boltzmann-Gesetz

2.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Zur Durchführung des Versuches wird ein Röhrenofen mit einem inkludierten geschwärzten Metallkörper verwendet. Die Messung der Temperatur innerhalb des Ofens beziehungsweise des angenäherten schwarzen Körpers erfolgt über ein Thermoelement, welches innerhalb des Heizofens verbaut ist. Die Temperatur T_O selbst lässt sich über ein angeschlossenes Sekundenthermometer ablesen. Der Aufbau des Ofens mit dem integrierten Hohlraumstrahler weist ein kleines Loch auf. Um die aus dem Loch austretende Strahlung des schwarzen Körpers messen zu können, wird gegenüber des Ofenkonstrukts eine Röhre mit einer im inneren verbauten Thermosäule montiert. Jene Thermosäule ist so mit einer Blende abgeschirmt, dass diese nahezu nur die abgestrahlte Wärme des schwarzen Körpers aufnimmt. Durch ein an die Thermosäule angeschlossenes Multimeter kann die erzeugte Thermospannung U_{th} der Strahlungsleistung des schwarzen Körpers aufgenommen werden. Der gesamte Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.1 visualisiert.

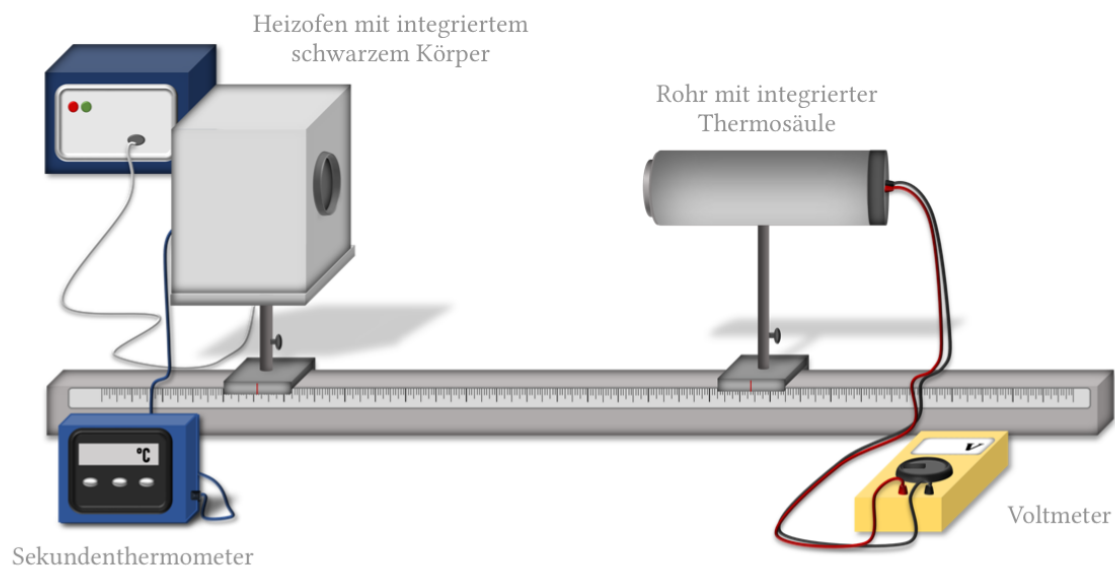


Abb. 2.1: Versuchsaufbau.

Zu Beginn des Experiments zeigte das Sekundenthermometer eine Ofentemperatur von $T_O = 19^\circ\text{C}$ an. Diese Temperatur kann gleichermaßen als die vorherrschende Zimmertemperatur T_Z angenommen werden. Bei dieser Temperatur zeigte das Voltmeter eine Thermospannung von $U_{th} = 0,00\text{ mV}$ an. Durch das Anschalten des Ofens beginnt nun die Erwärmung des geschwärz-

ten Metalls von der Anfangstemperatur $T_O = T_Z = 19^\circ\text{C}$ bis zur gewünschten Endtemperatur $T_O = 530^\circ\text{C}$, wobei im Messprotokoll der Temperaturanstieg in 10°C -Schritten festgehalten wurde. Über die aus dem Loch des schwarzen Körpers austretende Energie erwärmt sich nun die gegenüber montierte Thermosäule ebenfalls von der Zimmertemperatur T_Z auf die resultierende Endtemperatur T_{th} . Denn durch das Erhitzen des Ofens auf $T_O = 530^\circ\text{C}$ absorbiert der schwarze Metallkörper die Energie und gibt diese als Strahlungsleistung ab. Jene Strahlungsleistung wird von der Thermosäule aufgenommen, welche als Thermospannung messbar wird. Die an der Thermosäule ablesbare Thermospannung U_{th} ist dabei proportional zur Differenz der Zimmer- beziehungsweise Ofentemperatur, sodass sich im Strahlungsgleichgewicht der Zusammenhang

$$U_{th} = \text{const} \cdot (T_O^n - T_Z^n)$$

einstellt.

