

Disjunktive und Konjunktive Normalform

Hier ist eine einfache Erklärung der disjunktiven und konjunktiven Normalform, die auch ein Grundschüler verstehen kann, zusammen mit drei Beispielen und einer Schritt-für-Schritt-Anleitung zur Umstellung von einer Form zur anderen.

Disjunktive Normalform (DNF)

Die disjunktive Normalform ist eine Art, logische Ausdrücke zu schreiben. Sie besteht aus einer Reihe von "ODER"-Verknüpfungen (Disjunktionen) von "UND"-Verknüpfungen (Konjunktionen).

Konjunktive Normalform (KNF)

Die konjunktive Normalform ist eine andere Art, logische Ausdrücke zu schreiben. Sie besteht aus einer Reihe von "UND"-Verknüpfungen (Konjunktionen) von "ODER"-Verknüpfungen (Disjunktionen).

Beispiele

Beispiel 1

Ausgangsformel:

$$((A \wedge B) \vee C)$$

Disjunktive Normalform (DNF): Die Formel ist bereits in DNF, da sie eine ODER-Verknüpfung von UND-Verknüpfungen ist. **Konjunktive Normalform (KNF):** Um die Formel in KNF umzuwandeln, verwenden wir das Distributivgesetz:

$$((A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C))$$

Beispiel 2

Ausgangsformel:

$$(A \vee (B \wedge C))$$

Disjunktive Normalform (DNF): Die Formel ist bereits in DNF, da sie eine ODER-Verknüpfung von UND-Verknüpfungen ist. **Konjunktive Normalform (KNF):** Um die Formel in KNF umzuwandeln, verwenden wir das Distributivgesetz:

$$(A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

Beispiel 3

Ausgangsformel:

$$((A \vee B) \wedge C)$$

Disjunktive Normalform (DNF): Um die Formel in DNF umzuwandeln, verwenden wir das Distributivgesetz:

$$((A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C))$$

Konjunktive Normalform (KNF): Die Formel ist bereits in KNF, da sie eine UND-Verknüpfung von ODER-Verknüpfungen ist.

Regeln zur Umstellung

Distributivgesetz:

$$(A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C))$$

$$(A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

De Morgan'sche Gesetze:

$$(\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B)$$

$$(\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B)$$

Doppelte Negation:

$$(\neg(\neg A) = A)$$

Diese Regeln helfen dabei, logische Ausdrücke in die gewünschte Normalform zu bringen.