Während des Messvorgangs ist darauf zu achten, dass die Thermosäule nicht mit der Hand berührt wird, beziehungsweise zum Versuchsaufbau etwas Abstand gewahrt wird, da ansonsten die Abstrahlung der Körperwärme die Messergebnisse der Thermosäule verfälschen könnte.

2.2 Auswertung der Messergebnisse

Auf Grundlage der im vorherigen Kapitel beschriebenen Versuchsdurchführung werden die damit erlangten Messergebnisse nun ausgewertet.

Bestimmung des Exponenten n der Temperaturabhängigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

Ziel der Auswertung ist es, den Exponenten n der Temperaturabhängigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

$$P = M \cdot A = \frac{2\pi^5}{15} \cdot \frac{k^4}{c^2 h^3} \cdot A \cdot T^4,$$

wobei P die abgestrahlte Leistung und A die Fläche des schwarzen Strahler ist, zu bestimmen. Somit lässt sich für den Literaturwert des Exponenten n festhalten, dass die Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers proportional zur vierten Potenz seiner absoluten Temperatur ist (Meschede 2010, S. 594).

Experimentell lässt sich der Exponent n über den Zusammenhang

$$U_{th} = \text{const} \cdot (T_O^n - T_Z^n)$$

ermitteln. Das Umstellen dieser Formel ergibt

$$\begin{aligned} U_{th} &= \text{const} \cdot (T_O^n - T_Z^n) \\ \Leftrightarrow \ln(U_{th}) &= \ln(\text{const}) \cdot \ln(T_O^n - T_Z^n) \\ \Rightarrow \ln(U_{th}) &\sim \ln(T_O^n - T_Z^n) \\ \Leftrightarrow \ln(U_{th}) &= n \cdot \ln(T_O - T_Z) \\ \Rightarrow \ln(U_{th}) &= n \cdot \ln(T_O) \\ \Leftrightarrow n &= \frac{\ln(T_O)}{\ln(U_{th})}, \end{aligned}$$

wobei in der dritten Umformung die Konstante und in der vorletzten Umformung die Zimmertemperatur vernachlässigt wurde.

Basierend darauf wird nun die logarithmierte Temperatur $\ln(T_O)$ gegen die logarithmierte Thermospannung $\ln(U_{th})$ graphisch aufgetragen. Dies ergibt eine doppelt logarithmische Darstellung wie in den Abbildungen 2.2 und 2.3 zu sehen. Die Messergebnisse und deren Logarithmierung ist dabei Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Zur Überprüfung, ob die Zimmertemperatur, wie in der obigen Umformung zu sehen, tatsächlich vernachlässigt werden kann, werden nun zunächst alle gemessenen Werte aus Tabelle 3.1 doppelt logarithmisch gegeneinander aufgetragen. Die zugehörige Grafik ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Anhand der von Excel generierten orangenen Ausgleichsgeraden lässt sich der Exponent n an deren Steigung ablesen, was zu einem Wert von $n = 4,5866$ führt.

2 Das Stefan-Boltzmann-Gesetz

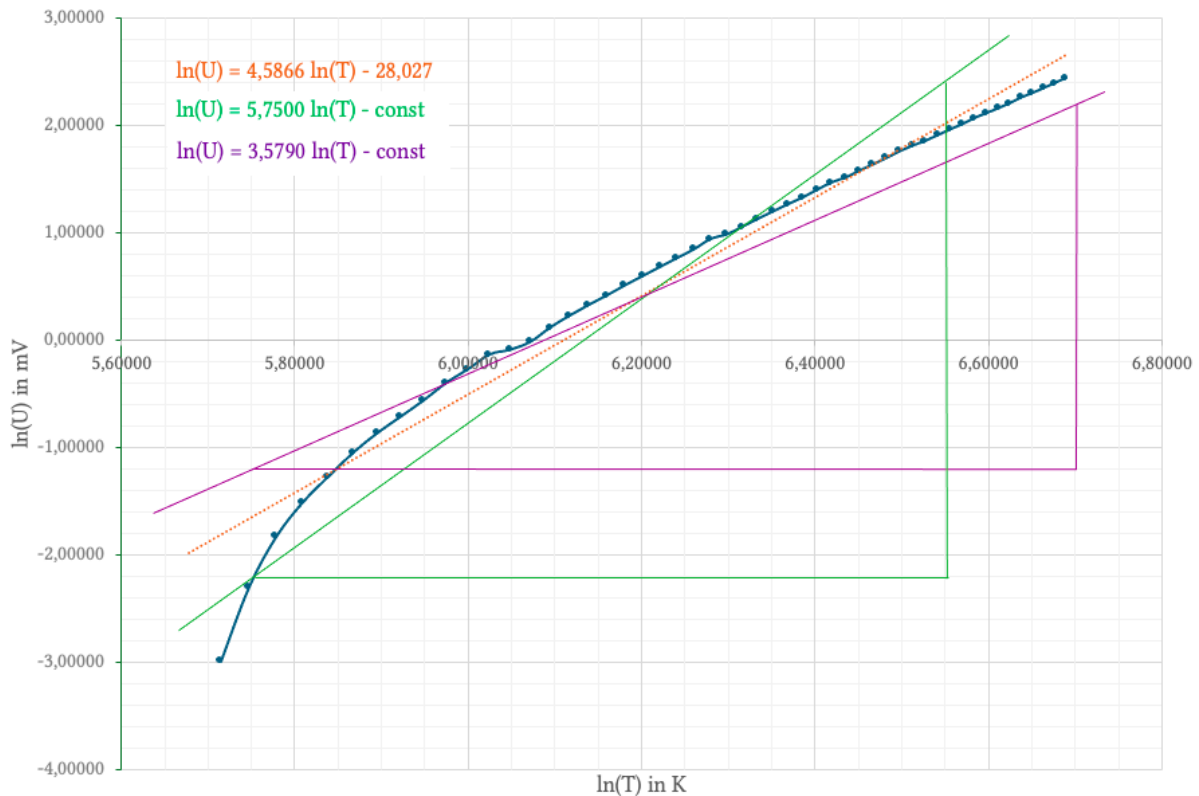


Abb. 2.2: Auftragung der logarithmierten Zeit $\ln(T_O)$ in K gegen die logarithmierte Spannung $\ln(U_{th})$ in mV aller aufgenommenen Werte.

Die Fehlerbetrachtung erfolgt über das Einzeichnen von Fehlergeraden. Dabei entspricht die Steigung der lilanen Fehlergeraden

$$n_{\min} = \frac{\Delta \ln(U_{th})}{\Delta \ln(T_O)} = \frac{2,20 - (-1,20)}{6,700 - 5,750} = \frac{3,40}{0,95} = 3,5790$$

und die Steigung der grünen Fehlergeraden

$$n_{\max} = \frac{\Delta \ln(U_{th})}{\Delta \ln(T_O)} = \frac{2,40 - (-2,20)}{6,550 - 5,750} = \frac{4,60}{0,80} = 5,750.$$

Insgesamt resultiert daraus ein Fehlerwert von

$$\Delta n = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{2} = \frac{5,750 - 3,5790}{2} = 1,0855$$

Somit lässt sich für den Exponenten n der Wert

$$n = (4,5866 \pm 1,0855)$$

folgern.

Verglichen mit dem Literaturwert von $n = 4$ (Meschede 2010, S. 594) liegt der experimentell bestimmte Exponent $n = (4,5866 \pm 1,0855)$ zwar durch die Berücksichtigung des Fehlerwertes innerhalb des idealen Bereichs, jedoch ist der durch die Fehlergeraden bestimmte Fehler riesig und lässt damit vermuten, dass die Vernachlässigung der Zimmertemperatur zu diesem großen Fehler geführt haben könnte.

Deswegen wird im Folgenden dieselbe Auswertung nochmals vorgenommen, allerdings wird für die Auftragung nun erst ab der Temperatur $T_O = 80^\circ\text{C}$ begonnen. Damit entspricht die Steigung der orangenen Ausgleichsgerade in Abbildung 2.3 dem Exponenten $n = 4,0732$. Bei der Auftragung der logarithmierten Temperatur $\ln(T_O)$ gegen die logarithmierte Thermospannung $\ln(U_{th})$ fällt nun auch sofort auf, dass die lineare Ausgleichsgerade sich nahezu an die aufgenommenen Messwerte anschmiegt.

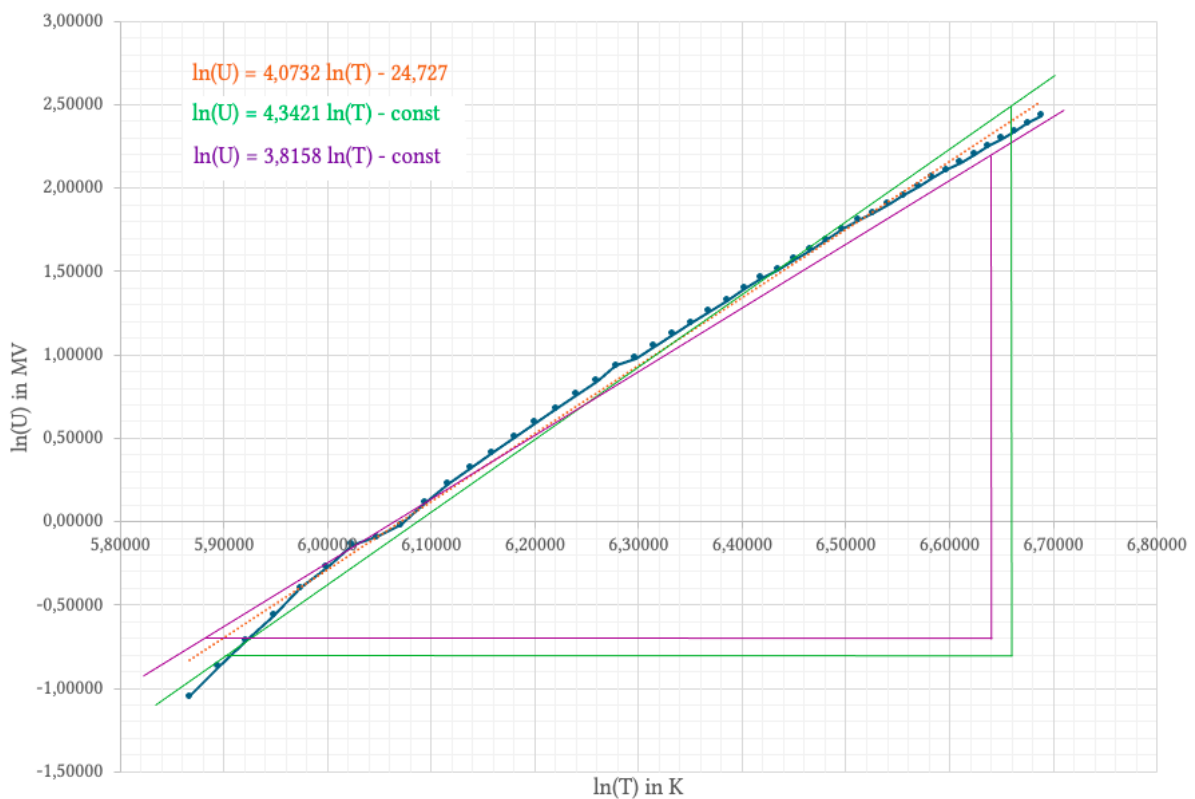


Abb. 2.3: Auftragung der logarithmierten Zeit $\ln(T_O)$ in K gegen die logarithmierte Spannung $\ln(U_{th})$ in mV der Werte ab $T = 80^\circ\text{C}$ bzw. $T = 353,15\text{ K}$.

Es erfolgt ebenfalls eine Fehlerbetrachtung über die Einzeichnung von Fehlergeraden. Dabei ergibt sich für die Steigung der lilanen Fehlergeraden

$$n_{\min} = \frac{\Delta \ln(U_{th})}{\Delta \ln(T_O)} = \frac{2,20 - (-0,70)}{6,640 - 5,880} = \frac{2,90}{0,76} = 3,8158$$

und für die Steigung der grünen Fehlergeraden

$$n_{\max} = \frac{\Delta \ln(U_{th})}{\Delta \ln(T_O)} = \frac{2,50 - (-0,80)}{6,660 - 5,880} = \frac{3,30}{0,76} = 4,3421.$$

Daraus ergibt sich wiederum ein Gesamtfehler von

$$\Delta n = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{2} = \frac{4,3421 - 3,8158}{2} = 0,2632.$$

Insgesamt lässt sich daraus für den Exponenten n der Wert

$$n = (4,0732 \pm 0,2632)$$

folgern.

Weiterhin befindet sich der Literaturwert von $n = 4$ (Meschede [2010](#), S. 594) innerhalb des Fehlerbereiches des experimentell bestimmten $n = (4,0732 \pm 0,2632)$, jedoch fällt der ermittelte Fehlerbereich nun deutlich kleiner aus, beziehungsweise stimmt der generell ermittelte Exponent n nahezu mit dem Literaturwert überein. Damit lässt sich annehmen, dass die Zimmertemperatur bei immer höheren Temperaturen tatsächlich vernachlässigbar ist. Näheres dazu wird nun ausführlicher in der Fehlerdiskussion beleuchtet.

Fehlerdiskussion

Wie in Abbildung 2.2 zu sehen, befinden sich die Werte im unteren Temperaturbereich nicht auf einer Geraden sondern weisen eher einen logarithmischen Zusammenhang auf. Bei einer Betrachtung der Messwerte über der Temperatur $T_O = 80^\circ\text{C}$ jedoch fällt auf, dass sich die Messreihe sehr gut über eine Gerade approximieren lässt. Dies führt zu dem Rückschluss, dass der Versuch bei niedrigen Temperaturen deutlich anfälliger für Umwelteinflüsse ist, als bei hohen Temperaturen. Trotz aller Vorsicht kann die abgestrahlte Körperwärme der versuchsdurchführenden Personen die Thermosäule beeinflusst haben. Ebenso kann die direkt neben dem Versuchsaufbau befindliche Heizung zu Anfang des Versuches Wärme abgestrahlt haben, sodass die Zimmertemperatur leicht variiert hat.

Der Abstand zwischen dem Wärmeaustrittspunkt des Ofens und der in einer Röhre befindlichen Thermosäule betrug circa 18,5 cm, sodass zwischen den beiden Instrumenten marginal Wärmestrahlung an die Umgebung verloren ging. Ebenfalls kann es zu einer Verfälschung kommen, falls die Thermosäule nicht ganz exakt zum Strahlungsausstrittspunkt des schwarzen Strahlers ausgerichtet war.

Die nun genannten möglichen Umwelteinflüsse wirken sich also bei niedrigen Temperaturen signifikanter aus, als bei hohen Temperaturen. Beispielsweise beeinflusst die Körpertemperatur von circa 36°C die Thermosäule bei Temperaturen zwischen 20°C und 40°C deutlich mehr, als bei Temperaturen über 80°C . Somit lässt sich auch argumentieren, dass sich die Zimmertemperatur von 19°C auf die gemessenen Thermospannungen U_{th} bei Ofentemperaturen von über 80°C bis 530°C nicht mehr auswirkt und damit vernachlässigbar ist.

Zuletzt lässt sich noch anmerken, dass der verwendete geschwärzte Metallkörper keinem idealen schwarzen Hohlraumstrahler entspricht und damit die angewendete Formel des Strahlungsgleichgewichts

$$U_{th} = \text{const} \cdot (T_O^n - T_Z^n)$$

eigentlich nicht exakt so angewendet werden dürfte. Jedoch zeigt das erlangte experimentelle Ergebnis von $n = (4,0732 \pm 0,2632)$ für höhere Temperaturen den gewünschten Zusammenhang, sodass die Verwendung der Formel für einen nicht-idealen schwarzen Körper gerechtfertigt werden kann.

Literatur

Demtröder, Wolfgang (2017). *Experimentalphysik 2*. 7. Aufl. Kaiserslautern: Springer Spektrum.

Meschede, Dieter (2010). *Gerthsen Physik*. 24. Aufl. Heidelberg: Springer.

Universität Augsburg (WiSe 2024). *Versuchsanleitung O9 - Strahlungsgesetze (Das Stefan-Boltzmann-Gesetz)*.

Weber, Reinhart (2007). *Klassische Physik*. 1. Aufl. Bd. Teil I. Wiesbaden: B.G. Teubner.

3 Anhang

Auswertung der Messergebnisse

T in °C	T in K	U in mV	$\ln(T)$ in K	$\ln(U)$ in mV
19	292,15	0,00	5,6773	
30	303,15	0,05	5,7142	-2,9957
40	313,15	0,10	5,7467	-2,3026
50	323,15	0,16	5,7781	-1,8326
60	333,15	0,22	5,8086	-1,5141
70	343,15	0,28	5,8382	-1,2730
80	353,15	0,35	5,8669	-1,0498
90	363,15	0,42	5,8948	-0,8675
100	373,15	0,49	5,9220	-0,7133
110	383,15	0,57	5,9484	-0,5621
120	393,15	0,67	5,9742	-0,4005
130	403,15	0,76	5,9993	-0,2744
140	413,15	0,87	6,0238	-0,1393
150	423,15	0,91	6,0477	-0,0943
160	433,15	0,98	6,0711	-0,0202
170	443,15	1,12	6,0939	0,1133
180	453,15	1,25	6,1162	0,2231
190	463,15	1,38	6,1381	0,3221
200	473,15	1,51	6,1594	0,4121
210	483,15	1,66	6,1803	0,5068
220	493,15	1,81	6,2008	0,5933
230	503,15	1,97	6,2209	0,6780
240	513,15	2,14	6,2406	0,7608
250	523,15	2,32	6,2599	0,8416
260	533,15	2,55	6,2788	0,9361
270	543,15	2,66	6,2974	0,9783
280	553,15	2,86	6,3156	1,0508
290	563,15	3,08	6,3335	1,1249
300	573,15	3,30	6,3511	1,1939
310	583,15	3,53	6,3684	1,2613
320	593,15	3,76	6,3854	1,3244
330	603,15	4,04	6,4022	1,3962

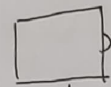
T in °C	T in K	U in mV	$\ln(T)$ in K	$\ln(U)$ in mV
340	613,15	4,32	6,4186	1,4633
350	623,15	4,52	6,4348	1,5085
360	633,15	4,82	6,4507	1,5728
370	643,15	5,11	6,4664	1,6312
380	653,15	5,42	6,4818	1,6901
390	663,15	5,77	6,4970	1,7527
400	673,15	6,08	6,5120	1,8050
410	683,15	6,36	6,5267	1,8500
420	693,15	6,71	6,5412	1,9036
430	703,15	7,08	6,5556	1,9573
440	713,15	7,44	6,5697	2,0069
450	723,15	7,87	6,5836	2,0631
460	733,15	8,24	6,5974	2,1090
470	743,15	8,61	6,6109	2,1529
480	753,15	9,04	6,6243	2,2017
490	763,15	9,53	6,6375	2,2544
500	773,15	9,93	6,6505	2,2956
510	783,15	10,40	6,6633	2,3418
520	793,15	10,90	6,6760	2,3888
530	803,15	11,40	6,6885	2,4336

Tabelle 3.1: Messergebnisse und deren Auswertung.

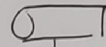
Versuch

Gruppe A06

22.01.2025



6,5cm



25,0cm

Abstand: 18,5 cm

T in °C	U _{th} in mV	T in °C	U _{th} in mV
19°C	0,00	380°C	5,42
30°C	0,05	390°C	5,77
40°C	0,10	400°C	6,08
50°C	0,16	410°C	6,36
60°C	0,22	420°C	6,71
70°C	0,28	430°C	7,08
80°C	0,35	440°C	7,44
90°C	0,42	450°C	7,87
100°C	0,49	460°C	8,24
110°C	0,57	470°C	8,61
120°C	0,67	480°C	9,04
130°C	0,76	490°C	9,53
140°C	0,87	500°C	9,93
150°C	0,91	510°C	10,40
160°C	0,98	520°C	10,80
170°C	1,12	530°C	11,40
180°C	1,25		
190°C	1,38		
200°C	1,51		
210°C	1,66		
220°C	1,81		
230°C	1,97		
240°C	2,14		
250°C	2,32		
260°C	2,55		
270°C	2,66		
280°C	2,86		
290°C	3,08		
300°C	3,30		
310°C	3,53		
320°C	3,76		
330°C	4,04		
340°C	4,32		
350°C	4,52		
360°C	4,82		
370°C	5,11		

Messfehler:

- Umwelteinflüsse wie Körperwärme
- geschwärztes Metall kein idealer schwarzer Strahler
- Ausrichtung Thermosäule zum Strahler
 - ↳ Abstand: 18,5 cm
 - ↳ Wärmestrahlung geht verloren
- Messungenauigkeiten des Thermometers

M. Lyp